



HAL
open science

Séances différenciées en algèbre élémentaire : une étude de cas.

Julia Pilet, Naima El Kechai, Elisabeth Delozanne, Brigitte Grugeon,
Françoise Chenevotot

► To cite this version:

Julia Pilet, Naima El Kechai, Elisabeth Delozanne, Brigitte Grugeon, Françoise Chenevotot. Séances différenciées en algèbre élémentaire : une étude de cas.. Conférence sur les Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain EIAH'2013, Jun 2013, Toulouse, France. pp.5-16. hal-02077126

HAL Id: hal-02077126

<https://hal.science/hal-02077126>

Submitted on 18 Nov 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Séances différenciées en algèbre élémentaire : une étude de cas

Julia Pilet*, **Naïma El-Kechai****, **Élisabeth Delozanne****, **Brigitte Grugeon-Allys*****,
Françoise Chenevotot-Quentin***

* EDA, Université Paris-Descartes
45, rue des Saints-Pères
75006 Paris

julia.pilet@parisdescartes.fr

** LIP6, Université Pierre et Marie Curie
4, Place Jussieu, BC 169,
75005 Paris

{elisabeth.delozanne, naima.elkechai}@lip6.fr

***LDAR, Université Paris Diderot

Bâtiment Sophie Germain

8 place FM/13

75013 Paris

{francoise.chenevotot,brigitte.grugeon}@univ-paris-diderot.fr

RÉSUMÉ. Dans le cadre du projet PépiMep, nous avons mis au point des outils logiciels pour favoriser la mise en place, par les enseignants, d'un enseignement différencié de l'algèbre pour les classes de troisième et de seconde. Ces outils sont accessibles gratuitement sur la plateforme Labomep de l'association Sésamath sous la forme, d'une part de « séances de test diagnostique » qui s'appuient sur le logiciel de diagnostic cognitif Pépîte, et, d'autre part, de « séances différenciées » qui s'appuient sur le logiciel PépiPad. Ce dernier a été conçu suite à un important travail théorique associé à une démarche de conception participative afin de faciliter la dissémination de ces outils issus de la recherche dans la communauté d'enseignants utilisant Labomep. Dans cet article, après avoir positionné notre travail et exposé les grandes lignes du projet PépiMep, nous présentons une étude de cas destinée à identifier comment une enseignante s'est appropriée les outils proposés et comment elle les a fait vivre dans sa classe. En conclusion, nous présentons des pistes pour concevoir des outils afin d'accompagner les enseignants dans l'organisation d'un enseignement différencié fondé sur un diagnostic cognitif.

MOTS-CLÉS: EIAH, pratiques enseignantes, séance différenciée, algèbre élémentaire, diagnostic cognitif.

1. Introduction

Le projet PépiMep s'intéresse à instrumenter la gestion de l'hétérogénéité des apprentissages des élèves et la régulation d'un enseignement différencié. D'un côté, les politiques éducatives, menées depuis plusieurs années, stipulent que, pour « assurer la réussite de tous les élèves », l'École apporte des réponses différenciées aux difficultés des élèves. Ces politiques multiplient les injonctions à la mise en place de dispositifs de remédiation, d'accompagnement personnalisé, d'individualisation et de personnalisation de l'enseignement hors du temps scolaire ou de pédagogie différenciée. D'un autre côté, les enseignants éprouvent des difficultés à mettre en place ces dispositifs. Des études de didactique et de sciences de l'éducation [par exemple BOLON 02, CHARNAY 95] mettent en évidence des limites de ces dispositifs lorsqu'ils ne prennent pas suffisamment en compte le *contenu enseigné* et l'*évaluation des élèves*. Les chercheurs du réseau RESEIDA¹ [ROCHEX & CRINON 11] estiment que le « *souci de faciliter la tâche aux élèves* », se traduit par un « *glissement de l'activité intellectuelle vers des activités à faible enjeu cognitif* ». Selon eux, la trop faible prise en compte des finalités du contenu enseigné pour évaluer les besoins d'apprentissage des élèves, la proposition de tâches avec un trop faible enjeu cognitif et la tendance à orienter l'enseignement vers l'individuel plutôt que le collectif conduiraient les dispositifs de différenciation proposés par les enseignants à construire des inégalités plutôt qu'à les réduire. Ces chercheurs qualifient ce type d'enseignement de différenciation passive. Les modes de faire des enseignants, leur langage, leur gestuelle ou la multiplicité et la succession de tâches isolées les unes des autres laisseraient à la charge des élèves certains apprentissages sans que les enseignants s'en aperçoivent et conduiraient à construire des inégalités entre les élèves. Ils opposent ce type de pratique à ce qu'ils nomment une différenciation active qui relève d'un dispositif d'enseignement mis volontairement en œuvre par l'enseignant. Elle consiste à organiser un enseignement différencié en adaptant les tâches, les exigences, les supports de travail ou la modalité d'aide proposée aux élèves. Les enseignants peuvent se trouver en difficulté pour repérer et exploiter les manifestations des connaissances des élèves et ne pas trouver de ressources pour gérer l'hétérogénéité des apprentissages. Ils s'appuient le plus souvent sur des catégories d'élèves du type « les bons, les moyens, les faibles, les rapides », supposées situer leur niveau en mathématiques. Mais ces catégories, insuffisamment reliées aux contenus enseignés, semblent peu exploitables pour organiser la régulation des apprentissages en classe.

Depuis l'apparition des premiers tuteurs intelligents dans les années 1980, les chercheurs en EIAO (Environnement Interactifs d'apprentissage avec ordinateur), puis en EIAH, ont mis au point des logiciels pour diagnostiquer les besoins des élèves représentés par un modèle de l'élève [PY & HIBOU 06] et proposer des activités d'apprentissage adaptées à ces besoins [NICAUD & VIVET 88]. De nos jours, les problématiques d'individualisation et de personnalisation sont de plus en plus prégnantes [LAVOUÉ & RINALDO 12]. certains chercheurs s'intéressent à adapter les EIAH aux besoins des apprenants en tant qu'individus, mais aussi en tant que membres d'une communauté d'apprentissage. Les méthodes de recherche sont très diverses et imbriquent des approches informatiques et des approches neurosciences [e.g. KÄSER et al. 12], mais aussi cognitives ou didactiques [KONERT et al. 12].

¹ NOTE. — Le réseau RESEIDA est un regroupement interdisciplinaire de chercheurs issus de plusieurs laboratoires français et francophones. Piloté par Elisabeth Bautier et Jean-Yves Rochex, il porte sur la socialisation, l'enseignement, les inégalités et les différenciations dans les apprentissages.

L'objectif du projet PépiMep est de concevoir des outils pour les enseignants, largement accessibles en ligne, adaptés à une gestion de l'hétérogénéité des apprentissages dans un domaine donné, prenant en compte un diagnostic cognitif des élèves dans ce domaine, relativement à l'institution dans laquelle l'élève apprend. Nous nous situons dans une perspective de différenciation active, au sein d'une classe, qui s'appuie préalablement sur une évaluation diagnostique des connaissances des élèves dans le domaine étudié. Du point de vue EIAH, le diagnostic est établi à destination de l'enseignant, et est à la fois individuel et collectif. Notre approche consiste à adapter les ressources à chaque élève tout en outillant l'enseignant pour s'appuyer sur une dynamique d'apprentissage de l'ensemble de la classe. Notre méthode de recherche est fondée sur les méthodes de modélisation informatique [DELOZANNE et al. 10] et des méthodes d'analyse didactique [GRUGEON et al. 12, PILET 12].

Dans cet article, nous décrivons les grandes lignes du projet PépiMep et des outils de diagnostic et de différenciation qui ont été conçus et diffusés dans le cadre de ce projet : les séances diagnostiques et les séances différenciées. Ensuite, nous présentons une étude de cas, appelée le cas Garance, pour analyser comment une enseignante a fait vivre avec ses élèves en classe, des situations d'enseignement différencié fondées sur ces outils. En conclusion, en nous appuyant sur cette étude, nous dégageons des pistes pour la conception d'outils d'accompagnement pour l'organisation d'un tel enseignement différencié.

2. Le projet PépiMep et les outils développés

Le projet PépiMep est le fruit d'une collaboration entre une communauté d'enseignants de Mathématiques structurée autour de l'association Sésamath et une équipe pluridisciplinaire de chercheurs en EIAH travaillant sur le projet Pépite. L'association Sésamath, créée en 2001 développe des ressources en ligne diversifiées, libres et gratuites, en particulier la plateforme Labomep et les exercices interactifs de MathenPoche (MeP). Sur Labomep, les enseignants mettent à la disposition de leurs élèves des exercices en créant des « séances », c'est-à-dire en associant à un groupe d'élèves, un ensemble de ressources.

Du point de vue de la recherche, le projet PépiMep fait suite aux projets Pépite [JEAN 02, PRÉVIT et al. 07] et Lingot [VINCENT et al. 05, DELOZANNE et al. 10] qui ont donné lieu à un logiciel, nommé Pépite, de diagnostic des compétences des élèves en algèbre élémentaire fondé sur une analyse épistémologique, cognitive et didactique de ce domaine. Les élèves passent un test sur machine à partir duquel le logiciel produit un profil cognitif de chaque élève décrit à trois niveaux. Le premier niveau décrit l'évaluation multidimensionnelle des réponses de l'élève à chaque question du test, le second présente les points forts et les faiblesses de l'élève en recoupant l'évaluation des réponses sur l'ensemble du test, et le troisième niveau situe l'élève sur une échelle de compétences en le plaçant dans un groupe et dans un sous-groupe qui correspondent à des configurations de compétences repérées par une analyse didactique (Figure 1).

Le projet PépiMep a eu pour objectif de diffuser le logiciel de diagnostic Pépite sur la plateforme Labomep de Sésamath sous la forme de séances de test diagnostique et de concevoir un outil pour proposer, sur cette plateforme, des séances différenciées, c'est-à-dire des exercices adaptés aux spécificités des connaissances de chaque élève diagnostiquées par Pépite, afin de les faire évoluer.

Le scénario d'utilisation de Pépite sur Labomep est le suivant : un enseignant crée une « séance de test diagnostique » sur Labomep : il associe « par glisser-déplacer » un groupe d'élèves aux exercices du test diagnostique. Chaque élève, lorsqu'il se connecte à la plateforme, résout les exercices du test. Puis l'enseignant lance le diagnostic sur l'ensemble

des réponses de ses élèves. La figure 1 présente une copie d'écran de l'interface de présentation du diagnostic de la classe de notre étude de cas (la classe de Garance). Ce test a été passé en ligne par 1500 élèves entre septembre et novembre 2012.

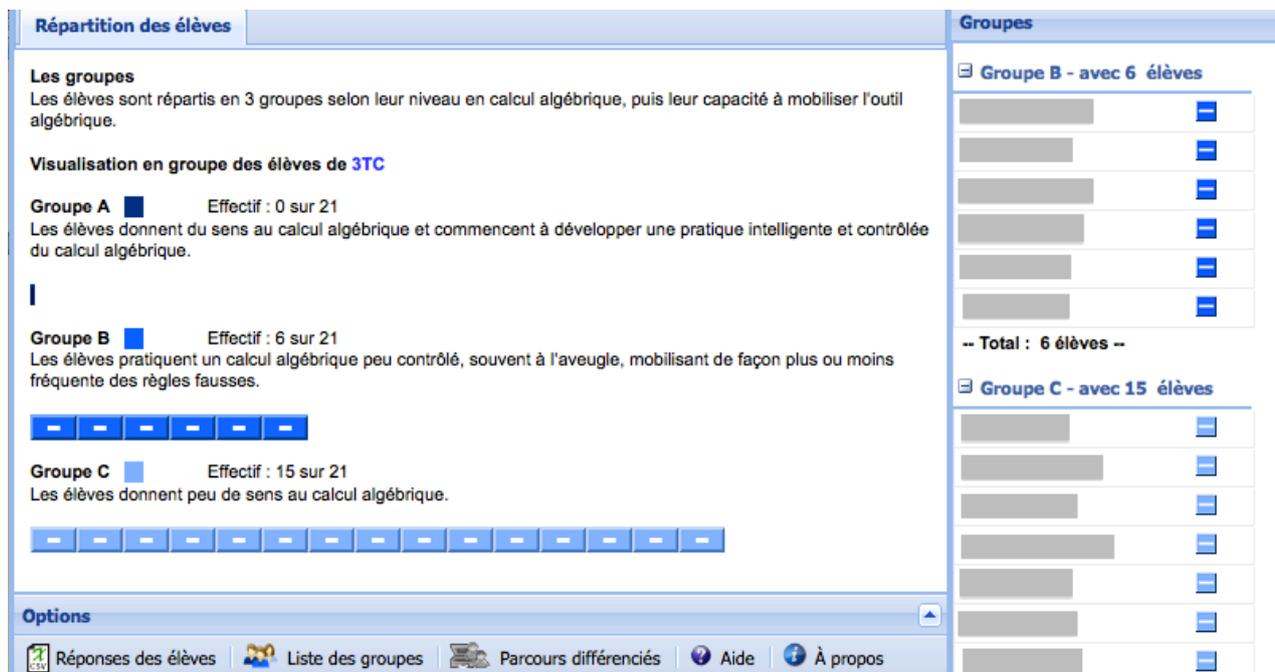


Figure 1. Géographie cognitive de la classe de Garance en algèbre construite par Pépite sur Labomep

Concernant les séances différenciées, un travail important [GRUGEON et al. 12] a été mené pour expliciter, d'une part, les caractéristiques des exercices à prendre en compte et, d'autre part, les critères pour associer ces exercices aux différents types de profils cognitifs déterminés par Pépite. Les fondements théoriques de ce travail sont évoqués dans la section suivante. Une ontologie a été mise au point et une base de 150 exercices d'algèbre de ce niveau scolaire a été indexée en utilisant cette ontologie. Un logiciel, PépiPad, a été réalisé pour mettre en œuvre ces séances différenciées sur Labomep. Le scénario d'utilisation de PépiPad suit celui de Pépite. L'enseignant sélectionne l'onglet « séances différenciées », il choisit l'étape sur laquelle il travaille (par exemple « Prendre un bon départ » ou « S'entraîner ») et le sujet sur lequel il souhaite faire travailler ses élèves (par exemple équivalence d'expressions ou règles de transformation des expressions), puis il demande la génération des séances. PépiPad affiche alors, pour chaque groupe d'élèves, la liste des élèves que Pépite a classés dans ce groupe et la liste des exercices adaptés au bilan des élèves de ce groupe. La figure 2 montre l'interface de présentation des séances différenciées sur laquelle l'enseignant peut intervenir en enlevant ou ajoutant des exercices ou des élèves dans les groupes (par exemple des élèves absents au test). Une fois la séance sauvegardée, chaque élève qui se connecte sur Labomep se voit proposer des exercices adaptés à son groupe. Entre septembre et novembre 2012, 61 séances différenciées ont été créées sur Labomep.

The screenshot shows the Labomep teacher interface. On the left is a navigation tree with folders for 'Groupe A+', 'Groupe A-', 'Groupe B+', 'Groupe B-', 'Groupe C-', and 'Groupe Absents'. Each group folder contains sub-folders for 'Ressources', 'Exercice', and 'Elèves'. The main content area is titled 'Groupe A+' and 'Ressource n°1 : Exercice 10'. It features a blue header with a '1' icon and a red 'X' icon. Below the header, there is a link 'Cliquez ici pour un peu d'aide'. The main text reads: 'Voici trois expressions :' followed by three expressions: $A(x) = (x - 2)(x + 2)$, $B(x) = x^2 - 4$, and $C(x) = x^2 - 2x - 4$. Below these are two numbered questions: 1. 'Les trois expressions sont-elles égales pour tout x ? Justifie.' and 2. 'Utilise les questions précédentes pour calculer mentalement 98×102 '.

Figure 2. Interface « Enseignant » de présentation d’une séance différenciée sur Labomep

Dans les sections qui suivent, nous évoquons les fondements théoriques de notre approche puis nous présentons une étude de cas qui s’appuie sur cette analyse didactique pour explorer les problèmes potentiels rencontrés par les enseignants lors de la mise en œuvre des séances différenciées dans les classes.

3. Séance différenciée : appui sur des études de didactique de l’algèbre

Pour les élèves, une séance différenciée est une liste d’exercices à traiter sur un thème donné. Pour les enseignants, une séance différenciée à un niveau scolaire donné, à une étape donnée de l’enseignement, consiste à faire travailler deux à quatre groupes d’élèves sur des exercices différents portant sur *un thème de travail commun*, à gérer les interactions avec les différents groupes et avec la classe entière, puis à institutionnaliser les connaissances visées. Pour les chercheurs en informatique, une séance différenciée consiste à appliquer, en fonction d’une étape et d’un thème de travail, des règles pour associer à un groupe d’élèves, un ensemble de ressources indexées par les capacités qu’elles font travailler, les objets mathématiques manipulés, les cadres et la complexité des exercices. Pour les chercheurs en didactique des mathématiques, une séance différenciée consiste à associer à une étape et à un thème de travail commun d’apprentissage, des stratégies de différenciation adaptées au diagnostic de chaque groupe d’élèves. Ces stratégies sont mises en œuvre par des tâches différenciées et par un jeu sur les variables didactiques (par exemple sur la structure et la complexité des expressions, sur la décomposition de l’énoncé en questions intermédiaires, et sur les aides et indications apportées par l’enseignant).

Cette section 3 présente succinctement l’analyse didactique qui a conduit à spécifier les seize séances différenciées mises en place sur Labomep. La section 4 étudie une mise en œuvre dans une classe d’une séance différenciée.

3.1. Conception des séances : cadres théoriques

La conception des séances différenciées s'appuie sur une référence épistémologique des éléments qui fondent la génération des expressions algébriques, du calcul sur ces expressions et de leur utilisation dans des contextes intra- ou extra- mathématiques. Elle met en évidence des savoirs ignorés, des savoir-faire implicites et dont l'apprentissage est laissé à la charge des élèves. Les séances différenciées visent à mettre à disposition des enseignants et des élèves des ressources permettant d'organiser un enseignement explicite de ces savoirs et savoir-faire ignorés, ce qui, selon nous, peut favoriser une évolution plus idoine des rapports personnels des élèves à un savoir.

Pour établir cette référence, nous nous appuyons principalement sur deux types de travaux de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre. Premièrement, ceux qui relèvent d'une approche anthropologique, proposent des modèles épistémologiques de l'enseignement de l'algèbre [CHEVALLARD 85, RUIZ-MUNZON et al. 12]. Deuxièmement, ceux qui relèvent d'une approche cognitive, proposent des analyses portant sur l'activité de l'élève et des processus de conceptualisation de l'algèbre [KIERAN 07]. Nous retenons ici les éléments épistémologiques au cœur de la génération des expressions algébriques, de la capacité d'adapter leur interprétation pour en faire des usages variés, de leur transformation à partir d'un calcul contrôlé et intelligent. Il s'agit des éléments suivants : l'équivalence des programmes de calcul et des expressions algébriques, la dialectique entre le numérique et l'algébrique, les aspects structural et procédural des expressions algébriques, leur interprétation dans d'autres registres de représentation. Nous nous limitons ici à présenter un exemple qui permet d'aborder les difficultés rencontrées par certains élèves et aussi par l'enseignante dans l'étude de cas considérée.

3.2. Un exemple de séance différenciée : étudier des expressions équivalentes

La notion d'équivalence des expressions se présente comme un élément théorique indispensable pour conduire et contrôler les calculs algébriques. L'équivalence des expressions algébriques se réfère à la distinction établie par [FREGE 71] entre sens et dénotation. Un objet mathématique a une unique dénotation tout en ayant différents sens. Par exemple, l'expression $4(x-1)$ peut être transformée en $x^2-(x-2)^2$ ou en $4x-4$. Ces expressions ont différents sens mais ont la même dénotation puisqu'elles réfèrent au même nombre pour toute valeur de x . Les transformations algébriques sont un travail subtil entre sens et dénotation. Le choix d'une transformation est contrôlé par le sens (le but final) mais il doit respecter la dénotation.

D'après les analyses menées dans [PILET 12], à partir de la référence épistémologique, l'équivalence des expressions est une notion ignorée au collège et en seconde dans le sens où, peu présente dans les programmes et les manuels scolaires, son enseignement est peu pris en charge dans ces institutions. Ainsi le bilan de compétences des groupes B et C (Figure 1) révèle que ces élèves sont démunis pour guider et contrôler les transformations algébriques car ils ont peu conscience de la possibilité d'écrire une même expression sous plusieurs formes. Dans la séance étudiée ici, il s'agit, d'une part, d'amener les élèves à appréhender le fait que deux expressions peuvent dénoter le même nombre et, d'autre part, qu'en fonction du but visé dans l'énoncé, il est préférable d'utiliser l'une ou l'autre. Tous les groupes étudient si des expressions sont égales pour tout x . La séance comporte deux phases. La première consiste à étudier si des expressions sont équivalentes. La deuxième consiste à choisir l'expression la plus adaptée en fonction du but visé.

Les stratégies sont différenciées entre le groupe A et les groupes B et C. Comme les élèves du groupe A s'appuient sur l'équivalence des expressions, les exercices proposés demandent de prouver l'équivalence des expressions algébriques par le calcul algébrique,

puis de mobiliser la forme la plus adaptée pour résoudre un problème ou calculer astucieusement. Comme les élèves des groupes B et C prennent peu en compte l'équivalence des expressions pour guider et contrôler les transformations algébriques, l'enjeu premier est de donner du sens au fait que deux expressions peuvent être égales pour toute valeur de la lettre. L'équivalence entre plusieurs expressions est conjecturée à partir de substitutions numériques ou de la comparaison des courbes représentatives des fonctions définies par les expressions. Ensuite, l'équivalence des expressions est utilisée dans le but de calculer astucieusement une expression numérique et de choisir la forme la plus adaptée au calcul de la valeur de l'expression pour un nombre donné.

Pour ce thème de travail commun sur l'équivalence des expressions, la différenciation entre les groupes porte à la fois sur la complexité des expressions à étudier et sur la décomposition de l'énoncé en sous-questions. Les figures 2 et 3 présentent, à titre d'exemple, une tâche et sa déclinaison en un exercice pour le groupe A et en un exercice pour le groupe B et un exercice pour le groupe C. Ces exercices servent de support à l'analyse de la mise en œuvre des séances par une enseignante ; nous présentons donc leur analyse didactique *a priori*.

On se demande si les trois expressions suivantes sont égales pour tout x :

Groupe B				Groupe C			
<ul style="list-style-type: none"> • $A(x)=(x-1)^2-4$ • $B(x)=(x+1)(x-3)$ • $C(x)=x(x-2)-x^2-2$ 				<ul style="list-style-type: none"> • $A(x)=(x+2)^2-4$ • $B(x)=x(x+4)$ • $C(x)=9x-6$ 			
x	A(x)	B(x)	C(x)	x	A(x)	B(x)	C(x)
1				2			
-1				3			
0				0			

1. Complète les deux premières lignes du tableau ci-dessus. Que peux-tu conjecturer sur l'égalité des expressions ?
2. Complète la troisième ligne du tableau ci-dessus. Confirmeras-tu ta conjecture ? Sinon, formule une nouvelle conjecture.
3. Les trois expressions sont-elles égales pour toute valeur de x ? Justifie. Ta conjecture est-elle vérifiée ?
4. Utilise les questions précédentes pour calculer mentalement 98×102 .

Figure 3. Exemple d'énoncé différencié pour les groupes B et C

Cet exercice comporte quatre questions. Les trois premières concernent la première phase. La dernière concerne la seconde phase. Trois expressions A, B et C sont données. A et B sont équivalentes mais pas C. Dans les deux premières questions, l'énoncé demande de conjecturer l'équivalence des expressions afin d'amener les élèves à comprendre que deux expressions différentes peuvent être égales pour toute valeur. Dans la question 1, les élèves testent les expressions pour deux valeurs numériques choisies de telle sorte qu'elles retournent la même valeur numérique. Dans la question 2, un troisième test numérique fournit un contre-exemple à l'équivalence de l'expression C avec A et B. La présence d'un tableau de valeurs est centrale dans ces questions. Dans la troisième question, un contre-exemple est attendu pour prouver que C n'est pas équivalente à A et B. Une preuve algébrique de l'équivalence de A et B est attendue. Les élèves doivent déterminer la structure des expressions et les règles de calcul à appliquer pour les développer. L'enseignant joue un rôle important pour amener les élèves à comprendre les limites des

tests numériques pour prouver l'équivalence et produire une preuve algébrique. Si les élèves suggèrent des raisonnements erronés du type «si les expressions sont égales pour deux valeurs alors elles sont égales», il est prévu que l'enseignant utilise la quantification pour les déstabiliser : « nous voulons une preuve pour toute valeur ». La dernière question consiste à déterminer l'expression la plus adaptée pour calculer astucieusement (expression A avec $x=98$ pour le groupe C et avec $x=101$ pour le groupe B).

Le déroulement de la séance prévoit, pour chaque question, des temps de travail individuel et de débat collectif au sein de la classe. Le fait que les groupes travaillent sur des expressions différentes est une opportunité pour décontextualiser la tâche et revenir sur l'objectif de la séance. En fin de séance, l'institutionnalisation prévue porte sur le fait que deux expressions algébriques peuvent être égales pour toutes les valeurs et que la transformation de l'une en l'autre est contrôlée par les règles du calcul algébrique. Dans la section suivante, nous présentons la mise en œuvre de cette séance dans la classe d'une enseignante appelée Garance.

4. Une étude de cas : la classe de Garance

4.1. Le contexte : une conception participative

Pour créer les scénarios de mise en œuvre de séances différenciées dans les classes, nous avons adopté une démarche de conception participative entre des chercheurs et des enseignants de collège-lycée par le biais d'un groupe IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) durant l'année scolaire 2011-2012. Les six enseignants membres du groupe étaient volontaires et, insatisfaits des dispositifs d'enseignement différencié qui leur étaient proposés, ils désiraient faire évoluer leur pratique, en particulier sur la différenciation de l'enseignement en algèbre. Dans un premier temps, nous avons présenté notre démarche et des esquisses de séances. Dans un deuxième temps, nous avons, ensemble, mis au point des listes d'exercices, précisé les analyses *a priori*, la formulation des énoncés, le choix des expressions à travailler, les modalités de travail des élèves, le déroulement des séances et les apprentissages à institutionnaliser. Ainsi, des esquisses de séances différenciées ont initialement été proposées par les didacticiens, puis les enseignants les ont adaptées et modifiées en vue d'une exploitation dans leurs classes. Un point est apparu crucial pour ces enseignants : *pour toute séance différenciée, définir un thème de travail commun pour tous les groupes d'élèves afin de maintenir une dynamique de travail collectif*. Les séances différenciées sont donc conçues pour s'adapter aux différents profils d'élèves mais dans le cadre d'un travail en classe qui permet des interactions entre élèves et avec le professeur sur le même contenu et portant sur un objectif commun à travailler pour toute la classe.

Les enseignants du groupe ont choisi, en fonction de leur propre projet, la ou les séances sur lesquelles ils voulaient travailler. Ils ont fait passer le test Pépite sur Labomep au mois d'octobre, puis ont organisé une à trois séances différenciées en s'appuyant sur les groupes proposés par Pépite. Certaines de ces séances ont été filmées et les discussions collectives (pour la classe) ou individuelles (entre l'enseignant et un binôme d'élèves) ont été enregistrées et en partie décryptées. Ces séances ont fait l'objet d'une analyse collective au sein du groupe IREM et d'un travail académique dans le cadre de la thèse du premier auteur [PILET 12]. L'étude de cas présentée ici s'appuie sur une mise en œuvre des séances différenciées par une des enseignantes du groupe, Garance, dans sa classe de troisième.

4.2. Appropriation des outils par Garance

Garance a fait passer le test diagnostique Pépité à ses élèves sur Labomep lors d'une séance de cinquante minutes. Pépité a réparti les élèves en deux groupes : le groupe C avec quinze élèves et le groupe B avec six élèves. Garance a ensuite abordé les contenus relatifs à l'algèbre. Pour organiser son enseignement, elle a utilisé la répartition des élèves proposée par Pépité et mis en œuvre trois séances différenciées sur une durée de cinq semaines. Elle a débuté par deux séances différenciées de l'étape « Prendre un bon départ » intitulées « Revenir sur le rôle de l'algèbre dans un problème de généralisation ou de modélisation » et « Revenir sur les règles de formation et de transformation des expressions littérales pour travailler leur équivalence ». Après avoir introduit les identités remarquables et entraîné ses élèves au développement, Garance a organisé une troisième séance différenciée à partir de l'exercice présenté en exemple dans la figure 3. Cette séance a clos le premier chapitre consacré à l'algèbre. Nous discutons, dans la section suivante, la mise en œuvre de la troisième séance différenciée par Garance.

4.3. Mise en œuvre de la séance « Étudier des expressions équivalentes »

Garance a choisi les expressions algébriques et a adapté l'énoncé présenté en figure 3. Pour des questions de gestion du temps, elle a réduit l'exercice à la première phase (questions 1 à 3). La séance a duré cinquante minutes. Les élèves d'un même groupe ont travaillé en binôme, mais chacun a soumis sa propre production.

Nous examinons le déroulement de cette séance selon plusieurs aspects. D'abord, dans les échanges concernant les questions 1 et 2 nous étudions la question suivante : dans quelle mesure l'énoncé et la gestion du déroulement de la séance par Garance permettent-ils aux élèves d'approcher le fait que deux expressions différentes évaluées pour n'importe quel nombre peuvent avoir la même valeur ? Ensuite, dans les échanges sur la question 3, nous étudions la question suivante : comment l'enseignante amène-t-elle les élèves à comprendre les limites des tests numériques et à produire une preuve algébrique pour l'équivalence de A et B ? Enfin, nous analysons comment l'enseignante gère la différenciation notamment pour revenir sur l'objectif commun à la classe durant le temps d'institutionnalisation.

4.3.1. Travail sur la conjecture et la dénotation des expressions

Pour débiter la séance, Garance reformule l'énoncé en mettant l'accent sur la substitution par des valeurs numériques, mais l'enjeu de cette substitution (la conjecture de l'équivalence des expressions) est absent dans les échanges. Cela peut expliquer que, au début, les élèves sont centrés sur la tâche simple et isolée de substitution par une valeur. Des erreurs de non respect des parenthèses et de la priorité des opérations apparaissent. C'est pourquoi Garance autorise la calculatrice. Comme l'illustre l'extrait suivant, les élèves, ainsi déchargés d'une partie des calculs numériques, centrent davantage leur activité sur l'enjeu de conjecture de l'équivalence des expressions.

Cet extrait porte sur des échanges entre Garance et un binôme d'élèves du groupe C à propos de la question 1. Les élèves ont rempli le tableau de valeurs (Figure 3). Ils ont trouvé 12 à la première ligne et 21 à la seconde pour les trois expressions A, B et C.

Chloé : Mais Madame, en fait, ça doit donner le même résultat partout?

Garance : Ah bah. Il y a des fois où ça [...] [À Yann] Ok. Alors, tu as trouvé combien, là? 12, 12, 12. Et là, 21, 21, 21. Donc a priori, qu'est-ce qu'on pourrait dire, alors ?

Yann : Que les? Elles... Ils sont tous égaux.

Garance : Oui, que les expressions, elles sont égales.

Yann : Mais je sais pas.

Les élèves sont surpris du fait que différentes expressions puissent prendre la même valeur lorsqu'on les évalue sur un même nombre. Garance les amène à conjecturer l'équivalence des trois expressions puis à faire évoluer cette conjecture avec la question 2. Ainsi, le choix, dans la stratégie différenciée, de valeurs numériques appropriées et de la présence d'un tableau de valeurs, est suffisamment robuste pour permettre aux élèves d'approcher la dénotation des expressions. Cependant, dans des échanges collectifs au sein de la classe, Garance ne revient pas sur le fait que les expressions A et B prennent les mêmes valeurs numériques lorsqu'on les évalue sur un même nombre. On peut se demander si cela aura été suffisant pour que les élèves puissent le réinvestir dans d'autres cas.

4.3.2. De la conjecture à la preuve algébrique

Pour amener les élèves à comprendre les limites des tests numériques et à la preuve algébrique de l'équivalence de A et B, Garance a recours, comme prévu, à la quantification. Voici un extrait pour l'illustrer.

*Garance : Il va falloir que vous montriez que ces expressions, elles sont égales **pour n'importe quelle valeur**. Alors qu'est-ce que vous allez utiliser pour pouvoir montrer que ces expressions, elles sont...[...] Là on trouve que c'est les trois mêmes valeurs. **Mais est-ce que, parce que tu trouves que tes deux expressions, elles sont égales pour trois valeurs, ça veut dire que les expressions, elles sont égales pour toutes les valeurs?***

Elle amène ainsi ses élèves, après plusieurs échanges individuels ou collectifs, à la preuve algébrique. Toutefois, elle rencontre ensuite des difficultés pour mener à terme la preuve algébrique. Les élèves ne reconnaissent pas tous la structure des expressions ce qui les conduit à de nombreuses erreurs dans les transformations algébriques.

4.3.3. Des difficultés à reprendre l'objectif commun de la séance avec toute la classe

Concernant la gestion de la différenciation, Garance a fait le choix d'alterner des mises en commun indépendantes pour chaque groupe. Seuls le lancement des séances et l'institutionnalisation s'adressent à l'intégralité de la classe. Ce choix a souvent mis Garance en difficulté dans la gestion de la classe, la gestion du temps mais aussi l'institutionnalisation qui a eu lieu après la sonnerie de fin d'heure et a par conséquent été écourtée. Garance expose oralement une méthode pour prouver que deux expressions sont ou ne sont pas égales, elle revient sur l'application des règles de calcul. Mais, à aucun moment, elle ne revient sur le fait que les expressions A et B prennent les mêmes valeurs lorsqu'on les évalue pour un même nombre. Or, comme nous l'avons souligné dans le paragraphe 3.2, les élèves des groupes B et C ont des difficultés à comprendre que deux expressions algébriques peuvent dénoter le même nombre.

Ces analyses mettent en évidence que l'énoncé est suffisamment robuste pour amener les élèves à travailler sur l'équivalence des expressions mais qu'il a été difficile pour Garance de revenir sur tous les aspects de l'objectif de la séance et, de le traiter avec toute la classe.

5. Conclusion

Dans cet article, nous avons présenté des outils issus d'une recherche pluridisciplinaire et maintenant diffusés sur la plateforme Labomep largement utilisée par les enseignants de Mathématiques en France. Si ces outils de diagnostic et de différenciation créés dans le projet PépiMep sont pertinents du point de vue EIAH (didactique et informatique), l'étude du cas de Garance analysée ici et confortée par les retours des autres membres du groupe

IREM, montre que leur mise en œuvre dans une classe peut s'avérer délicate pour l'enseignant et suggère deux pistes pour des outils d'accompagnement à associer à ces ressources. La première concerne la gestion des travaux de groupe et de la mise en commun, en particulier de l'institutionnalisation qui pourrait être soutenue par une ressource logicielle. La deuxième concerne la sensibilisation des enseignants sur les savoirs ignorés qui constituent les objectifs de la séance. Nous pensons pour cela tout d'abord à développer des exercices interactifs sur ce thème actuellement très peu présent sur Labomep. Nous pensons aussi à des outils d'accompagnement qui précisent l'objectif de la séance et son insertion dans une progression de l'enseignement de l'algèbre du collège au lycée, les éléments à institutionnaliser, la gestion du temps, la gestion des différentes phases et de la différenciation, les erreurs « classiques » des élèves.

Notons que l'utilisation des séances de test diagnostique et des séances différenciées sur Labomep indépendamment de toute intervention de l'équipe de conception, montre que ces outils correspondent à un besoin. Une analyse plus approfondie de ces usages spontanés est dans l'agenda de recherche de l'équipe.

Remerciements

Ce projet a été financé en partie par la région Ile-de-France. Nous remercions les enseignants du groupe IREM qui ont accepté notre présence dans leurs classes, Arnaud Rommens, Dominique Prévité, Aso Darwesh, Josselin Allys, Yvonnick Labed Veydert, Aous Karoui pour leur participation active à l'implémentation des séances de diagnostic et de différenciation sur Labomep.

6. Bibliographie

- [BOLON 02] Bolon, J., « Pédagogie différenciée en mathématiques : mission impossible ou défi? », *Grand N*, n° 69, IREM de Grenoble, Grenoble, 2002, p. 63-82.
- [CHARNAY 95] Charnay, R., De la diversité. Dans R. Charnay et al. (Eds.), *Chacun, tous... Différemment ! Différenciation en mathématiques au cycle des apprentissages*, I.N.R.P., Lyon, 1995, p. 9-29.
- [CHEVALLARD 85] Chevallard, Y., « Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Première partie. L'évolution de la transposition didactique. », *Petit x*, n° 5, IREM de Grenoble, Grenoble, 1985, p. 51-94.
- [DELOZANNE et al. 10] Delozanne, E., Prévité, D., Grugeon, B., & Chenevotot, F., « Vers un modèle de diagnostic de compétences », *Technique et Science Informatiques*, vol. 29 n°8-9, Hermès, Paris, 2010, p. 899-938.
- [FREGE 71] Frege, G., *Ecrits logiques et philosophiques*, Éditions du Seuil, Paris, 1971.
- [GRUGEON et al. 12] Grugeon, B., Pilet, J., Chenevotot, F., & Delozanne, E., « Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire », *Recherches en didactique de mathématiques, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives*, hors série, La Pensée Sauvage, Grenoble, 2012, p. 137-162.
- [JEAN 02] Jean-Daubias, S., « Un système d'assistance au diagnostic de compétences en algèbre élémentaire », *STE - Sciences et techniques éducatives*, vol. 9(1-2/2), Hermès, Paris, 2002, p. 171-200.
- [KIERAN 07] Kieran, C., Learning and Teaching Algebra At the Middle School Through College Levels. Building Meaning for Symbols and Their Manipulation. Dans J. Lester F. K. (Ed.),

Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, vol. 2, I.A.P., Charlotte, NC, 2007, p. 707-762.

- [KÄSER et al. 12] T. Käser, T., Busetto, A.G., Baschera, G.M., Kohn, J., Kucian, K., von Aster, M., Gross, M., « Modelling and Optimizing the Process of Learning Mathematics ». *Actes de la conférence Intelligent Tutoring Systems*, Chania, Greece, June 14-18, 2012, p. 389-398.
- [KONERT et al 12] Konert, J., Richter, K., Mehm, F., Göbel, S., Bruder, R., Steinmetz, R., « PEDALE – A Peer Education Diagnostic and Learning Environment », *Journal of Educational Technology & Society*, vol. 15, n° 4, 2012, p. 27-38. ISSN 1176-3647. <http://www.ifets.info/issues.php?show=current>.
- [LAVOUÉ & RINAUDO 12] Lavoué, E., Rinaudo, J.-L. Editorial du Numéro Spécial Individualisation, *Revue STICEF*, 2012, n° 19. ISSN : 1764-7223, mis en ligne le 21/02/2013, <http://sticf.org>
- [NICAUD & VIVET 88] Nicaud, J.-F., Vivet, M., « Les tuteurs Intelligents, réalisations et tendances de recherche », *Techniques et Sciences Informatiques*, vol. 7, n° 1, Hermès, Paris, 1988, p. 21-45.
- [PILET 12] Pilet, J., *Parcours d'enseignement différencié appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire : modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot, Paris, 2012, 871p.
- [PRÉVIT et al. 07] Prévité, D., Delozanne, É., et Grugeon, B., « Génération automatique d'exercices de diagnostic », *Actes de la conférence EIAH2007, Environnements Informatiques pour l'apprentissage humain*, Lausanne, 27-29 juin 2007, INRP, p. 545-556.
- [PY & HIBOU 2006] Py, D., Hibou, M., « Représentation des connaissances de l'apprenant ». Dans Grandbastien M., Labat J.-M. (Eds.), *Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain*, Collection IC2, Hermes-Lavoisier, Paris, 2006, p. 97-116.
- [ROCHEX & CRINON 11] Rochex, J.-Y., Crinon, J., *La construction des inégalités scolaires. Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*, P.U.R., Rennes, 2011.
- [RUIZ-MUNZON et al. 12] Ruiz-Munzón, N., Matheron, Y., Bosch, M., & Gascón, J., « Autour de l'algèbre : les entiers relatifs et la modélisation algébrique-fonctionnelle », *Recherches en didactique de mathématiques, hors série, Enseignement de l'algèbre*, bilan et perspectives, Hors-série, La Pensée Sauvage, Grenoble, 2012, p. 87-106.
- [VINCENT et al. 05] Vincent, C., Delozanne, E., Grugeon, B., Géliş, J., Rogalski, J., Coulange, L., et al., « Des erreurs aux stéréotypes : des modèles cognitifs de différents niveaux dans le projet Pépite », *Actes du colloque Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain, Montpellier*, France, I.N.R.P., 2005, p. 297-308.