HAL open science

Etude d'une ressource produite par un futur professeur de mathématiques étudiant de l'Ecole Normale Supérieure de Yaoundé (Cameroun) : choix des activités et rôle des exemples.

Carole Baheux, Françoise Chenevotot, Bernadette Denys, Marie-Pierre Galisson

To cite this version:

Carole Baheux, Françoise Chenevotot, Bernadette Denys, Marie-Pierre Galisson. Etude d'une ressource produite par un futur professeur de mathématiques étudiant de l'Ecole Normale Supérieure de Yaoundé (Cameroun) : choix des activités et rôle des exemples.. Colloque de la Commission de Recherche sur la Formation des Enseignants de Mathématiques CORFEM'2014, Jun 2014, Grenoble, France. hal-02077112

HAL Id: hal-02077112

https://hal.science/hal-02077112v1

Submitted on 18 Nov 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉTUDE D'UNE RESSOURCE PRODUITE PAR UN FUTUR PROFESSEUR DE MATHEMATIQUES ETUDIANT DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE YAOUNDE (CAMEROUN) : CHOIX DES ACTIVITES ET ROLE DES EXEMPLES

Carole BAHEUX[1], Françoise CHENEVOTOT[2], Bernadette DENYS[3], Marie-Pierre GALISSON [4]

Résumé - L'atelier que nous avons proposé s'intègre au deuxième thème « Les savoirs didactiques, des ressources pour l'enseignement des mathématiques et la formation ? ». Nous avons exploré la question du choix des activités et du rôle des exemples dans une ressource élaborée par un futur enseignant de mathématiques durant sa formation. La conception de cette ressource s'inscrit dans le cadre d'un projet innovant qui repose sur un partenariat international et s'appuie sur le travail collaboratif d'une équipe pluri-catégorielle africaine (étudiant, professeur, inspecteur, universitaire).

Nous commencerons par présenter le projet PReNuM-AC dont l'objectif est de produire des ressources destinées à être mises en ligne couvrant l'ensemble des programmes des terminales scientifiques au Cameroun et au Congo-Brazzaville. La production de ces ressources, conçues par des équipes pluri-catégorielles composées d'étudiants futurs enseignants, de professeurs, d'inspecteurs, d'universitaires, constitue un outil pour former ces futurs enseignants aux usages des technologies pour l'enseignement, et leur permet un premier contact avec la didactique des mathématiques.

Dans un premier temps, nous analyserons une ressource et suivrons la construction du « cours » (activité(s) conçue(s) pour apprendre en termes de tâches prescrites et d'activités potentielles de l'élève, trace écrite, travail des techniques et exercices d'application, de réinvestissement, d'évaluation) en nous référant au cadre de la double approche (Robert&Rogalski, 2002). Nous nous intéresserons plus précisément à l'évolution des activités, exemples et exercices dans les différentes étapes de l'élaboration.

Dans un second temps, nous étudierons le rôle des exemples du côté de l'enseignant en nous appuyant sur les travaux de Bills&al (2006) et plus particulièrement de Zodik&Zaslavski (2006). Dans le contexte de l'enseignement africain, nous questionnerons également l'influence concrète de la présence d'exercices en ligne (exercices WIMS) en nous référant aux potentialités de cette base d'exercices en ligne (Cazes&Vandebrouck, 2008).

[1] Laboratoire de Mathématiques de Lens (LML), Université d'Artois, carole.baheux@univ-artois.fr

[2] Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR), Université d'Artois, ESPE Lille Nord de France, francoise.chenevotot@espe-lnf.fr

[3] IREM de Paris, Université de Paris Diderot, bernadette.denys@univ-paris-diderot.fr

[4] Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR), Université d'Artois, ESPE Lille Nord de France, marie-pierre.galisson@espe-lnf.fr

1. Présentation du projet de production de ressources numériques PReNuM-AC

1.1. Le projet PReNuM-AC

PReNuM-AC s'inscrit dans le cadre d'un partenariat entre l'Université Paris Diderot avec le Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR) de l'Université Paris Diderot et l'Institut de Recherche sur L'Enseignement des Mathématiques (IREM) de Paris, l'Organisation Internationale de la Francophonie (OIF), l'Ecole Normale Supérieure de Yaoundé (Cameroun) et l'Ecole Normale Supérieure de Brazzaville (République du Congo). Initié en novembre 2011, le projet PReNuM-AC est financé par le Fonds francophone des Inforoutes (mis en place en 1998 dans le cadre de l'OIF) et se terminera en décembre 2014.

Le projet PReNuM-AC (http://prenum-ac.org) « Production de Ressources Numériques pour l'enseignement des Mathématiques en Afrique Centrale » se propose de développer les usages des outils en ligne (plate-forme de formation, bases d'exercices et documents d'évaluation) pour favoriser l'articulation entre le secondaire et le supérieur en fournissant des outils pédagogiques aux enseignants des classes de terminales scientifiques.

PReNuM-AC a deux objectifs : la production de ressources pour les enseignants des terminales scientifiques (avec utilisation des TICE) et la formation de formateurs.

1.2 Premier objectif : production de ressources pour les enseignants

PReNuM-AC est un projet ambitieux et novateur qui prévoit la production et la publication sur internet - pour l'Afrique centrale francophone - d'un ensemble de 80 ressources numériques couvrant le programme des terminales scientifiques C et D au Cameroun et au Congo-Brazzaville.

Ces ressources, produites en deux vagues successives, sont constituées de documents de cours, d'activités pédagogiques (au sens que leur donnent les concepteurs), d'exercices, dont un certain nombre d'exercices interactifs WIMS, de devoirs d'évaluation accompagnés de corrigés ainsi que d'éléments didactiques relatifs à la mise en œuvre de la ressource.

Ces ressources sont élaborées par des étudiants de l'ENS de Yaoundé et de l'ENS de Brazzaville, futurs enseignants de mathématiques ; chaque étudiant est encadré par une équipe composée d'un professeur d'ENS, d'un conseiller pédagogique et d'un inspecteur (dans la mesure des possibilités locales).

Plus précisément, l'élaboration des ressources comprend deux phases. La première phase de conception donne lieu à une pré-évaluation produite par un membre du comité d'experts français (enseignants de l'IREM de Paris et du LDAR de l'Université Paris Diderot). La ressource est alors à nouveau travaillée par l'étudiant - encadré par son équipe - durant la deuxième phase de conception qui se termine par l'évaluation finale de la ressource (cf. figure 1). L'évaluation finale des ressources est conduite par des comités d'experts constitués d'inspecteurs du Cameroun et du Congo-Brazzaville, d'enseignants de l'IREM de Paris et du LDAR de l'Université Paris Diderot.

1.3. Deuxième objectif : formation de formateurs

Le projet PReNuM-AC veut contribuer à la formation de formateurs selon deux dimensions principales, relatives à la didactique et aux TICE. Pour la dimension didactique, la formation comporte des principes généraux sur les apprentissages en mathématiques, des apports sur la didactique des différents domaines (algèbre, géométrie, analyse…). Pour la dimension TICE, la formation concerne les apports des technologies, l'utilisation de logiciels pour le travail mathématique, les bases d'exercices en ligne (WIMS) et le travail collaboratif en ligne.

La sensibilisation à la didactique des mathématiques et aux TICE des participants au projet a fait l'objet de plusieurs séminaires. Le premier, le séminaire de Yaoundé (mars 2012), avait trois objectifs : une approche de la didactique, l'utilisation de la plateforme numérique WIMS et la conception de ressources destinées à des enseignants de terminale scientifique. Le deuxième, le séminaire de Paris (novembre 2012), avait pour enjeu de favoriser la concertation entre les différents pôles du projet (France, Cameroun, Congo-Brazzaville) sur l'avancement des ressources en relation avec les apports en didactique des mathématiques et en TICE (cf. figure 1).

Figure 1 : Déroulement du projet pour la première vague de ressources

1.4. Enjeux et difficultés de PReNuM-AC

Bien qu'il soit trop tôt pour évaluer ce projet en cours, les différents partenaires en espèrent des retombées multiples et variées : diffuser des ressources accessibles au plus grand nombre (enseignants et élèves), développer le travail collaboratif dans le contexte africain, développer des formations en ligne à la didactique en s'appuyant sur le partenariat établi dans le cadre du projet, renforcer la pertinence des initiatives liées au développement d'une didactique des mathématiques « appliquée » au contexte de l'Afrique sub-saharienne.

En tant que chercheurs, nous faisons l'hypothèse que ces conditions peuvent avoir des incidences importantes sur les méthodes pédagogiques, d'une part en dessinant de nouvelles perspectives pour envisager l'articulation entre formation des enseignants et contenus des programmes, d'autre part en envisageant l'appui de l'activité mathématique des élèves sur de nouveaux supports pédagogiques (TICE).

La deuxième vague de ressources, actuellement en cours de production, nous permettra de conforter ces hypothèses et aussi de surmonter certaines difficultés rencontrées dans le recueil des données et dans le suivi des acteurs du projet. Des outils prévus, tels qu'une plateforme de travail à distance, n'ont pu être pleinement utilisés : le suivi du travail des équipes en a été pénalisé. De même, les ressources de la première vague ont connu un glissement d'un travail TICE vers un travail papier / crayon car l'intégration d'exercices interactifs WIMS s'est avérée difficile et tardive. Enfin, l'absence de disponibilité d'un chercheur en didactique des mathématiques, tant au Cameroun qu'au Congo-Brazzaville, a renforcé ces difficultés.

2. Analyse de la construction de la ressource

2.1. Une ressource mais trois versions

La ressource que nous allons analyser est issue de la première vague et correspond au chapitre de cours « Compléments sur les suites », niveau terminales scientifiques. Elle a été produite par une équipe de Yaoundé. Nous avons fait ce choix parce que nous disposons de trois versions successives (V1, V2 et V3) pour cette ressource, ce qui nous permet de suivre le processus d'élaboration.

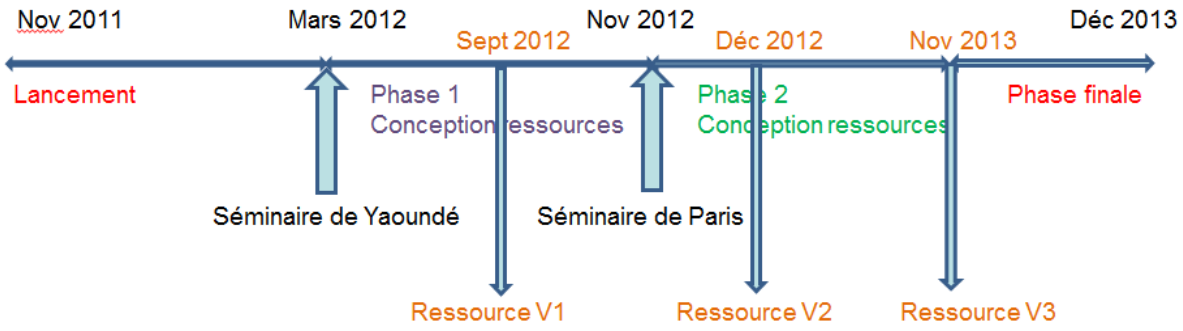

Figure 2 : Les trois versions de la ressource « Compléments sur les suites »

Ce choix s'explique aussi parce que, lors du séminaire de Paris, cette ressource a fait l'objet d'une réflexion de la part des responsables et encadrants du projet visant à préciser la structure et les contenus d'une ressource type.

2.2. Conditions et contraintes d'élaboration

Cette ressource correspond à un thème d'étude des programmes officiels du Cameroun et du Congo-Brazzaville. Ces programmes, qui traduisent des exigences communes à ces deux pays, empruntent l'ensemble de leurs contenus au programme « Harmonisation des Programmes de Mathématiques pour l'Afrique » (HPM) publié en 1992, peu modifié depuis (si ce n'est en statistique).

Les programmes HPM, publiés sous l'égide de mathématiciens africains francophones, marquaient la volonté de l'Afrique francophone de prendre en charge une éducation mathématique adaptée au contexte socio-culturel africain, tout en laissant à chacun des vingt[5] pays concernés une marge de liberté. Conformes à ces programmes[6], les manuels de la Collection Inter-Africaine de Mathématiques (CIAM), édités chez EDICEF (France), sont diffusés depuis cette période.

Il est ainsi aisé d'identifier dans les titres des ressources les thèmes qui couvrent les programmes et correspondent aux chapitres des manuels CIAM. Par exemple, le chapitre « Suites numériques » extrait du manuel de Terminale Sciences Mathématiques (TSM), pour la terminale C, Chapitre 13, donne trois thèmes de ressources (en gras).

1. Etude globale d'une suite numérique
1.1 Suites bornées
1.2 Suites monotones
1.3 Suites arithmétiques, suites géométriques
2. Limite d'une suite numérique
2.1 Notion de limite d'une suite
2.2 Calculs de limites
2.3 Limite d'une suite monotone
3. Compléments sur les suites
3.1 Suites définies par récurrence
3.2 Travaux dirigés (Méthode du point fixe, Méthode de Newton)

Figure 3 : Sommaire du chapitre sur les « Suites numériques », manuel CIAM TSM

[5] Benin, Burkina Faso, Burundi, Cameroun, Centre Afrique, Comores, Congo-Brazzaville, Côte d'Ivoire, Djibouti, Gabon, Guinée, Madagascar, Mali, Mauritanie, Niger, République Démocratique du Congo, Rwanda, Sénégal, Tchad, Togo.

[6] Une lecture de ces programmes et manuels au niveau du lycée permet d'établir des analogies avec les programmes français publiés en 1991.

Par ailleurs, une ressource doit satisfaire les exigences du projet PreNuM-AC avec notamment la présence d'activités pédagogiques, d'éléments didactiques relatifs à la mise en œuvre de ces activités, d'exercices interactifs. Ces exigences, discutées lors du séminaire de Paris, se déclinent, se hiérarchisent, différemment selon les équipes.

Les responsables et encadrants africains se centrent sur la structure et les contenus du cours (définitions précises des objectifs, liens avec les programmes, modélisation des types d'activités -de découverte, -de rappel, -d'institutionnalisation (*de démonstration dans ce contexte*), sur l'activité de l'élève qui doit « faire », sur l'importance de la démonstration. Ils proposent un « canevas », le canevas de Yaoundé (son origine), pour concevoir les ressources.

Les responsables français insistent sur l'importance d'une dimension épistémologique (référence à l'histoire des mathématiques), sur les apports d'une lecture d'article de recherche et sur la présence des exercices interactifs. Ils complètent le canevas de Yaoundé en précisant ces exigences.

Nous noterons que la conception de la ressource s'inscrit en principe dans un travail collaboratif : les conseils, l'accompagnement, le contrôle des professeurs de l'ENS, des inspecteurs et conseillers pédagogiques peuvent jouer un rôle important dans ce processus d'élaboration pris en charge principalement par un étudiant de l'ENS de Yaoundé (la ressource est partie intégrante de son mémoire de fin d'année).

2.3. Quelques références théoriques

Nous nous intéressons à des ressources, au produit du « travail documentaire » de futurs professeurs. Ce produit procède d'un processus « rassembler des ressources, les sélectionner, les transformer, les recomposer, les partager, les mettre en œuvre, les réviser » (Gueudet&al, pp. 13-14) que nous cherchons à mieux comprendre à partir des évolutions que vont connaître ces ressources, et particulièrement la ressource « Compléments sur les suites ».

Nous sommes aussi conduits à interroger une conception des ressources telle que l'entend Jill Adler (2010) dans le contexte africain : « ce qui ressource l'activité du professeur » en termes de ressources matérielles, humaines et culturelles ; ce travail documentaire s'inscrit en effet dans un environnement particulier (contexte d'une formation, établissement d'une collaboration, contraintes matérielles, suivi, environnement culturel).

Le travail documentaire de l'enseignant (du futur enseignant) est une composante importante de l'activité professionnelle de l'enseignant (notamment débutant). La conception de séances d'enseignement nécessite la prise en compte de contraintes telles que les objectifs d'apprentissage, les difficultés potentielles des élèves, le choix d'activités potentiellement « riches » pour les élèves, les contraintes des programmes et du milieu culturel. En lien avec le modèle de la double approche développé par Robert et Rogalski (2002), dans un contexte certes limité par les données dont nous disposons (absence d'observation des pratiques de classe, traces d'un travail en amont- des élaborations de « cours »), il nous semble envisageable de caractériser certains aspects des pratiques d'un « étudiant-enseignant ». Quel itinéraire cognitif proposer à l'élève ? Quelle prise en compte des élèves ? Quel impact des contraintes institutionnelles ? Quelle représentation (personnelle ou non?) sur l'enseignement des mathématiques ? Des réponses à ces quelques questions peuvent contribuer à nous renseigner sur certains aspects des composantes des pratiques (cognitive, médiative, sociale, institutionnelle, personnelle) d'un futur enseignant et sur son développement professionnel.

Pour analyser plus précisément ce qui relèverait des composantes cognitive et médiative des pratiques du futur enseignant, nous nous intéresserons au choix des exemples qui a été opéré dans les diverses versions de la ressource. Les travaux de Zodik et Zaslavski (2006) sur

les liens entre le choix d'exemples et l'expertise du professeur nous semblent appropriés pour apprécier chez le futur professeur une évolution dans sa manière de prendre en compte la pertinence de la tâche demandée et l'activité de l'élève.

Ce processus, ce travail documentaire que nous cherchons à mieux comprendre, renvoie donc à des analyses de deux types : l'analyse des conditions et contraintes qui pilotent l'évolution du document ; l'analyse d'un « cours » qui évolue, qui tend à se rapprocher en phase finale d'un texte de savoir (d'enseignement) conforme aux exigences des acteurs du projet (maîtres d'ouvrage), et qui peut rendre compte dans le même temps d'un changement de posture du futur enseignant (maître d'œuvre de la ressource), de son développement professionnel.

2.4. Trois étapes dans l'élaboration de la ressource

Nous résumons les deux premiers axes de réflexion proposés en atelier.

A partir des sommaires des trois versions de la ressource, d'extraits des manuels CIAM TSM (Terminale Sciences Mathématiques – terminale C) et TSE (Terminale Sciences Expérimentales – terminale D), du canevas de Yaoundé (trame réalisée par les encadrants africains pour réaliser la ressource), il s'agissait de mettre en évidence les transformations notables en termes de plans d'étude, de types d'activités et de problèmes et d'identifier les possibles origines de ces modifications.

A partir d'extraits du manuel CIAM TSM et des trois versions de la ressource relatives à la méthode du point fixe, il s'agissait ensuite de caractériser l'évolution dans la manière de présenter la méthode du point fixe et de dégager par ailleurs un « schéma » pédagogique stable.

2.4.1. Evolution du plan et des « activités pédagogiques » proposées par les concepteurs

Comme nous l'avons dit précédemment, les trois versions de cette ressource ont été produites respectivement en septembre 2012, décembre 2012 et novembre 2013. Les plans et les objectifs des différentes versions sont en annexe. Le plan du chapitre 8 « Suites numériques » du manuel CIAM de Terminale Sciences Expérimentales (TSE) est le suivant :

1. Généralités
2. Convergence
3. Suites arithmétiques et géométriques
4. Résolution de problèmes concrets (Problèmes divers – Démographie – Amortissement de capital - Remboursement de prêts bancaires)
5. TP Limite d'une suite monotone du type : $\forall n \in \mathbb{N} \qquad u_{n+1} = f(u_n)$

Figure 4 : Sommaire du chapitre sur les « Suites numériques », manuel CIAM TSE

Nous constatons que la première version, qui comporte 22 pages, est un « premier jet » calqué sur le découpage et les activités des manuels de référence CIAM (TSE et TSM). Le manuel CIAM (TSE) est utilisé de façon très importante, notamment avec la présence de la démarche de résolution de problème. Cependant, comme nous le verrons dans la partie sur l' « Etude du rôle des exemples », l'étudiant concepteur de la ressource adapte les énoncés à des pratiques sociales africaines.

Dans la deuxième version, qui comporte 30 pages, l'utilisation des manuels CIAM est toujours très forte. Cependant, cette fois, l'étudiant utilise davantage le manuel CIAM TSM (plan figure 3 page 4), ce qui a pour conséquence de faire disparaître les problèmes concrets. De plus, en examinant plus en détail le contenu, nous notons que chaque sous-partie

commence par une « activité » qui est une étude de cas, c'est à dire un exercice détaillé et résolu. Vient ensuite l'énoncé de la propriété. La démonstration rédigée n'est réalisée qu'une seule fois dans cette version. En lieu et place, il y a une « activité d'institutionnalisation » qui consiste à questionner le lecteur de la même manière que dans la première activité mais cette fois en utilisant le cas général. Les réponses à ces questions ne sont pas explicitées mais il suffit de « calquer » ce qui a été fait dans l'activité. Après cette « activité d'institutionnalisation », s'il y a des exemples d'étude ou exercices d'application, le questionnement et la résolution s'effectuent comme si la propriété n'avait pas été énoncée.

Cette deuxième version ayant été réalisée après le séminaire de Paris de novembre 2012, nous constatons également une influence de la traduction du cahier des charges par les encadrants de Yaoundé sur la nature des activités et des exemples. En effet, le canevas de Yaoundé, daté du 20 octobre 2012, indique « Transformer la preuve en activité d'institutionnalisation et concevoir une activité de découverte ou de rappel du savoir ou savoir-faire ». Dans cette deuxième version, apparaît un schéma pédagogique : activité (étude de cas), propriété, activité d'institutionnalisation (questionnement démonstratif), exemple(s) résolu(s) ou non mais sans l'utilisation de la propriété, lié(s) au canevas de Yaoundé.

La troisième version, qui comporte 55 pages, se réfère toujours aux manuels pour les pré-requis. Nous constatons des écarts avec l'organisation du manuel CIAM (TSM) en particulier pour le développement autour des méthodes et la rubrique « description de la méthode » dans le chapitre deux. Les programmes officiels sont maintenant intégrés à la ressource.

Contenu	Commentaires, Savoir, Savoir-faire
Suites récurrentes : exemples d'études de suites définies par une relation $u_{n+1} = f(u_n)$.	Des exemples d'approximation des solutions de l'équation $f(x) = 0$ seront donnés. La méthode de dichotomie et celle de Newton seront des objectifs raisonnables.

Figure 5 : Extrait du Programme HPM

Le concepteur de la ressource, en conformité avec les programmes, intègre la méthode du point fixe dans une extension, puisque seules les méthodes de dichotomie et de Newton sont des objectifs raisonnables. Le schéma pédagogique est le même que dans la deuxième version, mais en supprimant la désignation « institutionnalisation ». De nombreux exercices sont donnés à la fin mais toujours en utilisant les mêmes types de questions que dans l'étude de cas et sans utiliser les propriétés.

Dans cette troisième version, il y a une distanciation par rapport au canevas de Yaoundé (la trame rigide du canevas disparait) mais sans lien avec la pré-évaluation proposée par les évaluateurs français.

En conclusion, nous constatons que les objectifs pédagogiques spécifiques (pédagogie par objectifs) se stabilisent au cours du temps : quatre types de tâches (stables à partir de la deuxième version, par exemple […] L'élève doit être capable d'utiliser les suites numériques de type $u_{n+1} = f(u_n)$ pour déterminer une valeur approchée d'une équation de type $g(x) = 0$, par dichotomie et par la méthode de Newton.

L'accent est marqué dès la deuxième version sur les activités, ce qui donne une invariance du « schéma pédagogique » (moments d'études du cours) :

- Étude de cas introduisant la propriété
- Énoncé de la propriété
- Activités de démonstration de la propriété (dans le cas général – étapes aussi détaillées que dans l'étude de cas) (appelées activité d'institutionnalisation dans la deuxième version et simplement activité dans la troisième version)
- Exemples résolus
- Exercices d'application (non résolus)

Notons l'absence quasi-totale de démonstration, c'est-à-dire explicitement identifiée comme telle et rédigée de manière linéaire. Cependant, la présence d'exemples corrigés est un point important qui pourrait, dans la conception de l'étudiant, pallier cette absence.

Nous allons maintenant nous intéresser plus spécifiquement à la méthode du point fixe.

2.4.2. La méthode du point fixe

Comme nous venons de le voir, seules les méthodes de dichotomie et de Newton sont des objectifs raisonnables du programme. Néanmoins, la méthode du point fixe est étudiée dans le manuel CIAM (TSM) dans la partie 3.2 Travaux Dirigés (page 288) ainsi que dans les trois versions de la ressource.

Dans la première version, le concepteur de la ressource donne deux critères d'utilisation, deux exemples corrigés, puis la démarche et enfin un travail dirigé corrigé avec des questions très « directives ».

Dans la deuxième version, la méthode du point fixe est davantage développée :

- Résultats fondamentaux (activité, propriété, activité d'institutionnalisation)
- Description de la méthode
- Exemple corrigé (un des deux exercices de la version 1 mais sans l'utilisation de la propriété énoncée dans les résultats fondamentaux)
- Deux exercices d'application non corrigés mais toujours détaillés de la même manière.

Dans la troisième version, pour tenir compte du fait qu'elle n'est pas exigible, la méthode du point fixe est intégrée dans un chapitre annexe intitulé « Extension pédagogique : La méthode du point fixe ». Elle ne fait plus partie du chapitre principal intitulé « Compléments sur les suites ».

Nous retrouvons alors la même démarche que dans la deuxième version avec néanmoins des différences :

- L'activité qui introduit des résultats fondamentaux est celle du manuel CIAM (TSM) (page 288) mais l'étudiant la détaille davantage ici
- L'exemple corrigé qui suit est l'activité des résultats fondamentaux de la deuxième version
- La ressource comprend trois et non deux exercices d'application (les deux premiers identiques à la deuxième version et le troisième étant l'exercice 33 page 293 du manuel CIAM (TSM).

De plus, dans la description de la méthode, l'étudiant futur professeur ajoute la remarque suivante « La difficulté pour l'enseignement de cette méthode en classe de terminale C réside sur le choix de la fonction *f*. En effet, la fonction telle que l'équation $g(x) = 0$ soit équivalent à l'équation $f(x) = x$ ne vérifie pas toujours les propriétés de fonctions contractantes ».

En conclusion, nous constatons que la méthode du point fixe est davantage développée au cours des versions, tout en devenant une extension pédagogique à la troisième version dans la mesure où elle n'est pas exigible dans les programmes. Dans la troisième version, nous remarquons également des écarts avec l'organisation du manuel CIAM (TSM) et une remarque « plus pédagogique » concernant les difficultés pour enseigner cette méthode. Cela nous amène à notre troisième partie concernant l'étude du rôle des exemples du point de vue de l'enseignant.

3. Etude du rôle des exemples du point de vue de l'enseignant

Nous résumons le troisième et dernier axe de réflexion proposé en atelier.

Le professeur « expert » dispose d'un espace d'exemples (Bills&al, 2006) qui lui permet de planifier les exemples pertinents qu'il insère dans son cours (pertinents, parce que mettant en évidence les traits cruciaux du savoir ou du savoir-faire qu'il veut illustrer). Cet espace d'exemples est dynamique ; il prend appui sur des exemples issus des manuels, adaptés au contexte de la classe, et se développe au cours des pratiques constituant des réseaux où l'enseignant peut puiser pour illustrer en amont ou dans l'action la notion ou la méthode enjeu d'un apprentissage.

Nous cherchons dans cette étape à caractériser la manière dont les exemples sont adaptés, développés dans les ressources, et à en déduire comment le futur enseignant peut concevoir l'activité mathématique de l'élève.

3.1. Premiers exemples : problèmes "concrets" dans la version 1 de la ressource

Les premiers exemples étudiés sont des problèmes concrets proposés dans le manuel CIAM (TSE) qui influence tout particulièrement la version 1 de la ressource.

Dans le manuel, le paragraphe « Résolution de problèmes concrets » (pp.183-185) comporte trois exemples et trois problèmes corrigés visant à illustrer les étapes types de la résolution de tels problèmes, à savoir, la modélisation du problème, la résolution mathématique du problème, l'interprétation des résultats. Les exemples (petits problèmes issus de la « réalité » (tel le rebond d'une balle) mettent en évidence un recours immédiat à des suites arithmétiques et géométriques. Les trois problèmes portent sur les thèmes de la démographie, de l'amortissement d'un capital, du remboursement des prêts bancaires et sont d'un niveau de complexité un peu supérieur.

Voici l'énoncé du troisième problème :

> Monsieur ACQUAH emprunte un capital de 4 millions de francs à sa banque au taux d'intérêt annuel de 14%.
>
> Il décide de rembourser cet argent en effectuant quatre paiements annuels constants. Calculer le montant de ces paiements annuels.

Figure 6 : Troisième problème concret, manuel CIAM TSE

Dans la première version de la ressource, le futur enseignant introduit les étapes de la méthode de résolution (cf. CIAM TSE), propose deux exemples corrigés – Placement en banque avec intérêt simple – Placement en banque avec intérêt composé, et un exercice d'application non corrigé) relevant lui aussi d'un placement avec intérêt composé. Les deux exemples corrigés avec leur « habillage » sont des applications directes (suite arithmétique pour le premier, suite géométrique pour le second). Voici l'énoncé du second exercice corrigé :

Une banque d'une localité accorde à tous ceux qui y gardent leur argent, une augmentation de 5 pour cent par an de la somme en banque. Une association villageoise de la place décide d'y garder leur collecte qui s'élève à 1 000 000 Francs CFA. Combien aura-t-elle au bout de trois ans ?

Figure 7 : Deuxième exercice corrigé, première version de la ressource

Du point de vue de l'analyse de la tâche, la phase de modélisation mathématique pour l'exercice de la ressource (cf. figure 7) est évidemment beaucoup moins complexe que celle de l'énoncé du manuel (cf. figure 6). Nous pouvons faire des constats et émettre des hypothèses : en comparaison avec l'exercice du manuel, les exigences du futur enseignant, en termes d'activités mathématiques de l'élève, sont réduites ; la situation ne motive pas mathématiquement l'introduction de la notion de suite comme dans le manuel ; par contre, la modification du contexte (une situation peut-être plus simple et plus évocatrice d'une certaine réalité) peut montrer le souci de faire un lien avec des pratiques sociales plus familières aux élèves (ou au vécu du futur enseignant). La modification opérée sur l'exemple rend donc l'usage de l'outil « suite géométrique » moins pertinent, mais peut-être le souci de se mettre à la portée des élèves y est-il plus tangible …

La disparition d'exemples concrets de ce type dans les deux autres versions témoigne donc, d'une part, d'une volonté (de l'étudiant et/ou de ses encadrants) d'éliminer les problèmes relevant d'une modélisation de « phénomènes » sociaux (même plus complexes a priori), d'autre part, d'une volonté de recentrer l'activité pensée pour l'élève sur le travail des notions et méthodes purement mathématiques.

3.2. Deuxièmes exemples : introduction de la méthode du point fixe dans la troisième version de la ressource

Les deuxièmes exemples que nous étudions portent sur l'étude de cas qui introduit la méthode du point fixe dans le manuel CIAM (TSM) et conduit à l'exposition de la méthode puis aux activités proposées à ce sujet dans la dernière version de la ressource (V3).

Dans le manuel (p.288), la méthode est présentée à partir d'un exemple (étude de cas) : il s'agit de déterminer la valeur approchée à 10^{-3} près de la solution de l'équation $ln(x+3) = x$, après avoir démontré que cette équation admet une solution unique dans l'intervalle [1,2].

La résolution de l'exercice (étude de la fonction sur l'intervalle [1,2], puis étude de la suite associée) se conclut par une remarque qui dresse en deux lignes la méthode :

« Cette méthode est utilisable lorsque l'équation peut se mettre sous la forme $f(x) = x$ et si la solution cherchée appartient à un intervalle fermé K tel que : $\forall\, x \in K, |f'(x)| \leq k$ ($k \in [0,1]$) ».

Dans la troisième version de la ressource, le même exemple constitue la première activité (non corrigée) qui introduit le paragraphe « Résultats fondamentaux ». Ce paragraphe débouche alors sur une propriété -la propriété d'une suite récurrente définie à partir d'une fonction contractante définie sur un intervalle dont l'image est incluse dans cet intervalle- ; l'activité de démonstration de cette propriété restant à la charge du lecteur.

Le second paragraphe « Description de la méthode » de la ressource détaille les étapes beaucoup plus finement que dans le manuel : les contraintes pour la fonction, la méthode pour déterminer l'approximation. Une remarque (à l'adresse de l'enseignant) souligne la difficulté pour choisir une « bonne » fonction. Suit un exemple corrigé portant sur la détermination de la valeur approchée de la solution de l'équation E : $ln(x+2) - x = 0$. Notons, comme dans le manuel, la présence d'une représentation graphique non motivée par la résolution mais qui

constitue cependant une aide à la représentation de la fonction. Que montre ce changement de statut de l'exemple en dehors du développement théorique autour de la méthode elle-même (propriété des fonctions contractantes) ?

3.3. Le statut des exemples de la première à la troisième version de la ressource

Pour l'enseignant, le cheminement de l'élève ne consiste plus, comme dans le manuel, à observer, comprendre, une méthode exposée en détail sur une étude de cas (mais sans insistance sur les diverses étapes), puis à l'appliquer à des exercices dont les étapes de résolution sont beaucoup moins détaillées. Le cheminement de l'élève, si on suit la progression de la version 3, consiste d'abord (et avec éventuellement le secours de l'exemple corrigé) à parcourir de manière autonome les étapes de résolution, dégager une propriété fondamentale qu'il devra de même redémontrer dans le cas général, guidé étape par étape. L'exemple corrigé joue un rôle spécifique : il n'introduit pas la méthode, mais il peut être **à la fois** l'outil pour aborder l'activité première, la démonstration de la propriété (son analogie avec la première étude de cas) et le modèle d'une résolution type. Il n'y a plus volonté (comme dans la version 2) d'utiliser à tout prix une autre fonction que dans le manuel CIAM, mais éventuellement un simple jeu sur des variables numériques. Il y a souci de mettre l'élève en « activité », en mesure d'effectuer des tâches dont le sens lui sera en partie donné dans la propriété mise en évidence et dans la description de la méthode.

Cette mise en évidence des diverses fonctions de l'exemple peut être liée à une prise de conscience du futur enseignant quant à la richesse des enjeux pour l'élève, quant aux critères de son choix pour l'enseignant.

En conclusion, dans la première version de la ressource, le choix des exemples semble plutôt guidé par une prise en compte des élèves (situations simples et familières) aux dépens de la motivation mathématique des notions. Dans la troisième version, le choix des exemples traduit une volonté de développer, de mettre en lumière, un environnement théorique (justifiant du bien-fondé d'une méthode). On peut y déceler les indices d'un développement de l'espace exemple du futur professeur orienté plus spécifiquement vers l'élargissement d'un environnement théorique accessible à l'élève.

4. Influence des exercices en ligne sur l'enseignement dans le contexte africain

Dans le cadre du projet PreNuM-AC, la ressource doit comporter des exercices interactifs. Le serveur préconisé est WIMS (http://wims.unice.fr/wims), un serveur interactif d'exercices libre et gratuit. Ce site collaboratif est en constant développement ; il couvre notamment l'ensemble des notions abordées dans les classes de terminales scientifiques (à l'exception de certaines notions présentes dans les programmes HPM, par exemple les affinités orthogonales). Un site miroir est présent sur la page d'accueil du site du projet PreNuM-AC.

Les paramètres des énoncés des exercices WIMS sont à variables aléatoires : les élèves peuvent refaire le même exercice sans que l'énoncé soit semblable. L'enseignant peut donc élaborer des feuilles d'exercices en lien avec ses objectifs. L'élève peut s'entraîner de nombreuses fois avant de faire le choix d'être évalué (évaluation programmée et communiquée à l'enseignant). Si WIMS constitue à la fois une banque d'exercices dans laquelle le futur enseignant peut effectuer des choix en lien avec ses objectifs, c'est aussi un outil pour concevoir lui-même ses propres exercices (cette possibilité, qui exige un certain temps de formation, sera écartée dans le contexte du projet) (Cazes&Vandebrouck, 2008).

La richesse du site WIMS n'a pas été exploitée dans la ressource sur les « Compléments sur les suites ». Parmi les quatre exercices proposés, seul celui intitulé « Convergence graphique » permettant de déterminer la limite d'une suite récurrente à partir de la fonction

est adapté. Faute de temps, d'intérêt, le futur professeur et/ou ses encadrants se sont peu engagés dans cette dimension du travail.

En conclusion, les exigences précisées lors du séminaire de Paris par les responsables français du projet n'ont pas été prises en compte dans cette ressource. Nous pouvons supposer que localement, au contact des encadrants, le futur professeur s'est davantage impliqué dans la rédaction d'un cours enrichi par de nombreuses activités, inscrit dans un environnement théorique développé. Ainsi, l'évaluation de l'inspection de Yaoundé souligne la pertinence des activités pédagogiques (préparatoires à l'entrée dans les grandes écoles), la rigueur du contenu scientifique mais aussi le fait que les objectifs « ne sont pas de manière explicite conformes au programme de [nos] classes de terminale C ».

Conclusion

Nos objectifs, dans ce travail exploratoire, visaient :

- à mieux comprendre les conditions d'élaboration d'une ressource par un futur professeur dans le contexte d'un projet innovant
- à identifier, dans son travail documentaire pour concevoir cette ressource, des indicateurs d'une genèse des pratiques professionnelles ou du moins des traces de pratiques souhaitables au sein de l'institution de formation.

Cette exploration, cette étude de cas, mettent en évidence un certain nombre de constats.

Le développement de la première version de la ressource résulte d'un enrichissement tant en termes d'environnement théorique (introduction de propriétés), qu'en termes d'activités et d'exercices d'application et d'approfondissement. A partir d'un travail sur des manuels de référence, le travail documentaire conduit le futur professeur à étudier les exercices de ces manuels, à les utiliser dans son cours, à rechercher d'autres ressources (manuels et sites). L'une des contraintes du projet « faire d'un paragraphe de manuel de 3 pages, un document d'environ 50 pages » apparaît comme un motif raisonnable. Le contexte collaboratif est encore à prendre en compte : les ressources sont aussi humaines et culturelles (Adler, 2010).

Ce travail documentaire est spécifique de l'activité professionnelle de l'enseignant. Il nous renseigne, dans ce contexte particulier, sur les contraintes d'ordre cognitif, médiatif, institutionnel, social et personnel que le futur enseignant prend plus particulièrement en compte en concevant sa ressource. Si nous nous référons aux évaluations des inspecteurs de Yaoundé, la nécessité de réformer le modèle transmissif est au cœur de leurs préoccupations : nous pouvons en inférer que l'accent porté sur les activités pédagogiques et la présence (toujours après une recherche par l'élève) d'un exemple (exercice corrigé) témoigne de l'influence de cette préoccupation. Le rôle dominant de la démonstration, rarement rédigée dans le cours, mais proposée systématiquement en exercice, peut renvoyer de même aux préoccupations des professeurs d'ENS (exprimées lors du séminaire de Paris). Quoi qu'il en soit, le document final illustre la réflexion d'un futur enseignant qui possède pleinement le contenu scientifique de son cours, dispose d'une panoplie d'exemples pour illustrer les faits saillants d'une propriété ou d'une méthode. Malgré les limites précisées par les inspecteurs, la conformité du cours avec les objectifs « développés » du programme témoigne de la volonté de s'inscrire dans le cadre institutionnel.

Faute d'analyse a priori des « activités », nous ne disposons pas d'éléments relatifs à la prise en compte du travail potentiel des élèves. La comparaison entre version initiale et version finale de la ressource traduit un certain changement dans la prise en compte des élèves et du rôle d'un contexte familier : les exemples concrets, simplifiés, ont totalement disparu.

Ce travail documentaire proposé au futur professeur, dans un cadre de travail collaboratif, apparaît comme un outil très pertinent pour le développement professionnel de celui-ci. Si ce travail ne satisfait pas certaines des exigences du projet (par exemple, absence d'analyse a priori et a posteriori de séances), il offre certaines potentialités. Ainsi, le futur professeur dispose d'un cours (un traité d'exposition), structuré, complet (trop) mais qui ne prend pas en compte l'activité de l'élève.

Cette exploration soulève donc une question cruciale : un outil pour le professeur, soit ! Un outil pour l'élève ? Comment doit-il s'y prendre ?

- s'il est autodidacte ? Prendre appui sur les exemples corrigés, puis revenir aux activités ?
- s'il est en classe ? Que doit-il attendre du professeur ?

Bibliographie

Adler J. (2010), La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques. In *Ressources Vives Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (sous la direction de G. Gueudet et L. Trouche*)*, INRP, Presses Universitaires de Rennes.

Bills L., Dreyfus T., Mason J., Tsamir P., Watson A., Zaslavsky O. (2006), Exemplification in Mathematics Education. In J. Novotna (Ed.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*. Prague, Czech Republic: PME.

Cazes C., Vandebrouck F. (2008), Panorama sur les bases d'exercices en ligne. In Vandebrouck F. (coord) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants,* OCTARES, Toulouse, France.

Gueudet G., Trouche L. (2010) *Ressources Vives Le travail documentaire des professeurs en mathématiques.* INRP, Presses Universitaires de Rennes.

Robert A., Rogalski J. (2002), Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l'Enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2, 4, 505-528.

Zodik I., Zaslavsky O. (2006), Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom, *Educ Stud Math (2008) 69: 165-182*, Springer.

Manuel TSM (Terminale Sciences Mathématiques – terminale C), Collection Inter-Africaine de Mathématiques (CIAM), édités chez EDICEF (France).

Manuel TSE (Terminale Sciences Expérimentales – terminale D), Collection Inter-Africaine de Mathématiques (CIAM), édités chez EDICEF (France).

Annexe : Plans et objectifs des différentes versions

Plan de la version V1 :

1. Introduction
2. Étude d'une suite (u_n) telle que $u_0 = a$ et $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} = f(u_n)$, où a est un réel et f une fonction continue sur une intervalle
3. Application aux problèmes concrets
4. Exercices

Objectifs de la version V1 :

1. Appliquer les suites récurrentes à un terme pour rechercher la valeur approchée de la solution d'une équation par les méthodes du point fixe, de Newton et par dichotomie
2. Étudier les suites du type $u_{n+1} = u_n + an + b$
3. Appliquer les suites arithmétiques ou géométriques à la résolution de problèmes relevant de phénomènes aussi variés que le placement en banque avec intérêt simple et le placement en banque avec intérêt composé

Plan de la version V2 :

1. Dénomination de la ressource et des contributeurs
2. Objectifs pédagogiques spécifiques
3. Liens avec les autres parties du programme
4. Introduction
5. Étude de la convergence et de la limite des suites récurrentes du type $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est une fonction satisfaisant à certaines conditions
6. Utilisation des suites numériques du type $u_{n+1} = f(u_n)$ pour déterminer la valeur approchée de la solution d'une équation du type $f(x) = 0$ par la méthode du point fixe
7. Utilisation des suites numériques du type $u_{n+1} = f(u_n)$ pour déterminer la valeur approchée de la solution d'une équation du type $f(x) = 0$ par la méthode de Newton
8. Utilisation des suites numériques du type $u_{n+1} = f(u_n)$ pour déterminer la valeur approchée de la solution d'une équation du type $f(x) = 0$ par dichotomie

Objectifs de la version V2 :

1. Étudier la convergence et déterminer la limite des suites récurrentes du type $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est une fonction satisfaisant à certaines conditions
2. Utiliser les suites numériques du type $u_{n+1} = f(u_n)$ pour déterminer la valeur approchée de la solution d'une équation du type $f(x) = 0$ par la méthode du point fixe
3. Utiliser les suites numériques du type $u_{n+1} = f(u_n)$ pour déterminer la valeur approchée de la solution d'une équation du type $f(x) = 0$ par la méthode de Newton
4. Utiliser les suites numériques du type $u_{n+1} = f(u_n)$ pour déterminer la valeur approchée de la solution d'une équation du type $f(x) = 0$ par dichotomie

Plan de la version V3 :

Introduction générale

Chapitre principal : Cours sur les suites numériques récurrentes en Terminales C et E

1. Présentation (avec les objectifs pédagogiques spécifiques et le programme officiel relatif aux compléments sur les suites)
2. Introduction
3. Convergences des suites récurrentes
4. Utilisation des suites numériques
5. Exercices du type $u_{n+1} = f(u_n)$ pour déterminer la valeur approchée de la solution d'une équation par la méthode de Newton
6. Utilisation des suites numériques pour déterminer la valeur approchée de la solution d'une équation par dichotomie

Chapitre annexe : Extension pédagogique : la méthode du point fixe

1. Résultats fondamentaux
2. Description de la méthode
3. Exemple
4. Exercices d'application

Les objectifs de la version V3 sont identiques à ceux de la version V2