

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015



PROJET D'INNOVATION AU CAMEROUN ET DEVELOPPEMENT PROFESSIONNEL

Carole BAHEUX* – Marie-Pierre GALISSON** – Françoise CHENEVOTOT*** – Jean-
Michel GELIS****

Résumé – Notre étude porte sur le processus de conception d'une ressource par un futur enseignant camerounais. Ce processus s'inscrit dans le cadre d'un projet d'innovation franco-africain. Il repose sur le travail collaboratif d'étudiants et de formateurs camerounais et français. Nos objectifs consistent à identifier, d'une part, les ressources mobilisées et leurs effets sur le document-ressource produit, d'autre part, des traces de développement professionnel chez le futur enseignant et des éléments innovants pour la formation initiale.

Mots-clés : innovation, conception de ressources, enquête documentaire, développement professionnel, formation initiale.

Abstract – Our study focuses on the design process of a resource by a Cameroonian student-teacher. This process is part of a Franco-African innovation project. It is based on the collaborative work of students and Cameroonian and French trainers. Our objectives are to identify, on the one hand, the resources mobilized and their effects on the resource-document produced, on the other hand, traces of professional development of the student-teacher and innovative new features for initial training.

Key words: innovation, resource design, documentary investigation, professional development, initial training.

Dans cette contribution, nous analysons un processus de conception de documents-ressources destinés à être mis en ligne dans le cadre d'un projet d'innovation au Cameroun. Ce processus repose sur la collaboration d'acteurs de statuts institutionnels et de cultures variés. A ce titre, notre étude s'inscrit dans le premier pôle de questionnement du groupe, à savoir la conception de ressources.

* Laboratoire de Mathématiques de Lens – Université d'Artois – France – carole.baheux@univ-artois.fr

** Laboratoire André Revuz – Université Paris Diderot – ESPE Lille Nord de France – France – mpgalisson@espe-lnf.fr

*** Laboratoire André Revuz – Université Paris Diderot – ESPE Lille Nord de France – France – francoise.chenevotot@espe-lnf.fr

**** Laboratoire Ecole, Mutation, Apprentissages – Université de Cergy-Pontoise – France – jean-michel.gelis@u-cergy.fr

La genèse des documents-ressources produits par des collectifs (étudiants-professeurs encadrés par des professeurs, des inspecteurs, des universitaires), est un indicateur de développement des étudiants-professeurs, futurs professeurs. Nous ne cherchons pas à appréhender des traces de développement à travers l'impact de ces documents-ressources sur l'évolution de leurs pratiques car nous n'y avons pas accès mais à travers l'évolution d'un document conçu comme une ressource pour l'enseignant. Nous adoptons la définition de ressource proposée par Adler : tout ce qui est susceptible de re-sourcer ce travail (Adler 2010). Ainsi, dans ce contexte limité de la conception d'un document-ressource pour l'étude d'un thème de savoir mathématique, nous cherchons à identifier en quoi et comment ce type de ressource témoigne d'un développement professionnel. Nous rejoignons ainsi le questionnement issu du troisième pôle de réflexion du groupe : le développement professionnel.

Ce projet d'innovation repose sur un partenariat entre institutions camerounaises et françaises et vise à améliorer la formation scientifique des élèves aux niveaux des classes de terminales. C'est pourquoi il convient de prendre particulièrement en compte l'influence des contextes culturels, des exigences épistémologiques et pédagogiques des acteurs dans ce processus de conception de ressources dont l'adaptabilité est un enjeu crucial.

Dans cet article, nos objectifs consistent à apporter des éléments de réponse aux questions suivantes. Comment le document-ressource se constitue-t-il ? A partir de quelles ressources ? Comment le document-ressource évolue-t-il ? Cette évolution traduit-elle des traces de développement professionnel chez les futurs enseignants ?

I. LE PROJET

Le projet PReNuM-AC¹ « Production de Ressources Numériques pour l'enseignement des Mathématiques en Afrique Centrale » part du constat que l'isolement des professeurs de mathématiques (en particulier dans le secondaire) est un écueil en Afrique Centrale Francophone. Il y a des besoins en termes d'outils pédagogiques pour le travail mathématique des élèves en classe et hors classe, mais des outils adaptés au contexte de l'Afrique centrale (classes à fort effectif, nécessité de ressources pour le travail hors classe...) (Touré 2002, Traoré & Barry 2007). Il y a des besoins en termes de formation des enseignants de mathématiques tant dans leur discipline que dans la didactique de cette discipline.

Par ailleurs, des opportunités existent : (1) les TIC pour l'enseignement des mathématiques et le développement de l'Internet pour le travail collaboratif et la mise à disposition de ressources ; (2) l'existence d'une langue commune, le français, du curriculum Harmonisation des Programmes de Mathématiques (HPM) dans vingt pays² pour le secondaire, les manuels de la Collection InterAfricaine de Mathématiques (CIAM) ; (3) un travail en commun au niveau universitaire dans les pays de la Communauté Economique et Monétaire d'Afrique Centrale (CEMAC) pour la mise en place d'un LMD (Licence Master Doctorat) intra-communautaire ; (4) la volonté d'organismes universitaires en France de contribuer à l'amélioration de l'enseignement des mathématiques en Afrique Centrale Francophone et au développement de la didactique de cette discipline à partir de projets adaptés au contexte.

Ce projet vise à favoriser l'articulation entre le secondaire et le supérieur en fournissant des outils pédagogiques aux enseignants des classes de terminales scientifiques : le cahier des charges du projet stipule que les documents-ressources sont constitués de cours, de bases

¹ <http://prenum-ac.org>

Les documents-ressources sont visibles à l'adresse précédente à la rubrique « Ressources Travaux Etudiants ».

² Bénin, Burkina Faso, Burundi, Cameroun, Centrafrique, Comores, Congo-Brazzaville, Côte d'Ivoire, Djibouti, Gabon, Guinée, Madagascar, Mali, Mauritanie, Niger, République Démocratique du Congo, Rwanda, Sénégal, Tchad, Togo

d'exercices, de documents d'évaluation ainsi que d'éléments didactiques relatifs à la mise en œuvre. Le projet s'inscrit dans le cadre d'un partenariat entre l'Université Paris Diderot avec le LDAR³ et l'IREM⁴ de Paris, les Ecoles Normales Supérieures (ENS) de Yaoundé (Cameroun) et de Brazzaville (République du Congo). Initié en novembre 2011, ce projet, financé par le Fonds francophone des Inforoutes, s'est terminé en janvier 2015⁵.

Les 80 documents-ressources prévus, qui couvrent les programmes de terminale C et D en grande partie communs au Cameroun et au Congo, sont élaborés par des étudiants des deux ENS, futurs enseignants de mathématiques ; chaque étudiant est encadré par une équipe composée d'un professeur d'ENS, d'un conseiller pédagogique, d'un professeur de lycée et d'un inspecteur. Le suivi et le développement du document-ressource engagent l'équipe ; les rencontres, les réunions par « pools » thématiques et les échanges par mails rendent compte de ce travail collaboratif. Par ailleurs, au Cameroun, le document-ressource est une composante du mémoire de fin de formation. La production des documents-ressources s'effectue selon deux vagues. Nous limiterons notre étude à la production de la première vague des documents-ressources au Cameroun qui a mobilisé 28 étudiants.

Leur élaboration comprend deux phases. La première phase donne lieu à une pré-évaluation produite par un membre du comité d'experts français (enseignants de l'IREM de Paris et du LDAR). Le document-ressource est alors à nouveau travaillé par l'étudiant - encadré par son équipe - durant la deuxième phase qui se termine par l'évaluation finale du document-ressource conduite par des comités d'experts constitués d'inspecteurs du Cameroun et du Congo-Brazzaville, d'enseignants de l'IREM de Paris et du LDAR (figure 1).

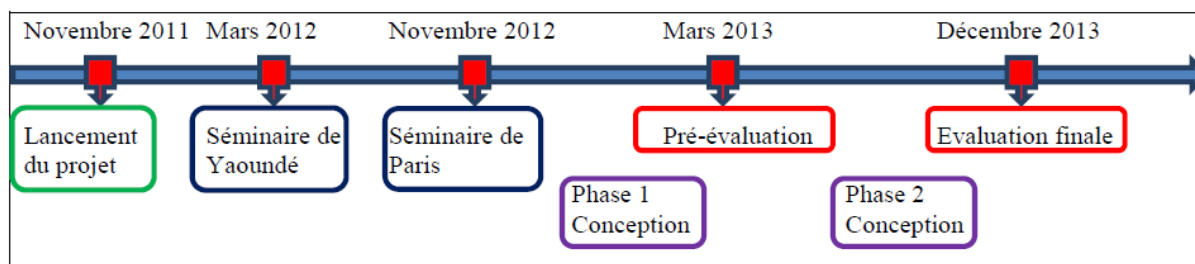


Figure 1 - Déroulement du projet pour la première vague

Le projet PReNuM-AC veut également contribuer à la formation des enseignants à la didactique et aux usages des TICE. La sensibilisation à la didactique des mathématiques et aux TICE des participants au projet est mise en œuvre au cours de séminaires. Le séminaire de Yaoundé (mars 2012), dédié aux étudiants et encadrants, a trois objectifs : une approche de la didactique, l'utilisation de la plateforme numérique WIMS⁶ et la conception des documents-ressources. Le séminaire de Paris (novembre 2012), destiné aux encadrants, a pour enjeu de favoriser la concertation entre les différents participants du projet (en France, au Cameroun, au Congo-Brazzaville) sur l'avancement des documents-ressources et d'enrichir les apports en didactique des mathématiques.

³ Laboratoire de Didactique André Revuz

⁴ Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

⁵ Les professeurs Lagrange (LDAR) et Foupouagnigni (ENS Yaoundé) ont principalement œuvré à la mise en place du projet et ont été rejoints par B.Denys (IREM Paris)

⁶ www Interactive Multipurpose Server

II. REFERENCES THEORIQUES

1. *Conceptualisation des ressources (Adler 2010)*

Le dispositif de conception du document-ressource que nous suivons s'inscrit dans une formation dans laquelle le concepteur (futur enseignant) devra, si nous nous référons à la catégorisation d'Adler (2010), s'appuyer sur des ressources humaines (les connaissances mathématiques et professionnelles du futur professeur), des ressources matérielles (les manuels, les outils technologiques), des ressources culturelles (les connaissances, les pratiques sociales de l'élève, le temps dévolu à l'enseignement). En tant qu'enseignant débutant, dans ce contexte de formation, les ressources dont il pourra s'emparer proviendront non seulement de sa formation universitaire et de ses recherches documentaires personnelles (traités, manuels, sites web) mais aussi d'un travail collaboratif (un collectif d'étudiants, de formateurs, de professeurs, d'inspecteurs, d'universitaires). La conception du document final (outil pour re-sourcer des pratiques à venir) s'inscrit dans la dynamique d'un travail documentaire qui tend à collecter, transformer, réviser des ressources, dont nous pouvons identifier les "sources" dans ce cadre élargi "des ressources".

L'évolution du document (à défaut d'éléments sur son usage en classe) révèle des transformations dans la conception de la pratique des mathématiques scolaires. L'hybridation, telle que l'entend Adler, est un caractère spécifique de ces pratiques mathématiques scolaires. Les contenus mathématiques sont hybrides parce qu'ils articulent savoir mathématique et mise en contexte ; les pratiques sont hybrides parce qu'elles sous-tendent des pédagogies tantôt centrées sur l'élève, tantôt centrées sur l'enseignant. Dans notre étude, les contenus mathématiques (à travers la recontextualisation des mathématiques par le jeu des exemples proposés) et les pratiques (implicites à travers les stratégies pédagogiques suggérées) peuvent relever de ce modèle. L'hybridation est un outil d'analyse qui, dans cette étude limitée, permet d'identifier des modifications dans la conception de la pratique des mathématiques scolaires chez un futur enseignant.

2. *Enquête documentaire (Margolinas & Wozniak 2010)*

Nous considérerons la conception du document-ressource comme une réponse à une injonction de la formation, à une évaluation de compétences car elle constitue une composante du mémoire professionnel de l'étudiant. Mais elle est aussi une réponse au problème professionnel de tout enseignant : préparer son cours. Il s'agit pour le futur enseignant d'organiser l'étude d'un thème de savoir : élaborer une organisation praxéologique (Chevallard 1999, 2002) (identifier et choisir un type de tâches, construire les techniques et l'environnement technologico-théorique pour effectuer ces tâches et justifier de ces techniques). Le concepteur du document-ressource doit donc mettre en œuvre une enquête documentaire, explorer une diversité de documents, étudier les réponses déjà apportées pour élaborer la sienne. Il faut noter, comme le signale le descriptif du projet, la présence d'un ensemble de documents plus ou moins explicitement prescrits : les programmes HPM et les manuels CIAM. Pour l'enseignant débutant, ces documents se présentent comme le document générateur, ressource qui donnera naissance au document final (le document-ressource du projet).

L'enquête documentaire, au cœur de la production, engage le futur enseignant dans l'exploration d'une discipline qui est un construit historique et culturel référant à divers niveaux de réalité (la Pédagogie, l'Ecole, la Société) - les niveaux de co-détermination didactiques (Chevallard 2002). Au niveau de la discipline, le concepteur doit prendre en compte les programmes, les textes de savoir à enseigner (documentation officielle et officieuse) et leurs liens avec les savoirs académiques (formation universitaire). Au niveau de la pédagogie, il

doit se conformer aux attentes des formateurs. D'autres niveaux de réalité, la Société et sa vision d'un processus d'acculturation mathématique, l'École et l'ordinaire des pratiques enseignantes, interfèrent dans le processus de cette enquête. Le caractère marquant de ce projet est que l'existence, l'influence de ces niveaux de réalité, sont en partie identifiables au cours du temps (origines des ressources mises à profit notamment au cours du travail collaboratif). Il semble envisageable de dégager à partir de cette enquête des éléments pour caractériser un dispositif de formation novateur.

3. *Les exemples (Zodik&Zaslavsky 2008)*

Les documents-ressources produits dans le projet comportent des exemples dont la nature et le rôle se modifient au cours des versions. C'est la raison pour laquelle nous les étudions comme des indicateurs d'un potentiel développement professionnel en nous référant en partie aux travaux sur ce sujet.

Outil pour définir des concepts, généraliser ou pour donner sens à des notions abstraites, la notion d'exemple couvre un large champ qui comprend aussi les activités préparatoires, les applications... Omniprésents dans les manuels et en classe, les exemples sont aussi objets de médiation entre l'élève et des concepts ou des techniques. Le rôle des exemples dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques a fait l'objet de nombreuses études : citons par exemple Bills&al (2006), Watson&Mason (2005), Goldenberg&Mason (2008) dont les travaux visent à fonder un cadre théorique « l'espace d'exemple ». Dynamique, évolutif, l'espace d'exemples traduit la capacité du sujet à produire des classes d'objets mathématiques. Du côté de l'élève, il témoigne de processus de conceptualisation ; du côté de l'enseignant, il rend compte de l'expertise de l'enseignant. L'espace d'exemples du professeur chevronné lui permet de choisir un exemple pertinent (les aspects saillants de la notion sont présents et adaptés au moment de l'étude) qu'il soit planifié (dans un cours), ou spontané (dans l'action en classe) ; les sources de cet espace sont issues des manuels et de la pratique (liée ici au travail collaboratif). En nous référant aux travaux de Zodik&Zaslavsky (2008) et en les adaptant au contexte de notre étude, il apparaît pertinent (dans le cadre limité des exemples planifiés du document écrit) d'utiliser des qualités retenues par les auteurs pour caractériser les « bons exemples » : leur pertinence mathématique, le fait qu'ils prennent en compte les erreurs potentielles des élèves, le fait qu'ils mettent en évidence des aspects cruciaux, leur efficacité et leur économie.

Bien que les exemples ne constituent qu'une composante limitée de l'activité mathématique de l'enseignant, ils peuvent traduire des traces d'évolution de pratique dans notre étude exploratoire.

III. CONCEPTION DU DOCUMENT-RESSOURCE « COMPLEMENTS SUR LES SUITES »

1. *Une élaboration en trois étapes*

Le choix de ce document-ressource se justifie pour plusieurs raisons : il constitue l'objet de la réflexion des encadrants sur ce que doit être un document-ressource lors du séminaire de Paris (novembre 2012) ; il est construit par un étudiant qui travaille manifestement⁷ en lien avec ses encadrants. Ce document-ressource est destiné aux terminales D.

Pour enseigner ce thème, un enseignant Camerounais peut se référer à trois sources.

⁷ Fiche personnelle d'évolution de son projet, réponse à un questionnaire

- Les programmes officiels du Cameroun (figure 2) proposent un programme d'analyse commun en C et en D.

Contenu	Commentaires, Savoir, Savoir-faire
Suites récurrentes : exemples d'études de suites définies par une relation $u_{n+1} = f(u_n)$.	Des exemples d'approximation des solutions de l'équation $f(x) = 0$ seront donnés. La méthode de dichotomie et celle de Newton seront des objectifs raisonnables.

Figure 2 - Extrait du programme camerounais

- Le programme HPM (source <http://maths.educamer.org>) évoque les méthodes du point fixe et de Newton en TSM⁸ (équivalent Terminale C), la notion de point fixe en TSE⁹ (équivalent terminale D).
- Les manuels CIAM (notamment celui de TSM) avec le chapitre « Suites numériques » (figure 3).

3. Compléments sur les suites
3.1 Suites définies par récurrence
3.2 Travaux dirigés (Méthode du point fixe, Méthode de Newton)

Figure 3 - Extrait du manuel CIAM TSM

Nous disposons de trois versions successives pour ce document-ressource (V1 de septembre 2012, V2 de décembre 2012 et V3 de novembre 2013). Pour chacune d'entre elles, nous cherchons d'abord les traces des ressources utilisées dans le document-ressource. Dans un second temps, nous étudions l'organisation du document-ressource et les effets de la prise en compte de nouvelles ressources. Enfin, nous cherchons à caractériser la manière dont les exemples sont adaptés, développés et à préciser en quoi ils rendent compte des questions professionnelles que se pose le futur enseignant : comment il adapte ses réponses et développe sa représentation de l'activité mathématique de l'élève.

2. La version élaborée en septembre 2012

Ressources utilisées dans le document-ressource

Dans cette première version, l'auteur cite trois références : les manuels CIAM TSM et TSE et une adresse URL¹⁰.

Il dispose du cahier des charges du projet qui lui indique qu'un document-ressource correspond à un chapitre de cours et doit être constitué d'un cours détaillé comprenant objectif du chapitre, place dans le programme, pré-requis, schéma pédagogique, déroulement (avec durée), activité pour le maître, activité pour l'élève. Il doit comprendre deux temps d'activités (exposition d'une notion, travail sur une méthode), des objectifs spécifiques, des éléments de

⁸ Terminale Sciences Mathématiques

⁹ Terminale Sciences Expérimentales

¹⁰ <http://www.prepacom.net/archive/math/TD/enonces/suites/outils.pdf>

Éléments de cours et techniques pour étudier les suites arithmético-géométriques et suites récurrentes linéaires.

mise en œuvre. Il doit encore proposer une feuille d'environ 30 exercices WIMS (collectés sur le site ou modifiés) classés selon leurs objectifs pédagogiques pour l'élève (maîtrise des cours de terminale, approfondissement pour l'enseignement supérieur...).

Le séminaire de Yaoundé de mars 2012 l'a sensibilisé, tout comme ses encadrants, à des outils issus de la didactique, à l'usage de certains logiciels et de la plate-forme WIMS. Durant cette première période, le travail collaboratif est axé sur l'organisation du cours et sur les activités pédagogiques pour l'élève. Les apports du séminaire et de ce travail collaboratif constituent aussi des ressources.

Organisation du document-ressource

Ces ressources conduisent à une première version de 22 pages fortement inspirée par les manuels CIAM.

La première partie reprend le contenu du manuel CIAM TSM :

Etude d'une suite (u_n) telle que $u_0 = a$ et pour tout n entier, $u_{n+1} = f(u_n)$, où a est un réel et f une fonction continue. Application à la détermination d'une valeur approchée de la solution d'une équation $g(x) = 0$.

La seconde partie reprend les travaux pratiques du manuel CIAM TSE :

Application aux problèmes concrets.

Cette version possède encore les caractéristiques des manuels :

- Une seule propriété démontrée (TSM) :

Soit (u_n) dont le terme général vérifie $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est une fonction. Si (u_n) converge vers l et si f est continue en l , alors $f(l) = l$.

- Deux méthodes institutionnalisées (méthode du point fixe TSM), démarche de résolution pour les problèmes concrets TSE). En dehors d'une activité sans solution, les 9 activités ou exemples sont corrigés, comme dans les manuels. Le document-ressource propose encore 6 exercices non corrigés extraits ou inspirés des manuels CIAM.

Dans les manuels, les notions ou méthodes sont introduites par des exemples corrigés. Les techniques (au sens de Chevillard 2002) de résolution sont fournies et suivies par des exercices corrigés. Le document-ressource respecte cette caractéristique mais la touche du concepteur s'exprime dans le fait que les exemples n'ont pas été extraits tels quels des manuels. Le concepteur modifie les variables des situations proposées (fonction, intervalle de définition) : cette dimension témoigne de ses recherches dans les exercices non corrigés du manuel. Plus encore, des problèmes concrets (problèmes d'amortissement de capital, de remboursement) sont construits par l'auteur, en appui sur un contexte qui se veut familier. La recontextualisation des notions en jeu, la prise en compte d'une approche active de l'activité de l'élève (même très étayée et inspirée des manuels) traduit la volonté de l'auteur d'adapter les contenus à l'élève tout en lui laissant une autonomie pour construire ses apprentissages (amorce d'une pédagogie centrée sur l'élève).

Adaptation des exemples

Dans le manuel CIAM TSE, le paragraphe « Résolution de problèmes concrets » comporte trois exemples et trois problèmes corrigés visant à illustrer les étapes types de la résolution de tels problèmes, à savoir, modélisation du problème, résolution mathématique du problème, interprétation des résultats. Les exemples mettent en évidence un recours à des suites arithmétiques et géométriques, les problèmes portent sur les thèmes de la démographie, de l'amortissement d'un capital, du remboursement des prêts bancaires.

Dans le document-ressource, le futur enseignant introduit les étapes de résolution (cf. CIAM TSE), propose deux exemples corrigés (placement en banque avec intérêt simple, avec intérêt composé) et un exercice d'application (placement avec intérêt composé). Voici l'énoncé du second exemple :

Une banque d'une localité accorde à tous ceux qui y gardent leur argent, une augmentation de 5 pour cent par an de la somme en banque. Une association villageoise de la place décide d'y garder leur collecte qui s'élève à 1 000 000 Francs CFA. Combien aura-t-elle au bout de trois ans ?

Du point de vue de l'analyse de la tâche, la phase de modélisation est plus pauvre que dans l'énoncé du manuel. Les exigences du futur enseignant en termes d'activités mathématiques de l'élève sont réduites, comparées à celles du manuel. Par contre la modification du contexte (une situation plus simple et plus évocatrice d'une certaine réalité) peut montrer le souci de faire un lien avec des pratiques sociales familières aux élèves (ou au vécu du futur enseignant). La modification des exemples rend donc l'usage de l'outil « suite géométrique » moins pertinent (au sens de Zodik&Zaslavski 2008) mais peut-être le souci de se mettre à la portée des élèves y est-il plus tangible (une pédagogie centrée sur l'élève, Adler 2010).

3. *La version élaborée en décembre 2012*

Ressources utilisées dans le document-ressource

Le travail collaboratif conduit plus ou moins implicitement chaque acteur à prendre en charge une tâche spécifique. Les inspecteurs prennent en compte les programmes et leurs objectifs ; les professeurs de lycée s'occupent de la question des activités pédagogiques pour l'élève ; les professeurs des ENS s'avèrent les garants de la scientificité des contenus.

Les non-dits du cahier des charges en termes d'objectifs et d'activités conduisent à la production d'un nouveau document de cadrage, un « canevas » tel que le dénomment les encadrants camerounais, lors du séminaire de Paris (novembre 2012). Pour ces derniers, ce canevas est la réponse à des besoins exprimés par les équipes : définir la notion d'objectifs spécifiques qui détermineront l'organisation du chapitre, concevoir des activités pédagogiques pour l'élève en fonction de leur place dans le déroulement de l'étude. Ainsi, le canevas propose des exemples d'activités de découverte (savoir ou savoir-faire), de rappel et « d'institutionnalisation ». Cette dernière activité (cf annexe) qui « doit permettre à l'élève de démontrer si nécessaire » est induite par une suite de tâches qui guide l'élève (charge à l'élève d'utiliser les techniques pour effectuer ces tâches). Très présente dans le document-ressource sous la désignation « activité d'institutionnalisation », nous la désignerons dans la suite par « activité de démonstration » pour la distinguer d'une démonstration classique prise en charge par l'enseignant. Les responsables français du projet complètent ce canevas par deux demandes : la fiche de lecture d'un article didactique en lien avec le thème du document-ressource (fourni par l'évaluateur), des analyses a priori et a posteriori.

Après le séminaire de Paris, une nouvelle version du document-ressource est écrite. Elle comporte 30 pages et une nouvelle ressource URL¹¹. Cette référence pourrait témoigner d'un questionnement en articulation avec les enjeux d'une formation mathématique post-bac. Les sources des exemples et des exercices se sont diversifiées et ne relèvent plus seulement des manuels CIAM. L'étudiant s'est appuyé sur le canevas. L'enrichissement des ressources mobilisées a un effet sur le document-ressource.

¹¹ <http://mfritz.perso.sfr.fr/cours/>

Cours en ligne d'un professeur de lycée français qui enseigne en classe préparatoire économique et commerciale.

Baheux C., Galisson MP., Chenevotot F., Gélis JM. (2015) Projet d'innovation au Cameroun et développement professionnel, Actes EMF2015 – GT6.

Organisation du document-ressource

Le sommaire et le contenu du document-ressource montrent un nouveau découpage. La définition de quatre objectifs spécifiques déterminent quatre sous-parties : (1) Etude de la convergence et de la limite des suites récurrentes du type $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction satisfaisant certaines conditions ; (2) Utilisation des suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$ pour déterminer la valeur approchée d'une équation par la méthode du point fixe ; (3) par la méthode de Newton ; (4) par dichotomie. Suit une rubrique « Exercices ». Chacune des quatre sous-parties comprend en amont un paragraphe dédié aux résultats fondamentaux¹².

La première sous-partie commence par des pré-requis listés précisément (par exemple, théorèmes des valeurs intermédiaires, des accroissements finis) qui font l'objet d'un test (non corrigé). Dans les résultats fondamentaux, la propriété démontrée dans la version 1 est, cette fois, proposée avec une preuve de type « activité de démonstration » corrigée.

Le cours s'est enrichi d'un point de vue théorique et au niveau de la visibilité des résultats importants. L'architecture du document-ressource emprunte encore beaucoup au manuel CIAM (TSM) mais ne fait plus référence aux problèmes concrets (CIAM TSE), ce qui peut témoigner d'une volonté de l'étudiant et/ou de ses encadrants d'éliminer les problèmes relevant d'une modélisation de « phénomènes » sociaux (même plus complexes) ou plutôt du désir de recentrer l'activité de l'élève sur le travail des notions et méthodes purement mathématiques. L'organisation de chacune des sous-parties relève d'un même « schéma pédagogique » :

1. Une activité introductive qui est un exercice détaillé et non résolu et l'énoncé de la propriété introduite par l'activité ;
2. Une activité de démonstration qui consiste à questionner le lecteur de la même manière que dans la première activité mais cette fois dans le cas général ;
3. Des exemples avec solutions qui reprennent la trame du questionnement comme si la propriété n'avait pas été énoncée ;
4. Des exercices d'application non corrigés.

La description développée des méthodes (point fixe, etc...) est suivie par un exemple très détaillé (mobilisant la référence aux résultats fondamentaux). Chaque méthode donne lieu à deux exercices d'application non corrigés. La rubrique finale « Exercices » compte seulement deux exercices.

Adaptation des exemples

Le document-ressource comprend donc neuf activités introductives sans les solutions qui permettent de dégager neuf propriétés et neuf activités de démonstration relatives à ces propriétés. Il propose aussi six exemples corrigés (étude de convergence, détermination de limites, utilisation des méthodes) et neuf exercices d'application non corrigés. Le traitement des exemples témoigne du souci du concepteur de ne pas reprendre des exemples tirés explicitement des manuels. Un jeu sur les variables personnalise les exemples proposés, signe d'un travail d'adaptation et de prise en compte du rôle structurant des exemples (Zodik&Zaslavski 2008).

Ce document-ressource se particularise par son organisation réglée, la place accordée aux « activités de démonstration ». Les contenus mettent en évidence la présence d'un environnement théorique (les résultats fondamentaux, les propriétés) qui peut témoigner du souci de

¹² Notions, propriétés qui vont justifier des techniques.

justifier les techniques mobilisées dans les exercices, de construire des organisations mathématiques autour d'un type de tâches (Chevallard 2002). Le document conçoit des activités pour l'élève (référence au canevas) qui dénotent d'une pédagogie centrée sur l'élève.

4. *La version finalisée en novembre 2013*

Ressources utilisées dans le document-ressource

La version précédente a fait l'objet d'une pré-évaluation dont l'objectif était d'évaluer sa conformité au cahier des charges du projet. Cette pré-évaluation souligne la pertinence des exemples et exercices en lien avec les attentes de l'enseignement supérieur. Elle révèle aussi des manques, à savoir, quelques erreurs, une liste de pré-requis limitée, l'absence de devoirs corrigés, d'une feuille d'exercices WIMS, d'éléments relatifs à la mise en œuvre du document-ressource. Cette pré-évaluation peut être considérée comme une nouvelle ressource.

Cette troisième version de 55 pages propose des références plus nombreuses : 9 dont 4 sont des manuels de terminale (comprenant les 2 CIAM), 5 des adresses URL (donc trois nouvelles)¹³ proposant des cours, des exercices des annales de baccalauréat français. Ces ressources sont notamment mobilisées pour enrichir la rubrique dédiée aux exercices de fin de chapitre.

Organisation du document-ressource

Cette version se réfère explicitement aux manuels CIAM pour la liste des pré-requis qui est élargie. L'organisation du cours s'est modifiée : les méthodes sont développées dans le cadre des programmes officiels (extrait présent dans le document-ressource). Le concepteur intègre la méthode du point fixe dans une extension puisque seules les méthodes de dichotomie et de Newton sont des objectifs raisonnables. Le concepteur reprend textuellement l'exemple du manuel CIAM (TSM) relatif à la méthode du point fixe mais il en développe la description et ajoute une remarque à l'adresse du professeur :

La difficulté pour l'enseignement de cette méthode en classe de terminale C réside sur le choix de la fonction f . En effet, la fonction f telle que l'équation $g(x) = 0$ soit équivalent à l'équation $f(x) = x$ ne vérifie pas toujours les propriétés de fonctions contractantes.

Le schéma pédagogique est le même que dans la deuxième version, mais la désignation « activité d'institutionnalisation » a disparu. Cette version montre le souci du concepteur de structurer son cours. Par exemple, le concepteur a réalisé un organigramme modélisant une méthodologie pour étudier la convergence d'une suite définie par récurrence. Des remarques explicitent plus précisément les contraposées de certaines propriétés, les distinctions entre conditions nécessaires et suffisantes, en les étayant par des exemples. La solution de l'une des activités de démonstration relative à l'application de la méthode de Newton est rédigée (elle était absente de la version 2). Ces éléments peuvent témoigner de la prise en compte des difficultés potentielles des élèves.

Parmi les 64 activités proposées à l'élève, 7 sont corrigées (dont 6 exemples). Cette répartition peut témoigner du souci de rendre l'élève acteur de son apprentissage et de fournir parallèlement des exemples peu nombreux mais cruciaux pour l'apprentissage. Les nombreux exercices (29 au total), donnés à la fin du chapitre, illustrent encore une enquête documentaire élargie.

¹³ <http://mangeard.maths.free.fr/Terminale/S/exos-suites-numeriques>
<http://megamaths.perso.neuf.fr/Demoulin-Recueilannalessuites>
http://mathematiques.daval.free.fr/spip.php?page=site&id_syndic=42

L'évolution des contenus et des stratégies pédagogiques « implicites » traduit le développement d'un environnement théorique au détriment d'une approche plus contextualisée. Notons par exemple la présence nouvelle d'une propriété et de sa « démonstration » (la seule du document) : « Toute fonction contractante admet au maximum un seul point fixe ». Le cheminement cognitif de l'élève, très balisé (schéma pédagogique) suggère un apprentissage par « imprégnation », une stratégie pédagogique centrée sur l'élève mais qui prend cette fois en compte certaines difficultés (pour l'élève, pour l'enseignant).

Ce document-ressource final, en lien avec les exigences des pré-évaluateurs, comporte une feuille WIMS de 4 exercices (3 non pertinents). Le travail documentaire du concepteur s'est davantage axé sur le cours et les activités pour les élèves, se conformant sans doute aux exigences d'un mémoire professionnel. S'il est notable que les potentialités de la plateforme WIMS sur ce thème n'ont pas été exploitées, cette enquête documentaire témoigne toutefois d'un travail de recherche et de synthèse assez remarquable : ce travail aboutit à une organisation mathématique novatrice réglée selon des objectifs pédagogiques (exprimés en termes de types de tâches) qui n'étaient pas donnés dans les programmes officiels. La conception des activités pour l'élève, en fonction du déroulement du cours, met en évidence des aspects de l'activité du professeur hors classe.

Adaptation des exemples

Par ailleurs, les exemples, toujours corrigés, jouent un rôle déterminant pour le cheminement cognitif de l'élève. Celui-ci, si on suit la progression de cette version, consiste d'abord (avec éventuellement le secours de l'exemple corrigé) à parcourir de lui-même les étapes de résolution, dégager une propriété fondamentale qu'il devra redémontrer dans le cas général, guidé étape par étape. L'exemple corrigé joue un rôle spécifique : il peut être à la fois outil pour aborder l'activité première, une aide à la démonstration de la propriété et modèle d'une résolution type. Il n'y a plus volonté d'utiliser à tout prix d'autres exemples que ceux du manuel CIAM, mais désir d'exposer une activité corrigée avec méthode. L'étude de l'exemple corrigé contribue à donner du sens aux notions et aux méthodes étudiées.

Cette mise en évidence des diverses fonctions de l'exemple peut être liée à une prise de conscience du futur enseignant de la richesse de ses enjeux pour l'élève (Zodik&Zaslavski, 2008).

IV. RESULTATS

Ce document-ressource est emblématique pour diverses raisons : il témoigne de l'engagement d'un étudiant dans une enquête documentaire innovante ; il rend compte des questions partagées, des réponses apportées par un collectif (étudiant, encadrants de l'étudiant, évaluateur et responsables du projet) pour produire un document original. A ce titre, cette étude exploratoire nous permet de proposer des résultats.

1. Du côté de la constitution de la ressource

Premier résultat : Les origines des ressources mobilisées se sont diversifiées. Les effets de cet enrichissement sont illustrés figure 4. Le premier document-ressource met en évidence un travail documentaire sur les manuels CIAM en lien avec le cadrage du projet. La mobilisation des connaissances du professeur dans l'étude des manuels génère un document qui s'appuie fortement sur les manuels CIAM. Dans le dernier document-ressource, les apports du travail collaboratif et du canevas qui relèvent d'autres sources (éléments de la culture professionnelle, de la formation) déterminent une conception nouvelle de la pratique mathématique scolaire (Adler 2010). Les contenus mathématiques fortement contextualisés sont décontextuali-

sés et intégrés dans un environnement théorique. Les stratégies pédagogiques, toujours centrées sur l'élève, se déplacent d'un mode « exposition/application » vers un mode « questionnement démonstratif ».

Schéma pédagogique	Etape 1		Etape 2	Etape 3	Etape 4	Exercices fin de chapitre
	Activités introductives	Enoncé des propriétés	Activités de démonstrations des propriétés	Exemples corrigés	Exercices d'application non corrigés	
Version 1 (22p)	1	1 propriété démontrée		9	6	1
Version 2 (30p)	9	9 non démontrées	9 (dont 1 avec solution)	6	9	2
Version 3 (55p)	9 (dont 1 avec solution)	9 non démontrées 1 démontrée	9 (dont 1 avec solution)	6	10	29

Figure 4 – Composition des documents-ressources

Deuxième résultat : A partir d'un document générateur (les manuels CIAM), l'impact du cahier des charges, du canevas et du travail collaboratif conduit la genèse d'un document-ressource qui constitue *in fine* le support d'organisations mathématiques locales (autour des types de tâches définis par les objectifs spécifiques) et met à jour une organisation de l'étude qui repose sur un schéma pédagogique de structure quaternaire : activité introductive et énoncé de la propriété, activité de démonstration, exemples corrigés, exercices d'application (figure 4). Nous pouvons en inférer l'influence de ressources qui relèvent de divers niveaux : la discipline, la pédagogie, l'école et une vision sociétale de l'éducation mathématique (Chevallard 2002). En témoignent des organisations mathématiques et didactiques implicitement réglées par un schéma pédagogique qui renvoie à la discipline (le statut de la démonstration, au cœur des préoccupations des universitaires garants de la discipline), à la pédagogie et à l'école (des objectifs déclinés en compétences exprimés en termes de tâches pour un élève « acteur », tels que les définissent les inspecteurs et les conseillers pédagogiques). L'émergence d'un schéma pédagogique original peut traduire enfin la conception d'une éducation mathématique en rupture avec le schéma classique d'un modèle transmissif dépassé.

2. Du côté du développement professionnel du concepteur

Troisième résultat : Le problème professionnel de l'étudiant concepteur est d'élaborer un cours approfondi. L'élaboration du document-ressource génère des questions professionnelles, engage le futur professeur à chercher, explorer, étudier, réviser des ressources pour élaborer des réponses. L'enquête documentaire qui aboutit à la production d'un texte de savoir organisé (fondements théoriques, tâches, techniques, exercices) structuré selon un « schéma pédagogique » conduit à trois constats :

- Le développement des connaissances relatives aux mathématiques du professeur ;
- Une réflexion sur la conception, les fonctions des exemples pour donner sens aux savoirs pour l'élève ;
- La prise en compte de l'ensemble des conditions nécessaires pour préparer un chapitre de cours (éventuelles difficultés cognitives des élèves, vigilance scientifique, instructions officielles).

Le travail produit atteste du développement de compétences professionnelles relatives à une composante des pratiques, la préparation d'un cours. Toutefois, nous ne disposons pas

d'analyse a priori et a posteriori nous permettant de savoir si ce document-ressource a été testé en classe.

3. Du côté de la formation

Quatrième résultat : Ce développement professionnel s'inscrit dans un contexte où le canevas joue un rôle déclencheur. Ce canevas, qui traduit des attentes d'encadrants/formateurs et qui oriente l'enquête documentaire, met en évidence l'impact de la formation sur le développement professionnel du futur enseignant. Le travail sur la pertinence des activités, l'adoption d'un schéma pédagogique pour organiser l'étude et, en particulier, la place octroyée à l'activité de démonstration, proposée systématiquement, renvoient aux exigences formulées par les formateurs (une pédagogie active où l'activité de démonstration joue un rôle dominant pour la formation mathématique de l'élève).

Cinquième résultat : Ce projet de production de documents-ressources se caractérise comme un dispositif de formation initiale innovant au service des formateurs camerounais. Il présente l'intérêt de faire émerger des besoins professionnels et de fournir des ressources dont l'adaptation est l'enjeu d'un travail collaboratif. A ce titre, le projet est un dispositif de formation et un outil de développement professionnel.

V. CONCLUSION

Sur les 28 documents-ressources de cette première vague, 27 ont été évalués par les évaluateurs du projet et par des inspecteurs camerounais. Ils ont par ailleurs conduit à l'élaboration de mémoires de fin d'études qui ont été soutenus et validés. Les évaluations finales produites par les évaluateurs du projet mettent en évidence des disparités qui ne permettent pas de généraliser les résultats obtenus à partir de notre étude à l'ensemble des documents-ressources produits. Par contre, de façon unanime, les inspecteurs camerounais notent la conformité des objectifs au programme officiel. Ils soulignent souvent la richesse des activités mais déplorent parfois la persistance d'un modèle transmissif d'apprentissage. Ils attestent tous d'un travail sur les programmes et les activités pour les élèves.

A l'issue du projet, au-delà des résultats dont témoigne le document-ressource que nous venons d'étudier, des questions importantes pour l'enseignement des mathématiques et les TICE dans cette partie du monde émergent.

- Outre la production d'un document en édition électronique, les potentialités des TICE sont peu exploitées. Des exercices WIMS ont été proposés dans les documents-ressources, grâce au soutien d'un enseignant du Cameroun, expert TICE, qui a fortement guidé les étudiants. Quelles perspectives réalistes de développement des TICE sont à considérer en priorité ?
- Des documents-ressources vont être disponibles sur l'Internet. Quels usages les enseignants vont-ils en faire ? Quelle sera la mise en œuvre avec les élèves ?
- Le projet PRENUM-AC a mis en synergie différents participants pour produire des ressources. Cette synergie va-t-elle se poursuivre au-delà du projet ? Sous quelles formes ?

REFERENCES

Adler J. (2010) La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques. In *Ressources Vives Le travail documentaire des professeurs en*

- mathématiques* (sous la direction de G. Gueudet et L. Trouche), INRP, Presses Universitaires de Rennes, (p. 23-37).
- Bills L., Dreyfus T., Mason J., Tsamir P., Watson A., Zaslavsky O. (2006) Exemplification in Mathematics Education. In Novotna J. (Ed.) *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*. Prague, Czech Republic: PME.
- Chevallard Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221-265.
- Chevallard Y. (2002) Organiser l'étude. Ecologie et régulation. Dorier J. L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R et Floris R. (dir), *Actes de la XI^{ème} école d'été de Didactique des mathématiques*. Grenoble, La pensée Sauvage.
- Goldenberg P. & Mason J. (2008) Shedding light on and with example spaces. *Educational Studies in Mathematics*, 69.
- Margolinas C. & Wozniak F. (2010) Rôle de la documentation scolaire dans la situation du professeur : le cas de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. In *Resources Vives Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (sous la direction de G. Gueudet et L. Trouche), INRP, Presses Universitaires de Rennes, (p. 233-249).
- Touré S. (2002) L'enseignement des mathématiques dans les pays francophones d'Afrique et de l'Océan Indien. *Zentralblatt für Didaktik des Mathematik (ZDM, International review on Mathematical Education)*, 34(4) (pp. 175-178).
- Traoré K & Barry S. (2007) La problématique d'une voie africaine en didactique des mathématiques : vrais et faux enjeux. *RADISMA*, n°2.
<http://www.radisma.info/document.php?id=476>. ISSN 1990-3219
- Watson A. & Mason J. (2005). *Mathematics as a constructive activity: learners generating examples*. Mahwah: Erlbaum.
- Zodik I. & Zaslavsky O. (2008) Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 69.
- Manuel TSM (Terminale Sciences Mathématiques – terminale C), Collection Inter-Africaine de Mathématiques (CIAM), édités chez EDICEF (France).
- Manuel TSE (Terminale Sciences Expérimentales – terminale D), Collection Inter-Africaine de Mathématiques (CIAM), édités chez EDICEF (France).

Annexe

Extrait du canevas discuté lors du séminaire de Paris (novembre 2012)

Exemple 4 (activité d'institutionnalisation)

La seconde activité dite d'institutionnalisation doit permettre à l'élève de démontrer si c'est nécessaire :

Exemple d'activité d'institutionnalisation :

Enoncé de l'activité (objectif visé : prouver que le module d'un produit de complexes est le produit des modules.)	Commentaire
<p>Soient $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ et $z' = r'(\cos\theta' + i\sin\theta')$.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. a. Justifier que $(\cos\theta + i\sin\theta)(\cos\theta' + i\sin\theta') = \cos(\theta + \theta') + i\sin(\theta + \theta')$. <ol style="list-style-type: none"> a. En déduire que : <ul style="list-style-type: none"> o $zz' = z z'$ o $\arg(zz') = \arg z + \arg z'$ b. Quels sont alors les étapes clefs pour établir les résultats de 1.a. 2. Soit n un entier naturel non nul, <ol style="list-style-type: none"> a. Justifier que $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = (\cos(n\theta) + i\sin(n\theta))$ b. En déduire les modules et argument de z^n c. Quels sont alors les étapes clefs pour établir... 	<p>Démonstration guidée</p> <p>L'élève est invité à se donner des repères pour la re-faire de lui-même.</p> <p>Une activité peut concerner plusieurs propriétés sœurs.</p>