



**HAL**  
open science

## Application de la technique du backstepping en électropneumatique

Mohamed Smaoui, Xavier Brun, Daniel Thomasset

► **To cite this version:**

Mohamed Smaoui, Xavier Brun, Daniel Thomasset. Application de la technique du backstepping en électropneumatique. Journées Nationales JDMACS, Jun 2003, Valenciennes, France. hal-02069376

**HAL Id: hal-02069376**

**<https://hal.science/hal-02069376v1>**

Submitted on 2 Apr 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Application de la technique du backstepping en électropneumatique

## Backstepping control in electropneumatic field

M. SMAOUI, X. BRUN, D. THOMASSET  
Laboratoire d'Automatique Industrielle - INSA de Lyon  
<http://www.insa-lyon.fr/Laboratoires/LAI/>  
Bât Antoine de SAINT-EXUPERY, 25, avenue Jean Capelle  
69621 Villeurbanne Cedex, France  
Tel: (33) 4 72 43 81 99 Fax: (33) 4 72 43 85 35  
Email : [smaoui@lai.insa-lyon.fr](mailto:smaoui@lai.insa-lyon.fr)  
[xavier.brun@lai.insa-lyon.fr](mailto:xavier.brun@lai.insa-lyon.fr)  
[daniel.thomasset@lai.insa-lyon.fr](mailto:daniel.thomasset@lai.insa-lyon.fr)

### RESUME

Lors des vingt dernières années, le développement des systèmes à fluide sous pression et de la théorie de la commande a donné lieu à l'implantation de lois de commande modernes sur des actionneurs électropneumatiques. Cet article présente les résultats expérimentaux obtenus en appliquant la technique du backstepping à un système électropneumatique. Il s'agit du positionnement d'une masse à l'aide d'un vérin commandé par deux servo-distributeurs.

### ABSTRACT :

During the last twenty years, the parallel development of pneumatic systems and control theory has lead to the implementation of modern control laws in pneumatic devices. In this paper, a design of stabilizing nonlinear control law for an electropneumatic system has been carried out by using a recursive design methodology: backstepping. For this, a complete model of the system has been presented, the control law has been synthesized and implemented on a experimental test bench

**Mots clés :** Electropneumatique , Backstepping, Linearisation par feedback, commande non linéaire multivariable

**Keywords :** Electropneumatic , Backstepping, feedback Linearization, nonlinear multivariable control.

### Notation :

$b$	coefficient de viscosité (N/m/s)	$\varphi(p)$	représente le débit de fuite. [kg/s]
$F$	force (N)	$\Psi(p, \text{sgn}(u))$	est une fonction dépendant du signe de commande, car 'admission ( $u > 0$ ) est différente de l'échappement ( $u < 0$ ).
$k$	constante polytropique		
$M$	masse en déplacement (kg)		
$p$	pression (Pa)		
$r$	constante des gaz parfaits (J/kg/K)		
$S$	section du cylindre du piston (m <sup>2</sup> )		
$t$	temps (s)		
$T$	température (K)		
$u$	tension d'entrée du servo-distributeur (V)		
$v$	vitesse du piston (m/s)		
$V$	volume de la chambre (m <sup>3</sup> )		
$y$	position du piston (m)		
$q_m$	débit massique (kg/s)		
$\varphi, \Psi$	des fonctions polynomiales d'ordre 5		

### Indices et Exposants

$f$	frottements secs
$N$	chambre N
$P$	chambre P
$e$	équilibre

### 1 Introduction

Dans un contexte de commande des systèmes électropneumatiques, nous proposons une technique

de " backstepping " pour synthétiser des retours d'état assurant une stabilisation asymptotique du système en boucle fermée.

Le backstepping est un algorithme récursif qui permet un choix adéquat des fonctions de Lyapunov permettant ainsi de garantir la stabilité du système. Les origines de cette approche peuvent être tracées à partir des travaux de Sontag et Sussmann [15]. Dans cet article, l'utilisation d'une commande virtuelle va préparer la contribution ultérieure de Kokotovic et Susmann [16] dans laquelle un système non-linéaire a été décomposé en 2 sous-systèmes, le premier sous-système étant commandé virtuellement par un état du deuxième sous-système.

Ainsi, on considère la commande virtuelle comme étant la commande actuelle qui va stabiliser le bloc non-linéaire du système. Une variable d'erreur tient compte du fait que les deux commandes réelles et virtuelles ne sont pas égales (sauf à la dernière étape de l'algorithme).

Après une présentation du système électropneumatique et de son modèle, une loi de contrôle a été élaborée sur la base des techniques du backstepping. L'implantation sur le procédé expérimental permettra de valider notre méthode.

## 2 Présentation et modélisation d'un axe électropneumatique asservi.

Le système utilisé dans le cadre de nos travaux est un actionneur électropneumatique (Fig. 1) piloté par deux servodistributeurs 3 voies. Il se compose essentiellement des quatre éléments suivants :

- \* d'une source d'énergie et ses dispositifs annexes : régulation, filtrage, traitement de l'énergie, système de sécurité en cas de défaillance, conduites et raccords pneumatiques et enfin un accumulateur ;
- \* de deux modulateurs de puissance délivrant l'énergie pneumatique nécessaire au système en fonction de la commande qui lui est appliquée (les deux servodistributeurs) ;
- \* un actionneur qui utilise l'énergie délivrée via le modulateur dans le but de répondre au cahier des charges imposé par l'utilisateur.
- \* un système à commander qui est dans la plupart des cas une charge déplacée par l'actionneur.

Ce vérin linéaire, simple tige (32/20 mm) possède une course de 500 mm et est rigidement relié à un chariot se déplaçant sur des rails de guidage.

En respectant les hypothèses classiques de modélisation des systèmes électropneumatiques ([12] [14] ) et à partir des travaux effectués dans ([2] [4] [13] ) le modèle de commande du système étudié peut être mis sous la forme du système (1).

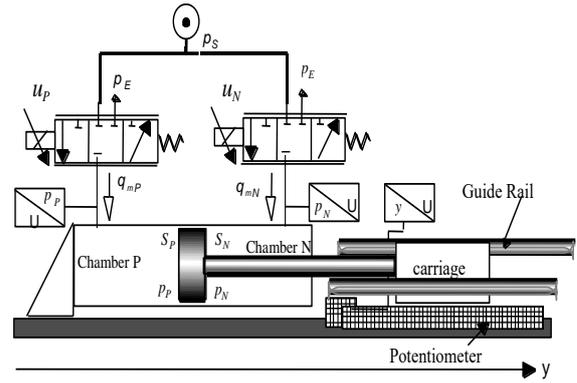


figure 1 : Système électropneumatique

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M} [S_p p_p - S_n p_n - bv - F_f(v) - F_{ext}] \\ \frac{dp_p}{dt} = \frac{krT_s}{V_p(y)} \left[ \varphi(p_p) - \frac{S_p}{rT_s} p_p v \right] + \frac{krT_s}{V_p(y)} \psi(p_p, \text{sgn}(u_p)) u_p \\ \frac{dp_n}{dt} = \frac{krT_s}{V_n(y)} \left[ \varphi(p_n) + \frac{S_n}{rT_s} p_n v \right] + \frac{krT_s}{V_n(y)} \psi(p_n, \text{sgn}(u_n)) u_n \end{cases} \quad (1)$$

avec :

$$\begin{cases} V_p(y) = V_p(0) + S_p y \\ V_n(y) = V_n(0) - S_n y \end{cases}$$

et :

$$\begin{cases} V_p(0) = V_{DP} + S_p \frac{I_{Stroke}}{2} \\ V_n(0) = V_{DN} + S_n \frac{I_{Stroke}}{2} \end{cases}$$

Le modèle de frottement sec est sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} F_f &= [F_c + (F_s - F_c) \exp(-c|v|)] \text{sgn}(v) & \text{if } v \neq 0 \\ F_f &= F_{eq} & \text{if } v = 0 \end{aligned}$$

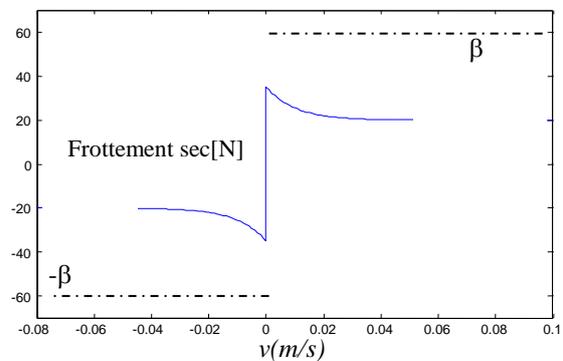


Figure 2. Frottement sec

A partir de ce modèle d'état, nous avons élaboré une loi de commande en nous basant sur la technique du backstepping.

Cette technique consiste à diviser le procédé à commander en une série d'intégrateurs de telle sorte que chaque intégrateur soit commandé séparément d'où la nécessité d'un modèle d'état sous forme triangulaire ([1] [8] [9] [10] [11]) (2)

$$\begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + g_0(x)z_1 \\ \dot{z}_1 = f_1(x, z_1) + g_1(x, z_1)z_2 \\ \dot{z}_2 = f_2(x, z_1, z_2) + g_2(x, z_1, z_2)z_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} = f_{n-1}(x, z_1, z_2, \dots, z_{n-1}) + g_{n-1}(x, z_1, z_2, \dots, z_{n-1})z_n \\ \dot{z}_n = f_n(x, z_1, z_2, \dots, z_n) + g_n(x, z_1, z_2, \dots, z_n)u \end{cases} \quad (2)$$

Or, le modèle (1) n'est pas sous la forme souhaitée (2). Du fait, d'une part de l'apparition des deux dernières variables d'état ( $P_P$  et  $P_N$ ) dans la deuxième équation d'état, et d'autre part, le système possède deux commandes  $u_P$  et  $u_N$ .

### 3 Synthèse de commandes

Pour appliquer la technique du backstepping, nous proposons la méthodologie suivante :

#### 3.1 Linéarisation de la partie pneumatique

Notons que  $\psi(p, \text{sgn}(u)) \neq 0$  sur le domaine étudié. Posons alors :

$$\begin{cases} u_P = \frac{1}{S_P \frac{krT_s}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(u_P))} \left[ u_1 - S_P \frac{krT_s}{V_P(y)} \left( \varphi(p_P) - \frac{S_P}{rT_s} p_P v \right) \right] \\ u_N = \frac{1}{S_N \frac{krT_s}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(u_N))} \left[ u_2 - S_N \frac{krT_s}{V_N(y)} \left( \varphi(p_N) + \frac{S_N}{rT_s} p_N v \right) \right] \end{cases} \quad (3)$$

Et soit le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} x_1 = y - y^e \\ x_2 = v \\ x_3 = S_P (p_P - p_P^e) \\ x_4 = S_N (p_N - p_N^e) \end{cases} \quad (4)$$

avec :  $y^e$ ,  $p_P^e$  et  $p_N^e$  représentent respectivement la position, la pression dans la chambre P et la pression dans la chambre N à l'équilibre.

Sachant que  $F_{ext} = S_P p_P^e - S_N p_N^e - F_{eq}$ , le modèle (1) devient :

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = \frac{1}{M} [x_3 - x_4 - bx_2 - F_f(x_2) + F_{eq}] \\ \frac{dx_3}{dt} = u_1 \\ \frac{dx_4}{dt} = u_2 \end{cases} \quad (5)$$

### 3.2 Application de la technique du backstepping

La démarche se déroule en trois étapes :

#### Etape1 :

Considérons la première équation d'état (système scalaire) :

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2$$

où  $x_2$  est considéré comme une entrée. Il faut tout d'abord connaître une loi de commande  $x_2 = \alpha(x_1)$  qui stabilise l'origine  $x_1 = 0$ . En posant :

$$z_1 = x_1$$

$$x_2 = -c_1 z_1 = \alpha(z_1) \text{ avec } c_1 \text{ une constante positive.}$$

on obtient :

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1$$

Si on prend comme fonction de Lyapunov

$$V(z_1) = \frac{1}{2} z_1^2, \text{ alors on obtient :}$$

$$\dot{V}(z_1) = -c_1 z_1^2 < 0$$

Nous pouvons conclure que la loi de commande  $x_2 = -c_1 z_1$  stabilise l'origine  $z_1 = 0$  pour tout  $c_1 > 0$ .

#### Etape2 :

Remarquons que si  $x_2$  était la commande effective du système, il aurait suffi de choisir  $x_2 = \alpha(z_1)$  pour stabiliser ce système. Bien entendu,  $x_2$  n'est qu'une variable d'état et non pas la commande effective  $u$ .

C'est pour cela que  $x_2$  sera appelée commande virtuelle. La valeur qu'elle aurait prise si elle était la commande effective, c'est-à-dire  $\alpha(x)$ , est appelée fonction stabilisante.

On définit une variable d'erreur  $z_2$  comme étant la différence entre la commande virtuelle et la fonction stabilisante :

$$z_2 = x_2 - \alpha(z_1) = x_2 + c_1 z_1$$

Dans ce cas, on obtient par différentiation de  $z_1$  et  $z_2$ ,

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - c_1 z_1 \\ \dot{z}_2 = \frac{1}{M} [ x_3 - x_4 - b(z_2 - c_1 z_1) - \\ F_f(z_2 - c_1 z_1) + F_{eq} ] + c_1(z_2 - c_1 z_1) \end{cases}$$

Définissons maintenant une fonction de Lyapunov augmentée par le terme d'erreur  $z_2$  :

$$V(z_1, z_2) = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 = V(z_1) + \frac{1}{2} z_2^2$$

La dérivée de cette fonction s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}(z_1, z_2) &= z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\ &= \dot{V}(z_1) + z_2 \left( z_1 + \frac{1}{M} [ x_3 - x_4 - b(z_2 - c_1 z_1) \right. \\ &\quad \left. - F_f(z_2 - c_1 z_1) + F_{eq} ] + c_1(z_2 - c_1 z_1) \right) \end{aligned}$$

On suppose que :

$$F_f(z_2 - c_1 z_1) - F_{eq} \leq |\beta|$$

L'objectif est de choisir  $x_3$  et  $x_4$  de façon à ce que les incertitudes éventuelles sur le modèle de frottement sec soient dominées par les termes introduits dans  $x_3$  et  $x_4$

Si on choisit :

$$\begin{aligned} x_3 - x_4 &= -\beta \text{sgn}(z_2) - (M - Mc_1^2 + bc_1)z_1 \\ &\quad - (Mc_1 + Mc_2 - b)z_2 \end{aligned}$$

ou encore :

$$\begin{aligned} x_3 &= \lambda \left[ -\beta \text{sgn}(z_2) - (M - Mc_1^2 + bc_1)z_1 \right. \\ &\quad \left. - (Mc_1 + Mc_2 - b)z_2 \right] \\ &= \alpha_1(z_1, z_2) \\ x_4 &= (\lambda - 1) \left[ -\beta \text{sgn}(z_2) - (M - Mc_1^2 + bc_1)z_1 \right. \\ &\quad \left. - (Mc_1 + Mc_2 - b)z_2 \right] \\ &= \alpha_2(z_1, z_2) \end{aligned}$$

où  $c_2$  [ $s^{-1}$ ] est une constante positive, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}(z_1, z_2) &= \dot{V}(z_1) - c_2 z_2^2 \\ &\quad + \frac{z_2}{M} (-\beta \text{sgn}(z_2) - F_f(z_2 - c_1 z_1) + F_{eq}) \\ &\leq -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 < 0 \end{aligned}$$

### Etape3 :

On définit deux variables d'erreurs  $z_3$  et  $z_4$  tel que :

$$\begin{cases} z_3 = x_3 - \alpha_1(z_1, z_2) \\ z_4 = x_4 - \alpha_2(z_1, z_2) \end{cases}$$

On considère maintenant le système :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - c_1 z_1 \\ \dot{z}_2 = \frac{1}{M} (-\beta \text{sgn}(z_2) - F_f(z_2 - c_1 z_1) + F_{eq}) \\ \quad + \frac{1}{M} (z_3 - z_4) - z_1 - c_2 z_2 \\ \dot{z}_3 = \dot{x}_3 - \dot{\alpha}_1(z_1, z_2) \\ \dot{z}_4 = \dot{x}_4 - \dot{\alpha}_2(z_1, z_2) \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = u_1 \\ \dot{x}_4 = u_2 \end{cases}$$

Définissons maintenant une fonction de Lyapunov augmentée par ces deux termes d'erreurs  $z_3$  et  $z_4$  :

$$V(z_1, z_2, z_3, z_4) = V(z_1, z_2) + \frac{1}{2} z_3^2 + \frac{1}{2} z_4^2$$

On montre qu'en choisissant :

$$u_1 = \dot{\alpha}_1(z_1, z_2) - \frac{z_3}{M} - c_3 z_3$$

et

$$u_2 = \dot{\alpha}_2(z_1, z_2) + \frac{z_4}{M} - c_4 z_4$$

où  $c_3$  [ $s^{-1}$ ] et  $c_4$  [ $s^{-1}$ ] sont des constantes positives, on obtient :

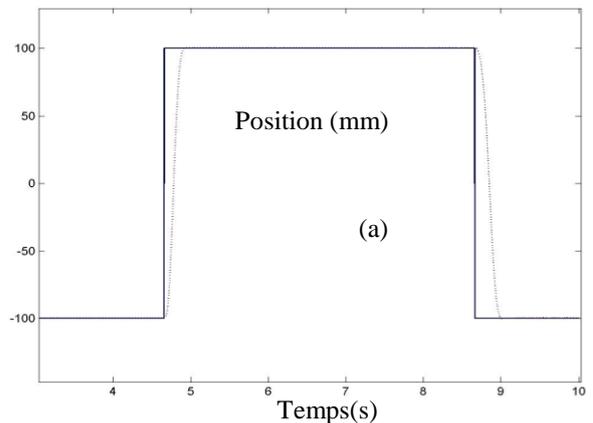
$$\begin{aligned} \dot{V}(z_1, z_2, z_3, z_4) &= \dot{V}(z_1, z_2) - c_3 z_3^2 - c_4 z_4^2 \\ &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \frac{z_3}{M} (-\beta \text{sgn}(z_2) - F_f(z_2 - c_1 z_1) \\ &\quad + F_{eq}) - c_3 z_3^2 - c_4 z_4^2 \leq -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 - c_4 z_4^2 \end{aligned}$$

on peut conclure que le point d'équilibre est globalement asymptotiquement stable.

## 4 Résultats expérimentaux

Cette commande non linéaire multivariable a été implantée sur une carte dSpace DS1104. La fréquence d'échantillonnage a été fixée à 1kHz.

Les résultats expérimentaux sont produits sur la figure 3.



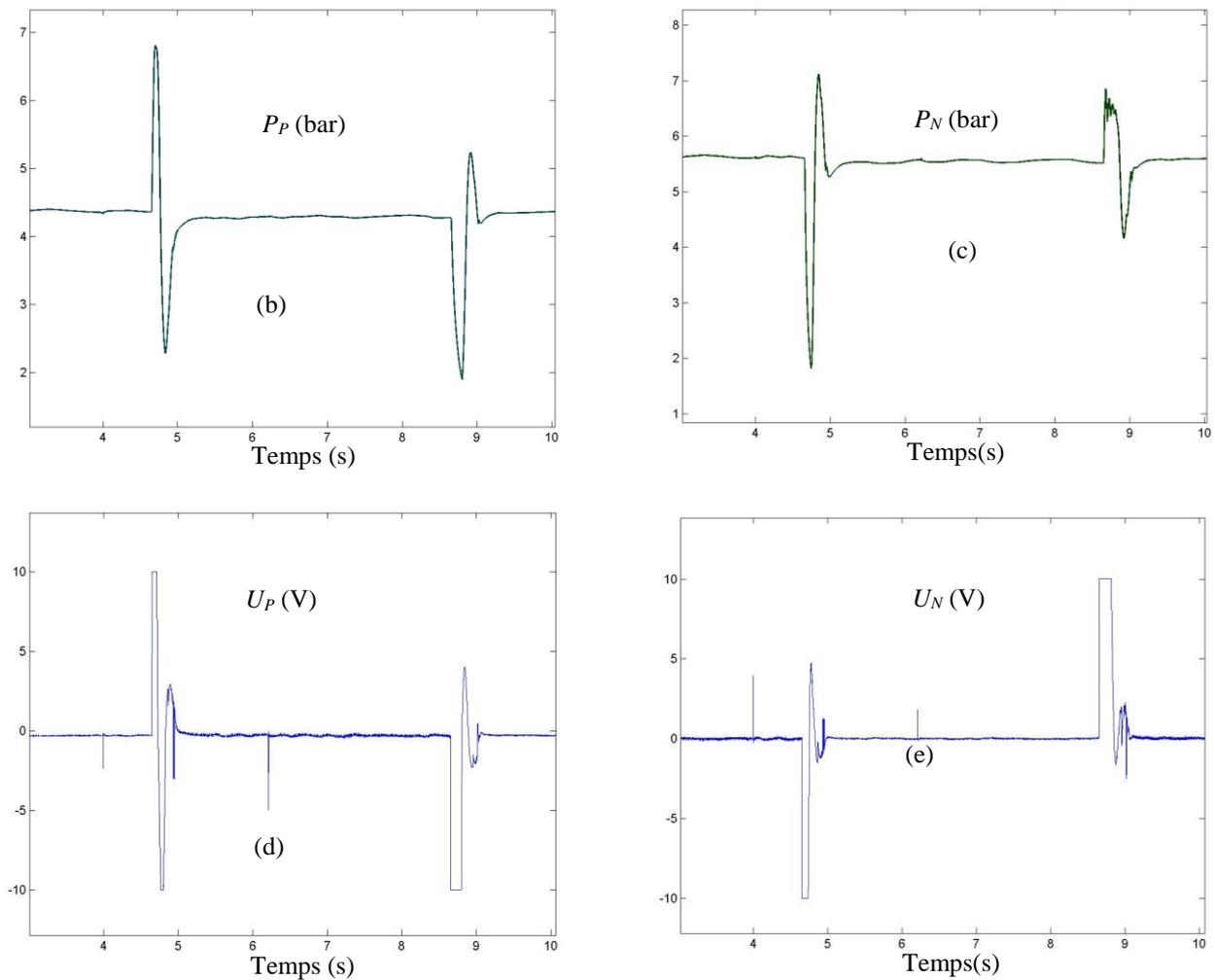


Figure 3 : Résultats expérimentaux

La figure (3.a) présente l'évolution de la position pour une consigne d'amplitude 200 millimètres. Le temps de montée est de l'ordre de 0.15 s . L'erreur statique est de 0.1 millimètre. Les figures (3.b) et (3.c) représentent l'évolution des pressions dans les chambres P et N. Il est très intéressant de noter que l'équilibre pneumatique est atteint rapidement d'où la possibilité d'éviter le problème de redécollage [5]. Les figures (3.d) et (3.e) montrent que l'évolution de la commande n'est pas chahutée. Ceci est très intéressant car le chahutement [3] induit un crépitement important du servodistributeur, ce qui est pour un industriel est inacceptable.

### Conclusion

Dans cet article, le modèle non linéaire affine en la commande d'un système électropneumatique a été présenté. Après linéarisation de la partie pneumatique, une loi de contrôle a été élaborée sur la base des techniques du backstepping. Cette

synthèse débute par une mise en évidence de la robustesse de la commande par backstepping en présence d'erreurs de modélisation bornées (les frottements sec).

L'implantation sur le procédé expérimental a permis de valider notre méthode.

### Bibliographie

[1] Alleyne, A., Liu, R., (2000) *Systematic Control of a Class of Nonlinear Systems with Application to Electrohydraulic Cylinder Pressure Control*. IEEE Transactions on Control Systems Technologies, 8(4), p623-634

[2] Belgharbi, M., Thomasset, D., Scavarda, S., Sesmat, S., (1999) *Analytical model of the flow stage of a pneumatic servo-distributor for simulation and nonlinear control.*, in the Sixth Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP'99, Tampere, Finland, p847-860.

[3] Bouri, M., (1997) Contribution a la commande

non linéaire par mode de glissement, application aux actionneurs électropneumatiques. INSA de Lyon, 194p.

[4] Brun, X., Belgharbi, M., Sesmat, S., Thomasset, D., Scavarda, S., (1999a). *Control of an electropneumatic actuator, comparison between some linear and nonlinear control laws*, J. of Syst. and Control Eng., Vol. 213, N°15, p 387-406,

[5] Brun, X., Sesmat, S., Scavarda, S., Thomasset, D., (1999b) *simulation and experimental study of the partial equilibrium of an electropneumatic positioning system, cause of the sticking and restarting phenomenon*. 4<sup>th</sup> JHPS International Symposium on Fluid Power, Tokyo, Japan.

[6] Brun, X., Sesmat, S., Thomasset, D., Scavarda, S., (1999c) *A comparative study between two control laws of an electropneumatic actuator*. European Control Conference ECC'99 Karlsruhe, [CD Rom], reference F1000-5.

[7] Edge, K.A., (1997) *The control of fluid power systems - responding to the challenge*. Journal of Systems and Control Engineering, Vol. 211, N°12, p. 91-110.

[8] Freeman, R.A., Kokotović, P., (1993) *Design of 'softer' robust nonlinear control laws*. Automatica, p 1425-1437.

[9] Khalil, H. *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall, third edition, 750 p.

[10] Kanellakopoulos, I., Kokotović, P., Morse, A.S., (1991) *Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 36, p 1241-1253.

[11] Krstić, M., Kanellakopoulos, I., Kokotović, P., (1995) *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley & Sons, 563 p.

[12] Mc Cloy, D., Martin, H.R. [1980] *Control of fluid power :analysis and design.*, Ellis Horwood, 1980. 510 p.

[13] Sesmat, S., Scavarda, S., (1996) *static characteristics of a three way servovalve*. In: 12<sup>th</sup> Aachen Conference on Fluid Power Technology, Aachen, Germany, March 12-13, p 643-652.

[14] Shearer, J.L., (1956) *Study of pneumatic processes in the continuous control of motion with compressed air*. Parts I and II. Trans. Am. Soc. Mech. Eng., Vol. 78, p 233-249.

[15] Sontag, E.D., Sussman, H.J., (1988) *Further comments on the stabilizability of the angular velocity of a rigid body*, Systems and Control letters vol.12, p 437-442

[16] Sussman, H.J., Kokotović, P., (1991) *the peaking phenomenon and the global stabilization of nonlinear systems* IEEE Transactions on Automatic Control, vol 39 p. 424-440.