HAL
open science

Articuler les dimensions épistémologiques, didactiques et institutionnelles d'un exercice pour une indexation dans un EIAH

Sébastien Jolivet

To cite this version:

Sébastien Jolivet. Articuler les dimensions épistémologiques, didactiques et institutionnelles d'un exercice pour une indexation dans un EIAH. 6e rencontres des jeunes chercheurs en EIAH, Jun 2016, Montpellier, France. hal-02064692

HAL Id: hal-02064692

https://hal.science/hal-02064692v1

Submitted on 12 Mar 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Articuler les dimensions épistémologiques, didactiques et institutionnelles d'un exercice pour une indexation dans un EIAH

Sébastien Jolivet

1ère année de doctorat

Equipe MeTAH, Laboratoire d'Informatique de Grenoble, UGA.

sebastien.jolivet@univ-grenoble-alpes.fr

Résumé

Cet article présente une modélisation d'un exercice de mathématiques permettant à la fois d'en décrire la nature, de le caractériser épistémologiquement et didactiquement, et si nécessaire, d'affiner cette caractérisation en le situant dans une ou plusieurs institutions. Ce travail s'inscrit dans la construction d'un processus d'indexation et de recherche de ressources pour l'enseignant, directement ou dans le cadre d'un EIAH.

1 Introduction

À l'heure actuelle de nombreuses ressources existent et sont accessibles aux enseignants. La polysémie du terme ressource est par exemple explorée dans (Gueudet & Trouche, 2010). Même en ne considérant que celles des manuels scolaires ou accessibles en ligne, dans des environnements structurés ou de manière disparate, le volume est considérable.

Un élément préalable à tout usage pertinent de ces ressources est d'offrir la possibilité à l'acteur, enseignant ou EIAH, de trouver la bonne ressource au bon moment. Les situations nécessitant cette recherche de ressources sont multiples : construction *a priori* d'un parcours d'enseignement, réponses à un diagnostic d'un apprenant, proposer une réponse adaptée à une situation didactique.

Actuellement l'enseignant dispose de deux modalités essentielles pour accéder aux ressources dont il a besoin : une recherche par mot-clé quand sont associées des métadonnées, par exemple conformes à la norme ScoLom.fr (http://www.lom-fr.fr/scolomfr/) ou être guidé par les choix éditoriaux réalisés lors de la conception de manuels scolaires.

Trois reproches principaux peuvent être faits à ces approches :

- l'inefficacité d'une recherche par mot-clé,
- le manque de finesse didactique proposée, y compris dans le cadre du chapitrage des manuels scolaires. En effet, même si on peut penser que les producteurs de manuels ont des intentions didactiques elles ne sont pas accessibles à l'utilisateur du manuel ou alors à un niveau de granularité trop élevé pour accompagner finement le choix de l'enseignant (découpage des chapitres, classement des exercices dans telle ou telle rubrique),
- le référencement souvent limité au lien avec un niveau scolaire dans le cadre d'un programme donné.

Ce travail de thèse vise à construire un modèle d'indexation et de recherche de ressources permettant de remédier à ces limites. Pour le mener, nous nous limitons aux ressources pouvant être présentes aux niveaux d'enseignement équivalents à l'enseignement primaire et secondaire en France, quelle que soit l'époque. Nous n'écartons aucune discipline scolaire, dans la lignée du cadre théorique choisi et du projet Carto (voir par exemple (Mandin & Guin, 2014)), mais nous focalisons notre travail actuel et cet article sur un type de ressources particulier : les exercices de mathématiques. Ce choix repose sur deux constats :

- la pratique occupe une place fondamentale dans l'apprentissage des mathématiques et est supportée principalement par des exercices,
- les exercices représentent, en volume, la part la plus importante des ressources disponibles.

La méthodologie mise en œuvre est la suivante :

- définir le concept d'exercice de mathématique,
- modéliser la nature (« Ensemble de la réalité matérielle considérée comme indépendante de l'activité et de l'histoire humaines »[1]) d'un exercice de mathématiques,
- caractériser les fonctions d'un exercice de mathématiques à partir de cette modélisation,
- construire un processus d'indexation d'exercices,
- construire un système de recherche dans la base indexée d'exercices obtenue.

L'ensemble du travail est pensé dans une perspective EAIH, la question de la calculabilité est donc présente en filigrane.

Cet article présente le résultat des deux premières étapes. Nous commençons par un état de l'art relatif à l'indexation de ressources éducatives et à la description d'exercices de mathématiques. Nous précisons ensuite le cadre théorique et les cadres de travail dans lesquels ce travail se situe. L'ensemble de ces éléments nous permet de préciser la problématique. Nous définissons alors ce qu'est un *exercice* dans ce contexte, puis nous présentons la modélisation construite d'un exercice et son utilisation pour caractériser sa fonction en articulant dimensions épistémologiques, didactiques et institutionnelles.

2 Etat de l'Art

2.1 L'indexation de ressources éducatives

Y. Chevallard (Chevallard, 1992) exprime qu'un savoir n'existe qu'au sein d'une institution (pour une approche

[1] Définition du *Trésor de la Langue Française*

de cette notion Chevallard propose de se référer à (Douglas, 1987)), que ce soit celle de sa production ou une autre où il existe suite à une transposition institutionnelle. Les ressources éducatives sont des objets qui donnent à connaitre, font travailler, questionnent, etc., un ou des savoirs ; elles sont donc produites au sein d'une institution. Cependant elles peuvent tout à fait avoir une utilité au sein d'une autre institution, même si ce n'est pas celle initialement envisagée par le concepteur.

L'un des éléments clé quand il s'agit d'indexer des ressources éducatives est le lien qu'elles entretiennent avec le ou les curriculums. Cependant l'existence d'un tel lien est insuffisant pour évaluer la pertinence de la ressource par rapport au projet d'enseignement de l'enseignant ou aux besoins de l'apprenant dans un EIAH par exemple.

La mise en relation ressource / curriculum soulève les problèmes de la pérennité temporelle (les curriculums sont régulièrement révisés au sein d'une même institution scolaire) et de la validité géographique (non seulement d'un pays à l'autre mais parfois au sein d'un même pays où plusieurs curriculums peuvent coexister) de cette relation.

Van Asche résume à quatre le nombre d'approches possibles (Van Assche, 2007), on peut les synthétiser ainsi :

- Associer des métadonnées aux ressources permettant une correspondance avec tous les curricula (coûts initial et de maintenance très élevés).
- Créer une mise en relation des différents curricula de manière à permettre l'entrée par n'importe lequel d'entre eux.
- Les ressources sont tagguées à partir d'un curriculum universel.
- L'ensemble des institutions (pays, états, région…) définissent un curriculum commun (politiquement non envisageable à court ou moyen terme).

Diverses approches ont été mises en œuvre. Dans le champ des ressources en lien avec les mathématiques on pourra citer le système Sketchpad LessonLink[2] autour du logiciel de géométrie dynamique Geometer Sketchpad avec une correspondance vers chaque curriculum. Ou encore le système InterGeo[3] qui vise de son côté à une interopérabilité au niveau européen en s'appuyant sur une lecture par savoir-faire / capacité des curricula, pour plus de précisions on pourra consulter (Libbrecht & Desmoulins, 2009).

2.2 Définition et Description d'un Exercice de Mathématiques

Ce travail étant limité aux exercices de mathématiques, que propose la littérature pour caractériser les exercices ? Préalablement, propose-t-elle une définition d'*exercice de mathématiques*, nommé *exercice* pour la suite en l'absence d'ambigüité.

Exercice : un objet mal défini

Le terme *exercice*, tout comme le terme *problème* auquel il est souvent associé ou opposé, est polysémique. Une définition historique est proposée par Félix Pécaut (Pecaut, 1911) à l'entrée *exercice scolaire* du *Nouveau dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire* publié sous la direction de F. Buisson.

Dans (Chevallard, 2002) le terme *exercice*, associé à celui de *problème*, est mis en relation avec le cinquième moment de l'apprentissage « Moment du travail de l'organisation mathématique (et en particulier de la technique) ». Aucun de ces deux termes n'est défini formellement, ils sont simplement utilisés en opposition aux « Activités d'étude et de recherche », « Synthèses » et « Contrôles » qui sont associés à d'autres moments.

Dans (Charnay, 1992) est proposée une typologie des problèmes en fonction des objectifs d'apprentissage poursuivis (« situations-problèmes ; problèmes de réinvestissement ; problèmes de transfert » ; etc.), mais l'auteur soulève les limites de cette typologie :

> (…) il n'est pas certain que tous les problèmes y trouvent une place. Et, plus fondamentalement, un même énoncé peut, selon le moment où il est proposé, selon les connaissances initiales des élèves, relever de l'une ou l'autre des catégories.

D'autres caractérisations peuvent se trouver en ingénierie de la formation et en psychologie cognitive.

Dans (Mourtos, Dejong Okamoto, & Rhee, 2004) les auteurs opposent non pas directement *problème* et *exercice*, mais les activités de résolution générées par l'un et l'autre.

La psychologie cognitive de son côté examine en particulier la charge cognitive associée à la résolution d'un problème ou à la distinction entre « *Well / ill structured problem* ».

En complément de ces approches académiques, l'étude de nombreux manuels scolaires a mis en évidence qu'on y trouve d'une part des apports de connaissances (cours, méthodes, éléments culturels, etc.) et d'autre part des activités supportant la production des élèves. Dans ce dernier cas les dénominations sont diverses mais on trouve essentiellement trois grandes catégories : des activités (de découverte), des exercices d'application / pour s'entrainer, et des exercices d'approfondissement / de perfectionnement.

Caractérisations d'un Exercice

Bien que non défini formellement l'exercice est un objet étudié dans le cadre de la didactique des mathématiques et plusieurs auteurs proposent divers éléments permettant de le caractériser.

Dans (Robert & Rogalski, 2002) les auteurs, apportent les précisions suivantes sur le vocabulaire :

> Nous réservons le mot *activité(s)* à tout ce que dit, fait, pense un élève (…).
> Le mot *tâche* désigne ce qui déclenche une activité – ici un énoncé ou plus exactement une question d'un énoncé.
> *Nous associons à un énoncé une analyse des activités des élèves qu'il peut engendrer* (…).

Le mot *exercice*, bien qu'utilisé plus d'une trentaine de fois dans l'article, n'est jamais défini formellement mais semble être assimilé aux énoncés demandant une activité mathématique de production aux élèves. Les auteurs identifient deux grands facteurs qui « modifient le travail mathématique des élèves » : « La forme des

[2] http://www.keycurriculum.com/sketchpad-lessonlink

[3] http://i2geo.net

questions, la nature des indications, le découpage des énoncés » et « Les niveaux de mises en fonctionnement des connaissances ». (ibid. p.11-12)

Castela s'intéresse à la problématique des enjeux ignorés d'apprentissage, pour cela elle regarde notamment les « niveaux d'intervention d'une OM[4] dans un tâche prescrite ». Elle note en particulier que :

> On peut considérer qu'une tâche prescrite est identifiable à son énoncé mais (…) les analyses qui permettent de situer une tâche donnée dans une progression par rapport à d'autres nécessitent de connaitre certains éléments du contexte dans lequel est prescrite cette tâche (…). L'expression *Tâche Prescrite* renvoie donc à un couple associant l'énoncé et le contexte de prescription (…). De plus les interventions du professeur ont souvent pour effet de modifier ce couple au cours de la séance (…). (Castela, 2008)

Un peu plus loin deux axes d'analyse sont identifiés. Le premier vise l'identification des éléments de savoir en jeu et la façon dont ils sont communiqués à l'élève. Il est donc relativement déconnecté de la situation de classe. Le second par contre est directement lié à la situation d'enseignement puisqu'il s'agit d'examiner « la sensibilité des objets présents (…). Sont-ils anciens, d'enseignement récent, nouveaux (en cours d'enseignement) ? ».

Pour résumer, on constate, que ce soit chez Castela ou chez Robert & Rogalski, que l'essentiel de l'analyse d'un exercice est lié à son contexte d'utilisation (actions de l'enseignant, connaissances antérieures des élèves…) et donc à sa fonction.

2.3 Notre Problématique

Les éléments de la littérature présentés précédemment nous permettent de dire que l'*exercice de mathématique* n'est pas un objet clairement défini.

Dans son travail sur la définition générale d'un objet et d'un système, Le Moigne (Le Moigne, 1994) stipule que « la trialectique de *l'Être*, du *Faire*, du *Devenir*, est sans doute le sésame de la représentation, sinon de la connaissance de l'objet. » et propose de définir un objet par barycentre pondéré entre un « Pôle Ontologique (ce que l'objet est) » ; un « Pôle Fonctionnel (ce que l'objet fait » et un « Pôle Génétique (ce que l'objet devient) ».

L'essentiel de la littérature décrit le *Pôle Fonctionnel* d'un exercice, qui a peu de sens en dehors d'une institution.

Nous ne nous intéressons pas, dans l'immédiat au moins, à la vie d'une ressource - son *Pôle Génétique* -, au sens où cela est proposé par exemple dans l'approche documentaire développée par Gueudet et Trouche (Gueudet & Trouche, 2008).

Nous nous concentrons sur l'axe *Pôle Ontologique – Pôle Fonctionnel*. Cette centration initiale sur le *Pôle Ontologique* permet de construire un modèle *a priori* indépendant des curricula et ainsi de remédier aux difficultés identifiées de pérennité des liaisons entre curriculum et ressources.

Dans un souci d'utilité pour l'utilisateur, le modèle doit aussi prendre en compte les questions d'adéquation à un contexte institutionnel.

Ceci amène à :

- proposer une définition d'exercice par sa nature (pôle ontologique) et non par sa fonction, en particulier :
  - ne pas lier a priori la ressource à un moment de l'apprentissage (au sens défini dans (Chevallard, 2002)),
  - ne pas lier a priori la ressource à un niveau scolaire donné,
- proposer une modélisation de l'exercice associée à sa nature (pôle ontologique),
- proposer une description didactiquement fine des exercices,
- produire un modèle calculable pour
  - pouvoir assurer son usage dans le cadre d'EIAH,
  - offrir la possibilité de déterminer l'adéquation entre la ressource et un curriculum,
  - offrir la possibilité d'évaluer la pertinence de la ressource pour un moment de l'apprentissage.

La dépendance au contexte de classe ne peut être prise en compte *a priori* dans la description d'un exercice, il ne peut donc que s'agir d'une description complémentaire.

Les dimensions didactiques mises en évidences par les travaux de Castela ou Robert & Rogalski sont nécessaires pour répondre à des besoins des fonctions visées, par exemple la conception de parcours d'apprentissage, ils sont donc à intégrer dans la description des exercices. Cependant elles ne sont *a priori* pas toutes calculables. Ceci devra être pris en compte dans la construction du modèle.

3 Cadre Théorique

Notre travail s'inscrit dans le cadre de la Théorie Anthropologique du didactique (TAD) construite par Chevallard, voir (Chevallard, 1992) ou encore (Chevallard, 2002), et plus particulièrement sur l'approche praxéologique (Bosch & Chevallard, 1999). Dans le modèle praxéologique toute tâche, par exemple « Développer l'expression $2x(x+1)$ » relève d'un type de tâche, noté *T*, ici « Développer une expression du type $ax \times P_1(x)$ où $P_1(x)$ est un polynôme de degré 1 ». Ce type de tâche peut être réalisé par, au moins, une technique notée τ. Cette technique est justifiée par une technologie, notée θ, ici le développement, qui est elle-même justifiée au sein d'une théorie Θ, ici l'algèbre. On appelle praxéologie le quadruplet (*T*, τ, θ, Θ), le bloc (*T*, τ) étant le bloc pratique (savoir-faire), le bloc (θ, Θ) celui du savoir. Lorsqu'il concerne une activité mathématique un tel quadruplet est appelé Organisation Mathématique Praxéologique (abrégé en OM par la suite). Ce choix est motivé par la description de l'activité humaine que permet ce cadre et par la place centrale qu'y occupe le concept d'institution. Il nous permet aussi d'appuyer ce travail sur T4TEL (Chaachoua, Ferraton, & Desmoulins, 2013) qui est un « modèle calculable (représentant) une formalisation et une extension du modèle praxéologique

[4] Organisation Mathématique, définie dans le §3.

répondant à la double exigence, celle de calculabilité d'une part et celle de production de différents services EIAH d'autre part.» (Chaachoua & Bessot, 2016). Nous utilisons aussi un Modèle Praxéologique de Référence telle que précisée dans (Chaachoua et al., 2013).

4 Résultats

4.1 Définition d'un Exercice

Nous définissons un *exercice* de la manière suivante :

- l'apprenant a à sa charge une activité amenant à la production d'un résultat et toutes les données permettant d'y parvenir sont fournies,
- l'énoncé n'explicite pas nécessairement les techniques ou technologies (connaissances, savoir-faire, compétences dans un vocabulaire plus usuel) à mobiliser,
- il peut y avoir plusieurs techniques valides.

Le premier item permet d'éliminer les ressources de type cours, méthode, lexique, etc., qui ne font pas partie de notre champ de travail. Il couvre la très grande majorité des ressources, celles exclues sont anecdotiques dans l'enseignement primaire et secondaire. Les deux items suivants permettent de prendre en compte des ressources de nature diverses, en particulier celles qui sont regroupées sous les différentes appellations activité, exercices d'application/pour s'entrainer, et des exercices d'approfondissement /de perfectionnement dans les manuels scolaires et de couvrir une très large partie des ressources numériques accessibles aux enseignants.

Enfin nous ne restreignons pas les exercices à des situations déjà rencontrées par l'apprenant et ne limitons pas le nombre de types de tâches, techniques ou technologies qui peuvent être mobilisées.

C'est dans ce sens que sera utilisé le concept d'*exercice* dans la suite de cet article.

4.2 Modélisation d'un Exercice

Cette section définit un modèle pour décrire le *Pôle Ontologique* d'un exercice et les différentes fonctions possibles de l'exercice (*Pôle Fonctionnel*).

Ce modèle décrit un exercice par trois composantes. Les deux premières concernent ce qui est donné à faire, les tâches, et la façon dont ces tâches sont organisées ; la troisième concerne la façon dont ces tâches sont communiquées.

Composante « Ensemble des Tâches » : Γ_ε

Cette composante est constituée de l'ensemble[5] des tâches constituantes de l'exercice, notée $\{t_i\}_{i\in\{1\dots n\}}; n \geq 1$. La propriété $t_i \neq t_j \; si \; i \neq j$ relève du sens commun car on ne demande pas dans un même exercice de réaliser deux fois exactement la même tâche.

À cet ensemble de tâche est associé un ensemble de types de tâches$\{T_k\}_{k\in\{1\dots m\}}; 1 \leq m \leq n$.

Composante « Organisation des Tâches » : Ω_ε

Cette composante permet de rendre compte des relations qui organisent les tâches entre elles, en considérant deux relations :

- l'ordre dans lequel les tâches apparaissent,
- les liens entre les tâches en terme d'OM.

Nous distinguons trois types d'organisations qui sont illustrées dans le *tableau 1* ci-dessous.

Ω_1 : l'exercice comprend une unique tâche.

Ω_2 : l'exercice comprend plusieurs tâche et une tâche t_j^* est particulière car d'autres tâches sont présentes uniquement pour amener à $(T_j^*, \tau_j^*, \theta_j)$ avec τ_j^* fixée.

Ω_3 : l'exercice comprend plusieurs tâches et deux tâches t_j et t_k sont associées au même type de tâche T_i mais mobilisent des OM différentes $(T_i, \tau_{i_1}, \theta_{i_1})$ et $(T_i, \tau_{i_2}, \theta_{i_2})$. On a au moins $\tau_{i_1} \neq \tau_{i_2}$. θ_{i_1}et θ_{i_2} peuvent être identiques ou différentes. Le type Ω_3 peut être une union d'Ω_1 ; d'Ω_2 ou d'Ω_1 et d'Ω_2.

L'intérêt de cette typologie est qu'elle est déconnectée *a priori* du contexte d'usage mais permet d'associer des intentions didactiques possibles à chaque situation.

Type	Enjeux	Exemple d'exercice
Ω_1	Travail spécifique sur une technique	Développer $x(2x-3)$
	Faire choisir une technique parmi plusieurs possibles	Résoudre l'équation $4x^2+12x+9=0$
Ω_2	Etayage d'une technique donnée, imposée par l'énoncé	1. Montrer que $(x-3)(x+7) = x^2+4x-21$ 2. Résoudre $x^2+4x-21=0$
Ω_3 comme $\cup(\Omega_1)$	Choisir la bonne[6] technique pour chaque tâche parmi celles disponibles pour le type de tâche visé	1. Développer $(2x+3)^2$ 2. Développer $7x \times (2x-5)$ 3. Développer $(7-2x)^2$
Ω_3 comme $\cup(\Omega_1 ; \Omega_2)$	Comparer la pertinence de différentes technologies	On donne A(1 ; 1) ; B(-1 ; 0) et C(3 ; 2) 1. a.Calculer l'équation de la droite (AB) b.Calculer l'équation de la droite (BC) c.En déduire que les points A, B et C sont alignés. 2.Démontrer l'alignement des points A, B et C en montrant que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

Tableau 1 : Organisation des tâches et intentions didactiques, exemples.

[5] Nous utilisons le mot *ensemble* dans son acceptation mathématique de groupement d'objets distincts.

[6] La notion de « bonne technique » peut être éclairée par l'existence ou non d'une technique permettant de résoudre tous les types de tâches abordés. Dans le cas de plusieurs techniques concurrentes on examine le coût de chacune.

Pour le type Ω_1 on parlera d'*exercice atomique*.

Pour les types Ω_2 et Ω_3 on parlera d'*exercice composite*. Un exercice n'appartenant à aucun des types définis, c'est-à-dire regroupant des types de tâches différents sans cohérence entre les types de tâches, est considéré comme un assemblage de plusieurs exercices de l'un de ces types.

Composante « Habillage » : H_ε

Cette composante est constituée de l'ensemble des ostensifs qui servent à transmettre, mettre en situation et illustrer la composante Γ_ε. Dans (Chevallard, 1994) une typologie des ostensifs est proposée avec les « ostensifs qui ont une forme *matérielle, sensible », « l*es ostensifs *gestuels »,* « les ostensifs *discursifs* (ou langagiers) », « les ostensifs *graphiques* » et « les ostensifs *scripturaux* ». Cette typologie est reprise dans (Bosch & Chevallard, 1999) avec quatre registres ostensifs cités « registre de l'*oralité*, registre de la *trace* (qui inclut graphismes et écritures), registre de la *gestualité*, (…) registre de la *matérialité quelconque* (…) ». La diversité et la multiplicité des ostensifs sont à la fois nécessaires pour l'apprentissage et ont un impact direct sur les techniques attendues.

Divers travaux (voir par exemple (Elia & al., 2007) ou (Block & al., 2012)) ont mis en évidence la sensibilité de l'activité mathématique des élèves aux ostensifs présents dans un exercice.

Cette composante permet, en complément de la composante Ω_ε, de décrire les éléments d'un exercice servant à / incitant à mobiliser les organisations mathématiques potentielles rattachées à cet exercice.

4.3 Caractérisations d'un Exercice

Cette modélisation en trois composantes permet de proposer des caractérisations d'un exercice.

La *dimension épistémologique* de l'exercice est caractérisée par la composante Γ_ε. La *dimension didactique* de l'exercice est caractérisée à partir des composantes Ω_ε et H_ε, cette caractérisation peut être réalisée indépendamment de l'institution ou en la prenant en compte. Dans le premier cas nous restons autour du Pôle Ontologique, le second nous amène vers le Pôle Fonctionnel.

Nous appelons *institution générique* une institution qui définit un cadre général qui s'impose aux enseignants sans se préoccuper des réalités particulières de mise en œuvre. Par exemple l'éducation nationale qui produit les programmes de la classe de 4e, un établissement scolaire fixant une progression commune.

Nous appelons *institution spécifique* une institution dans laquelle évolue effectivement, pour une durée donnée, un enseignant ou un apprenant (la classe de 4eD du collège Agnési pour l'année 2014-2015).

À partir d'une première caractérisation didactique, la prise en compte successive des différentes institutions permet d'affiner cette caractérisation en répondant à des impératifs pratiques des enseignants ou d'un EIAH prescrivant des exercices. Les institutions génériques, par exemple, permettent de caractériser un exercice en termes de conformité à un curriculum, d'adéquation d'une technique par rapport aux acquis antérieurs. La prise en compte des institutions spécifiques permet d'affiner encore cette première caractérisation en examinant par exemple l'adéquation à un moment d'apprentissage pour une classe donnée ou encore l'adéquation à un apprenant en fonction de son histoire didactique et épistémologique.

Ainsi, pour un exercice ε, on obtient :

$$\varepsilon = \{ \overbrace{\underbrace{\Gamma_\varepsilon}_{\text{Dimensions épistémologiques}} ; \Omega_\varepsilon}^{\text{Composantes tâches}} ; \overbrace{H_\varepsilon}^{\text{Composante habillage}} \}$$

Dimensions didactiques

4.4 Exemple

Nous illustrons maintenant, le processus sur l'exercice suivant. Les types de tâches et techniques évoqués font référence au travail présenté dans (Chaachoua, 2010).

Résoudre les équations suivantes
1. $(2x+3)(x-4)=0$
2. $x^2+4x+4=0$
3. $x^2+6x-7=0$ $(1\ est\ solution)$
4. $x^2+5x-4=0$
5. $x^2+7=0$

Les trois composantes

Composante Γ_ε : cinq tâches qui relèvent toutes du type de tâche Tr-eq2 (résoudre une équation de degré 2).

Composante Ω_ε : l'exercice est de type Ω_3 avec comme enjeux possibles le choix de la bonne technique parmi celles disponibles (si toutes les techniques sont connues de l'apprenant) ou la mise en évidence de la portée limitée de certaines techniques (se ramener à une équation produit nul par exemple) par exemple pour motiver l'introduction de nouvelles techniques.

Composante H_ε : elle est assez réduite, les équations sont données dans le registre symbolique algébrique et il y a un ostensif textuel associé à la question 3 qui guide vers le choix de la technique « se ramener à une équation produit nulle en factorisant par $(x-1)$ ». Dans les autres cas aucun ostensif ne guide le choix de la technique (on peut cependant considérer que la forme choisie pour le membre de gauche de la première équation a pour objectif d'activer le non-ostensif *résoudre une équation produit nulle*. Tout l'exercice est dans le cadre (Douady, 1986) de l'algèbre.

Étude des dimensions didactiques

Dimension didactique hors institution.

Il existe une technique, celle du discriminant, qui permet de réaliser toutes les tâches.

Il existe une technique, équation produit nul, permettant de traiter les questions 1 à 3, éventuellement avec mobilisation d'une autre technique, factorisation, pour les questions 2 et 3. L'ostensif textuel de la question 3 oriente le choix de la technique. La question 4 ne peut pas être traitée avec les techniques mobilisées pour les questions 1 à 3. La question 5 mobilise une autre technique, équation du type $x^2=k$.

Dimension didactique avec prise en compte de l'institution.

Trois institutions sont examinées dans cet exemple, d'autres sont évidemment envisageables.

Institution générique *classe de 3e* : la technique du discriminant n'est pas connue. Les questions 1, 2 et 4

peuvent être traitées. Les questions 3 et 5 sont hors du champ des techniques enseignées.

Institution spécifique *classe de 3e B* : la question 2 n'est adaptée que si la technique *factoriser à l'aide d'une identité remarquable* a déjà été enseignée.

Institution générique *classe de 2nde* : la présence de l'ostensif textuel à la question 3 permet que les questions 1, 2, 3 et 5 soient adaptées, la question 4 peut servir à motiver l'introduction d'une nouvelle technique, par exemple dans l'institution générique *classe de 1ère S*.

5 Conclusion

Le modèle construit permet à la fois une finesse didactique et une indépendance vis-à-vis des institutions en liant l'exercice à des praxéologies. Il permet aussi d'affiner la caractérisation, pour un usage particulier, par la prise en compte des contraintes institutionnelles. La suite immédiate du travail est de préciser de quelle manière les différentes composantes d'un exercice peuvent être rattachées à la notion de variables dans le modèle praxéologique (Chaachoua & Bessot, 2016).

Ceci réalisé, la représentation ontologique des praxéologies et les possibilités de calculs qu'elle offre dans le cadre de T4TEL, permettront d'offrir, à partir des informations relatives aux trois composantes, des informations complémentaires relatives à un exercice : par exemple les prérequis nécessaires à sa réalisation, son adéquation à un curicula donné, son niveau estimé de difficulté relativement à une institution.

Deux axes principaux sont ensuite possibles. Il est d'une part possible de développer la prise en compte du *Pôle génétique* afin d'intégrer des aspects comme l'évolution d'une ressource en situation écologique et les questions de qualité. D'autre part l'articulation effective entre le service d'indexation et de recherche de ressources et des EIAH d'aide à la construction de parcours d'apprentissage ou de diagnostic est aussi à envisager à moyen terme.

6 Références

Block, D., Nikolantonakis, K., & Vivier, L. (2012). Registres et praxis numérique en fin de première année de primaire dans trois pays. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *17*, 59–86.

Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherche En Didactique Des Mathématiques*, *19*(1), 77–124.

Castela, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherche En Didactique Des Mathématiques*, *28*(2), 135–182.

Chaachoua, H. (2010). *La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique des EIAH. Etudes de cas : la modélisation des connaissances des élèves.* (Note de synthèse HDR). Grenoble. UJF.

Chaachoua, H., & Bessot, A. (2016). Introduction de la notion de variable dans le modèle praxéologique. In *Actes du 5e congrès pour la TAD*. Castro-Urgiales.

Chaachoua, H., Ferraton, G., & Desmoulins, C. (2013). Utilisation du modèle praxéologique de référence dans un EIAH. Presented at the 4e congrès international sur la TAD, Toulouse, France.

Charnay, R. (1992). Problème ouvert. Problème pour chercher. *Grand N*, (51), 77–83.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *RDM 12*(1), 83–121.

Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. 1.Structures & Fonctions. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, & R. Floris (Eds.), *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 3–22). La Pensée Sauvage, Grenoble.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, *7*(2).

Douglas, M. (1987). *How Institutions Think* (Routledge & Kegan Paul). Londres.

Elia, I., Gagatsis, A., & Demetriou, A. (2007). The effects of different modes of representation on the solution of one-step additive problems. *Learning and Instruction*, *17*(6), 658–672. 1

Gueudet, G., & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education & didactique*, *2*(3), 7–33.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (Juin 2010). Presses Universitaires de Rennes et INRP.

Le Moigne, J.-L. (1994). *La théorie du système général. Théorie de la modélisation.* Paris: Presses Universitaires de France. Retrieved from

Libbrecht, P., & Desmoulins, C. (2009). A Cross-curriculum Representation for Handling and Searching Dynamic Geometry Competencies. In D. Dicheva, R. Mizoguchi, & J. Greer (Eds.), *Semantic Web Technologies for e-Learning* (pp. 136–155). IOS Presse.

Mandin, S., & Guin, N. (2014). Basing Learner Modelling on an Ontology of Knowledge and Skills. In *2014 IEEE 14th International Conference on Advanced Learning Technologies* (pp. 321–323). Athène.

Mourtos, N. J., Dejong Okamoto, N., & Rhee, J. (2004). Defining, teaching, and assessing problem solving skills. Presented at the 7th UIECCE Annual Conference on Engineering Education, Mumbai, India.

Pecaut, F. (1911). Exercices scolaires (oraux et écrits). In *Nouveau dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire, édition de 1911* (L'édition électronique). Institut Français de l'Education.

Robert, A., & Rogalski, M. (2002). Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur les exercices ? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion de classe. *Petit X*, (60), 6–25.

Van Assche, F. (2007). Linking Learning Resources to Curricula by using Competencies. In *Proceedings of the First International Workshop on Learning Object Discovery & Exchange* (pp. 80–91). Crête: CEUR-WS.org.