

Quelques réflexions sur les problèmes pour chercher

Formation des référents mathématiques Académie de Nantes
(26/02/2019)

Magali HERSANT

Université de Nantes, ESPÉ des Pays de la Loire, CREN

Quelques pistes de réflexion

- ▶ apprendre à chercher / apprendre à résoudre
- ▶ apprentissages méthodologiques : qu'est-ce que cela signifie ?
- ▶ apprendre à chercher : qu'est-ce que ça signifie ? que peut-on en dire aux élèves ?
- ▶ la relativité de l'ouverture du problème
- ▶ Pistes :
 - ▶ utiliser les PPC pour travailler explicitement des connaissances mathématiques qu'on travaille rarement et qu'on suppose connues des élèves à un moment de leur scolarité (des premières preuves au cycle 3 par exemple)
 - ▶ travailler sur des groupes de problèmes semblables pour dégager des invariants

Les croquettes (Rallye romand)

100 croquettes ont été réparties dans 5 assiettes. Dans la 1^e et la 2^e assiettes, ensemble, il y a 52 croquettes. Dans la 2^e et la 3^e assiettes, ensemble, il y a 43 croquettes. Dans la 3^e et la 4^e assiettes, ensemble, il y a 34 croquettes. Dans la 4^e et la 5^e assiettes, ensemble, il y a 30 croquettes. Combien de croquettes y a-t-il dans chaque assiette ?

*2ème rallye mathématique romand – 1994 (fin de cycle 2, cycle 3)
proposé dans « les problèmes pour chercher » document
d'accompagnement des programmes de 2002*

Quel(s) savoir(s) mathématique(s) peut-on apprendre avec ce pb ?

Solution experte

un problème à 5 équations, 5 inconnues qui correspond à un système :

$$\begin{cases} a + b + c + d + e = 100 \\ a + b = 52 \\ b + c = 43 \\ c + d = 34 \\ d + e = 30 \end{cases}$$

a, b, c, d, e le nombre de croquettes resp. dans la 1ère, la 2è, la 3è, la 4è et la 5è assiette

on trouve : $a=27, b = 25, c = 18, d = 16, e = 14$

Au cycle 2 ou 3

- ▶ « faire des essais » : mais quelle astuce pour les organiser ? on peut supposer qu'il y a en a autant dans la 1ère et dans la 2de puis faire les calculs. ... la somme fait 99, il en manque une. ...
- ▶ « raisonnement déductif » : ça revient finalement à la résolution du système d'équations sans le formalisme
- ▶ des invariants pour ces problèmes :
 - ▶ la solution du problème c'est l'ensemble des valeurs (un 5-uplet ici) : on a résolu le problème si on a trouvé les 5 valeurs
 - ▶ vérifier que toutes conditions à respecter sont remplies
 - ▶ trouver un moyen (code couleur ou lettre) de désigner facilement les valeurs cherchées

Les oeufs (cycle 3)

Dans une ferme, le fermier remplit des boîtes de 6 oeufs et des boîtes de 12 oeufs. Il les vend au marché : 1 euro la boîte de 6, 2 euros la boîte de 12. À la fin du marché il a gagné 18 euros.

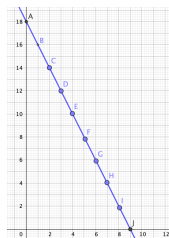
Combien de boites de 6 et de boite de 12 a t-il vendues ?

Quel(s) savoir(s) mathématique(s) peut-on apprendre avec ce pb ?

Solution experte

$18 = a + 2b$ où a et b sont des entiers, a le nombre de boîtes de 6 et b le nombre de boîtes de 12 oeufs

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
2	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
4	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
5	3	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20				24
6	4	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
7	5	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	
8	6	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
9	7	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
10	8	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
11	9	18																		



$a = 18 - 2b$; en abscisses le nombre de boîtes de 12 oeufs, en ordonnée le nombre de boîtes de 6 oeufs.

On est dans le cas d'une équation diophantienne, plusieurs solutions.

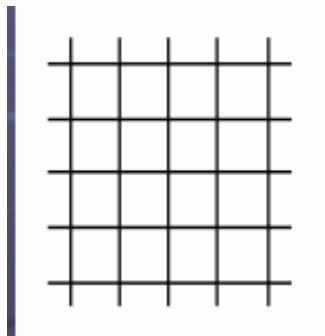
Au cycle 3

- ▶ recherche exhaustive : c'est long
- ▶ recherche de raisonnements pour faciliter l'exploration des possibles :
 - ▶ pour avoir 18 euros il faut un nombre pair de boites de 6 oeufs
 - ▶ j'ai au plus 18 boites de 6 et 9 boites de 12
 - ▶ 0 boites de 6 et 9 boites de 12 est une solution
 - ▶ si je vends 2 boites de 6 oeufs de plus il faut que je vende 1 boite de 12 en moins pour rester à l'équilibre

Des types de problèmes à identifier

- ▶ des pbs qui renvoient à des systèmes d'équations (les coquettes, lapins/poules, triangles/carrés, voitures/motos...)
- ▶ des pbs qui renvoient à des équations diophantiennes (les oeufs) pour lesquels
 - ▶ il faut s'assurer que la recherche a permis d'obtenir toutes les solutions
 - ▶ il est intéressant de mettre en évidence des invariants utiles à la résolution :
 - ▶ chercher à borner les solutions
 - ▶ chercher des astuces pour réduire l'exploration des possibles
 - ▶ on peut faire une recherche exhaustive parce qu'on travaille avec des nombres entiers naturels
 - ▶ on peut travailler à partir d'une première solution et raisonner sur ce qu'il faut faire pour rester à l'équilibre

Pas 3 points alignés (Hersant, 2010)



Placer le plus de points sur les noeuds de la grille sans en aligner 3.

Un type de problème

- ▶ problème d'optimisation discrète
- ▶ chercher des solutions
- ▶ chercher des façons de réduire l'exploration des possibles :
 - ▶ poser le problème en termes d'impossible

Références

- Arsac, G., Germain, G., & Mante, M. (1991). *Problèmes ouverts et situations-problèmes*. Lyon : IREM de Lyon.
- Arsac, G., & Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Lyon : Scéren.
- Hersant, M. (2010). *Empirisme et rationalité à l'école élémentaire, vers la preuve au cycle 3*. Habilitation à Diriger des recherches, Université de Nantes.
- Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques. Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Rennes : PUR.