



**HAL**  
open science

## Quelques réflexions à propos des ”problèmes pour chercher” à l’école élémentaire

Magali Hersant

► **To cite this version:**

Magali Hersant. Quelques réflexions à propos des ”problèmes pour chercher” à l’école élémentaire. 2019. hal-02060561v1

**HAL Id: hal-02060561**

**<https://hal.science/hal-02060561v1>**

Preprint submitted on 7 Mar 2019 (v1), last revised 4 Jun 2019 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L’archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d’enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Quelques réflexions sur les problèmes pour chercher

Formation des référents mathématiques Académie de Nantes  
(26/02/2019)

Magali HERSANT

Université de Nantes, ESPÉ des Pays de la Loire, CREN

## Quelques pistes de réflexion

- ▶ apprendre à chercher / apprendre à résoudre
- ▶ apprentissages méthodologiques : qu'est-ce que cela signifie ?
- ▶ apprendre à chercher : qu'est-ce que ça signifie ? que peut-on en dire aux élèves ?
- ▶ la relativité de l'ouverture du problème
- ▶ Pistes :
  - ▶ utiliser les PPC pour travailler explicitement des connaissances mathématiques qu'on travaille rarement et qu'on suppose connues des élèves à un moment de leur scolarité (des premières preuves au cycle 3 par exemple)
  - ▶ des des groupes de problèmes

## Les croquettes (Rallye romand)

100 croquettes ont été réparties dans 5 assiettes. Dans la 1<sup>e</sup> et la 2<sup>e</sup> assiettes, ensemble, il y a 52 croquettes. Dans la 2<sup>e</sup> et la 3<sup>e</sup> assiettes, ensemble, il y a 43 croquettes. Dans la 3<sup>e</sup> et la 4<sup>e</sup> assiettes, ensemble, il y a 34 croquettes. Dans la 4<sup>e</sup> et la 5<sup>e</sup> assiettes, ensemble, il y a 30 croquettes. Combien de croquettes y a-t-il dans chaque assiette ?

*2ème rallye mathématique romand – 1994 ( fin de cycle 2, cycle 3)  
proposé dans « les problèmes pour chercher » document  
d'accompagnement des programmes de 2002*

Quel(s) savoir(s) mathématique(s) peut-on apprendre avec ce pb ?

## Solution experte

un problème à 5 équations, 5 inconnues qui correspond à un système :

$$\begin{cases} a + b + c + d + e = 100 \\ a + b = 52 \\ b + c = 43 \\ c + d = 34 \\ d + e = 30 \end{cases}$$

$a, b, c, d, e$  le nombre de croquettes resp. dans la 1ère, la 2è, la 3è, la 4è et la 5è assiette

on trouve :  $a=27, b = 25, c = 18, d = 16, e = 14$

## Au cycle 2 ou 3

- ▶ « faire des essais » : mais quelle astuce pour les organiser ? on peut supposer qu'il y a en a autant dans la 1ère et dans la 2de puis faire les calculs. ... la somme fait 99, il en manque une. ...
- ▶ « raisonnement déductif » : ça revient finalement à la résolution du système d'équation sans le formalisme
- ▶ des invariants pour ces problèmes :
  - ▶ la solution du problème c'est l'ensemble des valeurs (un 5-uplet ici) : on a résolu le problème si on a trouvé les 5 valeurs
  - ▶ vérifier que toutes conditions à respecter sont remplies
  - ▶ trouver un moyen (code couleur ou lettre) de désigner facilement les valeurs chercher

## Les oeufs (cycle 3)

Dans une ferme, le fermier remplit des boîtes de 6 oeufs et des boîtes de 12 oeufs. Il les vend au marché : 1 euro la boîte de 6, 2 euros la boîte de 12. À la fin du marché il a gagné 18 euros.

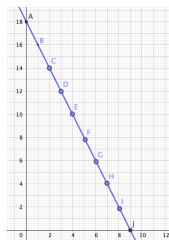
Combien de boites de 6 et de boite de 12 a t-il vendues ?

Quel(s) savoir(s) mathématique(s) peut-on apprendre avec ce pb ?

## Solution experte

$18 = a + 2b$  où  $a$  et  $b$  sont des entiers,  $a$  le nombre de boîtes de 6 et  $b$  le nombre de boîtes de 12 oeufs

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
2	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
4	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
5	3	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20				24
6	4	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
7	5	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	
8	6	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
9	7	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
10	8	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
11	9	18																		



$a = 18 - 2b$ ; en abscisses le nombre de boîtes de 12 oeufs, en ordonnée le nombre de boîtes de 6 oeufs.



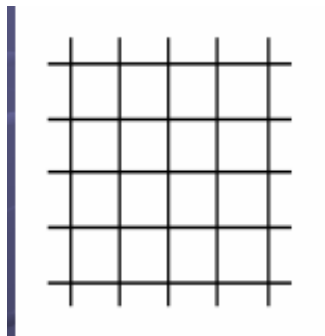
## Au cycle 3

- ▶ recherche exhaustive : c'est long
- ▶ recherche d'astuces pour faciliter l'exploration des possibles :
  - ▶ pour avoir 18 euros il faut un nombre pair de boites de 6 oeufs
  - ▶ j'ai au plus 18 boites de 6 et 9 boites de 12
  - ▶ 0 boites de 6 et 9 boites de 12 est une solution
  - ▶ si je vends 2 boites de 6 oeufs de plus il faut que je vende 1 boite de 12 en moins pour rester à l'équilibre

## Un type de problèmes

- ▶ Lapins-poules / triangles - carrés / voitures-moto ... sont des problèmes analogues
- ▶ ils sont associés à un type d'équations : les équations diophantiennes
- ▶ s'assurer que la recherche a permis d'obtenir toutes les solutions
- ▶ les invariants
  - ▶ chercher à borner les solutions
  - ▶ chercher des astuces pour réduire l'exploration des possibles
  - ▶ on peut faire une recherche exhaustive parce qu'on travaille avec des nombres entiers naturels
  - ▶ on peut travailler à partir d'une première solution et raisonner sur ce qu'il faut faire pour rester à l'équilibre

## Pas 3 points alignés (Hersant, 2010)



Placer le plus de points sur les noeuds de la grille sans en aligner 3.

## Un type de problème

- ▶ problème d'optimisation discrète
- ▶ chercher des solutions
- ▶ chercher des façons de réduire l'exploration des possibles :
  - ▶ poser le problème en termes d'impossible

## Références

- Arsac, G., Germain, G., & Mante, M. (1991). *Problèmes ouverts et situations-problèmes*. Lyon : IREM de Lyon.
- Arsac, G., & Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Lyon : Scéren.
- Hersant, M. (2010). *Empirisme et rationalité à l'école élémentaire, vers la preuve au cycle 3*. Habilitation à Diriger des recherches, Université de Nantes.
- Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques. Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Rennes : PUR.

## Des ressources

- ▶ ne pas hésiter à venir vers moi pour toute question
- ▶ l'IREM : journée académique le mercredi 3 avril 2019
- ▶ les ressources utiles : Publimaths, Grand N, Repères IREM, les actes de la Copirelem
- ▶ le master 2 Enseignement Expertise Apprentissage