



**HAL**  
open science

# Accommodation cyclique du polyéthylène : expériences et modélisation thermo-viscoélastique non-linéaire fortement couplée

Thao Nguyen, Sylvie Castagnet, Jean-Claude Grandidier, M. Gueguen,  
Laurent Sabatier, Andre Chrysochoos

## ► To cite this version:

Thao Nguyen, Sylvie Castagnet, Jean-Claude Grandidier, M. Gueguen, Laurent Sabatier, et al.. Accommodation cyclique du polyéthylène : expériences et modélisation thermo-viscoélastique non-linéaire fortement couplée. 22ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2015, Lyon, France. hal-02057190

**HAL Id: hal-02057190**

**<https://hal.science/hal-02057190>**

Submitted on 5 Mar 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Accommodation cyclique du polyéthylène : expériences et modélisation thermo-viscoélastique non-linéaire fortement couplée.

S.T.T. NGUYEN<sup>a</sup>, S. CASTAGNET<sup>a</sup>, J.C. GRANDIDIER<sup>a</sup>,  
M. GUEGUEN<sup>a</sup>, L. SABATIER<sup>b</sup>, A. CHRYSOCHOOS<sup>b</sup>

a. Institut PPRIME (UPR 3346 CNRS, ISAE-ENSMA, Université de Poitiers),

[sylvie.castagnet@ensma.fr](mailto:sylvie.castagnet@ensma.fr)

b. Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (UMR 5508 CNRS, Université de Montpellier 2),

[andre.chrysochoos@univ-montp2.fr](mailto:andre.chrysochoos@univ-montp2.fr)

## Résumé :

*L'objectif est de prédire l'accommodation cyclique d'un polymère semi-cristallin en intégrant le couplage fort entre la mécanique et la thermique. Il s'agit de capter les deux échelles de temps liées à l'évolution de la déformation moyenne qui accompagne le cyclage et à la boucle stabilisée elle-même, avec des contributions énergétiques pertinentes, utilisables le cas échéant dans un critère de fatigue.*

*Un premier travail avait été mené dans un cadre isotherme. L'étude expérimentale et théorique est ici étendue au cadre thermo-mécanique. Des essais de traction et cisaillement, réalisés par le LMGC de Montpellier, permettent d'accéder aux sources de chaleur. Ils sont confrontés à un modèle thermo-viscoélastique non-linéaire dans lequel le couplage est introduit via la thermo-élasticité (par la déformation volumique) et via la dissipation visqueuse (sur la base du principe d'équivalence temps-température). L'article présente les résultats en cisaillement.*

## Abstract :

*The aim of the work is to predict cyclic accommodation of a polyethylene, taking into account strong thermo-mechanical coupling. The challenge is to be able to predict both the long and short time scales respectively associated with the mean strain increase and stress-strain loop itself. Energetic terms must be accurately predicted to be used as inputs in a fatigue life criterion.*

*A previous work had been conducted in an isothermal framework. It is extended here to thermo-mechanics. Tensile and shear tests performed at the LMGC laboratory (Montpellier, France) provided deformation, temperature and heat sources fields that could be compared to a non-linear thermo-viscoelastic model where coupling was introduced via thermo-elasticity (via the volume strain) and viscous dissipation (via the time-temperature superposition principle on viscoelasticity). Shear results are presented here*

**Mots clefs : cisaillement, traction, bilan d'énergie, auto-échauffement**

## 1 Introduction

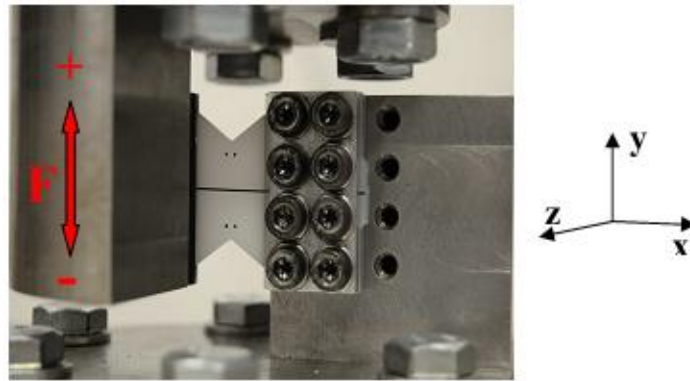
Dans une approche de dimensionnement en fatigue basée sur un critère multiaxial, les paramètres d'entrée du critère (contraintes, déformations, termes énergétiques) sont généralement calculés sur un état stabilisé. Dans les métaux, il s'agit souvent du premier cycle, en supposant que le matériau se comporte élastiquement ou présente des processus de plasticité très localisés. Dans les matériaux viscoélastiques comme les polymères, l'évolution significative de la raideur en début de cyclage soulève la question de la stabilisation du cycle à partir duquel les paramètres mécaniques devraient être calculés. Un enjeu important est donc de définir et prédire cet état stabilisé, c'est à dire non seulement l'évolution de la déformation moyenne qui accompagne le cyclage (effet dit « de rochet ») mais aussi la boucle stabilisée elle-même et les contributions énergétiques pertinentes. Pour être applicable à des structures, le modèle doit conserver un formalisme aussi maniable que possible. Dans un premier volet du travail, il a été proposé un modèle thermodynamique capable de capter à la fois l'effet de rochet et l'évolution de la boucle sur 1000 cycles, tout en restant utilisable en calcul de structures [1]. La formulation de ce modèle s'appuyait sur une base d'essais cycliques menés sous différentes fréquences, contraintes moyennes, rapports de charge et mode de chargement (traction ou cisaillement), plus large que la grande majorité des modèles cycliques proposés pour les polymères dans la littérature.

Néanmoins, plusieurs études montrent que la température joue un rôle dans le comportement cyclique. Les phénomènes d'auto-échauffement en sont une manifestation claire. Le nombre de modèles formulés dans un cadre thermo-mécanique fortement couplé (au sens où la déformation modifie la température qui modifie en retour le comportement) est réduit. C'est l'axe de travail qui est adopté ici, en étendant le modèle isotherme précédent dans un cadre thermo-mécanique fortement couplé.

Le comportement thermo-viscoélastique couplé implique que la déformation du polymère modifie localement la température (par couplage ou par dissipation), laquelle affecte en retour la réponse viscoélastique. Pour compléter le suivi mécanique de l'essai, la mesure de température ne suffit pas. En effet, celle-ci dépend non seulement de l'intensité et de la distribution des sources de chaleur mais également de la diffusion par conduction dans le matériau et des échanges de l'éprouvette avec l'extérieur. Il est nécessaire d'accéder à l'évolution des sources de chaleur pendant l'essai. Des expériences sont menées pour cela par le LMGC de Montpellier. La mesure de champs de températures par thermographie infra-rouge, couplée à la mesure de champs de déformation par corrélation d'images numériques, permet de traiter complètement l'équation locale de la chaleur dans une version 2D et de reconstruire les sources de chaleur.

## 2 Expérimental

Le travail est mené sur 1000 cycles sur un polyéthylène haute densité, disponible sous la forme de plaques extrudées de 2mm d'épaisseur. Deux types d'essais, pilotés en force, sont réalisés : des essais de traction sur éprouvettes haltère classique, et des essais de « cisaillement » de type Iosipescu, menés sur éprouvettes plates papillon (cf. Figure 1). Dans ce dernier cas, les deux extrémités de l'éprouvette sont encastrées. L'une est maintenue fixe tandis que l'autre est soumise à un déplacement vertical (direction y sur la Figure 1) de manière à rester parallèle à la première. Dans la partie centrale effectivement analysée, une faible composante de traction perpendiculaire s'ajoute donc à la composante majoritaire de cisaillement. L'accent est mis sur les essais de cisaillement dans la présente communication. Le lecteur est invité à se référer à [2] pour une présentation plus complète.



**Figure 1.** Essai de « cisaillement » Iosipescu sur éprouvette papillon.

Trois paramètres sont choisis pour analyser l'évolution des boucles ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) au cours du cyclage : (i) la déformation de rochet définie comme la moyenne de la déformation minimale et de la déformation maximale du cycle, (ii) l'aire de la boucle et (iii) le module d'élasticité sécant, défini comme la pente de la ligne liant le point initial et le point de déformation maximale du cycle.

Au cours des essais de traction et de cisaillement réalisés par le LMGC de Montpellier, la mesure de champs de température et déformation permet de calculer les différents termes de l'équation de diffusion de la chaleur sous sa forme locale dans un cadre 2D, et d'accéder aux sources de chaleur [3]. Les éprouvettes sont ici soumises à des signaux sinusoïdaux, dans une gamme de fréquence supérieure (1 et 10Hz) et sous une contrainte équivalente maximale de 22.5MPa au lieu de 17MPa en isotherme. Les rapports de charge appliqués sont de 0.1 en traction et 0 et -1 en cisaillement.

Outre la masse volumique, ce calcul nécessite de connaître la capacité calorifique  $C$ , le coefficient de conductivité  $k$  (supposé isotrope), et le coefficient d'échange de chaleur  $h$  entre le polymère et l'air ambiant en face avant de l'échantillon. Ce dernier paramètre est estimé en traitant un essai de retour à l'équilibre thermique après choc thermique par une forme simplifiée de l'équation de la chaleur (dite « 0D »).

### 3 Modèle thermo-viscoélastique non-linéaire fortement couplé

L'objectif de ce travail est de proposer un modèle thermo-mécanique fortement couplé dont la Figure 2 résume les principales équations.

Ce modèle est construit par extension d'un premier modèle isotherme, écrit dans le cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles par variables internes, en petites déformations. Le cadre viscoélastique non-linéaire avait été justifié par des essais de recouvrance post-cyclage, mettant évidence une contribution majoritaire de la viscoélasticité à la déformation moyenne, ainsi que son caractère non-linéaire. La viscoélasticité est de type Maxwell généralisé. La séparation des variables internes en deux familles (volumique et déviatorique) constitue une originalité. Ces deux contributions sont renseignées par comparaison des essais de traction et de cisaillement. La non-linéarité résulte de l'écriture de l'état d'équilibre vers lequel évoluent les variables internes visqueuses. Cette écriture constitue une proposition originale, alternative de la majorité des formalismes où les temps de relaxation dépendent de la contrainte ou de la déformation. Ce modèle avait permis de raisonnablement capter un ensemble de réponses mécaniques plus vaste que la plupart des études de la littérature, à savoir déformation moyenne et boucle elle-même (c'est-à-dire charges-décharges) cumulées sur 1000 cycles, effet de la fréquence et effet du rapport de charge positif, recouvrance de la déformation après 1000 cycles [1].

Le couplage thermo-mécanique est ici introduit via la thermo-élasticité (par la déformation volumique) et via la dissipation visqueuse (sur la base du principe d'équivalence temps-température). Les paramètres mécaniques du modèle sont identifiés à partir d'essais à faible fréquence dans un cadre isotherme. Le cadre thermomécanique nécessite en outre d'identifier la capacité calorifique  $C$ , le coefficient de conductivité thermique  $k$  (supposé isotrope), le coefficient de dilatation thermique  $\alpha$  et les facteurs de glissement  $a_T$  des temps caractéristiques nécessaires à l'application du principe d'équivalence temps-température. Ces deux dernières grandeurs sont liées respectivement aux parts thermo-élastique et dissipative de la description des couplages thermo-mécaniques. Ces différents paramètres sont identifiés par des essais dédiés séparés indépendants des essais thermo-mécaniques (DSC, dilatométrie, DMA).

Le modèle est ensuite implémenté dans le code de calculs par Eléments Finis Abaqus®. S'agissant de l'essai de cisaillement, une demi-éprouvette (demi épaisseur) est modélisée, avec une condition de symétrie thermique et mécanique sur la face arrière. Des conditions aux limites thermiques doivent être prescrites lors de la simulation numérique des essais, notamment par les coefficients  $h$  d'échange de chaleur entre l'éprouvette et l'air environnant. Ces coefficients dépendent notamment de la géométrie de la surface en contact avec l'air et de son orientation. Comme la simulation numérique porte sur l'éprouvette entière, les coefficients d'échange sur les différentes faces sont identifiés par analyse inverse d'un essai de retour à l'équilibre thermique, conjointement à la conductivité thermique.

**Potentiel thermodynamique** (énergie libre Helmholtz)  $\psi = \psi(tr\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{e}, z^{tr\epsilon j}, \mathbf{z}^{ej})$

$$\rho\psi = \underbrace{\frac{1}{2} K_\infty (tr\boldsymbol{\varepsilon})^2 + G_\infty (\mathbf{e} : \mathbf{e})}_{\text{équilibre}} + \underbrace{\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n^K} \frac{(z^{tr\epsilon j} - z_\infty^{tr\epsilon j})^2}{K^{tr\epsilon j}} + \sum_{j=1}^{n^G} \frac{(\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_\infty^{ej}) : (\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_\infty^{ej})}{G^{ej}}}_{\text{hors d'équilibre}}$$

$$-K_\infty tr\boldsymbol{\varepsilon} \alpha_T (T - T_0) - \frac{1}{2} \frac{\rho C_p}{T_0} (T - T_0)^2$$

thermique équilibre

**Lois d'état**

$$tr\boldsymbol{\sigma} = K_0 tr\boldsymbol{\varepsilon} - \sum_{j=1}^{n^K} z^{tr\epsilon j} - K_\infty \alpha_T (T - T_0)$$

$$\mathbf{s} = 2G_0 \mathbf{e} - 2 \sum_{j=1}^{n^G} z^{ej}$$

**Lois d'évolution**

$$\frac{dz^{tr\epsilon j}}{dt} = - \frac{(z^{tr\epsilon j} - z_\infty^{tr\epsilon j})}{\tau^{tr\epsilon j} a_T^{tr\epsilon j}}$$

$$\frac{d\mathbf{z}^{ej}}{dt} = - \frac{2(\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_\infty^{ej})}{\tau^{ej} a_T^{ej}}$$

**État équilibre non linéaire**

$$z_\infty^{tr\epsilon j} = K^{tr\epsilon j} tr\boldsymbol{\varepsilon} = p_j^K K_R (2 - \exp(-A_V tr\boldsymbol{\varepsilon}^{relaxé})) tr\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\mathbf{z}_\infty^{ej} = G^{ej} \mathbf{e} = p_j^G G_R (2 - \exp(-A_D \boldsymbol{\varepsilon}_{eq}^{relaxé})) \mathbf{e}$$

**Équation de la chaleur locale**

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} + div \mathbf{J}_q - r = \dot{W}_{source} = \underbrace{-TK_\infty \alpha_T \frac{dtr\boldsymbol{\varepsilon}}{dt}}_{\text{Couplage thermo-élastique}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{n^K} \frac{(z^{tr\epsilon j} - z_\infty^{tr\epsilon j})^2}{a_T \tau^{tr\epsilon j} K^{tr\epsilon j}} + 2 \sum_{j=1}^{n^G} \frac{(\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_\infty^{ej}) : (\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_\infty^{ej})}{a_T \tau^{ej} G^{ej}}}_{\text{Dissipation}}$$

**Figure 2.** Principales équations du modèle thermo-viscoélastique non-linéaire fortement couplé

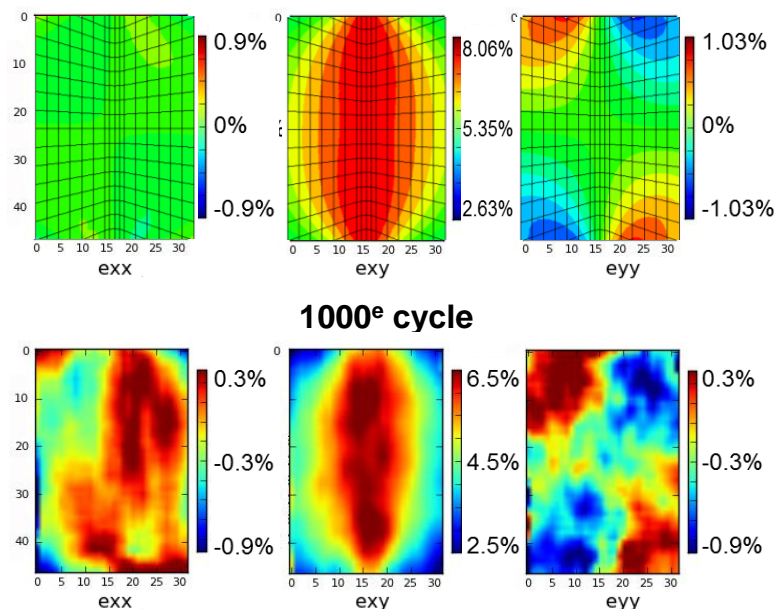
## 4 Résultats

Les résultats des simulations sont ici brièvement confrontés aux mesures expérimentales au cours d'un essai de cisaillement à une contrainte maximale imposée de 12.5 MPa, un rapport de charge  $R=0$  et une fréquence de 1Hz.

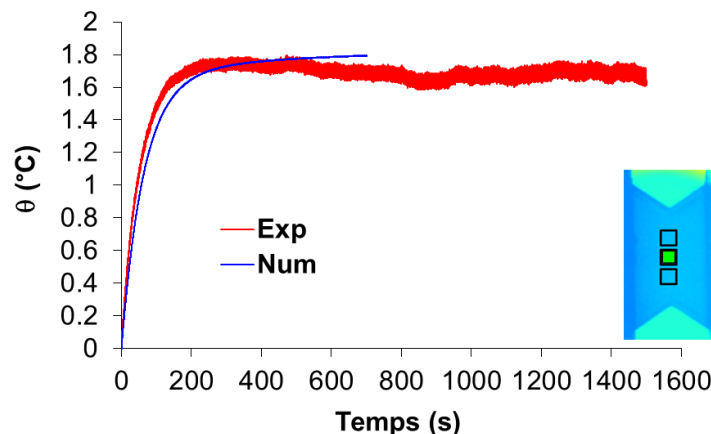
La Figure 3 présente les champs de composantes du tenseur des déformations dans le plan, à la contrainte maximale (sommet du cycle) au bout du 1000<sup>ème</sup> cycle. Les champs sont qualitativement prédits. Néanmoins, même si les ordres de grandeur sont corrects, les valeurs des déformations prédites sont assez nettement supérieures aux valeurs mesurées.

L'évolution de la température moyenne au centre de l'éprouvette est correctement prédite, comme l'illustre la Figure 4. C'est également le cas à l'échelle du cycle (cf. Figure 5 pour les premiers cycles), qu'il s'agisse de l'amplitude des échauffements / refroidissement liés au couplage thermo-élastique ou la vitesse d'échauffement moyenne liée à la dissipation.

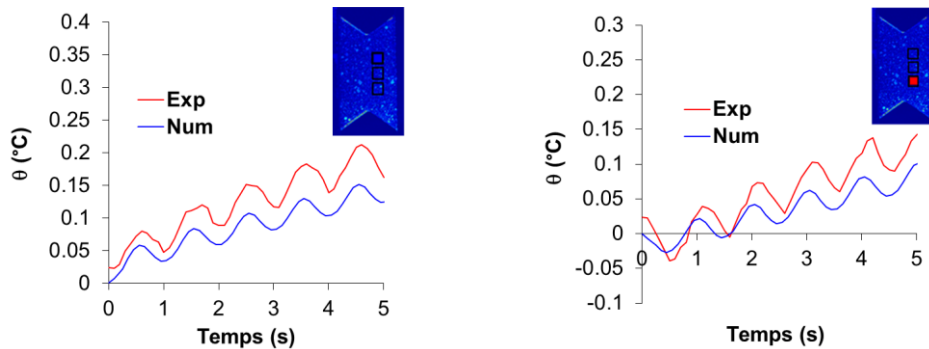
La Figure 6 illustre enfin la bonne confrontation des énergies de la source de chaleur au centre de l'éprouvette.



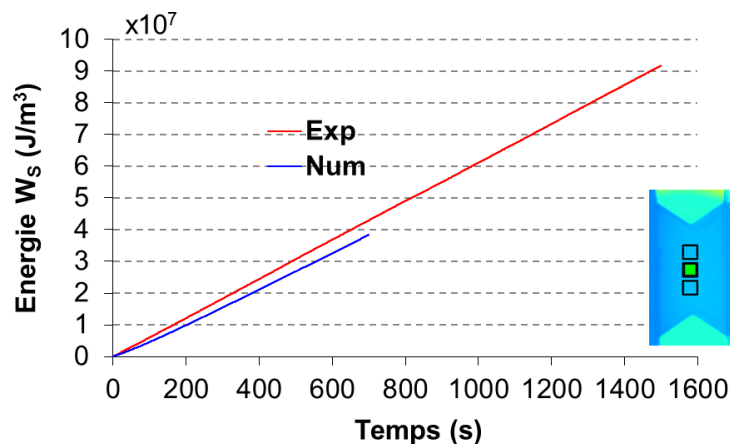
**Figure 3.** Champs de déformation mesurés expérimentalement (bas) et prédits par le modèle (haut) au 1000<sup>ème</sup> cycle en cisaillement à la force maximale ( $\sigma_{\max}=12.5\text{MPa}$ ,  $R=0$ ,  $f=1\text{Hz}$ )



**Figure 4.** Evolutions de la température moyenne mesurée et simulée au centre de l'éprouvette de cisaillement ( $\sigma_{\max}=12.5\text{MPa}$ ,  $R=0$ ,  $f=1\text{Hz}$ )



**Figure 5.** Evolutions de température à l'échelle des premiers cycles au cours d'un essai de cisaillement en deux endroits de l'éprouvette ( $\sigma_{\max}=12.5\text{MPa}$ ,  $R=0$ ,  $f=1\text{Hz}$ )



**Figure 6.** Energie de la source de chaleur mesurée expérimentalement et simulée au centre d'une éprouvette de cisaillement ( $\sigma_{\max}=12.5\text{MPa}$ ,  $R=0$ ,  $f=1\text{Hz}$ )

## 5 Conclusion

Ce travail vise à proposer un modèle apte à prédire l'accommodation cyclique du polyéthylène en intégrant le couplage fort entre la thermique et la mécanique. Il fait suite à un premier modèle viscoélastique non-linéaire développé en isotherme dans le cadre de la TPI par variables internes. La capacité à prédire de façon satisfaisante l'évolution et la stabilisation de la boucle sous un large spectre de conditions (fréquence, traction / cisaillement, rapport de charge, recouvrance post-cyclage), sur 1000 cycles à chaque fois, était un progrès dans la modélisation du cyclage.

Dans l'extension thermo-mécanique proposée ici, le couplage repose sur la thermo-élasticité (via la déformation volumique) et sur la dissipation visqueuse (sur la base du principe d'équivalence temps-température), sans hypothèse arbitraire supplémentaire. Un challenge important de l'approche est d'identifier les paramètres mécaniques du modèle dans le cadre isotherme d'essais à faible fréquence présentant très peu d'auto-échauffement, puis de les conserver inchangés dans la version thermo-mécanique, les paramètres thermiques supplémentaires étant identifiés séparément, indépendamment des essais thermo-mécaniques. Le cadre de validation est donc ambitieux. S'agissant du cisaillement présenté ici, les champs de déformation apparaissent qualitativement prédits. Les évolutions de la température et de l'énergie des sources de chaleur sont quantitativement correctes. Le cas de la traction, qui maximise les effets de couplage via la déformation volumique notamment, pose néanmoins des questions à la formulation du modèle.

## Références

- [1] S. T. T. Nguyen, S. Castagnet, J. C. Grandidier, Nonlinear viscoelastic contribution to the cyclic accommodation of high density polyethylene in tension: experiments and modeling, *International Journal of Fatigue* 55 (2013), 166-177.
- [2] S.T.T. Nguyen, Caractérisation expérimentale et modélisation thermo-mécanique de l'accommodation cyclique du polyéthylène, Thèse, ENSMA Poitiers, 2013.
- [3] J.M. Muracciole, B. Wattrisse, A. Chrysochoos, Energy Balance of a Semicrystalline Polymer During Local Plastic Deformation, *Strain* 44 (2008), 468–474.