HAL
open science

Simulation 2D de la fissuration dans un matériau ductile endommageable avec X-FEM

Jean-Philippe Crété, Patrice Longère, Jean-Marc Cadou

To cite this version:

Jean-Philippe Crété, Patrice Longère, Jean-Marc Cadou. Simulation 2D de la fissuration dans un matériau ductile endommageable avec X-FEM. 21ème Congrès Francais de Mécanique, Aug 2013, Bordeaux, France. hal-02018614

HAL Id: hal-02018614

https://hal.science/hal-02018614

Submitted on 15 Feb 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Simulation 2D de la fissuration dans un matériau ductile endommageable avec X-FEM

J.P Crété[ab], P. Longère[a], J.M Cadou[b]

a. *Université de Toulouse, ISAE/ICA*
b. *Université Européenne de Bretagne, UBS/LIMATB*

Résumé :

Nous avons cherché dans ce travail à modéliser la propagation d'une fissure dans un matériau ductile endommageable. Le comportement du matériau est décrit via une loi de type Gurson prenant en compte les effets combinés de l'écrouissage, de l'adoucissement thermique, de la viscoplasticité et de l'endommagement par croissance de vides. Nous avons retenu la méthode des éléments finis étendu (X-FEM) pour modéliser la fissure et sa propagation. Une méthode de propagation est proposée pour coupler le comportement fortement non linéaire du matériau et la X-FEM. Considérant quelques simplifications, le travail présenté reproduit la propagation d'une fissure en 2D résultant de la croissance de vides induits par endommagement ductile dans une plaque (cas des déformations planes).

Abstract :

The present work is devoted to the numerical simulation of crack propagation in engineering materials whose failure results from void initiation, growth and coalescence. We have considered a plate (case of planes strain) submitted to Mode I loading. The behavior of the plate material is described via a Gurson type model [1] [3] accounting for the combined effects of strain hardening, thermal softening, viscoplasticity and void growth induced damage. The eXtended Finite Element Method [2] has been retained to describe the kinematic consequences of the crack propagation across the mesh. A propagation method is proposed to couple the X-FEM and the behaviour of the material. While making some simplifications, the present work reproduces numerically the 2D propagation of a crack resulting from void growth induced damage.

Mots clefs : **X-FEM ; endommagement ; simulation numérique**

1 Introduction

L'objectif de ce travail est la simulation numérique de la propagation d'une fissure dans un matériau dont la rupture résulte de la création, de la croissance et de la coalescence de vides. Le comportement du matériau est décrit via un loi de type Gurson [2] et modifié par Tvergaard et Needleman [7] et Longère et al [5] qui prend en compte les effets combinés de l'écrouissage, de l'adoucissement thermique, de la viscoplasticité et de la croissance de cavités. Le traitement numérique de la propagation d'une fissure dans une structure n'est pas trivial. Récemment, des méthodes basées sur l'enrichissement de la cinématique des éléments finis ont émergés et permettent de rendre compte de la présence d'une fissure dans la structure. Une de ces méthodes, la méthode X-FEM a ainsi été retenue dans cette étude pour décrire la présence d'une fissure et de sa propagation au sein d'une plaque. Afin de coupler la méthode X-FEM avec le comportement fortement non linéaire du matériau, un critère de propagation basé sur l'énergie stockée en pointe de fissure a été utilisé. Le comportement du matériau est résumé dans la Sect.2. La méthode des éléments finis enrichis adaptée à notre étude est décrite dans la Sect.3. Le couplage de la X-FEM et du comportement du matériau est présenté dans la Sect.4. Une application de l'approche présentée est réalisée et commentée dans la Sect.5.

2 Comportement ductile endommageable

Pour reproduire le processus d'endommagement ductile qui mène à rupture, le comportement du matériau est décrit via un modèle de type Gurson, enrichi par Tvergaard et Needleman. Longère et al [5] ont introduit dans le modèle de GTN une contrainte cinématique permettant de décrire la croissance de l'endommagement lorsque le matériau est soumis à du cisaillement :

$$\Phi_{GTN} = (\frac{\sigma_{eq}}{\overline{\sigma_y}})^2 + 2q_1 f \cosh(-\frac{3}{2}q_2\frac{p_m + p_r}{\overline{\sigma_y}}) - (1 + q_3 f^2) = 0 \tag{1}$$

avec σ_{eq} la contrainte équivalente, p_m le pression, $\overline{\sigma_y}$ la contrainte d'écoulement, f la fraction volumique des vides, p_r la pression cinématique et (q_1, q_2, q_3) des constantes. La contrainte d'écoulement $\overline{\sigma_y}$ prend en compte les effets combinés de l'écrouissage, de l'adoucissement thermique et de la vicoplasticité :

$$\overline{\sigma_y}(\kappa, \dot{\kappa}, T) = \sigma_y(\kappa, T) + \sigma_{vp}(\dot{\kappa}, T) \tag{2}$$

avec κ la déformation plastique cumulée, $\dot{\kappa}$ la vitesse de la déformation plastique cumulée et T la température absolue.

3 X-FEM

3.1 Principe

La méthode des éléments finis étendus a été retenue afin de représenter les conséquences cinématiques de la présence de la fissure au sein du maillage ainsi que sa propagation. La X-FEM est basée sur l'enrichissement du champ de déplacement classique. Le champ de déplacement est alors défini par :

$$u(x,t) = \sum_{i\in I} u_i(t)N_i(x) + \sum_{j\in J} b_j(t)N_j(x)H(x) + \sum_{k\in K} N_k(x)\left(\sum_{l=1}^{4} c_k^l(t)F_l(x)\right) \tag{3}$$

où $u_i(t)$ représente les degrés de liberté réguliers du noeud i, $b_j(t)$ représente les degrés de liberté du noeud j en rapport avec la discontinuité et $c_k^l(t)$ les degrés de liberté du noeud k en rapport avec le champ singulier en pointe de fissure. $N_i(x)$ représente les fonctions de forme, $F_l(x)$ sont les quatre fonctions singulières et $H(x)$ la fonction généralisée de Heaviside. L'ensemble des noeuds du maillage est noté I, l'ensemble des noeuds appartenant aux éléments entièrement coupés est noté J et l'ensemble des noeuds appartenant à l'élément contenant la pointe de la fissure est noté K.

3.2 Approche adoptée

Fonctions singulières

Pour des cas 2D impliquant un comportement matériau élastique fragile, les fonctions singulières $F_l(x)$ peuvent être déterminées analytiquement. Pour les matériaux présentant des lois de comportement fortement non linéaires, il est quasiment impossible de donner une expression analytique de ces fonctions singulières. Une pré-étude numérique permet dans certains cas de les approximer. Cependant, pour le matériau étudié, où l'on retrouve de l'écrouissage, de l'adoucissement thermique, de la viscoplasticité ainsi que de l'endommagement, les expressions des fonctions singulières sont extrêmement complexes. Dans ce travail, les fonctions singulières ne seront pas prises en compte. En l'absence de celle-ci, le champ de déplacement se réduit à :

$$u(x,t) = \sum_{i\in I} u_i(t)N_i(x) + \sum_{j\in J} b_j(t)N_j(x)H(x) \tag{4}$$

Pour s'assurer que les enrichissements disparaîtront dans les éléments non coupés par la fissure, voir [8], le champ de déplacement prend la forme :

$$u(x,t) = \sum_{i\in I} u_i(t)N_i(x) + \sum_{j\in J} b_j(t)N_j(x)(H(x) - H(j)) \tag{5}$$

où $H(j)$ correspond à la valeur de la fonction de Heaviside généralisée au noeud j.

Intégration numérique

Dans notre cas d'étude, la méthode originale d'intégration consistant à subdiviser l'élément fini coupé par la fissure en sous-triangles pose problème. En effet, l'histoire des variables d'état est importante et la projection d'un point de Gauss à un autre n'est pas triviale. Pour cette raison, la technique consistant à augmenter significativement le nombre de points d'intégration [1] de l'élément fini coupé a été préférée dans notre étude. Nous utilisons donc 64 points d'intégration dans tout les éléments enrichis du maillage.

4 Méthode de propagation

Le processus physique de la création d'une fissure est très complexe, en particulier la transition entre la coalescence des vides et l'apparition d'une fissure. Nous allons donc considérer que la transition en question est instantanée. Afin de diminuer la dépendance à la taille de maille, nous avons adopté un critère de transition endommagement-fissure basé sur l'énergie stockée, moyennée au sein d'un patch situé en pointe de fissure. Cette méthode du patch a notamment été utilisée par Haboussa et al [3] avec un critère basé sur une contrainte équivalente moyennée.

4.1 Critère de propagation

L'état du matériau est supposé être bien décrit via l'énergie libre d'Helmholtz $\omega(\underset{\sim}{\epsilon}^e, \kappa, T)$ où $\underset{\sim}{\epsilon}^e$ représente le tenseur des déformations élastiques. L'énergie libre d'Helmholtz se décompose en une partie réversible et une partie stockée, notées respectivement $\omega_r(\underset{\sim}{\epsilon}^e)$ et $\omega_s(\kappa, T)$:

$$\omega(\underset{\sim}{\epsilon}^e, \kappa, T) = \omega_r(\underset{\sim}{\epsilon}^e) + \omega_s(\kappa, T) \tag{6}$$

Reprenant le comportement du matériau résumé dans la Sect.2, les deux contributions de l'énergie libre d'Helmholtz s'expriment comme :

$$\omega_r(\underset{\sim}{\epsilon}^e) = \frac{1}{2}\underset{\sim}{\epsilon}^e : \underset{\approx}{C} : \underset{\sim}{\epsilon}^e \tag{7}$$

$$\omega_s(\kappa, T) = h(\kappa)g(T) \tag{8}$$

où $h(\kappa)$ représente l'énergie stockée d'un point de vue isotherme et $g(T)$ la fonction d'adoucissement thermique. D'un point de vue incrémental, la valeur de l'énergie stockée à l'étape(n+1) est déduite de sa valeur à l'étape (n) via

$$\omega_s^{n+1} = \omega_s^n + \Delta\omega_s \tag{9}$$

$$\Delta\omega_s = \frac{\partial\omega_s}{\partial\kappa}\Delta\kappa + \frac{\partial\omega_s}{\partial T}\Delta T = h'(\kappa)g(T)\Delta\kappa + h(\kappa)g'(T)\Delta T \tag{10}$$

Cette quantité est alors moyennée au sein d'un patch contenant un ensemble d'éléments finis nommé p (conformément à Eq.(11)), situé au niveau de la pointe de la fissure et dans la direction de propagation :

$$W_{patch} = \frac{1}{A}\sum_{i=1}^{p}\omega_s^i A^i \tag{11}$$

$$A = \sum_{i=1}^{p} A^i \tag{12}$$

où A représente l'aire du patch. En gardant constante l'aire du patch pour différentes tailles de mailles, celà permet de diminuer l'influence de la taille du maillage au niveau des résultats numériques. Le principe est illustré sur la Fig.1. La fissure se propage si

$$F(W_{patch}) = 1 - \frac{W_c}{W_{patch}} > 0 \tag{13}$$

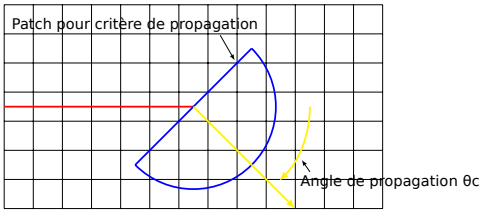


FIGURE 1 – Forme du patch utilisé pour l'évaluation du critère de propagation de la fissure

4.2 Vitesse de propagation

La vitesse de propagation de la fissure est estimée en utilisant l'expression développée par [4] et adaptée à la présente approche :

$$\dot{a} = C_r F(W_{patch}) = C_r(1 - \frac{W_c}{W_{patch}}) \tag{14}$$

où $\dot{a}$ représente la vitesse d'avancée de la fissure et C_r la vitesse des ondes de Rayleigh dans le matériau. Selon l'équation 14, la vitesse de propagation $\dot{a}$ tend vers C_r quand W_{patch} tend vers l'infini.

4.3 Direction de propagation de la fissure

L'identification de la direction de propagation de la fissure constitue un autre challenge dans le traitement numérique de la propagation d'une fissure, en particulier en présence d'un matériau élastique-(visco)plastique. Dans une première approche, nous nous sommes basés sur les travaux d'Haboussa et al. [3], où les auteurs utilisent un critère basé sur la mécanique de la rupture. La présence d'endommagement près de la pointe de la fissure provoque une chute des contraintes. Une autre approche consiste à se baser sur le champ des déformations plastiques près de la pointe de fissure afin d'identifier une direction dans laquelle va se propager la fissure. La direction de propagation est alors définie par

$$\theta_c = 2\text{arctan}\left(\frac{1}{4}\left[\frac{\epsilon^p_{22}}{\epsilon^p_{12}} - sign(\epsilon^p_{12})\sqrt{8 + \left(\frac{\epsilon^p_{22}}{\epsilon^p_{12}}\right)^2}\right]\right) \tag{15}$$

5 Application

Afin d'évaluer la faisabilité de notre approche, nous avons considéré le cas d'une plaque 2D (déformations planes) pré-entaillée soumise à un chargement de type Mode I, voir Fig.2. La formulation X-FEM présentée Sect.3 et le comportement du matériau présenté Sect.2., ont été implantés dans le code de calcul par éléments finis Abaqus via des routines utilisateurs. Pour des raisons de confidentialité, les valeurs des constantes du matériau ne sont pas données. Les noeuds de la surface supérieure de la plaque sont soumis à une vitesse de chargement constante de 1m/s.

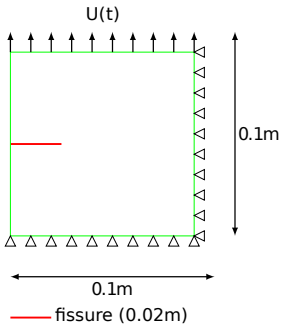
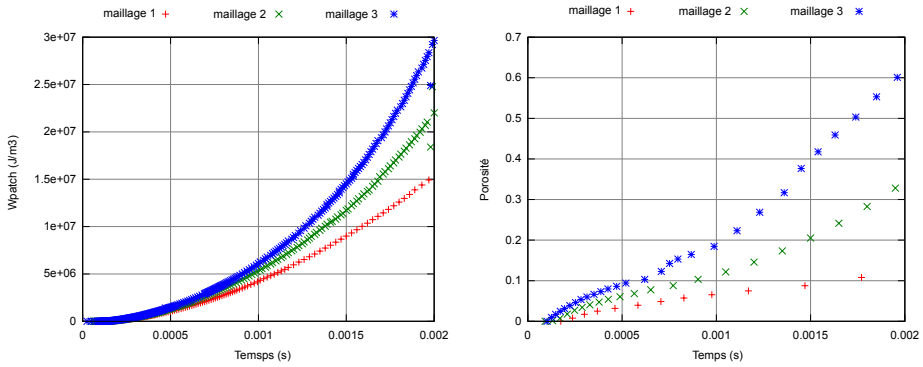


FIGURE 2 – Application à une plaque pré-entaillée soumise à un chargement en tension

5.1 Traction sans propagation de la fissure

Dans un premier temps, nous allons étudier le chargement de la plaque sans activer la propagation. L'évolution de l'énergie stockée W_{patch} dans le patch (voir Eq.11) avec un rayon de 6.25mm et un angle de 0° ainsi que de la porosité dans l'élément contenant le pointe de la fissure pour trois différents maillages (le maillage 3 est le plus fin et le maillage 1 est le plus grossier) est tracée sur la Fig.3. Considérant la Fig.3 on peut observer une diminution de l'influence de la taille de maille en utilisant le critère basé sur l'énergie stockée en pointe de fissure comparé à la porosité présente dans l'élément contenant la pointe de la fissure. Ce phénomène de concentration de la porosité près de la pointe de la fissure est souvent observé dans le cadre d'un comportement prenant en compte l'endommagement et pose un réel problème lorsqu'une porosité critique est utilisée comme critère de propagation.



(a) (b)

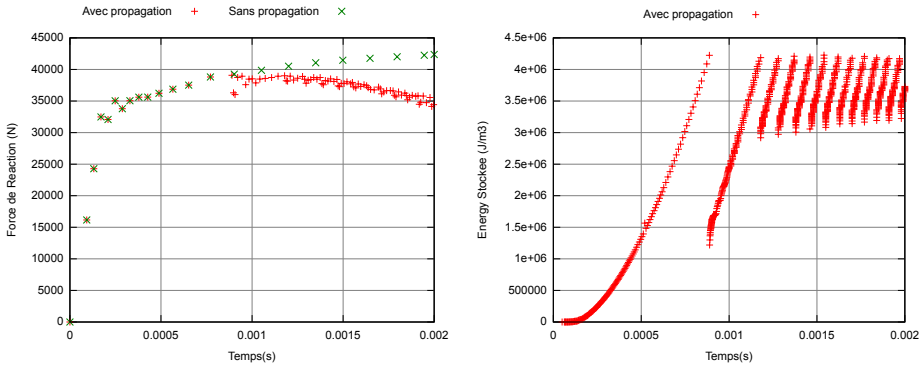
FIGURE 3 – Comparaison de l'évolution de a) Wpatch et de b) la porosité en pointe de fissure durant l'essai pour un angle de 0° et un rayon de patch de 6.25mm

5.2 Traction avec propagation de la fissure

La méthode présentée Sect.4 qui permet de propager la fissure, necessite deux paramètres (W_c le critère de propagation et le rayon du patch). Ces deux quantités doivent être définies au moyen d'une campagne expérimentale. Dans une première approche, pour évaluer la faisabilité de notre modèle numérique, nous choisissons des valeurs arbitraires. Ainsi le rayon du patch est de 6.25mm et W_c est égale à 4.10^6 J.m^{-3}. La force de réaction avec et sans propagation est alors tracée sur la Fig.4 (a). D'après la Fig.4 (a), on peut observer que la propagation de la fissure provoque une chute de la force de réaction, comme attendue. L'évolution de l'énergie stockée dans le patch est présentée sur la Fig.4 (b). D'après la Fig.4 (b), Wpatch augmente avec l'augmentation du déplacement de l'arête supérieure de la plaque, atteint W_c, dépasse W_c, puis chute brutalement en-dessous de W_c. Par la suite, ce scénario se répète. Cette évolution en dents de scies s'explique par le fait que le nouvel incrément de fissure doit être suffisament important pour couper entièrement l'élément qui contenait l'ancien fond de fissure. Le raffinement du maillage permettra de réduire ces fluctuations dans l'évolution de Wpatch. On peut enfin noter que la première chute dans l'évolution de Wpatch est largment plus importante que les suivantes qui sont du même ordre de grandeur. Lors de la première propagation, le pas de temps étant important, la fissure se propage au travers de trois éléments. Par la suite du calcul, le pas de temps du calcul est moindre et la fissure se propage élément par élément.

6 Conclusion

Ce travail est dédié au traitement numérique de la propagation d'une fissure dans un matériau dont la rupture résulte de l'amorçage, de la croissance et de la coalescence des vides. Notre approche numérique couple un matériau ayant un comportement de type Gurson [2] [7] [5] avec la méthode des éléments finis étendus [6] pour reproduire la propagation d'une fissure dans une structure 2D pré-entaillée soumise à un chargement de type Mode I. Le critère de propagation est basé sur l'énergie stockée



(a) (b)

FIGURE 4 – a) Evolution de la force de réaction avec et sans propagation et b) Ecolution de Wpatch durant la propagation

dans un patch situé près de la pointe de la fissure. Ce critère basé sur un patch permet d'atténuer la dépendance au maillage observée en régime adoucissant. Dans une première approche, la direction de propagation est déduite du champ des déformations plastiques près de la pointe de la fissure. Les premières simulations donnent des résultats encourageants. Une campagne expérimentale devra être menée afin de définir les quantités nécessaires dans notre méthode de propagation à savoir la valeur de W_c en fonction d'une taille de patch choisie arbitrairement.

Ce travail a été cofinancé par la DGA dans le cadre de la Convention 2010 60 074.

Références

[1] T. Elguedj, A. Gravouil, A. Combescure. *Appropriate extended functions for X-FEM simulation of plastic fracture mechanics*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 501–515, 2006.

[2] A.L. Gurson. *Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part I - Yield criteria and flow rules for porous ductile media*, J. Eng. Mat. Tech., 2-15, 1977.

[3] D. Haboussa, D. Grégoire, T. Elguedj, H. Maigre, A. Combescure. *X-FEM analysis of the effects of holes or other cracks on dynamic crack propagations*, Int. J. Num. Methods Eng., 618–636, 2011.

[4] M. Kanninen, C.H. Popelar. *Advanced Fracture Mechanics*, Oxford University Press, 1985.

[5] P. Longère, A.G. Geffroy, B. Leblé, A. Dragon. *Modelling the Transition between Dense Metal and Damaged (Micro-Porous) Metal Viscoplasticity*, Int. J. Damage Mech., 1020-1063, 2012.

[6] N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko. *A finite element method for crack growth without remeshing*, Int. J. Num. Methods Eng., 131-150,1999.

[7] V. Tvergaard, A. Needleman. *Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar*, Acta Metall., page157-page169, 1984.

[8] G. Zi, T. Belytschko. *New crack-tip elements for XFEM and applications to cohesive cracks*, Int. J. Num. Methods Eng., 2221-2240,2003.