



HAL
open science

Un modèle d'homogénéisation autocohérent à quatre phases appliqué aux composites biphasiques

Philippe Saffré, Anne Bergeret, Jean-Louis Ligier, Joseph Pastor

► To cite this version:

Philippe Saffré, Anne Bergeret, Jean-Louis Ligier, Joseph Pastor. Un modèle d'homogénéisation autocohérent à quatre phases appliqué aux composites biphasiques. 12ème Congrès Français de Mécanique, Sep 1995, Strasbourg, France. hal-02014373

HAL Id: hal-02014373

<https://hal.science/hal-02014373>

Submitted on 25 Feb 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Actes du 12^e Congrès Français de Mécanique Strasbourg 1995



AUM

Association universitaire
de mécanique

volume :

2

ACTES DU
XIIème CONGRÈS FRANÇAIS DE MÉCANIQUE

STRASBOURG
4 au 8 septembre 1995

Volume II

MODÉLISATION EN MÉCANIQUE DU SOLIDE
MÉCANIQUE NUMÉRIQUE
MODÉLISATION EN MÉCANIQUE DES FLUIDES
COMBUSTION ET THERMIQUE

UN MODÈLE D'HOMOGENÉISATION AUTOCOHERENT À QUATRE PHASES APPLIQUÉ AUX COMPOSITES BIPHASIQUES

P. SAFFRÉ*, A. BERGERET*, J.L. LIGIER**, J. PASTOR*

* Laboratoire Matériaux Composites - E.S.I.G.E.C. - Université de Savoie
73376 Le Bourget-du-Lac Cedex - France

** Glacier-S.I.C.

14, Rue de la Liberté - 74000 Annecy - France

I. INTRODUCTION

La prédiction des caractéristiques élastiques de matériaux biphases est fondée sur des modèles d'homogénéisation bien particuliers où paramètres géométriques, mécaniques et physiques peuvent intervenir. La prédiction du comportement viscoélastique de composites à matrices polymères est basée sur ces mêmes modèles en utilisant le principe de correspondance (Mandel [1]).

Parmi ces approches, il en existe qui visent à prévoir le comportement global du composite à partir d'hypothèses particulières sur la distribution spatiale des constituants, comme les modèles phénoménologiques ou les méthodes d'homogénéisation périodique. Enfin, il existe des traitements probabilistes de milieux aléatoires satisfaisant une propriété donnée de distribution statistique, comme celle du désordre parfait pour le modèle autocohérent présenté par Kröner [2], Hashin [3]. Par suite plusieurs travaux sont consacrés à la prise en compte de distributions spatiales particulières des constituants du matériau hétérogène. De tels modèles ont été développés par Kerner et Christensen & Lo [4], ainsi que par Hervé et Zaoui [5,6] ou Aghossou [7] par une méthode itérative, ou Pastor et al [8,9] par une résolution directe semi-analytique.

Cependant, si ces modèles sont satisfaisants pour les composites à faibles taux de renforts, on constate fréquemment un écart important entre valeurs théoriques et expérimentales pour des taux élevés. De Larrard et Le Roy [10] ont proposé une répartition géométrique tenant mieux compte de la configuration réelle des constituants, en utilisant toutefois une méthode d'homogénéisation approchée.

Dans cette communication sont présentés les résultats obtenus en élasticité et en viscoélasticité à l'aide de modèles d'homogénéisation récents (confer [5-9]) utilisés conjointement avec la répartition proposée par de Larrard et Le Roy [10].

II. PRÉSENTATION DU MODÈLE GÉOMÉTRIQUE [10]

Prenons un volume unité de composite ($V_c = 1$). Le taux de renforts (V_r), qu'ils soient particulières ou unidirectionnels, est en pratique limité par la compacité maximale à sec de ces renforts, appelée taux de compacité optimale ($V_{r\max}$), cette configuration correspondant à une inversion des phases renfort et matrice. Pour des valeurs de V_r tendant à se rapprocher de $V_{r\max}$, il existe une probabilité de plus en plus forte pour les renforts de s'agglomérer en enfermant ainsi une partie de la matrice (V_{me}) (Figure 1).

Si l'on appelle V le volume composé par le volume des renforts et le volume de la partie enfermée de la matrice, alors on peut poser :

$$V_{r\max} = \frac{V_r}{V} \quad \text{et} \quad V_{me} = (1 - V_{r\max}) V = (1 - V_{r\max}) \frac{V_r}{V_{r\max}} \quad (1)$$

Le reste de la matrice, qui se comporte comme si elle était *libre*, a maintenant un volume V_{m1} égal à :

$$V_{m1} = 1 - \frac{V_r}{V_{r\max}} \quad (2)$$

On analyse alors le matériau comme un nouveau composite, dont la matrice, de même nature que la matrice initiale, a un volume V_{m1} , et l'inclusion, un matériau fictif constitué du renfort et de la matrice *enfermée*, un volume $V_r / V_{r\max}$. Ce composite peut être schématisé par une nouvelle cellule élémentaire représentée sur la figure 2.

De Larrard et Le Roy ont utilisé ce motif géométrique avec le modèle de Hashin [3], par étapes, en résolvant d'abord le problème au niveau des deux sphères intérieures, puis en y ajoutant la sphère extérieure.

III. APPLICATION AUX MILIEUX AUTOCOHERENTS

Comme nous l'avons signalé en introduction, peu de modèles permettent la prise en compte de la répartition spatiale des diverses phases d'un matériau composite, et seules les extensions récentes du schéma autocohérent à $n+1$ phases développées par Hervé et Zaoui [5] pour les composites isotropes, Hervé et Zaoui [6], Agbossou [7], ou Pastor et al [8,9] dans le cas des composites isotropes transverses, rendent possible l'utilisation du motif géométrique décrit ci-dessus.

Ces deux modèles peuvent bien entendu être ramenés à quatre phases pour lesquels le volume élémentaire représentatif est du même type que la cellule élémentaire définie figure 2, cellule à son tour noyée dans le milieu homogénéisé infini.

Dans le cas de composites à inclusions de type particulière, le module de compressibilité est exprimé de la manière suivante :

$$k = k_m + \frac{(3k_m + 4\mu_m)^2}{\frac{(3k_r + 4\mu_r)(3k_m + 4\mu_m)}{V_r(k_r - k_m)} + 12 \frac{V_{r\max}}{V_r} (\mu_r - \mu_m) - 3(3k_m + 4\mu_r)} \quad (3)$$

Les indices m et r correspondent respectivement à la matrice et aux renforts.

Le module de cisaillement est lui solution de l'équation du second degré suivante :

$$A \left(\frac{\mu}{\mu_m} \right)^2 + 2B \left(\frac{\mu}{\mu_m} \right) + C = 0 \quad (4)$$

Où A , B et C sont uniquement fonction de V_r , $V_{r\max}$, μ , et μ_m .

Pour ce qui est des composites à renforts unidirectionnels, les calculs sont trop longs à détailler ici, on se reportera sur ce plan en [9] dans les actes du présent congrès.

IV. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

L'application de ce modèle a déjà été réalisée en [11] dans le cas d'un alliage biphasique aluminium-étain dont les phases sont absolument non miscibles.

1. Composite particulière en viscoélasticité

Le matériau étudié est un composite dont la matrice est une résine polystyrène; les renforts sont des billes de verre dont le diamètre varie continûment de 70 à 110 μm , et dont la répartition granulométrique est inconnue, ce qui nous conduit à déterminer la compacité maximale des billes de façon expérimentale. Le taux de renforts maximal ainsi obtenu est de l'ordre de 64 % en volume. Les modules complexes sont calculés à l'aide du principe de correspondance Mandel [1], et de la technique d'évaluation du coefficient complexe utilisée en [8] sur la base d'une idée de Theocaris [12].

Sur la figure 3 sont présentés à titre de comparaison les valeurs calculées à l'aide de la solution de Hervé et Zaoui [5] appliquée au modèle géométrique préalablement défini (Fig.3-courbe a), les valeurs calculées avec le modèle à trois phases de Christensen et Lo [4] (Fig.3-courbe b), ainsi que les résultats expérimentaux (Fig.3-courbe c), avec $E_m = 3,1$ GPa, $\nu_m = 0,33$, $\tan \delta = 1,24 \cdot 10^{-2}$, $E_r = 70$ GPa, $\nu_r = 0,2$.

Les résultats que nous obtenons, à fort taux volumique de renforts, demeurent inférieurs aux résultats expérimentaux. Ils sont néanmoins plus réalistes que ceux fournis par le modèle de Christensen et Lo, si l'on considère que le facteur de perte du composite est en réalité nul pour des taux de billes supérieurs à 64 %, taux dit plus haut de compacité optimale pratique, où les billes devenues jointives rendent négligeable la dissipation viscoélastique.

La méthode proposée ici tient compte, par voie expérimentale, du caractère généralement distribué de la granulométrie des billes de verre. En effet, la technique consistant à substituer à ces dernières un ensemble de billes identiques (Agbossou, Bergeret et al [13]), pour le calcul, par Christensen et Lo, est justifiée dans le cadre de l'approche par motifs récemment proposée par Hervé et al [14]. Son applicabilité en revanche, sans hypothèse supplémentaire, n'est pas évidente dans le cas où l'on considère le volume mort minimal théorique de l'ensemble de billes identiques.

2. Composite unidirectionnel en élasticité

Nous avons étudié aussi le cas d'un composite à renforts unidirectionnels verre-époxy en traction simple. Cette fois ci, les fibres de verre sont de diamètre identique, et la compacité maximale théorique des fibres, correspondant à un empilement hexagonal compact, est égale à 90,7 %. Cette limite classique n'est en fait jamais atteinte en pratique; aussi allons-nous, comme ci-dessus, utiliser la limite reconnue par les praticiens de ces composites qui est de 76 % environ en volume. En isotropie transverse, le modèle d'homogénéisation utilisé pour résoudre notre problème à quatre phases est celui proposé par Pastor et Nguyen Viet [9]. Comme pour le cas traité précédemment, les résultats obtenus (Fig.4-courbe a) sont confrontés de nouveau au modèle de Christensen et Lo (Fig.4-courbe b) ainsi qu'aux résultats expérimentaux (Fig.4-courbe c), avec $E_m = 2,9$ GPa, $\nu_m = 0,4$, $E_r = 73,0$ GPa, $\nu_r = 0,22$.

S'il existe une bonne adéquation entre les résultats théoriques et expérimentaux pour des taux de renforts de l'ordre de 20 %, il existe par contre un désaccord notable pour de forts taux de renforts. L'écart moyen entre modules expérimentaux et calculés passe de 25 à 8 % quand nous utilisons le modèle présenté ici. Une explication réaliste pour l'écart restant serait une modification des propriétés de la matrice: en effet, une simple augmentation du module d'Young de la matrice faisant passer celui-ci de 2,9 à 3,2 GPa (valeur parfaitement admissible pour un réseau époxy fortement réticulé) permettrait aux valeurs théoriques de figurer dans la fourchette des résultats expérimentaux.

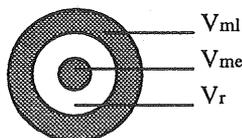


Figure 2. Cellule élémentaire du composite.

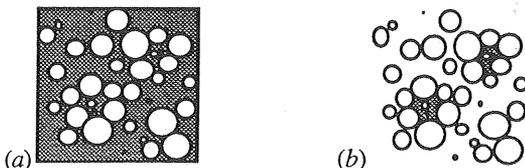


Figure 1. Agrégats de renforts pris dans la matrice.

(a) Composite réel de volume V_c ,

(b) Composite formé des renforts et de la partie enfermée de la matrice de volume V

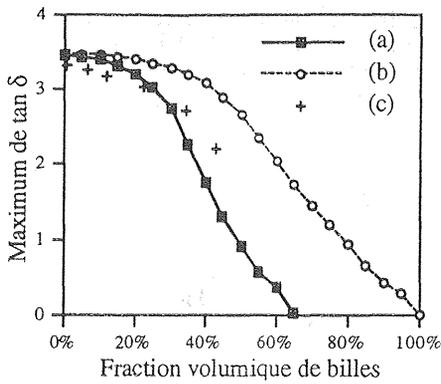


Figure 3. Facteur de perte en fonction de la fraction volumique de billes.

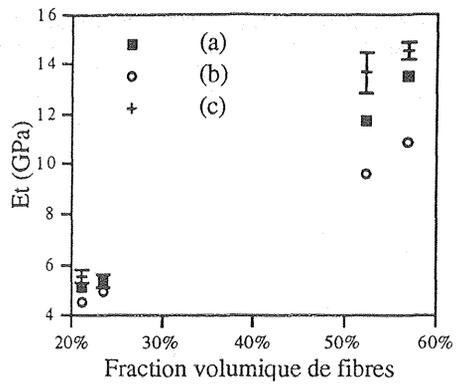


Figure 4. Module d'Young transverse en fonction de la fraction volumique de fibres.

Pour conclure, on peut affirmer que le modèle présenté améliore sensiblement la capacité de prédiction des caractéristiques mécaniques des matériaux biphasés par les techniques d'homogénéisation utilisées.

RÉFÉRENCES

1. MANDEL J.; "mécanique des milieux continus", Ed. Gauthier-Villars, Paris (1966).
2. KRÖNER E.; "Bounds for effective elastic moduli of disordered materials", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 25, p 137 (1977).
3. HASHIN Z.; "The elastic moduli of heterogeneous materials", J. Appl. Mech., p 143 (1962).
4. CHRISTENSEN R.M.; "Mechanics of Composite Materials", John Wiley & sons Publ., New York, Chischester, Brisbane, Toronto, Singapoure (1979).
5. HERVE E., ZAOUÏ A.; "n-layered inclusion-based micromechanical modelling", Int. J. Eng. Sci., Vol. 31, No.1, p 1 (1993).
6. HERVE E., ZAOUÏ A.; "Elastic behavior of multiply coated fiber-reinforced composites", Int. J. Eng. Sc., à paraître (1995).
7. AGBOSSOU A.; Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, à soutenir.
8. FRANCESCATO P., LAGACHE M., NGUYEN VIET H., DISDIER C., PASTOR J.; "Interphase/interface dans les composites unidirectionnels : modélisation et expérience", in Actes du 8ème Colloque National MECAMAT Mécanisme et Mécanique des Surfaces, Interfaces et Interphases", Aussois, France (1995).
9. PASTOR J., NGUYEN VIET H., "Une résolution du problème auto-cohérent unidirectionnel à n+1 phases", in Actes du 12ème Congrès Français de Mécanique, Strasbourg (1995).
10. De LARRARD F., Le ROY R.; "Un modèle géométrique d'homogénéisation pour les composites bi-phasiques à inclusion granulaire de large étendue", C. R. Acad.Sci., Vol. 314, Série II, p 1253 (1992).
11. SAFFRÉ P.; "Caractéristiques élastiques d'un matériau anti-friction", rapport DEA de Mécanique, Grenoble (1993).
12. THEOCARIS P.S.; J. Mech. Phys. Solids, Vol. 12, p 125 (1964).
13. AGBOSSOU A., BERGERET A., BENZARTI K., ALBEROLA N.; "Modelling of the viscoelastic behaviour of amorphous thermoplastic/glass beads composites based on the evaluation of the complex Poisson's ratio of the polymer matrix", J. Mat. Sci., Vol. 28, p 1963, (1993).
14. HERVE E., STOLZ C., ZAOUÏ A.; "Morphological representative pattern-based micromechanical modelling", in Actes of International Seminar on Micromechanics of Materials, MECAMAT 93, Ed. Eyrolles, Paris, p 3, (1993).