

Prédiction déterministe de houle en temps réel par mesure du profil de vitesses horizontales

Marion Huchet, Jean-Christophe Gilloteaux, Aurélien Babarit, Guillaume

Ducrozet, Yves Perignon, Pierre Ferrant

▶ To cite this version:

Marion Huchet, Jean-Christophe Gilloteaux, Aurélien Babarit, Guillaume Ducrozet, Yves Perignon, et al.. Prédiction déterministe de houle en temps réel par mesure du profil de vitesses horizontales. 16es Journées de l'Hydrodynamique, Nov 2018, Marseille, France. hal-02013239

HAL Id: hal-02013239 https://hal.science/hal-02013239

Submitted on 2 May 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



PREDICTION DETERMINISTE DE HOULE PAR MESURE DU PROFIL DE VITESSE HORIZONTALE DETERMINISTIC WAVE PREDICTION USING HORIZONTAL VELOCITY MEASUREMENTS

M. HUCHET⁽¹⁾, J. C. GILLOTEAUX⁽¹⁾, A. BABARIT⁽¹⁾, G. DUCROZET⁽¹⁾, Y. PERIGNON⁽¹⁾, P. FERRANT⁽¹⁾

marion.huchet@ec-nantes.fr; jean-christophe.gilloteaux@ec-nantes.fr; aurelien.babarit@ec-nantes.fr; guillaume.ducrozet@ec-nantes.fr; yves.perignon@ec-nantes.fr; pierre.ferrant@ec-nantes.fr

⁽¹⁾ Laboratoire de Mécanique des Fluides, Ecole Centrale de Nantes, Nantes

Résumé

L'optimisation de la performance de systèmes houlomoteurs par du contrôle prédictif requiert une prédiction vague à vague de la houle incidente en temps réel. Cet article présente une nouvelle approche pour la prédiction déterministe de houle, reposant sur la mesure de la vitesse horizontale de l'écoulement due à la houle dans une tranche de colonne d'eau, et l'utilisation de cette vitesse comme condition limite dans un code de propagation déterministe. Après avoir mis en évidence les difficultés liées à la mesure de cette vitesse horizontale, une méthode de reconstruction du profil à partir de mesures plus accessibles est proposée et discutée. Les performances de la méthode de reconstruction – prédiction de houle sont ensuite évaluées par des simulations numériques, utilisant successivement une condition limite parfaite puis reconstruite. La méthode s'avère capable de prédire la houle avec une qualité suffisamment satisfaisante pour justifier des essais en bassin.

Summary

Optimizing the production of wave energy converters using Model Predictive Control (MPC) requires a real-time, deterministic prediction of the waves arriving on the device. This study presents a new method for deterministic wave prediction, using the horizontal velocity profile over the water column as a limit condition for a deterministic wave model. However, direct measurement of the horizontal velocity profile is hardly achievable in practice: a method to reconstruct this profile from more realistic measurements is thus presented and evaluated. The performance of the prediction method itself is then tested numerically. The simulations compared respectively use a perfect and a reconstructed horizontal velocity profile as limit conditions. The results show that the method is promising enough to justify further investigation through wave tank experiments.

I. Introduction

L'utilisation d'un contrôle actif pour optimiser la récupération d'énergie des vagues par des systèmes houlomoteurs est une piste prometteuse [1, 2]. Par exemple, un contrôle prédictif (MPC), couplé à un pilotage 4 quadrants des actionneurs et convertisseurs d'énergie, pourrait permettre de collecter de 7 à 81 % d'énergie supplémentaire par rapport à un système de contrôle conventionnel, suivant les états de mer [3]. Cependant pour être efficace, ce contrôle MPC nécessite de disposer d'une prédiction vague à vague de la houle arrivant sur le dispositif, à un horizon d'environ 20 secondes. À l'heure actuelle, il n'existe pas de système ni de méthode satisfaisante pour obtenir une telle information. L'efficacité de plusieurs modèles (auto-régression, filtre de Kalman) pour prédire l'élévation de surface libre au point d'intérêt a été testée en se basant uniquement sur l'historique de l'état de mer au point d'intérêt [4], mais cette méthode ne permet pas de prédire au-delà d'un horizon de l'ordre d'une période de houle. L'approche utilisée dans [5], basée sur des mesures ponctuelles de l'élévation de surface libre en amont, se heurte à un temps d'assimilation de la donnée rédhibitoire pour une application en temps réel. L'utilisation de mesures radar a également été envisagée [6], mais la fonction de transfert inverse entre le signal radar et la surface de la mer constitue un verrou non surmonté à ce jour pour une approche déterministe.

Dans le cadre du projet ADEME S3 qui vise à la démonstration en mer d'un système houlomoteur innovant à base de polymères électro-actifs, le LHEEA explore une nouvelle approche pour la prédiction déterministe. Cette méthode consiste à mesurer, en amont du dispositif à une position horizontale donnée, le profil vertical de vitesse horizontale sur la colonne d'eau, et à l'utiliser comme condition limite dans un modèle de propagation déterministe pour obtenir la prédiction de la houle au point d'intérêt. Dans cette étude, le modèle de propagation est le modèle potentiel non-linéaire open-source HOS-NWT [7]. Ce modèle ayant déjà fait l'objet de nombreuses validations, la partie de la méthode liée à la propagation de la houle ne pose pas de difficultés particulières, à condition que les hypothèses sous-jacentes soient bien respectées. La détermination de la condition limite en amont à partir des mesures de vitesse constitue donc le principal obstacle à surmonter. Les technologies disponibles actuellement ne permettent pas d'obtenir la vitesse horizontale sur tout le profil par des mesures directes, mais il est envisageable de la reconstruire à partir de mesures réalisées par ADCP (*Acoustic Doppler Current Profiler*) [8].

L'objet de cet article est de présenter les études menées sur la détermination de la condition limite à partir de mesures ponctuelles et indirectes, et sur la méthode de prédiction elle-même, pour en évaluer les performances. La section 2 de cet article est consacrée à l'exposé du principe de la méthode de prédiction. La section 3 aborde le problème de la reconstruction de la condition limite à partir des mesures accessibles. La section 4 évalue la méthode de propagation – prédiction à partir d'une condition limite parfaite, puis à partir d'une condition limite reconstruite.

II. <u>Méthode de propagation par mesure de la cinématique de houle</u>

1. Hypothèses

Dans le cadre de cette étude, on se place en deux dimensions, en profondeur (intermédiaire) constante h et en l'absence de courants. Le domaine spatial considéré est associé au système de coordonnées cartésien (O, x, z). L'axe vertical (Oz) est orienté vers le haut et l'altitude z = 0 correspond au niveau moyen de la mer en l'absence de perturbation de la surface libre. La position verticale de la surface libre est décrite en tout point de l'espace et du temps par $z = \eta(x, t)$. En supposant le fluide incompressible et non visqueux, et l'écoulement irrotationnel, on se place dans le cadre de la théorie des écoulements potentiels. L'ensemble des effets visqueux ainsi que le déferlement sont négligés. Enfin, cette étude présente un travail réalisé à partir de données

synthétiques. Dans la suite de cet article, toutes les « mesures » sont donc supposées parfaites – c'est-à-dire affranchies des erreurs propres à l'instrumentation (bruit de mesure, biais, etc.).

2. Principe

L'étude présentée ici vise, à terme, la prédiction déterministe de houle à un horizon de plusieurs périodes de houle et en temps réel. L'approche retenue, illustrée sur la Figure 1, consiste à mesurer en un point x_0 des informations liées à la cinématique de l'écoulement de houle dans une tranche de colonne d'eau, et à en déduire le profil de la composante horizontale de la vitesse à cet endroit. Ce profil de vitesse horizontale est ensuite renseigné comme condition limite dans le modèle de bassin de houle numérique HOS-NWT, pour générer et propager la houle jusqu'au point d'intérêt en aval. La méthode présente l'avantage d'être applicable à des états de mer irréguliers et de permettre la prise en compte des non-linéarités.

Partant d'un état initial au repos, elle fonctionne en deux temps : la reconstruction, de durée T, et la prédiction. Durant la phase de reconstruction ($0 \le t \le T$), les données de vitesse en x_0 sont utilisées par le code HOS-NWT pour générer et propager la houle jusqu'en aval (cf Figure 1). Dans un deuxième temps (t > T), la condition limite en x_0 est mise à zéro (cf Figure 2) : l'information sur la houle incidente en x_0 n'est plus actualisée et le code ne propage plus que de l'information antérieure à t = T, marquant le début de la phase de prédiction proprement dite en aval.



Figure 1. Reconstruction de l'état de mer : mesure de la cinématique de l'écoulement en x_0 ; reconstruction du profil de vitesse horizontale $U(x_0, z, t)$; propagation par HOS-NWT

Figure 2. Prédiction de l'état de mer : condition limite nulle $U(x_0, z, t) = 0$; propagation par HOS-NWT de l'information déjà disponible

3. Modèle de propagation : HOS-NWT

Une fois les mesures de l'état de mer effectuées en x_0 , la propagation de l'état de mer est assurée par HOS-NWT, un code développé au LHEEA depuis 2002 [9, 10, 11, 12]. Il s'agit d'un modèle de propagation déterministe et non-linéaire, conçu à l'origine pour modéliser un bassin de houle avec un batteur (situé en $x = x_0$ au repos) et légèrement adapté ici pour l'application prévue. Ce code a été choisi car il présente de très bonnes performances numériques ainsi qu'un haut niveau de précision qui en font un outil particulièrement adapté pour la prédiction d'états de mer complexes, tout en envisageant à terme d'atteindre le temps réel.

Le fonctionnement du modèle et son adaptation à la problématique de la prédiction est résumé dans le paragraphe qui suit. Pour plus de détails sur le code HOS-NWT, le lecteur est invité à se référer à [7]. On considère un domaine spatial D en deux dimensions, de profondeur constante h et

délimité horizontalement par $x = x_0$ et $x = x_0 + L_x$ (correspondant respectivement aux emplacements du batteur et du mur opposé dans la version originelle du code). Sous les hypothèses d'écoulement potentiel énoncées précédemment, l'équation de continuité : $div \vec{V} = 0$ devient l'équation de Laplace pour le potentiel des vitesses : $\Delta \phi = 0$ dans tout le domaine. Les frontières de ce dernier sont par ailleurs modélisées par des conditions de flux nul sur le fond et au niveau du mur opposé au batteur¹, ce qui se traduit par : $\partial_z \phi = 0$ en z = -h et $\partial_x \phi = 0$ en $x = x_0 + L_x$, avec ∂_x et ∂_z les dérivées partielles par rapport à x et z, respectivement. Dans le modèle HOS-NWT originel, la condition limite en $x = x_0$ traduit la présence d'un batteur de houle, modélisé par un flux dépendant du mouvement de celui-ci. Ici, le flux est imposé directement par la cinématique mesurée de la houle : $\partial_x \phi = U$ en $x = x_0$, avec U le profil de vitesse horizontale renseigné sur toute la colonne d'eau, à partir de données fournies par des mesures par exemple.

Enfin, les conditions de surface libre sont écrites sous forme complètement non-linéaire. La méthode High-Order Spectral (HOS) [13, 14] est utilisée pour la résolution de ce problème à la surface libre. Cette méthode permet une résolution rapide et précise avec un ordre de non-linéarité M arbitraire. Voir [7] pour plus de détails.

4. Choix du capteur

Comme expliqué précédemment, le principe de la méthode de prédiction repose sur la connaissance de la condition limite en x_0 pour le profil de vitesse horizontale. Pour déterminer comment mesurer au mieux ce profil, un état de l'art a été réalisé, évaluant les technologies actuellement disponibles pour mesurer des vitesses dans la colonne d'eau en milieu marin [8]. L'étude a révélé, cf Tableau 1, que les trois technologies les plus prometteuses sont : le courantomètre électromagnétique (*Electromagnetic Current Meter*, ECM), le vélocimètre acoustique à effet Doppler (*Acoustic Doppler velocimeter*, ADV) et le profileur acoustique à effet Doppler (*Acoustic Doppler velocimeter*, ADCP).

	ADCP	ADV	ECM	
Grandeur	Projection de la vitesse le long du	Composantes 3D de la	Composantes (2D/3D)	
mesurée	rayon + Distance à la surface libre	vitesse dans le volume	de la vitesse dans le	
	(AST)	de mesure	volume de mesure	
Mesures sur	le profil entier	un point	un point	
Volume de mesure	Global : $O(1 - 10^4 \text{ m}^3)$ Cellule : $O(10^{-3} - 10^{-2} \text{ m}^3)$	O(10 ⁻⁶ m ³)	O(10 ⁻⁴ m ³)	
Fréquence d'échantillonnage	8 Hz (4 rayons) 4 Hz (avec 5 ^{ème} rayon)	1 – 64 Hz en sortie	1-8~Hz	
Avantages	Mesures sur tout le profil ; Facilité relative d'installation	Mesure localisée précisément dans l'espace ; Composante horizontale obtenue directement		
Inconvénients	Inaccessibilité d'une partie du profil (<i>sidelobe reflection</i> , zone blanche) Composante horizontale à reconstruire	Un seul point de mesure par instrument déployé		

Tableau 1. Caractéristiques principales des technologies envisageables pour une mesure de vitesses dans la colonne d'eau en milieu océanique (profondeur 30 à 60 m)

Parmi ces options d'instrumentation, l'ADCP paraît le plus adapté pour l'application visée, à la fois pour des raisons techniques et logistiques : son utilisation fréquente lors de campagnes de mesures en mer le fait bénéficier d'un long retour d'expérience et il est relativement facile d'installation. Il permet en outre des mesures à plus faible coût, grâce à la possibilité d'échantillonner (presque) tout le profil avec un seul instrument, avec une discrétisation spatiale et temporelle satisfaisante a priori. Cependant, un ADCP mesure la projection de la vitesse le long de

¹ Remarque : le mur en $x = x_0 + L_x$ est précédé d'une plage absorbante pour limiter les réflexions parasites, dont la prise en compte dans le modèle n'est pas détaillée ici.

ses faisceaux de mesure et non directement dans un repère donné. Les composantes finales de la vitesse (par exemple la composante horizontale) sont obtenues à partir de ces mesures radiales par des relations trigonométriques, reposant sur l'hypothèse que les vitesses mesurées à une même profondeur par les différents rayons sont identiques [15]. Les faisceaux de l'ADCP étant divergents, cette hypothèse d'homogénéité, bien que valide dans le cas de mesures de courants, n'est pas vérifiée à l'échelle des variations de vitesses considérées ici. Dans le cas où un ADCP serait utilisé pour mesurer la condition limite en x_0 , on aurait donc besoin d'une méthode de reconstruction de la composante horizontale à partir des mesures brutes. C'est l'objet du paragraphe ci-après.

III. <u>Reconstruction de la condition limite en x₀</u>

1. Principe

Un ADCP comporte classiquement 4 faisceaux de mesure divergents, écartés de 20 à 30° par rapport à la verticale. Mais aujourd'hui certains modèles, conçus pour être installés sur le fond (tête vers le haut), disposent également d'un 5^{eme} faisceau vertical pour le suivi de la surface libre (*Acoustic Surface Tracking*). Ce faisceau est également capable de mesurer la composante verticale de la vitesse en chaque cellule du profil avec une meilleure précision que les faisceaux latéraux. La méthode présentée ici, et illustrée sur la Figure 3, propose alors de reconstruire le profil de vitesse horizontale à partir de mesures de la vitesse verticale fournie par deux ADCPs disposant d'un faisceau vertical.

On rappelle l'hypothèse d'écoulement irrotationnel : $\overrightarrow{rot}\overrightarrow{V} = \overrightarrow{0}$ qui, en notant U et W les composantes horizontale et verticale de la vitesse dans le repère cartésien défini précédemment, s'écrit aussi : $\partial_z U = \partial_x W$, en tout point du domaine spatial considéré. A l'aide des deux ADCPs, on peut mesurer la vitesse verticale W en deux emplacements séparés d'une distance horizontale $\Delta x : W(x_0 - \frac{\Delta x}{2}, z)$ et $W(x_0 + \frac{\Delta x}{2}, z)$ et pour différentes positions verticales z dans la colonne d'eau. Alors, si les instruments de mesure sont suffisamment proches spatialement et que leurs mesures sont synchronisées dans le temps, la dérivée horizontale de W peut être estimée à partir de ces mesures par :

$$\frac{\partial W}{\partial x}(x_0, z) = \frac{W\left(x_0 + \frac{\Delta x}{2}, z\right) - W\left(x_0 - \frac{\Delta x}{2}, z\right)}{\Delta x} + O(\Delta x^2)$$

En supposant connue la vitesse horizontale sur le fond, il est alors possible d'obtenir la vitesse horizontale U en x_0 et en tout z par intégration verticale :

$$U(x_0, z) = \int_{-h}^{z} \frac{\partial W}{\partial x}(x_0, z')dz' + U(x_0, -h)$$

$$\approx \int_{-h}^{z} \frac{W\left(x_0 + \frac{\Delta x}{2}, z'\right) - W(x_0 - \frac{\Delta x}{2}, z')}{\Delta x}dz' + U(x_0, -h)$$

En grande profondeur, la vitesse verticale au fond $U(x_0, -h)$ peut être considérée comme nulle. En profondeur intermédiaire comme ici, il serait nécessaire de prévoir un dispositif supplémentaire de mesure au fond pour en connaître la valeur. Pour les besoins de l'étude, on suppose ici que la vitesse $U(x_0, -h)$ est connue.

Notons que la méthode est généralisable à trois dimensions : en ajoutant des dispositifs de mesures en $(x_0, y_0 - \frac{\Delta y}{2})$ et en $(x_0, y_0 + \frac{\Delta y}{2})$, il devient possible d'estimer également $\frac{\partial W}{\partial y}(x_0, y_0, z)$ et d'en déduire la vitesse selon (Oy) : $V(x_0, y_0, z)$.

Outre les erreurs de mesure dues aux instruments, la qualité de la reconstruction dépend alors principalement de la qualité de l'estimation du gradient (donc de la valeur de Δx), de l'erreur d'intégration sur z et de la connaissance de U (ou de l'hypothèse faite sur sa valeur) en z = -h.



Figure 3. Principe de la méthode de reconstruction de U à partir de W

2. <u>Résultats</u>

La méthode de reconstruction du profil de vitesse horizontale à partir de données de vitesses verticales est évaluée à partir de données synthétiques : $W_{ref}(x_0 \pm \Delta x/2, z)$ qui simule les mesures des ADCPs, et $U_{ref}(x_0, z)$ qui sert de référence pour l'évaluation de la reconstruction. Dans cette partie, on a recours à la théorie linéaire pour générer ces données synthétiques, à cause de contraintes numériques pour le calcul du gradient horizontal de W. Cela n'entame pas la validité de l'évaluation de la méthode dans un cadre plus général, car celle-ci repose uniquement sur l'hypothèse d'écoulement irrotationnel, indépendamment de la linéarité de l'état de mer. La méthode ayant vocation à être testée en bassin dans un futur proche, les états de mer renseignés dans les simulations évaluant la qualité de la reconstruction sont choisis à l'échelle du bassin de traction de l'ECN (h = 2.90 m) et présentés dans le Tableau 2. Ils offrent également l'avantage de permettre la comparaison des résultats avec certains essais réalisés dans [4] et [16]. La durée de simulation est de $T = 60 T_p$.

	$\varepsilon = H_s / \lambda_p$	0.5 %	1 %	2 %	3 %	4 %
T_p (s)	λ_p/h	H_{s} (cm)				
1.5	1.2	1.8	3.5	7.0	10.5	14.1
2.0	2.1	3.0	6.0	12.0	19.0	25.0
3.0	4.2	6.3	12.6	25.2	37.7	50.3 ^(*)

Tableau 2. Caractéristiques des champs de houle étudiés ; (*) Houle inaccessible en bassin

a. Evaluation de la méthode

Pour évaluer la qualité de la condition limite reconstruite, l'indicateur utilisé est le profil de l'erreur absolue sur U (moyennée au cours du temps) et normalisée, défini en chaque z comme suit :

$$\begin{cases} \varepsilon_{rec}(z) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \left| U_{rec}(z,t) - U_{ref}(z,t) \right| dt \\ \\ \varepsilon_{rec,norm}(z) = \frac{\int_{0}^{T} \left| U_{rec}(z,t) - U_{ref}(z,t) \right| dt}{\int_{0}^{T} \left| U_{ref}(z,t) \right| dt} \end{cases}$$

où U_{rec} est la vitesse horizontale reconstruite à partir de W_{ref} grâce à la méthode exposée au paragraphe 3.1, et U_{ref} est la vitesse analytique horizontale (linéaire). D'autre part, l'indicateur $b(z) = \frac{1}{T} \int_0^T |U_{rec}(z,t)| - |U_{ref}(z,t)| dt$ permet d'estimer, à chaque profondeur, si la reconstruction tend à sous-estimer (b < 0) ou surestimer (b > 0) l'amplitude de la vitesse reconstruite par rapport à celle de référence.

b. Influence de Δx

L'influence de l'espacement entre les deux instruments de mesure de W est évaluée pour des valeurs de Δx variant de 2,5 à 80 cm, sachant que $\Delta x \approx 15 cm$ correspond à la plus petite distance envisageable entre deux ADCPs, compte tenu des dimensions actuelles de ces instruments dans le commerce.

Cette étude de sensibilité est réalisée grâce à des simulations supposant que quel que soit le Δx considéré, de nombreuses mesures de W sont disponibles sur toute la colonne d'eau avec une discrétisation verticale fine, afin de s'affranchir de cette source d'erreurs éventuelle : ici on prend nz = 117 points de mesures de z = -h à z = 0, soit $\Delta z = 2,5$ cm.

Les Figure 4 et Figure 5 présentent les erreurs sur la reconstruction de U pour le cas d'étude correspondant à $H_s = 6 \ cm$ et $T_p = 2 \ s$ (soit une cambrure significative de 1%), en valeur absolue puis relative.

Quelle que soit la valeur de Δx , le profil de l'erreur moyenne absolue sur U augmente avec la distance au fond, due à l'erreur d'intégration qui se cumule sur z. D'autre part, l'erreur de reconstruction est indépendante de la valeur de Δx pour les petites valeurs considérées. Pour les plus grandes valeurs, l'erreur augmente avec Δx , et cette augmentation intervient d'autant plus loin de la surface libre que Δx est grand. Le profil d'erreur relative permet de discriminer plus distinctement entre les différentes valeurs d'espacement. Le maximum local de l'erreur aux alentours de $z = 0.3 \lambda_p$ est légèrement plus marqué pour les plus faibles valeurs de Δx , mais au vu des faibles amplitudes des vitesses à cette profondeur, il semble plus important de se concentrer sur l'erreur près de la surface libre. À ce niveau, pour l'état de mer considéré, on observe une dégradation dans la qualité de reconstruction à partir de $\Delta x = 0.1 m$.

L'espacement des dispositifs de mesure se traduit concrètement par la présence d'une « fréquence de coupure » dans la reconstruction de la vitesse : le dispositif de mesures utilisé est incapable de mesurer les variations de vitesses dues aux composantes de longueur d'onde inférieure à : $\lambda_{min} = 2 \Delta x$, ce qui, en profondeur h = 2,90 m, se traduit par les fréquences de coupure présentées dans le Tableau 3. Les cases en orange dans le tableau correspondent aux valeurs de Δx à partir desquelles l'erreur calculée proche de la surface libre augmente significativement et dépend de Δx . Pour tous les états de mer étudiés, ce cas de figure apparaît pour $f_{cut} \approx 6f_p$.

Par ailleurs, le calcul de b(z) montre (cf Figure 6) que pour un Δx suffisamment petit, le profil reconstruit tend à surestimer l'amplitude de U par rapport à la série temporelle de référence, à toutes les profondeurs.



Figure 4. Profil de l'erreur absolue de reconstruction de *U*, moyennée en temps, pour $H_s = 6cm$ et $T_p = 2s$, et pour plusieurs valeurs d'espacement des ADCPs (Δx). (a) Profil entier ; (b) Zoom



Figure 5. Profil de l'erreur absolue de reconstruction de U, normalisée et moyennée en temps, pour $H_s = 6cm$ et $T_p = 2s$. (a) Profil entier ; (b) Zoom.

Δx (m)	0.025	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.8
$f_{cut}(Hz)$	5.6	4.0	2.8	2.0	1.6	1.4	1.0
f_{cut}/f_p pour Tp = 1.5 s	8.4	5.9	4.2	3.0	2.4	2.1	1.5
$f_{\it cut}/f_p$ pour Tp = 2.0 s	11.2	7.9	5.6	4.0	3.2	2.8	2.0
f_{cut}/f_p pour Tp = 3.0 s	16.8	11.9	8.4	5.9	4.8	4.2	3.0

Tableau 3. Fréquences maximales mesurables en fonction de l'espacement dx entre les instruments



Figure 6. Biais sur la vitesse horizontale reconstruite, pour différentes valeurs de Δx ; état de mer considéré : $H_s = 6cm$, $T_p = 2s$



Figure 7. Erreur de reconstruction normalisée pour différentes périodes pic ; dans tous les cas présentés, $\epsilon_c = H_s/\lambda_p = 0.5\%$, $\Delta x = 2.5cm$ et $\Delta z = 2.5cm$

c. Influence de l'état de mer

L'erreur de reconstruction a été évaluée pour tous les états de mer présentés dans le Tableau 2. Pour une même période de pic, l'erreur absolue augmente avec la cambrure, mais cette dernière n'a pas d'influence sur l'allure de la courbe pour l'erreur normalisée : les maxima sont toujours aux mêmes profondeurs, et de même valeur relative. Le modèle de houle étant linéaire dans ces tests, ce résultat était attendu. En revanche, pour une même cambrure, l'allure du profil d'erreur normalisée dépend de la période pic considérée, comme illustré sur la Figure 7. Le maximum local de l'erreur relative atteint toujours 40%, mais ce maximum se situe d'autant plus proche de la surface libre que T_p est grand : la vitesse près du fond augmentant avec T_p , cela conduit à normaliser par un dénominateur plus important, et retarde artificiellement l'augmentation de l'erreur relative. Par ailleurs, l'erreur relative proche de la surface libre est plus élevée pour des états de mer plus énergétiques.

d. Influence de la discrétisation verticale des mesures

En choisissant des paramètres tels que les mesures soient par ailleurs idéales ($\Delta x = 0,025m$ très petit, données disponibles de z = -h à z = 0), la qualité de la reconstruction est évaluée en fonction de la discrétisation verticale Δz des mesures disponibles, réparties uniformément sur la colonne d'eau. Pour un état de mer donné, le paramètre Δz influe sur la qualité de la reconstruction uniquement près de la surface libre, comme illustré sur la Figure 8, et l'erreur de reconstruction en z = 0 converge avec la diminution de Δz . Cette convergence est illustrée sur la Figure 9 pour plusieurs états de mer, et peut s'exprimer en fonction du nombre de points de mesures par longueur d'onde pic : $\lambda_p/\Delta z$. Au-delà d'environ 120 points de mesures par longueur d'onde pic, l'erreur en z = 0 se stabilise.



Normalized reconstruction error on U at z=0, depending on the vertical discretization of measure



Figure 8. Profil d'erreur normalisée pour différents Δz ; cas d'étude : $H_s = 6cm, T_p = 2s$

Figure 9. Influence de la discrétisation verticale Δz des mesures (relativement à λ_p) sur l'erreur de reconstruction en z = 0

e. Configuration réaliste

Dans la réalité, les limitations expérimentales rendent impossible, avec un ADCP, la mesure de la vitesse au fond et dans les 10% du profil les plus proches de la surface libre (à cause d'un effet de réflexion à l'interface). D'autre part, en supposant qu'il n'existe pas d'interférence dans les signaux de deux instruments placés côte à côte, leurs dimensions physiques imposent $\Delta x = 0,15m$ minimum. Dans ce cas, une configuration réaliste d'implantation consiste à considérer qu'on dispose deux ADCPs l'un à côté de l'autre, à une profondeur donnée, soit posés sur le fond soit liés chacun à une bouée sub-surface. Chaque instrument mesure alors des vitesses entre z_{min} et $z_{max} = \frac{z_{min}}{10}$ (correspondant aux 10% de profil perdu par réflexion). En supposant également connue la vitesse horizontale en z = -h, le profil de U reconstruite sur toute la colonne d'eau est complété, comme illustré sur la Figure 10 :

- par interpolation linéaire des données pour $-h < z < z_{min}$;
- par copie de la dernière valeur connue $U_{rec}(z_{max})$, pour $z > z_{max}$.

Le type de profil d'erreur est illustré sur la Figure 11, pour différentes profondeurs d'immersion des instruments. Il en ressort que pour le fond de la colonne d'eau, une interpolation linéaire entre deux valeurs connues de vitesse horizontale conduit à une erreur moindre que la méthode de reconstruction sur cette partie de la colonne : un choix judicieux de la profondeur d'immersion de l'instrument (par exemple ici $z_{min} = -1,5 m$) permet alors de diminuer l'erreur en profondeur intermédiaire, tout en limitant son augmentation près de la surface libre puisqu'on dispose de mesures plus proches de z = 0.



Figure 10. Principe de reconstruction du profil de vitesse à partir de mesures ADCP entre z_{min} et z_{max}

Figure 11. Profil d'erreur normalisée suivant la configuration choisie, pour $H_s = 3cm, T_p = 2s$; les symboles marquent l'emplacement des mesures

IV. <u>Propagation et prédiction</u>

Cette partie présente les cas d'étude utilisés pour évaluer la méthode. Dans un premier temps, la faisabilité de la méthode de reconstruction – prédiction est vérifiée sur un cas idéal avec mesures parfaites de vitesses. Ensuite, la méthode de prédiction est évaluée en incluant la reconstruction de la condition limite $U(x_0, z)$ à partir de mesures de vitesses verticales.

1. Vérification de la méthode de prédiction avec mesure parfaite du profil de vitesses

La performance de la méthode est évaluée en comparant, en tout point de la zone de reconstruction – prédiction « accessible » (notion expliquée ci-dessous), l'élévation de surface libre d'un état de mer de référence, ci-après notée η_{ref} avec celle correspondant au même état de mer reconstruit puis prédit par HOS-NWT, ci-après notée η_{NWT} .

La solution de référence est obtenue à partir du modèle non-linéaire HOS-Ocean, également développé au LHEEA [17, 18]. La solution de référence donne accès aux quantités suivantes :

- $\eta_{ref}(x, t)$, l'élévation de surface libre de référence ;
- $U_{ref}(x_0, z, t)$, la vitesse horizontale en x_0 , qui fournit la condition limite pour HOS-NWT.

La simulation de référence (HOS-Ocean) est initialisée à partir d'un spectre de JONSWAP de consigne, correspondant à un couple (H_s, T_p) donné, et d'un tirage de phases aléatoire : les champs $\eta(x, t)$ et $\phi^s(x, t)$ sont renseignés sur tout le domaine spatial à t = 0, puis sont propagés de façon non-linéaire. Pour pallier les problèmes liés à l'initialisation d'un code de propagation non-linéaire par une solution linéaire, une période de relaxation est utilisée [19].

Dans cette partie la simulation avec HOS-NWT, quant à elle, utilise comme condition limite en x_0 les données fournies par $U_{ref}(x_0, z, t)$: cela revient à supposer que le profil de vitesse horizontale est connu parfaitement, et donc à évaluer uniquement la capacité de la méthode à reconstruire et prédire la houle à partir des informations données en amont. Notons que contrairement au code HOS-Ocean, ici la surface libre est initialement au repos : $\eta(x, t = 0) = 0$ et $\phi^s(x, t = 0) = 0$. C'est la condition limite imposée en x_0 sous forme de profil de vitesse horizontale qui génère les vagues depuis la frontière. Pour la simulation de référence comme celle de reconstruction, l'ordre de non-linéarité choisi est de M = 5. Pour chaque état de mer considéré, vingt simulations sont réalisées avec des jeux de phases différents et tirés de manière aléatoire.

a. Zone de prévision théorique

Les informations recueillies par un dispositif de mesures ponctuel étant limitées dans le temps et dans l'espace, le domaine sur lequel on peut reconstruire et prédire la houle l'est aussi. On définit ainsi la « zone de prévision » $D_{x,t}$, illustrée sur la Figure 12, comme le domaine spatio-temporel rendu accessible par calcul déterministe avec les mesures dont on dispose : ici, un instrument fixe placé en x_0 et mesurant entre t = 0 et t = T. L'élévation de surface libre en un point (x_1, t_1) du domaine ne peut être correctement décrite que si toutes les fréquences de la houle qui la composent ont été mesurées par la sonde auparavant, c'est-à-dire si à la fois la composante la plus lente et la plus rapide ont été mesurées par la sonde en x_0 entre t = 0 et $t = t_1$. Plus généralement, les dimensions de la zone de prévision sont déterminées conjointement par la vitesse de groupe de la composante la plus lente $C_{g_{min}}$ mesurée par la sonde à t = 0, et celle de la composante la plus rapide $C_{g_{max}}$ mesurée par la sonde à t = T (durée totale de la mesure). En se cantonnant aux points en aval de la sonde de mesure et aux instants t > 0, cela aboutit à la définition de la zone de prévision par l'inégalité suivante [20] :

$$(x_1, t_1) \in D_{x,t} \ si \ \frac{x_1 - x_0}{C_{g_{min}}} \le t_1 \le T + \frac{x_1 - x_0}{C_{g_{max}}}$$

La zone de prévision est alors bornée par le point $P_0(x_{min}, t_{min})$ et par le point $P_{max}(x_{max}, t_{max})$ de coordonnées respectives :

$$\begin{cases} x_{min} = x_0, & x_{max} = x_0 + T \frac{C_{g_{min}} \cdot C_{g_{max}}}{C_{g_{max}} - C_{g_{min}}} \\ t_{min} = 0, & t_{max} = T \left(1 + \frac{C_{g_{min}}}{C_{g_{max}} - C_{g_{min}}} \right) \end{cases}$$

où t_{max} est l'horizon maximal de prédiction, et $C_{g_{min}}$, $C_{g_{max}}$ sont les vitesses de groupe des composantes respectivement les plus lentes et les plus rapides de l'état de mer considéré. Ces vitesses limites dépendent elles-mêmes de la plage de fréquences considérées pour le calcul, qui doit permettre de représenter au mieux l'énergie contenue dans le spectre tout en garantissant une zone de prédiction de taille suffisante : dans cette étude, f_{min} et f_{max} sont choisies de façon à ne conserver que les fréquences pour lesquelles la densité d'énergie est supérieure à 5% de la densité d'énergie au pic. Pour $t \in [0, T]$, la zone de prévision s'apparente à une zone de reconstruction de l'état de mer : D_{rec} . Pour $t \in [T, t_{max}]$ elle s'apparente à une zone de prédiction : D_{pred} .



Figure 12. Zone de prévision accessible en déterministe, en fonction de la durée de mesure T et des vitesses de groupe considérées $C_{g_{min}}$ et $C_{g_{max}}$

b. Définition des indicateurs d'erreur

Le calcul de l'erreur se fait sur l'élévation de surface libre, uniquement dans la zone de reconstruction – prédiction théorique définie ci-dessus. On peut distinguer l'erreur de reconstruction, qui mesure la capacité de HOS-NWT à propager correctement un état de mer connu uniquement par son profil de vitesse horizontale en $x = x_0$, et l'erreur de prédiction, qui évalue la capacité du modèle à prédire l'élévation de surface libre pour t > T. L'erreur de reconstruction est calculée comme la moyenne des erreurs sur η évaluées en chaque point de la zone de prévision correspondant à $t \in [0,T]$ (D_{rec} sur la Figure 12). L'erreur de prédiction, quant à elle, correspond à la moyenne des erreurs évaluées sur la zone de prévision correspondant à $t \in [T, t_{max}]$ (D_{pred} sur la Figure 14). Elles s'écrivent comme suit [4] :

$$\varepsilon_{rec} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \frac{\int_{x \in D_{x}(t)} |\eta_{NWT}(x,t) - \eta_{ref}(x,t)| \, dx}{\int_{x \in D_{x}(t)} |\eta_{ref}(x,t)| \, dx} \, dt$$

$$\varepsilon_{pred} = \frac{1}{t_{max} - T} \int_{T}^{t_{max}} \frac{\int_{x \in D_{x}(t)} |\eta_{NWT}(x,t) - \eta_{ref}(x,t)| \, dx}{\int_{x \in D_{x}(t)} |\eta_{ref}(x,t)| \, dx} \, dt$$

où $D_x(t)$ désigne la portion spatiale de la zone de prévision correspondant à l'instant t.

Par ailleurs, comme les simulations ont été réalisées sur plusieurs tirages de phases pour un même état de mer, on s'intéresse plutôt à la moyenne de ces erreurs sur toutes les simulations :

 $\varepsilon_{rec}(N) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N} \varepsilon_{rec}(i)$ et $\varepsilon_{pred}(N) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N} \varepsilon_{pred}(i)$

c. Résultats pour une configuration idéale

La vérification de la faisabilité de la méthode se fait sur un cas idéal : la vitesse horizontale est connue parfaitement et en tout point du maillage vertical de HOS-NWT. Le cas test présenté en illustration est celui d'une houle irrégulière de cambrure significative 2%, pour lequel on ne présente ici qu'un seul tirage de phases, représentatif de la situation sur cet état de mer. La simulation dure 45 T_p : 35 T_p de reconstruction et 10 T_p de prédiction. La fréquence d'acquisition des « mesures » est de 16 Hz, soit 32 mesures par période pic. La Figure 13 présente la comparaison temporelle, recentrée sur la fin de la période de reconstruction et la période de prédiction, des élévations de surface libre de référence et reconstruite en un point situé à environ 6 λ_p du point de mesure x_0 . Les Figure 14 et Figure 15 représentent des instantanés des élévations de surface libre sur tout le domaine spatial, à différents horizons de prédiction. Pour cette simulation et ce tirage de phases, les erreurs de reconstruction et de prédiction telles que définies au paragraphe IV.1.b sont respectivement de 6,8% et 11,5%.

Au vu de ces résultats, ce cas d'étude confirme la capacité de la méthode à propager et prédire correctement la houle dans la zone de reconstruction – prédiction théorique, si le profil de vitesse est suffisamment bien renseigné.

Cet essai est étendu à d'autres états de mer, en faisant varier les cambrures et les rapports λ_p/h comme indiqué dans le Tableau 2. Les résultats sont résumés sur la Figure 16, qui présente les erreurs de reconstruction et de prédiction pour différents états de mer, chaque point correspondant à la moyenne des erreurs obtenues sur 20 tirages de phases différents. Il ressort de ces simulations que la longueur d'onde pic (ou le rapport λ_p/h) influe peu sur la qualité de la reconstruction – prédiction, alors que les erreurs de reconstruction comme de prédiction augmentent avec la cambrure de l'état de mer considéré, et ceci alors même que le modèle de propagation utilisé est non-linéaire.



Figure 13. Série temporelle d'élévation de surface libre (référence et reconstruite), en $x = 5,8\lambda_p$, pour $H_s = 12$ cm et $T_p = 2$ s





Figure 14. Instantané de $\eta(x)$ à un horizon de prédiction de $2T_p = 4s$; $H_s = 12$ cm, $T_p = 2$ s





Figure 16. Erreurs de reconstruction (traits pleins) et de prédiction (pointillés) pour différentes cambrures et différentes longueurs d'onde pic, avec les écarts types dus aux différents tirages de phases

A titre de comparaison, ces indicateurs d'erreurs ont également été utilisés dans [4], pour évaluer des reconstructions d'états de mer non-linéaires avec des cambrures similaires. Leurs meilleures simulations donnent lieu à des erreurs de reconstruction de 5 % à 12%, et à des erreurs de prédiction de 10 % à 20 % suivant la cambrure. La qualité de nos résultats est donc tout à fait comparable.

2. Validation de la prédiction avec reconstruction de la condition limite sur U

Cette partie s'attache à évaluer la capacité de la méthode à prédire correctement la houle lorsque la condition limite $U(x_0, z, t)$ est reconstruite à partir de la mesure de la vitesse verticale W, et non plus connue directement. Il s'agit ici de coupler les deux parties de la méthode, à savoir la détermination de la condition limite et la propagation de la houle à partir de cette information, et d'évaluer l'influence de l'erreur de reconstruction du profil de vitesse horizontale sur la qualité de la prédiction obtenue.

Dans cette partie comme dans la section III, on a recours à un modèle de houle linéaire : à partir d'un spectre de consigne (H_s, T_p) , les vitesses horizontales et verticales en x_0 sont calculées analytiquement. Ces vitesses servent de données d'entrée pour deux simulations HOS-NWT linéaires (M = 1), prenant respectivement en condition limite :

- les données analytiques de vitesse horizontale pour la condition limite : U_{ref} ;
- les données de vitesse horizontale reconstruite U_{rec} , calculée à partir de W_{ref} .

Les résultats sont présentés ici pour un cas test supposant que les données de vitesses sont disponibles en tout point du maillage vertical pour HOS-NWT, pour un état de mer irrégulier de cambrure 0,5%. L'espacement entre les deux dispositifs de « mesures » est de $\Delta x = 0,05 m$ et la fréquence d'acquisition est de 16 Hz, soit 32 points par période pic. La Figure 17 présente, à titre d'illustration, une série temporelle d'élévation de surface libre à $x = 6 \lambda_p$ du bord du domaine spatial. La figure est qualitativement représentative des résultats obtenus sur tout le domaine, pour lequel l'erreur globale de reconstruction est de 16,5 % et l'erreur globale de prédiction de 15,0 %.

La méthode tend à surestimer l'amplitude de la houle (comme autour de $t/T_p = 35$), résultat cohérent avec le fait que la reconstruction de la condition limite présentée en section III présentait déjà un biais positif sur la vitesse horizontale ainsi obtenue. Par ailleurs, la méthode n'est pas ou peu capable de reproduire les petites ondulations de la surface libre loin du niveau z = 0, telles que celles présentes en $t/T_p \approx 33$. Cependant, l'accord entre les solutions de référence et reconstruite est globalement bon. La partie « prédiction » proprement dite, en particulier, est très satisfaisante car de bonne qualité ; surtout, elle présente des niveaux d'erreurs similaires à ceux de la phase de reconstruction, qui représentent un seuil plancher pour la prédiction. Enfin, la méthode permet une reproduction quasi-parfaite de la phase, ce qui s'avère d'une grande importance pour l'optimisation des dispositifs de récupération d'énergie des vagues.

Pour finir une autre simulation, portant sur le même état de mer mais testant une configuration de mesures plus réaliste, a été réalisée. Ici, l'écart entre les instruments mesurant W est de $\Delta x = 0,2 m$, et l'emplacement des mesures mime celui d'un ADCP posé sur le fond: celles-ci sont disponibles entre -2,5 et -0,25 m, avec une discrétisation $\Delta z = 0,075m$. Les résultats de la reconstruction, portant sur la même série temporelle que précédemment, sont présentés sur la Figure 18. L'erreur de reconstruction sur toute la zone est de 16,4 % et celle de prédiction, de 17,3 %.

Contrairement à ce qui était à craindre, diminuer le nombre de points de mesures n'entraîne pas ici de forte dégradation de la reconstruction – prédiction. Une des raisons en est que le dernier point de mesure de W est situé en $z_{max} = -0.25m$: cela limite le biais causé par la reconstruction de U près de la surface libre (voir en $t/T_p = 35.1$) puisque le profil de U reconstruit est complété entre z_{max} et 0 par copie de la dernière valeur connue (cf Figure 10). Ce dernier cas d'étude illustre la robustesse de la méthode, qui s'avère capable de prédire correctement la houle même lorsque la connaissance de la condition limite est dégradée, comme il faudra s'y attendre pour des mesures en conditions réelles.



Figure 17. Reconstruction par la méthode complète, sur un cas de mesures idéal : $\Delta x = 0,05m$, mesures disponibles sur toute la colonne d'eau ; cas de houle : $H_s = 3cm$, $T_p = 2s$.



Figure 18. Reconstruction par la méthode complète, sur un cas de mesures réalistes : $\Delta x = 0,2 m$, mesures entre -2,5m et -0,25m avec une discrétisation $\Delta z = 7,5 cm$; cas de houle : $H_s = 3cm$, $T_p = 2s$.

V. Conclusion

Le travail présenté ici démontre la capacité de la méthode proposée à reconstruire et prédire correctement la houle de façon déterministe, lorsque la condition limite en amont du domaine est parfaitement connue sous la forme d'un profil instantané de vitesse horizontale. Pour tenir compte des contraintes de mesures en conditions réelles, une méthode de reconstruction de ce profil de vitesses est également proposée et testée. L'importance de l'espacement entre les deux instruments de mesures dans la qualité du profil reconstruit est soulignée, ainsi que l'influence de l'état de mer considéré. Enfin, l'articulation des volets « reconstruction du profil » et « propagation de l'information » dans la méthode globale est également évaluée, et conduit à des résultats satisfaisants.

Sauf exception, les résultats présentés dans cette étude se basent sur des configurations de mesures quasi-idéales, où la donnée est supposée connue avec une fréquence d'acquisition élevée, sur toute la profondeur de la colonne d'eau et avec une discrétisation spatiale élevée. Une

dégradation de la prédiction est attendue lorsque ces paramètres sont moins bien renseignés, mais une étude de sensibilité (non présentée ici par manque de place) a été menée pour des valeurs compatibles avec la réalité : la qualité de la houle reconstruite reste suffisamment intéressante pour considérer la méthode comme prometteuse. Des essais en bassin sont donc envisagés prochainement à l'ECN, dans un premier temps pour tester la capacité de deux ADCPs à reconstruire un profil de vitesse horizontale en conditions réelles. Puis, une fois cette étape validée, l'expérimentation portera sur l'évaluation de la méthode de prédiction elle-même.

VI. <u>Remerciements</u>

Ce travail a bénéficié du soutien financier de l'ADEME (projet S3) [21].

VII. <u>Bibliographie</u>

- A. F. Falcão, «Phase control through load control of oscillating-body wave energy converters with hydraulic PTO system,» *Ocean Engineering*, Vols. %1 sur %23-4, n° %1358-366, p. 35, 2008.
- [2] R. Genest, F. Bonnefoy, A. H. Clément et A. Babarit, «Effect of non-ideal power take-off on the energy absorption of a reactively controlled one degree of freedom wave energy converter,» *Applied Ocean Research*, vol. 48, pp. 236-243, 2014.
- [3] H. N. Nguyen, G. Sabiron, P. Tona et M. M. Kramer, «Experimental validation of a nonlinear MPC strategy for a wave energy converter prototype,» chez ASME 2016 35th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, 2016.
- [4] F. Fusco et J. V. Ringwood, «Short-term wave forecasting for real-time control of wave energy converters,» *IEEE Transactions on sustainable energy*, vol. 1, n° %12, pp. 99-106, 2010.
- [5] E. Blondel, F. Bonnefoy et P. Ferrant, «Deterministic non-linear wave prediction using probe data,» *Ocean Engineering*, vol. 37, n° %110, pp. 913-926, 2010.
- [6] P. Naaijen et A. P. Wijaya, «Phase resolved wave prediction from synthetic radar images,» chez *ASME 2014 33rd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, 2014.
- [7] G. Ducrozet, F. Bonnefoy, D. Le Touzé et P. Ferrant, «A modified high-order spectral method for wavemaker modeling in a numerical wave tank,» *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, vol. 34, pp. 19-34, 2012.
- [8] M. Huchet, «Etat de l'art des technologies capables de mesurer la vitesse du fluide en milieu océanique,» Ecole Centrale de Nantes (ECN), Nantes, 2017.
- [9] D. Le Touzé, *Méthodes spectrales pour la modélisation non-linéaire d'écoulements à surface libre instationnaires. Thèse de Doctorat,* Ecole Centrale de Nantes (ECN) ; Université de Nantes, 2003.
- [10] F. Bonnefoy, *Modélisation expérimentale et numérique des états de mer complexes. Thèse de Doctorat,* Université de Nantes, 2005.
- [11] G. Ducrozet, *Modélisation des processus non-linéaires de génération et de propagation d'états de mer par une approche spectrale. Thèse de Doctorat,* Université de Nantes ; Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2007.
- [12] F. Bonnefoy, G. Ducrozet, D. Le Touzé et P. Ferrant, Time domain simulation of nonlinear water waves using spectral methods, vol. Thèse de Doctorat, Université de Nantes, 2010, pp. 129-164.
- [13] B. J. West, K. A. Brueckner, R. S. Janda, D. M. Milder et R. L. Milton, «A new numerical method for surface hydrodynamics,» *Journal of Geophysical Research: Oceans*, vol. 92,

n° %1C11, pp. 11803-11824, 1987.

- [14] D. G. Dommermuth et D. K. Yue, «A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves.,» *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 184, pp. 267-288, 1987.
- [15] Instruments, R. D., «Principles of operation a practical primer,» Available from RDInstruments.com, 1996.
- [16] E. Blondel-Couprie, *Reconstruction et prévision déterministe de houle à partir de données mesurées. Thèse de Doctorat,* Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2009.
- [17] F. Bonnefoy, G. Ducrozet, D. Le Touzé et P. Ferrant, «Time domain simulation of nonlinear water waves using spectral methods,» chez Advances in Numerical Simulation of Nonlinear Water Waves, 2010, pp. 129-164.
- [18] G. Ducrozet, F. Bonnefoy, D. Le Touzé et P. Ferrant, «HOS-ocean: Open-source solver for nonlinear waves in open ocean based on High-Order Spectral method,» *Computer Physics Communications*, vol. 203, pp. 245-254, 2016.
- [19] D. Dommermuth, «The initialization of nonlinear waves using an adjustment scheme,» Wave motion, vol. 32, n° %14, pp. 307-317, 2010.
- [20] G. Wu, Direct simulation and deterministic prediction of large-scale nonlinear ocean wavefield. Thèse de Doctorat, Massachusetts Institute of Technology, 2004.
- [21] ADEME, «S3 : Démonstration en mer d'un système innovant à base de polymères électroactifs,» 2018. [En ligne]. Available: https://www.ademe.fr/s3. [Accès le 01 11 2018].
- [22] V. E. Zakharov, «Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid,» *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, vol. 9, n° %12, pp. 190-194, 1968.