



**HAL**  
open science

## Onde plane monochromatique en présence d'une interface polarisée

Roger Prud'Homme

► **To cite this version:**

Roger Prud'Homme. Onde plane monochromatique en présence d'une interface polarisée. Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série Iib, Mécanique, 1978. hal-02004801

**HAL Id: hal-02004801**

**<https://hal.science/hal-02004801>**

Submitted on 4 Apr 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉLECTROTHERMODYNAMIQUE. — *Onde plane monochromatique en présence d'une interface polarisée.* Note (\*) de Roger Prud'homme, présentée par M. Edmond A. Brun.

On étudie la propagation d'une onde électromagnétique plane en présence d'une interface polarisée. On montre, dans un cas particulier, qu'une telle propagation est possible alors qu'elle ne l'était pas avec une simple surface de séparation et que le vecteur nombre d'onde fait avec le plan interfacial un angle constant ne dépendant que du coefficient phénoménologique.

*Propagation of a plane monochromatic electromagnetic wave through a polarised interface is studied. It is seen that, in a particular case, such propagation is possible whereas it is not with a single separation surface and that the wave number vector makes a constant angle, depending only on phenomenological coefficient, with the interface plane.*

Le phénomène étudié ici est la généralisation d'une propagation électromagnétique à un milieu constitué par deux phases volumiques séparées par une interface qui représente une troisième phase bidimensionnelle. L'interface examinée présente une polarisation électrique et magnétique, elle reste plane et immobile et constitue une séparation entre un conducteur parfait et le vide. Si l'interface était une simple surface de séparation entre ces deux milieux volumiques, on pourrait montrer que toute onde plane est réfléchiée par la surface suivant des lois bien connues (1). Nous allons montrer, en traitant un cas particulier, qu'il n'en est plus de même lorsque la polarisation est présente.

Les phénomènes d'interface en l'absence de polarisation ont été étudiés par plusieurs auteurs et les résultats sont bien connus. On démontre en particulier qu'il n'existe pas de champ propre à l'interface, mais qu'il peut exister une charge et un courant superficiels reliés aux champs extérieurs (2).

La présence de l'interface induit alors éventuellement des processus irréversibles et une certaine production d'entropie due au courant de diffusion à la surface apparaît, qui s'annule en l'absence de courant donc en particulier lorsque l'interface n'est constituée que d'un seul composant neutre (3).

Lorsque l'interface est polarisée, la présence d'un champ spécifique d'interface est possible et nous avons établi les équations de Maxwell correspondantes (4).

Si l'interface est plane et géométriquement immobile, on démontre que le déplacement électrique  $\vec{D}$  et le champ magnétique  $\vec{B}$  sont deux vecteurs du plan d'interface alors que le champ électrique  $\vec{E}$  et le déplacement magnétique  $\vec{H}$  sont normaux à ce plan. L'axe  $Ox_3$  étant normal à ce plan, on obtient pour les équations de Maxwell à l'interface polarisée

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \vec{H}_{2,t} - \frac{1}{c} \vec{D}_{1,t} + [B_2] = \frac{1}{c} \vec{I}_1, & \vec{E}_{2,t} + \frac{1}{c} \vec{B}_{1,t} - [E_2] = 0, \\ -\vec{H}_{1,t} - \frac{1}{c} \vec{D}_{2,t} + [B_1] = \frac{1}{c} \vec{I}_2, & -\vec{E}_{1,t} + \frac{1}{c} \vec{B}_{2,t} + [E_1] = 0, \\ \vec{D}_{1,1} + \vec{D}_{2,2} + [E_3] = \vec{\sigma}, & \vec{B}_{1,1} + \vec{B}_{2,2} + [B_3] = 0. \end{array} \right.$$

on déduit également le bilan de charge électrique

$$(2) \quad \vec{\sigma}_{,t} + \vec{I}_{1,1} + \vec{I}_{2,2} + [I_3] = 0.$$

Rappelons que les crochets  $[ ]$  désignent le saut à l'interface d'une propriété volumique, que  $\vec{I}$  est l'intensité et  $\vec{\sigma}$  la charge surfaciques.

Toutes ces équations de conservation peuvent être établies en faisant intervenir les grandeurs électromagnétiques d'interface et les tenseurs appropriés <sup>(5)</sup> : masse des espèces, quantité de mouvement et énergie interne. Si l'on admet que la polarisation est à l'équilibre, la thermodynamique des milieux polarisés nous permet d'écrire la relation de Gibbs <sup>(6)</sup> :

$$(3) \quad d\hat{u} = \hat{T} d\hat{s} - \hat{p} d\hat{v} + \hat{\mathbf{E}}' \cdot d\hat{\mathbf{p}}' + \hat{\mathbf{B}}' \cdot d\hat{\mathbf{m}}' + \sum_j \hat{g}_j d\hat{Y}_j,$$

entre les grandeurs massiques d'interface [ $\hat{u}$ , énergie interne;  $\hat{s}$ , entropie;  $\hat{v}$ , surface;  $\hat{\mathbf{p}}' = (\hat{\mathbf{D}}' - \hat{\mathbf{E}}') \hat{v}$ , polarisation électrique;  $\hat{\mathbf{m}}' = (\hat{\mathbf{B}}' - \hat{\mathbf{H}}') \hat{v}$ , polarisation magnétique;  $\hat{Y}_j$ , masse des espèces] et les grandeurs intensives conjuguées ( $\hat{T}$ , température;  $\hat{p}$ , pression linéique;  $\hat{\mathbf{E}}'$ , champ électrique;  $\hat{\mathbf{B}}'$ , champ magnétique;  $\hat{g}_j$ , potentiel chimique).

Les grandeurs électromagnétiques intervenant dans cette relation et notées <sup>(7)</sup> sont mesurées par un observateur lié au mouvement barycentrique <sup>(2)</sup>. Cette relation peut être utilisée pour déterminer le taux de production d'entropie à l'interface. Celui-ci, outre les termes habituels, comprend le terme spécifique des champs <sup>(7)</sup> :

$$(4) \quad \hat{W}_i^{\text{ch}} = \frac{c}{\hat{T}} \left[ (\mathbf{E}' \times \mathbf{B}')_3 + \frac{\hat{v}}{c} \cdot (\mathbf{E}'_3 \mathbf{E}' + \mathbf{B}'_3 \mathbf{B}') \right].$$

Plaçons nous maintenant dans les circonstances suivantes : milieu à un seul composant (pas de diffusion et charges nulles), vitesses barycentriques nulles, température uniforme, pas de réactions chimiques. Si le milieu  $x_3 < 0$  est un conducteur parfait, les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  y sont nuls et, en admettant que le milieu  $x_3 > 0$  est le vide on obtient :

$$(5) \quad x_3 > 0 \quad \left\{ \begin{array}{ll} \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \mathbf{E}, \quad t=0, & \nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{B}, \quad t=0, & \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \end{array} \right.$$

$$(6) \quad x_3 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{ll} \hat{\mathbf{H}}_{1,2} - \frac{1}{c} \hat{\mathbf{D}}_{1,t} - \mathbf{B}_2 = 0, & \hat{\mathbf{E}}_{2,t} + \frac{1}{c} \hat{\mathbf{B}}_{1,t} - \mathbf{E}_2 = 0, \\ -\hat{\mathbf{H}}_{1,t} - \frac{1}{c} \hat{\mathbf{D}}_{2,t} + \mathbf{B}_1 = 0, & -\hat{\mathbf{E}}_{1,t} + \frac{1}{c} \hat{\mathbf{B}}_{2,t} + \mathbf{E}_1 = 0, \\ \hat{\mathbf{D}}_{1,1} + \hat{\mathbf{D}}_{2,2} + \mathbf{E}_3 = 0, & \hat{\mathbf{B}}_{1,1} + \hat{\mathbf{B}}_{2,2} + \mathbf{B}_3 = 0, \end{array} \right.$$

$$(7) \quad \hat{W}_i^{\text{ch}} = \frac{c}{\hat{T}} (\mathbf{E} \times \mathbf{B})_3 = \frac{c}{\hat{T}} \mathbf{E} \cdot (\mathbf{B} \times \boldsymbol{\xi}),$$

$\boldsymbol{\xi}$  désignant le vecteur (0, 0, 1) normal à l'interface. Admettons alors la loi phénoménologique

$$(8) \quad \mathbf{B} \times \boldsymbol{\xi} = \lambda \cdot \mathbf{E},$$

Le tenseur  $\lambda$  étant nécessairement symétrique; si en outre nous le supposons sphérique,  $\lambda = \lambda \mathbf{I}$ , le second principe impose  $\lambda > 0$ .

Nous nous limitons dans ce qui suit au cas  $\lambda < 1$ .

La thermodynamique nous permet d'envisager des lois reliant les déplacements aux champs, du type <sup>(6)</sup> :

$$(9) \quad \begin{cases} \hat{H} = \hat{H}(\hat{E}, \hat{B}_1, \hat{B}_2), \\ \hat{D}_1 = \hat{D}_1(\hat{E}, \hat{B}_1, \hat{B}_2), \\ \hat{D}_2 = \hat{D}_2(\hat{E}, \hat{B}_1, \hat{B}_2), \end{cases}$$

qui doivent vérifier certaines conditions d'isotropie.

Dans l'exemple envisagé

$$(10) \quad \hat{H} = \mu \hat{E}, \quad \hat{D}_1 = \hat{D}_2 = 0.$$

Une onde plane monochromatique se propageant dans le vide est du type :

$$(11) \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$

et on démontre aisément, à l'aide des équations de Maxwell que

$$(12) \quad \begin{cases} \mathbf{B} = \frac{c}{\omega} \mathbf{K} \times \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \\ \mathbf{K}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}. \end{cases}$$

La relation phénoménologique d'interface conduit alors à

$$(13) \quad \begin{cases} E_3 = 0, \\ \mathbf{K} \begin{cases} K_1 = \frac{E_{02}}{E_0} \sqrt{1 - \lambda^2} \frac{\omega}{c}, \\ K_2 = -\frac{E_{01}}{E_0} \sqrt{1 - \lambda^2} \frac{\omega}{c}, \\ K_3 = \lambda \frac{\omega}{c}. \end{cases} \quad E_0 = |\mathbf{E}_0| = \sqrt{E_{01}^2 + E_{02}^2}. \end{cases}$$

La résolution des équations de Maxwell d'interface nous donne alors :

$$(14) \quad \begin{cases} \hat{E} = -i \frac{\lambda E_{01}}{\mu K_2} e^{i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \\ \hat{B}_1 = i \frac{c}{\omega} \left( E_{02} - \frac{\lambda}{\mu} E_{01} \right) e^{i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \\ \hat{B}_2 = -i \frac{c}{\omega} \left( E_{01} + \frac{\lambda}{\mu} E_{02} \right) e^{i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}. \end{cases}$$

On constate que le vecteur nombre d'onde fait, avec la normale à l'interface, un angle  $\varphi$  tel que  $\cos \varphi = \lambda$ , qui ne dépend donc que de la loi d'échange d'interface. L'onde monochromatique est possible en présence d'une interface, ce qui n'est pas le cas avec une simple surface de séparation. Il y a ici simple transmission de l'onde monochromatique avec déphasage de  $\pm \pi/2$ .

La solution élémentaire trouvée ici permet de générer en principe une famille d'ondes en présence de l'interface polarisée. Des lois plus complexes peuvent être envisagées tant pour la relation phénoménologique que pour la thermodynamique d'interface.

(\*) Séance du 26 juin 1978.

(<sup>1</sup>) M. JOUGUET, *Cours de Physique, Électricité*, 2, Eyrolles, 1962.

(<sup>2</sup>) S. R. DE GROOT et P. MAZUR, *Non Equilibrium Thermodynamics*, North Holland Pub. Cy, 1969.

(<sup>3</sup>) F. FER, *Thermodynamique macroscopique*, 2, Gordon and Breach, 1971.

(<sup>4</sup>) R. PRUD'HOMME et M. DUDECK, *Équations de bilan d'un milieu conducteur avec champ électromagnétique*, rapport du Laboratoire d'Aérothermique du C.N.R.S., 76-2, 1976.

(<sup>5</sup>) DE GROOT, *The Maxwell Equations*, North Holland Pub. Cy, 1969.

(<sup>6</sup>) G. A. KLUFENBERG, *Physica*, 68, 1973, p. 75-92.

(<sup>7</sup>) R. PRUD'HOMME, *Comptes rendus*, 287, série B, 1978, p. 117.

*Laboratoire d'Aérothermique du C.N.R.S., 4 ter, route des Gardes, 92190 Meudon.*