



HAL
open science

Une contre réforme inachevée : que nous apprend l'étude de la transposition didactique des nombres algébriques ou relatifs, ces trente dernières années ?

Alain Jacques Mercier

► To cite this version:

Alain Jacques Mercier. Une contre réforme inachevée : que nous apprend l'étude de la transposition didactique des nombres algébriques ou relatifs, ces trente dernières années ?. SFIDA Séminaire Franco Italien de Didactique de l'Algèbre, Oct 2008, Nice, France. hal-01995804

HAL Id: hal-01995804

<https://hal.science/hal-01995804v1>

Submitted on 27 Jan 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Une contre réforme inachevée :
que nous apprend l'étude de la transposition didactique des nombres
algébriques ou relatifs, ces trente dernières années ?

Alain MERCIER

UMR P3 ADEF

Aix-Marseille Université, Institut National de Recherche Pédagogique

Je commencerai cet exposé sur ce qu'on appelle aujourd'hui, en France, les « nombres relatifs » par une observation en CP, faite il y a deux ans¹.

Elle me permet de donner les éléments théoriques au fondement de mon travail d'analyse a priori d'un problème d'enseignement récurrent, que nous traitons dans le cadre du projet AMPERES (INRP et CIIREM didactique), visant à mettre à la disposition des professeurs des moyens d'enseignement.

L'idée initiale est que le travail du professeur est d'abord la régulation de l'action conjointe qu'il conduit avec les élèves, et que cette régulation est possible par son intervention sur les éléments qu'il met à disposition des élèves pour définir des tâches et désigner leur enjeu.

- Tantôt *le professeur et les élèves jouent ensemble*. Le professeur est certes toujours professeur, mais leur action est fortement conjointe. D'une certaine manière, le professeur joue le jeu des élèves. Ce jeu d'accompagnement suppose que le professeur soit en mesure de comprendre comment le jeu peut évoluer en rapprochant la classe des savoirs (mathématiques) visés.
- Tantôt *le professeur évalue l'action de l'élève*, et tente de faire en sorte d'influer sur celle-ci dans le sens de la construction de connaissances. Ce jeu d'analyse suppose que le professeur soit en mesure de comprendre les problèmes que les élèves se posent jusque dans leurs conséquences épistémologiques (mathématiques).

Chacun de ces deux états du système réalise une articulation des deux fonctions fondamentales de dévolution et d'institutionnalisation, qui ne sont pas relatives aux seules situations didactiques structurées par une série de situations adidactiques et aux milieux associés. Accompagnement et analyse ne sont pas des techniques d'enseignement mais des formes de la topogenèse qui dépendent des objets et des enjeux de l'activité didactique. Pourtant, notre description nous apparaît encore insuffisante pour rendre compte de l'enseignement observé parce qu'à ce stade, aucun effet observable sur le savoir disponible à plus d'un

¹ Recherche « Efficacité de l'enseignement des mathématiques et du français en CP » soutien PIREF 2003-2006

élève ne s'en déduit ; il faut chaque fois « juger sur pièces » et construire les points d'appui du jugement. Nous allons donc reprendre nos conjectures d'efficacité pour les remettre au travail.

Cette fois, nous interrogerons nos données avec une question plus forte :
« Comment, dans cette classe, l'action d'enseignement qui se développe dans les interactions didactiques observées prend-t-elle en charge le jeu dialectique entre l'institution de pratiques et de significations partagées nouvelles et l'institution de problèmes partagés nouveaux ? »

Dans notre progrès sur cette question, un élément d'observation a été pour nous déterminant. Il s'agit de la dernière partie de la séance d'octobre 2005 de la classe 13 : les élèves ont changé, le professeur est le même.

Synopsis et analyse a priori de la séance

La première étape est organisée autour d'un matériel qui est la bande numérique et d'un type de tâches : reconnaître et associer un « nom de nombre » à un nombre écrit en chiffres dans une bande numérique.

La deuxième étape est organisée autour d'un matériel qui est constitué par deux jeux de cartes (un avec des points selon la configuration des dés et un avec une configuration de bâtons) et d'un type de tâches : « écrire » un nombre de différentes manières (par une « écriture » en toutes lettres, par une carte-dé, par une carte-bâtons) puis, reconnaître un même nombre sous ces notations différentes.

La troisième étape consiste à bien écrire les chiffres (travail du graphisme de 7, 8 et 9), *en autonomie*.

La quatrième étape utilise le matériel de la deuxième étape (les cartons avec les bâtons) et d'un type de tâches : décomposer un nombre supérieur à 5 et inférieur à 10 en le désignant par la composition de deux cartons sous la forme $5 + x$.

La cinquième étape correspond à une extension du type de tâche précédent : imaginer, avec le même matériel, une décomposition semblable pour des nombres de la forme $5 - x$.

La sixième étape propose un nouveau matériel constitué de cartons fléchés permettant de désigner des déplacements sur une bande numérique, pour traiter du type de tâche précédent.

Il faut noter que la classe est organisée en cours double (CP-CE1) et que le professeur va et vient d'un groupe à l'autre : il doit donc régulièrement laisser le groupe de CP travailler « en autonomie » et à tout moment il doit réserver une part de son attention à juger de l'état d'avancement de l'autre groupe. C'est une contrainte dont le poids est énorme. Cependant, le nombre même des étapes du travail proposé ici alerte l'observateur, et l'analyse a priori ascendante qui permet de retrouver les classes de problèmes et les champs mathématiques dont relèvent les types de tâches proposés ici l'inquiète : en effet, le jeu est proposé entre sept domaines différents d'activité, qui relèvent des trois dimensions d'un nombre entier : cardinal (mesure de la quantité des objets d'une collection) ordinal (codage d'une position dans un rangement, un espace ordonné) opératoire (codage de la transformation de la quantité ou codage du changement de position, par l'association d'un nombre et d'un signe) et mobilisent huit systèmes de codage :

- 1) et 2) codage par configurations (deux formes, l'une culturellement installée, l'autre nouvelle et rare) ouvrant sur une définition cardinale,
- 3) bande numérique permettant des manipulations ordinales,
- 4) énonciation permettant des manipulations langagières et la constitution d'un répertoire de résultats,
- 5) écriture en chiffres ouvrant sur le système de la numération décimale de position,
- 6) décomposition additive à partir du code cardinal
- 7) décomposition soustractive à partir du code cardinal
- 8) codage de transformations ouvrant sur des manipulations ordinales

Observation des étapes quatre à six

Le milieu matériel et symbolique des cartons avec des bâtons va être le point de départ de nouveaux types de tâche. Nous pouvons les décrire mais ils ne sont pas identifiés ainsi dans la classe, ni par les élèves ni peut-être par le professeur : « décomposer des nombres sous la forme $5+x$ ou $5-x$, x étant compris entre 0 et 5. »

P. donne la consigne : « *Alors moi je vais partir toujours de celui là + moi je ne sais lire qu'un seul nombre c'est celui là le 'quatre' / le 'cinq' pardon/(P. exhibe le carton 'V') je ne connais que celui là et écoutez bien la consigne (...) Je voudrais sept sur mon tableau/ je voudrais voir 'sept' sur mon tableau qu'est ce vous pourriez rajouter pour avoir/ pour que j'aie sept/ faites le glisser devant vous le carton/ j'en veux 'sept' en utilisant le mien. »*

P. répète la consigne : « *J'ai 'cinq' et j'en voudrais sept/ lequel tu vas venir me mettre à côté là pour que j'en aie sept en tout ? + et tu utilises le mien ++ on le pose devant soi et les autres sont en haut/ on le pose. »*

Une élève vient au tableau et pose le carton 'III' à côté du carton 'V'. Des élèves affirment que ce n'est pas ça et la technique du comptage permet de vérifier qu'on n'a pas sept mais huit (bâtons). L'élève dit alors qu'elle aurait dû mettre le carton 'II', elle le fait et vérifie par le comptage qu'elle obtient bien sept (bâtons).

D'autres nombres sont proposés : « *maintenant j'en veux 'six' on le met juste devant on le fait glisser devant soit pour faire 'six' »*, ce que l'élève qui vient au tableau fait correctement en amenant 'I'. Et ensuite : « *alors attention + attention attention + j'en veux neuf maintenant j'en veux neuf + j'en veux neuf »*. L'élève se trompe en mettant 'III' mais d'autres élèves le reprennent et il corrige en prenant le carton 'IV'. P. conclut alors par : « *Voilà donc on a avancé de quatre pour aller jusqu'à neuf on est d'accord »*

Cette dernière phrase introduit le mot « *avancer* » pour indiquer ce que les élèves faisaient tandis que les mots utilisés auparavant sont : « *rajouter* » ou « *glisser le carton* ». Mais cette activité est interrompue car la maîtresse doit aller travailler avec les CE1 : les élèves de CP s'entraînent à écrire les chiffres « 7 », « 8 » et « 9 » après que la maîtresse leur a décrit les gestes à faire.

Les conditions du développement d'un jeu de langage

Le jeu entre ce que le système de notation permet de FAIRE (*pour faire neuf, poser un carton à quatre points à côté du carton à cinq points, vérifier que c'est convenable en comptant les points puisqu'une collection comme celle-ci [.....] ne peut s'évaluer d'un coup d'œil, par subitizing*) et ce que ce système permet de PENSER et DIRE (on a *avancé de 'quatre' pour aller jusqu'à 'neuf'*, depuis cinq, évoquant ici par exemple, pour certains élèves, la bande numérique et liant ainsi des propriétés cardinales et ordinales de neuf) se voit bien ici. On y trouverait « *une forme de vie pour un jeu de langage* » (Wittgenstein, xxxx, p. xx). Mais le professeur ne propose pas cela à l'étude collective, après la tâche d'écriture. Il ne poursuit pas, comme on aurait pu le penser, par un usage de la notation chiffrée des nombres, du type « $5 + 4 = 9$ », et par l'enregistrement du résultat dans un répertoire permettant ultérieurement des raisonnements du type « *Puisqu'on sait que $5 + 4 = 9$ alors $35 + 4 = 39$ ou $9 - 4 = 5$, etc.* » Cependant, après la visite de contrôle des CE1, P. va proposer une expansion du milieu, avec un nouveau problème. La reprise de l'activité se fait en effet avec des nombres inférieurs à 5 et c'est là un tout nouveau type de problèmes.

262 P. : *Alors les CP on reprend / Fa Mo on reprend notre travail avec le 'cinq' là alors attention ++ j'ai 'cinq' toujours [montre le carton, au tableau] et maintenant + j'en voudrais deux ! Qu'est ce qu'il va falloir faire ?*

263 Cl : *Il va falloir enlever les cinq et prendre les deux.*

264 P. : *Alors il va falloir donc qu'est ce qu'elle me dit Cl <... ?> pour le moment + Ma.*

265 Ma : *Il faut enlever les cinq et prendre les deux.*

266 P. : *Ah non attention j'en ai cinq au tableau*

267 Ma : *Oui mais on enlève tous les cinq et après on remet les deux.*

268 P. : *Oui mais combien je vais en enlever moi alors c'est ça que je voudrais savoir + montrez moi combien il faut que j'en enlève [commence son déplacement dans les rangs des CP tandis que certains lèvent déjà le doigt] + j'ai 'cinq' mais je voudrais qu'il m'en reste deux moi.*

Cette reprise est en rupture par rapport au type de tâche précédent. « Décomposer un nombre sous la forme $5-x$ » ne se représente qu'avec une notation algébrique et ne peut se demander oralement sans la notion de *différence*. P. l'expérimente à son grand dam. Aucune pratique ne s'invente directement dans le cadre mis en place, surtout pas avec les cartons qui jouent sur l'ambiguïté d'une notation algébrique substituée par l'apposition des cartons et la réunion des collections d'objets qui y sont « représentées ». Un jeu serein avec les notations chiffrées aurait permis de noter ce que proposait l'élève Cl, suggestion reprise par Ma : « $-5 + 2$ » est la réponse ! On comprend que, au CP, le professeur ne souhaite pas s'engager sur cette voie.

On remarque alors comment P. fait appel aux notations instituées en nommant le carton '5' et en notant le nombre par cinq objets dans une collection : il oriente ainsi les élèves vers la manipulation des cinq points ou bâtons eux-mêmes. P. dit ainsi : « J'en voudrais deux » et ce deux n'est pas 'deux' le carton mais deux bâtons. P. sur la flexibilité de la notation de cinq le nombre par 'cinq' le carton. Dans le cas précédent, les élèves devaient repérer le nombre qu'ils devaient ajouter, en glissant un carton 'quatre' à côté de celui qui représentait cinq, 'cinq'. Dans ce nouveau type de tâches il ne s'agit pas d'ajouter quelque chose mais d'enlever quelque chose. Or cela ne pourrait se matérialiser en manipulation des cartons qu'en considérant cette fois que l'apposition note un retrait (['5' ; '3'] noterait maintenant '2', comme cela notait '8' dans la tâche précédente !) Il y a là un obstacle de taille, pour les élèves et pour le professeur. Une solution intéressante aurait été d'utiliser la technique précédente, en la développant de cette manière : « '5' = ['2' ; '3'] donc, pour faire '2' à partir de '5' il faut enlever '3' »... Les élèves Cl ou Ma auraient-ils(elles) pu inventer cela et à quelles conditions ? Nous ne le savons pas, faute des observations

expérimentales adéquates. Mais cela suppose un rapport culturel à ces objets qui manque évidemment à ce professeur comme à tout professeur des écoles aujourd'hui, parce qu'il relève d'une culture algébrique absolument étrangère à la formation.

Les élèves quant à eux produisent du langage qu'il faut observer de plus près : j'ai interprété, dans la transcription de « Il faut enlever les cinq et prendre les deux » (265) que cinq et deux nombraient des bâtons parce que l'élève dit « les cinq » et « les deux » ; mais il faut « enlever 'les cinq' » et « prendre 'les deux' » s'interprète comme manipulation des cartons. Il existe donc au moins un élève qui aurait pu engager le jeu de langage nécessaire à la vie du problème. On peut attester du fait que P. sent la difficulté : « Alors qu'est-ce qu'elle me dit Cl ? » ce qui engage l'élève à répéter. Mais voici comment P. se sort de la difficulté, en revenant aux nombres de bâtons dessinés et en renonçant aux cartons comme notations :

270 P. : *Donc j'en avais 'cinq' et je veux qu'il m'en RESTE 'deux' + combien il faut que j'en enlève d'après toi euh Ra ?*

271 Ra : *Deux.*

272 P : *Ha Ra me dit j'en enlève deux alors est ce que je peux en enlever là ?*

Un nouveau mot, « reste » est introduit ici : il permet de dire « combien il faut que j'en enlève », ce qui suppose une manipulation des bâtons et non des cartons. Car les mots ici importants sont « enlever » et « reste », mais pour pouvoir les prononcer il faut dire « j'en avais cinq » et non « j'ai le carton '5' » qui est pourtant ce qui avait été construit dans la première partie de la séance. P. doit alors ruser avec son système de notations, mais il n'envisage pas de le faire au grand jour de l'institution. Comme si cela était évidemment hors de portée des élèves ; et c'est le cas si l'on observe le partage topogénétique dans la classe : P. n'avait pas fait dévolution d'un tel problème, la manière dont la tentative de Cl pour développer un jeu de langage adéquat le montre puisque P. ne l'accompagne pas dans cette voie. En quelque sorte, le professeur a ici repris d'un coup la position de l'analyse, mais ne conduit pas l'analyse nécessaire : il fait acte d'autorité et en appelle aux résultats d'une analyse toute faite, il parle une langue de bois qui appelle la réponse non instruite d'un autre élève.

C'est pour nous une découverte, produite par une question que nous avons posée à l'origine de la recherche : « Comment la *dynamique des milieux* permet-elle que s'engagent des positions d'élèves différenciées ? » Nous avons, aujourd'hui, des éléments de réponse sur le fonds desquels nous pourrions observer deux types de faits :

- comment divers élèves peuvent tenter de penser et d'agir avec les outils que sont les notations et les notions que le professeur met à leur disposition et parfois même avec ceux qu'il leur retire,

- comment le professeur reçoit ces pensées et ces actions pour construire des types de tâches, des techniques y afférentes et un discours commun, qui seront le savoir institué de la classe.

Le professeur dont nous observons l'enseignement éprouve manifestement quelques difficultés dans la réalisation de cette activité. Car justement, les techniques pédagogiquement expertes de ce professeur ne sont pas soutenues par des connaissances épistémologiques suffisantes, et la stratégie du contre exemple s'avère tout à fait inefficace. Nous le savions a priori pourrait-on dire parce que cette technique supposait la disponibilité d'un répertoire d'opérations sur la numération chiffrée et d'une notation des opérations que justement P. avait omis de commencer à mettre en place lorsque l'occasion en était offerte, pour traiter de l'augmentation de cinq à neuf en écrivant « $9=5+4$ » qui engageait ensuite à écrire « $5=3+2$ » pour l'interpréter « Il faut enlever 3 pour qu'il reste 2 ».

Ainsi, la production de savoirs est le travail collectif d'une institution où collaborent professeur et élèves. Dans le mouvement d'accompagnement, le professeur peut faire advenir des notations que, parfois, certains élèves auraient inventées (il se peut qu'ils l'aient fait) ; dans le mouvement d'analyse il peut introduire des notions que, parfois, certains élèves auraient anticipées (il se peut qu'ils l'aient fait). Ce travail suppose une activité de référence à partager dans une construction langagière.

Mais les jeux de langage qui produisent les significations nouvelles peuvent s'avérer impossibles, faute par exemple de la disponibilité d'un lexique adéquat et plus généralement faute d'une dialectique disponible entre une notation ou un système de notations et une notion ou un univers cognitif associés. Les jeux de langage attendus par la situation supposent des formes de vie intellectuelles particulières. La métaphore de Wittgenstein est proche d'une métaphore écologique, mais il s'agit ici de propriétés bien particulières du vivant : les pratiques d'un collectif de pensée (Fleck, 198X), cherchant à partager notions et notations pour la résolution d'une classe de problèmes.

Dans le cas observé, le professeur ne construit pas le mouvement entre notation et notion, il saute d'une situation à l'autre sans installer ni lien d'adéquation ni lien de contradiction. Il faudrait pourtant que le professeur gère la dialectique des notations et des notions, pour que les notations puissent être instituées et que les notions puissent devenir opératoires : car les objets d'enseignement que le professeur manie, dans une activité partagée avec les élèves, appartiennent à un univers culturel structuré par des jeux de langage et par les expériences (dans le monde de référence comme dans les théories qui le modélisent). Le professeur participe de cet univers culturel, mais son rapport à cet univers est déterminé en grande partie par le système d'enseignement (ouvrages à usage didactique pour le professeur et l'élève, textes régulateurs, organisations curriculaires). Dans le cours de l'enseignement, le professeur régule l'activité à partir des conditions

sociales et matérielles (associées à des jeux de langage connus) qui appartiennent à l'univers culturel du système d'enseignement et qu'il ne peut installer s'il ne les a pas fréquentées en personne, explicitement.

Observation ponctuelle

Dans un manuel de 5^e relatif au programme de 1997 en vigueur pour l'année scolaire 2005 - 2006, on trouve le texte suivant :

Pour écrire plus simplement la somme ou la différence de deux nombres relatifs, on convient tout d'abord :

1. de ne plus mettre les parenthèses entourant les nombres relatifs,
2. de ne plus écrire le signe + devant le premier terme s'il est positif.

Voici d'autres conventions afin d'éviter que deux signes se suivent :

Tu sais déjà	Convention de nouvelle écriture	Pour mieux mémoriser
$(-5)+(+3)=-2$	$-5+3=-2$	Lorsque deux signes + se suivent on écrit un seul signe +
$(-5)-(-3)=-2$	$-5+3=-2$	Lorsque deux signes - se suivent on écrit un signe +
$(-5)-(+3)=-8$ $(-5)+(-3)=-8$	$-5-3=-8$ $-5-3=-8$	Lorsque les signes + et - se suivent on écrit un signe -

Observations

1915, Manuel d'algèbre (d'après les programmes de 1902 et 1912) par F. G.-M. Tours : Mame et fils éditeurs.

Préliminaires

L'algèbre est une science qui a pour but de généraliser toutes les questions que l'on peut poser sur les quantités. (...) On peut dire que l'algèbre est la science des grandeurs représentées par des lettres.

Segments ou vecteurs

A partir d'un point donné O, situé sur une droite xx' , on peut prendre deux longueurs égales, l'une sera regardée comme positive et l'autre négative. (...) On dit que ces grandeurs sont opposées. Par exemple, on caractérise par le signe + celles qui sont portées vers la droite, par – les grandeurs portées vers la gauche.

Nombres positifs, négatifs

Les nombres sont positifs s'ils sont portés dans la direction positive dont on a fait choix. Les signes + ou – font partie du nombre algébrique.

Convention

Par analogie, on affectera du signe + ou – tous les nombres obtenus dans la mesure des grandeurs, qui présentent deux directions opposées, deux acceptions contraires.

Expression algébrique

On entend par là l'indication d'un certain nombre d'opérations à effectuer : $6a^2b$, ou $(a+1)n/2$

Formule

On appelle formule l'expression algébrique des opérations à effectuer sur une quantité pour obtenir une autre quantité.

Terme, Signes d'opération (addition, soustraction, multiplication, division, élévation aux puissances, extraction des racines) de comparaison (égalité, identité, plus grand et plus petit) de groupement (parenthèses, crochets) etc., **Degré, Monôme, Binôme, Polynôme, Termes** semblables (réduction, règle de réduction), **Valeur numérique** d'une expression algébrique.

Première Partie.

Addition

Pour additionner plusieurs quantités algébriques, il suffit de *les écrire les unes à la suite des autres en conservant les signes de leurs termes*. On fait ensuite, s'il y a lieu, la réduction des termes semblables.

...pour ajouter $4a^2b$ à $c + 7a^3b$ il suffit d'écrire : $4a^2b + c + 7a^3b$

(...)

On écrit ainsi $(a+b)+(c+d - b)$ **et on s'étonne ici de ne pas lire $a + b + c + d - b$ puisque l'on lisait une autre règle, naguère... et aussitôt :**

L'addition algébrique des termes $5a^2$ et $- 3a^2$ conduit au résultat suivant :

$$5a^2 - 3a^2 = 2a^2$$

Soustraction

Pour faire la soustraction algébrique on écrit les deux quantités l'une à la suite de l'autre, en changeant les signes de la quantité à soustraire. On fait ensuite, s'il y a lieu, la réduction des termes semblables.

Soit $8a - 5b$ à retrancher de $3a^2$, on écrira : $3a^2 - 8a + 5b$

En effet, si de $3a^2$ on avait à retrancher $8a$, on aurait écrit $3a^2 - 8a$ or, il fallait retrancher $8a$ diminué de $5b$, on a donc retranché $5b$ de plus qu'il ne fallait et le résultat est donc trop petit de $5b$. On y ajoute donc $5b$ en écrivant $3a^2 - 8a + 5b$. On peut remarquer que si on ajoute à cette quantité la quantité retranchée, on retrouve $3a^2$. Ce qui justifie l'exactitude du procédé.

Manière d'indiquer une soustraction sans l'effectuer immédiatement (avec des parenthèses). On peut d'ailleurs toujours grouper dans une parenthèse plusieurs termes d'un polynôme... mais si la parenthèse doit être précédée du signe $-$ alors les termes prennent des signes contraires.

Règles d'addition et soustraction

Les règles que nous avons données ont été établies en supposant que, après avoir remplacé les lettres par leur valeur, les opérations indiquées peuvent s'effectuer dans l'ordre même où elles se présentent. Il peut arriver cependant qu'il n'en soit pas ainsi, auquel cas l'opération est impossible. Mais on est convenu d'appliquer les règles du calcul à toutes les quantités.

Conséquence

Les opérations algébriques se font sur les nombres négatifs isolés ou faisant partie d'un polynôme, comme sur les positifs. Ainsi, pour additionner des quantités algébriques on les écrit à la suite en conservant leur signe et pour les soustraire, on écrit la quantité à soustraire en changeant tous les signes de la quantité à soustraire.

Multiplication

A vous !!! La division, les fractions rationnelles et les proportions, le tout est pris du début, à nouveau, et présenté en 40 pages petit format, dans la Première Partie de cet ouvrage de Terminale.

1917, Précis d'algèbre (pour les classes de Troisième, Seconde et Première) par Carlo Bourdet, professeur honoraire de mathématiques spéciales au Lycée Saint Louis et Professeur au Conservatoire National des Arts et Métiers. Paris : Librairie Hachette.

But de l'algèbre, Emploi des lettres, Signes (opérateurs, de comparaison, parenthèses), Problèmes, Emploi des lettres, Formules. Le commencement ressemble à s'y méprendre.

Définitions

Grandeurs susceptibles d'être comptées dans deux sens différents (Doit et avoir, température, distance) : insuffisance des nombres arithmétiques pour mesurer ces grandeurs (due au fait argumenté que, pour être valable, une formule doit être vraie dans tous les cas).

Supposons qu'un commerçant fasse deux opérations successives.

- 1) S'il fait deux recettes, l'une de A francs l'autre de B francs, le bilan sera une recette de $A+B$ francs
- 2) S'il fait une recette de A francs et un débours de B francs et si la recette est plus forte que le débours, le bilan sera une recette de $A - B$ francs. Si au contraire la recette est plus petite que le débours, le bilan sera un débours de $B - A$ francs.
- 3) Enfin s'il fait deux débours de A et B francs, le bilan final sera un débours de $A + B$ francs. On voit donc que le bilan X sera suivant les cas, $A + B$, $A - B$, $B - A$, et que dans le premier cas, la formule n'indique pas si la bilan est une recette ou un débours.

Le signe indique donc le sens dans lequel on compte les grandeurs.

On appelle nombre positif un nombre arithmétique précédé du signe +

On appelle nombre négatif un nombre précédé du signe -

L'ensemble des positifs et des négatifs, augmenté de Zéro qui n'a pas de signe, est l'ensemble des **nombres algébriques**. Il faut noter que les signes distinctifs + et - des nombres positifs et négatifs n'ont, jusqu'à nouvel ordre, aucune signification opératoire. Ils font corps avec eux. Si nécessaire, nous enfermerons le nombre et son signe dans des parenthèses pour bien indiquer que les deux forment un tout inséparable.

Valeur absolue d'un nombre algébrique : le nombre arithmétique obtenu en supprimant son signe.

Convention : Tout nombre positif est égal à sa valeur absolue. Grâce à cette convention, qui n'introduit aucune contradiction, les seuls nombres nouveaux sont les négatifs.

Addition (etc.)

1958

1978

1988

1998

2008