



**HAL**  
open science

# Le premier enseignement des mathématiques dans les pays francophones : les conditions d'efficacité des professeurs reconnues par les observations et les travaux de recherche expérimentale

Alain Mercier, Antoine Bodin, Yves Matheron, Serge Quilio, Sophie René de  
Cotret, Maggy Schneider

## ► To cite this version:

Alain Mercier, Antoine Bodin, Yves Matheron, Serge Quilio, Sophie René de Cotret, et al.. Le premier enseignement des mathématiques dans les pays francophones : les conditions d'efficacité des professeurs reconnues par les observations et les travaux de recherche expérimentale. [Rapport Technique] Banque Mondiale. 2014. hal-01988737

**HAL Id: hal-01988737**

**<https://hal.science/hal-01988737>**

Submitted on 22 Jan 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

# Le premier enseignement des mathématiques dans les pays francophones : les conditions d'efficacité des professeurs reconnues par les observations et les travaux de recherche expérimentale

*Rédaction de Alain Mercier*

*En collaboration avec : Antoine Bodin, Yves Matheron<sup>1</sup>, Serge Quilio<sup>2</sup>, Sophie René de Cotret<sup>3</sup>, Maggy Schneider<sup>4</sup>*

*Rapport à la Banque Mondiale*

## Avant Propos

L'efficacité relative des systèmes d'enseignement modernes les a rendus presque universels. Ils sont devenus *la norme* pour la transmission de tous les savoirs, aussi bien théoriques, que techniques et technologiques, dans la plupart des cultures qui cherchent à transmettre des savoirs à des portions nombreuses d'une population, tout au moins lorsque ces cultures fondent les connaissances à transmettre de personne à personne sur leur description écrite. En français nous nommons *savoirs* les descriptions des *connaissances* techniques technologiques ou théoriques, en profitant de l'existence de deux termes, savoirs et connaissances. Mais les raisons de l'efficacité de nos systèmes d'enseignement sont mal connues et les raisons de leur inefficacité dans certains cas (pour certaines connaissances et certains savoirs, pour certaines techniques pédagogiques, pour certains publics, dans certains groupes sociaux) sont encore mal connues ; ce qui rend délicates les interventions visant leur amélioration et plus encore leur « pilotage ». C'est que les systèmes d'enseignement n'ont pas été l'objet de nombreuses

---

<sup>1</sup> Professeur à l'IFE-ENS de Lyon (France)

<sup>2</sup> Maître de Conférences à l'Université de Nice (France)

<sup>3</sup> Professeur à l'Université de Montréal (Québec)

<sup>4</sup> Professeur à l'Université de Liège (Belgique)

recherches visant à comprendre ce que nous appellerons leur *écologie sociale*, ce qui conduit à les traiter comme des systèmes relativement fermés sur lesquels la décision individuelle n'a pas de prise. Il est bon à ce sujet de relire Durkheim, qui dans le moment où il invente la sociologie et où il produit en sociologue des connaissances pédagogiques, affirme dans le Dictionnaire de Pédagogie dirigé par Ferdinand Buisson que :

*« L'éducation en usage dans une société déterminée et considérée à un moment déterminé de son évolution, est un ensemble de pratiques, de manières de faire, de coutumes qui constituent des faits parfaitement définis et qui ont la même réalité que les autres faits sociaux. Ce ne sont pas, comme on l'a cru pendant longtemps, des combinaisons plus ou moins arbitraires et artificielles, qui ne doivent l'existence qu'à l'influence capricieuse de volontés toujours contingentes. Elles constituent, au contraire, de véritables institutions sociales.../... Il est vain de croire que nous élevons nos enfants comme nous voulons. Nous sommes forcés de suivre les règles qui règnent dans le milieu social où nous vivons.<sup>5</sup> » (Émile Durkheim, 1911).*

Nous avons donc à comprendre les *conditions d'efficacité* de systèmes divers que nous considérons comme normaux pour les sociétés qui les ont mis en place, et pour cela nous les étudierons comme des *systèmes sociaux* relevant d'une ou plusieurs *techniques*, au même titre que des systèmes de transport de marchandises ou des systèmes de gestion des pensions de retraite et leurs variations selon les pays. Ces systèmes ne dépendent pas seulement de décisions rationnelles mais d'un réseau complexe de contraintes qui varient selon ce que nous appellerons les *situations* qu'il nous faudra analyser au cas par cas comme on le ferait pour des écosystèmes. Ainsi, Durkheim a étudié les enjeux de l'enseignement au cours de l'histoire et en France, et à l'époque où il écrit ces lignes, au tout début du XXe, l'enseignement a deux enjeux et deux systèmes. Un enseignement obligatoire gratuit dans le système « Primaire » qui conduit au Certificat d'Études Primaires à 12 ans, pour les quelques « élèves méritants » au Brevet Supérieur à 15 ans, niveau de recrutement des petits fonctionnaires, et pour les autres aux classes professionnelles. Un système « secondaire » payant qui commence dès la première année de scolarisation, qui est intégré aux Lycées et qui conduit les enfants privilégiés des grandes villes (moins de 10% d'une classe d'âge) à la Sixième. Les Lycées conduisent puis au Baccalauréat, examen d'entrée à l'université (Prost, 1968). Ce système n'est pas celui d'une « École pour tous », mais celui de « l'élitisme républicain » et d'une école primaire qui est l'école du peuple travailleur, paysans et ouvriers.

L'unification des deux systèmes commence en 1959 et aboutit en 1974 à un changement profond de l'enseignement primaire public, devenu « élémentaire », tandis que l'enseignement secondaire public va être scindé en « Collège » pour tous (la scolarité devient obligatoire jusqu'à 16 ans) et en « Lycées » différenciés : d'enseignement général, d'enseignement technologique, d'enseignement professionnel. C'est à cette époque que les écoles sont devenues mixtes, ainsi que tout les niveaux d'enseignement ultérieurs, mais aussi que le nombre des classes par école est passé de deux ou trois (on mélangeait les âges dans des classes qui regroupaient des élèves de deux niveaux ou plus) à plus de 4 (de nos jours on sépare strictement les âges en niveaux grâce à des écoles regroupant beaucoup plus d'élèves dans plus de classes, ce qui durcit le système et conduit au redoublement (Prost, 1982). Cette caractéristique du système français comme des systèmes francophones qui ont suivi la même évolution (voir par exemple le Rapport PASEC Sénégal) résiste aux injonctions des instances dirigeantes du système éducatif : c'est sans doute qu'elle est fonctionnelle, étant données les

---

<sup>5</sup> <http://www.inrp.fr/edition-electronique/lodel/dictionnaire-ferdinand-buisson/document.php?id=3355>

conditions historiques stratifiées dans le système dont les rapports de l'Inspection Générale de l'Education Nationale comme de l'Administration de l'Education Nationale se plaignent de manière récurrente en dénonçant « la secondarisation de l'école élémentaire » et dans la même logique institutionnelle, « la primarisation de l'école maternelle ».

La transformation de l'école du peuple en « école préparatoire à l'enseignement secondaire » est, en France, un problème venu d'une série de réformes administratives visant officiellement « l'accès de tous au meilleur enseignement ». Il faut le regard d'un historien ou la comparaison internationale pour en voir les limites et les effets pervers : l'échec scolaire en France se manifeste violemment aux articulations École/Collège et Collège/Lycée, tandis que les écoles privées subventionnées qui poursuivent l'idée et les formes de l'enseignement secondaire ancien (de la 12<sup>e</sup> à la Terminale) deviennent des établissements assurant une meilleure réussite, et les moyens de la reproduction scolaire de l'inégalité sociale.

Nous situons donc nos analyses dans le champ de travaux existants et par exemple, sur les disparités sociales, la synthèse (Mingat, 2006) sur les pays d'Afrique subsaharienne fait un point remarquablement précis des variables du problème et des politiques qu'il est possible d'imaginer à partir des données économiques et sociales connues. On peut y repérer des particularités dans la répartition des disparités internes à un pays (selon le genre ou le capital familial) qui semblent concerner à la fois les pays sahéliers et francophones, qui sont plus précisément décrites dans des publications plus amples (Lallez, 2001) et parfois plus précises, dans le cas français (Duru-Bellat & Mingat, 1994), (Duru-Bellat & Mingat, 1997). C'est au niveau des classes et des pratiques pédagogiques que nous sommes maintenant interrogés, et que nous allons tenter de trouver des éléments de réponse.

Nous comprenons ainsi la question qui nous est posée, relative aux pratiques des professeurs et des élèves, en classe, et à l'étude de leur efficacité en termes d'apprentissages. Avons nous des preuves ou des éléments de preuve à ce sujet et si c'est le cas, comment sont-ils produits ? Quelle confiance pouvons nous avoir dans ce qui apparaît comme *résultats de la recherche*, quelles sont les conditions de validité de ces résultats, et que pouvons nous attendre de décisions visant à orienter un système d'enseignement dans le sens d'une meilleure performance ? Tels sont les éléments que nous chercherons d'abord dans les travaux connus dont les conditions de production des résultats annoncés sont disponibles et peuvent être soumis à la discussion critique, mais aussi en enquêtant auprès des responsables des principaux laboratoires de recherche, des corps d'inspection, et dans les bases de données des associations scientifiques françaises ou francophones comme l'ARDM<sup>6</sup> (Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques), auprès de la COPIRELEM<sup>7</sup> (Commission Permanente de Réflexion sur l'Enseignement Élémentaire) qui travaille dans le cadre des IREM<sup>8</sup> (Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques), ou la base de données européenne et internationale MATHDI<sup>9</sup> (MATHematics DIDactics).

Ainsi, si nous n'avons pas à l'appui de nos affirmations des éléments prouvés empiriquement par des études statistiques de grande ampleur, nous pourrions au moins le dire et annoncer *des résultats pouvant aider à la décision* sachant que, pour Durkheim (en France, il est le premier

---

<sup>6</sup> <http://www.ardm.eu/>

<sup>7</sup> <http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique12>

<sup>8</sup> <http://www.univ-irem.fr/>

<sup>9</sup> <http://www.emis.de/MATH/DI/en/release.html>

titulaire d'une chaire universitaire de « Pédagogie ») comme pour Herbart (un peu antérieurement, en Allemagne), la décision sur les systèmes d'enseignement relève d'une « science morale », une science du *jugement* et de *l'action pédagogique*, proche en ce sens du jugement de l'action et de la décision *politiques* qui pour leur part sont fondés sur la sociologie.

En ce sens, il nous sera possible de répondre aux questions et de parler de *preuve d'efficacité*<sup>10</sup> à propos d'une technique (une manière de faire traditionnelle, partagée par de nombreux professeurs) de transmission des savoirs mathématiques élémentaires (une technique d'enseignement), utilisée au début de ce processus, durant les trois premières années de scolarisation (niveaux 1, 2, et 3) des enfants d'une classe d'âge (à 6, 7, et 8 ans). Nous rendrons compte si possible des travaux existants ou de leur absence, en les rapportant aux situations sociales et nous tenterons ainsi d'en donner une description critique. Car nous devons identifier les équilibres sociaux dont chaque technique est le produit : si donc il est possible d'envisager des changements, nous aurons quelques chances d'imaginer ceux qui auront certains des effets attendus, et qui résisteront au temps comme aux usages locaux.

Mais nous n'oublierons pas, le cas échéant, que *nos éléments de réponse conduiront à des décisions qui auront à être validées empiriquement*, au cas par cas et selon les conditions locales, *par une observation spécifique et objective de leurs effets dans le temps*.

---

<sup>10</sup> Le dictionnaire Linguee, <http://www.linguee.fr/francais-anglais>, référence des traductions de la Commission européenne, traduit l'anglais "evidence" par « éléments de preuve », « données factuelles », « faits empiriques établis », « résultats étayés », etc. Par exemple : "It has been designed to provide a strategic intelligence service, which supports evidence-based policy-making in the research field." devient en français : « Il a été conçu en tant que service d'information stratégique afin de soutenir l'élaboration de la politique de recherche sur la base d'éléments concrets. » Nous ne traduirons donc pas « evidence » par « évidence », qui signifie en français qu'il n'y a pas besoin d'éléments de preuve (« Chaque soir le Soleil se couche », tout le monde le voit) et ne porte pas un jugement de vérité (l'assertion est fausse, la Terre tourne sur elle-même et chaque soir, le soleil est caché à l'observateur).

## Table des matières

<b>Le premier enseignement des mathématiques dans les pays francophones : les conditions d'efficacité des professeurs reconnues par les observations et les travaux de recherche expérimentale.....</b>	<b>1</b>
<b>Avant Propos .....</b>	<b>1</b>
<b>Table des matières.....</b>	<b>5</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>7</b>
<b>1. Quelle est la situation de l'enseignement des mathématiques dans les premières années des classes primaires ? .....</b>	<b>14</b>
<b>1.2. Que sait-on avec certitude des pratiques d'enseignement en cours ? .....</b>	<b>21</b>
<b>Principe 1.....</b>	<b>21</b>
Révisions et redoublements.....	22
Principe 1.1.....	24
Principe 1.2.....	26
Traditions pédagogiques.....	28
Principe 1.3.....	29
Obstacles épistémologiques.....	30
Principe 1.4.....	31
Principe 1.5.....	33
Organisation des curriculums et spécificités culturelles.....	33
Principe 1.6.....	34
La question de la langue d'enseignement .....	35
<b>Principe 2.....</b>	<b>36</b>
Principe 2.1.....	37
Les manières pédagogiques et leur spécification selon les publics enseignés .....	37
Principe 2.2.....	38
<b>Principe 3.....</b>	<b>39</b>
<b>1.3 Quelles sont les preuves pour des changements spécifiques ? .....</b>	<b>43</b>
Changer les conditions et les enjeux de l'action dans les zones où il est difficile d'enseigner.....	44
Quelle formation des professeurs ? .....	45
<b>1.4 Quelles sont les preuves relatives à la question du genre ? .....</b>	<b>46</b>
<b>1.5 Quels sont les écarts majeurs dans la littérature ?.....</b>	<b>47</b>
Quelles évolutions pédagogiques et dans quel sens ?.....	48
<b>1.6 Y a-t-il des résultats prouvés attribuables aux contextes des pays en développement ? .....</b>	<b>51</b>
Des abandons scolaires aux politiques de discrimination positive .....	51
La question de l'écriture est-elle spécifiée par des variables liées aux contextes des pays en développement ?.....	53
<b>Principe 4.....</b>	<b>54</b>
<b>2) Quel est l'état des débats et des tendances ?.....</b>	<b>57</b>
<b>2.1 Quelles sont les questions clés des discussions en cours dans les publications ? .....</b>	<b>57</b>
Quelles évolutions de l'enseignement pour la formation des compétences ?.....	57
<b>2.2 Quelles sont les tendances des discussions en cours dans les publications ? .....</b>	<b>59</b>
La question du nom des nombres, les adjectifs numéraux.....	60
La question du temps d'enseignement.....	61

Le corps des problèmes à étudier et les usages des nombres.....	64
Principe 3.1.....	64
Principe 3.2.....	65
Principe 3.3.....	65
<b>3) Où se placent les différentes activités pilotes ? .....</b>	<b>68</b>
<b>De multiples activités pilotes à petite échelle sont entreprises, dans le monde développé et en développement, où se placent ces interventions en termes d'indication d'impact ? .....</b>	<b>68</b>
<b>En conclusion et en résumé.....</b>	<b>72</b>
<b>Quelles preuves détenons nous en provenance des classes en langue française à travers le monde liant la performance en mathématiques des élèves des premières classes primaires aux pratiques de l'enseignement dans la salle de classe ? .....</b>	<b>72</b>
<b>Résumé du rapport et de ses résultats .....</b>	<b>74</b>
<b>Éléments bibliographiques .....</b>	<b>76</b>

## Introduction

Nous noterons dans cette introduction l'intérêt national et mondial pour les questions relatives à l'efficacité des pratiques pédagogiques dans les premières années de la scolarisation élémentaire, et plus particulièrement dans les disciplines fondatrices que sont le Français (« lire/écrire », ce qui inclut l'étude des formes de la production écrite et les pratiques de cette production) et les Mathématiques (« compter », ce qui inclut ce qu'on appelle l'arithmétique élémentaire). Par exemple, le Conseil National des Programmes mis en place en France en 2014 a annoncé son intention de proposer des « conférences de consensus » sur les premières années de l'enseignement maternel et élémentaire, en mathématiques et en français. Cette idée vient de loin. Dès 1997, la DEPP, appuyée par un Comité de Pilotage<sup>11</sup> comprenant institutionnels scientifiques et personnels de terrain a mis en route une première étude longitudinale de « suivi de panel » en organisant le suivi de 10 000 élèves de CP dans 1570 écoles publiques et privées de France Métropolitaine. Un rapport publié en 2000 est disponible sur le site du ministère de l'Éducation <http://media.education.gouv.fr/file/64/6/4646.pdf>, mais il ne rend compte que de l'étude 1997. En revanche la note 19 (mai 2014) de la DEPP [http://cache.media.education.gouv.fr/file/2013/11/2/DEPP\\_NI\\_2013\\_19\\_forte\\_augmentation\\_niveau\\_acquis\\_eleves\\_entree\\_CP\\_entre\\_1997\\_2011\\_269112.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/2013/11/2/DEPP_NI_2013_19_forte_augmentation_niveau_acquis_eleves_entree_CP_entre_1997_2011_269112.pdf), rend compte de l'évaluation de 2011 et de son suivi<sup>12</sup>. Nous présenterons ces résultats, car il s'agit d'une des rares enquêtes disponibles dans le monde francophone, la méthode de l'enquête est publique et éprouvée, avec des évaluations initiales suivies au niveau de la troisième année (CE2). Elle a donc produit des faits attestés.

*Les données recueillies au moment où débute leur scolarité obligatoire, devront permettre, en fournissant une description initiale (des élèves du panel), à la fois de mieux mesurer l'action de l'école élémentaire et de déterminer l'influence des compétences testées sur la réussite dans les premières années de scolarisation. Il ne s'agissait en aucune manière d'un contrôle de l'action des enseignants, ni d'une évaluation de l'atteinte d'objectifs fixés à l'école maternelle.*

*.../... alors qu'en CE2, l'évaluation a pour but un bilan et un diagnostic en vue d'actions de remédiation, en CP, la logique adoptée se veut avant tout descriptive et pronostique.*

---

<sup>11</sup> Un comité de pilotage .../... a eu pour tâche de faire les choix stratégiques initiaux, d'orienter et de suivre la création ou l'adaptation des instruments de recueil d'informations, puis de superviser le déroulement sur le terrain des opérations. Il était composé, outre les représentants de la Direction de la Programmation et du Développement, de représentants de l'Inspection générale de l'Éducation nationale, de la Direction de l'Enseignement scolaire, d'Inspecteurs de l'Éducation nationale, de conseillers pédagogiques, d'instituteurs (professeurs des écoles), et de chercheurs des équipes de l'Institut national de la Recherche pédagogique, de l'Université de Bourgogne (LEAD/CNRS), de l'Université de Clermont Ferrand (Blaise Pascal, LAPSCO CNRS), de l'Université de Haute Bretagne, de l'Université de Nantes (LABECD), de l'Université Paris VII (GDSE), de l'École normale supérieure de Cachan (LIREST).

<sup>12</sup> « Forte augmentation du niveau des acquis des élèves à l'entrée au CP entre 1997 et 2011 », Note d'Information 13.19, MENESR-DEPP, septembre 2013. La note est disponible sur le site [www.education.gouv.fr/statistiques](http://www.education.gouv.fr/statistiques) et on peut la demander à [depp.documentation@education.gouv.fr](mailto:depp.documentation@education.gouv.fr).



*.../... on a décidé de retenir pour cette exploration des compétences des élèves à l'entrée au CP, cinq grands domaines :*

- les connaissances générales ;*
- les compétences verbales et la familiarité avec l'écrit ;*
- les compétences logiques et la familiarité avec le nombre ;*
- les concepts liés au temps et à l'espace ;*
- les comportements et l'attention.*

Mais comme on le voit, l'étude ne porte pas explicitement sur les pratiques de classe car elle s'intéresse aux élèves et à leurs connaissances. Et surtout, l'étude ne vise pas à évaluer les effets des décisions prises dans cette période, même lorsqu'elles visaient à une amélioration de l'enseignement dispensé, que ce soit diminution du coût de la scolarité, amélioration des résultats globaux des élèves, ou encore amélioration des résultats spécifiques de certains publics avec des politiques de discrimination positive. Cependant, l'étude prouve que, *en 2011, les élèves améliorent leurs performances dans les domaines sur lesquels ils sont enseignés*, qui sont aujourd'hui et après les réformes 2002 et 2008, les domaines où la réussite des élèves en 1997 prédisait la performance scolaire à venir. Les compétences produisant cette réussite étaient alors en effet liées à la situation sociale des familles et en particulier à l'éducation de la mère. Mais aujourd'hui, l'enseignement explicite de savoirs relevant de ces compétences, qui est le résultat d'une évolution de l'école « maternelle » (en particulier dans sa dernière année) fait que l'on ne s'étonne pas des progrès des élèves antérieurement les plus faibles sur ces questions. La note de synthèse du service de veille scientifique de l'IFE n° 89 sur la « recherche evidence based » le dit clairement :

*Des tentatives, dans le passé, n'ont pas toujours été suivies d'effet dans le temps. Ainsi, un Comité national de coordination de la recherche en éducation (CNCRE) avait été fondé en 1995 pour synthétiser, orienter et évaluer la recherche en éducation. Ses appels d'offres ont été assez fructueux : les résultats en sont encore consultables sur les pages CNRCE archivées par l'Institut National de Recherche Pédagogique (INRP), qui en assurait le secrétariat. Mais ce comité a été abrogé en 2000. Dans la foulée, un rapport avait été demandé à un groupe de travail animé par Antoine Prost. Le rapport « Pour un programme stratégique de recherche en éducation » est remis en 2001. Jugeant la recherche en éducation en France très dispersée, peu cumulative et peu ouverte à l'international, il insiste notamment sur la priorité qu'il y aurait à donner aux recherches concernant les apprentissages fondamentaux et l'école primaire, et regrette les manques évidents en matière de diffusion et de « porter à connaissance » des recherches. Un « Programme incitatif de recherche en éducation et formation » (PIREF), animé par Marie Duru-Bellat sera lancé comme l'une des réponses du gouvernement à ce rapport. Si le PIREF fonctionne durant quelques mois entre 2002 et 2003, on n'en trouve plus trace aujourd'hui.*

Le problème est que cet enseignement explicite a bien les effets attendus dans l'immédiat mais que la réussite qu'il produit ne s'avère plus prédictive des résultats ultérieurs. Le rapport de cause à conséquence que les travaux antérieurs avaient laissé imaginer est donc disqualifié. Cependant, bien que dans le monde anglophone où elles sont présentes, les politiques éducatives réduites à la promotion de « ce qui marche » ne suffisent pas non plus (Atkinson,

2000), nous tenterons de savoir si dans le monde francophone nous disposons de résultats forts et nous présenterons de manière critique ceux auxquels nous aurons eu accès. Nous ne nous refuserons pas non plus à donner les résultats faisant consensus et validés dans plusieurs champs disciplinaires ou par plusieurs laboratoires de recherches et, dans la dernière partie de ce rapport, nous parlerons de la suite aux travaux du PIREF qui est actuellement donnée par une équipe opiniâtre, dirigée par Gérard Sensevy à Rennes : les projets ACE puis ARITHMECOLE.

Mais ces questions n'intéressent pas seulement les gouvernements, et la prochaine « Étude ICMI » portera sur le premier enseignement des mathématiques<sup>13</sup> et le Congrès Mondial sur l'Enseignement des Mathématiques réalisera plus précisément une « Étude de l'enseignement premier des Mathématiques, relative aux Nombres Entiers », étude définie tout récemment à l'occasion d'une rencontre IPC (Janvier 19-24, 2014) et engagée à l'organisation d'une « Conférence de travail ICMI, MACAU, 2015 », <http://www.umac.mo/fed/ICMI23/>.

*Cette étude, la trente-troisième à l'initiative de ICMI, s'intéresse pour la première fois à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire et à l'école préparatoire ou maternelle, en prenant en compte les phénomènes internationaux, les diversités socioculturelles et les contraintes institutionnelles. L'un des grands défis de réaliser la première étude de ce type tient à la nature complexe des mathématiques à leurs commencements. Pour ce motif, un thème nodal a été défini les autres questions, nombreuses, lui seront liées. Le domaine large de l'Arithmétique des Nombres Entiers (A.N.E., en anglais WNA) comprend les opérations et les problèmes « concrets » qui forment le cœur de tous les curriculums primaires en mathématiques. L'étude de ce domaine est souvent considérée comme déterminante pour la suite des apprentissages mathématiques. Cependant, les principes et les enjeux de l'instruction sur les notions et habiletés qui fondent l'A.N.E. sont loin d'emporter l'accord général, et les pratiques de classe varient de manière importante d'un pays à l'autre. Une étude ICMI qui analyse les questions abordées par la recherche et propose une synthèse de ce qui est connu au sujet de l'A.N.E. apportera une base de réflexion et de travail utile pour juger des pas à franchir mais aussi des silences de la recherche, et pourra permettre d'apprendre par la comparaison des pratiques observées dans les différents pays et leurs divers contextes. (traduction personnelle<sup>14</sup>).*

Nous avons cité un peu longuement les attendus de l'étude ICMI afin de situer le problème et la difficulté de son attaque.

---

<sup>13</sup> Voir, pour plus d'informations, le site de l'International Congress for Mathematics Instruction : <http://www.mathunion.org/icmi/conferences/icmi-studies/ongoing-studies/>.

<sup>14</sup> This Study, the twenty-third led by ICMI, addresses for the first time mathematics teaching and learning in the primary school (and preschool), taking into account international perspectives, socio-cultural diversity and institutional constraints. One of the challenges of designing the first ICMI primary school Study of this kind is the complex nature of mathematics at the early level. For this reason a focus area has been chosen, as central to the discussion, with a number of questions connected to it. The broad area of Whole\*Number\*Arithmetic (WNA) including operations and relations and arithmetic word problems form the core content of all primary mathematics curricula. The Study of this core content area is often regarded as foundational for later mathematics learning. However, the principles and main goals of instruction in the foundational concepts and skills in WNA are far from universally agreed upon, and practice varies substantially from country to country. An ICMI Study that provides a meta-level analysis and synthesis of what is known about WNA would provide a useful base from which to gauge gaps and silences and an opportunity to learn from the practice of different countries and contexts

Enfin, il faut signaler les travaux de la Commission Européenne disponibles sur le site <http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/>, et en particulier le rapport sur la petite enfance, « Données Clés sur l'Éducation et le Soins de la Petite Enfance en Europe 2014 » (Key Data on Early Childhood Education and Care in Europe 2014).

*Elle (l'étude) a pour but d'ouvrir des points de vue sur ce qui constitue la haute qualité en matière d'Éducation et de Soins de la Petite Enfance (E.S.P.E., en anglais ECEC), à l'aide d'indicateurs internationaux permettant la comparaison. Il s'agit du deuxième rapport sur la question, après le rapport 2009 qui était centré sur l'identification des inégalités sociales et culturelles dans l'Espace Européen de l'E.S.P.E. Il couvre 32 pays et 37 systèmes éducatifs différents. (Introduction du rapport : il n'est pas disponible en Français à cette date, la traduction est donc personnelle<sup>15</sup>)*

Ce rapport traite aussi des mathématiques, comme un sujet parmi d'autres, en parlant du lien de corrélation entre la participation aux structures préscolaires et la réussite à PISA, à 15 ans. C'est un lien que l'on pense causal parce que les deux événements se succèdent dans le temps mais qui pourrait aussi venir d'un tiers facteur. Comme on le voit à la lecture de la table des matières, la place des mathématiques ou des savoirs précurseurs est difficilement identifiable, en Section I du chapitre F :

<i>CHAPITRE F – PROCESSUS D'ENSEIGNEMENT</i>	<i>117</i>
<i>Section I – Contenus de l'Éducation, Approches et Évaluation</i>	<i>117</i>
<i>Section II – Transitions</i>	<i>127</i>
<i>Section III – Partenariats et Aides aux Parents</i>	<i>133</i>
<i>CHAPTER G – MESURES D'AIDE AUX ELEVES HANDICAPES</i>	<i>141<sup>16</sup></i>

Ainsi, le problème posé par la Banque Mondiale existe pour d'autres institutions, mais les éléments apportés par les enquêtes existantes sont bien loin des salles de classe et des activités qui s'y déroulent, même dans le cas d'une matière d'enseignement aussi surveillée que les mathématiques. La question est manifestement difficile.

Nous savons maintenant ce que notre enquête nous montrera progressivement : *il n'y a pas, dans le monde francophone, de travaux de type « Evidence based » sur les questions d'enseignement à l'échelle d'une région ou d'un pays, tout au moins pour les premières années de la scolarité.*

En France cependant, bien qu'elles portent sur les enseignements du second degré, il faut citer les enquêtes de l'Association des Professeurs de Mathématiques (études EVAPM de l'APMEP). Pendant plus de vingt ans, de 1986 à 2008, ces études à grande échelle ont concerné

<sup>15</sup> It aims to provide insights into what constitutes high quality early childhood education and care through internationally comparable indicators. This is the second report on the topic, following the 2009 report that focused on tackling social and cultural inequalities through ECEC. It covers 32 countries and 37 education systems. (Introduction du rapport)

<sup>16</sup> CHAPTER F – TEACHING PROCESSES  
 Section I – Educational Content, Approaches and Assessment 117  
 Section II – Transition 127  
 Section III – Partnerships and Support for Parents 133  
 CHAPTER G – SUPPORT MEASURES FOR DISADVANTAGED CHILDREN

tous les niveaux scolaires de la sixième aux classes terminales (grade 6 to grade 12) et ont porté chaque année sur des milliers d'élèves et des centaines de professeurs ; elles avaient pour but de déterminer ce qui, dans les programmes officiels, était enseigné efficacement et donc, appris par les élèves. Les résultats ont été régulièrement publiés, durant vingt ans et les résultats, les analyses et les données brutes ont été mises à la disposition des enseignants et des chercheurs. (Bodin, 2006). Simultanément à la passation des épreuves par les élèves, un questionnaire de contexte était proposé aux professeurs et chacune des brochures d'analyse comporte un chapitre mettant en regard les résultats des élèves et certains éléments liés aux conceptions des enseignants et à certains éléments de leurs pratiques. Nous n'avons pas jugé utile de développer ces apports dans la présente étude compte tenu de leur éloignement du terrain de l'élémentaire<sup>17</sup>.

Grâce à eux nous avons pu observer comment l'enseignement d'une notion ou d'une technique, au cours d'une année scolaire, n'avait jamais pour effet sa connaissance par plus de deux tiers des élèves (*Ce qui est connu par plus de deux tiers des élèves ne peut plus être enseigné explicitement.*), et que la généralisation de cette connaissance dans une classe d'âge supposait son usage régulier dans le traitement des questions posées ultérieurement, dans les années suivantes, faute de quoi cette connaissance disparaissait peu à peu (*Ce qui n'est plus enseigné et n'est pas utilisé est peu à peu oublié.*) Ces savoirs sur le fonctionnement des systèmes d'enseignement ont été les premiers principes que nous avons pu formuler pour aider à comprendre le fonctionnement d'un curriculum. Ils ont été complétés par une observation plus étonnante car elle vaut pour ce qui n'est plus enseigné, mais aussi pour ce qui n'est jamais enseigné explicitement : *Ce qui n'est pas enseigné mais est utile et est donc pratiqué dans un groupe social (une classe par exemple) est appris, d'année en année, par une part de plus en plus importante de la population de ce groupe ; cependant, cette progression est lente et ne concerne jamais l'ensemble de la population.* C'est de fait ce qu'il se passe lorsqu'il n'y a pas d'école ou lorsqu'un type de savoir ne figure pas dans son programme d'enseignement ; et plus les pratiques concernées sont techniques, plus la part de la population qui s'en empare est faible.

Ce qui a manqué à une meilleure information concernant les relations entre les pratiques et les acquis des élèves a tenu aux limitations de l'information qu'une structure non officielle pouvait s'autoriser à recueillir concernant aussi bien les élèves que les professeurs ou les établissements. Malgré cela, comme nous le montrons dans le paragraphe précédent, un certain nombre des éléments de savoir que les didacticiens ont formés dans cette période proviennent des questions que les enquêtes EVAPM ont permis de poser<sup>18</sup>. Cette évocation élargit donc ici le domaine du possible en montrant que des professeurs peuvent éprouver le besoin de rendre objectives les

---

<sup>17</sup> L'Observatoire de l'Enseignement des Mathématiques (EVAPM) qui a réalisé ces enquêtes sous l'impulsion de Antoine Bodin a pu bénéficier d'une aide financière minimale de l'INRP (Institut National de la Recherche Pédagogique) et du soutien du réseau des IREM et de l'Institution (Éducation Nationale). Cependant, l'essentiel n'a pu être fait que grâce au volontarisme de l'Association des Professeurs de Mathématiques et au militantisme de son réseau de bénévoles. Ces travaux ont permis aux commissions devant élaborer des changements de programmes d'imaginer quelques uns des effets possibles de leurs décisions ; ils ont souvent été reçus comme complémentaires des études alors modestes entreprises dès les années 70 par les structures officielles du ministère de l'Éducation (BODIN, s. d.).

<sup>18</sup> On trouve des éléments sur ces opérations sur le site de l'APMEP <http://www.apmep.fr/Dissonances-et-convergences>, sur le site des IREM et de la revue REPERES-IREM [http://www.univ-irem.fr/spip.php?article=71&id\\_numero=65&id\\_article\\_reperes=450](http://www.univ-irem.fr/spip.php?article=71&id_numero=65&id_article_reperes=450), et sur le site de l'IFE-ENS de Lyon [http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/etudes/experimentation-math/com\\_pisa\\_ff\\_matheduc.pdf](http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/etudes/experimentation-math/com_pisa_ff_matheduc.pdf).

impressions d'expérience qu'ils ont formées dans l'exercice de leur métier, et que les résultats sont porteurs de beaucoup d'information.

Il n'y a pas d'évaluations internationales, ni même de consensus relatif à ce qu'il faudrait entendre quand on parle de l'Arithmétique des Nombres Entiers et des Problèmes qu'il s'agit d'apprendre à résoudre. Pour ICMI, l'organisation mondiale des chercheurs sur l'enseignement des mathématiques, et pour le professeur Mariolina Bartolini-Bussi<sup>19</sup>, qui est responsable de ce chantier et que nous avons interrogée, c'est « un nouveau monde à explorer ». Nous n'en donnerons qu'un exemple pour mieux le faire entendre : le terme Français de « Calcul » ne désigne que quelques techniques standard relatives aux opérations, et le terme de « Problèmes Concrets » ne désigne aucun domaine de pratiques numériques socialement reconnues, comme ce serait pourtant possible si la liste suivante faisait consensus : « rendre la monnaie<sup>20</sup> », « dénombrer un sous ensemble important d'individus dans une population<sup>21</sup> », « déterminer un coût à partir d'un prix et réciproquement<sup>22</sup> », ou « déterminer l'ordre de grandeur des unités adéquates, évaluer une valeur approchée et la discuter, pour une grandeur observée<sup>23</sup> ». Ces questions pourraient au moins être reconnues comme « questions à étudier collectivement » comme l'ont demandé en France (Brousseau & Brousseau, 1992), en montrant sur un exemple précis que c'était possible et pouvait être fait d'année en année avec succès, ou (Brousseau, Brousseau, & others, 1987), avec la mise en place d'une proposition allant de l'école à la fin du Collège, et comme le réalisent depuis des années en Italie (Boero et al., 1995), (Boero, 1999), (Boero & Douek, 2009). Les chercheurs ont développé et mis en place, dans la région de Gènes, (Genova, en Italie), un enseignement en ce sens pour toute la scolarité élémentaire et toutes les disciplines (Rapport technique <BAMBINI MAESTRI REALTA'> <http://didmat.dima.unige.it/>), et ils ont rendu compte en français de ce que cela signifie comme pédagogie ou pratiques de classe, en mathématiques (Boero, Chiappini, Garuti, & Sibilla, 1995), (Boero, Pedemonte, & Robotti, 1997). Mais comme souvent sur les questions d'éducation, bien qu'elle réponde à des questions posées par Alain Mingat (op. cit.) et qu'elle perdure, cette expérience n'a pas été évaluée explicitement.

Pour limiter l'ambition de ce rapport, nous tenterons donc seulement, ici, d'apporter des éléments pour une réponse à chacune des quatre questions posées dans l'appel d'offres. Les *éléments pour une réponse* que nous collecterons et dont nous donnerons une synthèse en annexant les documents particulièrement significatifs, seront donc organisés selon les quatre questions, que nous rappelons ici. Nous signalerons d'abord les résultats « evidence based » s'il en existe, puis nous donnerons les autres, en discutant le degré de confiance dont nos assertions

---

<sup>19</sup> bartolini@unimo.it. Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata - Università di Modena e Reggio Emilia – Italia.

<sup>20</sup> Pour payer mon pain, je donne un billet de 20 Unités et la boulangère me rend un billet de 10 Unités, une pièce de 1 unité et trois pièces de 2 Unités. Si il y a le compte, quel est donc le prix de mon pain ?

<sup>21</sup> Comment savoir combien d'élèves de la cour de récréation ont un T-shirt rouge ? Avant de faire le travail, avez vous une idée de ce que sera le résultat ?

<sup>22</sup> L'intendant a acheté deux cent quatre vingt huit crayons pour les élèves de l'école et il a payé 576 Unités. Quel peut être le prix d'un crayon ? Comment peut-on vérifier votre affirmation ?

<sup>23</sup> Combien d'élèves de la classe pourraient se tenir sous le bureau du maître ? Comment le savoir sans faire l'expérience ?

Est-ce que je peux découper un rectangle de 1200 petits carrés dans une feuille de papier millimétré ? Sinon, combien de feuilles me faut-il assembler pour pouvoir faire ce rectangle ?

peuvent être l'objet. Mais nous savons que les facteurs explicatifs repérés dans les travaux de sociologie et d'économie de l'éducation ne rendent compte que, au mieux, de la moitié des variations observables, et que notre travail sera donc utile.

Rappelons d'abord les quatre questions qui nous sont posées :

**1) Quelle est la situation de l'enseignement des mathématiques dans les premières années des classes primaires des pays francophones, en général et en particulier selon les pays ?**

*Quelles sont les preuves soutenant les pratiques en cours et quelles sont les preuves pour des changements spécifiques ? Y a-t-il aucune évidence<sup>24</sup> particulière attribuable aux contextes des pays en développement ? Pour des genres spécifiques ? Quels sont les écarts majeurs dans la littérature ?*

**2) Quel est l'état des débats et des tendances ?**

*Quelles sont les questions clés des discussions en cours dans les publications et quelles en sont les tendances ?*

**3) Où se placent les différentes activités pilotes ?**

*De multiples activités pilotes à petite échelle sont entreprises, dans le monde développé et en développement, où se placent ces interventions en termes d'indication d'impact ?*

**4) Quelle évidence détenons nous en provenance des classes en langue française à travers le monde liant la performance en mathématiques des élèves des premières classes primaires aux pratiques de l'enseignement dans la salle de classe ?**

---

<sup>24</sup> Nous l'avons noté plus haut, le terme français « évidence » ne traduit pas l'anglais « evidence » qui signifie « preuve rigoureuse obtenue par observation empirique », comme c'est par exemple le cas du lien entre le capital social des familles et la réussite scolaire des enfants. Mais il figure dans la traduction de l'appel et nous le gardons. donc dans cette occurrence

## 1. Quelle est la situation de l'enseignement des mathématiques dans les premières années des classes primaires ?

*Quelles sont les preuves soutenant les pratiques en cours et quelles sont les preuves pour des changements spécifiques ? Y a-t-il aucune évidence particulière attribuable aux contextes des pays en développement ? Pour des genres spécifiques ? Quels sont les écarts majeurs dans la littérature ?*

L'enquête internationale TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) ne comprend pas de pays d'enseignement élémentaire francophone<sup>25</sup> : voici ce qui est écrit en 2003 :

*Au niveau 4 les élèves les plus performants ont montré leur compréhension des fractions et décimaux, des notions de mesure et d'interprétation des données dans une grande variété de situations relativement complexes. Ceux qui sont arrivés aux niveaux de performance minimale ont montré quelques connaissances mathématiques.*

- *Moins de pays étaient impliqués au niveau 4 mais Singapour était toujours en tête avec 28% de ses élèves classés performants, suivi par 21 à 22% des élèves au niveau performant à Hong Kong SAR, et au Japon. Cinq des pays les moins performants avaient une proportion d'élèves performants à ce même niveau égale à seulement 1% ou moins.*

- *Huit pays dont l'état US de l'Indiana avaient un minimum de 95% d'élèves au niveau de réussite minimal et tous sauf les quatre les plus faibles avaient au moins les trois quarts de leurs élèves à ce niveau, mais seulement la moitié des étudiants atteignaient ce niveau dans les quatre derniers pays (les Philippines, l'Iran, la Tunisie et le Maroc).*

On remarque que la Tunisie et le Maroc, dont l'enseignement a été francophone, occupent les dernières places du classement. Si au Maroc le français n'est plus depuis vingt ans langue d'enseignement au niveau primaire, l'arabe, langue d'enseignement, n'est pas pour autant la langue maternelle des enfants ruraux, berbères, et les écoles maternelles qui assurent la première scolarisation en arabe sont des écoles coraniques. De même, le français n'est pas langue d'enseignement des mathématiques en Tunisie avant le secondaire, mais les études secondaires et supérieures en mathématiques (et donc la formation des professeurs) se font en français.

---

<sup>25</sup> La France n'a pas participé aux enquêtes TIMSS, faute d'intérêt au Ministère de l'Éducation Nationale. Il semble cependant que ce pays sera intégré en 2015, pour l'enquête sur le niveau 4. Les pays les plus proches inclus dans TIMSS sont la Belgique (flamande) le Québec et la Suisse, ainsi que le Maroc et la Tunisie. En 2003, 25 pays sont enquêtés au niveau 4, pour 50 au niveau 8 ; cette année là, le Québec (initialement bien classé) et la Tunisie (initialement mal classée) reculent de manière significative au niveau 4, et manifestement, ces pays ne progressent pas en 2011 [http://timss.bc.edu/timss2011/downloads/T11\\_IR\\_Mathematics\\_FullBook.pdf](http://timss.bc.edu/timss2011/downloads/T11_IR_Mathematics_FullBook.pdf).

Le risque de projeter sur les premiers niveaux ce qui est observé à 12 ou à 15 ans n'est pas négligeable, mais nous avons peu de données. Le Liban participe à TIMSS au niveau 8, il est en dessous de la moyenne internationale avec des résultats inégaux, mais nettement mieux placé : la langue d'enseignement des mathématiques et des sciences y est le français dans la majorité des classes du second degré, l'anglais étant la langue pour les autres établissements<sup>26</sup>, mais ce n'est pas le cas au premier degré. L'insistance sur le travail algébrique, avec une présence systématique de calculs formels est connue (Abou-Raad & Mercier, 2009) et a des effets puisque ce pays est quatrième sur une question de résolution d'équation du premier degré où l'inconnue apparaît des deux côtés de l'égalité, en 8<sup>e</sup> année : ce que nous mettrons en relation avec le principe 2.3 (voir infra).

Le Québec participe comme associé, et en 2011 les élèves québécois de 4<sup>e</sup> année se situent dans la meilleure moyenne des systèmes éducatifs avec la moitié d'entre eux réussissant de manière forte et seulement 6% en grande difficulté, sous le niveau le plus faible (TIMSS 2011, tableau 2.19) ce qui correspond cependant pour cette région à un recul dans la réussite mesurée.

Cependant, les enquêtes TIMSS ne portent pas spécifiquement sur la réussite pour les deux premières années de l'enseignement élémentaire, mais sur la quatrième et bien au delà de notre horizon. En dehors des résultats aux tests ces enquêtes étudient *les déclarations* des élèves des professeurs et des autorités, non pas leurs actions matérielles mais *les pratiques de classe déclarées*. Pourtant, elles sondent les pratiques éducatives précoces, dans les premières années (Bodin, 2005). Mais l'analyse nous alerte sur la possibilité d'une plus grande connivence culturelle entre les pays anglophones et l'équipe de préparation des questionnaires ou les exigences internationalement reçues sur ce que des élèves devraient avoir appris et des devraient avoir professeurs enseigné (Bodin, 1997). Mais ce fait resterait à démontrer et nous devons penser que *le monde francophone, pris dans des comportements éducatifs obsolètes, prend du retard sur d'autres régions du monde, plus pragmatiques et qui progressent*. Nous verrons (principe 1) que ces comportements relèvent d'une organisation bureaucratique fortement implantée dans les esprits parce qu'elle a sélectionné et produit les élites du siècle dernier, et que l'unification administrative des années 1960-1970 n'a pas été accompagnée, ni par un travail sur les formes pédagogiques des enseignements élémentaire et secondaire, ni par une harmonisation des plans d'études et des injonctions curriculaires, ni par la formation des professeurs à la situation nouvelle.

Nous donnerons donc ici quelques résultats remarquables de TIMSS 2011, comme des *faits d'observation, statistiquement attestés*, c'est-à-dire comme *des repères pour interroger les études réalisées dans le monde francophone*, études que nous présenterons plus loin. Nous savons en effet que l'équivalent de TIMSS n'y existe pas mais que l'on peut y trouver des enquêtes partielles dont les résultats peuvent être comparés à ces faits d'observation, qui sont aujourd'hui des standards internationaux.

- 1) *Les élèves ont de meilleurs résultats lorsque, avant même leur scolarisation, leurs parents jouent souvent avec eux à des jeux impliquant des activités numériques (jeux de société, de cartes, mais aussi comptage de collections d'objets, ce qui les rend capables de résoudre des tâches numériques simples y compris des additions ou soustractions pour de petites collections. (TIMSS 2011 p.11)* Nous retrouverons ces phénomènes lorsque nous traiterons de l'étude.

---

<sup>26</sup> Le rapport est approximativement de 60% en Français à 40% en Anglais.



- 2) *Les élèves qui ont bénéficié de trois ans de scolarisation pré primaire ont des résultats significativement meilleurs. Ils sont 43% de la population enquêtée. (p. 12) Nous retrouverons ces phénomènes lorsque nous traiterons du principe 4, qui rend compte aussi du fait 1).*
- 3) *La présence, à la maison, de ressources comme des parents eux-mêmes instruits, des ouvrages d'enseignement, des matériels didactiques, est fortement reliée à la réussite scolaire au niveau 4 (p. 13). Ce fait relève sans doute de l'attitude des parents, mais il dépend aussi beaucoup de leurs revenus.*
- 4) *Les écoles dont les élèves ont les meilleurs résultats montrent deux propriétés importantes : elles disposent de ressources nombreuses, et elles enseignent dans la langue vernaculaire (p. 15). On remarque que le premier fait pèse bien moins que les ressources familiales, pour le niveau 4, mais que son poids relatif augmente ensuite.*
- 5) *Les écoles où les élèves ont des problèmes d'insécurité extérieure ou d'intimidation à l'intérieur ont de moins bons résultats que les autres (p. 17-18). Ces problèmes augmentent avec le niveau enquêté et pèsent fortement sur l'enseignement secondaire initial (8<sup>e</sup> année) en concernant près de la moitié des élèves.*
- 6) *L'attitude positive envers les mathématiques et la réussite en mathématiques sont bien corrélées (p. 19-20). Les auteurs de TIMSS semblent penser que la corrélation est orientée de l'attitude vers les résultats, ce qui ne semble pas prouvé : chacun préfère un domaine où il réussit. L'attitude positive de deux élèves sur trois baisse au cours de la scolarité, ce qui dénote une difficulté connue de l'enseignement des mathématiques, généralement très mal considéré en France, au Lycée.*
- 7) *Les élèves connaissent les attentes de leur professeur et adhèrent aux enjeux de l'enseignement.*
- 8) *Le professeur résume les enjeux, fait le point sur ce qui est acquis, appuie souvent son enseignement sur un questionnement des élèves ou sur des éléments nouveaux qu'il apporte en classe.*
- 9) *Ces deux derniers éléments sont corrélés et dans les premières années ils sont la pratique de deux professeurs sur trois (p. 21).*

Cette corrélation est essentielle pour notre enquête. Elle montre que les pratiques pédagogiques efficaces portent sur les contenus d'enseignement, et permettent de saisir les enjeux de l'apprentissage.

Enfin, le manque de sommeil et le manque de nourriture sont deux facteurs importants des difficultés d'apprentissage recensées par TIMSS 2011, p. 22.

Pour leur part, les enquêtes de la Banque Mondiale de l'OCDE ou de l'UNESCO portent d'abord sur les dimensions économiques des systèmes d'enseignement nationaux, et elles identifient donc des macro variables de leur efficacité, comme la part de PIB dans l'éducation ou le taux de scolarisation (en différenciant selon le pays ou la région, mais aussi les variables sociologiques reconnues comme le genre, et en donnant ces indications en 2<sup>e</sup> année et 5<sup>e</sup> année primaire). Ces enquêtes donnent aussi le taux de redoublement ou le nombre d'élèves par

classe, le nombre d'années de formation des professeurs ou leur statut professionnel. Ces informations nous intéressent et on sait leur influence sur l'efficacité d'un système d'enseignement, mais il s'agit plutôt d'une corrélation que d'une relation causale car nous n'avons pas accès aux mécanismes qui produisent les apprentissages.

Nous devons donc renoncer à produire nos réponses en nous fondant exclusivement sur des évaluations de type *externe*, qui objectivent certains résultats des systèmes d'enseignement nationaux en les confrontant à leur capacité à former les compétences souhaitées d'un citoyen instruit, mais tout au plus quelques enquêtes sur des échantillons peu importants visant à répondre à une question précise. *Il n'y a pas dans le monde francophone d'enquêtes correspondant à l'idée qu'il serait utile de disposer de résultats d'observations empiriques brutes (evidence based)*<sup>27</sup>. Pourtant, des sociologues insistent sur l'idée qu'une évaluation est indispensable, et qu'il n'est plus possible de s'en passer :

*Ce que ces débats mettent utilement en exergue, c'est qu'on n'évalue jamais que les réalisations effectives d'une politique, telle que les acteurs ont bien voulu la mettre en œuvre sur le terrain. On n'évalue donc pas des principes, mais tel ou tel degré de leur traduction concrète. Il faut aussi souligner qu'on n'évalue jamais que comparativement —telle politique semble meilleure que telle situation de référence où elle n'est pas ou moins mise en œuvre—, par rapport à la gamme des situations existantes. Un dispositif peut apparaître non seulement "bon" mais meilleur que toute autre alternative, sans que cela interdise d'imaginer d'autres solutions, qui seraient encore meilleures. On n'évalue que ce qui existe, et cela ne doit pas brider l'imagination pédagogique.*

*Toujours est-il que la transparence est exigeante, et on comprendrait que les enseignants, comme dans tout milieu de travail, aient intérêt à un certain flou autour des objectifs qui ont réellement cours et des résultats censés être atteints. Si ce flou les protège dans des contextes parfois très difficiles, faut-il le tolérer sous prétexte de réalisme sociologique (comme semble le suggérer Perrenoud, 1996), ou le considérer comme une forme d'hypocrisie préjudiciable aux élèves (Dubet et Duru-Bellat, 2000) ? Si on se rallie à l'idée d'objectifs explicites, assortis de bénéfices sociaux, on ne peut admettre que dans une institution financée par les fonds publics, où œuvrent des fonctionnaires, des dérives importantes se manifestent dans certains contextes par rapport aux objectifs fixés à tous. (Duru-Bellat & Jarousse, 2001).*

Nous cherchons donc à instruire les questions qui nous sont posées, sachant que l'influence des facteurs sociologiques ou culturels n'est pas directe et n'est donc *pas explicative* de l'efficacité d'un système d'enseignement et qu'il nous faudra aller au plus près des pratiques de classe. Mais à ce niveau d'observation nous ne disposerons, même au niveau international, que d'observations de type « clinique » qui ne font preuve que si les conditions des observations sont strictement contrôlées. Pour comprendre la constance des questionnements sur ce point on peut cependant se référer à un texte ancien (Brousseau, 1978), à des travaux récents (Mercier & Buty, 2004) comme aux travaux actuels du « Groupe spécial 24 » de ICMI 2008 (Recherches

---

<sup>27</sup> Les chercheurs Européens en Éducation et leurs commanditaires éventuels se comportent en cette matière comme si les objets à observer dans ce genre d'enquête ne pouvaient faire l'objet d'aucun accord, parce que la définition de ces dimensions relève d'approches théoriques différentes des phénomènes. Il existe des critères financiers ou sociologiques qui font l'unanimité parce qu'ils définissent un champ d'investigations, mais (cela peut étonner dans les pays qui parlent la langue d'Émile Durkheim) le champ de l'Éducation semble appartenir au jugement, science morale, plutôt qu'à l'évaluation et à la mesure qui fondent les sciences sociales.

sur les pratiques de classe), dont les premiers éléments sont publiés en ligne, sous la direction de Guy Brousseau, comme supplément à un numéro de revue<sup>28</sup> [http://math.unipa.it/~grim/quaderno19\\_suppl\\_4.htm](http://math.unipa.it/~grim/quaderno19_suppl_4.htm).

Les enquêtes disponibles ne montrent pas nécessairement les effets des *techniques d'enseignement des maîtres* (leur pédagogie) mais plutôt ceux des systèmes d'enseignement, dont les variables déterminantes sont bien plus nombreuses et appartiennent souvent aux rapports entre ces systèmes et les sociétés qui font leur environnement (la pédagogie au sens donné par Durkheim dans l'article cité en introduction). Nous devons donc nous tourner vers les évaluations nationales, sachant qu'elles sont organisées par les autorités qui gouvernent le système d'enseignement et sont donc de type *interne*, orientées par la volonté d'évaluer d'abord les effets supposés positifs des politiques d'éducation (Butlen, 1991). Dans ces conditions en effet, les évaluations portent sur les bénéfices attendus et omettent d'aller voir les pertes qui sont les effets des changements opérés ; leurs informations devront donc être soumises à discussion.

Tout cela nous conduira à nous contenter d'enquêtes locales voire ponctuelles, qui seront malgré tout porteuses d'information si nous connaissons les conditions locales ou ponctuelles de leur réalisation et les variables qu'elles ont contrôlées. Nous fonderons aussi nos considérations sur le corpus des enquêtes du PASEC, qui sont conduites nationalement mais sont organisées par une instance internationale, la CONFEMEN, et qui posent souvent, dans leurs conclusions, les questions mêmes qui sont les nôtres.

Nous savons par exemple en étudiant ces enquêtes du PASEC dans une optique comparative que certains pays (comme Madagascar) peuvent se libérer des « déterminismes » macro sociaux qui pèsent sur d'autres (le Tchad), ou qu'en République Démocratique du Congo (la RDC) où les conditions sociales se sont durement dégradées dans les premières années du XXI<sup>e</sup> siècle, où la moitié seulement des enfants d'une classe d'âge n'ont pas à travailler pour aider leur famille, où la moitié seulement des enfants de 12 ans entrent au second cycle d'études, où les filles sont moitié moins nombreuses à l'école que les garçons, les élèves les moins favorisés ont plutôt de meilleurs résultats, bien que les résultats en RDC soient faibles dans l'absolu. Le phénomène est probablement proche de celui qui conduit, dans certaines conditions, certains sous-groupes sociaux à se libérer des déterminismes sociologiques de leur groupe (Lahire, 2008a). Nous allons donc tenter d'affiner cette hypothèse et de voir si nous disposons au moins d'éléments partiels de preuve.

Nous avons en France un exemple tout récent de débat sur les résultats d'enquêtes de type interne avec les résultats de deux évaluations successives de la *Direction de l'Évaluation de la Prévision et de la Prospective*, qui est au service de la *Direction Générale des Enseignements Scolaires* du *Ministère de l'Éducation* : [http://cache.media.education.gouv.fr/file/2013/11/2/DEPP\\_NI\\_2013\\_19\\_forte\\_augmentation\\_niveau\\_acquis\\_eleves\\_entree\\_CP\\_entre\\_1997\\_2011\\_269112.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/2013/11/2/DEPP_NI_2013_19_forte_augmentation_niveau_acquis_eleves_entree_CP_entre_1997_2011_269112.pdf). Chacun a pensé qu'une réforme antérieure avait produit un progrès manifeste qu'on allait pouvoir suivre avec la progression de la cohorte. Mais aujourd'hui, seule l'évaluation de la performance des élèves de CE sur la soustraction confirme les analyses optimistes, qui s'avèrent infondées [http://cache.media.education.gouv.fr/file/2014/61/7/DEPP\\_NI\\_2014\\_19\\_evolution\\_acquis\\_debut\\_CE2\\_entre\\_1999\\_2013\\_325617.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/2014/61/7/DEPP_NI_2014_19_evolution_acquis_debut_CE2_entre_1999_2013_325617.pdf) : la meilleure performance des élèves de Première année observée en 2011 par rapport à 1997, ne se traduit pas par une amélioration des performances des élèves de troisième année entre 1999 et 2013. Nous tenterons une analyse

---

<sup>28</sup> Quaderni du ricerca in didattica (Scienze Matematiche) G.R.I.M. Supplemento n°4 al N.19 - PALERMO 2009.

plus serrée en annexe, mais déjà nous pouvons imaginer que ces résultats sont d'abord un effet de l'évolution de l'École Maternelle maintenant intégrée au « Cycle des apprentissages premiers ». Cela a produit une évolution que l'Inspection Générale de l'Enseignement Primaire en France dénonce comme une « primarisation »<sup>29</sup> parce qu'avant toute chose elle « prépare » à l'entrée au CP, ce qui engage les professeurs à commencer plus tôt l'enseignement numérique et les conduit à renoncer à l'enseignement d'autres compétences. Le phénomène est si connu<sup>30</sup>, et chacun est si persuadé de son existence, que personne n'en a évalué la présence : les compétences en question n'ont « donc » pas été évaluées en 2013 car les items correspondants ont été supprimés ! Cependant, *le progrès observable, qui portait exclusivement sur ce qui avait été nouvellement enseigné, n'a pas eu d'effet par la suite.*

Comment le comprendre ? Deux propositions concurrentes ont été formulées :

- Soit, les évolutions constatées sont les effets de deux « réformes du programme de CP », sachant qu'en 2008 on a introduit un enseignement précoce de la soustraction, au détriment d'autres compétences que l'on n'a évidemment pas évaluées, mais qui ont manqué par la suite selon un phénomène identifié il y a longtemps dans le domaine algébrique (Mercier, 1995) ;
- Soit, et c'est plus grave, les évolutions constatées sont les effets de la constitution des savoirs précocement enseignés en obstacles à l'évolution des connaissances et des savoirs attendus ensuite, selon un phénomène connu de longue date (Brousseau, 1989).

La première hypothèse est la plus simple, et donc sans doute la meilleure. Mais nous ne pouvons la valider faute d'un accès aux données brutes des tests. La deuxième hypothèse a pu s'ajouter à la première. Brousseau avait émis l'hypothèse que la connaissance des nombres entiers faisait obstacle (dans l'histoire bien sûr mais surtout dans les classes de fin de scolarité primaire et jusque dans les classes suivantes) à la compréhension des décimaux et surtout des rationnels.

Les rationnels, désignés pas deux nombres, n'apparaissent pas aux élèves comme des nombres pour de nombreuses raisons. Ainsi, les décimaux ne peuvent être comptés selon leur ordre (On ne peut dire le successeur d'un décimal donné car il y a toujours un décimal entre deux décimaux, qui ne sont donc pas des nombres successifs). Quant aux les rationnels, dans la version qui en est enseignée ce ne sont pas des mesures (ils expriment des *rappports* de grandeurs, ce sont des scalaires ou des coefficients). Il s'agit là d'une particularité des pays à système décimal de mesures : l'enseignement des rationnels les présente comme *rappports*, et seuls les décimaux sont des mesures, car dans les pays où l'on enseigne le système impérial, les élèves manipulent très jeunes, et quotidiennement, les fractions de l'unité dans des écritures comme  $5\frac{3}{4}$ , la notation désigne une *mesure, fraction de l'unité*<sup>31</sup>. On notera que

<sup>29</sup> Rapport IGEN - n° 2011-108, octobre 2011 : *L'école maternelle*. On peut lire, page124 : « la primarisation » de l'école maternelle : elle se marque dans l'aménagement des espaces qui, dans les cours de récréation comme dans les classes, perdent leur spécificité, dans le schéma de la journée scolaire, dans les formes d'activité où, en particulier, les exercices sur fiches sévissent dès la section de petits, dans la manière de considérer l'évaluation parfois ; .... » suit une page de description de ce qui ne convient pas.

<sup>30</sup> L'avis de l'Inspection Générale est recoupé par celui des parents. Une enquête de la DEPP précise : « Les réponses données par les parents reflètent l'orientation prise par l'école maternelle, de plus en plus tournée vers la préparation des futurs apprentissages de l'école élémentaire avec le risque d'une « primarisation » de l'école trop précoce » (note d'information 13-9 déjà citée)

<sup>31</sup> Tout comme dans 4,02 les chiffres 0 et 2 désignent respectivement 0/10 et 2/100, des fractions *décimales* de l'unité de mesure de 4.

la notation des sous-unités comme fractions a disparu en francophonie où seules ont survécu les fractions décimales, sous une forme implicite (Barton, Poisard, & Domite, 2006). En développant à cet effet on a un outil d'analyse statistique innovant : l'analyse implicite, qui permet de valider ou d'invalider non plus des corrélations, mais des inférences, et par une enquête importante auprès des élèves de plusieurs classes, un doctorant de Brousseau (Ratsimba-Rajohn, 1981) a démontré l'existence de cet obstacle et il a défini le meilleur chemin pour le contourner. Ce travail expérimental précis a été publié et il définit une progression possible pour tout l'enseignement moyen (années 5 ou 6 à 9 ou 10) (Brousseau, Brousseau, & others, 1987) dont le compte rendu théorique est aujourd'hui disponible seulement en version papier (Brousseau, G. 1980. Problèmes de l'enseignement des décimaux. *RDM 1.1*, 11-58). Nous reviendrons sur ces questions lorsque nous rendrons compte des travaux actuels sur les enseignements des systèmes de nombres : toute mesure exprime en effet un rapport entre une grandeur unité et une grandeur mesurée. Cette propriété explicitement assumée devrait permettre de régler le problème du passage des entiers aux rationnels et décimaux en introduisant les *rationnels* (décimaux ou non) comme *des mesures en unités et sous-unités*, et en construisant plus tard et explicitement les *rappports* comme des *opérateurs sur des espaces de mesures*, ce qui est possible si l'on a montré dès le commencement, un an plus tôt, cette propriété de la multiplication (Brousseau & Brousseau, 1992).

*Ainsi, il peut arriver qu'une contre-performance observée ne relève pas de la responsabilité pédagogique des maîtres, mais de l'organisation même des contenus d'enseignement.* Les questions de la performance des élèves français de CP sur la numération ou des élèves de CE2 sur la soustraction relèvent-elles de ce type de phénomènes ? Nous en discuterons dans le cadre de notre réponse à la question 2, mais déjà le phénomène nous montre la difficulté d'une synthèse qui est pourtant indispensable en raison de ce fait reconnu bien qu'à notre connaissance il n'ait pas été l'objet d'une recherche de preuve statistique expérimentale : le premier enseignement des mathématiques détermine une grande part du rapport futur d'une classe d'âge aux mathématiques :

*Au delà de l'usage des nombres dans les activités quotidiennes et techniques, il y a des éléments de preuve (dans l'histoire et dans la recherche en éducation) que l'exploration des propriétés des nombres entiers, de leurs relations et des opérations, ouvre la voie à l'introduction, même auprès de jeunes élèves, de processus typiquement mathématiques comme la généralisation, la définition, l'argumentation et la preuve démontrée. Il est possible de trouver des références sur ces questions dans les études ICMI 10, 13, 16 et 19.<sup>32</sup>*

Nous irons donc aussi documenter notre enquête dans ces synthèses reconnues comme dans les conférences mondiales ou locales qui leur ont été associées, mais aussi dans les travaux doctoraux (disponibles sur HAL <http://hal.archives-ouvertes.fr/> dans le cas des travaux français) et les rapports de recherches dont la publication est souvent confidentielle, et qui le plus souvent sont disponibles sur ce même site. Parfois pourtant un ouvrage fait le point, comme (Margolinas & Wozniak, 2012) qui présentent «en 130 pages l'ensemble des situations d'enseignement éprouvées par la recherche francophone en didactique, pour l'École Maternelle, ou (Noirfalise & Matheron, 2009), (A. Noirfalise & Matheron, 2009a).

---

<sup>32</sup> Besides the use of numbers in practical activities, there is evidence (in the history and in educational research) that the exploration of the properties of whole numbers, relations and operations paves the way towards the introduction, with young students too, of typical mathematical processes, such as generalizing, defining, arguing and proving. Some references may be found in the ICMI Studies 10, 13, 16, 19.

## 1.2. Que sait-on avec certitude des pratiques d'enseignement en cours ?

Nous n'avons pas d'éléments de preuve empirique sur cette question, car malgré l'ampleur de notre enquête nous n'avons pas trouvé de travaux établissant des faits généraux en donnant leurs conditions d'existence ; et nous avons trouvé peu de travaux donnant, ne serait-ce que localement, des faits attestés. Aussi, nous n'énonçons pas des « faits d'évidence » et nous ne proposons pas des « phénomènes prouvés par l'observation statistique de leurs effets en termes d'apprentissage ». Nous pensons d'ailleurs que de telles constructions ne permettraient pas d'identifier l'ensemble des conditions de réalisation des phénomènes qui nous intéressent, parce qu'elles donnent seulement des corrélations, qui ne sont pas explicatives faute d'avoir défini les variables des systèmes au sein desquels ces phénomènes pourraient advenir.

C'est pourquoi nous allons énoncer ici sous forme de *principes* les résultats généraux<sup>33</sup> de la recherche française et internationale sur le fonctionnement des systèmes d'enseignement en général et dans le cas des mathématiques en particulier. Nous préciserons chaque fois que possible *des éléments de consensus* auxquels ils donnent lieu et lorsque des observations statistiques existent, *les références aux observations systématiques* de faits ainsi prouvés (ponctuellement, localement, ou généralement) dont nous aurons à discuter les conditions (ponctuelles, locales, générales) de réalisation.

Comme principes, *ces énoncés définissent aussi les variables sur lesquelles il est possible de jouer pour imaginer des choix alternatifs, et ils permettent de discuter les limites de ces choix* qui rendent prudent sur les bénéfices à attendre d'un changement qui serait imposé. Nous verrons ainsi que les pédagogies novatrices sont aussi risquées que sont dangereux les appels à la nostalgie des pratiques traditionnelles, et nous comprendrons comment la déstabilisation d'un curriculum et des pratiques pédagogiques associées peut annuler pour longtemps les bénéfices qu'on pouvait attendre d'une innovation : ce que nous avons vécu en France depuis 40 ans et qu'il serait bon d'éviter aux autres systèmes d'enseignement francophones, s'il n'est pas trop tard.

### Principe 1

***L'efficacité d'un système d'enseignement moderne est liée à une rationalisation de l'enseignement des savoirs, qui sont alors constitués en disciplines scolaires et présentés selon un ordre préétabli.***

Ce principe est fondamental, parce que la rationalisation commande à la fois à l'organisation de l'enseignement comme institution sociale, et à celle des savoirs comme disciplines d'enseignement, et que cela vaut jusque dans les classes. Nous en décrivons ci-dessous les caractéristiques principales, elles font dire au sociologue que l'école moderne est « bureaucratique » (Verret, 1975) parce qu'elle est organisée selon une rationalité qui commande aux comportements de ses acteurs comme à leurs discours. Cela produit des

---

<sup>33</sup> Nous nommons *principes* ces résultats parce qu'ils sont fondés sur l'ensemble des travaux de recherche relatifs au fonctionnement des systèmes d'enseignement, dans leurs dimensions sociologique, pédagogique ou didactique, et psychologique.

comportements qui semblent paradoxaux aux observateurs qui ne seraient pas contraints par cette organisation (Chevallard, 1985) (Chevallard & Cirade, s. d.) et comme en leur temps des phénomènes physiques, ces phénomènes font scandale encore aujourd'hui.

Une des principales conséquences positives de cette organisation, qui traite les élèves en les regroupant « selon ce qu'ils doivent savoir parce que cela leur a été enseigné précédemment » c'est-à-dire en *classes* successives, tient à sa capacité à recevoir *tous les enfants d'une classe d'âge*, à la condition qu'ils aient suivi les enseignements de la classe précédente. Ainsi, nous allons reprendre l'analyse de certains Rapports PASEC particulièrement informatifs pour notre propos. Bien que l'enseignement y soit dispensé (localement ou généralement) en anglais (Rapport Maurice 2008, Cameroun 2007), dans une des langues usuelles pour les deux premières années (Rapports RDC 2012, etc.) tout autant que bilingue avec une autre langue prédominante (Rapport Mauritanie 2006) ou uniquement en français (Rapports Benin 2004, Cameroun 2007, Madagascar 2007, etc.) pour voir ce qu'il peut apporter en réponse à nos questions. Ces rapports signalent souvent *la grande rigidité de l'organisation des élèves en classes d'âge*, et par exemple les problèmes posés à la moitié des élèves les plus âgés qui ont redoublé, qui sont entrés un an en retard à l'école, ou qui ont arrêté un an pour des raisons diverses, et qui en fin de cycle sont orientés contre leur gré vers des études professionnelles ou doivent mettre fin à leur scolarité.

Cette rationalisation bureaucratique, qui date de J.B. de la Salle et des Frères des Écoles Chrétiennes (Querrien & Stengers, 2005), permet de traiter ensemble et indistinctement de grands groupes d'élèves. La « norme française de 25 élèves par classe est apparemment un minimum en Afrique, mais on y trouve plutôt 50 ou 60 élèves : Rapport Maurice 2008, Rapport Tchad 2006, rapport RDC 2012) sauf à définir des zones d'intervention privilégiée (ZEP) ou des écoles dérogatoires (privées ou non) où l'on limite l'effectif des classes<sup>34</sup>. En Afrique, les ZEP sont surtout le fait de l'enseignement privé et donc, favorisent des élèves qui sont plutôt privilégiés : l'effet de la réduction de la taille des classes pourrait donc être observable, mais l'interprétation en est faussée.

### Révisions et redoublements

Mais la progression systématique dans un corps de savoirs organisé en discipline n'est pas pour autant automatique : l'enseignement est mis en œuvre par des personnes, qui interprètent à leur manière les missions qui leur sont confiées. Par exemple, un quart des élèves de ZEP à Maurice n'a pas bénéficié d'un enseignement complet du programme de mathématiques (Rapport Maurice 2008, p. 83), mais le phénomène est puissant dans la plupart des pays, souvent lié à l'absentéisme des professeurs (Rapports Mauritanie 2006, Tchad 2006, etc.), et cela influence visiblement les résultats des élèves. Quelles que soient les explications du fait, cela peut interdire au professeur de l'année suivante qui reçoit des élèves venus de plusieurs classes et n'ayant en commun qu'une partie du programme officiel, l'appel sûr à la mémoire de l'enseignement passé. Il se trouve engagé ainsi à des « révisions » sur les questions pour lesquelles il a besoin d'assurance. L'expérience montre alors que la durée de ces révisions peut aisément être d'un tiers de l'enseignement d'une année, et que dans une heure, un tiers du temps d'enseignement peut consister en « rappels » des éléments utiles à la leçon du jour, ce qui fait finalement que la moitié du temps d'enseignement disponible sur une année peut être utilisée en *rappels* et *révisions*<sup>35</sup>. Les élèves ordinaires n'aiment pas ces moments où ils ont

<sup>34</sup> Comme cela se pratique en France depuis plus de vingt ans bien que l'effet positif de ces décisions pour l'apprentissage ne soit pas avéré, surtout si elles sont par trop timides (Meuret 2001).

<sup>35</sup> Pas de recherche d'évidence empirique sur cette observation, mais on la retrouve dans toutes les classes où un observateur entre et en particulier dans les rapports d'inspection, qui s'en plaignent : « ... en français et

l'impression de « perdre du temps » (Kiryluk, 1980) et en outre, les révisions montrent aux élèves en difficulté qu'ils sont « en retard » mais qu'ils pouvaient « ne pas encore savoir », puisqu'on leur enseigne encore, et donc qu'ils peuvent soit, attendre le moment à venir où peut être le savoir enseigné sera utile en pratique, soit, attendre le moment où le temps de ce savoir sera passé et où ils seront libérés de la demande de montrer leurs connaissances (Mercier, 1995). Le rapport didactique se trouve ainsi, en quelque sorte, perverti.

Comme le redoublement, les révisions sont justifiées aux yeux des professeurs alors que la plupart des recherches soulignent leur inefficacité quant aux résultats scolaires. La majorité des enseignants est réticente à changer ses pratiques sur ces points, pour des raisons complexes (Draelants & others, 2009) dont le maintien de leur autorité et la faible mémorisation des élèves des ZEP (des zones dites « difficiles » parce que les élèves y sont difficiles à enseigner faute d'un investissement à long terme de leurs familles, d'eux-mêmes et de la société, sur l'école et l'instruction)<sup>36</sup>. Ces phénomènes sont fortement différentiels puisque dans les « bonnes classes » les professeurs conduisent la progression collective en renvoyant les élèves ignorants à l'étude personnelle de « ce qu'ils sont censés savoir parce que cela leur a été enseigné ». Cependant, nous n'avons à l'appui de cette interprétation que les travaux de (Butlen, Peltier-Barbier, & Pézard, 2002) et nos observations personnelles, mais pas d'éléments d'observation systématique et directe de ces phénomènes : nous le déduisons en revanche des observations statistiques des rapports PASEC, parce que nous disposons d'une grille d'interprétation de certains faits que ces rapports constituent en preuve.

Nous avons en effet repéré dans ces rapports des faits qui constituent un autre type de trace du même phénomène. Les enseignants, qui sont conscients de ce « piétinement », demandent que les programmes soient « allégés ». Ils sont majoritaires (60%) à le faire à Maurice (PASEC, pages 84 et 115) et *cela signifie sans doute qu'ils sont nombreux à se perdre dans des « révisions » contre-productives*. Mais l'enquête faite à Maurice est la seule à avoir demandé aux professeurs ce qu'ils pensaient de la matière à enseigner et si les programmes sont proches des programmes français l'enseignement s'y fait en anglais. Quoi qu'il en soit ailleurs, il est important d'interpréter justement les déclarations des professeurs de Maurice demandant un allègement du programme en séparant les cas de perte de temps dues aux révisions, les cas d'absences des élèves (ces deux causes sont presque universelles et on les trouve dans tous les rapports sur les enseignants), et le fait que certains éléments du programme ne sont pas enseignés ou le sont incomplètement, et que les professeurs qui en sont conscients préféreraient qu'elles soient supprimées des enjeux officiels de l'enseignement, ce que montrent aussi en France les enquêtes EVAPM et les travaux de recherche sur l'écologie des savoirs enseignés (Rajoson, 1988). Ces demandes signalent des professeurs pris au piège de décisions mangeuses de temps, soit parce qu'elles n'assurent pas la progression du groupe (les élèves ne sauraient

---

mathématiques, les progressions offrent un cadre assez bien suivi mais, pour les élèves, avec de longues révisions de début d'année comportant des redécouvertes sans rappel suffisamment structuré des connaissances acquises et des révisions peu nombreuses le reste de l'année. La continuité n'est pas suffisamment assurée et les apprentissages en pâtissent : d'un côté les acquis pourraient être plus stables avec des rappels brefs et fréquents, de l'autre les programmes seraient mieux couverts avec des notions mieux construites. » Note de synthèse sur la mise en œuvre de la réforme de l'enseignement primaire, juillet 2010 ; de adressée au ministre de l'Éducation Nationale.

<sup>36</sup> On peut remarquer que les groupes sociaux où l'on joue aux jeux de hasard sont ceux-là mêmes où l'on n'imagine pas d'investissement à long terme en général et sur l'instruction en particulier : ainsi, on pense que la chance joue dans la réussite à un examen tout autant que les connaissances, et que manifestement la chance n'est pas également partagée puisque « ce sont toujours les riches qui gagnent » sauf si les pauvres s'avèrent particulièrement rusés pour *forcer la chance* (voir ce que peut être la morale des contes du « Petit Poucet » ou de « Ali Baba et les 40 voleurs »).



dire ce qu'ils ont étudié et appris), soit parce qu'elles ne permettent pas la visibilité de cette progression (ce que fait, par exemple, une interrogation écrite, en montrant ce qui doit être connu et ses usages emblématiques).

(Chopin, 2007) a analysé précisément ces phénomènes, qui sont vécus par les professeurs comme des contraintes professionnelles. On peut en suivre une trace dans le rapport (PASEC Madagascar), qui pour des taux de réussite équivalents à 65%, en Deuxième année primaire, donne une dispersion importante des résultats en Mathématiques au post test (écart type 8,33 sur une échelle de 100) tandis que les élèves sont groupés au pré-test (écart type 3,76 sur une échelle de 100) : l'enseignement et son évaluation tend à produire une plus grande dispersion des élèves, ce que l'on constate sur le graphique de la page 32 avec une distribution des scores montrant un déplacement vers le bas du score modal ? Ce phénomène n'est pas particulier aux mathématiques car il est encore plus visible en Français. Il arrive que ce phénomène, bien identifié après les travaux de Chopin, rende difficile l'évaluation des plus faibles à l'aune commune (que ce soit dans une classe ou dans une région), comme on le constate dans les Zones de Discrimination Positive. On remarquera aussi que le phénomène (PASEC Madagascar 2006) est bien plus faible en Cinquième année primaire, niveau d'enseignement dont le taux de redoublement est lui aussi plus raisonnable puisque trois fois moindre. Ces questions ont d'ailleurs été bien identifiées par le rapport remarquable sur la question (PASEC Sénégal 2004), auquel nous renvoyons pour une enquête approfondie. D'abord, c'est le rang d'un élève dans sa classe qui est le facteur de redoublement, le taux ne dépendant pratiquement pas du niveau général de la classe ; ensuite, « *Les élèves apprennent autant (en CP) voire plus (pour le CE2 et le CMI) quand ils vont en classe supérieure plutôt que lorsqu'ils redoublent, et ce indépendamment de leur niveau. Ce résultat confirme ce que la plupart des études menées sur le redoublement, au Nord comme au Sud, ont trouvé : le redoublement n'est pas une mesure pédagogiquement efficace.* » (PASEC Sénégal 2004) ; enfin, le redoublement favorise les abandons, comme le montre précisément le même rapport pour le Sénégal et comme nous l'avions supposé. Le redoublement conduit finalement à ce que les élèves soient plus âgés que l'âge légal, et il est alors corrélé à l'abandon de l'école. Mais pourtant, cela ne peut être l'explication de l'ensemble des abandons puisque l'abandon des filles est en général bien plus important que celui des garçons, tandis que leurs résultats sont semblables ou meilleurs (mais apparemment leur taux de redoublement est semblable : voir <http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/08/64/45/PDF/06017.pdf>). Pour une étude plus complète argumentée et précise, et une discussion des résultats actuellement admis, on se référera par exemple à (Crahay, 2004), qui nous confirme sur ces questions la pertinence des résultats internationaux pour les cas Belge et Suisse qu'il a personnellement étudiés<sup>37</sup>. Ces résultats peuvent être énoncés comme un principe de fonctionnement de l'enseignement :

### **Principe 1.1**

***Les élèves n'apprennent pas seulement les savoirs qu'on leur enseigne explicitement, mais la plupart apprennent aussi ce qui est utile pour faire vivre ces savoirs.***

Ainsi, les élèves n'apprennent pas toujours ce que l'on attend d'eux au moment où ils sont enseignés, et ils ne l'apprennent pas toujours là où l'enseignement se produit ; mais en revanche ils apprennent presque toujours parce qu'ils sont enseignés, autour des questions dont les réponses leur ont été montrées par un enseignant. Cela n'est pas pris en compte par les agents des systèmes d'enseignement, parce qu'ils ne peuvent gérer ces apprentissages, utiles

---

<sup>37</sup> Marcel CRAHAY, page personnelle : <http://www.unige.ch/fapse/DAISS/Crahay.html>

mais silencieux. Ce phénomène a cependant été démontré par les travaux internationaux sous le qualificatif de « Curriculum caché » (Hidden curriculum).

Il semble que, contrairement à ce que l'on pourrait penser, les professeurs soient en moyenne plus décourageants avec les élèves les moins bien dotés en capital social. Car il arrive que l'attribution d'échec faite aux élèves dans une même classe ne soit pas uniforme, puisque dans certains pays (ce n'est pas le cas au Sénégal, comme ça l'est au Tchad) les filles ont en moyenne 12 points de plus que les garçons aux tests de début et de fin d'année, mais elles redoublent autant !

La prévalence des redoublements, qui sont comme *des révisions supplémentaires obligatoires et totales, pour des élèves sélectionnés comme faibles*, n'est pas corrélée avec l'efficacité des systèmes éducatifs<sup>38</sup> et elle est très variable selon les pays, mais elle est « traditionnellement » importante en zones francophones, quels que soient les résultats objectifs des élèves<sup>39</sup> (Rapport Cameroun 2007 : résultats convenables, 25% de redoublements ; Rapport Tchad 2006 : faibles résultats, 22 à 26% de redoublements). Cela démontre une organisation plus fortement bureaucratique de l'enseignement dans ces pays, et signifie que cette organisation est portée jusque dans l'intimité des classes par les professeurs eux-mêmes. On sait pourtant depuis longtemps que les élèves scolarisés dans un système où les redoublements sont fréquents n'ont pas en moyenne de meilleurs niveaux d'acquisitions. Cette prévalence montre encore que le traitement des faibles acquisitions de certains élèves (par révisions et redoublements) relève d'une logique de production systématique de l'hétérogénéité des élèves, qui signifie à la classe la progression dans le savoir étudié<sup>40</sup> (Chopin, 2010). C'est cette organisation de la progression qui fait que « on poursuit ses études », selon l'expression bien connue, et que l'on n'en a jamais fini d'être élève (avant de changer de position et de devenir professeur). C'est aussi cette organisation qui rend si difficile, dans le monde francophone, toute réforme curriculaire visant à la formation de compétences plutôt qu'à l'acquisition de savoirs disciplinaires : *la progression n'est plus manifeste et le professeur ne sait plus gérer sa classe*. Le rapport (PASEC Sénégal) le disait clairement en synthèse :

*« De façon assez simple, on peut opposer deux visions de l'éducation. D'un côté, les taux de redoublement élevés renvoient à une vision centrée sur le système dans son ensemble. Pour chaque niveau d'éducation une certaine norme qualitative est à atteindre, ceux qui n'atteignent pas cette norme sont appelés à redoubler. Le redoublement a pour objectif d'aider l'élève en difficulté à parvenir à atteindre la norme fixée. D'où l'idée courante dans les systèmes éducatifs francophones que des redoublements importants sont un signal de qualité. Cette conception est très sélective et pour tout dire élitiste. »*

---

<sup>38</sup> Cette pratique varie fortement selon les pays et dans le temps : en France, elle est en régression mais elle perdure (y compris au niveau de l'école maternelle) ; en Belgique francophone, le redoublement est important ; au Québec, le redoublement a été interdit de 2000 à 2008 pour être à nouveau autorisé mais reste fortement limité ; en Suisse francophone le redoublement existe, est variable selon le canton mais reste assez marginal ; dans les pays de l'Afrique francophone le redoublement atteint souvent des proportions bien plus importantes que dans le monde anglophone.

<sup>39</sup> Le travail d'analyse de ces questions conduit durant de nombreuses années par Alain Mingat est remarquable, en particulier pour les questions de genre on se référera à un rapport encore d'actualité (Mingat, 2006) <http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/08/64/45/PDF/06017.pdf>.

<sup>40</sup> Hélas, cette progression est parfois de peu de poids réel, mais demeure d'autant plus strictement organisée d'un point de vue bureaucratique : c'est ce que démontre précisément Chopin (op. cit.).

Nous dirions plutôt que ce fonctionnement est supportable dans un système élitiste, dont l'efficacité se mesure à la qualité des élèves sélectionnés, mais qu'il est de fait bureaucratique.

En outre ce même rapport PASEC Sénégal donne, page 62, un graphique de « suivi de cohorte » sur 5 ans, qui révèle non seulement le redoublement de plus d'un quart des élèves de CP, mais encore celui d'un quart des élèves redoublants de CE2, et encore d'un quart des élèves restants, ce qui va avec la « disparition ou la perte » annuelle de presque un quart des élèves. Or, le système d'enseignement sénégalais est un des moins performants en termes d'apprentissages et l'ensemble des phénomènes que nous pointons ici vaut aussi bien pour le Tchad (Tchad 2006) où la situation est plus difficile encore avec des résultats très faibles, une majorité d'élèves âgés d'un an de plus qu'attendu et un abandon scolaire en rapport. Ainsi, *il semble bien que les professeurs aient tendance à créer une hétérogénéité d'autant plus importante que leurs élèves sont plus faibles*. Cette dernière interprétation devrait cependant être vérifiée explicitement par une étude spécifique, car elle serait une conséquence des résultats de Chopin cités plus haut, qui ont été obtenus sur les cas de classes que les professeurs considéraient comme « moyennes ».

Les résultats de l'étude PASEC Sénégal (page 76) montrent encore que ce sont les scores en français qui rendent compte des redoublements et pas du tout les résultats de mathématiques. La proximité culturelle de l'élève au professeur semble donc le premier facteur d'un jugement de réussite relative, qui pèse d'autant plus que les élèves sont plus avancés dans leur scolarité.

Enfin, pour ajouter à ces observations, on peut voir que là où les élèves sont enseignés en « double flux » et où ils ont donc un peu moins d'heures en présence de leur professeur, les résultats ne sont pas toujours plus mauvais, mais qu'ils pâtissent le plus souvent de la double journée du professeur.

## Principe 1.2

### *L'étude fait le lien entre l'enseignement et l'apprentissage.*

Autrement dit, le professeur enseigne, c'est-à-dire qu'il désigne les savoirs à étudier, mais ce sont les élèves qui étudient, et la manière dont ils réalisent l'étude fait largement la moitié du travail qui conduit à l'apprentissage. Chacun le sait, mais poser cette affirmation comme un résultat de recherche a nécessité de nombreux travaux en didactique, depuis les premières observations de (Mercier, 1992) et l'ouvrage de (Chevallard & Bosch, 1997).

C'est un *phénomène*, attesté comme un simple *fait* notable, sans autre valeur explicative, dans la synthèse de l'enquête TIMSS 2003. Ce phénomène peut donc être considéré comme validé par une enquête déjà existante. Voici ce que dit, dans la synthèse des résultats, le rapport TIMSS 2003 qui traite de 161 questions de mathématiques posées au niveau de la 4<sup>e</sup> année (vers 10 ans, en principe), et qui recueille pour chaque élève enquêté ses conditions sociales de vie<sup>41</sup> :

*Le niveau d'études des parents est associé avec les meilleurs niveaux de réussite des élèves, dans presque tous les pays. De plus, les élèves qui ont l'espoir de suivre*

---

<sup>41</sup> Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Smith, T.A., Garden, R.A., Gregory, K.D., Gonzalez, E.J., Chrostowski, S.J., and O'Connor, K.M. (2003), TIMSS Assessment Frameworks and Specifications 2003 (2nd Edition), Chestnut Hill, MA: Boston College. The TIMSS frameworks developed 1995 also were used for 1999. See, Robitaille, D.F., McKnight, C.C., Schmidt, W.H., Britton, E.D., Raisen, S.A., and Nicol, C. (1993), TIMSS Monograph No. 1: Curriculum Frameworks for Mathematics and Science, Vancouver, BC: Pacific Educational Press.

*des études universitaires complètes ont des résultats sensiblement meilleurs que les élèves dépourvus de tout espoir d'études universitaires.*

- *Aux deux niveaux 4 et 8 de l'enquête, en général, les élèves des familles où l'on parle toujours ou presque la langue du test ont de meilleurs résultats que les autres.*

- *Aux deux niveaux 4 et 8, dans la plupart des pays et en moyenne, il y a un rapport nettement dessiné entre le nombre de livres au domicile et la réussite au test de mathématiques.*

- *La réussite au test de mathématiques est positivement liée à l'usage d'un ordinateur, particulièrement au niveau 8, avec une réussite moyenne plus grande des élèves disposant d'un ordinateur à l'école et chez eux, puis des élèves disposant d'un ordinateur chez eux seulement. Lorsque les rapports sont disponibles en anglais, leur traduction est « libre ».*

L'ensemble de ces éléments décrit assez bien les conditions familiales de l'étude que les élèves ont à conduire en famille et hors de la classe, pour réussir en classe. Nous reviendrons plus loin sur les conditions d'un investissement plus important des élèves et de leurs familles, dans ce qui leur appartient : *l'étude*.

L'organisation scolaire et familiale des conditions de l'étude est bien décrite par les rapports TIMSS, et par exemple le rapport 2003 :

*En particulier, TIMSS a cherché à enquêter sur les enjeux curriculaires ; les ressources éducatives et les facilités disponibles ; les personnels d'enseignement ainsi que leur formation, leur équipement et l'aide disponible ; l'aide à la maison et l'investissement dans ces tâches ; ainsi que le vécu et les attitudes des élèves eux-mêmes, qui font leur apport à l'entreprise d'instruction. (p. 26).*

Les résultats de TIMSS le confirment en identifiant cet ensemble de macro variables qui décrivent les conditions de l'étude et manifestent une *proximité* entre l'école et le milieu de vie des élèves. Cette proximité, dont les rapports PASEC notent parfois l'absence dommageable, serait donc à rechercher par une plus grande proximité entre les projets de formation et les contenus scolaires d'un côté, et les besoins en savoir dans les pratiques quotidiennes des groupes sociaux de l'autre. Les rapports civils entre école et familles seraient alors une simple conséquence de la proximité des projets scolaire et familial. Nous pensons que seule une telle proximité soutient l'intérêt pour l'étude des savoirs scolaires. Les pédagogues et les anthropologues le rappellent depuis plus d'un siècle (Gockler, 1905) (Dewey, 1958), (Goody & Watt, 1963), (Delbos, 1993), les travaux plus récents le confirment. L'utilité sociale des savoirs enseignés doit être connue et visible, c'est aussi le cas des mathématiques élémentaires : (Chevallard, 1992), (Boero et al., 1995), , (Chevallard & Matheron, 2002), (Douek, 2005), (Chevallard, 2007), (A. Mercier, 2008), (Boero & Douek, 2009), l'affirment et le montrent dans des situations diverses. Des éléments issus des rapports internationaux permettent peut être d'étayer cette hypothèse, qui n'a pas cependant de preuve formelle. De nombreux pays de la francophonie n'ont pas le français comme langue d'enseignement, ou encore, n'utilisent le français qu'à partir d'un certain niveau scolaire. Ainsi, les pays du Maghreb n'utilisent pas le français aux niveaux qui nous intéressent (en Tunisie, cependant nombre d'école privées utilisent le français dès la 1<sup>ère</sup> année).

Nous comprenons, avec l'enquête exemplaire du sociologue Michel Verret auprès des étudiants de son université (Verret, 1975) que l'effet de l'étude tient à ce que la présentation des savoirs organisés en discipline, qu'il qualifie de *bureaucratique*, ne permet pas à ces savoirs d'apparaître comme des connaissances personnelles vivantes. Ce quelque chose d'essentiel qui manque, c'est l'étude (à l'université, l'étude personnelle). La démonstration de Verret est fondée non pas en théorie mais bien par l'enquête précise et ses résultats sont ainsi prouvés, et en France elle n'a pas été répliquée dans d'autres domaines sociaux. Mais un de ses résultats a conduit les chercheurs sur l'enseignement des mathématiques (Chevallard, 1985), des sciences (Johsua, 1996), et bientôt de toutes les disciplines (Schneuwly & Dolz-Mestre, 1997), (Chatel, 1999), (Schneuwly, 2008), (M. L. Schubauer-Leoni, Leutenegger, & others, 2011), à des travaux portant sur ce qu'ils ont appelé « la transposition didactique », ce qui n'est qu'une partie des apports de Verret. Delbos (op. cit.) montrait, en anthropologue, un phénomène semblable qu'il appelait la « vie des savoirs » en observant leur transmission dans le cas des savoirs pratiques. Cette vie, c'est ce que l'on désigne aujourd'hui comme *compétences*, qui est le résultat de l'étude et qui tient au *pouvoir d'action que donne le savoir, hors de l'école* mais aussi dans l'école. C'est une question essentielle et nous y reviendrons en deux temps, lorsque nous traiterons des débats actuels sur l'enseignement des mathématiques élémentaires et des problèmes que cet enseignement devrait permettre de résoudre, et lorsque nous rendrons compte des expérimentations actuelles, en réponse à la quatrième question qui nous est posée.

Le travail avec ou à propos des savoirs scolaires, conduit en famille ou dans un groupe d'élèves organisé à cet effet<sup>42</sup>, l'étude, montre aux élèves les propriétés sociales et l'usage attendu du pouvoir d'agir que donnent les savoirs. Ce que l'on désigne comme *les compétences* visées par l'enseignement. (Lahire, 1995) a montré par une enquête auprès des familles comment les compétences formées à l'école élémentaire sont fondamentalement liées aux pratiques familiales d'écriture. C'est par ce moyen que le *projet* social porté par l'école peut être adéquat au projet personnel porté par les élèves, et au projet que les familles forment pour elles et eux : une condition pour l'investissement des familles et des élèves dans le champ scolaire. C'est sans doute dans ce sens qu'une exploration comparative de la réussite relative très différente des apprentissages dans des pays apparemment comparables et de fait très différents comme Madagascar d'un côté et le Benin ou le Burkina-Faso de l'autre pourrait être conduite, en étudiant dans les familles le rapport aux pratiques d'écriture quotidienne, au delà du rapport aux écrits imprimés et impersonnels que sont « les livres » dont TIMSS a montré l'impact.

On peut rappeler sur ce sujet, pour les questions sahéennes, les travaux de Alain Mingat pour la Banque Mondiale, déjà cités. Ces travaux sont sans doute loin de la salle de classe, mais leur grande précision dans les comparaisons entre pays permet de mieux saisir les corrélations explicatives et les autres, dès qu'ils sont mis en rapport avec des données anthropologiques, ce que l'auteur suggère pour une compréhension efficace.

### **Traditions pédagogiques**

L'organisation rationnelle bureaucratique du temps scolaire et des savoirs enseignés conduit encore à ce que l'on renonce sans même s'en apercevoir à des pratiques pédagogiques pourtant productives : nous cherchons aujourd'hui à les réintroduire comme pratiques pédagogiques « nouvelles », en tenant compte des conditions créées par l'organisation bureaucratique de

---

<sup>42</sup> Les « groupes de colle » des classes préparatoires scientifiques et les « écuries » des préparations au concours d'entrée en médecine sont, en France, des cas remarquables d'une organisation de l'étude qui n'appartient pas aux familles parce que les connaissances à étudier sont trop difficiles.

l'enseignement qui sont, en raison de leur efficacité intrinsèque, incontournables. Ce sont par exemple :

1) l'enseignement mutuel des élèves du niveau antérieur par les élèves plus instruits, comme cela se fait avec efficacité dans les classes rurales françaises à plusieurs niveaux, ou dans les classes Freinet comme l'a montré l'enquête de (Go, 2006) à l'école Freinet de Vence ;

2) le passage d'une classe à l'autre, que les enseignements de la classe actuelle aient ou n'aient pas produit les apprentissages escomptés (Chevallard & Mercier, 1987), et la possibilité que l'on revienne en arrière suivre à nouveau une classe, selon ses besoins, comme on le faisait dans les universités du Moyen-Âge ;

3) le fait que les élèves apprennent à partir de ce qui les intéresse et sur quoi ils enquêtent ; plutôt que de s'instruire sur ces questions, dans un système bureaucratique ils sont dressés<sup>43</sup> par l'instruction qui leur est donnée sur des questions qui ne les intéressent pas (Dewey, 1958), (Chevallard, 2007) ; cela a des effets importants sur l'engagement scolaire des élèves et des familles qui n'imaginent pas un investissement quotidien et à long terme dans l'instruction (Lahire, 2008).

*Ce sont pourtant trois conditions qui limitent l'efficacité de l'organisation pédagogique depuis le début du XXe siècle, puisque l'on sait 1) que l'enseignement mutuel fut très efficace (Querrien & Stengers, 2005) ; 2) que les redoublements, qui sont la conséquence de l'organisation en classes non pas d'âge mais de « niveau d'enseignement antérieur » qui définit les apprentissages possibles ne sont pas toujours de la meilleure efficacité et 3) que les élèves fuient l'école lorsque les questions qui y sont étudiées leur semblent trop lointaines des questions de leur quotidien (Bautier, Rayou, & others, 2009).*

### **Principe 1.3**

#### ***Le professeur commence par le commencement***

Cependant, il n'y a pas de commencement naturel. C'est l'épistémologie partagée par les possesseurs du savoir (les savants) et les futurs professeurs qui le détermine. C'est ce que les chercheurs anglo-saxons nomment le « teaching content knowledge » (Shulman, 1986) et (Ma, 1999)<sup>44</sup>.

Tout commencement n'est donc qu'un des commencements possibles, mais le choix de ce point n'appartient pas au professeur. Comme toute décision technique, ce qu'elle montre (sa sémiotité) est presque aussi important que ce qu'elle réalise (son instrumentalité), et par exemple, l'enseignement de la lecture a longtemps commencé plus de deux ans avant celui de l'écriture, car longtemps l'apprentissage de la lecture a consisté en la récitation de textes (religieux) d'abord prononcés en chœur. Cela signifiait que l'instruction avait d'abord une valeur éducative religieuse : au 17<sup>e</sup> siècle en France, on apprend à lire dans le bréviaire du curé lorsque l'on est un enfant intéressé par les textes, l'avenir de tout sujet instruit étant le séminaire. L'éducation par la lecture primait l'instruction à la lecture. On voit aussi comment le professeur de philosophie de Monsieur Jourdain commence à lui apprendre à lire en lui

---

<sup>43</sup> Nous utilisons le terme de « dressage » dans le sens anglais de « rearing » utilisé par A.S.Neil, 1960. A radical approach to child rearing. Hart, New York. Cet ouvrage n'est aujourd'hui plus disponible et ne figure pas dans la bibliographie de Summerhill.

<sup>44</sup> Shulman a été publié en français (Shulman, 2007), mais Ma n'est pas encore traduite, malgré une tentative des Presses Universitaires de Rennes.

apprenant les sons portés par les voyelles en premier, qui sont « les voix », car en ce temps on lisait « à voix haute » et la lecture silencieuse était le fait des lettrés de haut niveau.

### Obstacles épistémologiques

Aujourd'hui en France nous apprenons d'abord aux petits enfants à écrire leur nom, et à reconnaître celui de leurs condisciples, bien avant qu'ils sachent lire, engageant un rapport premier aux mots dans leur *valence iconique* deux ou trois ans avant qu'ils comprennent la dimension *phonétique* de ces graphies. Il en va de même avec les nombres, dont les écritures en chiffres jusqu'à plus de trente font partie des pratiques quotidiennes de certaines petites sections des Écoles Maternelles (au tableau, écrites par le maître, ou sur une ligne numérique imprimée et affichée de manière pérenne). Il s'agit de la lecture de la date du jour, de l'appel des absents, et de celui des présents mangeant à la cantine, bien avant toute compréhension de l'écriture décimale de position des nombres qui fait que le « 2 » (deux) de « 23 » (vingt-trois) nombre deux unités de rang supérieur, 1, (deux dizaines) et le « 3 » nombre les unités de rang 0, (trois unités) et donc, que 23 est une écriture polynomiale :  $23=2.10^1+3.10^0$ .

Même, la compréhension de la formation de vingt-quatre comme successeur de vingt-trois à l'école préélémentaire ne suppose pas d'avoir compris la représentation de 20 (vingt) par le « 2 » situé devant le « 3 ». Il suffit aux élèves de Maternelle d'avoir compris que 4 suit 3. Ainsi, un élève de 4 ou 5 ans peut compter ...vingt-huit, vingt-neuf, vingt-dix, vingt-onze... jusqu'à vingt-seize, avant de commencer à hésiter.

Le sens de ce premier rapport aux écritures numériques est un effet de leurs usages comme *repères*. D'abord, des repères *dans le temps* (l'écriture quotidienne de la date) et des repères *dans l'espace* (dont la bande numérique est la transposition en classe) : c'est ce sens que l'on trouve dans les ascenseurs, où les boutons sont numérotés par étage, ou dans les rues aux portes des maisons lorsqu'un nombre marque une position, définie par un avant et un après, plutôt qu'une quantité ou une grandeur. A quatre ou cinq ans, les grandeurs sont définies par des marqueurs qualitatifs (grand/gros, moyen, petit/maigre ; ou chaud/tiède/froid/glacé) et la pratique des nombres comme marques d'ordre est semblable à l'usage d'un alphabet<sup>45</sup>. Ainsi, la comptine numérique est, pour les élèves français de maternelle aujourd'hui, et peut être jusqu'en Première Année (CP) cognitivement semblable à la comptine alphabétique. Le changement vient seulement avec les opérations posées « en colonne ». La connaissance ancienne fera problème quelques mois ou années plus tard, quand viendront les calculs sur les nombres, qui apparaîtront alors comme des objets doués de pouvoirs mystérieux alors que ce sont seulement, comme le disait (Lebesgue, 1935), « les comptes-rendus complets d'une expérience de mesure ». Encore faut-il qu'ils soient associés à de telles expériences et qu'ils soient utilisés pour les comprendre.

En va-t-il de même dans tous les systèmes d'enseignement francophones où existe un enseignement préélémentaire ? Nous espérons pouvoir répondre. Les variations de ces pratiques et leurs aires d'extension, leurs avantages et leurs inconvénients, les effets de choix différents de certains maîtres, tout cela n'a (à notre connaissance) pas été observé ni évalué. Mais le débat sur leurs effets à long terme est vif en France (Le café pédagogique : [http://www.cafepedagogique.net/lesdossiers/Pages/2013\\_ProgrammesPrimaire.aspx](http://www.cafepedagogique.net/lesdossiers/Pages/2013_ProgrammesPrimaire.aspx) puis pour les derniers développements en juin 2014, on pourra lire des textes récents : <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2014/06/10062014Article6353798029786652>

---

<sup>45</sup> Au point que l'alphabet a pu servir de système de chiffrage des nombres, comme en grec ou en hébreu, et qu'il a fallu emprunter aux arabes des *chiffres* qu'eux-mêmes avaient emprunté aux indiens.

[75.aspx](#)), Brissiaud affirmant que ces résultats démontrent les effets néfastes de ce qu'il appelle le « comptage-numérotage », qui ferait obstacle à des conceptions plus pertinentes des nombres comme mesures.

#### Principe 1.4

***Le commencement d'un enseignement fait sens pour la société où l'enseignement est organisé ; de ce fait, nous devons considérer que le choix n'appartient pas au professeur***

(Bartolini Bussi, 1992) montre que ce phénomène vaut pour les mathématiques et plus récemment, elle en explore les conséquences dans le cas du rapport aux premiers nombres : dans l'enseignement traditionnel en Chine, on étudie tous ensemble les problèmes d'addition et de soustraction impliquant par exemple les nombres 5, 1 et 6 parce que le premier rapport à ces nombres est inclus dans des situations sociales, dont leurs compositions rendent compte (Six enfants sont dans une salle de classe, un est debout au tableau, les cinq autres sont assis, il y a donc 5+1 enfants dans la classe, il y a 6-1 enfants assis, il y a 6-5 enfants debout au tableau mais deux lèvent la main et... tandis que trois des élèves assis ont un cahier posé devant eux, les trois autres n'ont pas de cahier, etc.) Dans ces conditions, les tout premiers nombres « vivent » dans des situations variées où l'on ne trouve jamais un nombre seul, mais une variété d'expressions numériques pour des *rappports* impliquant toujours plusieurs nombres dans une *opération sur des quantités*. Les nombres permettent donc, dès le commencement, de penser *des rapports entre des grandeurs* (nous dirions qu'ils modélisent ces rapports pour résoudre des problèmes).

Cependant, (Briand, 1999) montre, en se fondant sur le travail conduit à l'École Jules Michelet de Talence<sup>46</sup> que les choix de présentation initiale des nombres ne sont pas indifférents et qu'ils ont des conséquences cognitives importantes : outre le fait que l'on doit montrer comment les nombres permettent de décrire des relations entre quantités, on doit régler, à l'école bien sûr, la question technique de *l'énumération des collections d'objets*<sup>47</sup>. Il faut pour cela apprendre à organiser les collections à dénombrer comme des listes pour pouvoir les énumérer : on ne peut produire directement le nombre des 147 élèves qui jouent dans la cour de récréation. Mais cette opération technique est inconnue de la culture quotidienne (en dehors des pratiques électorales de dépouillement des bulletins de vote) et elle n'est pas enseignée bien que le problème soit connu depuis vingt ans. Or, dans les cas de quantités importantes, il est indispensable de réaliser des listes partielles de d'ajouter les résultats partiels (on compte les bulletins de vote en les regroupant en paquets de 100, et les élèves de l'école en les regroupant dans leurs classes). Ces considérations ne sont pas contradictoires avec celles de Bartolini-Bussi.

Pour sa part, (Brissiaud, 1988) entretient depuis plus de vingt ans, dans tous les médias, un débat sur ce qu'il appelle « l'utilisation indue des premiers travaux de (Gellman 1978) » qui selon lui auraient servi à fonder la contre-réforme annulant la position moderniste des années 1970. L'appel à Gellman aurait conduit à séparer *comptage* et *calcul*, faisant du comptage le

---

<sup>46</sup> Cette école a été, de 1975 à 1999, un Centre pour l'Observation et la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, et Guy Brousseau y a fait enseigner par des professeurs volontaires et pour les élèves du quartier de banlieue de l'école, un curriculum nouveau. L'enjeu était 1) de démontrer que des propositions nouvelles étaient possibles et 2) d'énoncer leurs conditions de réalisation stable.

<sup>47</sup> Ces objets peuvent être animés, et être des individus, toutes propriétés qui rendent difficile l'énumération et la mesure. L'abord de ces questions devrait être organisé dès l'école élémentaire. Les évaluations internationales comme TIMSS ou PISA interrogent d'ailleurs les élèves sur leurs compétences dans ces domaines très proches des pratiques sociales des chasseurs, des éleveurs, et des agriculteurs, mais aussi des scientifiques et de la haute technologie. Il s'agit d'un champ de problèmes vivant, le *mesurage*.



premier rapport aux nombres. Le phénomène est avéré, mais seulement par l'observation commune : d'ailleurs personne ne le conteste. Mais le débat sur son origine n'est aujourd'hui pas réglé, ni par des travaux de terrain faisant preuve ni par les progrès des recherches de psychologie ou de didactique, ni surtout par l'organisation des programmes français pour les trois ans du premier cycle, entre école maternelle et commencements de l'école primaire.

Car, bien qu'on sache que les enfants ne comprennent pas l'usage de la comptine comme moyen de mesurer la taille d'une collection avant l'âge de 4 ou 5 ans (Dehaene & Cohen, 1994), (Fayol, Camos, & Roussel, 2000), l'enseignement de la comptine numérique correspond à l'attente des parents et peut être entrepris dans des pratiques scolaires d'enseignement en chœur : cela fait son succès, en France et ailleurs. Que ce choix ait des effets importants, certains en doutent mais faute de commandes, personne ne tente d'en prouver la réalité ou d'en tester les effets cognitifs. Cependant, le temps passé à l'enseignement de la comptine ne laisse pas de temps au développement des activités logiques sur la numérosité des collections, ni à l'apprentissage des techniques de l'énumération systématique des ensembles d'objets qui en fait des collections mesurables, ni plus généralement aux questions de mesurage, et cela manque sans doute comme l'affirme (Briand, 2010).

Nous avons interrogé à ce sujet le Professeur Gérard Sensevy<sup>48</sup>, membre du Comité Scientifique de la DGESCO, au ministère de l'Éducation Nationale en France : il confirme qu'une expérience, en cours sous sa direction, vise à montrer l'efficacité d'une autre voie d'entrée en rapport avec les nombres. Il s'agit du projet ACE<sup>49</sup> pour le CP et de ARITHMECOLE<sup>50</sup>, sa suite en CE1 et CE2, dont nous rendrons compte en réponse à la quatrième question. Il confirme aussi qu'à sa connaissance, dans le monde francophone, aucune autre recherche d'envergure ne porte sur ces questions. En France, le refus d'évaluer objectivement, par des études statistiques comparatives, les effets des décisions en matière d'éducation est une politique constante de l'administration. De ce fait, personne n'évalue la possibilité d'un autre enseignement mathématique en préscolaire, bien que des propositions alternatives aient été mises au point entre 1980 et 1990, diffusées (Briand & Salin, 2001), et discutées par d'autres chercheurs qui en ont eux aussi dirigé la réalisation (Schubauer-Leoni, Leutenegger, & Forget, 2007), (Leutenegger, 2008), (Quilio & Mercier, s. d.). Certains ont aussi étudié les conditions de réalisation de ces changements sur quelques cas observés (Sensevy, Forest, Quilio, & Morales, 2013).

Pour leur part, (Grenier & Payan, 1999) montrent pour leur part que les élèves peuvent produire des démonstrations au tout début de l'enseignement des mathématiques, sans qu'il soit nécessaire d'entrer dans une pratique des figures géométriques qui en serait le support naturel : l'idée que « la démonstration » doive être enseignée avec la géométrie date sans doute de Platon, qui y voyait une propédeutique pour la philosophie ; cette idée, qui fait de la démonstration une activité culturelle de haut niveau, interdit son enseignement avant le niveau

---

<sup>48</sup> Gérard Sensevy est professeur au CREAD <http://cread.espe-bretagne.fr/spip.php?>

<sup>49</sup> <http://cread.espe-bretagne.fr/spip.php?article562>

<sup>50</sup> 2. ARITHMECOLE (Apprendre et enseigner l'arithmétique en début d'école primaire) Porteur : Gérard Sensevy, CREAD, UBO/Rennes. Partenaires : CREAD (UBO/Rennes 2), PSITEC (Lille 3), INTERPSY (Lorraine), PARAGRAPH (Paris 8). Ce projet de développement expérimental consiste à concevoir des progressions (curriculum) pour le cours préparatoire (première primaire) et le CE1 (deuxième primaire), en arithmétique. Nous implémentons (une première année) puis itérons (une deuxième année) ces progressions in situ dans les classes. Nous en testons l'efficacité à l'aide d'un dispositif quasi-expérimental (prétest et posttest pour classes expérimentales et classes témoins, de 60 à 120 classes pour chaque groupe).

8 et gêne le développement des activités de démonstration dans les classes élémentaires. Il est semblable dans tous les pays où la géométrie a une place importante dans les formations secondaires et son origine tient à ce que longtemps, l'enseignement des mathématiques a été fait par les professeurs de philosophie, comme propédeutique à cette discipline : dans une telle fonction qui vient de Platon, la géométrie et la démonstration sont centrales ; il semble qu'il soit temps de faire évoluer cette situation qui place certaines activités mathématiques hors de portée de l'ensemble des citoyens<sup>51</sup>.

Ces phénomènes relèvent de ce qu'on appelle *la transposition didactique*, ils sont déterminants pour la qualité de l'enseignement car *les choix de transposition doivent être en accord avec les rapports sociaux aux connaissances enseignées* : les élèves et leur famille doivent comprendre dès le début ce qui leur est enseigné. Ainsi quand l'enseignement des mathématiques faisait partie des « humanités » et qu'il est assuré par des professeurs de philosophie, la géométrie et les raisonnements euclidiens étaient premiers, et l'arithmétique était pratique, ce qui n'est plus le cas aujourd'hui. La géométrie actuellement enseignée parle donc plutôt des formes des objets, de l'espace occupé par les objets de toute taille, et parfois mais très rarement, de l'espace dans lequel sont situés les dits objets.

### **Principe 1.5**

***Le professeur organise une progression telle que, (en pratique, mais il peut l'affirmer aux élèves) rien ne soit demandé aux élèves qui n'ait pas été enseigné***

C'est ce qui rend le professeur légitime à poser aux élèves des questions qu'ils ne savent pas traiter : il peut les renvoyer à leur manière d'étudier ce qu'il leur avait dit (Mercier, 1995) (Fluckiger & Mercier, 2002) et leur faire reproche de « ne pas avoir bien étudié » ou travaillé. Mais la progression réelle n'est pas la progression déclarée, car les chemins du progrès des apprentissages doivent être étudiés du point de vue d'un élève (le curriculum réel), et on montre que la mémoire des élèves est retravaillée par le professeur, (Matheron, 2009). C'est l'organisation rigide de la progression oblige le professeur à affirmer que toute connaissance utile aux élèves leur a été enseignée, à former à chaque instant une mémoire fictive de l'étude : des réorganisations de ce dont un élève doit se souvenir, dans la classe, et à produire des oublis de connaissances antérieures que la progression a reprise (Matheron & Salin, 2002). Si le professeur ne le peut pas, c'est l'enseignement même qui se trouve en difficulté. De ce fait on trouve des élèves qui « se dépêchent d'oublier la leçon antérieure pour apprendre la suivante » et ne sont plus maîtres de leur mémoire (Sensevy, 1996).

### **Organisation des curriculums et spécificités culturelles**

(Chambris, 2008) montre qu'il a existé différentes approches de la numération dans les manuels français au cours du XX<sup>ème</sup> siècle, ce qui se traduit aujourd'hui par des pratiques assez hétérogènes dans les classes, et par une progression parfois erratique. Cet auteur pointe en particulier, depuis une trentaine d'années, la disparition des conversions entre unités (comme convertir 3 milliers en centaines ou convertir 30 centaines en milliers), alors que (Tempier 2012) montre en outre que ces conversions sont essentielles dans le travail sur l'aspect décimal de la numération. Comme l'expérience des nombres mesurant la grandeur d'une collection fait défaut depuis les contre réformes des années 1980-2000, l'expérience des nombres comme

---

<sup>51</sup> Ce phénomène s'affaiblit mais par comparaison, reste vrai dans la culture pédagogique française à l'opposé de ce qui se passe dans le monde anglo-saxon pour les mathématiques scolaires. Cela peut d'ailleurs être une des causes des mauvais résultats français aux études internationales, lesquelles ne mettent jamais en jeu la démonstration.

mesures de la grandeur des objets puis, des techniques physiques de mesure comme moyen de définir des grandeurs manque cruellement à l'enseignement actuel des mathématiques en France. Nous exprimons cela comme l'effet d'un phénomène général, par l'énoncé suivant :

### Principe 1.6

***Ce qui est enseigné désigne ce qui doit être appris et le détermine, dans la mesure où ce qui doit être appris trouve (à l'école ou à l'extérieur) des conditions pour être étudié.***

Mais il semble que cette expérience manque tout autant pour d'autres motifs en Afrique : par exemple, parce que les techniques quotidiennes de mesure ne font pas appel efficacement au système métrique, soit que les instruments de mesurage ne sont pas disponibles<sup>52</sup>, soit que les pratiques de marchandage des échanges conduisent les transactants à ne pas tenir compte des résultats des mesures<sup>53</sup>. Ces questions sont étudiées avec beaucoup de soin par les ethnomathématiciens comme (Lave, 1988) ; (Lave, 1991) ; (Lave & Wenger, 1991). Nous ne ferons ici que les évoquer pour signaler une voie de travail développée, et prometteuse pour une évolution de l'enseignement des mathématiques. On peut ainsi référer à (Gerdes, 1997), (Kanouté, Duong, & Charrette, 2010), (Rowlands & Carson, 2002). Pour un site Africain sur cette question (parmi d'autres), RADISMA (Revue Africaine de Didactique des Sciences et des MATHématiques) <http://www.radisma.info/>. Nous y reviendrons lorsque nous présenterons, dans la dernière partie de ce rapport, des travaux actuels de recherche sur des innovations spécifiées par les contextes sociaux.

L'accord des didacticiens est unanime sur les phénomènes de disparition de l'enseignement des pratiques du mesurage des grandeurs après les réformes modernistes et les contre réformes de la fin du siècle dernier. La plupart affirment que ces problèmes rendent compte sans doute des piètres résultats des élèves des pays francophones aux évaluations de type PISA ; mais *la preuve des difficultés qu'ils produisent* n'a pas été faite directement : elle *vient de l'accumulation des travaux doctoraux qui chacun ont montré une partie du problème et de ses effets sur l'enseignement* aux niveaux secondaires, puis sont remontés jusqu'aux niveaux premiers. Ainsi, depuis (N. Brousseau & Brousseau, 1992), (Brousseau & others, 2000), (Brousseau, 2002), jusqu'à (Anwandter-Cuellar, 2012), des travaux provenant de nombreux laboratoires sont réalisés et publiés continuellement, sans réussir à changer les contenus de l'enseignement en France. Nous espérons pouvoir y revenir quand nous étudierons les cas spécifiques de pays où n'a pas eu lieu comme en France la « réforme moderniste des années 1970 », car les problèmes de l'enseignement et ceux de la formation ne sont pas semblables dans les deux cas de figure. Tempier écrit notamment, reprenant Chambris, que

*« la définition itérative des ordres de grandeur est adaptée à la progression de l'enseignement de la numération à l'école primaire où sont d'abord étudiés les nombres à un et deux chiffres au CP, puis à trois chiffres au CE1, entre mille et un*

---

<sup>52</sup> La mesure des grains en volume suppose des systèmes d'instruments spécifiques pour chaque type de grains et donc des contenants normés permettant les manipulations : il y faut un état fort et fortement centralisé, tel que la France l'a mis en place après la Révolution et durant le siècle qui a suivi, mais ce n'est semble-t-il qu'après que l'école fut devenue obligatoire que ces systèmes enseignés à tous et fondant le corps des problèmes du « certificat d'études primaires » sont devenus les normes dans les échanges sur tous les marchés.

<sup>53</sup> Les travaux en ethnomathématiques montrent cela de manière éclairante. Voir son « inventeur » : (D'Ambrosio, 2001). Mais pour l'Afrique voir les travaux reconnus : (Nunes, Schliemann, & Carraher, 1993), (Gerdes, 1995). Ou des travaux récents sur un site Africain, RADISMA (Revue Africaine de Didactique des Sciences et des MATHématiques) <http://www.radisma.info/>. Pour un site Canadien (Québécois) d'informations scientifiques et administratives, <http://africa-and-science.com/>.

*million au CE2, etc. Ainsi la description, en mettant en évidence les savoirs nouveaux à chaque pas de la construction, permet d'identifier clairement les savoirs anciens sur lesquels on pourra s'appuyer ainsi que les savoirs nouveaux pour chaque niveau d'enseignement. Cela est, nous semble-t-il, une propriété essentielle d'une théorie mathématique destinée à l'enseignement. Mais ce n'est pas le cas des descriptions de la numération ayant servi à la transposition didactique de ce savoir à partir de la réforme des mathématiques modernes. ».*

Chambris explique qu'à partir de ce moment, dans les années 1970 en France, un point d'appui théorique au travail sur la numération est le fait que « l'écriture chiffrée d'un nombre est la suite des coefficients dans la décomposition polynomiale d'un entier dans une base ». Dans cette approche « moderne », l'écriture d'un nombre en base  $b$  quelconque ( $b$  entier supérieur ou égal à 2) est définie à partir d'une écriture algébrique correspondant à la décomposition polynomiale selon les puissances de la base, et on prouve l'existence et l'unicité de cette écriture. C'est une définition valable pour tous les nombres, quelle que soit leur taille. Or, dans les manuels des réformes suivantes on perd cette explication, mais on ne revient pas à l'organisation ancienne, explique Tempier. Alors, il ne reste plus aux professeurs qu'à développer un enseignement sous forme de « drills » c'est-à-dire d'exercices formels d'entraînement à « faire ce qu'il faut faire ».

Cela renvoie au principe 4 (cf. infra) qui affirme que *ce qui s'enseigne détermine ce qui peut être appris*, et à son corollaire 4.1, *ce qui n'est pas enseigné risque fort de ne jamais être appris*, car le professeur ne peut y faire appel lorsqu'il en aura besoin et les élèves devront l'apprendre par eux-mêmes, à l'occasion, s'ils en ressentent la nécessité et si à ce moment là ils en trouvent les moyens à l'extérieur de l'école...

### **La question de la langue d'enseignement**

Une tendance se fait jour dans les pays de l'espace subsaharien comme dans d'autres régions, en particulier en Europe, pour promouvoir l'enseignement en langues maternelles pour, justement, les premières années de la scolarité. En Suisse par exemple, les élèves sont enseignés dans la langue de leur canton et apprennent deux autres langues nationales ; en Belgique la situation est plus simple avec seulement deux langues, mais plus dure dans leur lutte territoriale. La Catalogne ou le Pays basque en Espagne ont avancé en direction d'un enseignement élémentaire en langue régionale. Mais le phénomène n'est pas tout à fait semblable au Maghreb, où l'enseignement se fait dorénavant en arabe même dans les régions où la langue locale est le berbère ou le Kabyle, et il semble que les difficultés viennent lorsque la langue d'enseignement n'est ni la langue vernaculaire ni la langue universitaire. Alors en effet les professeurs ne peuvent pas aisément profiter de leurs connaissances apprises dans la langue universitaire pour travailler avec les jeunes élèves, et les familles ne peuvent pas aisément accéder aux questions mises à l'étude par l'école.

Et cela vaut spécialement pour les mathématiques, d'abord parce que les premières connaissances numériques se font autour des pratiques familiales qui sont disqualifiées lorsque la langue d'enseignement n'est pas vernaculaire, ensuite parce que dans les pratiques mathématiques initiales c'est la langue qui porte les connaissances par lesquelles sont contrôlées les actions mathématiques (Silvy, Delcroix, & Mercier, 2013). Faute de ce contrôle, les actions de calcul deviennent formelles : elles perdent leur sens intuitif, l'apprentissage ne

peut plus s'appuyer sur la connaissance expérimentale du monde quotidien<sup>54</sup>. La question est en débat (cf. EMF2009 – Dakar – Groupe de travail n°4).

*Au Cameroun, les élèves dont la langue d'instruction est le kom, la langue locale, surpassaient nettement en lecture et en compréhension les élèves effectuant leur apprentissage uniquement en anglais. Les enfants instruits en kom réussissaient aussi deux fois mieux aux tests de mathématiques à la fin de la 3<sup>e</sup> année.»  
Rapport UNESCO 2014 - EPT*

Mais le kom n'est pas la langue officielle du Cameroun, c'est la langue des 300 000 Koms, et même s'il existe un guide orthographique, l'étude du kom et l'étude en langue kom ne peuvent être poursuivies jusqu'au Lycée ou à l'université. Certaines des expériences menées semblent donc avoir été positives, mais les obstacles semblent à la fois de nature politique, et de nature épistémologique<sup>55</sup>. Ainsi, au Pays Basque, lorsqu'il a été question d'enseigner en basque, une « académie » a été mise en place pour définir les normes langagières à respecter dans la langue devenue officielle, qui n'était donc plus l'une des quatre variantes véhiculaires parlées dans les quatre régions du pays. Et la question du passage à un enseignement universitaire dans une langue de plus vaste extension ou à une langue véhiculaire scientifique s'est posée, comme elle se pose en Algérie, au Liban, et ailleurs dans le monde francophone. Quoi qu'il en soit, on ne peut pas faire l'impasse que sur le fait que pour une partie des élèves enquêtés par les études PASEC, la première initiation à la langue française coïncide avec les premiers enseignements de mathématiques, alors que le français n'est pas la langue de communication ni dans leur famille ni dans leur environnement social et qu'il ne le sera pas tant que la scolarisation en dixième année ne sera pas universelle (le niveau qui garantit une certaine permanence sociale des acquis de l'acculturation scolaire). Sur ces questions, qui n'ont pas été clairement évaluées, la prudence est donc de mise.

## Principe 2

### *Le professeur enseigne à un collectif d'individus qui étudie en groupe institué*

Ainsi les membres du collectif (les élèves) peuvent *partager* leurs ignorances comme leurs connaissances, *interpréter* les actes des autres élèves comme des effets de ces ignorances ou connaissances, *s'assurer* de ce que leur rapport aux choses et leurs actions sont interprétables par les autres élèves ou le professeur. Ils forment un collectif de pensée et d'action au sens de (Fleck, 1981), (Bernié, 2002). Et les membres du collectif peuvent aussi observer chez les autres ou éprouver par eux-mêmes le pouvoir d'agir que la connaissance partagée donne. C'est un moyen important de transformer une partie de leurs connaissances en techniques reconnues dont ils peuvent *décider a priori de l'emploi* pertinent : ce sont pour eux *des compétences*. On comprend alors une propriété importante de ce qu'on cherche en proposant d'enseigner des compétences plutôt que des savoirs ou des connaissances : les compétences se montrent dans

---

<sup>54</sup> Voir par exemple l'introduction de (Lebesgue, 1935) sur la mesure des grandeurs, et la réponse apportée à la question « quand est-ce que l'arithmétique s'applique ? » : la réponse est que l'arithmétique rend compte d'une connaissance que l'on peut expérimenter et que chacun a réalisé ces expériences : une eau ajoutée à une eau ne font pas deux eaux ! (Il faut donc, dans le temps de leur réunion, la conservation des objets qui sont comptés et ajoutés, mais cela va sans devoir être dit : deux chats et deux souris mis ensemble ne font pas longtemps quatre animaux).

<sup>55</sup> La question vaut pas exemple aux Antilles françaises et on peut référer à (Alby, Anciaux, Delcroix, & others, 2011), (Prudent, 1981), (Hickel, 2008), et surtout (Tupin, 1996), (Prudent, Tupin, & Wharton, 2005).

l'action technique, et elles démontrent « la maîtrise » de « qui s'y connaît en pratique ». Elles ont donc une valence sémiotique, au delà de leur valence instrumentale. C'est un des éléments essentiels de l'enseignement en groupe : les élèves ou étudiant(e)s peuvent en principe voir comment chacun(e) des autres est changé par les compétences nouvelles qu'il (ou elle) acquiert, et imaginer ce que lui(elle)-même devient. L'apprentissage « sur le tas » d'un travail a ces mêmes propriétés : en travaillant à la forge on devient forgeron, etc. Mais à l'école élémentaire, on ne devient professionnel d'aucun métier, on devient *un citoyen capable de maîtriser certaines situations sociales en devenant compétent sur les techniques portées par les savoirs les plus génériques* : la lecture l'écriture et le calcul bien sûr. Encore faut-il que l'école montre la généralité des dites techniques et démontre au groupe des élèves/étudiants leur efficacité dans les situations sociales visées. Nous interrogerons les manières pédagogiques et les contenus curriculaires à cette mesure là.

### **Principe 2.1**

***Le rapport des élèves au savoir enseigné ne peut être séparé des connaissances venues de la situation d'enseignement qui a rendu ce savoir nécessaire.***

Selon l'organisation effective de l'étude (les pratiques pédagogiques), le groupe peut être constitué d'une collection d'élèves soumis chacun à l'autorité d'un maître qui s'adresse à tous ensemble, tous répondant en chœur longtemps avant qu'une performance personnelle ne soit exigée, ou d'un collectif de pensée qui explore une question sous l'impulsion d'un directeur d'études. Le savoir est alors une propriété du maître autorisé à le transmettre, les élèves ne peuvent que le répéter, ils n'imagineraient pas le produire.

On sait que ces *conditions pédagogiques* pèsent sur le rapport des élèves aux savoirs enseignés comme sur celui de leur professeur. Ils pèsent en effet sur ce que c'est que « savoir » et sur la manière d'évaluer les connaissances, c'est-à-dire sur les performances qui attestent des compétences : de très nombreuses recherches ont tenté de rendre compte de la manière dont ce poids se fait sentir et les didacticiens ont exploré comment il est possible de se libérer de cette contrainte (Brousseau & Balacheff, 1998).

### **Les manières pédagogiques et leur spécification selon les publics enseignés**

Nous situerons ici une question difficile, parce qu'elle touche à un sujet particulièrement sensible de l'organisation des systèmes scolaires : les effets des dispositifs de discrimination positive, supposés soutenir la scolarisation dans les cas difficiles. Dans tous les pays qui disposent d'un tel dispositif attribuant des moyens supplémentaires dans les écoles des « Zones difficiles », on constate que les résultats sont particulièrement faibles Est-ce la cause ou la conséquence de ces dispositifs ?<sup>56</sup> Nous pouvons émettre quatre hypothèses sur un phénomène que, à ce stade, nous ne pouvons pas situer dans une des théories explicatives du fonctionnement d'un système d'enseignement.

- La première hypothèse est externe : il est possible que l'organisation « moderne » de l'habitat urbain soit fortement ségrégative et regroupe dans des ensembles de plusieurs centaines de familles des populations sociologiquement et culturellement proches, ce

---

<sup>56</sup> C'est dans les zones où les résultats sont faibles que l'on crée de tels dispositifs. Nous n'avons pas trouvé d'études solides qui montrent sûrement qu'à niveau égal les élèves faibles progressent mieux s'ils ne bénéficient pas d'une structure ZEP, mais nous connaissons des études montrant que les dispositifs d'aide spécialisée aux élèves faibles qui les séparent de leurs condisciples les font moins progresser que leur participation à la classe (R. Noirfalise & Matheron, 2002).

qui crée des « zones » ou plutôt des territoires qu'il est de plus en plus difficile de scolariser.

- La deuxième hypothèse est elle aussi externe : il est possible que le classement d'une école produise un effet répulsif auprès des élèves dont les familles portent un investissement fort sur l'école et donc une ségrégation contre productive des élèves en difficulté sociale.
- La troisième hypothèse est interne : il est possible que les professeurs s'adressant à des élèves qu'ils savent par avance faibles devant les demandes scolaires renoncent spontanément à la plupart des exigences qu'ils portent dans d'autres conditions, ce qui fait qu'ils n'enseignent plus ce qui devrait être enseigné.
- Les professeurs pour leur part, et c'est la quatrième hypothèse, affirment qu'ils ne peuvent pas porter devant ces élèves les exigences disciplinaires ordinaires, en raison des carences des élèves qui leur sont attribués, et qu'il est inique d'évaluer leurs performances et celles de leurs élèves à l'aune des tests ordinaires.

Comme tous ces phénomènes peuvent se nourrir l'un des autres, la situation est quasi inextricable. Nous tenterons donc de montrer des éléments d'analyse et des voies de sortie possibles, et d'en évaluer le coût d'organisation et de maintien : car en matière d'enseignement ce qui est fait une année avec les élèves d'une cohorte doit être fait aussi chacune des années suivantes avec les cohortes suivantes. Rien n'est jamais « gagné » avant la fin de scolarité heureuse d'une cohorte et ce n'est jamais gagné alors que pour cette cohorte là. il faut donc au moins la persévérance d'une génération pour qu'un changement devienne durable par la production de professeurs ayant vécu leur scolarité dans la situation nouvelle.

## **Principe 2.2**

***Le rapport des élèves au savoir enseigné ne peut être séparé de leur expérience des situations d'évaluation de leurs apprentissages, elles leur montrent souvent pour la première fois le pouvoir d'agir que le savoir leur procure.***

Ainsi, en apprenant *en chœur*, on apprend à *restituer* collectivement un texte (un chant), et tel quel ce savoir n'a pas d'autre usage que cette restitution : c'est pertinent pour *un texte qui doit être prononcé* par un collectif, et qui vaut par cette énonciation. On observe que dans l'enseignement en chœur, certains enfants se satisfont de répondre en chœur pour éviter d'avoir à apprendre eux-mêmes, et savoir par cœur. Ils pensent alors qu'ils sauront « tout naturellement, en grandissant » comme cela a été le cas pour la marche ou la parole. L'idée que les apprentissages relèvent du développement naturel et spontané et que l'intervention du maître relève donc du dressage justifie les pédagogies premières.

Cela peut encore sembler utile pour les résultats des produits élémentaires organisés en tables ou livrets, qu'une classe peut rapidement réciter à l'unisson, les répertoires de résultats. Mais n'est pas un procédé performant pour enseigner l'usage de ces résultats dans l'exécution des opérations arithmétiques. L'apprentissage *par cœur* signifie que *apprendre c'est mémoriser* ce qui n'est pas incompatible avec le pouvoir de restituer lorsque les connaissances sont des textes ; mais déjà lorsque la restitution est personnelle, l'exercice d'évaluation ne correspond pas à l'exercice d'apprentissage en chœur.

Aujourd'hui en France, les techniques d'enseignement en chœur pour des connaissances qui doivent restituées par cœur ne vivent plus en mathématiques que dans les toutes premières années de l'école maternelle, avec par exemple l'enseignement de la liste des nombres

indépendamment de son usage : les élèves de petite section de maternelle (3 à 4 ans) peuvent réciter la comptine jusqu'à 20, ce qui était une performance attendue des élèves de CP (6 ans) après trois mois d'enseignement, il y a trente ans. Mais cela a des effets délétères à partir du CE2, effets que dénonce Brissiaud et dont nous reparlerons dans la réponse à la question suivante. Ces techniques traditionnelles dans l'école du siècle dernier vivent encore là où l'enseignant s'adresse à de grands groupes d'élèves (parfois plus de 50) comme par exemple dans les pays où l'on manque d'enseignants, mais on les observe aussi ailleurs, soit que les professeurs soient peu formés aux pédagogies dites modernes, soit que les rapports aux jeunes enfants soient marqués par l'autorité incontestée des anciens et des savants qui engage l'enseignant à jouer dans ce registre.

Sortir de ce rapport premier aux mathématiques et aux enfants, qui s'observe avec les stratégies d'enseignement oral par répétition, est difficile. Cela suppose à la fois que les professeurs pensent que *les mathématiques sont une invention dont on peut explorer les propriétés en revenant aux problèmes que cette invention résout*, et que les enfants peuvent, dès l'âge de leur première scolarisation (3 ans en préscolaire ou 6 ans en scolaire), entrer dans des raisonnements en explorant les problèmes fondateurs de la discipline. Ce sont, dans le cas des mathématiques, les questions liées des *grandeurs* et des *espaces* qu'il s'agit de nommer, d'évaluer, d'organiser, puis de mesurer.

*Nous chercherons à savoir si les pédagogies de l'apprentissage en chœur et de la restitution par cœur fondent l'enseignement des mathématiques, dans quelles cultures et pays, pour quels publics, et à évaluer leur efficacité.* Pour cela, faute de travaux explicites sur les questions posées, nous tenterons de croiser les informations relatives au système d'enseignement et les observations que nous appellerons cliniques, dans quelques classes.

### Principe 3

#### ***Les manières d'organiser l'étude déterminent les types de savoir qu'il est possible d'apprendre***

Nous savons les limites des pédagogies premières, qui apparaissent comme spontanées dans les cultures occidentales, parce que nous connaissons les améliorations qui leur ont été données dans les classes où l'on recherche l'efficacité maximale depuis de nombreuses années. En effet, les leçons d'autorité (qui relèvent de ce que l'on appelle « la pédagogie explicite ») figurent dans les meilleures classes des Lycées et des Écoles d'élite, ainsi que dans les préparations aux concours. Mais leur enjeu est seulement de *présenter la matière de l'étude*. L'étude elle-même est organisée par un ensemble d'autres gestes d'enseignement, en d'autres temps et d'autres lieux. On y étudie après l'école la matière que le professeur a présentée, et de ce fait, les élèves savent bien plus que ce que le seul discours du professeur permet d'apprendre (Mario, 2012). C'est apparemment ce qui fait aussi la réussite sensiblement meilleure des enfants qui reçoivent une aide familiale, et le faible effet de l'aide apportée par les professeurs eux-mêmes (Bautier, 2006), (Bautier, Rayou, & others, 2009). Cela dit, il y a fort peu d'études sur les formes et les contenus de ce qu'est l'aide familiale. Certains semblent penser qu'elle est aide à l'exécution des exercices, mais les travaux sociologiques montrent que cette aide est liée au capital social de la famille. Les structures d'aide aux devoirs qui ont été mises en place dans les ZEP par des associations militantes et des professeurs semblent de peu d'efficacité, sans doute parce qu'elle ne font pas accéder aux bénéfices d'un capital culturel qui suppose un type de rapport aux savoirs et au pouvoir d'agir que donnent les savoirs qui reste à déterminer. Mais dans cette voie, il existe une approche particulièrement intéressante, c'est celle de (Lahire, 2008), qui se



développe depuis trente ans (Lahire, 1993), (Lahire, 1995), (Lahire, 2000), (Lahire, 2001), avec la direction d'un grand nombre de travaux doctoraux en sociologie et porte, quant aux questions scolaires, sur ce qu'il appelle « la raison écrite ». Ces travaux ne sont pas conduits d'un point de vue didactique mais leurs résultats rencontrent ceux des didacticiens qui tiennent un point de vue anthropologique (Lahire & Johsua, 1999) (Alain Mercier, Sensevy, & Maria-Luisa Schubauer-Leoni, 2000).

Mais, déjà dans les systèmes traditionnels comme l'école élémentaire française au début du siècle dernier, les élèves ne suivent pas seulement des Leçons, ils doivent étudier ces leçons et montrer leurs connaissances en traitant des Exercices. *L'exercice* réalisé comme geste personnel d'étude permet en effet d'éprouver l'efficacité d'une technique à maîtriser, en exécutant des tâches partielles, relevant en principe de la technique visée. Ainsi, l'exercice d'application de la leçon ouvre l'espace didactique en permettant l'évaluation du pouvoir d'agir que le savoir est supposé porter, plutôt que le pouvoir dire que met en avant la restitution dans les pédagogies orales. Les listes d'exercices à accomplir permettent de mesurer le travail d'étude effectué par les élèves, et de juger de sa qualité en vérifiant que ces exercices sont réussis. Mais donner des exercices suppose que la tâche visée soit décomposée en éléments qui ont du sens, et cela ne va pas plus de soi dans les écoles de football que dans les conservatoires ou les écoles élémentaires : la constitution de corpus d'exercices pertinents et consistants est un problème difficile et on peut observer qu'il faut des années avant que ces corpus ne se stabilisent, et beaucoup d'imagination pour les renouveler (Esmenjaud-Genestoux, 2000), (Esmenjaud-Genestoux, 2005).

Cependant, la question des automatismes à acquérir et celle des répertoires de résultats utiles aux pratiques expertes sont elles aussi des questions difficiles, que la réforme dite « des compétences » ne permet hélas pas de traiter faute d'un travail épistémologique conduisant à décrire ce dont une compétence est faite et quels sont les savoirs qui y sont mobilisés. Automatismes et répertoires sont spontanément enseignés par *l'exercice formel et la répétition* (qui peuvent aussi être organisés selon une progression <http://www.lacourseauxnombres.com/>). Or, ces techniques font souvent perdre le sens des questions qu'en principe automatismes et répertoires de résultats devraient aider à traiter en libérant de la mémoire de travail. Cette question est rarement délicate dans les classes d'excellence, lorsque les élèves connaissent l'enjeu de l'enseignement et sont sélectionnés selon leur réussite (conservatoires, écoles de football et entraînements sportifs, etc.) mais les élèves ne sont pas tous prêts à s'engager dans l'étude technique que ce que les exercices proposent, et seuls les élèves qui s'intéressent aux bénéfices à long terme de l'exercice en tirent avantage. L'association *cours/exercices/étude personnelle* est donc un ensemble efficace tant que l'on ne pense pas que l'école doit former tous les enfants d'une classe d'âge mais seulement ceux qui pourront investir dans ses enseignements en étudiant par eux-mêmes.

L'école démocratique a donc dû évoluer en trouvant d'autres techniques pédagogiques, car l'étude personnelle suppose que les élèves puissent avoir une organisation personnelle de leur travail *écrit*. Au point que l'on peut demander si dans les écoles traditionnelles l'organisation de temps importants d'étude après la classe (au moins aussi longs que les temps d'enseignement) n'avait pas la fonction de faire toute sa place à l'écrit, sachant que l'écriture ralentit tellement le temps d'une activité qu'il est quasi impossible de la demander durant le temps scolaire (Manesse & Grellet, 1991), (Renard, 2007). Nous reviendrons sur cette question plus loin, car elle nous semble centrale dans certains phénomènes que nous observons au travers des évaluations PASEC : la faible efficacité de certaines écoles pourrait être liée à une difficulté plus grande de trouver des temps pour une activité écrite, et c'est manifestement le cas en France dans les ZEP (Bautier, Chatel, Peyronie, Rochex, & Vergnoux, 1999), (Ngonu,

2003) et bien sûr (Lahire, 2008), déjà cité ou encore (Mingat, 1991) et les travaux de l'IREDU-CNRS sur ces questions. Nous trouvons en effet des éléments sur ce point (Rapport PASEC RDC, p. 26) : la majorité des élèves ont rencontré leur premier cahier à l'occasion de la passation du test. Mais dans ce cas, c'est pour des raisons financières : les cahiers sont hors de prix.

*Le français est étudié comme langue étrangère dans les classes préparatoires et ne devient langue d'enseignement qu'à partir de la troisième année.*

*En marge de cet aspect, il a été notifié le caractère inhabituel des tests écrits pour la deuxième année, la majorité des élèves de ce niveau en République Démocratique du Congo n'ayant eu leur premier contact avec des cahiers d'élèves qu'à l'occasion de ces tests.../... Les performances des élèves de 2e année sont moyennes (au regard du contexte de l'enseignement en deuxième année en République Démocratique du Congo) même s'ils excèdent la référence théorique de 40 items sur 1003.*

Nous citerons enfin la note 89 du service de veille scientifique de l'IFE<sup>57</sup> sur les rapports entre la recherche et l'action des professeurs, qui fait le point sur les conditions d'une recherche utile à la formation et à l'action :

*En matière de relations entre recherches et pratiques, la problématique du transfert, souvent spontanément utilisée, est donc réductrice. Elle évoque irrésistiblement la version la plus mécaniste de la transmission des savoirs, des sommets purs de la production universitaire vers les vallées obscures de la pratique éducative. Elle induit la plupart du temps un savoir objectif, externe aux contingences de l'action, qui ne saurait qu'être altéré ou souillé par son appropriation par les acteurs et, en aucun cas, transformé en retour dans un processus d'enrichissement.*

*Il faudrait au contraire penser à une recherche utile pour les praticiens comme une forme de savoir spécialisé qui a été créé dans cet objectif, non comme un produit indifféremment fabriqué n'importe où et pouvant être disséminé et appliqué par de quelconques « utilisateurs » de la recherche, mais à travers un processus qui est collaboratif, réflexif et discursif et ménage une place pour différentes formes d'expertise (Saunders, 2007).*

*En réfléchissant sur ce qu'on appelle « l'effet enseignant », un certain nombre de chercheurs ont exploré les conditions d'un enseignement « efficace » à partir des études existantes sur le sujet (Maulini et al., 2012). À partir de l'exemple de la formation initiale des enseignants de primaire à l'université de Genève, ils ont mis en évidence que l'enjeu est moins d'imposer des procédures idéales et standardisées aux praticiens que de produire une zone de questionnement partagée entre la pratique et la recherche. Tout se passe en effet comme si les convictions des futurs enseignants semblaient forgées à la fois de l'extérieur, par les résultats et les incitations en provenance de la recherche en éducation, et de l'intérieur, par les expériences qu'ils ont pu vivre sur le terrain comme élève ou comme étudiant.*

***Le rôle crucial des espaces d'intéressement réciproque et des intermédiaires entre recherches et praticiens***

---

<sup>57</sup> <http://ife.ens-lyon.fr/vst/DA/detailsDossier.php?parent=accueil&dossier=89&lang=fr>

*Selon (Levin, 2013), trois contextes de mobilisation des connaissances doivent par conséquent être envisagés, contextes qui se chevauchent, sachant que certains acteurs ou groupes opèrent dans plusieurs d'entre eux simultanément :*

- le contexte de production des recherches (principalement dans les universités) ;*
- le contexte d'usage (au sein du système scolaire par exemple) ;*
- le contexte de médiation (think tanks, groupes de pression, médias, associations professionnelles et entrepreneurs divers en éducation).*

*L'élément nouveau est ici le contexte de médiation, sachant que le fait que des enseignants soient intéressés par des travaux de recherche et en fassent usage dépend largement plus des conditions organisationnelles et de leurs relations sociales que de leurs dispositions individuelles.*

Sur ces questions, nous avons personnellement travaillé naguère (Mercier, Rouchier, & Lemoyne, 2001) afin de montrer que le mouvement pour transformer les pratiques d'enseignement et en développer l'efficacité devait venir des pratiques et de l'organisation de leur développement collectif et raisonné plutôt que de l'application de résultats de recherche, seraient-ils objectifs et validés. En conclusion de cette première partie de notre rapport, nous signalerons que nous avons énoncé les quatre principes qui guideront la suite de notre enquête et de notre rapport. Cependant, lorsque nous aurons besoin d'en déduire quelque conséquence précise nous les rappellerons, et nous donnerons leurs conséquences locales sous la forme de principes de rang inférieur.

### 1.3 Quelles sont les preuves pour des changements spécifiques ?

Les pédagogies récentes ont tenté de proposer le *jeu*, qui engage en principe à l'exercice libre des facultés des étudiants. Dans un environnement libre le jeu accompagne le développement, mais dans un environnement socialement organisé il accompagne une acculturation. Mais le jeu ne suffit pas à remplacer l'exercice, parce que ce dernier désigne explicitement les enjeux du travail d'étude et donc la réussite, qui en signe la fin. C'est parce que le professeur organise une suite de jeux dont il connaît les enjeux (qui sont les stratégies gagnantes de ces jeux) qu'il peut ainsi enseigner : c'est si difficile que l'on ne peut, en l'état, prétendre organiser ainsi tout un enseignement pour tous les professeurs de tout un pays. (Brousseau 1983) a travaillé trente ans durant sur ces questions, et nous disposons d'une synthèse (Brousseau & Balacheff, 1998) et d'un texte qui rend compte de ce que l'auteur considère avoir appris de son travail personnel comme des travaux doctoraux qu'il a dirigés (Brousseau, 2004). Mais il n'a pas cherché une transformation largement répandue des pratiques existantes, se centrant plutôt sur l'étude des conditions de réussite d'une *pédagogie du jeu* dans une école fonctionnant comme un laboratoire d'expérimentation « en vraie grandeur ». On peut bien sûr dire que la taille minimale des expérimentations sur l'enseignement est une école. Mais les preuves que Brousseau et les chercheurs de son équipe ont produites ne relèvent pas de l'administration de l'évidence, même si elles viennent de travaux infiniment plus proches de la réalité des élèves et des professeurs français « ordinaires » ou « moyens » que les travaux de psychologie ou de cognitive conduits en laboratoire. Car les techniques d'enseignement qui formaient les compétences des professeurs de cette école après quelques années de travail collaboratif avec une équipe de chercheurs n'étaient plus celles d'un professeur ordinaire, aurait-il(elle) été bien formé(e). Brousseau lui-même n'a jamais prétendu prouver autre chose que la possibilité d'améliorer l'enseignement des mathématiques en créant les conditions locales de cette amélioration, sans dire comment la généraliser.

Cependant, bien que sur une échelle de 1000 les réussites des élèves varient de 200 à 800 environ, les niveaux des divers pays varient de 350 à 600, par l'effet de lissage bien connu lorsque l'on calcule des moyennes les enquêtes internationales larges comme TIMSS montrent très bien que si l'on normalise chaque distribution nationale avec une moyenne à 0 et un écart-type ramené à un maximum de 100, *les variations de la réussite* entre domaines d'enseignement sont bien plus importantes que les variations entre élèves pour un domaine donné, ce qui prouverait que cette variabilité là appartient aux systèmes d'enseignement et aux cultures. C'est semble-t-il ce que montrent les tableaux TIMSS 2003, pages 109 à 114. Le phénomène est observable entre les 5 secteurs mathématiques du niveau 4 (nombres, schémas et relations, mesures, géométrie, traitement de données). Ainsi le traitement des données est (relativement) très présent en Indiana ou en Australie (+20), tandis que cette question semble (relativement aux autres) mal traitée en Iran (-40) ou en Arménie (-30), et ce n'est qu'aux Philippines ou presque que l'on voit des écarts de réussite très importants entre élèves, pour un même secteur. Cela renforcerait notre interprétation selon laquelle le problème de la réussite des apprentissages ne relève pas de la cognition mais bien de ce qu'il se passe dans la société, les écoles, les classes, et que ce qu'il se passe dans les classes dépend des demandes de la société. Les facteurs de changement sont donc sans doute à penser dans cet ordre là.

## Changer les conditions et les enjeux de l'action dans les zones où il est difficile d'enseigner

Les écarts de réussite les plus criants entre élèves sont, comme cela a été identifié il y a maintenant bien longtemps en sociologie et comme cela se retrouve dans les études PASEC, liés à un facteur principal : le capital social des familles des élèves, qui se décompose en capital financier et capital culturel. (Lahire, 2008) a montré que le lien entre les deux et la réussite scolaire était relatif à l'existence de *pratiques d'écriture* dans l'environnement familial des élèves, ces pratiques étant d'abord des pratiques d'anticipation et de calcul stratégique, bien plutôt que des pratiques de type littéraire. Bautier (citée par ailleurs) et ses collaborateurs ont longuement travaillé sur ces questions dans le cadre de l'enseignement du français mais aussi des mathématiques, depuis les études initiales de (Bautier & Robert, 1987) jusqu'à nos jours.

Nous avons discuté plus haut des politiques de discrimination positive et de leurs effets, qui ne sont pas prouvés bénéfiques. Cette question relève sans doute en partie de phénomènes de régression spontanée vers des pédagogies premières (Butlen & Bautier, 2004), moins efficaces mais plus structurantes pour des groupes ayant du mal à se constituer : ainsi, répondre en chœur force l'action commune, sinon l'attention de chacun sur les enjeux d'apprentissage (Butlen et al., 2002), (Butlen, Ngono, Peltier, & Pézard, 2003). Nous pouvons interroger à ce sujet les rapports PASEC, soit en les traitant dans un esprit comparatif soit en reprenant leurs analyses en fonction des questions nouvelles que nous nous posons. Ainsi allons nous tenter une relecture partielle et partielle du rapport PASEC Maurice. L'observation de la densité de Kernel relative aux classes ZEP au niveau II (p. 95) montre en mathématiques une distribution en deux sous populations égales. Une partie des élèves est distribuées « normalement » au sens où cette distribution est celle de l'ensemble de la population, mais l'autre montre des résultats particulièrement faibles que l'on pourrait tenter d'analyser pour voir si ce ne serait pas l'effet de la réduction de l'enseignement à ce qui peut s'apprendre en chœur et par répétition, à l'oral, comme l'a observé (Millon-Fauré, 2013). Le phénomène est d'autant plus probable que, à Maurice, les mathématiques sont enseignées en anglais et que les élèves de ZEP, dont moins de 10% parlent cette langue hors de l'école, sont particulièrement faibles et progressent particulièrement peu (pp. 96-98). L'observation de la situation trois ans plus loin au niveau V montre que la moitié des élèves qui réussissaient a presque disparu, soit par évasion hors de la Zone et changement d'école, soit par renoncement commun des élèves et du professeur, un renoncement qui ne serait pas spécifique aux mathématiques. Mais il ne s'agit pas, comme le rapport le suggère (p.99), d'un système « à deux vitesses, une pour les élèves performants, l'autre pour les élèves faibles » parce que les ZEP sont des zones géographiques et non pas des écoles pratiquant le *busing* : les élèves faibles des bons quartiers continuent à fréquenter leurs semblables performants, et profitent de cette fréquentation. A l'appui de cette interprétation des ZEP comme zones de discrimination « *non positive* », nous trouvons dans le rapport la mesure (p. 109) de l'effet négatif plus important de la pauvreté sur les apprentissages, au niveau II, en ZEP. Il est alors intéressant de constater que les filles progressent plus que les garçons au niveau II et que ce phénomène disparaît en ZEP au niveau V, sauf en français (p. 106), ce qui pourrait aussi relever de notre hypothèse explicative. On sait en effet que les filles réussissent mieux que les garçons en français, dans tous les pays, et il semble que ce soit ou « une stratégie scolaire de genre », ou l'effet d'un « *habitus de genre* ». Ces résultats sont proches de ce que montrent les auteurs invités de la Revue Française de Pédagogie (Rochex, 2012). Ces auteurs renvoient à une série convergente d'études de ces questions, qui toutes signalent des effets à peu près insensibles sur le long terme : on peut ainsi affirmer sans trop de risques que « les preuves » relatives aux politiques de discrimination positive sont en faveur d'un effet négligeable en termes d'apprentissage, ce qui engage à dire que *ces politiques ne portent pas sur les variables pertinentes de la situation sociale sur laquelle elles prétendent intervenir*.

Nous avons énoncé les lignes de force des évolutions possibles de ces politiques. Ces évolutions appartiennent selon nous aux sociétés qui ont à les porter pour elles-mêmes, parce qu'elles y voient une évolution positive suffisamment importante pour y envoyer leurs enfants, qui sont leur avenir. L'action politique consiste alors à favoriser et coordonner les efforts de ceux qui portent cet espoir (Shulman, Wilson, & Hutchings, 2004). C'est ainsi par exemple qu'en France, les Écoles Maternelles ont été inventées et se sont développées à partir de ce que Pauline Kergomar avait initié, sans qu'aucun texte régulateur n'ait été produit, durant plus d'un demi-siècle. Mais l'ensemble des « maîtresses d'écoles maternelles » et leur association organisait chaque année un colloque national d'échanges de pratiques qui a peu à peu défini les bonnes manières de gérer une classe d'enfants de 3, 4 ou 5 ans pour qu'ils apprennent à vivre en société et soient préparés à devenir élèves en ayant appris les connaissances langagières et culturelles nécessaires (Amigues & Zerbato-Poudou, 2000), (Zerbato-Poudou, 2001).

### **Quelle formation des professeurs ?**

Une clé de l'efficacité tient à la maîtrise, par le professeur, des enjeux épistémologiques de son enseignement et des jeux proposés aux élèves, c'est-à-dire ce que (Shulman, 1993) et (Ma, 1999) ont appelé le « pedagogical content knowledge ». Car cette maîtrise lui permet l'évolution pédagogique attendue dans une école visant à enseigner à tous les élèves c'est-à-dire aussi aux élèves avec qui le professeur n'a pas de connivence culturelle.

Mais l'enquête de Ma sur la compréhension profonde des enjeux de l'enseignement par les professeurs et leur capacité à mobiliser à bon escient des propositions de jeux n'a pas, à notre connaissance, été reproduite pour d'autres comparaisons que celle entre PRC et USA, et n'a pas été travaillée par les ethno mathématiciens en vue de définir des moyens d'enseignement spécifiés pour diverses cultures. Comme si chacun avait considéré qu'après ce travail remarquable, tout était connu de cette question. Nous devons donc aller chercher dans les travaux doctoraux les informations sur « les connaissances des professeurs sur la matière de leur enseignement », et sur « les connaissances des professeurs sur les mathématiques pratiques des divers groupes culturels de leurs élèves » dans chacune des régions culturelles où le français est langue d'enseignement des mathématiques.

Mais déjà, nous savons depuis (Blanchard-Laville, 1997) que *la connaissance des liens entre la désignation langagière des nombres et ses règles d'un côté, et l'écriture symbolique des nombres dans le système décimal de position est faible*. C'est une question d'enseignement aujourd'hui particulièrement difficile. Non pas seulement pour les questions de la désignation des nombres, mais pour les usages du système de numération décimale de position, dont la théorie permettant de comprendre les algorithmes opératoires relève du langage : contrairement à ce qui se passe en Asie *le langage manque à sa fonction dans les langues occidentales, sauf lorsque les pratiques d'un système de mesures décimales fondent la description de l'écriture des nombres* (Silvy et al., 2013).

En revanche, ce qui ressort des travaux du PASEC est que la connaissance des fondements du curriculum par les professeurs n'est pas un effet direct de leur niveau de formation universitaire, et que leur efficacité dépend plutôt de leur motivation (Rapport Togo 2004). C'est peut-être que les études universitaires ne portent pas sur la matière des enseignements élémentaires, mais sur des savoirs de haut niveau supposés préparer des ingénieurs ou des chercheurs. (Lebesgue, 1935) le notait déjà dans son cours à l'École Normale Supérieure sur « La mesure des grandeurs », en affirmant « l'intérêt pédagogique de l'étude des mathématiques élémentaires, pour leur enseignement ». Mais les universitaires n'ont pas, par destination, ce type d'intérêt et pour eux, le problème est celui de la diffusion des résultats des mathématiques avancées, comme le montrent par exemple les publications « grand public

lettré » des mathématiciens de l'ENS de Lyon (Borelli, [http://math.univ-lyon1.fr/~borrelli/UO/essentiel\\_conf4.pdf](http://math.univ-lyon1.fr/~borrelli/UO/essentiel_conf4.pdf)) et la création d'une Maison des Mathématiques associée à cette école. L'ENS de Lyon est pourtant celle où Lebesgue a professé son cours sur « la mesure des grandeurs » et son enjeu premier est pourtant, aujourd'hui encore, la formation de professeurs.

S'il y avait donc une évolution essentielle à promouvoir pour l'amélioration de l'enseignement, ce serait donc en direction d'une *formation professionnelle longue mais spécialisée des professeurs d'école*, quelle qu'en soit le niveau universitaire. *Il faut en effet plusieurs années pour étudier en profondeur*, comme le demandent Shulman et bien d'autres, *les mathématiques enseignées à l'école*. Il faut des années pour comprendre quelles sont les conséquences des choix faits dans les commencements, et quelles sont les alternatives. Ce travail de type épistémologique doit être fait pour toutes les disciplines d'enseignement, et doit être mis en rapport aux pratiques culturelles locales et aux attentes que ces pratiques peuvent porter. *De ce point de vue, et dans le premier temps du développement, le niveau initial de formation des élèves professeurs importe peu* et peut être aussi bien le BEPC (comme en France naguère, jusqu'en 1950) que le baccalauréat ou la licence universitaire, *il suffit que les études (secondaires ou universitaires) portent sur les savoirs enseignés à l'école élémentaire et qu'elles en donnent les raisons* : cela relève du principe « Ce qui n'est pas enseigné n'est pas appris », dont nous commençons seulement à mesurer l'importance.

Mais une autre voie que la formation initiale est possible, elle est proche de ce que l'on a pu observer pour les écoles maternelles en France. C'est celle que le Japon a choisie, et qui consiste à organiser des groupes de travail de professeurs sur des leçons particulièrement délicates : les « lesson studies » (Miyakawa & Winsløw, 2009), (Winsløw, 2012). Elle s'est avérée particulièrement efficace en permettant à la longue une évolution « naturelle » vers plus d'efficacité, mais elle semble peu compatible avec la tradition française de « l'autonomie pédagogique » qui engage hélas chaque professeur à travailler seul et les professeurs réunis à ne rien dire de ce qu'ils font, chacun ignorant les choix de ses collègues et pensant que ses choix étaient les meilleurs et n'avaient jamais été imaginés. Sur ces questions, nous ne pouvons avoir d'éléments de preuve autrement que par inférence. Ainsi, nous pouvons constater que l'enseignement au Japon est devenu, en un siècle, l'un des plus performants au monde, mais nous ne pouvons établir de lien de causalité entre ceci et cela. Il faut bien cependant reconnaître l'efficacité remarquable de certaines organisations du travail enseignant.

## 1.4 Quelles sont les preuves relatives à la question du genre ?

Il semble bien qu'à ce niveau, la réussite « en mathématiques » des filles est égale à leur réussite « à l'école ». Des trois domaines majeurs d'évaluation de l'enquête PISA, c'est en sciences que les écarts de performance entre les sexes sont les plus ténus. Dans la grande majorité des pays, il n'y a pas d'écart significatif entre les scores des élèves de sexe masculin et féminin. Il règne heureusement une plus grande égalité entre les sexes en sciences qu'en mathématiques ou en lecture. Les tableaux et graphiques montrent même une légère supériorité des filles. Cependant,

*Au Québec, si garçons et filles réussissent aussi bien dans les matières scientifiques, ni les uns ni les autres ne s'orientent plus volontiers vers des carrières scientifiques (Lafortune et Solar, 2003)<sup>58</sup>.*

Le phénomène hélas n'est pas propre au Québec (Roustan-Jalin, Ben Mim & Dupin, 2002) et les études sont nombreuses. Mais en Afrique francophone et lorsqu'elle est mesurée par le taux de redoublement, la réussite des filles semble égale à la réussite des garçons, tandis que l'analyse PASEC de Madagascar montre que les filles réussissent bien mieux que les garçons en score aux tests, alors qu'elles redoublent autant. Ainsi, les attributions d'échec sont à Madagascar les résultats d'un jugement qui dessert les élèves culturellement les plus faibles : les filles. Tous les rapports PASEC ne récoltent pas et ne publient pas les mêmes données, mais (Mingat, 2006) donne des éléments de savoir forts sur ces questions, en comparant les données obtenues par les pays membres de la CONFEMEN.

Comme les mathématiques ne sont pas vues par les jeunes élèves comme un corps de savoirs spécifique (il s'agit toujours, dans les commencements, de lire et d'écrire dans un système symbolique arbitraire) mais comme « du langage et de l'écriture », les choix des élèves sur la manière de se montrer bon sujet de l'institution scolaire ici plutôt que là ne devraient pas encore se manifester. Mais nous ne connaissons pas d'évidence sur ces questions (par exemple, le rapport PASEC Madagascar ne sépare pas les réussites en mathématiques et en Français lorsqu'il analyse les différences sexuées).

En revanche, l'accompagnement social des jeunes filles montrant dès leur entrée à l'école des capacités remarquables pourrait être organisé très systématiquement pour promouvoir à minima de jeunes femmes instruites capables de servir d'exemple moteur pour d'autres, plus tard : c'est une stratégie volontariste dont on a vu l'efficacité en France au siècle dernier. La réussite scolaire des filles en France est venue en particulier des filles du midi paysan pauvre, qui grâce à des bourses sélectives et un recrutement par concours séparé, sont massivement devenues institutrices, postières, professeurs, et ont migré dans tout le pays.

On sait aussi (Mercier, 1992) que l'apprentissage change les personnes dans l'image qu'elles ont d'elles-mêmes, et qu'il faut pour apprendre des métiers inconnus autour de soi, ou beaucoup de courage, ou que les élèves se sentent « appelés » par la société pour s'engager à son service, ou que les élèves puissent se projeter dans le changement que l'apprentissage va produire en se référant à un(e) adulte emblématique. Cependant, ces dernières observations ne sont pas elles non plus empiriquement et statistiquement prouvées par des enquêtes à grande échelle.

## 1.5 Quels sont les écarts majeurs dans la littérature ?

Il y a une tendance sociale à une évolution de l'enseignement, serait-il bureaucratique dans son principe, vers la prise en compte des élèves comme *sujets dotés d'une pensée autonome* et donc d'une capacité d'agir. Cette capacité s'exprime aussi dans les réponses erronées, elle doit donc être développée par la formation de *connaissances d'action* (le savoir pratique, d'expérience) associées aux *savoirs énonçables* (le savoir théorique, formel) : ce que le jeu développe lorsqu'un professeur peut en énoncer les enjeux d'apprentissage avec le collectif de ses élèves. Cette tendance est d'autant plus forte que les professeurs ont affaire à des élèves qui

---

<sup>58</sup> <http://www.puq.ca/catalogue/livres/femmes-maths-sciences-technos-234.html>



ressemblent à leurs enfants (effets d'hexis<sup>59</sup>, interprétés par les professeurs comme connivence intellectuelle possible) (Bautier, 2003).

### Quelles évolutions pédagogiques et dans quel sens ?

Dans ces conditions, on peut comprendre que des guides pédagogiques organisant la progression en désignant aux professeurs les enjeux des jeux ou activités qu'ils proposent soient essentiels, que l'enseignement soit des plus traditionnels dans ses formes ou qu'il évolue vers le développement de l'activité des élèves. Les français sur « la documentation des professeurs » sont à cet effet d'un grand intérêt (Gueudet & Trouche, 2008), et constituent une voie prometteuse d'amélioration de l'enseignement reconnue au niveau international (Gueudet & Trouche, 2010), lorsque le travail de préparation de l'enseignement est organisé collectivement avec les professeurs. On sait que, faute de la disponibilité de cette documentation, ce sont les ouvrages pour les élèves (les manuels) qui guident l'action des professeurs. Mais dans ce dernier cas, l'action enseignante est guidée par les effets qu'elle cherche à produire or, on sait qu'il est possible d'obtenir d'un groupe des réponses attendues mais dépourvues de sens pour ses participants (Schubauer-Leoni, 1986), (Schubauer-Leoni & Dolz, 2004)

L'intérêt pour les jeux dont (Brousseau, 2009) nous a montré l'usage possible et les conditions de réussite de cet usage) tient sans doute à cela, que l'enjeu d'un jeu mathématique comme ceux que (Grenier & Payan, 1999) ou (Sensevy, Schubauer-Leoni, Mercier, Ligozat, & Perrot, 2005) proposent eux aussi aux élèves est proche : gagner c'est d'abord trouver quelque chose à faire, une stratégie de jeu, et c'est cela qui est appris d'abord : l'enjeu d'un jeu, c'est l'étude ; et *l'étude des questions que l'on peut poser (se poser dans un collectif) est, toujours, nécessaire et autorisée*. Mais cela n'est pas le tout du problème et ne dispense pas de l'action d'un professeur qui désigne les apprentissages permis par le jeu comme le montre (Ligozat, 2008) en comparant les manières de professeurs français et suisses.

On remarque que les élèves français ont, aux épreuves PISA, de forts taux de *non-réponse*, et qu'ils ne font rien quand ils ne connaissent pas d'emblée une stratégie de réussite. Manifestement, ils n'osent pas tenter une réponse quand ils ne savent pas justifier leur réponse. Ils diffèrent en cela des jeunes élèves de deuxième année primaire, qui répondent toujours, même lorsqu'ils ne savent pas produire une bonne réponse (Schubauer Leoni & Ntamakiliro, 1994), tentant ainsi de se libérer de la question comme le remarquent certains rapports PASEC, lorsque les jeunes élèves n'atteignent pas le niveau de réussite d'une réponse au hasard. Mais les deux attitudes sont sans doute liées, l'une étant la suite de l'expérience d'échecs répétés produite par l'autre. Cette fois encore nous n'avons pas la preuve expérimentale de ce raisonnement, elle supposerait une observation systématique et spécifique.

Mais il semblerait que les jeunes élèves des ZEP soient enseignés selon des techniques pédagogiques plus proches de la restitution par cœur que du développement de stratégies de jeu et cela, d'autant plus qu'ils sont dans des zones de discrimination positive. On peut se référer à (Ngono, 2003) et (Butlen et al., 2003) pour comprendre comment les professeurs les moins expérimentés se trouvent en difficulté devant une classe constituée d'élèves dont les familles sont non francophones et comment, lorsque les professeurs tentent d'enseigner « par activités » ils se trouvent passer autant sinon plus de temps à installer l'activité qu'à accompagner les élèves qui s'y engagent ; ils renoncent bientôt. En outre, cet enseignement par le jeu est

---

<sup>59</sup> L'hexis corporel « décrit les règles qui régissent le comportement physique des individus » selon la définition [http://www.persee.fr/web/revues/home/prescript/article/ahess\\_0395-2649\\_1971\\_num\\_26\\_1\\_422470](http://www.persee.fr/web/revues/home/prescript/article/ahess_0395-2649_1971_num_26_1_422470) de Luc Boltanski (1971).

d'autant plus inefficace que les élèves pensent avoir « bien fait ce qui leur était demandé » sans pour cela avoir appris : ils ont bien travaillé, disent-ils ; mais le risque est grand que professeur ne leur ait pas signalé l'enjeu de leur activité (Fowler & Poetter, 2006).

*Les statistiques de la DEP mettent en lumière une évidence : les inégalités entre les établissements s'accroissent (Trancart, 1998). Certains y voient le résultat de la pression des familles de classes moyennes qui cherchent à maintenir un réseau d'établissements correspondant à leurs stratégies et qui refoulent vers d'autres réseaux les enfants d'origine populaire. Cet aspect n'est sans doute pas négligeable, surtout dans les banlieues où se côtoient des populations très différentes (Van Zanten & others, 2001). Toutefois, l'influence du marché reste encadrée. La carte scolaire existe toujours et ce sont les recteurs qui décident de l'opportunité de l'assouplir. Le problème est peut-être plus complexe, moins visible et plus grave. Ces inégalités ne seraient-elles pas le produit d'une série d'adaptions et de négociations dont le but est de limiter les risques des interactions en classe : négociation de la quantité de travail et du niveau d'exigence, négociation de l'évaluation ? Il est sur ce plan éclairant de comparer les projets très lisses adressés aux rectorats et les conseils qui sont dispensés dans les commissions d'accueil des nouveaux enseignants. Dans ce cas, ce sont les vraies règles, non dites, sur lesquelles repose l'isostasie de l'organisation qui se transmettent et celles-ci peuvent prendre de grandes libertés par rapport aux règlements: ne pas enseigner telle ou telle partie du programme qui "ne correspond pas aux élèves" par exemple. (Derouet, 2003)*

Les pédagogies traditionnelles, qui datent de ce que l'on a pu appeler « l'élitisme républicain » de l'École de la République de la première moitié du XXe siècle, sont donc encore fortement valorisées parce qu'elles cadrent strictement le groupe des élèves et permettent d'échapper à ce phénomène. Mais cette École sélectionnait une partie des élites administratives et scientifiques parmi les enfants du peuple, et s'adressait à ceux-là qui acceptaient donc la dialectique « leçons/exercices/étude personnelle »<sup>60</sup> ; la pédagogie correspondante, qui cadre les temps d'enseignement scolaires pour des élèves internes dans des établissements d'élite (les Lycées napoléoniens), se trouve inefficace pour la plupart des élèves de l'école élémentaire, faute d'exercices et d'étude personnelle forte.

Mais il n'est pas impossible de penser aussi que, étant données les conditions qui y sont les leurs, les élèves puissent résister à la scolarisation. Même si ce phénomène est sans doute plus profond et puissant au niveau de l'École Moyenne (le Collège, en France), ou du Lycée, niveaux auxquels il a été identifié par la recherche en sociologie, il pourrait rendre compte des abandons scolaires (Dutercq, 2001) dès l'École Élémentaire et la résistance et l'abandon pourraient être la réponse des élèves à des injonctions dont ils ne voient pas comment leur réalisation pourra changer leur vie, comme s'ils savaient que leurs professeurs ont déjà renoncé pour eux (Rayou, 1998).

*Le lien que les élèves développent entre eux et que Rayou nomme, en s'inspirant d'Aristote, la Philia, n'est certes pas la citoyenneté au sens classique du terme mais c'est bien à partir de ses valeurs qu'il se construit. Il faudrait donc se donner les moyens de penser les passages et les déformations entre le lycée visible et le lycée invisible. (Hélou, 2000) complète ce propos en développant à partir des collèges un*

---

<sup>60</sup> Les autres élèves sélectionnés l'étaient par leur connivence culturelle avec les attentes du système, c'est le phénomène connu de « la reproduction » (Bourdieu, Passeron, & Shattock, 1970).

*autre éclairage. Sa thèse confère un sens nouveau au terme de résistance qui avait été employé par les sociologues anglo-saxons. La résistance qu'il met en évidence ne correspond pas à l'opposition d'une culture populaire à celle de l'école (Willis, 1977), (Giroux, 1983). Si elle se réfère aussi à l'expérience ouvrière, elle se situe plutôt dans le prolongement des pratiques de freinage de la production qui ont tenté de protéger les plus faibles de l'exploitation capitaliste. Il n'y a ni adhésion totale ni refus total de l'école, simplement volonté de négocier au plus juste ce qu'on lui donne en fonction de ce qu'on reçoit. Ce travail s'appuie sur les ressources fournies par la critique des années 1960 et 1970. C'est en quelque sorte l'impératif de justification qui se retourne contre le maintien de l'ordre. Celui-ci est en permanence sommé d'expliquer pourquoi il est juste, ce qui peut très vite devenir intolérable. (Derouet, 2003).*

Alors que les pratiques sociales correspondantes (le système d'attribution de bourses d'étude rares mais importantes « aux élèves méritants » a été remplacé par des bourses faibles à tous élèves pauvres) ont disparu, ces manières pédagogiques perdurent, chaque fois les professeurs ne partagent pas des fondements culturels évidents avec les élèves et qu'ils ne peuvent jouer de cette connivence. Il y a peu d'études explicites de ces questions, mais on peut signaler (Ratsimba-Rajohn, 1992) et le rapport commandé par le PIREF sur la première année de l'enseignement élémentaire et l'efficacité différentielle des professeurs en Français et mathématiques (Sensevy, 2007). Voir en particulier dans le cas des mathématiques (Teresa Assude, Mercier, & Sensevy, 2007) : nous discuterons ces travaux plus loin.

*Dans la pédagogie de l'activité, le rapport des élèves à l'enjeu est pensé comme un jeu. La gestion du jeu par un professeur qui veut que l'enjeu soit l'apprentissage consiste à rendre collective la connaissance du jeu. Il s'agit de montrer les stratégies conduisant à la réussite que certains élèves ont pu imaginer et d'engager les autres élèves à partager celles qui ont un avenir. Alors, chacun peut voir que, en situation, tous imaginent quelque chose à faire et peuvent même s'emparer des idées d'action d'un autre. Mais l'efficacité de ces méthodes suppose que le professeur indique aux élèves « ce qu'il y avait à apprendre » à l'occasion du jeu, et que cela puisse ainsi être mémorisé, comme (Ligozat, 2008) l'a montré dans une étude comparant les manières pédagogiques de professeurs français et suisses, à propos des questions du mesurage des grandeurs. C'est cette même hypothèse que proposent (Fowler & Poetter, 2006) pour rendre compte d'une efficacité autrement improbable de l'enseignement des mathématiques dans les ZEP, en France, comparée à l'efficacité particulièrement faible des professeurs dans les zones géographiques semblables aux USA.*

## 1.6 Y a-t-il des résultats prouvés attribuables aux contextes des pays en développement ?

On sait les effectifs pléthoriques ou la faible formation des professeurs, bien que les mesures statistiques ne montrent pas, dans les comparaisons internationales, des effets évidents et immédiats de ces variables sur les apprentissages des élèves. On sait simplement que ces variables sont en effet corrélées avec les variables relatives au niveau de vie des divers pays concernés et donc aux formes du capital social des familles. Nous ne reviendrons pas sur ces types d'évidences, fort bien montrées par les travaux du PASEC. Nous tenterons plutôt d'évaluer les effets des politiques visant à l'amélioration de l'enseignement.

Dans cette partie, nous allons donc partir du constat maintenant général de l'absence de travaux d'enquête empirique spécifiés en dehors des études PASEC, et nous allons donc tenter des raisonnements analogiques, dont la validité ne pourrait être garantie que par des études spécifiques, que nous espérons voir venir mais qui à notre connaissance n'existent pas aujourd'hui. Nous allons donc considérer certaines dimensions révélées par les rapports PASEC en les comparant aux questions apparemment proches posées en France par des travaux nombreux dont nous avons présenté les résultats principaux dans la première partie du rapport.

### Des abandons scolaires aux politiques de discrimination positive

Selon Bourdieu et Passeron, cités par (Derouet 2003) le phénomène de *relégation* scolaire a remplacé progressivement une *auto élimination* qui conduisait jusque dans les années 1950 les enfants des classes populaires à une sortie précoce du système scolaire français. Ils ont alors dû se « résigner » à une relégation dans des filières dévalorisées.

*« ... les élèves des classes populaires paient leur entrée dans l'enseignement secondaire de leur relégation dans des institutions et des carrières scolaires qui, faisant fonction de nasses, les attirent, par les faux-semblants d'une homogénéisation de façade, pour les enfermer dans un destin scolaire tronqué et truqué » (Bourdieu et Passeron 1968 : 243-244).*

Les filières d'enseignement professionnel ont scolarisé des élèves promis à une carrière d'ouvriers ou de paysans. Les processus structurels de démocratisation, qui ont en fait conduit à la « massification » du système scolaire, ont certes entraîné le maintien des enfants des classes populaires dans le système scolaire sur une plus longue durée, mais dans des filières dites « de relégation ». De la sorte, la relégation a accompagné dans différents systèmes scolaires européens les efforts pour diminuer les inégalités scolaires.

Les Zones de discrimination positive (ZEP, Zones d'Enseignement Prioritaire, selon le sigle qui leur a d'abord été attribué en France) auraient, selon (Soussi, Nidegger, Dutrévis, & Crahay, 2012), les mêmes effets de relégation que jadis les filières d'enseignement professionnel, dans un système qui est officiellement le même pour tous. Soit en raison du regroupement géographique des élèves de milieu populaire, soit en raison de la fuite rapide des autres élèves vers d'autres établissements.

*« La discrimination positive dans certains établissements scolaires produit des effets dont les principaux sont la ghettoïsation des classes, la baisse du niveau qui permet de limiter les conflits liés à l'échec scolaire et contribue aussi à maintenir*

*les élèves dans l'enseignement général et rehausser leur estime d'eux-mêmes (l'image de soi).*

Les auteurs constatent que la relation que les élèves ont avec les enseignants repose alors davantage sur l'aspect relationnel. Mais, signalent-ils, l'école n'est pas en mesure de pouvoir étendre son champ d'action « de discrimination positive » à ces domaines. Et nous pensons que le phénomène est un effet de la baisse du niveau d'exigences. Alors, les établissements classés en ZEP s'apparentent à des garderies, où les élèves sont relativement confinés, encadrés par le corps enseignant mais non véritablement instruits par l'école en elle-même. Le fait est qu'une école seule (son équipe éducative) ou même un système d'enseignement sans travaux de recherche associés n'est pas en mesure de résorber « la variante culturelle déficiente » des élèves car un tel système ne dispose pas des moyens matériels et humains suffisants pour y parvenir. Et les mêmes auteurs poursuivent :

*La discrimination positive regroupe et sépare en même temps. Elle regroupe des élèves qui sont plus vulnérables face à la scolarité, face à la société. Elle sépare l'enseignement en deux espèces où l'un se présente comme un enseignement de relégation, l'autre comme un enseignement de conformité (une voie traditionnelle d'enseignement). Le problème majeur de la discrimination positive repose sur sa difficulté à armer les élèves pour l'avenir et à pouvoir leur dispenser un bon niveau d'enseignement, favorable à l'obtention d'un bon emploi. C'est-à-dire un emploi que les élèves, selon leur discours, ne trouvent pas « moche ». Dès lors, nous pouvons mettre en évidence une certaine forme de reproduction de la vulnérabilité scolaire (Bourdieu, Passeron, & Shattock, 1970) et sociétale (Walgrave, 1992).*

La question est la même en France et ailleurs. Les auteurs qui ont abordé ces questions ont tous conclu dans le même sens. Pourtant, le problème demeure, il existe aussi bien dans les pays d'Afrique où l'enseignement est francophone qu'en France en Belgique ou en Suisse, partout donc où l'on pense à une politique visant à « rattraper un manque ou un retard », et les alternatives sont d'autant plus difficiles à imaginer qu'en l'absence de politiques efficaces, l'abandon scolaire est peut être plus dévastateur encore. Car les attitudes des élèves pris dans cette situation peuvent être interprétés, comme certaines études l'ont montré, comme des phénomènes de résistance à une institution dont les finalités ne sont plus visibles et qui leur apparaît donc totalitaire.

Nous pensons que les voies de sortie du dilemme doivent être cherchées dans la mise en place d'un enseignement répondant aux intérêts et aux motifs des élèves et de leur famille, quelles que soient leurs situations sociales diverses, ce qui oriente vers une alternative nécessairement orientée par l'objectif d'une instruction rigoureuse, socialement utile, que (Chevallard, 2007) a qualifiée de « Herbartienne » en référence au pédagogue allemand du XIXe, J-F. Herbart<sup>61</sup>. Nous en avons dit un mot dans notre description de la situation actuelle et des questions associées, que ce soit à propos des pratiques pédagogiques et de leur spécification par leurs publics ou à propos de leurs effets épistémologiques, et nous avons ainsi montré, par touches, la complexité de la question. Nous allons revenir sur un des résultats fortement étudiés par différents auteurs travaillant dans des paradigmes sociologiques ou didactiques divers.

---

<sup>61</sup> Voir Hilgenhefer (2000) <http://www.ibe.unesco.org/publications/ThinkersPdf/herbartf.pdf>

## La question de l'écriture est-elle spécifiée par des variables liées aux contextes des pays en développement ?

Lorsque l'on affirme, dans ce rapport, que *les manières pédagogiques dominantes déterminent les propriétés épistémologiques des savoirs que l'on transmet*, il est difficile d'imaginer l'importance de cette variable. Mais lorsqu'on lit avec ce regard les travaux du PASEC sur l'enseignement dans les 44 pays qui y participent, on peut poser une question qui relève de ce phénomène. On constate en effet que l'enseignement des pratiques écrites est bien plus faible que celui des pratiques orales, et que la réussite à l'écrit est elle aussi bien plus faible. On peut s'interroger sur le poids de ce fait dans le cas des mathématiques, pour voir s'il n'y aurait pas là un phénomène ignoré dont nous aurions pourtant les éléments de preuve.

Chacun sait d'expérience personnelle que l'enseignement dit traditionnel et de fait, confessionnel, est un enseignement de *tradition orale*<sup>62</sup>. Ce fut aussi le cas naguère dans toute l'école élémentaire française d'organisation primaire<sup>63</sup>. Certes, le rapport aux textes fondateurs est différent dans les trois monothéismes, mais le fait que le texte soit révélé et donc sacré engage dans tous ces pays à un enseignement tardif de l'écriture (qui permet de produire du texte profane). Il peut advenir bien après l'enseignement de la lecture (qui permet de prononcer le texte sacré, mais aussi de lire des textes profanes). Ce choix pédagogique garantit que l'instruction est d'abord éducation de la pensée. Lorsque l'on se souvient qu'en France, les Collèges se développent à l'occasion de la lutte d'influence entre catholiques et protestants et qu'ils sont alors organisés par ces mouvements, on saisit mieux le phénomène que Philippe Ariès a nommé « le grand enfermement » de la jeunesse.

Pour le dire en théoriciens de l'apprent scolaire des savoirs à transmettre, il y a là une transposition. Nous disons donc que *certaines choix de transposition* qui apparaissent comme naturels *n'appartiennent pas au débat public mais à la tradition* : les méthodes pédagogiques qui ne mettent pas en premier les pratiques orales sont ainsi des inventions que l'on pourrait qualifier de laïques, auxquelles les sociétés traditionalistes résistent sans même en être conscientes. Seulement, cela a des effets importants en mathématiques, parce que *les mathématiques sont une activité de manipulation de systèmes symboliques graphiques et appartiennent donc depuis leurs origines au monde de l'écriture*<sup>64</sup>.

Les travaux en ce sens sont si nombreux qu'il est difficile de les citer tous, parce que le problème a été repéré et décrit dans toutes les sociétés et toutes les langues. Même en se restreignant aux publications en français la tâche serait immense. On peut cependant référer à (Proust, 2004) pour une enquête historique, ainsi qu'à (Serfati, 2005). Sur l'étude des problèmes en Mésopotamie, où l'on trouve des tablettes d'argile rendant compte d'écoles où

---

<sup>62</sup> [http://www.memoireonline.com/12/12/6532/m\\_Les-ecoles-coraniques-et-l-education-des-enfants-talibes-dans-la-ville-de-Dedougou-au-Burkina-Fa7.html](http://www.memoireonline.com/12/12/6532/m_Les-ecoles-coraniques-et-l-education-des-enfants-talibes-dans-la-ville-de-Dedougou-au-Burkina-Fa7.html)

<sup>63</sup> Les classes relevant de l'Enseignement Primaire s'appelaient CP, CE1, CE2, CM1, CM2, et Classe préparatoire au Certificat d'Études Primaires, puis on trouvait les classes du Primaire Supérieur qui conduisaient en fin de 9<sup>e</sup> année au BEPC. Parallèlement, les Lycées, établissements relevant de l'Enseignement Secondaire, avaient des « Petites Classes » appelées 12<sup>e</sup>, 11<sup>e</sup>, 10<sup>e</sup>, 9<sup>e</sup>, 8<sup>e</sup>, 7<sup>e</sup>, et dont nous n'avons plus aujourd'hui que la suite, de la 6<sup>e</sup> à la 1<sup>e</sup>. L'École Maternelle n'avait pas alors l'ambition de préparer à la scolarisation en commençant d'instruire les élèves, comme c'est le cas aujourd'hui.

<sup>64</sup> On se rappelle ici que Descartes, l'inventeur en mathématiques du système de notation symbolique moderne, l'algèbre, a lutté contre les choix d'enseignement des collèges Jésuites, et que JB de la Salle, fondateur d'un ordre religieux d'enseignement, invente le tableau noir où le maître peut écrire à la craie « la leçon du jour » en mathématiques, une leçon qui est donc orale pour les élèves jusqu'à l'invention de l'ardoise.

l'on étudiait la résolution de problèmes mathématiques, voir (Proust 2013)<sup>65</sup>. Mais aussi aux auteurs qui ont soulevé, en France, cette question dans le cas de l'enseignement (Bosch & Chevallard, 1999), et au texte de Brousseau qui montre que l'ensemble de ses recherches et des travaux qu'il a dirigés pendant les 30 ans de sa carrière a mis cette question au centre de ses préoccupations (Brousseau, 2004), ainsi qu'au travaux de (Agulhon, 2003), qui s'appuient sur les outils d'analyse épistémologique mis au point par Serfati. En particulier, Brousseau a réalisé pour les classes préélémentaires une expérimentation qui a été répliquée avec un plein succès non seulement dans son « École pour l'observation », mais encore dans de nombreuses classes en France et en Suisse, ici et là en ZEP et en périphérie comme en écoles rurales ou urbaines (Leutenegger, Forget, & Schubauer-Leoni, 2007). Cependant, ces travaux n'ont jamais été évalués par la mesure des apprentissages ainsi réalisés, les chercheurs qui les ont initiés comme ceux qui les ont reproduits étant plus intéressés par le fait que les élèves sont, toujours et quelle que soit leur origine sociale, passionnés par les enjeux qui leur sont proposés à cette occasion. La description des effets de cet investissement en termes d'apprentissages évaluables n'a donc été réalisée que par de très rares études que nous avons signalées plus haut (Harrison Ratsimba-Rajohn, 1992) (Chambris, 2008), (Mounier, 2010), (Tempier, 2013).

Nous référerons aussi bien sûr à l'ensemble des travaux de Luis Radford<sup>66</sup>, dont on trouve une synthèse dans (L. Radford, 2002) (Luis Radford, 2003), ou encore à l'ouvrage collectif dirigé par (Bartolini Bussi, 2007), qui fait une synthèse mondiale de ce que l'on sait sur ces questions. Si l'on ne connaît pas d'étude « evidence based », c'est sans doute qu'en mathématiques (même élémentaires) ces phénomènes sont incontournables et sont présents partout, depuis les questions du *système de numération écrite* jusqu'aux questions de *géométrie*, en passant par les *algorithmes opératoires* et au calcul mental, qui se fonde à la fois sur la familiarité avec des nombres d'appui et des techniques de manipulation mentale de désignations écrites. Ainsi, le Professeur Michèle Artigue<sup>67</sup>, cite pour son laboratoire, qui produit plus de la moitié des études sur ces questions en France, des études doctorales fortement documentées sur l'observation des effets de tel ou tel enseignement de la numération (elles nous ont servi de référence tout au long de ce rapport), et tout particulièrement le travail doctoral récent de (Chesné, 2014), relatif aux données de la DEPP bien que non encore disponible. Nous pouvons en tirer un principe qui cette fois est relatif au travail mathématique proprement dit.

## Principe 4

***Les mathématiques sont un ensemble de pratiques mobilisant des outils symboliques (graphiques et scripturaux) grâce à des pratiques gestuelles et langagières qui en indiquent le sens et qui en permettent le contrôle.***

---

<sup>65</sup> On réfèrera aussi bien que plus généralement à (J. Goody, 1979), (J. Goody, 1987), et aux écrits de cet anthropologue sur la manière dont des groupes sociaux divers ont, partout dans le monde et à diverses époques, mis en avant ce qu'ils ont considéré être les dangers de l'écriture et des représentations (Jack Goody, 1997), dans le moment même où ils développaient leur capacité de penser à l'aide de ces outils.

<sup>66</sup> Luis Radford, enseignant et chercheur à l'École des sciences de l'éducation de l'Université Laurentienne, à Sudbury, Ontario, Canada. Directeur de cette école, Professeur d'Éducation de l'Université de Manchester (Royaume-Uni), et Président du International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics. <http://luisradford.ca/luisradford/?lang=fr>

<sup>67</sup> Michèle Artigue a été récompensée par le prix Félix Klein pour l'ensemble de ses travaux sur l'enseignement des mathématiques.

Ainsi, le taux d'échec sur une multiplication de deux nombres de l'ordre de la dizaine de mille double si l'exécutant s'interdit de nommer les résultats partiels et les actions intermédiaires : « Sept fois huit, soixante-douze, je pose 2 et je retiens 7, que l'on marque sur ses doigts, etc. » Ces énonciations ne sont pas des commentaires et doivent être apprises par les élèves. Cependant, les rapports PASEC montrent la faible réussite des élèves en écriture, ainsi que sur l'ensemble des tâches demandant un travail écrit. On peut le comprendre en pensant qu'il est difficile au professeur de faire pratiquer l'écriture accompagnée d'énonciations à voix haute dans un groupe de plus de 30 élèves. Mais cela demanderait à être vérifié (nous ne savons rien par exemple de l'équipement des salles de classe en tableaux noirs ou en ardoises et en cahiers), mais une autre explication est possible.

On peut trouver des éléments en ce sens dans les rapports PASEC et comparer sur ce point le Tchad et Madagascar. Ces éléments nous engagent à poser soit, une hypothèse selon laquelle la faiblesse déclarée des élèves du Tchad a pu justifier, comme c'est souvent le cas en France, le renoncement à un enseignement de l'écrit, soit une hypothèse selon laquelle la faiblesse de l'enseignement de l'écrit au Tchad rend compte de la faiblesse des apprentissages des mathématiques dans ce pays, par comparaison avec Madagascar dont les résultats sont bien meilleurs tandis que les conditions générales de pauvreté des élèves semblent proches. Cette alternative devrait être levée par une enquête spécifique, les deux hypothèses ne pouvant être départagées par la simple comparaison des performances en mathématiques et en activités écrites au Tchad et à Madagascar.

La question pourrait être centrale, car avec l'écrit, l'enseignement peut se développer entre les élèves constitués en groupes *par la production d'écrits communs* dont la classe peut débattre lorsque le professeur les publie, et que l'on peut corriger personnellement ou collectivement (Mercier et al., 2001). En outre, les pratiques de l'écrit sont considérées comme difficiles parce qu'elles signifient, pour les professeurs comme pour les familles, que les élèves visent une position de lettrés à forte valeur culturelle.

C'est en tous cas ce que l'on constate en France dans les ZEP, l'écriture signifiant l'entrée dans les pratiques « secondarisées » de pensée réflexive sur l'action. Ces pratiques signifient la possibilité des pratiques de *l'étude des savoirs* mais, pour les élèves des « zones de discrimination positive », elles signifient l'abandon des positions sociales de leur entourage pour la recherche d'une position dominante d'organisation (de l'action des autres), une forme de trahison familiale. C'est ce qu'ont montré les travaux de l'équipe ESCOL<sup>68</sup>, et en particulier des auteurs déjà cités : Bautier, Rochex, Rayou. Les travaux de l'IREDU<sup>69</sup> déjà cités les

---

<sup>68</sup> L'équipe ESCOL (Éducation, Scolarisation) étudie les inégalités sociales de réussite scolaire et la manière dont elles se construisent. Cette préoccupation constante depuis la création de l'équipe en 1987 est transversale à toutes les recherches. Elle se traduit par le développement d'un cadre de pensée sociologique qui mobilise certaines des connaissances produites dans le champ des sciences du langage, de la psychologie, des études littéraires et des didactiques des disciplines scolaires. <http://www.circeft.org/?-presentation-escol-235->

<sup>69</sup> Pour la période 2011-2015, le projet de l'IREDU s'inscrit certes dans la continuité des travaux menés antérieurement au sein du laboratoire, mais il s'oriente résolument vers de nouvelles perspectives de recherche. Trois axes structurent le projet scientifique : Axe 1 : La construction des compétences dans les systèmes de formation. Axe 2 : L'utilisation des compétences sur le marché du travail. Axe 3 : L'analyse de l'action publique en éducation et des effets de contexte. Les trois axes du projet partagent une approche méthodologique commune structurée par deux éléments principaux. Le premier concerne la multiplicité des niveaux d'analyse mobilisés dans les recherches ; depuis le niveau macro avec des analyses conduites au niveau des pays, jusqu'au niveau micro, avec des recherches centrées sur la nature des compétences et des attitudes acquises par les individus .../... Des niveaux d'analyse intermédiaires comme l'établissement et la classe sont également appréhendés, niveaux très rarement pris en compte dans la recherche française en éducation. Le second élément concerne la démarche comparative qui est présente au sein des trois axes... <http://iredu.u-bourgogne.fr/thematiques.html>



recourent, ainsi que certains travaux du laboratoire de didactique LDAR<sup>70</sup>, en France. On trouve des travaux proches en Suisse ou au Québec.

---

<sup>70</sup> Le laboratoire de didactique André REVUZ est né en 2008 de l'association des deux équipes de recherche en didactique de l'[Université Paris Diderot](http://www.univ-paris-diderot.fr) : Equipe Didirem (didactique des mathématiques) d'une part et LDSP (didactique des sciences physiques et chimiques), d'autre part. Il bénéficie d'un double rattachement UFR de physique / UFR de mathématiques de l'Université. Il est laboratoire d'accueil pour les didacticiens de plusieurs universités de la moitié nord de la France. Outre l'Université Paris-Diderot, il a actuellement quatre autres universités de tutelle : les universités de Cergy Pontoise, Paris-Est Créteil, Artois, Rouen. <http://www.lar.univ-paris-diderot.fr/presentation>

## 2) Quel est l'état des débats et des tendances ?

### 2.1 Quelles sont les questions clés des discussions en cours dans les publications ?

Les débats portent d'un côté sur les effets de la « réforme des compétences », qui a bien du mal à permettre de définir un enseignement des mathématiques reconnaissable comme tel par les instances de pilotage, les mathématiciens, et les professeurs, (Schneider, 2006) ; de l'autre sur les lignes de force d'une alternative. Presque tous les chercheurs ont proposé de considérer que le mot d'ordre de « former des compétences » devait être interprété comme une demande sociale pour une école formant des citoyens capables de traiter les problèmes du quotidien et de s'engager dans l'étude des questions socialement vives qu'ils rencontreront. Mais les types de réponses proposées font débat. De plus, les effets de cette réforme dans les pays d'Afrique ne sont pas encore observables (PASEC Cameroun)

#### Quelles évolutions de l'enseignement pour la formation des compétences ?

Entre exercice des gestes techniques et résolution de problèmes, les proposant d'une évolution de l'enseignement oscillent entre quatre pôles, qui dialoguent difficilement :

1 - Le « programme de Singapour » est défendu par certains mathématiciens (Demailly, s. d.) comme le plus proche de ce que (Ma, 1999) et les travaux anglo-saxons sur la question (Shulman, 1986), (Acioly & Schliemann, 1988) (Carpenter, Fennema, Peterson, & Carey, 1988) ont permis, à des mathématiciens ignorants des problématiques didactiques francophones et réfléchissant à partir de leurs souvenirs personnels d'enseignés, de comprendre du travail professoral ; des associations militantes et une maison d'édition <http://www.lalibrairiedesecoles.com/categorie-produit/mathematique> tentent de diffuser les moyens d'enseignement correspondants, qui sont, affirment-elles, conformes aux programmes officiels français. Nous n'avons pas trouvé d'évaluation de ces tentatives pouvant faire preuve de leur efficacité.

2 - Les propositions des didacticiens ont fortement évolué suite aux derniers travaux d'observation en classe (Chambris, 2008), (Chambris, 2010), (Mounier, 2010), (Mounier, 2013), (Tempier, 2013) et à l'abandon complet des options venues de la réforme dite « des mathématiques modernes » (Artigue, 2004). En dehors de ces travaux doctoraux récents dont les résultats sont fondés sur une analyse empirique statistique, une recherche interdisciplinaire sur l'efficacité des professeurs de CP en mathématiques et en français a été commandée par le PIREF en 2005. Elle a apporté des éléments novateurs fondés sur l'analyse statistique solide d'observations de classe : (Sensevy, 2007), (Piquée, 2007). En effet, il est apparu que les professeurs efficaces développaient des manières pédagogiques proches de celles que décrit Ma pour les professeurs en Chine : ils disposent d'une connaissance profonde des mathématiques qu'ils enseignent et cela leur permet un choix raisonné des systèmes d'objets qu'ils proposent à la manipulation des élèves. Mais surtout, ils sont au fait des systèmes symboliques scripturaux et langagiers qui rendent compte de ces manipulations, ils les présentent sans hésitation et ils accompagnent sans les évaluer les élèves qui s'essaient à leur usage. Ils n'introduisent que des symbolismes qui ont de l'avenir et qui permettent de soutenir le raisonnement dans des jeux de

langage qui seront stables. Tandis que les professeurs expérimentés qui sont mal à l'aise avec la discipline multiplient les symbolismes intermédiaires et les déictiques, au point que les élèves ne s'y retrouvent plus dans des explications qui ne font pas théorie : ils sont alors nettement moins efficaces que les autres en mathématiques et parfois, ce qui rend les observations du phénomène fortes, ils sont bien moins efficaces en mathématiques qu'en Français (Assude, Mercier, & Sensevy, 2007). Ces travaux montrent en outre que la disparition des contenus de la réforme moderniste et des systèmes de représentation qu'elle avait introduits a déstabilisé durablement le système d'enseignement, parce que la mémoire des solutions pragmatiques antérieures a disparu. Les didacticiens sont aujourd'hui conscients de ces phénomènes et ils ne mettent plus en avant le seul mot d'ordre « Enseigner c'est donner des problèmes à résoudre parce que faire des mathématiques c'est résoudre des problèmes » (Silvy et al., 2013).

3 - Les propositions des psychologues expérimentalistes de l'apprentissage (Bideaud, Meljac, & Fischer, 1991), (Fayol, Barrouillet, & Renaud, 1996) insistent sur ce que l'on nomme « le sens des activités scolaires », un sens qui tient aux *problèmes* que les savoirs enseignés permettent de résoudre (Fayol, 1990), (Fayol, 1991), et dont ils notent l'absence dans les enseignements ordinairement observables comme dans les programmes, sans pour autant produire un corps de problèmes permettant de suivre leurs préconisations et d'en évaluer les effets.

4 - Les travaux venus de la cognitive se fondent sur l'expérimentation de laboratoire relative à « l'acquisition du concept de nombre » depuis (Dehaene & Changeux, 1993), jusqu'au travail remarquable de (Izard, 2006). Cependant, les mêmes auteurs développent sur la base de leurs résultats (Dehaene & Cohen, 1997), (Piazza, Pinel, Le Bihan, & Dehaene, 2007), (Izard & Dehaene, 2008), des propositions d'exercice. Elles sont disponibles en ligne [www.lacourseauxnombres.com/](http://www.lacourseauxnombres.com/) pour les niveaux préscolaires puis, pour les niveaux supérieurs, [www.thenumbercatcher.com/nc/](http://www.thenumbercatcher.com/nc/). Les effets de ces propositions d'exercices formels sur le terrain ne sont pas évalués, ce qui ne permet qu'un débat faiblement argumenté sur leur intérêt.

Ainsi malgré des publications nombreuses (Fayol, 2003) et dans des collections largement lues (Fayol, 2012) les propositions des psychologues et des cognitivistes, qui s'affirment comme fondées en théorie c'est-à-dire en laboratoire (Wilson, Dehaene, Dubois, & Fayol, 2009) ne sont pas, à ce jour, ni suivies ni évaluées en pratique : elles ne conduisent apparemment pas à une construction curriculaire pouvant fonder un enseignement. Les publications ERMEL, ouvrage collectif de formation publié par l'INRP dans les années 1980-2000, deviennent obsolètes avec leurs références venues pour une grande part de la psychologie constructiviste et pour l'autre, de la contre-réforme qui a suivi le mouvement moderniste des années 1970-80. Alors, les professeurs opposent d'un côté (Brissiaud, Clerc, & Ouzoulias, 1993), ou (Brissiaud, Ouzoulias, & Clerc, 1992), les ouvrages d'enseignement hégémoniques en France, aujourd'hui, vantés par leur auteur principal (Brissiaud, 1988), qui tient à lui tout seul une position originale (Brissiaud, 2002), et de l'autre l'ensemble des didacticiens membres de la COPIRELEM, l'organisation des chercheurs en didactique qui accumule des résultats depuis 40 ans maintenant, organise un congrès annuel auquel participent tous les formateurs de professeurs d'école, et publie des résultats d'observation et des propositions d'enseignement dans la revue « Grand N<sup>71</sup> » à l'intention des professeurs de mathématiques et de sciences. Mais ces

---

<sup>71</sup> Grand N – la revue de mathématiques, sciences et technologie pour les maîtres de l'enseignement primaire. Créée en 1973 (plus de 40 ans, déjà !), éditée par l'IREM de Grenoble, la revue Grand N était initialement consacrée à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Elle s'est enrichie en 1990 de l'apport d'autres disciplines scientifiques : la physique, les sciences de la vie et de la terre, et la technologie. À l'heure actuelle,

chercheurs n'ont produit que tout récemment un ouvrage d'enseignement qui ne bénéficie pas aujourd'hui du même succès que Brissiaud auprès des professeurs (Peltier, Briand, Ngono, & Vergnes, 2011), (Peltier, Briand, Ngono, & Vergnes, 2012). Les acquis des colloques annuels de la COPIRELEM permettent en revanche un débat constructif permanent. Les chercheurs en didactique qui participent à ces publications et débats (Houdement & Peltier, 1992), (Briand, 1999), (Brousseau, 2004), (Bartolini-Bussi, Mariotti, & Ferri, 2005), (Artigue, 2004), (Briand, Loubet, & Salin, 2004), (Artigue & Houdement, 2007), (Assude et al., 2007) font progressivement évoluer un savoir partagé et cumulatif. Le débat semble incontournable dans le monde français de la formation, et il occupe en effet les échanges sur les mathématiques élémentaires (Brissiaud, s. d.), comme on peut le lire encore en juin dernier sur le site du « café pédagogique »<sup>72</sup>.

Enfin depuis trois ans maintenant, à la suite de la recherche PIREF citée plus haut, des travaux novateurs se développent, en coordonnant pour la première fois des équipes en psychologie et en didactique autour des idées exprimées dans notre principe 5 : Il s'agit de la recherche en cours « ACE » (Apprentissage et Compréhension à l'École) et de ses développements ARITHMECOLE. Nous présenterons ces travaux dans la dernière partie du rapport.

## 2.2 Quelles sont les tendances des discussions en cours dans les publications ?

Certains débats pourraient être instruits par les comparaisons entre pays, qui pourraient être instructives.

Au Liban par exemple, les programmes actuels du Collège sont proches des programmes d'il y a vingt ans ; les méthodes d'autorité sont proches de celles qui prévalaient en France il y a cinquante ans et dont les tenants de la méthode de Singapour sont nostalgiques, pourtant, si les demandes en calcul algébrique sont bien supérieures à celles que l'on fait aujourd'hui en France, si les programmes introduisent les notions d'équation ou d'identités un an plus tôt qu'en France, et si les erreurs sont moins fréquentes au même niveau, ce sont bien les mêmes erreurs que l'on constate dans les deux pays (Abou-Raad & Mercier, 2009). On peut donc affirmer que ces erreurs ne relèvent pas des manières pédagogiques ou de l'organisation du curriculum, mais bien d'un obstacle venu du calcul algébrique même. D'autres comparaisons pourraient nous permettre d'établir des résultats semblables au niveau de l'enseignement élémentaire.

En Suisse francophone, les propositions piagétienne sont progressivement renouvelées en appui sur les travaux de cognitive et les professeurs « accompagnent le développement des élèves » ce qui les conduit à ne pas dire explicitement les enjeux d'apprentissage des jeux ou situations qu'ils proposent à l'activité des élèves. Cela nous a permis de comparer les effets d'une « pédagogie explicite » à la française à ceux d'une « pédagogie développementale » à la suisse, à propos des questions de mesurage des grandeurs dans les années 4 et 5 de la scolarité élémentaire. Le travail doctoral de (Ligozat, 2008) est, sur ce point aussi, novateur et éclairant, il a montré que dans certaines situations, les manières Suisses n'avaient pas permis aux

---

Grand N est la seule revue française spécialement dédiée aux mathématiques, sciences et technologie à l'école.  
<http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/spip.php?rubrique13>

<sup>72</sup> <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2014/06/10062014Article635379802978665275.aspx>

professeurs de trouver un moyen de terminer l'enseignement engagé en indiquant aux élèves les enjeux de l'apprentissage.

En Belgique francophone, la réforme des compétences a été appliquée avec rigueur ce qui permet de suivre la manière dont elle rend flous les enjeux et difficile l'évaluation, dans ce qui ressemble à une expérimentation en grandeur réelle (Schneider-Gilot, 2007). On a pu suivre comment les savoirs mathématiques n'ont pas trouvé d'espace pour être partie intégrante dans la réforme.

Nous allons maintenant poser trois questions qui d'ordinaire n'arrivent pas à faire surface, alors qu'elles sont cruciales et que des travaux solides ont prouvé que, dans une société intéressée à son école, des alternatives existeraient.

### **La question du nom des nombres, les adjectifs numériques**

Il faut signaler ici avant tout autre élément une discussion que personne n'arrive à rendre publique, mais qui pourtant est sous-jacente à plusieurs travaux actuels. Il existe en effet des variables spécifiques à l'enseignement des mathématiques élémentaires en français sur lesquelles personne n'a à ce jour accepté d'intervenir, quand on sait pourtant qu'il y a là une économie d'au moins une demi année d'enseignement (Miura, Okamoto, Kim, Steere, & Fayol, 1993), (Miura et al., 1994). Il s'agit de la formation des adjectifs numériques en français de France, qui a été transmise au Québec comme en Afrique et qui rend compte des difficultés de toute la population francophone de ces régions et de France à rédiger un chèque ou à transcrire un nombre sous la dictée (dix-huit mille quatre-vingt-dix-sept euros ne peut commencer à s'écrire que « 18... » et « 18097 » ne peut venir qu'après l'énoncé complet du nombre. Le phénomène est le même dans toutes les langues issues du latin et il est si manifeste que plus personne ne le voit. La démonstration de Miura et al. montre que l'équivalent de 60 à 100 heures de leçons et d'exercices de mathématiques sont perdues. Et ce fait d'observation quotidienne est si profondément ancré dans la « culture » que les mathématiciens renommés se trouvent ridicules d'imaginer porter devant un média quelconque une demande de changement sur cette question.

Le nom des nombres en français standard est pourtant d'une inutile complexité qui fait obstacle à la compréhension de la numération décimale de position, et on le sait depuis vingt ans. Mais une réforme sur ce point paraît hors de propos dans les commissions de travail, chaque fois qu'elle est proposée en France ; *elle supposerait une société attentive à son école et à sa langue* plutôt que arc-boutée sur des traditions dont plus personne ne connaît la valeur : nommer les nombres dix-un, dix-deux, dix-trois, dix-quatre, dix-cinq, dix-six, dix-sept, dix-huit, dix-neuf (les noms des trois derniers sont, par hasard, conformes), deux-dix, deux-dix-un, etc. comme l'on fait avec cent-un, cent-deux, deux-cent-un, etc., augmenterait immédiatement les performances des élèves francophones en calcul, parce que cela leur permettrait d'énoncer en français ce qu'ils écrivent en écriture chiffrée. *Cela est peut-être possible en Afrique, et cela ferait de la langue une théorie élémentaire de l'écriture symbolique des nombres*, conformément au principe 4 que nous avons énoncé plus haut. Les élèves seraient toujours à temps d'étudier, en cours d'histoire du Français, les curiosités des parlers régionaux du français numérique (Vaudois, Genevois, Belge, Bourguignon, Provençal, Québécois, Acadien, etc.). Rappelons qu'en France, au XVIIIe siècle, Condorcet avait formulé une proposition semblable dans son dernier ouvrage (*Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité, ouvrage posthume de Condorcet, 1799*)<sup>73</sup>. Cette proposition a été reprise récemment dans un ouvrage

<sup>73</sup> <http://www.leseditionsdunet.com/education/249-moyens-d-apprendre-a-compter-surement-et-avec-facilite--ouvrage-posthume-de-condorcet-jean-antoine-nicolas-de-caritat-condorcet-9782312001630.html>

d'enseignement par (Brissiaud et al., 1993), mais elle ne pouvait conduire à un changement durable car elle a été rejetée à la même époque par le Conseil National des Programmes et vingt ans plus tard en 2012 par le Comité Scientifique de la Conférence Nationale sur l'Enseignement des Mathématiques <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale>, bien qu'elle ait été présentée par Guy Brousseau.

Fuson et ses collaborateurs ont réalisé une étude apportant la preuve de l'avantage de la suite régulière des noms de nombres dans les langues de l'est asiatique. Ils ont comparé l'enseignement de deux suites verbales numériques : la suite conventionnelle dans les langues d'apprentissage et la suite régularisée telle que nous l'avons évoquée ci-dessus. En fin d'année, les élèves ayant participé à l'expérimentation étaient meilleurs que les élèves asiatiques (Ho & Cheng, 1997), (Ho & Fuson, 1998). Quant à (Cho, Weil-Barais, & Hoel, 2009) ils ont montré que, en plus d'un système de dénomination régulier qui ouvre l'accès à des nombres de l'ordre de 30 aux élèves de 5 ans, les parents Coréens ont une grande attention aux situations au cours desquelles ils peuvent engager les très jeunes enfants à des pratiques orales de ces nombres (augmentations, réductions, différences, répétitions, partage)<sup>74</sup> : ce qui renvoie au corps de problèmes élémentaires étudié par (Bartolini Bussi, 1992).

Mais tous ces travaux sont restés lettre morte ou presque en France, où le rapport précieux aux objets culturels conduit à respecter des règles langagières ou orthographiques désastreuses, pour mieux assurer le dressage de générations d'enfants et compliquer les pratiques des adultes faiblement lettrés. Il reste espérer que les professeurs français d'un côté et les autorités des nations francophones de l'autre interviendront bientôt en contournant ces règles : n'a-t-on pas appris, en suivant l'usage de cette banlieue, à nommer par exception « neuf-trois » le département numéro « quatre-vingt-treize », sachant que ce « 93 » est un codage alphabétique pour un élément d'une liste et n'est pas une mesure de grandeur ? La langue populaire démontre parfois des propriétés épistémologiques d'un usage que les analyses savantes n'ont pas toujours su montrer.

### **La question du temps d'enseignement**

Le temps passé en classe de mathématiques est un temps d'exposition à des objets qui sont peut-être considérés comme objets mathématiques, mais ce n'est pas sûr tant que l'on ne l'a pas observé explicitement. Il s'agit donc d'un observable un peu grossier, sans doute mais si la variation est importante il peut avoir du poids. En Suisse, au début des années 1980, Jean François Perret a mené une enquête sur le temps passé à enseigner les mathématiques, dans les classes de dernière année primaire: le résultat va du simple au double, et les professeurs qui prennent le plus de temps pour cet enseignement sont ceux qui réclament le plus fort des réductions de programme. Mais cette enquête du CRDP suisse n'est plus disponible.

L'instruction obligatoire (socle commun) suppose de 10 à 13 ans de scolarité, selon que les enfants fréquentent ou non la maternelle ; l'année dure en principe 36 semaines mais très souvent l'année d'enseignement explicite est réduite à 33 semaines (départ prématuré en congés, classes de nature, activités périscolaires durant le temps scolaire, absence du professeur, fêtes familiales ou religieuses, maladie, etc.) ; la semaine est maintenant de quatre jours ouvrables et le nombre de séquences effectives de mathématiques varie de 3 à 5 selon l'organisation de l'école, la durée des pauses, le temps passé en remédiation, aide individuelle,

---

<sup>74</sup> Cependant, un projet (Apprentissage et Compréhension à l'École) propose actuellement une expérimentation à grande échelle en Première année primaire (CP) sur des options jusqu'ici inexplorées : nous en parlerons en réponse aux questions sur les voies de travail prometteuses. Mais pour faire preuve expérimentale les facteurs positifs devront, plus tard, être étudiés séparément.

etc. Le temps d'enseignement des mathématiques élémentaires pour le citoyen, et d'enseignement d'un outillage mathématique spécialisé du travailleur le moins qualifié est donc évaluable : pour la France et dans les trente dernières années (maternelle, scolarité à 16 ans, et « pas de fin de scolarité sans un métier »), suivant la manière dont on l'évalue (nombre d'années de scolarité à 15 ans ; nombre de semaines enseignées, nombre d'heures hebdomadaires de mathématiques) le résultat oscille entre  $10 \times 33 \times 3 = 990$  heures (sans doute proche de la réalité actuelle dans certaines zones) et  $13 \times 36 \times 5 = 2340$  heures (proche de ce que l'on a vu dans les années 1970-1980 et du maximum aujourd'hui possible dans le cas le plus favorable). Donc et très officiellement en France, plus *du simple au double* selon les parcours et la manière dont la famille scolarise l'enfant, dont l'établissement qui le reçoit organise les choses, et dont l'attention aux mathématiques est éveillée. Quelle est la variation réelle? Nous disposons sur cette question du travail de (Bru, Altet, & Blanchard-Laville, 2004) et de l'ensemble des membres du réseau OPEN, puis de (Renard, 2007) et de Suchaut (Document non édité, 2009 : [http://www.fcpe.asso.fr/images/stories/fcpe/Suchaut\\_temps\\_scolaire.doc](http://www.fcpe.asso.fr/images/stories/fcpe/Suchaut_temps_scolaire.doc))

*... Un constat s'impose quand on examine l'évolution du nombre d'heures de classe par an sur une longue période (graphique 1). Depuis cent ans, la durée de l'année scolaire a été divisée par 1,5 passant de 1338 heures au début du XXème siècle à un nombre théorique de 864 heures aujourd'hui (840 heures si l'on tient compte des jours fériés). Cette diminution du nombre annuel d'heures d'enseignement correspond à une diminution du nombre de jours d'école (par l'augmentation des jours de congé) et, de fait, à la baisse du nombre d'heures dans la semaine : passage à 27 heures en 1969, puis à 26 heures en 1989. On notera par ailleurs, que depuis cette date on relève une dissociation entre le temps des élèves et celui des enseignants qui bénéficient d'un temps spécifique pour des activités de concertation pédagogique notamment. Depuis 2009, la durée hebdomadaire d'enseignement s'est encore réduite à 24 heures pour les élèves qui n'éprouvent pas de difficulté.*

*Au CP, le temps hebdomadaire consacré à la lecture varie entre 7,4 heures et 15,6 heures, celui accordé aux mathématiques de 3,2 à 7,1 heures et moins de 10% des enseignants respectent les horaires prescrits par les textes officiels.*

*Ces résultats sur la variété dans la gestion du temps confirment d'autres constats effectués à ce même niveau de scolarité (Fijalkow & Fijalkow, 1994), en fin d'école primaire (Arnoux, 2004), (Aubriet-Morlaix, 1999) [...] D'autres travaux ont mis en évidence, à partir d'observations précises réalisées dans des classes de l'école élémentaire (CE2) des différences très importantes d'un enseignant à l'autre dans le temps de travail quotidien disponible pour les élèves : jusqu'à 1 heure et 30 minutes entre les classes extrêmes [...] Il est également intéressant de constater que ces différences dans l'allocation de temps entre les disciplines sont très faiblement expliquées par les caractéristiques classiques du contexte scolaire [...].*

Nous pourrions demander à la DEPP si ce genre de corrélations peut être fait: le *temps d'enseignement* détermine sans doute une part des apprentissages observables, même si l'augmentation de l'acculturation des familles et leur capacité à organiser l'étude hors de la classe a d'évidence permis de le réduire de près de moitié en un siècle. Sans doute on ne peut le raccourcir impunément dans certaines conditions sociales.

Le mathématicien Pierre Arnoux par exemple montre une corrélation forte entre le temps d'enseignement des mathématiques et des sciences en première et terminale scientifique et la proportion des élèves de ces filières qui se sont orientés vers des études scientifiques, trois ans

plus tard [http://www.univ-irem.fr/spip2/IMG/pdf/Conference\\_1\\_P- Arnoux .pdf](http://www.univ-irem.fr/spip2/IMG/pdf/Conference_1_P- Arnoux .pdf). Mais si ces affirmations ne sont pas reconnues par les instances dirigeantes au niveau de la préparation à l'université, elles reçoivent un accord unanime et sont supposées fondées expérimentalement à l'autre extrémité de la scolarité, dans le cas des enseignements ou accueils préélémentaires : voici par exemple ce qu'en dit le rapport Eurydice. L'effet est non seulement positif, mais il est essentiel lorsque le niveau d'éducation des parents ne leur permet pas l'instruction préélémentaire que donne l'école dite « maternelle ».

*La participation des élèves à l'enseignement pré primaire a un effet plus important sur les scores en lecture des élèves en difficulté que sur les résultats de leurs pairs les plus performants. Les données de l'enquête PIRLS 2011 ont montré que le bénéfice de cet enseignement est plus important pour les élèves des familles de plus faible niveau d'éducation que pour ceux dont un parent au moins a un niveau universitaire. Cependant, PISA 2012 montre que les élèves dont la famille est peu instruite et de statut socio-économique faible ou immigrante récente avaient une faible probabilité d'avoir suivi cet enseignement pour plus d'une année.*<sup>75</sup>

[http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/key\\_data\\_series/166EN.pdf](http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/key_data_series/166EN.pdf)

De ce fait, il serait possible que la corrélation soit faiblement explicative et que les deux phénomènes dépendent semblablement d'un troisième, non repéré dans les enquêtes. Pourtant le même rapport Pisa 2012 affirme par ailleurs avoir mis en évidence une relation positive entre la participation au préscolaire et les compétences observées ultérieurement :

*[En mathématiques comme ailleurs]... il y a une relation forte entre les deux variables indépendantes « les résultats de la scolarité à 15 ans » et « la scolarisation pré primaire ». Ceux qui n'ont pas reçu cette éducation initiale ont 1,85 fois plus de probabilité d'être dans les élèves les moins performants*<sup>76</sup>. Rapport PISA 2012 Vol II.

La fin de l'enseignement primaire comme forme scolaire spécifique, qui a maintenant plus de 40 ans (plus d'une génération de professeurs), a conduit à l'extinction du Certificat d'Études Primaires, et à la disparition du corps de 1000 à 2000 problèmes que constituaient les Annales de cet examen de fin d'études. Ils ont d'autant mieux disparu que les métiers qui les motivaient ont eux aussi changé au point que ces problèmes ne seraient aujourd'hui plus crédibles (problèmes « de marchands de vin » ou mélanges liquides, « d'escompte » ou prêts et d'emprunts, problèmes « de trains » ou mouvements uniformes et vitesse, « de baignoires » ou volumes et débits, problèmes « de travail et de salaire » ou proportionnalité simple et multiple. Ils motivaient l'enseignement de l'arithmétique pratique et des techniques expertes pour les quatre opérations : ces enseignements survivent difficilement à la disparition de ces problèmes. Les performances d'un élève de 14 ans sur ces questions ont bien sûr baissé fortement, cela

---

<sup>75</sup> ECEC participation has a stronger positive effect on the reading scores of disadvantaged children than on the results of their better off peers. PIRLS 2011 data show that the beneficial impact of ECEC on reading achievement is stronger for children from families with a low level of education, than for those children who have at least one parent with tertiary level education. However, PISA 2012 results indicate that disadvantaged students (those from low socio- economic status, poorly educated and immigrant families) were less likely to have attended ECEC for longer than one year.

<sup>76</sup> There is a strong, independent relationship between having attended pre-primary school and performance at age 15. Those who did not participate in pre-primary education are 1.84 times more likely to score at the bottom of the performance distribution.



n'est pas difficile à affirmer. Il est si aisé de le vérifier qu'un débat violent existe en permanence en France, sur cette question (Annexe 12). Ce débat a conduit des associations militantes et des mathématiciens à soutenir le programme d'enseignement dit « de Singapour » <http://www.lalibrairiedesecoles.com/methode-singapour/> qui se déclare « classique et efficace » avec une pédagogie dite « explicite », s'opposant à une pédagogie « du développement » qui serait devenue la norme inconsciente des pratiques enseignantes observables en France. Nous verrons, dans le cours de notre enquête, que ces critiques ne tiennent pas et que la comparaison avec la Suisse ou les USA montre sinon le contraire, du moins que nous sommes en France loin de la pratique normale d'une pédagogie du développement.

### **Le corps des problèmes à étudier et les usages des nombres**

Cependant, aucune pédagogie explicite ne peut régler sans autre forme de procès la question du corps de problèmes qui organisent une étude efficace. Cela dépend en effet du principe suivant :

#### **Principe 3.1**

*Tout ce qui est utile et doit être appris ne peut être enseigné explicitement.*

On n'enseigne pas « les règles pour suivre les règles », comme Wittgenstein l'a montré. Par exemple, en société, les règles pour suivre les règles relèvent des *comportements convenables* pour la culture commune (manières de se saluer, de se vêtir, manières de table, etc.). Il en va de même pour l'usage des savoirs et c'est sans doute ce qu'il manque aux copistes Bouvard et Pécuchet, dans le roman éponyme de Flaubert. Ces usages s'apprennent en pratique, et en mathématiques ce sont des usages langagiers par lesquels les objets, leurs rapports et les manipulations associées sont nommés. Ainsi, on calcule une addition pour savoir une somme, une soustraction pour connaître un écart ou une différence, une multiplication pour un produit, une division pour un partage, une répartition ou une valeur unitaire. Les opérations citées sont binaires, elles mobilisent en effet deux termes, un opérante et un opérateur (deux addendes<sup>77</sup>, un multiplicande et un multiplicateur, etc.) dont la composition donne un troisième terme : somme, différence, produit, quotient. L'écart entre les règles explicites ou les théorèmes et les règles implicites qui en permettent l'usage situé ne peut être franchi que par l'étude des problèmes dont la solution demande l'usage des savoirs, ce qui se produit parfois longtemps après l'enseignement.

En outre et comme nous l'avons affirmé plus haut, les mathématiques sont une pratique écrite qui manipule des symboles graphiques non langagiers. De ce fait, ces symboles deviennent les objets matériels de l'activité et il est nécessaire de former des éléments langagiers permettant de contrôler la conduite de l'activité. Ces éléments langagiers ont une fonction centrale : ils sont une forme de théorie de celle-ci. Des travaux convergents et nombreux sont développés sur ces questions, par des chercheurs de toutes obédiences théoriques.

Ainsi, Houdement (2014) [http://www.aspe.ulg.ac.be/Files/2.\\_houdement\\_pp.7\\_34\\_.pdf](http://www.aspe.ulg.ac.be/Files/2._houdement_pp.7_34_.pdf) observe des élèves et les questionne sur les connaissances qu'ils appellent pour mobiliser les

---

<sup>77</sup> Le terme « addende » est utilisé en Belgique francophone mais pas en France, où l'ensemble de ce lexique tend à disparaître, hélas, derrière des désignations déictiques 'le premier nombre', 'le deuxième nombre', 'on fait une soustraction' pour on calcule une différence... Les professeurs pensent apparemment faciliter le travail des élèves en leur désignant directement 'l'opération à faire', mais ils rendent les élèves muets et ainsi, ils les empêchent de penser. C'est une observation de ce type que fait Houdement dans le texte cité, et tous les travaux relatifs aux rapports entre les notations symboliques et les expressions langagières les manques dramatiques du lexique permettant de définir et contrôler les stratégies de l'action.

savoirs algorithmiques opératoires à l'aide d'entretiens d'explicitation. Ce chercheur retrouve par une autre méthode les résultats de (Silvy et al., 2013), dont les observations convergent avec celles de (Chambris, 2008), toutes observations dont les travaux indépendants de (Radford, 2000) (Radford, 2002) (Radford, Bardini, Sabena, Diallo, & Simbagoye, 2005) conduits au Canada, la synthèse sous la direction de (Bartolini Bussi, 2007) et celle de (Hoffmann, Lenhard, & Seeger, 2005) ou naguère les recherches de (Chevallard & Bosch, 1997) (Bosch & Chevallard, 1999) anticipent l'importance capitale.

### **Principe 3.2**

*Les élèves apprennent par eux mêmes, à l'occasion de ce que le professeur leur désigne comme problèmes.*

Quelle que soit la pédagogie existante, il existe en effet des élèves qui apprennent, et certains arrivent à dépasser le maître. Il suffit pour cela que des écoles, ou des lieux de transmission de quelque forme, soient ouverts et indiquent les savoirs que l'on peut acquérir. Mais ce qu'on a montré les travaux cliniques en didactique, c'est que tous les élèves apprennent par eux-mêmes, au point que tous les adultes qui savent quelque chose d'un savoir leur affirment spontanément que « ils ne l'ont pas appris à l'école ». Et en effet, ils ont appris *grâce à l'école, mais en dehors de l'école*. Cela, les enseignements traditionnels « par apprentissage » l'acceptaient en jugeant d'abord si les apprentis « avaient l'œil » et s'il valait de les prendre sur le lieu de travail pour qu'ils y apprennent « le métier ».

Cela nous conduit à énoncer un principe subsidiaire qui est déterminant dans la qualité de tout enseignement des mathématiques :

### **Principe 3.3**

*L'enseignement doit organiser les conditions des apprentissages de ce qui doit être implicitement connu pour utiliser les savoirs explicitement enseignés et pour cela, le professeur doit en connaître l'existence et en maîtriser les conditions de vie.*

Cela se produit tout naturellement dans les situations d'apprentissage « sur le tas », puisque c'est l'exemple de *l'action au poste de travail* qui sert comme *situation d'enseignement*. Mais en classe, les conditions sont nécessairement artificielles puisque les écoles organisent le loisir pris pour étudier : l'arrêt de l'activité productive et la suspension du jugement, l'autorisation du tâtonnement et le temps pour le doute. Il y a là, dans les commencements d'une scolarisation systématique, une révolution culturelle pour les professeurs, mais aussi pour les élèves et leurs familles. Le « travail d'élève » n'est pas un travail, même si l'on considère qu'un(e) élève se produit lui(elle)-même comme adulte instruit(e), car l'action d'un adulte instruit n'est pas l'école, mais dans son extérieur : c'est pourquoi nous l'avons nommé *étude*. Bien avant que la pédagogie s'oriente vers le jeu en situation, le premier moyen pour convoquer dans l'école même le projet de sortir de l'école outillé par l'instruction, c'est l'étude de *corps de problèmes* bien identifiés, et sur lesquels il y a un accord général dans la société qui organise cette instruction. Et c'est sans doute là que l'enseignement pêche le plus facilement.

Mais nous ne disposons pas de travaux explicites montrant l'impact des problèmes ou de leur absence, quand bien même des chercheurs en psychologie sociale internationalement connus comme Michel Fayol<sup>78</sup> des chercheurs en didactique (Artigue & Houdement, 2007) et des chercheurs en mathématiques de haut niveau (Grenier & Payan, 1999), ou Pierre Duchet et

---

<sup>78</sup> <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2014/05/30052014Article635370315675951553.aspx>

d'autres<sup>79</sup> déplorent leur absence dans l'enseignement français et demandent avec insistance la réintroduction de certains « corps de problèmes ». Nous avons fait référence à ces travaux dans la première partie de ce rapport, et la plupart ne sont disponibles que sur les sites personnels de leurs auteurs, aussi nous allons maintenant tenter de montrer ce dont il peut s'agir dans le cas des nombres entiers, objets des tout premiers enseignements en mathématiques.

On observe par exemple que les enfants doivent imaginer les usages de la comptine numérique qui leur est enseignée aujourd'hui en France dès trois ans. La comptine numérique est une performance dénuée de sens pour des enfants dont on sait qu'ils n'ont pas formé l'idée de numérosité précise au delà de 4. On observe alors que lorsqu'ils cherchent un sens à la comptine, ils s'orientent vers le numérotage des étages dans les ascenseurs, puis des collections d'objets, sans comprendre d'abord et pendant longtemps que le dernier numéro attribué est le nombre de la collection : c'est une notion qui n'est pas construite même s'ils savent statistiquement choisir, de deux collections de bonbons ou de points, la plus nombreuse. Le dénombrement par numérotage fait problème et peut être obstacle à la construction du concept de nombre comme mesure d'une grandeur, un débat vif existe en France à son sujet : nous en avons parlé dans la section 2. Mais l'introduction, dès l'enseignement préélémentaire, de problèmes conduisant à la formation de l'idée qu'*un nombre rend compte d'une opération de mesure*, cela ne va pas de soi et ne peut être le fait de professeurs isolés. Leurs pratiques de classe s'adaptent donc au problème cognitif de leurs élèves, qu'au mieux ils tentent d'accompagner dans leurs questions et au pire, qu'ils tentent de corriger par la répétition d'exercices de même type.

Dans la tradition française d'après la réforme moderniste des années 1970-1980, le phénomène est général et c'est, pensons nous, ce même phénomène que les résultats francophones à PISA attestent.

Aussi, sans doute, l'une des actions novatrices pour soutenir le travail des professeurs de l'enseignement élémentaire serait sans doute de les doter d'*ouvrages pour l'enseignement constitués de corps de problèmes adaptés aux premières questions rencontrées par leurs élèves*, afin qu'ils puissent exercer ces élèves sur des questions porteuses de sens, pour eux comme pour leurs familles et pour la société qui engage l'effort d'instruction publique.

L'enquête TIMSS 2003 est particulièrement intéressante sur ces questions, bien qu'elle ne porte que sur ce que déclarent les responsables de l'enseignement et les professeurs :

*(Selon les responsables de l'enseignement) Au niveau 4, en moyenne, 81% des questions de mesure (posées dans les évaluations) correspondaient à des éléments du curriculum (et officiellement, devaient avoir été enseignées), ainsi que 68% des questions relatives aux nombres, 62% des questions relatives à l'analyse de données, 54% des questions de schémas et relations, 38% des questions de géométrie<sup>80</sup>.*

*(Selon les professeurs) Au niveau 4, en moyenne, les professeurs affirment avoir enseigné 86% des questions de mesure, 77% des questions relatives aux nombres,*

---

<sup>79</sup> [http://mapage.noos.fr/duchet/duchet\\_travaux\\_fichiers/pub\\_dida/mej\\_ue2004.pdf](http://mapage.noos.fr/duchet/duchet_travaux_fichiers/pub_dida/mej_ue2004.pdf) ou encore [http://mapage.noos.fr/duchet/duchet\\_travaux\\_fichiers/pub\\_dida/rechform.pdf](http://mapage.noos.fr/duchet/duchet_travaux_fichiers/pub_dida/rechform.pdf)

<sup>80</sup> At the fourth grade, on average, 81 percent of the measurement topics assessed were included in the participants' curricula, 68 percent of the number topics, 62 percent of the data topics, 54 percent of the patterns and relationships topics, and 38 percent of the geometry topics

*80% de l'analyse de données, 79% des questions de schémas et relations, et 55% des questions de géométrie<sup>81</sup>.*

Ainsi, les professeurs se montrent plus optimistes que les responsables. C'est un phénomène connu, qui tient à ce que les professeurs jugent des questions posées aux élèves en pensant « Avec ce que j'ai enseigné, est-il possible de traiter cette question ? » tandis que les responsables jugent d'après les programmes explicites. Ainsi les professeurs acceptent des questions qu'ils pourraient en effet poser parce qu'ils en imaginent un corrigé, accompagné du discours suivant : « Vous auriez dû savoir traiter la question puisque le savoir pertinent à cet effet vous a été présenté, à tel moment ». Cela élargit beaucoup le champ des questions acceptables par les professeurs, qui peuvent être les questions réussies seulement par les tout meilleurs élèves. L'écart est cependant important, de 5 à 20%. Et surtout, dans certains domaines, c'est la moitié des questions TIMSS qui au dire des professeurs ne correspondent pas à des techniques enseignées. L'insistance enseignante n'est donc peut-être pas là où on pourrait l'attendre : mais nous n'avons pas d'enquête générale sur ce point. Comment faire évoluer cela ? TIMSS 2003 nous donne d'autres renseignements encore, sur la formation des professeurs mais surtout sur la classe, telle que les professeurs et les élèves la décrivent.

*Aux deux niveaux enquêtés, le livre est le plus souvent l'assise de l'enseignement des mathématiques. En moyenne, deux tiers des élèves disent que leur professeur suit le livre comme principal moyen d'enseignement et un tiers affirment que le livre lui est une ressource supplémentaire.*

*En moyenne, les trois types d'activités les plus fréquentes sont le cours professoral, les travaux dirigés, et l'organisation de résolution de problèmes en autonomie (pour plus de 60% du temps déclaré, au niveau 4)<sup>82</sup>.*

Ainsi, le fait que dans certaines classes tous les élèves ne disposent pas d'un livre pèse sans doute lourd, non seulement sur la possibilité pour les élèves de conduire l'étude des questions enseignées, lors des temps de travail personnel, mais aussi et c'est tout aussi discriminant, sur leur capacité à suivre en classe, dans le livre, le cours professoral.

---

<sup>81</sup> At the fourth grade, across countries on average, teachers reported that 86 percent of the students had been taught the measurement topics, 80 percent the data topics, 79 percent the patterns and relationships topics, 77 percent the number topics, and 55 percent the geometry topics.

<sup>82</sup> At both eighth and fourth grades, the textbook was often the foundation of mathematics instruction. On average, about two-thirds of students at both grades had teachers who reported using a textbook as the primary basis for their lessons, and another third as a supplementary resource.

• On average, the three most common instructional activities were teacher lecture, teacher-guided student practice, and students working on problems on their own (totaling 59% of the time at eighth grade and 61% at fourth grade)

### 3) Où se placent les différentes activités pilotes ?

#### **De multiples activités pilotes à petite échelle sont entreprises, dans le monde développé et en développement, où se placent ces interventions en termes d'indication d'impact ?**

Plusieurs tendances pédagogiques existent, qui toutes développent des activités pilotes sans pour autant envisager d'en faire une évaluation externe. Certaines sont si peu étendues qu'elles ne peuvent faire l'objet que d'une observation de type anthropologique, comme l'École Freinet de Vence (Go, 2006), d'autres si diffuses qu'on ne peut en savoir aisément ni l'étendue ni l'impact comme le mouvement de l'ICEM<sup>83</sup>, qui se réclame de Freinet (Clanché, Debarbieux, & Testanière, 1994), ou le mouvement des CEMEA<sup>84</sup>, qui met l'accent sur l'éducation populaire et les loisirs (Vannini, 2013). D'autres enfin ont eu pour fonction principale celle d'un laboratoire permettant de produire des phénomènes en faisant bouger les contraintes afin d'en éprouver la force, comme l'École Jules Michelet de Talence, qui fut l'école d'observation pour Guy Brousseau et les chercheurs du COREM : les résultats en sont alors la modélisation des dits phénomènes, et les acquis sont théoriques (Brousseau, Balacheff, Cooper, Sutherland, & Warfield, 1997).

Mais, nous l'avons signalé dans ce rapport, il n'y a eu France, au Québec, en Belgique, en Suisse, et ailleurs dans le monde francophone, que deux programmes de recherche qui cherchent l'administration d'une preuve d'efficacité mesurable par les meilleurs apprentissages des élèves, et qui se sont développés sur un nombre suffisant de classes et d'élèves pour que leurs résultats ne puissent être considérés comme des effets d'enthousiasme dans un petit

---

<sup>83</sup> L'Institut Coopératif de l'École Moderne (ICEM-Pédagogie Freinet) est une association créée en 1947 par Célestin Freinet rassemblant autour de lui un certain nombre de pionniers. Aujourd'hui, agréée par les ministères de l'Éducation nationale et de la jeunesse et de la vie associative, l'ICEM regroupe des enseignants, des formateurs et des éducateurs autour des principes de la pédagogie Freinet.

L'association se donne pour objectifs la recherche et l'innovation pédagogiques, la diffusion de la pédagogie Freinet par l'organisation de stages, par la conception, la mise au point et l'expérimentation d'outils pédagogiques pour la classe, de revues documentaires pour les enfants, les jeunes et les enseignants, et l'édition de publications pédagogiques.

<sup>84</sup> Les CEMÉA, mouvement d'éducation nouvelle, association d'éducation populaire, et organisme de formation professionnelle sont porteurs depuis plus de 70 ans, d'une large expérience sociale et collective. Les Ceméa sont reconnus d'utilité publique et sont agréés par les grands ministères de l'Éducation nationale, de la Jeunesse et des Sports, de l'Action sociale, de la Culture et de la Communication, des Affaires étrangères...

#### L'ÉDUCATION POUR AGIR

Les Ceméa, Association nationale se sont donnés cinq grands objectifs :

- Construire l'éducation nouvelle au 21<sup>e</sup> siècle.
- Faire vivre l'éducation formelle et non formelle, développer les pratiques culturelles et la lutte contre toutes les exclusions.
- Agir dans les institutions pour la jeunesse et l'éducation populaire.
- S'engager pour le développement durable et pour les solidarités nouvelles, entre les générations, en Europe et dans le monde.
- Consolider les centres de vacances et de loisirs et se mobiliser pour le droit aux vacances pour tous.

Les Ceméa sont organisés en réseau national, européen et international. Leur projet s'appuie sur les valeurs de l'éducation nouvelle et la mise en action des individus, par les méthodes d'éducation active.

groupe de professeurs : ce sont les projets ACE et ARITHMECOLE que conduit Gérard Sensevy dans les académies de Rennes, Lille, et qui ont pour origine le travail d'innovation réalisé à Marseille, à l'École Saint Charles, « Lieu d'Éducation Associé » de l'IFE-ENS de Lyon. Ces travaux sont réalisés avec l'accord de la DGESCO, accompagnés par les corps d'Inspection, pensés par une équipe pluridisciplinaire de chercheurs en collaboration avec les professeurs impliqués, qui rendent compte régulièrement de leur action et de leurs difficultés incertitudes et innovations. L'ensemble de l'opération se développe progressivement « en tache d'huile » et implique aujourd'hui une centaine de classes de CP, elle donne lieu à évaluation régulière, et cette évaluation de fait selon un plan d'expérience, par comparaison avec des classes témoins de même type de population, elle compare donc école par école, classe par classe, élève par élève.

L'idée est de jouer sur deux tableaux, qu'on peut caractériser comme *pédagogique* et *didactique*, et d'observer les effets de l'opération aussi bien pour les très bons élèves que pour les plus en difficulté, dans les zones favorisées comme dans les plus défavorisées, et d'en tirer des leçons propres à former des professeurs à la gestion d'une forme scolaire profondément renouvelée.

La dimension didactique ou si l'on veut, mathématique et curriculaire est fondée sur ce que nous avons appelé « le principe 5 ». De ce fait, les élèves apprennent dès le début du CP à jouer des écritures numériques en désignant des collections aussi bien par  $3+2$  que par  $4+1$  ou par  $5$ , dans des activités de comparaison de grandeurs dont la mesure produit ce type d'écritures : les doigts des deux mains par exemple, ou le jet de deux dés, et la comparaison d'un pari de trois mains droites de trois élèves (qui peuvent produire tous les nombres de 0 à 15, les paris s'écrivant  $a+b+c$ ) avec un lancer de deux dés par deux autres élèves (qui peuvent produire tous les nombres de 3 à 12, les lancers s'écrivant  $e+f$ ). Les élèves s'engagent alors dans des raisonnements fondés sur des résultats qu'ils ont mémorisés. Cette première situation n'est bien sûr pas le tout de l'expérimentation, mais elle permet de montrer comment le premier enseignement de l'usage des nombres entiers propose l'entrée dans une pratique scripturale qui ne relève pas du « compter » de « lire écrire compter » mais d'une entrée dans les pratiques de manipulation symbolique associant nombres et opérations. Il faut remarquer aussi que ce projet s'appuie sur les travaux pionniers de Brousseau, qu'il reprend en partie mais renouvelle en fonction des évolutions actuelles du rapport aux mathématiques savantes qui dont référence : le raisonnement sur les questions discrètes remplace la manipulation des symbolismes logiques qu'étaient les diagrammes de Venn.

La dimension pédagogique ou si l'on veut, la gestion des apprentissages du groupe classe et de chaque élève, tient à un dispositif novateur : « le journal du nombre ». C'est un cahier où les élèves écrivent librement leurs idées ou leurs prouesses, sans correction aucune, un cahier où le professeur trouve des questions qu'il reprend et propose à l'étude collective, et le temps de classe où le professeur demande à tel élève d'exposer ses travaux tels qu'ils ont été consignés dans le cahier et renvoie au collectif qui étudie la numération les questions qu'il estime pouvoir être traitées par la classe. En outre, le travail avec les élèves en difficulté consiste en une anticipation des enseignements à venir qui s'appuie sur le journal du nombre de ces élèves et en nourrit le contenu. Ainsi, ces élèves prennent sur les autres une avance qu'ils pourront, mis en confiance, faire valoir en classe dès qu'ils auront repris confiance en eux.

Le projet s'appuie sur l'expérience du LEA « École Saint Charles » à Marseille, qui a mis en place depuis bientôt dix ans un enseignement expérimental du CP au CM2. Mais avec le soutien de la DGESCO qui le finance et de l'inspection de mathématiques qui en suit la diffusion, il se développe aujourd'hui sur une cohorte dont la base est en augmentation rapide

puisqu'il implique en deuxième année l'ensemble des classes recevant les élèves initialement pris dans le dispositif expérimental au CP : leur nombre a donc doublé d'une année sur l'autre. Le processus se développe car les résultats sont particulièrement encourageants, les maîtres entrant dans le projet apprenant de leurs collègues au cours de réunions mensuelles d'équipes travaillant sous la responsabilité des chercheurs.

Les 1907 élèves des 107 classes expérimentales de 2012-2013 progressent plus que les élèves des classes témoins, et cette progression est significativement meilleure au seuil de 1/1000, sauf sur la question de la désignation orale et écrite des nombres, qui n'a pas en effet été l'objet d'une quelconque attention du projet ACE. Bien sûr, les élèves progressent particulièrement sur les types de pratiques innovantes de la composition / décomposition additive des nombres dans des situations où ce travail a un sens en situation, mais ils progressent aussi dans les autres domaines de la littéracie numérique. Et surtout, les élèves les plus faibles qui sont suivis dans les réseaux d'aide progressent plus vite et leur écart avec les autres s'amointrit, ce qui est un résultat exceptionnel puisque d'ordinaire l'écart de creuse au fur et à mesure de la progression dans la scolarité (c'est aussi ce que l'on observe dans les classes témoin). Sans doute les résultats doivent être pris avec prudence parce que 21% des élèves ont disparu dans le temps de l'étude (deux ans), soit qu'ils aient déménagé soit qu'ils aient été absents le jour d'un pré ou post test, mais la discussion critique montre qu'ils sont robustes.

Il faut remarquer que si au CP, en première année, l'enseignement ACE est centré sur cinq points d'appui :

- D'abord des *situations* portées par une suite de jeux numériques, visant à la maîtrise de la numération décimale de position dans ses formes de notation chiffrée et de système d'adjectifs numériques, et ce sont en deuxième année les problèmes additifs et leur résolution formelle qui viennent au premier plan : *les mathématiques comme pratique écrite (symbolique)* montrent leurs usages en science comme dans le quotidien.
- Ensuite, l'entraînement explicite et systématique du *calcul mental*, appuyé sur la construction de répertoires de résultats qui peu à peu deviennent disponibles dans le travail écrit comme dans l'évaluation des grandeurs discrètes.
- Puis, la résolution de *problèmes « concrets »* posés en langage courant, qui est toujours un des enjeux de l'enseignement parce que ces problèmes sont les emblèmes scolaires des pratiques numériques sociales.
- Les *problèmes additifs « abstraits »* ; mobilisés par une écriture additive supposée modéliser un problème qui n'est pas déclaré, ils conduisent selon le cas à une opération d'addition ou de soustraction, résolue par évaluation, en ligne ou plus tard posée en colonnes.
- Les questions de la *numération* orale et écrite et de la traduction de l'un dans l'autre système de désignation numérique.
- Les questions de *l'estimation* des grandeurs discrètes, dont on sait par les travaux cognitifs qu'elle appartient aux espèces animales les plus évoluées et qu'elle peut, si elle est entraînée, fonder les pratiques et les techniques culturelles langagières et symboliques de manipulation des grandeurs (la mesure) et en permettre le contrôle a posteriori par les calculs d'ordres de grandeur.

Mais la possibilité et le succès de cette évolution tiennent aussi beaucoup au dispositif pédagogique « le journal du nombre », qui a permis de transformer profondément

l'organisation *bureaucratique* que nous avons décrite comme *norme* des formes scolaires actuelles, et de considérer que peut-être nous assistons à la mise au point d'*une forme scolaire nouvelle*, qui s'appuie sur la connaissance des principes de fonctionnement de toute organisation scolaire pour imaginer une organisation de la transmission des savoirs qu'on hésite encore à qualifier de *démocratique*, parce qu'elle serait efficace pour une part plus grande des enfants d'une classe d'âge et surtout, parce qu'elle leur donnerait l'expérience de leur capacité à produire collectivement les savoirs dont ils auraient besoin en dehors de l'école. On pourra se référer bientôt sur cette question au travail doctoral de Nathalie Vigot, à soutenir le 4 novembre 2014, dont le mémoire sera rapidement disponible comme Hyper Archive en Ligne (HAL).

Il était sans doute possible de trouver quelques études expérimentales plus locales, et de les présenter ici une à une. Leur ambition n'est pas du même type et nous avons tenté, par la forme de ce rapport, de les présenter dans l'espace de pensée qui les a permises et qu'elles nourrissent, dans la première partie du rapport.



## En conclusion et en résumé

### Quelles preuves détenons nous en provenance des classes en langue française à travers le monde liant la performance en mathématiques des élèves des premières classes primaires aux pratiques de l'enseignement dans la salle de classe ?

L'ensemble de ce rapport cherche des éléments de réponse à cette question. Nous n'y reviendrons pas. La didactique des mathématiques se voulant discipline expérimentale, chaque recherche doctorale engage son auteur dans une expérimentation locale voire ponctuelle dont l'observation et le compte-rendu forment le corps de la thèse soutenue. Tous les résultats sont donc évalués quant à leur efficacité... sur une classe ou quelques classes, dans des conditions toujours particulières puisque les professeurs se sont personnellement engagés dans une expérimentation.

Les chercheurs français considèrent jusqu'ici que, sur les questions d'enseignement qui nous sont si mal connues à ce jour, les phénomènes à observer sont tellement massifs qu'on ne peut les rater en observant une seule classe, ils agissent aussi comme s'ils pensaient que les phénomènes que l'on réussit à produire et à observer une fois sont absolument prégnants et pourraient être produits de nouveau en tout point du système étudié ou presque.

Il semble que cette attitude intellectuelle change progressivement, au fur et à mesure que les constructions théoriques se stabilisent. Mais le changement prendra encore longtemps car il suppose identifiées et reconnues les variables du système étudié. Une des ambitions de ce rapport était justement de commencer à proposer quelques candidats à ce statut, pour que les décisions qu'il engagerait à prendre puissent dorénavant être évaluées et que cette évaluation puisse faire preuve. En ce sens, le rapport est supposé pouvoir faire l'état des lieux et des savoirs, et être porteur de consensus.

Voici donc, d'abord, l'ensemble des principes qui ont été énoncés au long de ce rapport et qui constituent les acquis les plus généraux de la recherche francophone mais aussi, mondiale, sur le fonctionnement des systèmes d'enseignement.

Le principe 1 énonce une propriété de l'économie d'un système d'enseignement et les principes 1.n en énoncent les conséquences. Le principe 2 énonce une propriété institutionnelle d'un système d'enseignement et les principes 2.n en énoncent les effets épistémologiques pour les élèves. Le principe 3 énonce une contrainte pédagogique et les principes 3.n en énoncent les effets épistémologiques sur les connaissances apprises. Le principe 4 énonce un ensemble de résultats épistémologiques sur les mathématiques leur fonctionnement et donc, leur apprentissage. Ses conséquences ne sont pas envisagées dans le rapport car elles relèvent plutôt d'un travail sur les curriculums.

**Principe 1 :** L'efficacité d'un système d'enseignement moderne est liée à une rationalisation de l'enseignement des savoirs, qui sont alors constitués en disciplines scolaires et présentés selon un ordre préétabli.

- Principe 1.1 : *Les élèves n'apprennent pas seulement ce qu'on leur enseigne explicitement, mais la plupart apprennent aussi ce qui est leur est utile pour apprendre ces savoirs.*
- Principe 1.2 : *L'étude fait le lien entre l'enseignement et l'apprentissage.*
- Principe 1.3 : *Le professeur commence par le commencement.*
- Principe 1.4 : *Le commencement d'un enseignement fait sens pour la société où l'enseignement est organisé ; de ce fait, nous devons considérer que le choix n'appartient pas au professeur.*
- Principe 1.5 : *Le professeur organise une progression telle que, (en pratique, et il peut l'affirmer aux élèves) rien ne soit demandé aux élèves qui n'ait pas été enseigné.*
- Principe 1.6 : *Ce qui est enseigné désigne ce qui doit être appris et le détermine donc, dans la mesure où ce qui doit être appris trouve (à l'école ou à l'extérieur) des conditions pour être étudié.*

**Principe 2 :** Le professeur enseigne à un collectif d'individus qui étudie en groupe institué.

- Principe 2.1 : *Le rapport des élèves au savoir enseigné ne peut être séparé des connaissances venues de la situation d'enseignement qui produit la nécessité de savoir.*
- Principe 2.2 : *Le rapport des élèves au savoir enseigné ne peut être séparé de leur expérience des situations d'évaluation de leurs apprentissages, qui produisent la nécessité d'agir à l'aide de leur savoir..*

**Principe 3 :** Les manières d'organiser l'étude, que les élèves conduisent collectivement et personnellement, déterminent les types de savoir que des élèves qui étudient peuvent apprendre.

- Principe 3.1 : *Tout ce qui est utile et doit être appris ne peut être enseigné explicitement.*
- Principe 3.2 : *Les élèves apprennent par eux mêmes, à l'occasion de ce que le professeur leur désigne comme problèmes, en enseignant.*
- Principe 3.3 : *L'enseignement doit organiser les conditions des apprentissages de ce qui doit être implicitement connu pour utiliser les savoirs explicitement enseignés et pour cela, le professeur doit en connaître l'existence et en maîtriser les conditions de vie.*

**Principe 4 :** Les mathématiques sont un ensemble de pratiques mobilisant des outils symboliques (graphiques et scripturaux) grâce à des pratiques gestuelles et langagières qui en indiquent le sens et qui en permettent le contrôle.

Comme nous l'expliquons tout au long du rapport, les données empiriques manquent pour répondre de façon totalement satisfaisante aux questions posées. De ce fait, nous avons traité dans cette étude la question d'un point de vue assez général.

Nous avons pu avoir une attention particulière sur les pays en développement, mais nous n'avons pas pu cerner suffisamment les spécificités des pays développés relevant de notre étude (Québec, Belgique francophone, Suisse romande). Il est avéré, par exemple, qu'il existe des différences de pratiques importantes entre le Québec et la France ; différence qui à elle seules pourraient expliquer une partie des différences dans les résultats observés. Ces différences

seraient d'autant plus importantes à étudier que l'enseignement des mathématiques et la formation des maîtres de l'élémentaire des pays en développement subit certes une forte influence des conceptions française, mais aussi dans une mesure plus ou moins importante selon les pays, des conceptions belges (i.e. l'approche par compétences) et québécoise (i.e. l'évaluation des connaissances).

Il reste que nous avons pu vérifier que pour ces pays il n'existe pas davantage d'études empiriques larges sur les rapports entre pratiques et résultats qu'il n'en existe dans le cas strictement français.

## Résumé du rapport et de ses résultats

Nous avons enquêté à partir de nos positions universitaires dans trois pays. La France où nous avons consulté les chercheurs internationalement renommés des laboratoires LDAR, ADEF, CREAD, leurs directeurs que nous avons personnellement interrogés, et les chercheurs de l'Institut Français de l'Éducation, les IREM et l'Association des Professeurs de Mathématiques, l'APMEP. La Belgique (Université de Liège) et le Québec (Université de Montréal). Nous avons interrogé en Suisse un professeur de la FAPSE (Université de Genève). Et nous avons aussi personnellement interrogé en Italie le professeur Bartolini-Bussi, responsable d'une équipe d'enquête mondiale sur les premiers enseignements des mathématiques pour ICMI (International Commission on Mathematical Instruction ). Cette Commission tiendra un congrès sur cette question à Macao en 2015.

Nous avons consulté aussi bien sûr la bases de données internationale MATHEDUC, qui comprend plus de 100 000 références des articles de l'ensemble des revues professionnelles et de recherche sur l'enseignement des mathématiques dans le monde. Nous avons aussi cherché par le moyen d'autres bases comme la base US ERIC, ou la base française HAL qui archive (textes et hypertextes en ligne) l'ensemble des travaux doctoraux conduits dans les universités françaises qui ont reçu une autorisation de publication, et tous les articles libres d'accès que leur auteur universitaire veut bien rendre consultables. Nous avons aussi enquêté par le moyen des sites de revues spécialisées et de leurs éditeurs comme Springer, des encyclopédies en ligne comme Wikipedia et Universalis. Nous avons aussi consulté les éditeurs francophones en sciences humaines et sociales qui mettent en ligne leurs références comme CAIRN-info, dont le moteur de recherche, comme celui de Google Scholar, cible progressivement les centres d'intérêt d'une enquête et classe les travaux indexés selon le nombre de leurs citations. La base SUDOC, qui fédère l'ensemble des bibliothèques universitaires françaises, et la Bibliothèque Denis Diderot, de l'Institut Français de l'Éducation ainsi que son Service de Veille Scientifique nous ont servi d'appui. Au terme de cette enquête, nous avons été convaincus de cette évidence : il n'y a pas, jusqu'à aujourd'hui, des travaux systématiques cherchant à produire des résultats d'observation empirique bien établis sur les questions des pratiques de classe et de leur efficacité relative à des publics spécifiés.

Cependant, nous avons pu identifier, avec l'aide des personnes que nous avons consultées, des résultats de la recherche produite dans le monde francophone, en termes de « principes de fonctionnement » et de « conditions d'efficacité ». Les principes de fonctionnement sont les résultats de la recherche francophone sur les systèmes d'enseignement, et les conditions d'efficacité de ce fonctionnement sont les résultats confirmés des travaux doctoraux et des contrats de recherche qui, le plus souvent, portent sur l'étude serrée d'un cas décrit en détail ou l'identification d'un phénomène et de son emprise.

Mais nous avons pu noter une évolution récente des travaux sur l'enseignement des mathématiques, en France, avec d'abord les travaux commandés par le PIREF (Programme Incitatif de Recherche en Éducation et Formation) en 2004 et une recherche interdisciplinaire (didactique, sociologie et psychologie) sur l'efficacité des professeurs de CP (première année primaire) en mathématiques et en français (lecture-écriture) qui a montré comment la compétence de certains professeurs était différente selon la matière d'enseignement, et relevait donc de leur rapport personnel à cette matière.

La même équipe du CREAD, à Rennes, a aujourd'hui engagé, en association avec des laboratoires de psychologie et cognitive, pour le ministère de l'Éducation avec un financement de la DGESCO (Direction Générale des Enseignements Scolaires), un travail expérimental de grande envergure nommé ACE (Apprentissage et Compréhension à l'École) qui porte sur l'enseignement des mathématiques en Première année et propose à la fois des contenus nouveaux avec le développement précoce de pratiques écrites de désignation additive des nombres et des pratiques pédagogiques innovantes avec le Journal du nombre que tiennent les élèves comme un cahier d'expérimentation et de questionnement que le professeur peut reprendre au compte de la classe. Une école expérimentale soutenue par l'IFE, le LEA (Lieu d'Éducation Associé) Saint Charles, à Marseille, avait depuis quatre ans testé les propositions mathématiques, cinq écoles expérimentales ont testé une version prototypique en 2010-2011, puis le projet a mis en place (par la coopération des chercheurs et des professeurs expérimentés) une mise à l'épreuve des contenus et des dispositifs pédagogiques dans 60 classes, et a comparé les résultats dans 60 autres classes semblables par leurs publics, avant de proposer l'enseignement expérimental aux classes témoins dès l'année suivante, en 2013-2014. Car les acquis des élèves sont si significativement meilleurs sur tous les plans (y compris là où l'expérimentation n'a pas proposé d'innovation comme pour la numération) qu'il était impossible de poursuivre.

Ainsi, nous aurons là des résultats expérimentaux solidement établis, dont nous connaissons bientôt les conditions de réalisation (les publications sont attendues, mais sans doute, l'accompagnement collectif des professeurs par l'équipe des chercheurs, dans un travail de suivi collaboratif sur une durée d'au moins deux ans s'avèrera indispensable). Une suite en deuxième année a été décidée par la DGESCO, c'est le projet ARITHMECOLE qui démarre en cette rentrée sur le même modèle. On espère que l'ensemble sera évalué par ses effets d'apprentissage dans le cadre ordinaire des enquêtes de la DEPP (Direction de l'Évaluation et de la Prospective) au CE2, mais ces résultats ne seront pas disponibles avant 2016.

Les projets dont nous venons de rendre compte sont en cours, et ne sont pas soumis aux conditions particulières des pays d'Afrique dont l'enseignement élémentaire est partiellement ou totalement francophone. Les résultats que nous avons mis en avant sont génériques, mais leur usage dans les conditions particulières de ces pays ne peut se faire sans expérimentation précise car leur domaine de validité n'a pas été établi. Au delà des enquêtes remarquables en économie et en sociologie de l'éducation qui ont été diligentées dans les années 2000, il s'avère donc nécessaire aujourd'hui d'engager des travaux expérimentaux d'envergure, sachant que comme pour ACE et ARITHMECOLE il est possible de les imaginer aujourd'hui en les fondant sur l'identification des grandes variables internes d'un système d'enseignement que notre rapport a commencé à identifier : elles permettent nous le pensons de poser les (bonnes) questions qui apporteront des informations utiles à la direction efficace d'un système d'enseignement bien installé dans son environnement social et culturel.

## Éléments bibliographiques

Abou-Raad, N., & Mercier, A. (2009). Etude comparée de l'enseignement de la factorisation par un facteur commun binôme, en France et au Liban. *Recherches en didactique des mathématiques*, 29(2), 155–188.

Acioly, N. M., & Schliemann, A. D. (1988). Mathematical knowledge developed at work: the contribution of practice versus the contribution of schooling. *Cognition and Instruction*, 6(5), 185–221.

Agulhon, C. (2003). *Le rapport au symbolisme algébrique: une approche didactique et épistémologique* (Mémoire de doctorat d'université). Paris VII Denis Diderot.

Alby, S., Anciaux, F., Delcroix, A., & others. (2011). Alternances codiques et éducation dans les départements et collectivités d'outre-mer: Guadeloupe, Guyane, Saint-Martin. *Langues et cité*, (19). Consulté à l'adresse <http://hal.archives-ouvertes.fr/halshs-00665378/>

Amigues, R., & Zerbato-Poudou, M.-T. (2000). *Comment l'enfant devient élève*. Paris: Retz. Consulté à l'adresse <http://www.icem-freinet.fr/archives/ne/ne/128/actu128.rtf>

Anwandter-Cuellar, N. (2012). *Place et rôle des grandeurs dans la construction des domaines mathématiques numérique, fonctionnel et géométrique et de leurs interrelations dans l'enseignement au collège en France*. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc. Consulté à l'adresse <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00736732/>

Arnoux, M. (2004). *Une étude sur l'activité de l'enseignant en situation interactive: observation de la gestion et de l'organisation du temps dans des classes de CMI*.

Artigue, M. (2004). L'enseignement du calcul aujourd'hui: problèmes, défis et perspectives. *Repères IREM*, 54, 23–39.

Artigue, M., & Houdement, C. (2007). Problem solving in France: didactic and curricular perspectives. *ZDM*, 39(5-6), 365–382.

Assude, T., Mercier, A., & Sensevy, G. (2007). Enseigner les mathématiques au CP: éléments de réflexion. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2007*, p. 279–306.

Assude, T., Mercier, A., & Sensevy, G. (2007). L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux. *Recherches en didactique des mathématiques*, 27(2), 221–252.

Atkinson, E. (2000). In defence of ideas, or why 'what works' is not enough. *British Journal of Sociology of Education*, 21(3), 317–330.

Aubriet-Morlaix, S. (1999). *Essai sur l'allocation et l'optimisation du temps scolaire. Unpublished Thèse de Doctorat Université de Bourgogne (Dijon)*.

Bartolini Bussi, M. G. (1992). Mathematics knowledge as a collective enterprise. In *The*

*dialogue between theory and practice in mathematics education: Overcoming the broadcast metaphor* (p. 121–151). Bielefeld: IDM Universitat Bielefeld.

Bartolini Bussi, M. G. (2007). Semiotic mediation: fragments from a classroom experiment on the coordination of spatial perspectives. *ZDM*, 39(1), 63–71.

Bartolini-Bussi, M. G., Mariotti, M. A., & Ferri, F. (2005). Semiotic mediation in the primary school. In *Activity and Sign* (p. 77–90). Springer. Consulté à l'adresse [http://link.springer.com/chapter/10.1007/0-387-24270-8\\_8](http://link.springer.com/chapter/10.1007/0-387-24270-8_8)

Barton, B., Poisard, C., & Domite, M. D. C. (2006). Cultural Connections and Mathematical Manipulations. *For The Learning of Mathematics*, 26(2), 21–24.

Bautier, E. (2003). Décrochage scolaire et déscolarisation. *La Nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, (24), 33–45.

Bautier, E. (2006). Le rôle des pratiques des maîtres dans les difficultés scolaires des élèves. Une analyse de pratiques intégrant la dimension des difficultés socialement différenciées. *Recherche et formation*, (51), 105–118.

Bautier, E., Chatel, É., Peyronie, H., Rochex, J.-Y., & Vergnoux, A. (1999). *Activités des élèves, travail d'écriture, et apprentissage* (Rapport de Recherche au CNCRE). Paris: Université Paris VIII, Equipe ESCOL.

Bautier, É., Rayou, P., & others. (2009). Les inégalités d'apprentissage. Programmes, Pratiques et malentendus scolaires.

Bautier, É., Rayou, P., & others. (2009). *Les inégalités d'apprentissage. Programmes, Pratiques et malentendus scolaires*. (Rapport d'équipe). Université Paris VIII Equipe ESCOL. Consulté à l'adresse <http://hal.archives-ouvertes.fr/halshs-00591929/>

Bautier, E., & Robert, A. (1987). *Apprendre des mathématiques et comment apprendre des mathématiques: premiers éléments pour une étude des représentations des élèves de l'enseignement post-obligatoire de l'accès au savoir mathématique* (Rapport d'équipe). Paris: IREM, Université Paris VII.

Bernié, J.-P. (2002). L'approche des pratiques langagières scolaires à travers la notion de «communauté discursive»: un apport à la didactique comparée? *Revue française de pédagogie*, 141(1), 77–88.

Bideaud, J., Meljac, C., & Fischer, J.-P. (1991). *Les chemins du nombre*. Presses Univ. Septentrion. Consulté à l'adresse [http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=7X\\_MvVHrKE4C&oi=fnd&pg=PA9&dq=Les+chemins+du+nombre&ots=nPJ0AA\\_Gjh&sig=vN1JIDczCy6lCyuhW-vUnBeQedo](http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=7X_MvVHrKE4C&oi=fnd&pg=PA9&dq=Les+chemins+du+nombre&ots=nPJ0AA_Gjh&sig=vN1JIDczCy6lCyuhW-vUnBeQedo)

Blanchard-Laville, C. (1997). *Variations sur une leçon de mathématiques: analyse d'une séquence, « l'écriture des grands nombres »*. Editions L'Harmattan.

Bodin, A. (1997). L'évaluation du savoir mathématique. Questions et méthodes. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(1), 49–95.

Bodin, A., & de Franche-Comté, I. (2005). Les mathématiques face aux évaluations nationales et internationales. *De la*.

Boero, P. (1999). Teaching and learning mathematics in context. *Educational Studies in Mathematic, special issue, 39*(1-3), 205–227.

Boero, P., Chiappini, G., Garuti, R., & fonsina Sibilla, A. (1995). Towards statements and proofs in elementary arithmetic: An exploratory study about the role of teachers and the behaviour of students. In *Proceedings of the annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, p. 137). Recife (Brésil): Luciano Meira & David Carraher. Consulté à l'adresse <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED411136.pdf#page=138>

Boero, P., Dapueto, C., Ferrari, P., Ferrero, E., Garuti, R., Lemut, E., ... Scali, E. (1995). Aspects of the mathematics-culture relationship in mathematics teaching-learning in compulsory school. In *Proceedings of the annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 151). Recife (Brésil): Luciano Meira & David Carraher.

Boero, P., & Douek, N. (2009). La didactique des domaines d'expérience. *Carrefours de l'éducation, n° 26*(2), 99–99. doi:10.3917/cdle.026.0099

Boero, P., Pedemonte, B., & Robotti, E. (1997). Approaching theoretical knowledge through voices and echoes: a Vygotskian perspective. In *PME CONFERENCE* (Vol. 2, p. 2–81). THE PROGRAM COMMITTEE OF THE 18TH PME CONFERENCE. Consulté à l'adresse <http://www.dm.unito.it/semdidattica/2011/app/boero21.pdf>

Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs: objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques, 19*(1), 77–123.

Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). Ostensifs et sensibilité aux ostensifs dans l'activité mathématique. *Recherches en didactique des mathématiques, 19*(1), 77–123.

Bourdieu, P., Passeron, J.-C., & Shattock, M. (1970). *La reproduction: éléments pour une théorie du système d'enseignement*. Editions de minuit Paris.

Briand, J. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. *Recherches en didactique des mathématiques, 19*(1), 41–76.

Briand, J. (2010). Réflexions actuelles sur les mathématiques à l'École primaire. *Le café pédagogique*. Consulté à l'adresse <http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00495057>

Briand, J., Loubet, M., & Salin, M.-H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Paris: Hatier.

Briand, J., & Salin, M.-H. (2001). Diffusion des résultats de la recherche sur l'enseignement des mathématiques vers la formation des enseignants. APMEP. Consulté à l'adresse <http://www.arpeme.fr/documents/6956B50DB24D474F1693.pdf#page=161>

Brissiaud, R. (1988). Compter à l'école maternelle? Oui, mais comment? *Grand N, (43)*, 5–20.

Brissiaud, R. (2002). Psychologie et didactique: choisir des problèmes qui favorisent la conceptualisation des opérations arithmétiques. In *Traité des Sciences Cognitives - Le développement des activités numériques chez l'enfant* (Jacqueline Bideaud et Henri Lehalle., p. 265–291). Paris: Hermes.

Brissiaud, R. (s. d.). La pédagogie et la didactique des opérations arithmétiques à l'école (1): Le dilemme de l'automatisation, celui de la symbolisation et l'inspection générale. Consulté à

l'adresse

[http://www.cafepedagogique.net/Documents/RBrissiaud\\_Operationsarithmetiques1.pdf](http://www.cafepedagogique.net/Documents/RBrissiaud_Operationsarithmetiques1.pdf)

Brissiaud, R., Clerc, P., & Ouzoulias, A. (1993). *J'apprends les maths, CP: fichier de l'élève*. Retz. Consulté à l'adresse <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/MEE97032.htm>

Brissiaud, R., Ouzoulias, A., & Clerc, P. (1992). *J'apprends les maths, CE1: fichier de l'élève*. Retz. Consulté à l'adresse <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/MEE97034.htm>

Brousseau, G. (1978). L'observation des activités didactiques. *Revue française de pédagogie*, 130–139.

Brousseau, G. (1987). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(3), 33–115.

Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In *Construction des savoirs, Obstacles et Conflits* (p. 41–63). Nadine Bednarz, Catherine Garnier.

Brousseau, G. (2000). Que peut-on enseigner en mathématiques à l'école primaire et pourquoi? *Repères IREM*, 38, 7–10.

Brousseau, G. (2002). Les grandeurs dans la scolarité obligatoire. In *Actes de la 11e Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (p. 331–348). Orléans: IREM D'Orléans. Consulté à l'adresse <http://halshs.archives-ouvertes.fr/hal-00715071/>

Brousseau, G. (2004). Les représentations : étude en théorie des situations didactiques. *Revue des sciences de l'éducation*, 30(2), 241–277.

Brousseau, G. (2009). Le cas de Gaël revisité (1999-2009).

Brousseau, G., & Balacheff, N. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: Éditions la Pensée sauvage.

Brousseau, G., Balacheff, N., Cooper, M., Sutherland, R., & Warfield, V. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990*. Kluwer academic publishers.

Brousseau, G., Brousseau, N., & others. (1987). *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire* (IREM de Bordeaux.). Bordeaux: COREM. Consulté à l'adresse <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00610769/>

Brousseau, G. P., Brousseau, N., & others. (1987). Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire. Consulté à l'adresse <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00610769/>

Brousseau, N., & Brousseau, G. (1992). Le poids d'un récipient. Etude des problèmes de mesurage en CM. *Grand N*, 65–87.

Bru, M., Altet, M., & Blanchard-Laville, C. (2004). A la recherche des processus caractéristiques des pratiques enseignantes dans leurs rapports aux apprentissages. *Revue française de pédagogie*, 75–87.

Butlen, D. (1991). Quelques remarques sur les tests nationaux d'évaluation CE2 1989 et 1990. *Grand N*, 49, 49–56.



Butlen, D., & Bautier, E. (2004). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs des écoles:(note de synthèse)*. Paris: IREM, Université Paris 8, Saint Denis.

Butlen, D., Ngono, B., Peltier, M.-L., & Pézard, M. (2003). Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REP. In *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques 2002* (p. 99–122). Paris: IREM PARIS VII. Consulté à l'adresse <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/AAR03020.htm>

Butlen, D., Peltier-Barbier, M.-L., & Pézard, M. (2002). Nommés en REP, comment font-ils? Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REP: contradiction et cohérence. *Revue française de pédagogie*, 142, 41–52.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., & Carey, D. A. (1988). Teachers' pedagogical content knowledge of students' problem solving in elementary arithmetic. *Journal for research in mathematics education*, 19(5), 385–401.

Chambris, C. (2008). *Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20e siècle. Connaissances des élèves actuels*. (Archives ouvertes). Paris VII, Paris. Consulté à l'adresse [http://tel.archives-ouvertes.fr/index.php?halsid=qildcl2fj3ld86rrq9giiqt0k2&view\\_this\\_doc=tel-00338665&version=1](http://tel.archives-ouvertes.fr/index.php?halsid=qildcl2fj3ld86rrq9giiqt0k2&view_this_doc=tel-00338665&version=1)

Chambris, C. (2010). Relations entre grandeurs, nombres et opérations dans les mathématiques de l'école primaire au 20e siècle: théories et écologie. *Recherches en didactique des mathématiques.*, 30(2), 317–366.

Chatel, E. (1999). Légitimité savante et valeur scientifique dans l'enseignement des SES, une approche critique du concept de transposition didactique. *DEES, Documents pour l'enseignement économique et social*, (116), 23–28.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. (La Pensée Sauvage.). Grenoble.

Chevallard, Y. (1992). La transposition didactique et l'avenir de l'École. *Fenêtre sur cours*, 114, 88–89.

Chevallard, Y. (2007). Les mathématiques à l'école: pour une révolution épistémologique et didactique. *Bulletin de l'APMEP*, 471, 439–461.

Chevallard, Y., & Bosch, M. (1997). *Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje* (Vol. 22). Horsori Editorial, Sl.

Chevallard, Y., & Cirade, G. (s. d.). Les phénomènes transpositifs et la noosphère.

Chevallard, Y., & Matheron, Y. (2002). «Travaux personnels encadrés: un cadre d'analyse didactique pour un changement majeur dans l'enseignement au Lycée». *Nouveaux dispositifs d'enseignement en mathématiques dans les collèges et les lycées. Actes des journées de Dijon: 24-25 mai 2002*, 141–150.

Chevallard, Y., & Mercier, A. (1987). *Sur la formation historique du temps didactique*. IREM d'Aix-Marseille.

Cho, H. Y., Weil-Barais, A., & Hoel, J. (2009). D'où vient la supériorité des enfants coréens en mathématiques ? *Carrefours de l'éducation*, n° 26(2), 185–200. doi:10.3917/cdle.026.0185

Chopin, M. P. (2007). Le temps didactique dans l'enseignement des mathématiques: approche des phénomènes de régulation des hétérogénéités didactiques.

Chopin, M. P. (2010). Les usages du «temps» dans les recherches sur l'enseignement. *Revue française de pédagogie*, (1), 87–110.

Clanché, P., Debarbieux, E., & Testanière, J. (1994). *La Pédagogie Freinet: mises à jour et perspectives*. Presses universitaires de Bordeaux. Consulté à l'adresse [http://www.lecture.org/revues\\_livres/actes\\_lectures/AL/AL48/AL48LU4.pdf](http://www.lecture.org/revues_livres/actes_lectures/AL/AL48/AL48LU4.pdf)

Crahay, M. (2004). Peut-on conclure à propos des effets du redoublement? *Revue française de pédagogie*, 11–23.

D'Ambrosio, U. (2001). What Is Ethnomathematics, and How Can It Help Children in Schools?. *Teaching children mathematics*, 7(6), 308–331.

Dehaene, S., & Changeux, J.-P. (1993). Development of elementary numerical abilities: A neuronal model. *Cognitive Neuroscience, Journal of*, 5(4), 390–407.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1994). Dissociable mechanisms of subitizing and counting: neuropsychological evidence from simultanagnosic patients. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 20(5), 958.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, 33(2), 219–250.

Delbos, G. (1993). Eux ils croient... Nous on sait... *Ethnologie française*, 23(3), 367–383.

Demailly, J.-P. (s. d.). Vers une réévaluation de l'enseignement des mathématiques et des sciences: initiatives du GRIP et réseau de classes SLECC. Consulté à l'adresse [http://smf4.emath.fr/source/Publications/Gazette/2006/110/smf\\_gazette\\_110\\_61-64.pdf](http://smf4.emath.fr/source/Publications/Gazette/2006/110/smf_gazette_110_61-64.pdf)

Derouet, J.-L. (2003). Du temps des études à la formation tout au long de la vie. À la recherche de nouvelles références normatives. *Education et sociétés*, (1), 65–86.

Dewey, J. (1958). *Experience and nature* (Vol. 1). Dover Pubns.

Douek, N. (2005). The role of language in the relation between theorisation and the experience of activity. *Language and Mathematics*, 821.

Draelants, H., & others. (2009). *Réforme pédagogique et légitimation: le cas d'une politique de lutte contre le redoublement*. De Boeck. Consulté à l'adresse [http://www.cairn.info/ouvrage.php?ID\\_REVUE=DBU\\_PEDA&ID\\_NUMPUBLIE=DBU\\_DR\\_AEL\\_2009\\_01&AJOUTBIBLIO=DBU\\_DRAEL\\_2009\\_01\\_0393](http://www.cairn.info/ouvrage.php?ID_REVUE=DBU_PEDA&ID_NUMPUBLIE=DBU_DR_AEL_2009_01&AJOUTBIBLIO=DBU_DRAEL_2009_01_0393)

Duru-Bellat, M., & Mingat, A. (1994). La variété du fonctionnement de l'école identification et analyse des «effets-maître». M. Crahay et A. Lafontaine (éd.), *Évaluation et analyse des établissements de formation*. Bruxelles: De Boeck, 131–145.

Duru-Bellat, M., & Mingat, A. (1997). La constitution de classes de niveau dans les collèges; les effets pervers d'une pratique à visée égalisatrice. *Revue française de sociologie*, 759–789.

Dutercq, Y. (2001). Ceux qui n'y vont pas et ceux qui n'en veulent plus. *Enfances & Psychologie*, (4), 114–119.

Esmenjaud Genestoux, F. (2000). *Fonctionnement didactique du milieu culturel et familial dans la régulation des apprentissages scolaires en mathématiques*. Consulté à l'adresse <http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsidt=201672>

Esmenjaud-Genestoux, F. (2005). Le travail personnel au Collège. *Petit X*, 69, 58–84.

Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre: du comptage à la résolution de problèmes*. Delachaux et Niestlé Paris. Consulté à l'adresse [http://www.logicieleducatif.fr/fiches/recherches-pedagogiques/enfant\\_nombre.pdf](http://www.logicieleducatif.fr/fiches/recherches-pedagogiques/enfant_nombre.pdf)

Fayol, M. (1991). Du nombre à son utilisation: la résolution de problèmes additifs. In *Les chemins du nombre* (Jacqueline Bideaud, Claire Meljac, Jean-Paul Fisher., p. 259–270). Presses Universitaires du Septentrion. Consulté à l'adresse [http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=7X\\_MvVHrKE4C&oi=fnd&pg=PA259&dq=Michel+Fayol&ots=nPI1FCXNgi&sig=ssiQ8x2g\\_8XigrjxheJtjp-p1yg](http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=7X_MvVHrKE4C&oi=fnd&pg=PA259&dq=Michel+Fayol&ots=nPI1FCXNgi&sig=ssiQ8x2g_8XigrjxheJtjp-p1yg)

Fayol, M. (2003). L'acquisition/apprentissage de la morphologie du nombre. Bilan et perspectives. *Rééducation orthophonique*, 41(213), 151–166.

Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre*. Presses universitaires de France. Consulté à l'adresse [http://www.cairn.info/ouvrage.php?ID\\_REVUE=QSJ&ID\\_NUMPUBLIE=PUF\\_FAYOL\\_2012\\_01&AJOUTBIBLIO=PUF\\_FAYOL\\_2012\\_01](http://www.cairn.info/ouvrage.php?ID_REVUE=QSJ&ID_NUMPUBLIE=PUF_FAYOL_2012_01&AJOUTBIBLIO=PUF_FAYOL_2012_01)

Fayol, M., Barrouillet, P., & Renaud, A. (1996). Mais pourquoi l'écriture des grands nombres est-elle aussi difficile. *Revue de Psychologie de l'Éducation*, 1, 87–107.

Fayol, M., Camos, V., & Roussel, J.-L. (2000). Acquisition et mise en oeuvre de la numération par les enfants de 2 à 9 ans. *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres*, 33–58.

Fijalkow, É., & Fijalkow, J. (1994). Enseigner à lire-écrire au CP: état des lieux. *Revue française de pédagogie*, 63–79.

Fleck, L. (1981). *Genesis and Development of a Scientific Fact*. Chicago: University of Chicago Press.

Fluckiger, A., & Mercier, A. (2002). Le rôle d'une mémoire didactique des élèves, sa gestion par le professeur. *Revue française de pédagogie*, 141(1), 27–35.

Fowler, F. C., & Poetter, T. S. (2006). Comment et pourquoi les Français réussissent en mathématiques: leur politique, leurs programmes et leur pédagogie. *Education et sociétés*, 17(1), 121–139. doi:10.3917/es.017.0121

Gelman, R. (1978). Counting in the preschooler: What does and does not develop. *Children's thinking: What develops*, 213–242.

Gerdes, P. (1995). *Ethnomathematics and education in Africa*. Stockholm: Stockholms Universitet.

Gerdes, P. (1997). Survey of current work on ethnomathematics. *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in mathematics education*, 331–372.

Giroux, H. A. (1983). *Theory and resistance in education: A pedagogy for the opposition*.

Bergin & Garvey South Hadley, MA. Consulté à l'adresse <http://www.tcrecord.org/library/Abstract.asp?ContentId=697>

Gockler, L. (1905). *La pédagogie de Herbart...* Librairie Hachette et cie.

Go, H. L. (2006). Vers une reconstruction de la forme scolaire: l'institution du paysage à l'école Freinet de Vence. *Carrefours de l'éducation*, (2), 83–93.

Goody, J. (1979). *La raison graphique*. Editions de minuit. Consulté à l'adresse <http://jim.marchal.free.fr/fac/pdf/Jack%20GOODY.pdf>

Goody, J. (1987). *The Interface between the Written and the Oral*. Cambridge University Press. Consulté à l'adresse [http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=TepXQMN6lfUC&oi=fnd&pg=PR8&dq=goody+jack&ots=8ZHVugpe2L&sig=qdWg64h6RpgwKgxCOnd5\\_U-d67c](http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=TepXQMN6lfUC&oi=fnd&pg=PR8&dq=goody+jack&ots=8ZHVugpe2L&sig=qdWg64h6RpgwKgxCOnd5_U-d67c)

Goody, J. (1997). *Representations and contradictions: ambivalence towards images, theatre, fiction, relics and sexuality*. Wiley-Blackwell.

Goody, J., & Watt, I. (1963). The consequences of literacy. *Comparative studies in society and history*, 5(03), 304–345.

Grenier, D., & Payan, C. (1999). Discrete mathematics in relation to learning and teaching proof and modelling. In *Mathematics Education* (p. 140–152). , DE: Uni. Osnabruck. Consulté à l'adresse <http://www.fmd.uni-osnabrueck.de/ebooks/erme/cerme1-proceedings/cerme1-proceedings-1-v1-0-2.pdf#page=140>

Gueudet, G., & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants: genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et didactique*, 2(3), 7–33.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes: Presses Universitaires de Rennes et INRP. Consulté à l'adresse <http://halshs.archives-ouvertes.fr/hal-00519055/>

Hélou, C. (2000). *Ordre et résistance au collège*. EHESS. Consulté à l'adresse <http://www.theses.fr/2000EHES0004>

Hickel, F. (2008). Danièle Moore , Plurilinguismes et école. *Sociétés et jeunesses en difficulté. Revue pluridisciplinaire de recherche*, (n°4). Consulté à l'adresse <http://sejed.revues.org/1093>

Ho, C. S.-H., & Cheng, F. S.-F. (1997). Training in place-value concepts improves children's addition skills. *Contemporary educational psychology*, 22(4), 495–506.

Ho, C. S.-H., & Fuson, K. C. (1998). Children's knowledge of teen quantities as tens and ones: Comparisons of Chinese, British, and American kindergartners. *Journal of Educational Psychology*, 90(3), 536.

Hoffmann, M. H. G., Lenhard, J., & Seeger, F. (2005). *Activity and Sign: Grounding Mathematics Education*. Springer Science & Business Media.

Houdement, C., & Peltier, M.-L. (1992). Du rite de l'appel... à des activités mathématiques en grande section de maternelle. *Grand N*, (51), 13–23.

<http://www.ixmedia.com>, iXmédia-. (s. d.). Femmes et maths, sciences et technos. Consulté 4

septembre 2014, à l'adresse <http://www.puq.ca/catalogue/livres/femmes-maths-sciences-technos-234.html>

Izard, V. (2006). *Interactions entre les représentations numériques verbales et non-verbales: étude théorique et expérimentale*. Paris 6. Consulté à l'adresse <http://www.theses.fr/2006PA066048>

Izard, V., & Dehaene, S. (2008). Calibrating the mental number line. *Cognition*, 106(3), 1221–1247.

Johsua, S. (1996). Le concept de transposition didactique n'est-il propre qu'aux mathématiques. *Au-delà des didactiques, le didactique. Débats autour de concepts fédérateurs, Bruxelles, De Boeck*, 61–73.

Kanouté, F., Duong, L., & Charrette, J. (2010). Quotidien, réussite et projet scolaires des enfants. *Familles et réussite éducative*, 41.

Kirylyuk, S. (1980). What the Pupils Think. *Mathematics Teaching*, 91, 42–44.

Lahire, B. (1993). *La raison des plus faibles: rapport au travail, écritures domestiques et lectures en milieux populaires*. Presses Univ. Septentrion. Consulté à l'adresse [http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=NO6dZVlsPVMC&oi=fnd&pg=PA3&dq=lahire+bernard&ots=g3HX6gILQO&sig=Qdjda0ZwIy\\_vVnBSz8X7wmtYwsA](http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=NO6dZVlsPVMC&oi=fnd&pg=PA3&dq=lahire+bernard&ots=g3HX6gILQO&sig=Qdjda0ZwIy_vVnBSz8X7wmtYwsA)

Lahire, B. (1995). Tableaux de familles. Heurs et malheurs scolaires en milieux populaires. Consulté à l'adresse <http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00971344/>

Lahire, B. (2000). Culture écrite et inégalités scolaires. Sociologie de l'échec scolaire à l'école primaire. Consulté à l'adresse <http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00971334/>

Lahire, B. (2001). La construction de l'«autonomie» à l'école primaire: entre savoirs et pouvoirs. *Revue française de pédagogie*, 135(1), 151–161.

Lahire, B. (2008a). *La raison scolaire: Ecole et pratiques d'écriture, entre savoir et pouvoir*. Presses universitaires de Rennes.

Lahire, B. (2008b). *La raison scolaire: école et pratiques d'écriture, entre savoir et pouvoir*. Consulté à l'adresse <http://hal.archives-ouvertes.fr/halshs-00425964/>

Lahire, B., & Johsua, S. (1999). Pour une didactique sociologique. *Éducation et sociétés*, 4, 29–55.

Lallez, R. (2001). Les systèmes éducatifs africains: une analyse économique comparative. *Revue française de pédagogie*, 137, 174–176.

Lave, J. (1991). Acquisition des savoirs et pratiques de groupe. *Sociologie et sociétés*, 23(1), 145–162.

Lave, J. (s. d.). *Cognition in practice, 1988*. Cambridge University Press, Cambridge.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge university press. Consulté à l'adresse <http://books.google.com/books?hl=fr&lr=&id=CAVIOrW3vYAC&oi=fnd&pg=PA11&dq=lave+J+1988&ots=OBkHpmZIZm&sig=qp740duo99EVbFYcNzZnkOfNXFI>

Lebesgue, H. (1935). Sur la mesure des grandeurs. *Enseignement Mathématique*, 34, 176–219.

L' école, F. H. C. de l'évaluation de, & Meuret, D. (2001). *Les recherches sur la réduction de la taille des classes*. Haut Conseil de l'évaluation de l'école. Consulté à l'adresse <http://www.discip.crdp.ac-caen.fr/maitrisedelalangue/document/pedagogie6eme20042005/avishautconseileva02.doc>

Leutenegger, F. (2008). L'entrée dans un code écrit à l'école enfantine et l'articulation entre le collectif et l'individuel: comparaison de deux études de cas. *Éducation et didactique*, 2(2), 7–42.

Leutenegger, F., Forget, A., & Schubauer-Leoni, M.-L. (2007). L'accès aux pratiques de fabrication de traces scripturales convenues au commencement de la forme scolaire. *Éducation et didactique*, 1(2), 9–35.

Levin, B. (2013). To know is not enough: research knowledge and its use. *Review of Education*, 1(1), 2–31.

Ligozat, F. (2008). *Un point de vue de didactique comparée sur la classe de mathématiques: étude de l'action conjointe du professeur et des élèves à propos de l'enseignement/apprentissage de la mesure des grandeurs dans des classes françaises et suisses romandes*.

Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States* (1<sup>re</sup> éd.). Routledge.

Manesse, D., & Grellet, I. (1991). L'oral contre l'écrit. *Repères pour la Rénovation de l'Enseignement du Français*, (3), 17–24.

Margolinas, C., & Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle* (de Boeck.). Bruxelles. Consulté à l'adresse <http://halshs.archives-ouvertes.fr/hal-00779683/>

Mario, R. (2012). *Conversion et influence des assujettissements au milieu scolaire dans l'étude autonome des mathématiques: comment les très bons élèves de lycée étudient les mathématiques après la classe.: Observation anthropologique et suivi biographique de quelques cas exemplaires*. Aix-Marseille. Consulté à l'adresse <http://www.theses.fr/2012AIXM3001>

Matheron, Y. (2009). *Mémoire et étude des mathématiques: une approche didactique à caractère anthropologique*. Presses universitaires de Rennes.

Matheron, Y., & Salin, M. H. (2002). Les pratiques ostensives comme travail de construction d'une mémoire officielle de la classe dans l'action enseignante. *Revue française de pédagogie*, 141(1), 57–66.

Maulini, O., Benetti, A. C., Mugnier, C., Perrenoud, M., Progin, L., Veuthey, C., & Vincent, V. (2012). Qu'est-ce qu'une «bonne pratique»? Raison pédagogique et rapport à l'efficacité chez les futurs enseignants. *Questions Vives. Recherches en éducation*, 6(18). Consulté à l'adresse <http://questionsvives.revues.org/1130>

Mercier, A. (1992). *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique*.

Mercier, A. (1995). La biographie didactique d'un élève et les contraintes temporelles de

l'enseignement. Un cas en calcul algébrique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 15(1), 97–142.

Mercier, A. (2008). Pour une lecture anthropologique du programme didactique. *Education & Didactique*, 2(1), 7–40.

Mercier, A., & Buty, C. (2004). Évaluer et comprendre les effets de l'enseignement sur les apprentissages des élèves: problématiques et méthodes en didactique des mathématiques et des sciences. *Revue française de pédagogie*, 148(1), 47–59.

Mercier, A., Rouchier, A., & Lemoyne, G. (2001). Des outils et techniques d'enseignement aux théories didactiques. *Perspectives en éducation et formation*, 233–249.

Mercier, A., Sensevy, G., & Maria-Luisa Schubauer-Leoni. (2000). How social interactions within a class depend on the teacher's assessment of the students' various mathematical capabilities. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 32(5), 126–130. doi:10.1007/BF02655651

Millon-Fauré, K. (2013). Processus de négociation didactique et mesure du niveau des élèves : des fonctions concurrentes de l'évaluation. *Carrefours de l'éducation*, n° 36(2), 149–166. doi:10.3917/cdle.036.0149

Mingat, A. (1991). Expliquer la variété des acquisitions au cours préparatoire: les rôles de l'enfant, la famille et l'école. *Revue française de pédagogie*, 65, 47–63.

Mingat, A. (2006). Disparités sociales en éducation en Afrique sub-saharienne: Genre, localisation géographique et revenu du ménage. In « *Économie de l'Éducation: Principaux Apports et Perspectives* ». Dijon. Consulté à l'adresse <http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00086445/>

Miura, I. T., Okamoto, Y., Kim, C. C., Chang, C.-M., Steere, M., & Fayol, M. (1994). Comparisons of children's cognitive representation of number: China, France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. *International Journal of Behavioral Development*, 17(3), 401–411.

Miura, I. T., Okamoto, Y., Kim, C. C., Steere, M., & Fayol, M. (1993). First graders' cognitive representation of number and understanding of place value: Cross-national comparisons: France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. *Journal of Educational Psychology*, 85(1), 24.

Miyakawa, T., & Winsløw, C. (2009). Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants: étude collective d'une leçon. *Education & didactique*, 3(1), 77–90.

Mounier, E. (2010). *Une analyse de l'enseignement de la numération. Vers de nouvelles pistes*. Université Paris-Diderot-Paris VII. Consulté à l'adresse <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00550721/>

Mounier, E. (2013). Y a-t-il des marges de manœuvre pour piloter la classe durant une phase de bouclage? *Recherches en didactique des mathématiques*, 33(1), 79–113.

*Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité, ouvrage posthume de Condorcet*. (s. d.). Consulté à l'adresse <http://www.leseditionsdunet.com/education/249-moyens-d-apprendre-a-compter-surement-et-avec-facilite--ouvrage-posthume-de-condorcet-jean-antoine->

nicolas-de-caritat-condorcet-9782312001630.html

Ngono, B. (2003). *Étude des pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP: effets éventuels de ces pratiques sur les apprentissages*. Paris 7. Consulté à l'adresse <http://www.theses.fr/2003PA070053>

Noirfalise, A., & Matheron, Y. (2009a). *Enseigner les Mathématiques à l'école primaire. Géométrie, grandeurs et mesures* (Vol. 2). Paris: Vuibert.

Noirfalise, A., & Matheron, Y. (2009b). *Enseigner les Mathématiques à l'école primaire.: Les 4 opérations sur les nombres entiers* (Vol. 1). Paris: Vuibert.

Noirfalise, R., & Matheron, Y. (2002). L'aide individualisée, entre système didactique auxiliaire inutile et déficit d'analyse didactique entravant son efficacité et son développement. *Petit x*, 60, 60–82.

Nunes, T., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge University Press. Consulté à l'adresse [http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=MxGetYUd71QC&oi=fnd&pg=PR7&dq=nunes+schliemann+carraher&ots=PIQ8rYINGV&sig=Kmq1evA1yPflSC2EGxaE8\\_dLb9E](http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=MxGetYUd71QC&oi=fnd&pg=PR7&dq=nunes+schliemann+carraher&ots=PIQ8rYINGV&sig=Kmq1evA1yPflSC2EGxaE8_dLb9E)

Peltier, M.-L., Briand, J., Ngono, B., & Vergnes, D. (2011). *Euro maths CP: Avec Aide mémoire*. Hatier.

Peltier, M.-L., Briand, J., Ngono, B., & Vergnes, D. (2012). *Euro Maths CE1: Conforme au socle commun et aux nouveaux programmes*. Hatier.

Piazza, M., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2007). A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex. *Neuron*, 53(2), 293–305.

Piquée, C. (2007). Pratiques déclarées des enseignants et progressions des élèves. *G. Sensevy. Un essai de caractérisation des pratiques d'enseignement et de détermination de leur efficacité. La Lecture et les Mathématiques au Cours Préparatoire. Rapport de recherche PIREF, CREAD*, 16–136.

Prost, A. (1968). *Histoire de l'enseignement en France, 1800-1967*. Paris: Armand Colin. Consulté à l'adresse <http://library.wur.nl/WebQuery/clc/348075>

Prost, A. (1982). Quand l'école de Jules Ferry est-elle morte? *Histoire de l'éducation*, 25–40.

Proust, C. (2004). *Tablettes mathématiques de Nippur: reconstitution du cursus scolaire*. Thèse de doctorat de l'Université Paris 7-Denis Diderot (à paraître dans *Varia Anatolica*, diffusion De Boccard, Istanbul). Consulté à l'adresse <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/ATE04002.htm>

Proust, C. (s. d.). *Gazette des Mathématiciens*. Num. 138. p. 23-48. Du calcul flottant en Mésopotamie. Consulté à l'adresse <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/ASM13018.htm>

Prudent, L.-F. (1981). Diglossie et interlecte. *Langages*, 13–38.

Prudent, L.-F., Tupin, F., & Wharton, S. (2005). *Du plurilinguisme à l'école: vers une gestion coordonnée des langues en contextes éducatifs sensibles* (Vol. 12). Peter Lang. Consulté à l'adresse [http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=8LS\\_xIywNdsC&oi=fnd&pg=PA1&dq=tupin+fre](http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=8LS_xIywNdsC&oi=fnd&pg=PA1&dq=tupin+fre)



deric&ots=fBJFHxfTG8&sig=L1IVXN\_J79BExYWpwUe43SSkjE8

Querrien, A., & Stengers, I. (2005). *L'école mutuelle : Une pédagogie trop efficace ?*. Paris: Empêcheurs de Penser en Rond.

Quilio, S., & Mercier, A. (s. d.). UNE PHASE DU JEU DU TRESOR DANS UNE ZONE DE DISCRIMINATION POSITIVE: LA MISE EN OEUVRE D'UN COLLECTIF DE PENSEE EN MOYENNE SECTION DE MATERNELLE DANS LA REALISATION D'UN CODE POUR LA DESIGNATION D'UNE COLLECTION D'OBJETS. Consulté à l'adresse <https://plone.unige.ch/aref2010/symposiums-courts/coordinateurs-en-q/variabilite-et-conditions-de-realisation-d2019une-ingenierie-dans-des-institutions-scolaires-ordinaires-le-cas-du-jeu-du-tresor-en-maternelle/Une%20phase%20du%20jeu%20du%20tresor.pdf>

Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis. *Educational studies in mathematics*, 42(3), 237–268.

Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the written: A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the learning of mathematics*, 22(2), 14–23.

Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical thinking and learning*, 5(1), 37–70.

Radford, L., Bardini, C., Sabena, C., Diallo, P., & Simbagoye, A. (2005). On embodiment, artifacts, and signs: A semiotic-cultural perspective on mathematical thinking. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 113.

Rajoson, L. (1988). *L'analyse écologique des conditions et des contraintes dans l'étude des phénomènes de transposition didactique: trois études de cas*. Marseille II.

Ratsimba-Rajohn, H. (1981). *Etude de deux méthodes de mesures rationnelles: la commensuration et le fractionnement de l'unité, en vue d'élaboration de situations didactiques*. Université de Bordeaux. Consulté à l'adresse <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/ATE97011.htm>

Ratsimba-Rajohn, H. (1992). *Contribution à l'étude de la hiérarchie implicite, application à l'analyse de la gestion didactique des phénomènes d'ostension et de contradictions*. Rennes 2, Rennes. Consulté à l'adresse <http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsidt=151949>

Rayou, P. (1998). *La cité des lycéens*. Editions L'Harmattan. Consulté à l'adresse [http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=DUqCtuS4j5wC&oi=fnd&pg=PA9&dq=rayou+1998&ots=I1oJg\\_-QE5&sig=zyxAY1YEe5Ez0Jw8TmojWBYjEu4](http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=DUqCtuS4j5wC&oi=fnd&pg=PA9&dq=rayou+1998&ots=I1oJg_-QE5&sig=zyxAY1YEe5Ez0Jw8TmojWBYjEu4)

Renard, P. (2007). Gestion du temps d'enseignement de l'écrit à différentes échelles temporelles, dans quatre CP de ZEP. *Repères. Recherches en didactique du français langue maternelle*, 36, 37–58.

Rochex, J.-Y. (2012). Les politiques de lutte contre les inégalités scolaires d'un pays à l'autre. *Revue française de pédagogie*, 178(1), 5–12.

Roustan-Jalin, M., Ben Mim, H., & Dupin, J.-J. (2002). Technology, sciences, girls, boys : questions for research in didactics? Consulté à l'adresse <http://hdl.handle.net/2042/25104>

Rowlands, S., & Carson, R. (2002). Where would formal, academic mathematics stand in a

curriculum informed by ethnomathematics? A critical review of ethnomathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 50(1), 79–102.

Saunders, L. (2007). *Educational research and policy-making: Exploring the border country between research and policy*. Routledge. Consulté à l'adresse [http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=1kuGdu0zrGAC&oi=fnd&pg=PP1&dq=Saunders+Lesley+\(dir.\)+\(2007\).+Educational+research+and+policy-making:+Exploring+the+border+country+between+research+and+policy.+Oxon+:+Routledge.&ots=YEjLROPagS&sig=wxV0SdIpGSR4IODUqYYWnYnH2wY](http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=1kuGdu0zrGAC&oi=fnd&pg=PP1&dq=Saunders+Lesley+(dir.)+(2007).+Educational+research+and+policy-making:+Exploring+the+border+country+between+research+and+policy.+Oxon+:+Routledge.&ots=YEjLROPagS&sig=wxV0SdIpGSR4IODUqYYWnYnH2wY)

Schneider, M. (2006). Quand le courant pédagogique «des compétences» empêche une structuration des enseignements autour de l'étude et de la classification de questions parentes. *Revue française de pédagogie*, 154, 85–96.

Schneider, M. (2007). Les compétences comme cadre pour organiser des enseignements de mathématiques? Oui, mais Quelques dérives possibles. *Canadian Journal of Math, Science & Technology Education*, 7(1), 28–40.

Schneuwly, B. (2008). 3. De l'utilité de la «transposition didactique». *Savoirs en Pratique*, 47–59.

Schneuwly, B., & Dolz-Mestre, J. (1997). Les genres scolaires des pratiques langagières aux objets d'enseignement. *Repères: recherches en didactique du français langue maternelle*, (15), 27–40.

Schubauer-Leoni, M.-L. (1986). Le contrat didactique: un cadre interprétatif pour comprendre les savoirs manifestés par les élèves en mathématique. *European Journal of Psychology of Education*, 1(2), 139–153.

Schubauer-Leoni, M.-L., & Dolz, J. (2004). Comprendre l'action et l'ingéniosité didactique de l'enseignant: une composante essentielle de la transformation de l'École. *Raisons éducatives*, (1), 147–168.

Schubauer-Leoni, M.-L., Leutenegger, F., & Forget, A. (2007). L'accès aux pratiques de fabrication de traces scripturales convenues au commencement de la forme scolaire. Interrogations théoriques et épistémologiques. *Éducation et didactique*, 1(2), 9–35.

Schubauer-Leoni, M. L., Leutenegger, F., & others. (2011). Une relecture des phénomènes transpositifs à la lumière de la didactique comparée.

Schubauer Leoni, M. L., & Ntamakiliro, L. (1994). La construction de réponses à des problèmes impossibles. *Revue des sciences de l'éducation*, 20(1), 87–113.

Sensevy, G. (1996). Fabrication de problèmes de fraction par des élèves à la fin de l'enseignement élémentaire. *Educational Studies in Mathematics*, 30(3), 261–288. doi:10.1007/BF00304568

Sensevy, G. (2007). Rapport de recherche PIREF. *Caractérisation des pratiques d'enseignement et détermination de leur efficacité. La lecture et les mathématiques au cours préparatoire*.

Sensevy, G. (2007). Un essai de caractérisation des pratiques d'enseignement et de détermination de leur efficacité. In *La Lecture et les Mathématiques au Cours Préparatoire (Première Primaire)*. Rapport de recherche PIREF. Rennes: CREAD, Université Rennes 2.

- Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S., & Morales, G. (2013). Cooperative engineering as a specific design-based research. *ZDM*, 1–13. doi:10.1007/s11858-013-0532-4
- Sensevy, G., Schubauer-Leoni, M.-L., Mercier, A., Ligozat, F., & Perrot, G. (2005). An attempt to model the teacher's action in the mathematics class. *Educational Studies in mathematics*, 59(1-3), 153–181.
- Serfati, M. (2005). *La révolution symbolique: la constitution de l'écriture symbolique mathématique* (Petra.). Paris.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4–14.
- Shulman, L. S. (1993). Forum: Teaching as community property: Putting an end to pedagogical solitude. *Change: The Magazine of Higher Learning*, 25(6), 6–7.
- Shulman, L.-S. (2007). Ceux qui comprennent. Le développement de la connaissance dans l'enseignement. *Éducation et didactique*, 1(1), 97–114.
- Shulman, L. S., Wilson, S. M., & Hutchings, P. (2004). *The wisdom of practice: Essays on teaching, learning, and learning to teach*. Jossey-Bass San Francisco. Consulté à l'adresse [http://www.accp.com/bookstore/product.aspx?pc=tl\\_01twop](http://www.accp.com/bookstore/product.aspx?pc=tl_01twop)
- Silvy, C., Delcroix, A., & Mercier, A. (2013). Enquête sur la notion de «pedagogical content knowledge», interrogée à partir du «site local d'une question». *Education & didactique*, 7(1), 33–58.
- Soussi, A., Nidegger, C., Dutrévis, M., & Crahay, M. (2012). Un réseau d'enseignement prioritaire dans le canton de Genève: quels effets sur les élèves? *Revue française de pédagogie*, 178, 53–66.
- Tempier, F. (2012). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N*, 86, 59–90.
- Tempier, F. (2013). *La numération décimale de position à l'école primaire: une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Paris 7. Consulté à l'adresse <http://www.theses.fr/2013PA0700XX>
- Trancart, D. (1998). L'évolution des disparités entre collèges publics. *Revue française de pédagogie*, 124, 43–53.
- Tupin, F. (1996). Espace d'action des enseignants et démocratisation: l'exemple de l'enseignement de la narration écrite au collège. *Revue française de pédagogie*, 77–87.
- Vannini, G. (2013). *Les CEMEA et leur action en Europe et en Afrique de 1937 à la fin du XXe siècle. Une contribution originale à la diffusion de l'éducation nouvelle*. Paris 4. Consulté à l'adresse <http://www.theses.fr/2013PA040007>
- Van Zanten, A., & others. (2001). *L'école de la périphérie: scolarité et ségrégation en banlieue*. Presses universitaires de France. Consulté à l'adresse <http://reaktiv1979.free.fr/periph.doc>
- Verret, M. (1975). *Le temps des études: Michel Verret*. Atelier Reproduction des Theses, Université Lille III. Consulté à l'adresse <http://en.scientificcommons.org/2472171>

Walgrave, L. (1992). *Délinquance systématisée des jeunes et vulnérabilité sociétale: essai de construction d'une théorie intégrative*. Médecine et hygiène.

Willis, P. E. (1977). *Learning to labor: How working class kids get working class jobs*. Columbia University Press.

Wilson, A. J., Dehaene, S., Dubois, O., & Fayol, M. (2009). Effects of an Adaptive Game Intervention on Accessing Number Sense in Low-Socioeconomic-Status Kindergarten Children. *Mind, Brain, and Education*, 3(4), 224–234.

Winsløw, C. (2012). A comparative perspective on teacher collaboration: The cases of lesson study in Japan and of multidisciplinary teaching in Denmark. In *From Text to 'Lived' Resources* (p. 291–304). Springer. Consulté à l'adresse [http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-007-1966-8\\_15](http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-007-1966-8_15)

Zerbato—Poudou, M.-T. (2001). Evolution des conceptions institutionnelles du rapport au savoir en maternelle. In *Les Dossiers des Sciences de* (Vol. 5, p. 111–125). Toulouse: Presses Universitaires du Mirail. Consulté à l'adresse [http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=pttXXoQUFjIC&oi=fnd&pg=PT126&dq=zerbato&ots=Snn13lfSCW&sig=gmdg3u-h\\_Fea3eqQbkbIAkSUIos](http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=pttXXoQUFjIC&oi=fnd&pg=PT126&dq=zerbato&ots=Snn13lfSCW&sig=gmdg3u-h_Fea3eqQbkbIAkSUIos)