



**HAL**  
open science

## **SUR L'ESPACE-TEMPS DIDACTIQUE**

Alain Jacques Mercier

► **To cite this version:**

| Alain Jacques Mercier. SUR L'ESPACE-TEMPS DIDACTIQUE. 2019. ⟨hal-01988539⟩

**HAL Id: hal-01988539**

**<https://hal.science/hal-01988539v1>**

Preprint submitted on 21 Jan 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

**Alain MERCIER**

## **SUR L'ESPACE-TEMPS DIDACTIQUE**

Le texte de cet ouvrage est issu de ma note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches. Il est organisé en deux parties. L'une, intitulée *Parcours personnel dans un champ de questions*, est plutôt orientée sur mon trajet réalisé en didactique des mathématiques puis en sciences de l'éducation, l'autre, intitulée *Synthèse des problèmes d'un domaine de recherches*, présente les directions aujourd'hui imaginées en sciences de l'éducation, dans un questionnement conduit depuis la didactique des mathématiques.

La première partie présente donc les temps de la création d'un questionnement personnel en didactique des mathématiques. C'est une reconstruction qui se partage en trois chapitres : entrée dans une problématique didactique, en mathématiques : *Didactique d'un corps de savoirs*, identification des dimensions principales du didactique : *L'espace-temps didactique scolaire, premières approches* recherche de leurs déterminations institutionnelles : *La relation didactique et l'institution scolaire*. L'exposé permet une première acculturation avec certains des systèmes conceptuels les plus largement utilisés et débattus en didactique des mathématiques.

On présente ensuite des techniques d'attaque des problèmes didactiques par le moyen de l'approche biographique, qui est rapidement apparue comme une méthode de recherche originale à plusieurs titres. *Le problème de l'intervention pour l'observation* en présente la nouveauté méthodologique. Cette méthode produit de nouveaux questionnements : *Les théorisations du didactique, questions relatives au savoir*, et *Les théorisations du didactique, questions relatives aux sujets*. La méthode débouche sur des recherches, nouvelles en didactique des mathématiques, relatives aux institutions et à leurs effets sur les sujets : *Des épisodes aux trajets didactiques, mémoires et identités*. Ce travail pose

des questions nouvelles à la didactique des mathématiques, elles proviennent des questions relatives au travail professoral et ont été abordées ces dernières années, dans une perspective comparative : *Les jeux de langage entre notions et notations, l'enseignement comme action conjointe de régulation de ces jeux*. La conclusion de cette première partie montre un certain état du champ : *Un domaine de recherches ouvert, le didactique*.

La deuxième partie, s'ouvre sur une *Synthèse des problèmes d'un domaine de recherches* et propose tout d'abord d'interroger la consistance des questions produites et des résultats obtenus. C'est un travail nécessaire, car les dispositifs expérimentaux et les systèmes d'interprétation utilisés empruntent à la fois aux deux systèmes de questionnement et d'interprétation de Chevallard et de Brousseau : de ce fait, les études menées ne peuvent s'inscrire dans le cadre d'une seule des théorisations utilisées. Dans le cas des pratiques ordinaires de recherche en didactique des mathématiques, ces deux théories ne risquent pas d'apparaître contradictoires, puisque leurs analyses ne se développent pas sur un même découpage de la réalité ; mais toute pratique de recherche qui amène à croiser les interprétations et qui ne retient pas l'une des entrées comme le moyen premier de définition de son objet, court un risque de non-consistance. Pour développer les travaux que permet l'approche biographique des phénomènes institutionnels, les notions centrales de « situation » et de « adidacticité » sont reprises sous le titre *Les savoirs et le didactique*. Ensuite, le chapitre *De l'épistémologie au didactique, l'organisation de l'étude* propose une nouvelle visite des questions introduites dans la première partie : *L'étude et l'organisation de l'étude*, puis *Les organisations didactiques de savoirs*, enfin *De l'écologie des savoirs aux organisations pour l'étude*. Le chapitre *Questions relatives aux savoirs*, propose une ouverture sur les questions théoriques et pratiques nouvelles : *L'enseignement, production d'une mémoire collective*, puis *De l'approche biographique à la méthode clinique*, enfin *Savoirs, Institutions didactiques, Education*. Les questions issues du travail en didactique comparée sont présentées dans un chapitre qui vient compléter cette note pour son édition, six ans après sa rédaction : *Les apports du questionnement comparatiste*. L'insertion en sciences de l'éducation de nombreux questionnements didactiques disciplinaires conduit en effet à questionner la spécificité des projets didactiques, qui se disaient irréductiblement spécifiés sans avoir à s'en justifier lorsqu'ils se développaient chacun dans le cadre institutionnel de sa discipline cible.

Bien que l'étude y soit restreinte aux travaux en didactique des mathématiques, la note de synthèse écrite en 2002 pour la Revue Française de Pédagogie trouve naturellement sa place ici. Elle fait le point des travaux conduits depuis trente ans sur la question de ce que nous avons appelé ici *l'espace-temps didactique*.

## PARCOURS DANS UN CHAMP DE QUESTIONS

*Si tu n'es pas sûr de là où tu vas, n'oublie surtout pas d'où tu viens*  
dit la sagesse populaire ; or, un chercheur qui sait où il va a déjà trouvé.

C'est un étonnement de professeur toujours renouvelé lorsque des élèves apprennent précisément les mathématiques que l'on devait leur enseigner. Le même étonnement, symétrique, d'élève lorsque l'on constate avoir appris très précisément les mathématiques que l'on attendait que l'on sache. Et lorsqu'il arrive de voir que l'étude n'a pas abouti au point de rendez-vous donné par le professeur, lorsque l'incapacité d'un élève à mener à son terme l'effort d'apprendre un savoir qui résiste devient évidente, élève ou professeur nous n'en sommes pas moins surpris : chaque fois, imaginer quel sera le geste d'étude efficace, s'il sera semblable à celui qui a réussi pour un autre savoir, s'il permettra le partage des connaissances apprises, cela semble relever de la gageure. L'échec, qui est le risque de toute étude, pose donc problème ; mais la réussite n'est pas, dans son principe, moins incompréhensible. Elle pose deux fois problème : dans sa dimension individuelle - Untel apprend ce que savait Telautre - comme dans sa dimension sociale - tous apprennent à peu près la même chose : Telautre peut reconnaître son savoir dans celui d'Untel. C'est pourquoi le lien du professeur à l'élève est sans doute l'objet premier de toute recherche sur l'enseignement et l'apprentissage. On remarquera cependant qu'il ne se présente pas de terme usuel pour désigner à la fois les deux formes scolaires de rapport au savoir : c'est le premier usage du terme nominal *didactique* qui nomme ensemble l'organisation de l'étude et le résultat de l'étude. Telle est la question par laquelle je propose d'entrer dans le domaine de recherche qu'est devenue la didactique des mathématiques qui s'est ouverte, tout récemment, au questionnement comparatiste.

Cette première question est associée avec une deuxième, que voici. Vingt-cinq ans d'expérience comme professeur de mathématiques en collège puis en lycée m'ont permis de constater qu'il est difficile de devenir un professeur ordinaire, même dans une discipline bien identifiée comme les mathématiques qui, étymologiquement, sont pourtant *matanein*, « ce qui s'enseigne ». Chaque professeur a l'impression d'exercer le métier d'une manière qui lui est absolument personnelle, dont il lui est d'autant plus impossible de rendre compte qu'il pratique dans le lieu clos de « sa » salle de classe ; cette manière tient-elle tout entière aux caractères personnels du rapport de chaque

professeur à la discipline qu'il enseigne ? Cela donnerait à croire que cette discipline officiellement dépersonnalisée perdrait pratiquement toute dimension objective par l'intervention du geste d'enseignement qui en désigne les objets. Mais quelques années d'expérience comme élève et de nombreuses années d'observation de l'enseignement des mathématiques m'ont permis de constater qu'il n'en est rien, les mathématiques se montrent toujours par le moyen du rapport personnel à leurs objets qu'un professeur ou un auteur ont formé et des décisions de présentation qu'ils prennent.

Ainsi, chacun pense et pratique les mathématiques à sa manière, - et ceux qui ont tenté de faire partager leur compréhension ont de bonnes raisons de le croire. Mais tous peuvent dans le même temps éprouver à quel point les mathématiques sont, depuis toujours, les pensées ou les moyens de penser les plus universellement partageables et partagés. L'unité - qui semble paradoxale - de ces deux propriétés ne serait-elle pas nommée par la propriété caractéristique des mathématiques - être ce qui s'enseigne ? Ou bien l'unité vient-elle du fait que les mathématiques sont un savoir détaché des conditions de son usage, qui peut être présenté comme un objet - que l'on peut alors apprivoiser à loisir. Les idées associées suivantes : que certains objets peuvent être signalés, « désignés pour les faire savoir<sup>1</sup> », *didaskein*, par un professeur (qui porte ce dessein en organisant un « temps du loisir », *skholê*, où pratiquer un « jeu sérieux » *spoudaios paizen*) correspond au second usage du terme *didactique*, comme adjectif qualifiant les conditions de l'étude. Ce que didactique ne désigne donc pas d'emblée, c'est le cœur même de l'activité : ce rapport si particulier d'un sujet à un objet qu'est *l'étude* : l'étude, l'existence possible de l'étude, nomme en effet le problème que pose le dessein, formé par un sujet, de faire changer le rapport à un objet d'un autre sujet - fut-ce lui-même.

La *direction d'étude* nomme alors le second problème didactique posé ici, car il s'agit de l'organisation intentionnelle de conditions favorables à l'étude efficace et de la manière dont cela aussi peut s'enseigner et s'apprendre. Peut-on imaginer qu'il soit possible à un professeur d'apprendre d'un autre professeur les manières du signalement efficace ou faut-il penser qu'elles sont relatives au rapport de chacun d'eux aux contenus disciplinaires qu'il désigne, à ses classes et à leurs élèves ? Les textes officiels, qui décrivent à la fois les objets d'enseignement, leurs formes scolaires et les moyens de les faire venir à l'existence, ne peuvent trouver une quelconque pertinence si la formation d'une manière d'enseigner est nécessairement le fait singulier de chacun et si elle est l'effet d'un acte posé pour soi seul par chacun de ceux qui s'engagent dans le métier. Je considérerai donc qu'enseigner relève officiellement d'une technique, au sens de Mauss (1936 ; 1967), c'est-à-dire d'une manière de faire outillée, socialement reconnue et validée (ce que Mauss, qui s'intéresse ici aux techniques des sociétés exotiques, décrit

---

<sup>1</sup> Selon le Dictionnaire historique de la langue française (Rey 1992), le terme provient du grec tardif *didaktikos*, du verbe *didaskein*, faire savoir, qui est lui-même probablement issu du radical *dns*, dessein. Toutes les références étymologiques de ce texte en sont issues.

en disant qu'une technique est une manière de faire traditionnelle et efficace). Pourtant les textes qui définissent l'action enseignante attendue par le législateur sont réputés insuffisants, à ce point que les professeurs d'expérience feignent de les ignorer superbement. C'est qu'il y a un *tour de main* que la description officielle des dispositifs et techniques ne donne pas. La technique ne se suffit pas à elle-même. Car enfin, chaque professeur ressent avec tant de force le poids de la classe qu'il enseigne que les meilleurs d'entre eux sont seulement ceux qui ont incorporé le sentiment de ce poids pour former des habitudes adaptées à sa présence permanente, ceux qui savent le poids du métier - en un sens de savoir proche du sens de ce verbe en psychanalyse : on *sait* lorsque l'on a éprouvé en soi-même les effets de l'inconnaissable.

Il peut sembler illégitime de penser que les questions relatives à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques et celles relatives à la formation au métier de professeur de mathématiques ont quelque lien et construire des liens entre les points de vue de la formation au métier de professeur et de l'éducation de l'élève ne va pas de soi. Cela nécessite l'abandon des deux positions ordinaires du mode de pensée commun. D'un côté, le mode de pensée commun cherche l'essence des choses et des êtres ; il affirme par là même la différence irréductible des choses différentes, alors qu'il faudrait penser leurs systèmes d'interrelations pour comprendre chacune d'elles. Mais parfois, à d'autres moments, la pensée commune amalgame les choses en une même essence, pour affirmer que la connaissance de l'une suffit à donner barre sur l'autre : puisqu'elles sont similaires. Cependant, les premières études en didactique des mathématiques<sup>1</sup> ont nourri l'ambition de comprendre à la fois les déterminations du métier d'enseignant de mathématiques et les conditions de l'efficacité dans l'étude de cette discipline. Cela a poussé de nombreux professeurs dans la voie de la recherche sur l'ensemble de ces phénomènes qui relèvent de ce que les premiers chercheurs dans les IREM, venus des mathématiques et de leur enseignement et réunis en une « communauté » de recherche<sup>2</sup> encore informelle, nommèrent bientôt des *phénomènes didactiques*. Ils englobaient ainsi dans un même espace de problématisation l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques observés du point de vue de leurs effets sur les mathématiques elles-mêmes. C'est en effet ce principe<sup>3</sup> qui permet à la fois le travail des interrelations entre ce qui s'enseigne et ce qui s'apprend, et l'identification de ce qu'il est nécessaire de distinguer pour reconnaître les positions différentes, dans l'étude, de professeur et d'élève.

---

1 Lorsque Guy Brousseau a mis en place un Diplôme d'Etudes Approfondies dans le cadre de la formation doctorale mathématique de l'université Bordeaux I, en association avec la faculté des sciences de Luminy, Université d'Aix-Marseille II.

2 En France, les premiers didacticiens des mathématiques s'organisèrent non pas en une association mais en un « collectif » de membres fondateurs, ils se nommaient, entre eux, comme « la communauté » : c'est sans doute un signe de leur faiblesse institutionnelle.

3 Cet effort a souvent été réduit à l'ostension d'un schéma triangulaire. Le triplet (professeur P, élève E, savoir S) des éléments nécessaires à l'existence d'un *système* didactique nommait une relation ternaire, il est devenu un "triangle", analysé en relations binaires (E,S), (P,E), (P,S) et dénoncé comme fétiche, concurrent du « triangle pédagogique » de Houssaye.

On présente d'abord ici ce double questionnement sous une forme non problématisée, pour en garder la force questionnante et montrer la manière dont la didactique des mathématiques va le faire travailler.

- Tout d'abord, pourquoi les meilleurs professeurs de mathématiques procèdent-ils si généralement d'une manière systématiquement mise en cause ? Ils sont pourtant l'objet des critiques unanimes des pédagogues et ils sont souvent la cible implicite des « textes officiels » comme des « textes de réflexion » sur l'enseignement. C'en est au point que l'on est en droit de s'interroger : peut-on vraiment « changer l'enseignement » pour faire vivre les formes idéales que décrivent les alchimistes du rapport pédagogique et les « grands pédagogues », comme les nomme ironiquement Charbonnel (1991) ?

- Cela ouvre sur la seconde question. Si les professeurs enseignent si mal, comment est-ce que certains élèves arrivent malgré tout à apprendre des mathématiques ? Pourquoi ces mathématiques que, selon l'école, ils apprennent, ont-elles malgré tout la double efficacité d'un savoir (celle d'un pouvoir sur des objets du monde et celle d'une reconnaissance sociale a priori de ce pouvoir) ?

Mais l'identification de la portée ou de la difficulté des questions que l'on pose n'est pas chose aisée. Les meilleures questions ont été celles dont la maturation a été la plus lente, car elles peuvent nourrir longtemps des projets de recherche. Celles-là continuent à le faire. De l'une à l'autre, il y a un espace dont l'exploration et le balisage ont appelé l'effort tantôt individuel, tantôt collectif, de nombreux chercheurs. Car cet espace était et demeure trop souvent l'impensé des discours internes et externes sur l'école et sur les phénomènes dont elle est le lieu. La connaissance s'en gagne en inventant ses propriétés générales.

*L'espace didactique* est le lieu des choses didactiques. L'étudier, c'est aller contre l'idée que les choses didactiques sont naturellement comme elles sont : or, il n'a pas manqué d'excellents esprits se risquant à expliquer que l'enseignement est un métier impossible, que les bons élèves n'ont que faire d'enseignants, qu'on est naturellement un bon ou un mauvais professeur, qu'il y a un don pour les mathématiques, que les professeurs n'utilisent pas les ordinateurs parce qu'ils ne sont pas formés, ou parce qu'ils ont du matériel obsolète, etc. La croyance en l'existence des lions ailés des dragons cracheurs de feu et des sauveurs de l'humanité va de pair avec la naturalisation de l'existant, qui constitue sans doute le premier des obstacles épistémologiques. En didactique des mathématiques comme en mathématiques, en chimie ou en écologie, la renonciation à la toute puissance de l'imagination sans contrôle et à l'immédiateté de la sensation est le coût de la connaissance, qui donne aux hommes le pouvoir sur les choses en leur donnant des outils pour penser. Pour qui cherche à savoir, contre les allant-de-soi du réel et les prêt-à-penser institutionnels, les choses naturelles deviennent des phénomènes et les propriétés de l'espace qui en est le lieu deviennent les contraintes qui commandent aux formes possibles.

Cependant, ce chemin est difficile. Ainsi, on n'observe en général qu'une forme à la fois

et on ne sait pas quelle est la propriété pertinente qui différencie deux formes paraissant distinctes. De ce fait, chaque forme étudiée risque à son tour de paraître avec la force de l'évidence et n'importe quelle autre forme imaginée paraît possible avant d'avoir été étudiée<sup>1</sup>. A ses commencements c'est un travail de titan : une forme observée doit être analysée puis reconstruite pour être, enfin, connue par le système des contraintes qu'elle satisfait - ce que les écologistes nomment sa niche dans un écosystème - car l'enjeu de la recherche est la connaissance de l'écosystème, bien plus que des organismes qui y trouvent place et qui y réalisent un certain type d'interrelations. La viabilité d'une forme imaginée ou d'un organisme observé doit être étudiée par ailleurs, dans chacun des habitats qui lui est proposé : c'est une problématique seconde.

---

<sup>1</sup> Ainsi, *Le songe de Polyphile* marque, à la Renaissance, les rêves de jardins et de bâtiments qui pousseront au développement de l'architecture (fondée sur la perspective) et du travail de l'ingénieur (fondé sur le calcul et la géométrie de l'espace). Mais les réalisations de ces arts techniques, qui obéiront à d'autres lois de construction, finiront par disqualifier les savoirs et les rapports au monde qui avaient permis cette rêverie créatrice.

### **Didactique d'un corps de savoirs**

L'espace didactique, c'est d'abord bien sûr l'espace de l'action des élèves, mais c'est aussi sans aucun doute l'espace correspondant de l'action des professeurs. C'est pourquoi il s'étudie d'abord comme espace des stratégies développées par les acteurs des jeux de l'enseignement et de l'apprentissage. Mais on s'aperçoit bientôt que c'était tailler trop étroit dans le tissu social, pour comprendre les phénomènes liés aux institutions didactiques. Car de même que derrière la stratégie d'un élève il faut trouver l'espace qui commande les stratégies possibles pour des élèves différents, derrière une forme institutionnelle à enjeu didactique il faut trouver l'espace qui commande aux formes institutionnelles possibles dans des organisations sociales différentes. L'espace didactique est donc l'espace des stratégies possibles pour des acteurs définis par ces formes de rapports aux objets de savoir que l'on nomme *enseigner* et *apprendre*. Plus largement, la construction du problème anthropologique dont l'école observée est une solution est, avec la construction du problème dont la situation observée est une solution, le double passage nécessaire pour problématiser les *questions naïves* posées comme entrée en matière.

C'est le programme que nous ont donné les fondateurs des deux lignes théoriques de l'école française de didactique des mathématiques qui se sont avérées les plus productives, la théorie des situations didactiques (Brousseau 1982a ; Brousseau 1986a ; Brousseau 1995a), et la théorie anthropologique des institutions didactiques (Chevallard 1980, 1985, 1991 ; Chevallard et Mercier 1987; Chevallard 1988a ; Chevallard 1992 ; Chevallard Bosch et Gascon 2000). Par ailleurs, Vergnaud (1991) a conduit, par son travail et celui de ses étudiants sur les schèmes et sur les champs conceptuels, un dialogue difficile avec la théorie des situations comme avec la théorie anthropologique des institutions ; ce faisant, il a généralisé l'approche didactique à ce qu'il a nommé *la didactique professionnelle* et c'est à lui que l'on l'intérêt pour un ensemble de questions qui ont très fortement enrichi la réflexion didactique. Pourtant, on ne traitera pas ici de didactique professionnelle dans le cadre des théories de Vergnaud : c'est une question de cohérence de l'appareil théorique qui fait que son apport sera considéré, ici, plus comme un moyen remarquable d'ouvrir le questionnement anthropologique que comme un *système d'explication*. Il y a toujours intérêt à travailler dans le cadre d'une théorisation bien identifiée, mais dans le cadre d'un questionnement large, c'est l'intérêt du travail didactique *en sciences de l'éducation* : élargir l'espace du questionnement n'est jamais seulement l'effet du développement autonome d'une théorisation et (en mathématiques comme en didactique) car les problèmes nouveaux ne viennent pas toujours d'un réel de première prise : ils sont souvent le produit de la théorisation d'une institution de recherche travaillant sur domaine voisin.

## L'espace-temps didactique scolaire, premières approches

L'originalité du questionnement didactique s'est légitimée de la pertinence des problèmes qu'il a pu construire, contre le sens commun. Les concepts de *situation* et de *contrat*, d'*institution* et de *transposition*, nomment aujourd'hui les acquis de la théorisation, en didactique des mathématiques comme en didactique des « sciences de la nature » en général : on ne rentrera dans aucune polémique sur la généralité des théorisations produites en didactique des mathématiques, car on espère montrer comment des études locales peuvent servir à identifier des phénomènes généraux pour produire les concepts les plus larges possibles, et comment il est nécessaire d'étudier l'extension d'une théorisation en explorant à l'aide de ses concepts les plus généraux chacun des lieux et des problèmes particuliers qui se présentent à l'examen : c'est là un des critères *sine qua non* d'une démarche de science. Didactique sera parfois employé à la place de didactique des mathématiques, et en didactique des mathématiques nous rechercherons toujours les systèmes de concepts les plus généraux, parce que ce sont les plus utiles même lorsqu'on n'en a que des usages locaux : tous les mathématiciens le savent. Mais les généralisations de l'usage des résultats de la didactique des mathématiques à d'autres organisations de savoirs disciplinaires risquent de ne pas être légitimes, parce que les résultats dépendent toujours des propriétés particulières des problèmes abordés et par exemple, en didactique des mathématiques même, les résultats dépendent des organisations mathématiques particulières aux institutions où se mènent les observations. Or, ces organisations commandent aux actions des sujets institutionnels et aux problèmes qu'ils se posent : des études de cette question dans le cas de savoirs professionnels seront présentées en conclusion.

Les acquis des études didactiques se sont produits dans un domaine que les sciences humaines universitaires avaient en grande partie abandonné, désespérant par avance apporter, à la connaissance des phénomènes de l'éducation, plus qu'une opinion autorisée. Ainsi, le père de la psychanalyse déclare que l'enseignement est « un métier impossible », sans dire qu'on pourrait entreprendre à ce propos un travail de compréhension semblable à celui que la psychanalyse entreprend pour la question du soin ; le père de la sociologie déclare que l'enseignement est « un art de l'action » sans dire qu'on pourrait entreprendre à ce propos un travail de compréhension des conditions de l'action semblable à celui qu'il entreprend pour le phénomène religieux ; et pour leur part, les grands ancêtres de la psychologie annoncent que « l'important est que les élèves apprennent ». Il faut reconnaître que ces déclarations, qui sont à l'origine des renoncements que je dénonce ici, ont été le fait des plus grands penseurs des sciences humaines : Durkheim tend à définir la pédagogie (qu'il enseigne) comme l'art d'éduquer soit, dans le meilleur des cas, l'art d'appliquer au mieux les connaissances produites par une science générale du social<sup>1</sup> et après lui, certains discours sur la trop

---

<sup>1</sup> On remarquera combien la question des savoirs concrets effectivement transmis à l'occasion

grande complexité du domaine de l'éducation ressemblent à ceux que relève Foucault (1963) sur « la complexité biologique d'un humain » qui - il y a seulement deux siècles - semblait « l'objet impossible d'une étude médicale scientifique ». Il faut évoquer avec plus de soin l'affirmation de Freud sur les trois « métiers impossibles » : soigner, éduquer, gouverner (Freud, 1987, p. 263). Le sens en est sans doute que, comme le soin et le gouvernement, l'éducation ne peut être réduite à une technique, parce qu'elle est fondée sur une injonction paradoxale qui peut se dire ainsi « Fais ce que je te dis et fais-le ainsi parce que tu l'auras décidé librement ». Ou encore, dans le domaine didactique, « Montre-moi que tu penses par toi-même (en personne autonome) ce que je te montre que tu dois penser (parce que tu es mon élève) ». Sans doute, le travail d'investigation opiniâtre que Freud a mené ne laisse-t-il pas de doute sur son avis quand à la possibilité de penser théoriquement le soin jusque dans ses dimensions les plus difficiles ; mais parfois ses épigones, emportés par le discours apologétique, commencent par mettre l'accent sur l'importance du contre-transfert dans les « métiers impossibles » qui fait que l'on peut être sûr d'avance d'un écart entre *finalité* et *effet* - ce en quoi on peut les suivre sans difficultés, théoriquement tout aussi bien que par un savoir d'expérience - et bientôt ne sont pas loin d'affirmer que la tentative de former une connaissance rationnelle de l'action éducative ne serait que l'effet de méconnaissance d'un contre-transfert épistémologique. Ces épigones de Freud, qui ne s'interdisent pas de théoriser à l'infini sur l'inconscient et ses effets dans les institutions humaines, déclarent par exemple que la tentative d'une connaissance rationnelle de l'éducation relèverait par principe d'un « schéma fins-moyens » (Imbert, 1994) ne pouvant mener qu'à « la mutilation des sujets qui s'y trouvent impliqués » (Imbert, 1996). D'autres encore écrivent ouvrages et articles pour affirmer en fin de compte que les transferts du champ éducatif sont d'une complexité impossible à penser.

Nous n'affirmerons pas que les avancées produites par les travaux didactiques - qui ouvrent un champ de recherches inédit - auraient vocation à régler l'ensemble des questions que les sciences de l'homme et de la société peuvent poser sur les espaces didactiques : tout au plus, du point de vue des autres sciences humaines, les progrès des didactiques permettent-ils d'ouvrir à nouveau les dossiers de certaines enquêtes qui n'avaient pas abouti parce que plus personne n'osait les tenter. On montrera par exemple (Mercier, 1996a ; 1998b), qu'une construction théorique aussi sommaire que la théorie

---

de la fréquentation des écoles semble souvent accessoire à certains sociologues. Il y a quelques jours (en décembre 1998), lors d'une réunion sur la recherche à l'IUFM d'Aix-Marseille, F. Dubet désignait les travaux de Chevallard, Johsua et quelques autres sous le terme générique de « pédagogie appliquée ». Comme si personne n'envoyait jamais ses enfants à l'école au collège puis au lycée que pour qu'ils se frottent à des pratiques sociales quelconques et indéfinies, spécifiées par cette seule propriété d'être *de distinction* : l'école (gratuite, elle assure la socialité minimale) les jours ouvrables, indifféremment avec les scouts, les éclaireurs, les centres aérés du mercredi et la pratique d'une activité de loisir culturelle et/ou sportive le week-end, etc. (plus ou moins coûteuses, ces activités distinctives correspondent à des suppléments spécifiés de socialisation choisis selon les habitus de classe ou de sexe qu'elles évoquent et qu'elles construisent). Depuis, le débat Johsua-Lahire (Education et Sociétés 1999/2) a permis de progresser notablement, en montrant que le hiatus est tout autant une question d'école sociologique que type d'approche didactique.

du temps didactique permet de comprendre comment le paradoxe principal de toute injonction didactique (dont une des variantes avait été identifiée, déjà, par Socrate (Platon, 1966), comme un sophisme destiné à justifier la paresse intellectuelle) est résolu dans la pratique quotidienne des classes de mathématiques. La position anti-scientifique sur l'éducation est telle qu'en leur moment inaugural, les Sciences de l'Éducation elles-mêmes sont nées comme filière d'enseignement, regroupant dans une licence spécifique les enseignants-chercheurs intéressés à l'objet *éducation* du point de vue d'une science déjà constituée (histoire des objets de l'éducation, philosophie des fait d'éducation, sociologie du système d'éducation, psychologie du rapport éducatif, anthropologie des institutions éducatives, psychanalyse de l'acte éducatif, etc.) tandis que, le nom même qu'ils se sont donné le montrait, ils ne se déclaraient pas les chercheurs d'un domaine de connaissance déterminant une discipline, comme par exemple, l'éducation.

On peut alors comprendre que la réouverture du champ de recherches qui s'est identifié sous le terme de *didactique* soit venue d'ignares, mathématiciens, physiciens ou autres scientifiques naïfs, insensibles aux interdictions réelles ou supposées des pères fondateurs des sciences de l'humain comme à celles des psychologues expérimentalistes qui se refusaient à sortir du laboratoire. A ces scientifiques, la complexité du monde social n'a pas semblé supérieure à celle du monde matériel ou biologique : ils ont pu voir par expérience comment la limite du pensable tient aux outils expérimentaux et théoriques par lesquels la pensée s'approprie de nouveaux secteurs et ouvre de nouveaux domaines ; ils ont pu apprendre l'humilité de ceux qui savent que l'on ne peut jamais développer que des modèles du monde avec lequel des hommes sont entrés en rapport, qui savent aussi que ces modèles dépendent des formes de rapport expérimental pratique que les hommes utilisent ou qu'ils inventent et réalisent (Johsua, 1997).

Pour autant, les avancées didactiques ne règlent pas les problèmes que d'autres systèmes de questionnement avaient produit. Par exemple, une approche micro sociologique ou psychosociologique des phénomènes scolaires atteint des points aveugles pour la didactique des mathématiques. Ils sont en quelque sorte le prix du progrès réalisé par les didacticiens. On n'en donnera que deux exemples :

- D'abord, la concurrence des élèves cherchant à s'approprier à leur profit la valeur scolaire, ou cherchant à faire valoir dans la classe les valeurs non scolaires qu'ils possèdent est un impensé du concept de contrat didactique : ses effets sont pourtant différentiels (Schubauer-Leoni, 1986b).

- D'autre part, l'activité scolaire demande une activité cognitive personnelle des élèves et fait souvent appel à leur capacité d'imagination créatrice, comme à celle du professeur (Broccolichi, 1994).

Ces dimensions impensées sont certainement, aujourd'hui, des points de résistance au progrès de la théorisation. Ils sont à la didactique des mathématiques ce qu'est aux sciences humaines classiques l'analyse d'un contenu de savoir et de l'organisation particulière de l'étude que chaque contenu de savoir suppose - des problèmes que les approches non didactiques éludent toujours. Mais nous ne pouvons encore dire comme

le propose Lahire (2000) s'il sera possible d'unifier, dans l'un des cadres conceptuels fournis par les didactiques ou les théories du sujet, des institutions et des sociétés, les approches non didactiques du didactique avec les approches proprement didactiques, ou si nous devons accepter le fait que les questions didactiques relèvent nécessairement d'une multiplicité de problématisations qu'il nous faudra apprendre à articuler au cas par cas.

Nous allons donc présenter d'abord le questionnement didactique, parce qu'en montrant que l'objet élémentaire de toute étude du didactique comprend au moins un professeur, un élève et un savoir, la didactique a désigné *l'enjeu* de la relation entre professeur et élève comme l'objet de son interrogation. La didactique a, par là même, commencé à constituer un domaine de problèmes nouveaux et donné un sens original à la recherche sur les phénomènes scolaires. Mais dans le premier mouvement de cet ouvrage, nous limiterons l'investigation aux formes scolaires de l'étude des savoirs disciplinaires (il s'agira des mathématiques), pour travailler ensuite seulement l'extension de la définition des savoirs, de manière à traiter du cas des savoirs professionnels et d'aborder enfin la question du comparatisme.

### *L'espace didactique pour les élèves*

L'idée même d'étudier les stratégies des élèves face à une série de questions scolaires est porteuse d'un des gestes fondamentaux constitutifs du champ didactique - comme il l'a été pour d'autres sciences sociales -, l'intérêt porté aux relations plus qu'aux instances qui sont en relation. Ainsi, les stratégies d'élèves observées en classe sont interprétées comme les effets de la relation entre des élèves et des exercices scolaires (Salin, 1976). Cette position épistémologique a été la position inaugurale de Guy Brousseau (1973 ; 1981), mais n'est cependant pas encore assumée avec toute sa force en didactique des mathématiques. Après Elias (1970) on sait qu'elle est un geste fondateur de la plupart des théorisations sociologiques et qu'elle va à l'encontre du sens commun, qui cherche toujours une interprétation des actes humains en termes de responsabilité donc de volonté individuelle ou collective, supposant par là même que cette volonté s'exerce souverainement ou presque (Gauchet, 1992).

Certes, chacun connaît qu'il en va tout autrement pour lui-même, mais l'idée d'intégrer à l'étude de l'action la part des assujettissements inconnus de l'acteur demeure sulfureuse à beaucoup : car cette part de l'humain qui échappe à la décision consciente est pour eux la part maudite ; c'est évidemment le mal, la part du démon, qui doit être purement et simplement rejetée de l'espace de la pensée sur l'éducation, parce qu'elle ne permet pas de poser le problème de la responsabilité individuelle des personnes<sup>1</sup>. Pour

<sup>1</sup> Ce rejet est fortement présent en Sciences de l'Éducation. Ainsi, de nombreux tenants de l'approche complexe des phénomènes sociaux défendent le principe de l'irréductible liberté du sujet humain, qu'ils développent jusque dans ses conséquences les plus radicales. L'Homme - chaque homme et chaque femme - devrait d'abord être pensé comme *auteur* de lui-même et du monde social qui l'entoure : c'est une vision existentialiste pour laquelle la conscience des assujettissements est nécessitée par l'appel toujours présent à la responsabilité absolue de la personne, qui serait le moyen et l'enjeu *sine qua non* de toute Éducation. Hélas ! Une telle position amène, à certains moments cruciaux de l'argumentation, à découvrir plus ou moins

énoncer le plus clairement possible ce problème fondamental en Sciences de l'Éducation, nous dirons donc que penser les contraintes sociales de l'espace des décisions d'un agent ou d'un acteur en termes d'interrelations impensées suppose que l'on ose penser le mal ensemble avec le bien, sans que leur étude conjointe ne comporte de dimension axiologique.

C'est pourquoi nous ne dirons pas que l'étude des stratégies des élèves d'une classe de mathématiques consiste à s'intéresser à la production des « sujets épistémiques », comme l'affirme Legrand (1996) mais bien plutôt que cela consiste à s'intéresser à la situation de leur action et à l'instance « élève » du système étudié : on s'intéresse ainsi à une des réalisations effectives et contingentes d'un espace didactique scolaire dont on recherche les principales dimensions. En ce sens, toute théorie didactique est d'abord, très fondamentalement, une *théorie des situations didactiques* (Brousseau 1982b ; Chevallard & Mercier 1984 ; Brousseau, 1986a)<sup>1</sup>.

### *Une première enquête didactique*

Nous ouvrirons cet ouvrage par le compte-rendu d'une enquête sur un cas particulier si étonnant, qu'il semble être aujourd'hui un cas d'école. Qu'est-ce qui avait pu, dans l'imaginaire de l'environnement du système d'enseignement, pousser à proposer (en une période d'apothéose de la rigueur) l'introduction à l'école élémentaire d'un objet d'enseignement aussi mal bâti mathématiquement parlant : les opérateurs additifs et multiplicatifs sur l'ensemble des entiers ? Qu'est-ce qui, dans l'épistémologie et dans l'imaginaire des professeurs, permettait qu'ils s'en saisissent avec un zèle si enthousiaste, qu'ils lui inventèrent un nom scolaire : *les machines* ? Qu'est-ce qui aidait les élèves à inventer des gestes d'usage pour ces objets, à tel point que certains leur inventèrent des usages efficaces ? Le tout a assuré un tel succès à cet enseignement, qu'il perdurera plus de dix ans dans les classes de Cours Élémentaire et de Cours Moyen. Longtemps après sa disparition des programmes de l'Ecole Élémentaire lors de la première contre-réforme de 1978, puisque l'on observe sa trace dans des ouvrages scolaires après qu'il ne soit plus objet d'enseignement élémentaire<sup>2</sup> ?

Ces objets possèdent une qualité remarquable. Qui les a vus ne serait-ce qu'une fois ne pouvait manquer de les reconnaître, et leur forte sémiotité (ce que Bosch (1994a) appelle leur *dimension ostensive*) semblait rendre évident l'essentiel de leur fonctionnement. Cependant, qui tente de modéliser le moindre problème à l'aide de ces outils court à l'échec, leur forme (état initial  $\square_{\text{machine}}$  >  $\square$  état final) ne correspondant

---

explicitement la nécessaire intervention de la Grâce : selon les cas, effet de l'intervention aléatoire de la Divine Liberté, ou effet de la loi marginaliste du Marché Libéral.

1 Ma toute première étude portait sur une question relative aux stratégies développées par les élèves de l'école élémentaire face à un objet d'enseignement particulièrement étonnant, et le sujet que Guy Brousseau m'avait proposé rencontrait déjà - implicitement - ces questions (Mercier, 1977).

2 Il figure par exemple dans Chapuis (1989) et, dans leur ouvrage de mathématiques à l'intention des Professeurs d'Ecole, Johsua & Maurin (1993) utilisent comme un préconstruit ce qu'ils nomment un *schéma de raisonnement* qui est comme le fantôme de cet objet.

d'emblée à presque aucun de leurs cas d'usage et ne pouvant aisément être travaillée dans un calcul : c'est ce qu'avec Assude (1992) nous appellerons leur *sous instrumentalité*. C'est donc ainsi que l'on énonce aujourd'hui le problème, étudié en 1977 : la grande sémioticité des machines additives correspond à une sous instrumentalité qui rend particulièrement difficile la stabilisation d'une pensée permettant de répondre aux diverses demandes de manipulation dont ces machines étaient l'objet. Assude (op. cit.) a montré en effet que le symbole de racine carrée possède les mêmes propriétés et défauts que la notation des opérateurs et qu'il y avait donc là plus qu'un cas d' cole : un phénomène didactique. Certains objets font emblème, ils peuvent alors devenir des objets d'enseignement à succès même s'ils sont impraticables et qu'ils n'introduisent pas aux problèmes et aux techniques de la discipline qu'ils représentent. Ainsi en va-t-il sans doute des parallèles en géométrie ou de la moyenne en statistiques. Dans un article de l'Encyclopédia Universalis intitulé « Notations », Freudenthal (1968) avait posé cette question à propos de la notation des fonctions, pour illustrer un problème mathématique rarement traité comme tel : celui des (bonnes) *notations*, considérées comme les outils de toute pensée mathématique.

Les questions relatives à la composition de deux opérateurs ou machines additives (leur *somme*) montraient que la technique de calcul variait selon la manière dont chacune d'elles était donnée (soit comme transformation connue sur un ensemble d'objets quelconques soit comme lien à déterminer entre un état initial et un état final connus). Or, on avait là un cas remarquable de bifurcation (Margolinas, 2004), parce que deux stratégies étaient possibles et deux seulement ; la première correspondait à un suivi de proche en proche des effets de chaque opérateur, allant des addend s à leurs images, la seconde correspondait à la composition directe des opérateurs. Ces deux stratégies pouvaient se développer dans un espace neutre c'est-à-dire, sans que les situations qui en formaient l'environnement n'en s lectionnassent durablement aucune : elles produisaient toutes deux la réussite complète avec un coût égal, une égale probabilité. Mais l'une des stratégies produisait des gestes mathématiques utilisables plus tard dans l'étude des fonctions. Elle consistait en un retour systématique aux grandeurs sur lesquelles opéraient les machines, la machine composée étant déduite de la transformation globale réalisée dans le cas d'une grandeur particulière : cette stratégie était possible parce qu'une transformation additive produit une variation constante. L'autre stratégie ouvrait sur une révision conceptuelle de la notion de nombre. Elle consistait en un calcul direct sur les opérateurs, calcul dont les règles étaient déduites de l'expérience technique acquise lors de la répétition des exercices traités initialement selon la première stratégie : un phénomène d'apprentissage prévu par la modélisation des situations didactiques dans les termes de la théorie des « jeux à un joueur contre la nature ».

Au terme de ce travail, pour les élèves suivant la première stratégie, une technique de composition des fonctions linéaires se mettait en place et pour les élèves travaillant la seconde stratégie, un nombre prenait l'une, l'autre, ou ces deux dimensions à la fois :

mesure d'une grandeur (nombre naturel) et opérateur de transformation (nombre relatif). On pouvait attester le fait que les stratégies observées menaient sur des voies divergentes en montrant que les élèves réussissaient préférentiellement certains exercices, pour lesquels leur stratégie était plus efficace. Il faut bien dire que l'enseignement, n'ayant identifié aucune des deux stratégies, ne privilégiait aucune d'elles en les laissant toutes deux dans le domaine des choix personnels des élèves et en proposant des exercices qui favorisaient aléatoirement l'une ou l'autre<sup>1</sup>.

La condition de la meilleure réussite était semble-t-il celle-ci : il fallait que les élèves se tinssent par principe à la mise en œuvre systématique d'une seule des deux stratégies, renonçant en cela à porter un jugement épistémique sur la situation évoquée par chacune des questions posées, en considérant de fait les divers exercices rencontrés comme un corpus de problèmes relevant tous du même champ de problèmes - ce que garantit en général la permanence du contrat didactique. Car les jugements portés sur les questions posées en exercice pouvaient certes leur montrer que les questions relevaient plutôt de l'une ou l'autre des stratégies, mais dans la liste des exercices posés aux élèves d'une classe, les deux types de questions se succédaient de manière trop erratique pour qu'une des techniques dont un élève pourrait rechercher la maîtrise puisse jamais émerger des aléas d'une étude adaptée cas par cas. On constatait d'ailleurs qu'un élève qui procédait ainsi se trouvait dans l'impossibilité d'apprendre à mener avec assurance les deux stratégies, puisqu'aucun de ceux-là ne réussissait tout les exercices proposés dans l'expérimentation. On formulera ainsi la conclusion : pour la formation des connaissances stratégiques associées aux machines additives, *l'espace didactique était épistémologiquement neutre*, en particulier parce que la répartition aléatoire des différents cas faisait que les manipulations correspondantes pouvaient être réputées équivalentes. C'est un phénomène remarquable, sur lequel nous reviendrons pour en développer la portée lorsque nous disposerons des outils conceptuels que l'on va maintenant présenter ; car cette recherche montrait comment un enseignement développe la dimension épistémologique de l'espace didactique dans laquelle les élèves inscrivent leur trajectoire personnelle.

### *Les contraintes didactiques scolaires*

Dans le même temps, Yves Chevallard dirigeait, dans l'équipe des professeurs du second degré de l'IREM d'Aix-Marseille, trois études autour de questions d'enseignement de l'algèbre qui aboutissaient à des DEA. Mais surtout, son cours sur la transposition didactique, à la Première Ecole d'Été de didactique des mathématiques (dont il était le principal organisateur) proposait une théorisation convaincante du phénomène que étudié. La description qu'il en proposait (Chevallard, 1980) rendait

---

<sup>1</sup> Bien que l'on puisse sans doute dire que d'ordinaire, la seconde stratégie succède à la première. Plus explicitement aujourd'hui, en suivant Bosch (1994), je dirais qu'une stratégie est une manière de manipuler des *objets ostensifs* associés à une interprétation non-ostensive qui donne le contrôle de la manière de manipuler. Le phénomène de coexistence de deux stratégies a été étudié par Ratsimba-Rajohn (1992) et désigné comme une *macle de contradictions*. C'est pour lui l'effet d'un enseignement *par ostension* (Ratsimba-Rajohn, 1977).

compte de certaines des contraintes auxquelles un objet d'enseignement doit satisfaire pour trouver une implantation réussie dans les classes, et l'étude sur les opérateurs-machines montrait que ces objets répondaient fort bien aux conditions théoriques énoncées : leur seul défaut fut de perdre, avec la contre réforme de 1978, une légitimité qui reposait trop évidemment sur leur appartenance à la famille des mathématiques modernes (seuls, les *tableaux de proportionnalité*, dont l'objet, le nom et la sémiotique sont plus traditionnels, survivront au mouvement anti-moderniste).

Cependant, bien que près de la moitié du texte du cours de 1980 portât sur la question du temps didactique, ce ne fut pas sur cette découverte que l'attention des chercheurs en didactique se centra. Chevallard disait dans les premiers chapitres ce que tout le monde et chacun savait d'expérience, mais s'il était possible d'accepter ce que j'avais montré sur un cas particulier, parce qu'on pouvait se persuader que le phénomène restait limité, il était bien plus dérangeant de considérer que la transposition didactique était un fait à la fois général et nécessaire. Cela fit scandale : les mathématiques scolaires, affirmait Chevallard, n'ont jamais les mêmes formes que les mathématiques savantes ou que les mathématiques de service. Elles sont en effet séparées des problèmes qui ont motivé l'invention initiale ou qui motivent l'usage actuel des savoirs mathématiques : la légitimité des savoirs scolaires n'est donc jamais qu'une légitimité formelle. La polémique qui s'est alors développée sur ce point a, pendant dix ans, masqué à la plupart des chercheurs ce qui était l'apport essentiel de la théorisation proposée : l'identification de la contrainte scolaire qui commandait à ce phénomène. En l'espèce, *le temps didactique*, et sa raison d'être, *l'espace didactique*.

C'est est au point que Chevallard lui-même n'a repris, dans sa note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches, ni le travail pionnier qu'il avait développé sur cette question (Chevallard, 1981) dans la lignée directe du cours sur la transposition, ni le travail de développement phénoménotechnique qu'il a mené sur l'enseignement de l'algèbre (durant les années scolaires 1982-1983 et 1983-1984) à l'aide de cette avancée théorique<sup>1</sup>. Cependant, la définition du professeur comme *maître du temps*, qui rendait compte de la nécessité didactique de la transposition, identifiait une contrainte didactique pesant sur le travail du professeur. En ce sens, le cours sur la transposition didactique proposait donc *la première théorisation de l'espace didactique capable de rendre compte de l'action ordinaire d'un professeur*.

Ce point d'entrée dans l'étude de l'espace didactique est donc particulièrement séduisant pour le professeur qui s'engage dans la recherche en didactique à partir des questions posées en introduction. Car la sensibilité des professeurs à la pression temporelle est presque légendaire. Ainsi, par leur rapport au temps, les professeurs se différencient à la fois des employés, qui ne sont pas maîtres de leur temps de travail, et des vignerons, qui ne vivent pas l'articulation de plusieurs temporalités et pour qui le temps, c'est de

---

<sup>1</sup> Sur ce sujet nous nous référons à (Conne 1984). On remarquera cependant que les descriptions qu'il donne prennent d'abord le point de vue de l'élève.

l'argent (Grossin 1974). Ces caractères spécifiques aux professeurs, en voici les principaux : plus que les autres, les professeurs affirment qu'ils ont vécu dès leur enfance dans les cadres d'un emploi du temps rigide et découpé ; plus que les autres, ils ressentent la perte de temps comme désagréable, et ils n'aiment pas l'imprévu ; plus que les autres, ils déclarent consulter leur montre. Cependant, note Grossin, « ils ne ressentent pas mieux le présent (que l'incertitude de l'avenir) et donnent parfois l'impression de vivre dans une certaine intemporalité : ils ne sont pas installés dans le temps... ils doivent meubler le temps et pour ainsi dire l'engendrer par leur activité jusque dans leurs loisirs et leur vie personnelle... ils n'abandonnent pas le travail pour tomber dans un temps plus distendu mais continuent à produire, indépendamment de la mesure objective, le temps qui constitue leur vie. »

Ce rapport si particulier des enseignants au temps peut s'interpréter en psychologie clinique : il s'agirait par exemple de la conversion professionnelle d'une formation psychologique acquise dans l'enfance, un rapport névrotique au temps ; la remarque sur le cadre de vie de l'enfance des professeurs pourrait aider à valider une telle interprétation. Mais tout aussi bien, cette remarque peut être interprétée comme le signe d'une forme culturelle d'éducation, qui aide les enfants qui l'intègrent à réussir scolairement et à devenir professeurs. Pour notre part et conformément aux options épistémologiques que nous avons énoncées plus haut, nous rapporterons ces observations aux relations entre les personnes ou les groupes, retrouvant ainsi le sens commun : le rapport au temps, différent chez les vignerons et les enseignants, est une déformation professionnelle. Le rapport au temps des professeurs doit être compris comme la signature de l'institution où se sont formés leurs habitus temporels - et ils ont été formés, par la contrainte, dès l'enfance.

Cela signifie, et ce n'est plus là du sens commun, que *l'école* fonctionne selon la temporalité décrite par les enseignants comme *leur rapport personnel* à cette dimension de leurs activités. Ainsi, le discours des enseignants décrit-il le temps scolaire qu'ils vivent. Voici donc ce qu'en rapporte Grossin : « A l'école, la perte de temps est désagréable, comme l'imprévu ; cependant, l'école donne parfois l'impression de vivre dans une certaine intemporalité : elle n'est pas installée dans le temps... » ; ce qui se comprend lorsqu'on rappelle que *skholè* nomme le loisir, la suspension du temps de l'action efficace qui est tout aussi nécessaire à l'étude que l'*epochè* - la suspension du jugement - est nécessaire à la pensée.

Mais c'est ici que la théorie de la transposition didactique montre encore sa pertinence : à l'école, le temps est produit *avec du savoir*. Les professeurs le disent à Grossin « On doit y meubler le temps et pour ainsi dire l'engendrer par l'activité didactique jusque dans ses loisirs et sa vie personnelle... le professeur, en particulier, ne peut abandonner le travail pour tomber dans un temps plus distendu mais doit continuer à produire, indépendamment de la mesure objective, le temps qui constitue la vie didactique de sa classe. » De même, « ... l'élève ne peut abandonner le travail pour tomber dans un temps plus distendu, mais doit continuer à produire, indépendamment de la mesure

objective, le temps qui constitue sa vie didactique ». Au point que, du professeur à l'élève, il semblerait qu'il n'y ait qu'un décalage temporel, un retard. C'est une illusion que l'on peut dénoncer sur le cas célèbre de Descartes, parce qu'il est l'un des tout premiers à en être victime (Chevallard & Mercier, 1987). Dans le *Discours de la méthode*, commentant ses quatre préceptes pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences, il invite le lecteur à considérer « ... que, n'y ayant qu'une vérité de chaque chose, quiconque la trouve en sait autant qu'on en peut savoir et que, par exemple, un enfant instruit en l'arithmétique, ayant fait une addition suivant ses règles, se peut assurer d'avoir trouvé, touchant la somme qu'il examinait, tout ce que l'esprit humain saurait trouver. » (Descartes 1637). Cela suppose que l'enfant ne soit pas le sujet d'un dessein didactique. Car un élève n'a jamais ni la maîtrise de ce qu'il sait ni la maîtrise de ce qu'on saurait savoir : seul le maître en juge, selon qu'il relance le questionnement didactique ou non. Ainsi quelques années plus tôt, Descartes lui-même, dans les *Regulæ ad directionem ingenii* (1620-1628) écrit ceci : « Par exemple, supposons que je parcoure quelques grandeurs continuellement proportionnelles, voici tout ce à quoi je réfléchirai. C'est par un concept semblable... que je reconnais le rapport qui existe entre la première et la seconde, entre la seconde et la troisième... » et l'élève peut croire tout savoir des proportions continues ; mais le maître poursuit : « ... Mais je ne puis concevoir aussi facilement quelle est la dépendance de la seconde à l'égard de la première et de la troisième à la fois [...] car cela ne peut se faire qu'à l'aide d'un concept enveloppant à la fois deux des précédents. Étant donné seulement la première et la quatrième, il me sera encore plus difficile de voir par l'intuition les deux moyennes, parce qu'il y a ici trois concepts impliqués... » et ce faisant, il ouvre un espace de problèmes inédit, dont il expliquera qu'ils sont « de degré deux, puis trois, etc. », inventant par ce geste une interprétation des formules algébriques qui leur permettra de devenir l'outil universel de modélisation que nous connaissons : le premier exemple d'usage de cet outil, annexé au *Discours de la méthode*, est *La géométrie* (Mercier, 1996c). Ainsi, seul l'enseignant maîtrise le futur de la relation didactique : il en produit le temps, qu'il relance par ses interventions, avec du savoir nouveau qu'il propose. Le texte de « La transposition didactique » le démontre : la cause du caractère didactique de la transposition et la contrainte principale qui rend compte de ses effets sur l'apprentissage du savoir, c'est que le savoir transposé à des fins didactiques doit permettre au professeur de faire aller le temps didactique en relançant les élèves sur des problèmes nouveaux : ce développement de l'idée de Verret (1974) fait toute la force de la notion construite par Chevallard.

Poursuivons donc ce parcours en *amateur* de cette science nouvelle, la didactique. C'est une position sociale ordinaire

à l'émergence d'un domaine de savoir nouveau. Ainsi, il n'y a pas trois siècles que l'on trouve en France des mathématiciens professionnels (Artaud, 1989) et il y a tout juste un demi siècle que quelques dizaines d'entre eux peuvent être mathématiciens à plein temps, sans avoir même à enseigner. Cette position nous permet de suivre dans cet

exposé un parcours indépendant des demandes institutionnelles et des nécessités de l'argumentation théorique pure. Ainsi, la question du temps didactique ayant été victime de forclusion dans la jeune communauté des didacticiens (il n'y a aucune publication sur le temps didactique et ses effets dans "Recherches en didactique des mathématiques", la revue créée par cette communauté pour diffuser ses résultats et débattre des questions essentielles du champ), il est nécessaire d'en rendre compte ici<sup>1</sup>.

### *La production et l'articulation des temps*

Les phénomènes temporels sont pourtant si puissants, qu'ils sont partout identifiés et discutés. Il n'est même pas besoin de mener des observations spécifiques : toute observation ou enquête met au jour de tels phénomènes, et les chercheurs qui ont publié sur le temps sont légion (pour ne citer que quelques auteurs récents de langue française, au delà de Verret 1977 et Chevallard 1980 et 1981 qui travaillent la question en profondeur, on peut citer Conne 1981 ; Perret 1978 à 1981 ; Altet 1991 ; Tochon 1992 ; AFIRSE 1992; Mercier Schubauer-Leoni Donck et Amigues 2005) mais de manière étonnante, jamais l'un d'entre eux n'a capitalisé les observations concordantes réalisées par les autres, comme si chacun n'avait vu là qu'un épiphénomène : sur la question du temps, le temps de la recherche théorique semble arrêté. Je reprendrai donc certaines de ces études en une progression articulée avec les travaux en didactique des mathématiques, puisque la théorie de la transposition permet de faire le lien entre les contraintes du temps et l'organisation scolaire des savoirs, et de rendre compte de ces phénomènes que tout le monde observe sans en faire un élément de connaissance des contraintes scolaires.

Chevallard (1981) s'était appuyé sur une enquête (Kiryluk, 1980) dont les résultats avaient été donnés en trois pages dans *Mathematical studies* : l'auteur y invitait les élèves à dire quand et pourquoi certains cours de mathématiques les intéressaient ou leur paraissaient ennuyeux. Les élèves répondaient massivement sur la qualité de la progression temporelle organisée par le professeur. En reprenant l'observation de Kiryluk dans le cadre théorique de la transposition didactique, on pouvait même montrer que les différentes réponses des élèves correspondaient à des sensibilités différentes à la pression temporelle qui tenaient à une manière différente de vivre la position d'élève (Mercier, 1982). De très nombreuses observations peuvent ainsi être évoquées pour être interprétées à nouveau et capitalisées par une théorie du temps, je poursuis donc la série des observations évoquées par lesquelles s'est développée notre connaissance du temps didactique, de ses effets, et des problèmes que pose sa gestion.

Le compte-rendu de l'enquête que Perret (1978 à 1981) menait, à la même époque, sur la réforme dite « des mathématiques modernes » en Suisse romande, pour l'Institut Romand de Documentation Pédagogique (qui publie sous le nom de « méthodologie »

---

<sup>1</sup> Chevallard a mené, dès 1981, une étude développant le texte de la transposition didactique sur la question du temps (Chevallard, 1981) qui n'a pas pu être reprise dans les textes associés à sa note d'habilitation, et les travaux que je reprends ci-dessous, qui ont été exposés dans plusieurs sessions du Séminaire National de Didactique des Mathématiques et à la Deuxième Ecole d'Été de didactique des mathématiques, sont restés à l'état de notes personnelles.

les livrets d'enseignement que tous les professeurs d'école doivent utiliser), était lui aussi tout particulièrement instructif. L'auteur cherchait à savoir « [...] si les objectifs des réformateurs avaient été compris des enseignants, s'ils avaient été adoptés et dans quelle mesure et si des contraintes non prévues ne risquaient pas d'amener à un glissement et à un "retour en arrière" des pratiques d'enseignement. » Il identifiait l'apparition, d'année en année, d'une plainte des enseignants qui ne trouvent pas le temps de terminer le programme et la rapportait ainsi : « Que faut-il en conclure ? [...] Cette contrainte du manque de temps n'est guère susceptible de disparaître en augmentant le nombre d'heures de mathématiques [...] il semble qu'il y ait un problème plus profond de gestion du temps. » Car son observation était suffisamment précise pour qu'il identifie, par delà la forme ordinaire de la souffrance (les programmes sont trop lourds, il faut les alléger), un paradoxe : le temps effectif d'enseignement des mathématiques varie du simple au double, selon les maîtres ; mais ce sont les maîtres qui passent le plus de temps à cet enseignement qui se plaignent le plus fort du poids des programmes et qui, plus que les autres, échouent à l'enseigner complètement. L'auteur s'engageait alors dans une nouvelle enquête qui nous renseignait sur le phénomène de la gestion du temps mais le laissait perplexe, car les résultats contredisaient les instructions pédagogiques associées à la réforme dont il s'agissait de suivre la mise en place. Nous pouvons résumer les injonctions institutionnelles en deux mots d'ordre : « travail des élèves en groupes » et « prise en charge par les élèves de leurs propres activités de recherche ». Or, ce sont les professeurs qui suivaient le plus honnêtement les instructions qui ne bouclaient pas le programme, bien qu'ils y passent deux fois plus de temps d'horloge que leurs collègues. Ces derniers, au contraire, trouvaient le programme « trop léger ».

La conclusion de l'étude est en effet terrible, au point que ce dernier rapport ne sera pas publié dans une revue, comme les précédents : l'IRDP engage les professeurs à organiser la « mise en activité » des élèves et l'observation montre que cette activité arrête la progression dans le programme d'études ! Elle bloque en effet le temps didactique : le modèle théorique permet de le montrer au terme d'un développement de quatre lignes : c'est au professeur de marquer la progression et de relancer le temps ; s'il y manque, le temps didactique s'arrête. Or, les professeurs ne savent pas comment faire progresser le temps collectif à partir de l'activité personnelle des élèves, car pour reprendre au compte collectif les avancées d'une personne il faut pouvoir juger immédiatement de leur pertinence pour le collectif.

Ce qui est devenu pour nous *un problème didactique* ne peut être, sans cadre théorique où l'inscrire, qu'une incongruité. Pourtant, Perret a mené l'enquête à son terme et a conclu sur les recommandations suivantes : « [...] afin de favoriser au maximum la prise en charge par les élèves de leurs propres activités de recherche, *les jeux aussi bien que les fiches devraient être réexaminés afin de les "finaliser"* chaque fois que cela est possible, *de façon à ce que les élèves perçoivent le but à atteindre dans toute activité.* », pointant précisément la dimension paradoxale de l'injonction faite aux maîtres (laisser aux élèves la maîtrise de la progression, dont les maîtres ont la charge) et plus

profondément le paradoxe de toute intention didactique, montrer ce qui doit être appris sans que les élèves ne regardent le doigt qui montre.

Lors de la mise en place de cette même réforme, Conne (1981) observe dans une classe de mathématiques de Suisse Romande comment le professeur « utilise la méthodologie » et ce qu'il se passe lorsque « les élèves prennent en charge leurs propres activités de recherche » telles que les fiches de travail de la méthodologie les proposent. Il s'aperçoit du désarroi du professeur qui n'ose pas intervenir, lorsque les élèves cherchent dans toutes les directions qu'ils arrivent à imaginer sans arriver à trouver (les élèves sont supposés *construire eux-mêmes* leur savoir à l'occasion de l'action que les fiches de travail leur proposent). Comment, au terme de telles activités, conclure qu'un savoir commun a été acquis et que c'est le savoir attendu ? Le professeur observé n'a qu'une corde à son arc : donner, en fin de compte, le cours... sans prendre en compte le contenu des activités des élèves, qui apparaissent alors comme d'énormes mangeuses de temps ! C'est ainsi que ce chercheur identifiait sur le terrain la contrainte temporelle repérée indépendamment par Perret auprès des enseignants du primaire et par Verret auprès des étudiants de philosophie.

Nous pouvons même interpréter l'origine de cette contrainte : faute de savoir comment partager avec les élèves la responsabilité de la progression temporelle, le professeur qui n'assume pas l'ostension directe du savoir et cherche à développer « leur activité cognitive propre » produit un temps didactique extrêmement ralenti, et manque toujours de temps d'horloge. S'il est convaincu du bien fondé de la méthode d'enseignement qu'il met en œuvre, il ne peut plus attribuer l'échec de l'enseignement qu'à la lourdeur des programmes : le cas est pire encore au Collège ou au Lycée parce que le professeur ne peut pas organiser son emploi du temps pour tenter de satisfaire aux injonctions des réformateurs, comme font les maîtres de l'enseignement élémentaire en augmentant le temps passé aux mathématiques. Ces injonctions sont fondées sur des théories de l'apprentissage validées en laboratoire et qui pratiquement s'avèrent produire en direction des professeurs des injonctions paradoxales. On ne s'en étonnera pas : la nécessité de l'école vient de ce que certains savoirs doivent obligatoirement être enseignés, pour pouvoir être appris - qui aurait inventé un dispositif aussi complexe et coûteux si ce n'était pas le cas - ce qui suppose que les conditions de réussite de l'enseignement de ces savoirs ne peuvent être données par des théories de l'apprentissage relatives aux dimensions non enseignables de la connaissance - comme le sont par exemple les théories du développement des moyens cognitifs des élèves - ainsi que je l'ai démontré dans l'introduction de ma thèse. Ainsi, la théorie de la transposition et du temps didactiques rend compte à la fois de l'observation statistique de Perret et de l'observation naturelle de Conne, qui sont produites simultanément mais indépendamment et qui sont relatives au même objet.

En 1985, un programme de recherches propose d'étudier les effets de la contrainte temporelle sur les apprentissages possibles (Mercier, 1985), en s'appuyant sur Chevallard (1981). Ce dernier y a montré comment les élèves - en bons sujets de

l'institution didactique - sont attentifs à ce que le temps didactique avance, c'est-à-dire à ce que le professeur les fasse progresser (car de leur point de vue, il ne sert à rien que le temps didactique avance s'ils ne peuvent le suivre). La question théorique et pratique posée dès lors porte sur les moyens dont disposent professeur et élèves, pour assurer cet effet. Peut-on dire que *suivre ses études* a le sens scolaire de ce que l'on nomme ailleurs *apprendre* et si ce n'est pas le cas, quelles sont les différences : toutes les questions ramènent à l'observation des élèves. Ce programme a permis d'ouvrir la voie des recherches sur la biographie didactique des élèves. Mais cette ouverture supposera encore un détour.

### **La relation didactique et l'institution scolaire**

C'est dans cette période, en 1984, que la rencontre d'un « rééducateur en mathématiques » dans un CMPP ouvre à ce programme un terrain d'étude (les élèves en difficulté) et des questions nouvelles (relatives aux rapports de ces élèves aux objets mathématiques qui les arrêtent et plus généralement à l'enseignement qu'ils reçoivent). En cherchant une description des lieux de l'élève et du professeur, dans un espace d'interrelations sociales caractérisé par le fait qu'on y étudie un domaine de savoirs mathématiques, on retrouve les questions nouvellement ouvertes par Brousseau. Avec la notion de *contrat didactique*, celui-ci en effet a réalisé, entre 1980 et 1984, une avancée décisive, passant d'un modèle calculable des situations adidactiques (le coût à l'apprentissage et à l'usage des stratégies d'un joueur dans un jeu contre la nature peut être évalué comme fonction de peu de variables que Brousseau nomme variables didactiques) à une théorie des situations didactiques qui permet de rendre compte de l'organisation scolaire de l'étude de questions mathématiques déclarées et de l'efficacité de cette organisation (Brousseau, 1980 ; Brousseau & Péres, 1981 ; Brousseau, 1983 ; Brousseau, 1984). Ainsi qu'il en va ordinairement dans les sciences, la pertinence des travaux de cette forme de questionnement s'affirme d'autant plus fortement qu'elle s'avère cohérente avec les travaux de l'autre (Chevallard, 1986a ; 1986b).

#### *La vie des lieux didactiques, le contrat*

L'exemple le plus connu en cette matière a été commenté par la plupart des auteurs qui ont travaillé sur le contrat (Chevallard 1982), ce qui autorisera ici un exposé rapide. Soit donc le problème de « l'âge du capitaine » (Equipe « Enseignement Élémentaire » de l'IREM de Grenoble 1980) tel que les premiers auteurs en relatent l'observation : les élèves répondent à des questions absurdes - le problème « Sur un bateau il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine ? », posé à quatre vingt dix sept élèves d'une classe de CE1 (2e primaire), a suscité de nombreuses réponses, soixante-seize élèves donnant l'âge du capitaine en utilisant les nombres figurant dans l'énoncé. La logique de ce comportement massif échappa d'autant plus à ses inventeurs, qu'ils allèrent interroger des élèves plus âgés dont les réponses leur ont peut-être semblé plus

étonnantes encore. Un élève de CE2 (3<sup>e</sup> primaire) répond : « Pourquoi on parle de moutons et après on demande l'âge du capitaine ? » ; interrogé sur le problème, il précise : « Je pense qu'il est bête parce qu'on parle de moutons et après du capitaine », tandis qu'il répond sans hésiter à la question : « Dans la classe, il y a quatre rangées de sept tables. Quel âge a la maîtresse ? » en affirmant : « Je pense que la maîtresse a 28 ans parce que  $4 \times 7 = 28$  ; je pense que celui-ci est moins bête que l'autre ». Une élève de la même classe, ayant déclaré dans le premier cas « Je ne comprends pas parce que en premier vous avez parlé de moutons et après d'un capitaine. Je trouve que ce problème est un peu bizarre. », calcula l'âge de la maîtresse dans le second cas : « Je pense que la maîtresse a 28 ans car j'ai fait  $4 \times 7 = 28$ . Je pense que ce problème est assez facile. ».

On peut voir ici un des effets émergents remarquables d'une relation sociale d'un type particulier, une *relation didactique* : les élèves s'attendent à ce qu'en leur proposant ces problèmes, le professeur cherche à les instruire ; ils agissent donc en conséquence chaque fois que leur attente semble satisfaite. Ainsi, ils traitent le second problème par une multiplication. On trouve ainsi 28 (tandis qu'une addition donne 11) et ce leur est moins insupportable que de traiter le premier par une addition pour trouver 36 comme le font des élèves plus jeunes (ils répondront parfois 26, et on trouve 260 avec une multiplication). Cela montre qu'ils contrôlent la pertinence de leur réponse. Si les élèves aboutissent à des conclusions différentes pour chacun des problèmes c'est sans doute que, comme chacun le sait, on ne peut pas ajouter des pommes et des poires, tandis que parfois une multiplication (lorsqu'elle correspond à un opérateur multiplicatif entre espaces de mesures) transforme des litres en kilomètres. Les deux problèmes sont donc interprétés différemment : l'enjeu didactique du premier n'étant pas identifiable pour eux, les élèves le rejettent. Tandis qu'ils acceptent celui dont ils pensent avoir compris la raison didactique : explorer de nouvelles occurrences de la multiplication. Ainsi, *la logique du comportement des élèves n'est pas leur logique personnelle, mais elle révèle bien plutôt la logique des interactions didactiques dans lesquelles ils sont pris, la logique de l'instance « élève »*.

Tel est un des phénomènes dont le contrat didactique rend compte. La notion proposée par Brousseau est nécessaire à la description d'une large classe de phénomènes semblables. Soit en effet une relation humaine à propos d'un objet dont l'un est supposé posséder la maîtrise et l'autre, ignorer les usages. Une relation didactique n'est pas réductible à cette dimension inégalitaire : encore faut-il que l'ignare - celui qui n'a pas reçu d'instruction relative à l'usage de l'objet - cherche à s'instruire de ce qu'il ignore et que le savant - celui qui est supposé maîtriser l'usage de l'objet - cherche à l'aider dans cette entreprise. Le contrat didactique se noue dans le premier instant cette rencontre et il semble *toujours-déjà là car à l'école l'ignare est devenu élève ignorant et le savant, professeur instruit*.

L'effet *âge du capitaine*, réinventé ici plus d'un siècle après Flaubert (1843), repose sur la production expérimentale d'un quiproquo, fonctionnant comme piège, pour de jeunes élèves trop confiants dans le fait que des pratiques didactiques dont ils ont récemment découvert l'efficacité réaliseront nécessairement leurs attentes légitimes d'aide

didactique. La dénonciation scandalisée du quiproquo, qui avait été volontairement produit par des chercheurs mais qui sera souvent pris comme la marque d'un soi-disant piège didactique, a fait la gloire mondaine d'une rééducatrice à la plume alerte (Baruk, 1983). Mais la démonstration de la pertinence du concept de contrat didactique pour l'interprétation des faits d'enseignement a confirmé les chercheurs dans leurs premières hypothèses : une relation didactique suppose toujours une coopération, fondée sur un système d'attentes réciproques qui constituent, avec le processus de leur production et de leur régulation, le point initial d'un pacte fondateur, un *contrat didactique* (Chevallard 1988c, Brousseau, 1989).

Une question reste ouverte : nous avons remarqué que les élèves contrôlaient la vraisemblance de leur réponse, mais pourquoi ces élèves répondent-ils dès qu'ils ont l'impression d'avoir compris l'enjeu didactique de la question ? Ne devraient-ils pas contrôler aussi leur compréhension de l'enjeu mathématique du problème ?

On peut y voir encore un effet émergent de la relation didactique, un effet de la recherche d'un contrat relatif à un savoir mathématique : les élèves savent que le professeur attend qu'ils répondent à des questions dont ils ne savent pas la réponse, parce qu'en leur donnant la réponse (en les corrigeant) il pourra alors leur montrer le savoir qu'ils ignorent et qu'ils doivent étudier. Reprenons cette argumentation d'un peu plus loin: le geste premier de la relation didactique est la désignation de l'objet de l'étude or, on ne peut désigner la lune à qui regarde seulement le doigt ; l'efficacité d'une relation didactique suppose, en deçà des usages scolaires que l'on pourrait décrire par des règles de bon comportement, une intelligence des conditions d'activation de ces règles, qui réalise et par conséquent, signifie *le partage du dessein didactique*. En répondant sans comprendre l'enjeu mathématique, les élèves montrent qu'ils ne se sont pas arrêtés au doigt, et qu'ils participent d'une culture didactique par laquelle, d'ordinaire, ils apprennent des mathématiques. Ainsi le contrat didactique permet-il de rendre raison des pratiques par lesquelles les sujets d'une institution didactique répondent aux injonctions auxquelles ils sont soumis, il nomme le paradoxe fondateur de tout *dessein de faire savoir* et en désigne les solutions possibles en montrant qu'elles sont coopératives.

### *La classe de mathématiques, espace-temps social*

Cependant, bien que nous étudions leur logique nous ne considérons pas plus les attitudes des acteurs de la relation didactique comme les produits de calculs rationnels que, en étudiant la logique des trajectoires des planètes dans l'espace-temps physique nous ne considérerions qu'elles décident des actions calculables que nous observons : le calcul est dans le modèle, mais le fonctionnement est dans le monde physique et la conformation est dans le sujet institutionnel. Ainsi, les règles par lesquelles nous décrivons les acteurs de l'espace didactique ne sont pas des règles pour eux et on ne peut considérer *qu'ils les suivent*, alors même que l'on peut observer comment elles décrivent leur action. Et inversement, des automates qui ne suivraient que ces règles se

trouveraient rapidement en défaut, car les principes par lesquels chaque règle est suivie sont eux-mêmes des règles, dont les conditions d'usage ne sont pas mieux connues que ce n'était le cas au premier niveau. La question des conditions dans lesquelles se forme la connaissance des conditions d'usage des règles explicitées et la connaissance implicite des usages est donc, pour l'instant, ouverte.

Reprenant la démarche de Wittgenstein, qui a montré que la mise en œuvre d'une règle ne peut être décrite par des règles parce que la description n'aurait pas de terme, Sarrazy (1995) a montré que le contrat didactique correspond à ce que Bourdieu (1994) nomme des *raisons pratiques*. Ainsi le contrat rend compte du fait que ces raisons pratiques se forment par l'entrée dans une organisation sociale qui prend en charge un domaine de pratiques en proposant à ses sujets un monde où les conditions de la réussite sont aménagées. Dans le cas des raisons didactiques qui nous intéressent, l'organisation est généralement de nos jours *une école* et, plus précisément, une suite de classes de mathématiques avec les dispositifs correspondants d'enseignement, d'apprentissage et d'étude (par exemple, des leçons à apprendre par cœur, des résumés à recopier, des exercices à faire, des questions à chercher, etc.) Autrement dit, l'activité que proposent les écoles relève d'un domaine de pratiques (ici, des *pratiques mathématiques scolaires*) qui obéissent à des raisons pratiques de cette institution sociale (c'est-à-dire, à des *raisons didactiques scolaires*).

C'est donc en devenant les objets d'un domaine de pratiques scolaires, que les savoirs mathématiques deviennent les enjeux de desseins didactiques supposés partagés ; le partage du dessein didactique relatif à un savoir identifié est le premier problème que résout une école, par un effet de système original : *le contrat didactique est ignoré de tous alors que chacun se comporte pratiquement comme s'il était sûr que les autres le connaissent*. Ce qui fait que chacun le rompt. Les élèves le font en toute innocence, parce que même s'ils paient ces ruptures d'une attribution d'échec, ils ne sont pas les garants du contrat. Le professeur le fait en toute honnêteté parce que même s'il fait ainsi violence aux élèves, c'est pour lui le seul moyen de les placer face à un objet nouveau, pour qu'ils l'étudient.

La notion de contrat didactique, telle qu'elle est utilisée par les didacticiens des mathématiques, identifie cet effet d'autonomisation du social avec émergence d'un comportement propre (Dupuy 1988). Mais dans ce cas, le phénomène est précisément le contraire de ce que les systémiciens ont appelé *la connaissance publique* qui fonde les contrats explicites : c'est ici une *connaissance pratique*, une *connaissance par corps*. Cette propriété a des effets qui peuvent sembler paradoxaux, telle que « la question de l'âge du capitaine », qui a servi de bannière à de nombreux réformateurs forcenés alors qu'il s'agit d'un phénomène social presque universel. Les chercheurs en sciences humaines le savent tous, les réponses d'un *sujet* à une question sont tournées de manière à satisfaire au mieux les attentes supposées du questionneur plutôt que de manière à donner au questionneur l'information la plus précise ou la plus exacte (Schubauer-Leoni et Ntamiliko, xxxx). Ou plutôt, nous devrions le formuler ainsi : la réponse est une production cognitive qui donne, le plus précisément et exactement possible,

l'information que le répondant suppose que le questionneur attend : elle exprime la connaissance pratique que possède le répondant sur l'espace de l'interaction - il faut donc comprendre qu'il tente de répondre en se plaçant du point de vue du questionneur.

Pour démontrer les paradoxes didactiques comme des effets du contrat, il est donc chaque fois nécessaire de bien identifier *la valeur pratique de la connaissance du contrat* que montrent les sujets didactiques : c'est parce que le contrat n'a d'existence que comme pratique, que l'on n'observe jamais un contrat stable mais toujours, la rupture d'un contrat et la recherche d'un contrat (Schubauer-Leoni, 1986b ; Brousseau, 1995a ; Schubauer-Leoni, 1996). On peut alors imaginer des pathologies didactiques du contrat. Par exemple, des élèves qui ignoreraient des éléments essentiels du contrat et qui se verraient piégés par un professeur aristocratique, qui se comporte comme s'ils connaissaient vraiment ces éléments et ne les leur désigne jamais. Ou inversement, un professeur piégé par un élève soumis, qui prendrait au pied de la lettre certaines pratiques contractuelles et se défendrait ainsi contre les effets d'une pratique didactique trop dérangeante.

Nous affirmons, en le posant comme un principe, que toute institution humaine organise pour ses sujets un système de pratiques par lesquelles ils accèdent à l'objet même de cette institution.

Il faut signaler que la notion d'*institution* est jusqu'ici, en didactique des mathématiques, un terme premier : de même que la notion associée de *sujet* d'une institution, elle fonctionne comme un préconstruit (Pêcheux, 1975). Ainsi, l'usage sociologique du terme institution désigne des objets sociaux de grande taille tandis que nous considérons une classe de mathématiques comme une institution à part entière - quitte à rendre compte des déterminations dues à son insertion dans une école, institution plus vaste qui se trouve elle-même insérée dans l'Education Nationale. Le terme alternatif de système signale la complexité des interrelations et la question des échanges, mais ne fait pas référence à la dimension inconsciente et imaginaire, spécifique d'un système social humain. Castoriadis (yyy) et Kaës (ttt) sont sans doute les théoriciens des institutions les plus proches des usages didactiques des termes d'institution et de contrat institutionnel<sup>1</sup> et Beillerot est un des rares chercheurs en Sciences de l'Education à avoir mis ce terme au centre de son travail (Beillerot, xxxx). Cette notion essentielle en didactique n'a donc jamais été travaillée par référence aux théories institutionnelles du champ de la philosophie ou de la psychanalyse : nous dirons donc seulement que les théories psychanalytiques des institutions appartiennent à la culture commune souterraine du discours de certains didacticiens des mathématiques<sup>2</sup>. Notre propos, en

<sup>1</sup> On se référera par exemple à *Phusis, création, autonomie* et aux pages 26 à 33 de *Fait et à faire* (Castoriadis, 1997) ; mais aussi bien à Kaës (1987). Nous reviendrons sur ce point dans la dernière partie de cet ouvrage.

<sup>2</sup> Chevallard (1988a), introduit le notion d'institution dans un texte de dix pages rarement cité, dont voici les deux premières phrases :

« On trouvera ci-après l'ossature d'un développement théorique propre à situer la notion de transposition didactique en un cadre large et ouvert, dans la perspective de la construction d'une véritable anthropologie du didactique.

didactique des mathématiques, ne sera pas de traiter de ces questions ; sauf à chercher comment des formes institutionnelles pourraient contraindre des formes didactiques, ce qui suppose que l'on sache d'abord quelles sont les formes didactiques compatibles avec la tâche primaire de toute institution didactique - l'étude des savoirs. Du point de vue des recherches en didactique, une étude générale sur le contrat vise donc d'abord à déterminer en quoi consiste la dimension didactique du contrat institutionnel dans les institutions didactiques (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1997). . En voici deux exemples rapides que les professeurs de collège ou lycée vivent régulièrement ; l'un porte sur la question suivante : « Comment savoir si un calcul est terminé ? », l'autre sur la question : « Comment savoir ce qu'un calcul montre ? »

Voici un premier exemple.

Un bon élève de quatrième résout l'équation suivante,

$x - 3 =$ , par la suite des opérations que voici :

$x = + 3 = + =$ ,  $x =$ ,

ce qui équivaut à  $x = = \times = =$

« Le calcul n'est pas terminé ! » s'écrie le professeur qui s'étonne. Mais, quand est-ce que le calcul est terminé, n'ose pas demander l'élève qui la veille a observé comment un camarade de classe s'est fait reprendre sur la résolution de l'équation  $3x - 7 = 6$ , écrivant :  $3x = 6 + 7 = 13$ , donc  $x = 13/3 = 4,333333$  comme l'affichait sa calculatrice.

« On donne toujours un résultat exact ! » avait dit le professeur, comme si cela réglait l'affaire alors que les questions de la différence entre décimaux et rationnels, écritures décimales et écritures rationnelles des rationnels et de la reconnaissance des fractions décimales ne sont plus des objets d'enseignement du collège ou même du lycée (Bronner 1996). *Pour qui ne sait pas les usages : un résultat exact est-ce  $5/2$ , une fraction, ou  $2,5$  qui donne une partie entière (exacte) et indique encore le reliquat décimal ?*

Mais voici un second exemple :

Un élève doit un jour résoudre le problème suivant : « On dispose de nombreuses poules qui pondent chacune un œuf par jour, régulièrement. Pour les porter au marché qui a lieu deux fois par semaine, on emballe les œufs en les rangeant dans des boîtes de six puis en rangeant ces boîtes dans des cartons de 36. Au bout de quelques jours, on a 8424 œufs. Sachant qu'on a pu emballer chaque jour tous les œufs dans les boîtes qu'on a rangées dans des cartons bien remplis qu'on a datés et fermés, combien de poules a-t-on ? » Les élèves sont engagés dans des écritures fastidieuses (en  $x$  jours, les  $y$  poules ont pondu 8424 œufs, on a donc  $8424 = xy$  et on range les œufs dans  $z$  boîtes de 6, on a donc  $6z = xy...$ ) ou bien, se trouvent arrêtés sans savoir quoi faire (après avoir écrit  $z = 1404$ ,  $y = 39...$ ). Le professeur s'impatiente et explique :

#### 1. Premières notions

On considère dans ce paragraphe quatre termes primitifs : les univers culturels, les institutions, les domaines de réalité et les savoirs. »

Au terme de son développement, il fait la différence entre le rapport institutionnel, public, à un savoir, qui est le rapport effectif attendu, et le rapport personnel, privé, - dont l'adéquation au rapport institutionnel est l'objet de l'évaluation.

«  $8424 = 6 \times 1404 = 6 \times (36 \times 39) = 6 \times (36 \times (13 \times 3)) = ((6 \times 36) \times 13) \times 3 = 2808 \times 3$  donne la réponse parce que cela montre qu'il y a 1404 boîtes soit, 39 cartons de 36 boîtes de 6 œufs. Et comme  $39 = 13 \times 3$ , il y a trois jours qu'on emballe chaque jour 13 cartons de 36 boîtes de 6 œufs (13 jours ferait plus d'une semaine sans marché). Autrement écrit,  $8424 = 3 \times (13 \times (36 \times 6)) = 3 \times 2808$  montre qu'on emballe 2808 œufs par jour, il y a donc 2808 poules ! ». Mais comment savoir qu'il faut décomposer 8424 en un produit faisant intervenir 6 et 36 pour factoriser complètement le troisième terme, 39, et quelle règle commande à la manipulation des parenthèses ? La réponse est simple : toute autre écriture embrouille le problème car *cette fois, ce qu'il faut faire vient du problème*. Le point du calcul où s'arrêter n'est plus donné par l'usage, mais par le sens. La décision est enfin entre les mains de l'élève, mais cela constitue une rupture du contrat précédent. Le rapport des élèves aux calculs qu'ils écrivent est ici du type de celui que l'on a dans le travail algébrique (les calculs montrent et par là, démontrent les propriétés d'un modèle, ils sont interprétés comme une représentation des relations dans le système modélisé) tandis que les demandes précédentes correspondaient à un rapport arithmétique aux calculs (les calculs doivent être exécutés, pour qu'apparaisse leur essence pure, un résultat).

La description de la dimension mathématique du contrat que nous avons identifiée permet de rendre compte de l'apprentissage au sens professionnel du terme c'est-à-dire de l'apprentissage par corps des manières de faire pratiques. Cependant, toutes les manières pratiques ne se valent pas. Même en sport sur des pratiques peu technicisées, de la natation au saut en hauteur, au lancer du poids ou à la course de haies, les manières évoluent ; elles diffusent comme des techniques socialement reconnues et elles sont plus ou moins accessibles à un pratiquant selon son niveau initial. Il faut donc identifier les meilleures manières, afin de choisir celles qui méritent enseignement comme techniques sociales : les bonnes manières vous ouvriront un jour les portes d'institutions qui, en leur absence, vous seraient restées fermées. Dans le cas de l'enseignement des mathématiques, certaines sont unanimement reconnues. Ainsi, la manière générale connue en didactique comme le *changement de cadre* (Douady, 1984), ou en analyse, les manières du calcul numérique, autour des *techniques de majoration* (Ovaert, 1978, Brousseau, 1988). En mathématisation, le travail des modèles algébriques (Chevallard, 1989a) semble producteur de *bonnes manières* mathématiques. La didactique des mathématiques, dans une dimension de ses recherches qui relève de plein droit des mathématiques savantes, étudie les manières mathématiques qui devront être enseignées demain, celles par exemple qui appartiennent aux problèmes de la combinatoire et des mathématiques discrètes, des statistiques, des probabilités, de l'espace.

Il y a aussi des manières détestables, qui semblent sur le moment et le lieu de leur apparition efficaces et originales et qui s'avèrent grossières, sans esprit, dans tous les autres temps et lieux mathématiques que vous pourriez fréquenter : des manières de bricoleur<sup>1</sup> sans culture technique, qui vous enferment dans un ghetto sans même que

---

<sup>1</sup> Il semble qu'elles dénoncent l'autodidacte, plus sûrement encore que la naïveté avec laquelle il choisit les sujets auxquels il s'intéresse.

vous ne vous rendiez compte que l'enfermement est votre fait. Ainsi certaines pratiques de l'ostension didactique, comme les arbres de calcul, (Mercier, 1995b ; 1995c) facilitent l'enseignement mais vont se constituer en obstacle à l'entrée dans les pratiques de travail des écritures que nécessite l'ostension algébrique des propriétés pertinentes d'un modèle dont nous avons vu un exemple ci-dessus, dans la résolution d'un problème d'œufs et de poules. Mais tout aussi bien semble-t-il les pratiques de l'école primaire des années cinquante, qui rendaient si difficile l'accès au système secondaire et aux études supérieures, qu'il fallait en réserver l'épreuve aux tout meilleurs.

*Les élèves en échec, analyseurs de l'institution*

Une série d'études auprès d'élèves en difficulté élective en mathématiques (Mercier; 1988 ; Castella & Mercier, 1995) ont permis de produire ces observations et d'en faire des moyens de mettre à l'épreuve ce que la théorie de la transposition permettait de penser. Mais pour cela, il était nécessaire de *penser ensemble la chronogenèse, la topogenèse et la recherche d'un contrat, comme trois paramètres interdépendants*.

C'était une position épistémologique d'autant plus délicate à mettre en œuvre que la plupart des chercheurs pensent que les théorisations développées par Chevallard à la suite de la transposition didactique sont contradictoires et concurrentes avec la *théorie des situations didactiques* de Brousseau. L'idée que les avancées de ces deux chercheurs trouvaient, dans ce lien entre d'un côté, le contrat comme descripteur de la relation professeur-élève et de l'autre, ses effets nécessaires que sont la définition des positions de professeur et d'élève relatives au savoir à produire et la production d'une progression visible dans l'étude du savoir, le moyen d'une articulation forte, devait donc être solidement argumentée. Cela conduit à montrer comment du point de vue du professeur, la chronogenèse commande à la topogenèse et au contrat parce que le professeur est toujours, en dernière instance, responsable des effets didactiques du système d'enseignement qui l'envoie professer (et qui le nomme donc « enseignant »). Ainsi, partant de cette affirmation initiale : « ... le rapport des élèves à chacun des savoirs qu'ils étudient est la pierre de touche de la description et de la compréhension d'une organisation didactique scolaire... » (Mercier, 1986) on montre comment, lors d'une entrée *du côté du savoir*, le contrat didactique est la notion première en didactique, lors d'une entrée du point de vue du professeur la contrainte première est la chronogenèse et lors d'une entrée du côté des élèves la contrainte première est la topogenèse.

Mais il fallait une méthode capable de fonder une observation qui, dans les premiers moments, ne semblait produire que la description d'événements anecdotiques. La question des élèves en échec électif en mathématiques a été la pathologie qui permet d'interroger la normalité, selon la proposition de Canguilhem (1943). La reprise des travaux des élèves de l'école d'orthophonie de Bordeaux conduits sous la direction de Brousseau, comme les travaux personnels qu'il avait menés, de 1978 à 1982, en collaboration avec Jacques Péres (Brousseau, 1986a) est ici essentielle. Brousseau explorait en effet l'hypothèse suivante : l'étiologie des échecs scolaires nous est

inconnue, mais la plupart des hypothèses relatives à une psychologie de la cognition ne tiennent pas pour les échecs électifs en mathématiques. Car on peut imaginer une “dyscalculie” venant compléter l’ensemble des symptômes identifié comme “dyslexie”, mais les pratiques mathématiques de l’école élémentaire sont si générales qu’il est difficile de tenir l’hypothèse d’une dyscalculie dont les effets resteraient isolés aux pratiques du comptage, de la lecture-écriture des nombres ou à celles de la manipulation des chiffres.

Il est donc raisonnable d’explorer une hypothèse relative à la responsabilité de l’école : la relation entre certains élèves et les formes ordinaires du contrat didactique en mathématiques pourrait être, pour certains élèves, pathogène. C’est l’hypothèse de Brousseau : les échecs électifs en mathématiques sont des effets du rapport aux objets mathématiques que l’école propose, c’est-à-dire des effets du contrat didactique (On peut en donner une formulation plus faible : certaines formes du contrat influent sur le rapport des élèves en difficulté aux objets mathématiques). Nous avons donc cherché à observer des pathologies du contrat, en appuyant ces observations sur l’idée que le contrat didactique installé dans une classe de mathématiques donnée, à propos d’un savoir mathématique particulier, aide (mais en général il n’aide pas complètement, ou pas tous les élèves) à régler une organisation complexe de relations interpersonnelles, de rapports aux objets de l’activité, de rapports aux objets de savoir, de desseins personnels et d’enjeux institutionnels. Il est donc possible que des élèves (certains élèves seulement), pour des raisons qui nous sont inconnues, se trouvent piégés par leur incompréhension de certains enjeux didactiques, en raison d’un contrat qui peut laisser à leur charge une part de responsabilité importante dans la réussite de l’enseignement ; ou inversement que des élèves (d’autres élèves, peut-être) piègent le professeur en prenant ses injonctions au pied de la lettre pour se défaire de leur part dans le travail institutionnel : comme on dit de quelqu’un « qu’il fait semblant de jouer mais qu’il a retiré ses billes ».

Comme la théorie des situations permet d’identifier certaines des variables qui commandent au contrat didactique, il doit donc être possible d’agir par ce moyen, dans le cas des échecs électifs en mathématiques (on en trouve en moyenne un par classe). Brousseau et ses étudiants ont publié quatre prises en charge expérimentales, consistant chacune en huit séances centrées sur un objet d’enseignement précis, qui ont successivement été tentées et observées en 1977 et 1978. Des deux prises en charge menées par Brousseau lui-même<sup>1</sup>, l’une, dans le cas de Gaël, donnera une réussite exemplaire (Brousseau & Péres, 1981). Par comparaison, l’échec de l’autre est sans doute une des sources de la notion de *dévolution de la situation adidactique*, car c’est, à l’analyse, le problème de la dévolution qui a été résolu lorsque Gaël s’est engagé dans une suite de paris, au cours d’une séance de la prise en charge : le reste du dispositif didactique utilisé était connu de Brousseau et de l’équipe de Michelet. Les chercheurs

---

<sup>1</sup> Ces prises en charge ont été réalisées dans le cadre du Centre pour l’Observation et la Recherche sur l’Enseignement des Mathématiques dont Brousseau est le responsable scientifique et sous le contrôle de l’équipe d’aide spécialisée de l’Ecole Jules Michelet, à Talence.

ont identifié un problème mathématique précis sur lequel Gaël bute : il ne donne pas de sens aux problèmes de soustraction qui lui sont posés et il les traite comme des problèmes d'addition. Gaël décompte avec très peu de sûreté, en particulier au passage descendant des dizaines, et il semble que cette difficulté l'ait conduit à développer des stratégies d'évitement du décomptage qui peuvent rendre compte de son rapport déficient à la soustraction. Mais il ne peut être question d'entraîner une technique rendue obsolète par plus d'un an de progression du temps didactique et Brousseau décide de proposer directement à Gaël d'étudier les techniques de la soustraction en lui proposant une action par tâtonnements, dans une situation adidactique « fondamentale pour la soustraction ».

Cela appelle plusieurs remarques, relatives au système conceptuel de la théorie des situations et plus particulièrement ici au modèle des situations adidactiques. D'abord, une telle situation propose à la fois à l'élève un problème et le moyen de valider ou d'invalider par lui-même les solutions qu'il propose, parce que la situation porte en elle les critères de réussite de l'action : c'est une situation fondamentale. Ensuite l'élève qui tente une action de sa propre initiative tente d'obtenir (par un procédé qui est en ce point indifférent) la réponse à un problème dont il ne peut plus nier la nouveauté et dont la solution est la réponse attendue : la situation pose le problème de la soustraction et seulement celui-là, elle est fondamentale pour la soustraction. Ensuite l'élève, s'il accepte d'agir dans la situation fondamentale pour la soustraction, sera dégagé de l'obligation de satisfaire aux attentes qu'en d'autres conditions il attribuait indûment au professeur (par exemple, son action l'engagera à ne pas calculer la somme des nombres en présence) pour s'intéresser au problème posé : c'est une situation adidactique fondamentale pour la soustraction. Pour finir, l'élève se trouve dans une situation où l'autonomie qui lui est donnée l'engage à tenter des réponses multiples, puisque son action n'est plus l'objet d'un jugement extérieur : les tâtonnements seront donc pour lui une exploration de l'espace du problème et les stratégies d'anticipation qu'il va tenter seront l'effet des premières connaissances que sont ces stratégies. C'est, dans la théorie des situations didactiques, la *didactification* maximale qu'un professeur puisse réaliser en conservant le sens du problème que l'élève étudie. Le modèle des situations adidactiques est particulièrement efficace dans le cas présent, parce que Gaël dispose d'une technique mathématique de contrôle des anticipations dans un problème de soustraction, c'est l'addition (qui, chacun le sait, est la preuve de la soustraction).

La difficulté principale tient alors à ceci : *le modèle ne garantit la réussite que dans le cas où un collectif d'élèves peut, sous la direction du professeur, assurer en les formulant la diffusion des connaissances produites par l'un ou l'autre, puis étudier leur validité et leur cohérence avec le système des connaissances antérieures* : comment réaliser ce travail avec un seul élève, qui plus est avec un élève en difficulté ? Ce n'est pas un problème mineur. On considère que la réussite obtenue tient à ce que Gaël accepte, lors de la troisième séance, de se lancer avec Brousseau dans un jeu où il parie (et ils topent avec sérieux) sur le nombre de billes qui restent dans un sac de 35 billes (Gaël les a comptées et mises dans le sac) mais dont on a enlevé 12 (celles-là aussi, Gaël

les a comptées) et de corriger son estimation au fur et à mesure qu'il compte les billes qui sont restées et que Brousseau a sorties du sac : Gaël, qui n'est pas un élève en échec scolaire, peut, dans les conditions didactiques qui lui sont offertes, se risquer à affronter ce problème dans la mesure où, justement, prendre un risque fait partie du jeu. C'est ce que désigne la notion de dévolution du problème. Il restera, ce ne sera guère plus aisé, à engager Gaël sur les chemins de l'apprentissage des techniques de soustraction : mais l'intervenant en savait les détours nécessaires (Brousseau, 2003).

Cependant, ni la réussite retrouvée de Gaël ni les difficultés continuées de Patrick (ou, l'année suivante, de Nathalie et Jérôme) ne nous permettent d'accéder à une étiologie didactique de l'échec qui a été attribué à chacun d'eux : nous savons seulement, au terme de ces études, que l'action sur les éléments du contrat didactique à propos desquels un conflit est déclaré permet à ces élèves de renouer un rapport plus ou moins robuste avec les savoirs scolaires, mais que les séquences les mieux organisées peuvent perdre toute efficacité didactique si, pour une raison qui reste inconnue, l'intervenant ne peut faire dévolution du problème à l'élève c'est-à-dire, *passer contrat (didactique) à propos d'un problème*. Le contrat didactique permet donc d'identifier la limite de validité du modèle des situations adidactiques.

En ce point, nous pouvons donc être convaincus d'avoir à notre disposition une théorie au sens propre du terme, puisque la théorie rend compte de ses limites et de ses conditions d'usage. Dans les cas d'échec électif étudiés, l'échec du modèle des situations adidactiques à donner une situation efficace montre que cette efficacité suppose la participation active des élèves et que celle-ci n'est pas acquise : *à quelles conditions un élève entre-t-il dans le contrat ?* Cette question ne viendra pas au jour d'un coup, parce que personne ne l'attendait et qu'elle ouvrait sur un nouvel espace de réalité pour lequel nous n'avions aucun moyen théorique ou expérimental de chercher réponse dans le cadre des théories didactiques existantes.

### *L'évolution temporelle du contrat*

A ce stade, le problème des liens entre les études de l'échec électif des élèves et l'étude des contrats didactiques - dans leurs dimensions pérennes comme dans leurs caractères transitoires - se formule ainsi : « Comment devient-on un élève, un sujet du contrat didactique ; peut-on rester formellement élève sans être assujéti complètement au contrat didactique ; peut-on se trouver exclu du contrat ; comment les bons élèves trouvent-ils à se libérer de l'emprise du contrat ? » et plus généralement « Que doit proposer une institution à ses sujets potentiels pour que ceux-ci entrent dans son jeu en la nourrissant de leur activité et bénéficient en retour de l'accès à l'objet de l'institution ? » Nous retrouvons ici certaines des questions posées en introduction et l'ensemble des questions qui suivront correspondent aux différentes facettes de ce qui est dorénavant *un problème*, formulé dans le cadre d'une théorisation qui se construit au fur et à mesure des recherches : *un Problème didactique*.

Car l'attaque de ce problème se fait en interaction avec un collectif de pensée (Fleck,

1935) organisé dans un but commun (théoriser le didactique) et qui regroupe dans un espace de questionnement et de validation commun la majeure partie des chercheurs de langue française sur l'enseignement des mathématiques. Le problème identifié est donc *un grand problème* didactique, parce que le travail qu'il permet induit des progrès théoriques importants.

L'approche des élèves en difficulté pose d'abord des questions délicates de méthode. En effet, l'éthique la plus élémentaire demande que l'observation ne nuise pas et que l'intervention apporte l'aide la plus efficace. Cela interdit une intervention qui stigmatiserait la difficulté en produisant un effet Pygmalion inversé, soit, une intervention qui n'aurait pas le caractère ordinaire des actes institutionnels. Ainsi, les seuls intervenants légitimes sont les intervenants professionnels et c'est seulement leur intervention, qui peut être observée ; de même l'expérimentation légitime est nécessairement médiée par un intervenant. Cela induit le dispositif mis en place dans les travaux pour lesquels le chercheur ne paie pas le prix de la création d'une institution pour l'expérimentation, comme Brousseau l'a fait avec l'Ecole Jules Michelet ; car prendre ici la position d'intervenant en même temps que tenir la posture de chercheur ne peut être qu'un pis aller acrobatique. La construction des positions respectives de chercheur et d'intervenant et l'étude de leurs interrelations ne sera proposée que plus de vingt ans plus tard, par Leutenegger (1999), sous l'impulsion de Schubauer-Leoni.

Les premières tentatives expérimentales vont s'appuyer sur la connaissance personnelle, comme chercheur, d'un espace didactique de remédiation en mathématiques. Il s'agit d'aider un intervenant à le développer et parallèlement de lui permettre de mener l'analyse du contrat stabilisé dans la situation de remédiation en mathématiques qu'il organise afin d'atteindre, avec l'élève, à une forme d'*analyse du contrat didactique* tel qu'il le vit dans sa classe de mathématiques. Cela suppose que, comme chercheur, on connaisse par avance les formes contractuelles stables que l'intervenant a mises en place dans ses interrelations avec l'élève, pour en interpréter les variations locales comme des effets du rapport de l'élève au contrat de sa classe d'origine. Quelques élèves de collège en difficulté sont en pris en charge individuellement dans le centre Médico-Psycho-Pédagogique où intervient un « Rééducateur en mathématiques » avec qui on entre en interaction (en principe la remédiation en mathématiques n'est que l'une des aides fournies par un tel Centre, l'autre présentant nécessairement une dimension thérapeutique). Mais l'observation est d'autant plus difficile que les prises en charge individuelles ne peuvent être observées directement, c'est donc un procédé indirect d'*anamnèse* qui donne accès à la relation didactique à observer. Il s'agit, à l'image de la technique bien connue en psychologie clinique, d'un entretien de *levée de l'oubli* dont l'efficacité provient de la capacité du meneur de jeu à poser des questions précises qui renvoient l'intervenant à des actions concrètes. Les actions expertes sont en effet soumises à un oubli fonctionnel, parce qu'elles engagent des choix dans un espace que le praticien ignore connaître, d'autant plus lorsque ses choix produisent les effets qu'il en attendait : les actions qui réussissent sont les effets de choix produits par un *sens du*

*jeu qui doit ne pas se connaître comme connaissance.* Avant l'action, cette connaissance encombrerait une prise de décision qui, portant sur un problème connu, est immédiate ; pendant l'action, les routines sont silencieuses (ce qui ne signifie pas l'absence de toute activité cognitive mais le fait que ces activités ne portent pas sur le but, puisqu'il ne fait pas problème lorsque l'acteur ne doute pas de son action) et après l'action réussie, l'attention doit se focaliser sur l'observation des effets attendus et sur de nouveaux objets problématiques. Le travail d'anamnèse apparaît donc à l'intervenant comme une production originale, un cadeau fait au chercheur qui doit en retour offrir quelque chose : ce sera l'aide à la préparation de la séance suivante, fondée sur une analyse immédiate de la séance dont l'anamnèse vient d'être conduite.

Nous avons ainsi étudié deux cas. Le premier est donné en annexe de la thèse (Mercier, 1992), le second n'a pas été publié. Car l'anamnèse n'est pas une méthode reconnue et la validation expérimentale des analyses produites grâce à un dispositif aussi délicat à conduire ne peut venir que des effets observables de la rééducation or, seul le premier cas a abouti à des effets repérables. Cependant, quand bien même considérerait-on que l'ensemble de ces contraintes engage la recherche dans la création d'un dispositif théoriquement réalisable, il n'est pas possible de garantir la valeur des variables identifiées qui pourraient intervenir dans le résultat. Les observations rapportées sont donc contestables par principe, de manière plus invalidante que par le fait qu'elles auraient pu être obtenues grâce à la connaissance pratique des intervenants.

Le principal bénéfice de cette recherche est donc relatif à ce qu'il donne une première connaissance du système des différents paramètres identifiés et dont le contrôle a été recherché. C'est-à-dire, au bricolage expérimental lui-même plus qu'à ce qu'il a produit. C'est déjà beaucoup plus que ce que Bachelard appelle « la connaissance première » qui fait obstacle à toute tentative scientifique parce qu'elle est fondée sur des catégories de pensée préconstruites : les catégories sont ici données par des théorisations produites par des moyens de recherche permettant leur validation scientifique.

En particulier, l'anamnèse par laquelle l'intervenant livre son interprétation de la relation didactique qu'il rapporte nous apprend à observer les relations entre les demandes de l'intervenant et les gestes que produit l'élève, en réponse à ces demandes ou indépendamment d'elles. Peut-on ainsi identifier les caractères particuliers du contrat qui sont à l'œuvre dans la relation de remédiation ? Sans doute, ce moyen est-il une méthode de production de traces qui peuvent être interprétées, et qui peuvent aider à produire des signes (Foucault, 1963, p89). On l'utilisera dans une expérimentation qui reprendra ces travaux exploratoires dans un cadre conceptuel élargi, à l'aide d'un dispositif mieux validable d'approche biographique du didactique (Mercier, 1992).

### **L'approche biographique du didactique**

L'idée d'une approche *biographique* ne porte pas l'espoir d'atteindre à une vérité plus proche d'un mytique *vécu*. Avant les didacticiens, certains sociologues ont travaillé dans ce sens, sans doute parce que l'étendue temporelle d'une vie humaine montre des logiques d'action, dans les groupes sociaux dominés qui ne les formulent pas par ailleurs (Bertaux, 1997) : ouvriers, paysans, etc. D'autres ont supposé que l'unicité des choix pratiques d'un acteur individuel exprime l'ensemble des contraintes d'un univers social, totalisées dans un univers singulier (Ferrarotti, 1990). Ce n'est pas exactement le cas de l'approche biographique du didactique qui cherche à atteindre, par l'observation biographique, des dimensions de la réalité étudiée qui seraient autrement invisibles ; elle permet de travailler méthodologiquement la construction d'un point de vue d'observation tout en gardant le même objet.

Pour autant, nous tenterons de ne pas perdre l'avantage que donne, pour les analyses didactiques, l'entrée par le savoir. Il s'agit donc plutôt de penser à nouveau les dispositifs d'analyse des institutions didactiques, afin de les adapter à l'usage qui en est maintenant envisagé : l'analyse de la transposition didactique demeure au fondement de toute interprétation des observables, mais elle est loin de suffire à l'observateur de la classe, qui - faute d'un dispositif produisant des observables - se fait trop aisément prendre au piège d'un parti-pris pour l'un des contractants de la relation didactique. Soit qu'il se pense enseignant et se retienne difficilement d'intervenir pour aider un collègue lorsqu'il le sent en situation délicate, soit qu'il se pense élève et compatisse aux malheurs de tel ou tel, que le professeur semble délaissier.

Un moyen alternatif efficace de définir des observables est de tenter de les produire à la demande ; il n'y a donc qu'un pas entre la recherche d'une méthode d'observation et l'invention de la méthode d'intervention connue sous le nom d'ingénierie didactique : déclarer que l'on engage un travail d'ingénierie est parfois un moyen commode moyen d'objectiver l'observation en déclarant que l'on observe des tentatives de production volontaire des phénomènes recherchés. C'est ce pas que l'observation biographique va éviter de devoir franchir. Elle est donc le premier moment de production d'une méthode d'observation scientifique des institutions didactiques, conduite du point de vue des sujets institutionnels.

### **Le problème de l'intervention pour l'observation**

Nous avons pris comme principe l'idée que les théories didactiques ne sont pas des théories du sujet épistémique, mais des théories de l'action et de la pensée collectives,

tant du point de vue épistémologique avec les notions de *savoir* (considéré comme une technique sociale de pensée et d'action), de *transposition institutionnelle* des savoirs, de *situation fondamentale* pour un savoir, que du point de vue social avec les notions de *suite de situations adidactiques* pour la (re)production d'une institution savante ou, bien sûr, de *contrat didactique*. L'adoption d'un point de vue institutionnel sur les phénomènes didactiques vient de ce que les analyses didactiques sont fondées par des analyses épistémologiques qui définissent le domaine de réalité et le domaine culturel de l'institution. Les analyses didactiques mettent en œuvre ce postulat : « Une institution se définit d'abord par son *domaine de réalité* » c'est-à-dire, par son domaine d'intervention et son objet (Chevallard, 1988a).

Ce point de vue a permis l'émergence d'une théorisation nouvelle ; le fait que cette avancée ait été produite, en quelque sorte, par un groupe de chercheurs autodidactes (c'est-à-dire, sans assise institutionnelle en sciences humaines et sociales), a permis un développement initial rapide de la didactique des mathématiques, mais il n'a pas donné à cette science naissante les fondements épistémologiques dont bénéficient les nouvelles théories qui apparaissent dans les sciences humaines traditionnelles. Un contrôle épistémologique parfois trop lâche ou maladroit a permis que se produisent des déformations importantes, qui sont apparues au cours de la diffusion des pratiques de recherche dans un groupe élargi de mathématiciens, culturellement peu sensibles aux interrogations épistémologiques. En particulier, la réduction des points de vue de l'observation à celui d'un didacticien-ingénieur qui se retrouve rapidement dans la posture de *mathématicien apte à guider le professeur* a pu rendre certains didacticiens aveugles aux phénomènes didactiques qui dépendent de ce que j'appellerai avec Margolinas (1994) « la situation pour le professeur » : du point de vue du professeur c'est-à-dire, en occupant intellectuellement sa position, on ne peut pas observer le professeur.

Il y a là une délicate question de méthode qui mérite un développement particulier et une argumentation détaillée. L'approche biographique du didactique est fondée sur le même postulat que les approches institutionnelles (leur domaine de réalité et la culture institutionnelle définissent les institutions), tout en affirmant que chaque position d'observation produit nécessairement une *zone aveugle* : il faut donc construire la place de chercheur ; pour observer le professeur il est possible, par exemple, de prendre le point de vue des élèves. C'est le parti que nous avons pris.

#### *Du bricoleur à l'ingénieur*

Mais au delà de la question du point de vue de l'observateur, de nombreuses questions de méthode se posent. Du bricolage « pour voir » au dispositif technique permettant de *valider une hypothèse*, il y a l'espace d'un progrès technologique dans les méthodes de production des phénomènes. Cet espace technologique de production des phénomènes est aujourd'hui reconnu dans les sciences de la nature, pour sa part dans les progrès scientifique comme pour la valeur ajoutée théorique qui lui est liée. Il est vrai que ces

sciences sont mieux préparées à reconnaître l'importance de la lunette astronomique et de tous les appareils à voir et mesurer que sont le spectroscopie pour la théorie ondulatoire de la lumière, le stéthoscope pour la médecine, etc., que ne le sont les sciences sociales et humaines, qui doutent encore trop souvent de leur projet scientifique pour reconnaître ce qu'elles doivent au divan, à la datation au carbone 14 ou à l'analyse factorielle des correspondances.

Certes, l'analyse textuelle, la structuration ensembliste des données, la méthode des quotas participent des fondations reconnues de la sociologie, mais elles ont perdu le sens de leur lien initial aux problèmes de mesure des phénomènes sociaux et elles appartiennent aujourd'hui aux statistiques, à qui elles sont l'équivalent des microscopes ou des analyses microchimiques pour la biologie. Sans doute, la recherche des variables pertinentes d'une configuration ressemblerait mieux à un dispositif méthodologique où les concepts sociologiques mobilisés sont visibles. Mais aussi bien le différenciateur sémantique, le Test d'Acquisition Scolaire, l'enquête par entretien d'anamnèse, l'analyse a priori, le calcul du coût d'usage d'une stratégie, ne sont pas traités et étudiés comme des produits majeurs de la recherche en psychologie sociale, éducation, ergonomie, ou didactique. L'automatisation instrumentale, qui autorise le contrôle du geste que donne un dispositif technique, la garantie de sa répétition possible et - toutes choses étant égales par ailleurs - la certitude de son effet, est pourtant de la même nature que la problématisation, qui permet le contrôle de la pensée, la garantie de la consistance des connaissances produites et l'assurance d'une pensée surveillée que donne un modèle théorique.

Cependant, un hiatus semble exister, entre technique et théorie. C'est que la dimension technologique, qui permet le contrôle de la production d'un dispositif technique et - les conditions de bon usage étant remplies - la garantie de sa fonctionnalité, est oubliée chaque fois que le rapport social à la technique est fortement dévalorisé. L'évaluation du fait que toutes les choses qui comptent sont, par ailleurs, égales, correspond à la résolution d'un problème chaque fois nouveau, mais le nouveau qui apporte quelque progrès prend toujours appui sur du déjà connu dont l'efficacité technique, la fonctionnalité technologique, la cohérence théorique sont mises à la disposition de l'action instrumentée par la culture. Selon une métaphore de Lévy-Strauss, le chercheur - qui doit toujours inventer des dispositifs techniques qu'il produit par démontage et recomposition - est un bricoleur. Mais c'est *un bricoleur dont le bricolage se pense et se présente comme « prototype technique »* : le chercheur peut en rendre compte, à la fois aux niveaux technologique et théorique. Une interrogation méthodologique est donc, en ce point, pertinente.

### *Ingénierie et phénoménotechnique*

Les premières études didactiques reposent sur une *ingénierie* (Chevallard, 1982 ; Artigue, 1990), c'est-à-dire sur la construction raisonnée d'un dispositif d'enseignement expérimental, pour l'observation de phénomènes didactiques et l'expérimentation des hypothèses produites par les théorisations existantes lorsque le chercheur les fait mettre

en œuvre par un enseignant d'essai, dans le cas particulier d'un savoir à enseigner. Dans ce cadre, traditionnel en didactique des mathématiques, après une étude des questions mathématiques en jeu, le chercheur ou l'équipe propose un problème mathématique et une manière de le poser à des élèves telle, que ces élèves peuvent comprendre suffisamment le problème pour s'engager dans des stratégies de résolution ; puis un professeur qui est, en principe, distinct du chercheur (maintenant venu en position d'observateur) développe l'enseignement du savoir qui permet de résoudre le problème, en s'appuyant sur des techniques didactiques identifiées, déclarées par avance.

La Théorie des Situations Didactiques (elles permettent de transformer le statut épistémologique de la stratégie de résolution initiale, en assurant sa reconnaissance sociale dans la classe et sa validation comme technique fondée en raison comme en pratique) est la principale conquête théorique de l'ingénierie. Elle décrit en effet les dimensions nécessaires d'un enseignement scientifique<sup>1</sup>, au delà des phases d'action par lesquelles les élèves éprouvent la nécessité d'une connaissance nouvelle : la formulation des stratégies de résolution produites par des élèves ou des groupes d'élèves particuliers, l'étude de leur mise en œuvre par d'autres élèves (identification de leur efficacité et dépersonnalisation) puis l'étude de leurs usages pour la résolution d'autres problèmes (décontextualisation et domaine de validité) enfin, la validation de ces stratégies comme éléments du savoir mathématique de la classe (recherche d'une cohérence et institutionnalisation). Le chercheur observe les difficultés rencontrées par les élèves dans les différentes étapes de leurs apprentissages et, le cas échéant, la manière dont le professeur réussit ou échoue à faire vivre le projet d'enseignement qui lui est fourni.

Mais l'enjeu pratique et théorique de ces travaux est aussi - selon certains c'est un enjeu plus fondamental du travail de recherche en didactique<sup>2</sup> - de donner la preuve de viabilité des situations fondamentales pour l'enseignement d'un savoir mathématique qu'un chercheur en mathématiques a imaginées, sachant que l'identification a priori de ces situations se fait à partir d'une analyse définissant les types de problèmes que ce savoir permet de résoudre, puis les conditions dans lesquelles ce savoir ou tel autre est socialement préférable pour traiter un type de problèmes. Mais la réduction du travail didactique à cette activité comporte des dangers qu'il ne faut pas ignorer et, ainsi que Brousseau (1986a) dans sa thèse ou Chevallard (1989b) dans sa note d'habilitation l'ont eux-mêmes clairement affirmé, l'enjeu principal de la recherche n'est pas la production de réponses pratiques (ce qui est l'objet du développement) mais la production de théories, de problèmes, de méthodes. Dorénavant, les savoirs que vise l'ingénierie sont relatifs aux formes didactiques des savoirs mathématiques c'est-à-dire, à la transposition didactique.

---

1 Ce faisant, elle montre sa filiation avec les propositions de Diénes en même temps que les points sur lesquels elle l'a profondément remaniée.

2 Je pense que l'on touche là à un des points les plus sensibles des débats actuels sur la nature de la didactique des mathématiques, Brousseau défendant sans hésitation l'idée que la science qu'il a faite est une branche des mathématiques tandis que d'autres dont je suis affirmant que les sciences de l'éducation doivent faire une place à des études de didactique et de didactique comparée qui sont aujourd'hui essentielles au développement de certaines problématiques initiales.

L'ingénierie est donc considérée à la fois comme un moyen de *mettre au point des instruments scientifiques* pour l'observation (c'est-à-dire, selon le néologisme inventé à cet effet par Gaston Bachelard, comme une phénoménotechnique), comme un moyen d'*expérimenter* les solutions pratiques que sont les *moyens d'enseignement* des différents savoirs (c'est l'ingénierie au sens propre) et surtout peut-être comme un moyen de *valider expérimentalement des organisations épistémologiques* qui appartiendraient de plein droit aux produits d'une recherche mathématique : Brousseau nomme ces organisations des *situations fondamentales* pour un savoir et il a entrepris de produire, tout au long de sa vie de chercheur, des situations fondamentales pour les savoirs mathématiques de l'école obligatoire.

La difficulté de faire reconnaître ce travail par les mathématiciens, comme un travail mathématique de plein exercice, vient de ce que la production d'une situation fondamentale n'est pas pour eux la production de mathématiques nouvelles au même titre, par exemple, que la démonstration d'un théorème nouveau. Le plus souvent, la vision cumulative des savoirs ne comprend pas les réorganisations et les transpositions, sauf dans des cas exceptionnels comme pour le travail de Bourbaki qui déclare pourtant « reprendre les mathématiques à leur début ». Il faut dire que la plupart des didacticiens ne se sont pas donné la peine de chercher un lieu de publication de leur travail d'épistémologie scolaire.

C'est que pour la plupart des mathématiciens et par voie de conséquence pour de nombreux didacticiens, quand bien même ces activités produiraient des réponses à des problèmes réels et importants, elles relèvent au mieux des mathématiques appliquées : le mépris social pour le travail technique se convertit ainsi, au cœur de la discipline la plus techniquement utile jamais inventée, en un mépris pour ses usages - qui se traduit jusque dans leur dénomination de *mathématiques appliquées*. Même, le terme de mathématiques mixtes, qui permettait de comprendre le travail en musique, mécanique, arpentage, etc. a disparu récemment. L'histoire en remonte à Platon - dont la métaphysique plaçait les mathématiques pures du côté de la vérité, lorsque leur intérêt tient à leur pertinence. De ce fait, les didacticiens les plus proches des mathématiciens se sont parfois raidis sur des positions défensives qui ont pu donner à croire aux non mathématiciens qu'ils reprenaient à leur compte la position platonicienne.

A son origine, l'ingénierie didactique visait en revanche, soit *la production de phénomènes nouveaux* que la théorie permettait d'imaginer (ce qui donnait une validation expérimentale d'un développement théorique, relatif aux mathématiques ou à la didactique même), soit *l'interprétation de phénomènes inconnus* que l'action avait fait apparaître (ce qui donnait une explication théorique à une observation d'expérience, relative aux rapports des sujets observés à certains problèmes mathématiques ou à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques). Ce mouvement de recherche *explorait des questions reconnues comme intéressantes* ou qui *posaient des questions nouvelles* (c'est le processus de questionnement cumulatif que produit toute communauté de recherche scientifique).

En effet, une recherche valide une hypothèse, explique un phénomène, résout un

problème ancien ou pose un problème nouveau non résoluble en l'état. Ainsi, sauf dans le cas où le problème à résoudre serait justement de produire l'enseignement ordinaire d'un savoir mathématique donné, le produit d'une ingénierie (une proposition d'enseignement) n'est pas un produit de la recherche et la question même de l'enseignement s'en trouve en quelque sorte impensée. Car pour expérimenter la possibilité d'enseigner un savoir, le chercheur doit considérer que le professeur - qui réalise l'acte d'enseignement proprement dit - est forclos<sup>1</sup>. Et l'on s'aperçoit bientôt que les difficultés du professeur, bien qu'elles mettent en cause la robustesse des productions de l'ingénierie, demeurent des questions théoriquement silencieuses pour un chercheur qui s'est situé malgré lui dans la position d'enseignant.

### *L'analyse a priori d'un espace de stratégies*

Le questionnement didactique, qui affirme à son origine une différence irréductible avec la pédagogie, fonde cette différence sur deux points cruciaux : l'intérêt porté au savoir en jeu dans la relation et la dimension descriptive et non plus prescriptive du discours tenu. Le premier point provient de la prise en compte théorique de la triple dimension d'une institution didactique pensée comme l'organisation productrice de (et produite par) la rencontre de trois institutions sociales (enseignante, apprenante, savante). « Entrer dans la compréhension d'une activité mathématique par l'analyse du savoir » signifie que l'on considère par principe que la recherche de cet enjeu de toute relation didactique donne le sens des actions observables<sup>2</sup>.

Brousseau postule alors, après Bachelard, que le sens d'une action est décrit par l'espace des actions efficaces possibles qui n'ont pas été conduites : à sa suite, les didacticiens des mathématiques nomment *analyse (didactique) a priori*, l'étude des stratégies possibles pour un élève ou pour un professeur, face à une action qu'il doit mener (Mercier & Salin, 1988). Quant à elle, l'analyse a priori du savoir répond en principe à la question : « Quelles sont les situations permettant de faire exister pour les élèves une classe de problèmes telle, que dans les formes élémentaires de ces situations les élèves puissent reconnaître les possibilités d'action qui leur sont offertes et que dans leurs formes évoluées les élèves ne puissent résoudre les problèmes - qu'ils ont identifiés - sans faire intervenir le savoir que le professeur cherche à leur enseigner<sup>3</sup> ? ». L'ingénierie qui peut être développée sur la base de cette dernière analyse est alors l'objet d'une expérimentation, qui porte donc sur question suivante : la nécessité qui fait le sens du savoir (et qui a été déterminée par l'analyse) est-elle éprouvée par les élèves ? L'observation du comportement attendu permet de donner à cette question une réponse

---

<sup>1</sup> Forclos est ici utilisé dans le sens juridique du terme : on ne peut porter de jugement à l'endroit du professeur.

<sup>2</sup> Cela signifie aussi que toute relation interpersonnelle porteuse d'un enjeu durable se développe comme une institution.

<sup>3</sup> L'élève qui a calculé successivement 4-1, 9-2, par décomptage puis 5-4, 9-6, par surcomptage, qui vérifie ses réponses par addition et qui vient de répondre « 3 », par surcomptage, à la question « combien font 14-11 ? » ne peut pas refuser un sens la question « combien font 124-79 », même s'il n'est plus sûr de savoir comment répondre.

positive. C'est là un travail dont nul ne contestera l'intérêt immédiat pour l'enseignement des mathématiques, pas plus que la compétence des mathématiciens intéressés aux phénomènes didactiques à le réaliser, mais ce n'est que l'une des dimensions nécessaires à la recherche didactique. Car les *effets de contrat* (Brousseau, 1983 ; Brousseau, 1984) permettent à l'enseignant d'obtenir malgré tout, localement, un comportement conforme des élèves - bien que ce comportement ne possède plus le sens initialement visé.

Cependant, la posture d'ingénieur didacticien porte le chercheur à penser le système didactique du point de vue des variables contrôlables c'est-à-dire, du point de vue du savoir, considéré depuis la position de l'enseignant qui réalisera l'expérimentation. Cela l'engage, parfois malgré lui, à laisser entendre que les difficultés d'exécution seraient l'effet des propriétés particulières des exécutants - c'est-à-dire par exemple que lui aurait su, en situation d'enseignement, trouver les solutions que le professeur et les élèves ont ignorées. Le discours normatif sur l'enseignement n'est plus loin de l'étude didactique, lorsqu'elle est restreinte à l'observation des effets d'une ingénierie : les effets de contrat sont bientôt attribués à l'épistémologie personnelle du professeur ou (c'est à peine mieux) à ses déformations professionnelles.

Malgré que le chercheur en ait, le point de vue de l'ingénieur crée une zone aveugle de l'observation relative, plus encore qu'à la personne du professeur, à *l'espace didactique ordinaire* créé par le professeur pour chacun des élèves d'une classe de mathématiques. Car l'ingénieur, pour pouvoir communiquer son travail au professeur, pense spontanément le dispositif qu'il imagine *du point de vue du professeur*, ce qui l'amène à partager les aveuglements institutionnels de ce dernier. Car ces aveuglements vont de pair avec la soumission aux contraintes de la fonction, ils sont donc fonctionnels (Mercier, 1985b ; Mercier, 1998). Or, cette zone aveugle correspond à la question posée en introduction et qui portait sur les réussites des relations didactiques, qui sont diverses pour différents élèves. La question de la réussite différentielle des élèves d'une même classe est donc, en ce point d'avancement des travaux en didactique, porteuse d'une nouveauté qui n'a pas été réduite, mais qui peut maintenant être problématisée.

L'attaque de cette question suppose une observation du didactique qui soit organisée cette fois *du point de vue d'un élève*, même si elle est instrumentée par une étude préalable du point de vue du professeur, qui donne les lignes de force de « la situation pour l'élève » que le professeur a projeté de créer. Mais pour identifier et produire des phénomènes qui puissent être reliés à la question de l'effet (différent ou non) d'un même enseignement sur différents élèves, nous devons nous appuyer sur les éléments théoriques essentiels produits par les travaux d'ingénierie - ils décrivent les propriétés connues de l'espace où se réalisent les observations - afin de comprendre comment différentes stratégies peuvent y être développées par les sujets d'une institution qui se pensent (relativement à cette institution) semblables.

## Les théorisations du didactique, questions relatives au savoir

Il semble que la théorie des situations, dont certaines lignes de force techniques viennent d'être présentées sous les traits - sans doute réducteurs - du dispositif phénoménotechnique qui lui est associé, permette au moins de répondre à la toute première question posée en introduction : comment des élèves peuvent-ils apprendre les mathématiques qui devaient leur être enseignées. C'est en tous cas ce que montrent les expérimentations de Guy Brousseau et de ses étudiants, qui couvrent aujourd'hui l'ensemble des questions de l'enseignement élémentaire et, au delà, la plupart des savoirs de l'école générale obligatoire qu'est, en France, le collège (6e à 9e année). Mais contrairement à ce que certains ont pu écrire, si l'on peut affirmer que la théorie des situations est bien une théorie c'est parce qu'elle comprend la prise en charge de son rapport au réel et le fait que le réel dépasse toute théorie dans la mesure où il ne peut jamais être réduit à une réalisation de la théorie. Ainsi, la théorie des situations donne les conditions et les contraintes d'un enseignement efficace : mais ce ne sont pas des conditions *nécessaires* : des élèves apprennent même quand toutes les conditions ne sont pas remplies ; et ce ne sont pas des conditions *suffisantes* : il y a des élèves qui n'apprennent pas malgré le fait que toutes les conditions soient, parfois, remplies. Les contraintes ne sont pas absolues : il est possible, moyennant un effort plus grand, d'atteindre malgré tout un objectif déterminé et il y a toujours une contrainte insatisfaite qui peut venir contrarier un plan théoriquement parfait.

*C'est que la théorie des situations ne donne pas la manière dont l'enseignement doit être conduit afin que l'apprentissage soit garanti pour les élèves d'une classe donnée, mais elle explique la manière dont les élèves qui ont appris ont trouvé l'occasion de le faire grâce à l'enseignement qu'ils ont reçu, sans préjuger des influences externes : une situation didactique est un système ouvert qui repose sur un contrat nécessairement implicite.* En venant faire vivre ce contrat, des personnes s'assujettissent à une institution qui en retour est supposée leur proposer les meilleures conditions de l'accès aux savoirs définis par les programmes d'enseignement, étant données les contraintes externes et internes. Ce qui fait qu'aucun enseignement réel ne réunit jamais l'ensemble des conditions que la théorie exigerait pour garantir l'ensemble des effets recherchés (ou pire encore, l'ensemble des effets qui sont parfois produits) et qu'une observation de l'ensemble de ces effets serait sans doute le signe d'un glissement de posture, l'observateur se trouvant pris à une propriété fonctionnelle du contrat didactique. Si en effet, pour leur part, le professeur et les élèves doivent pouvoir déclarer que l'enseignement a réussi et qu'il est temps de passer à la suite, c'est qu'ils sont, l'un comme les autres, victimes d'une illusion institutionnelle : l'effet Topaze repose sur cette propriété du contrat (Mercier et al., à paraître en 2006).

C'est pourquoi la recherche des situations fondamentales pour les savoirs d'un programme d'enseignement, travail indispensable, ne suffit pas à l'étude du didactique : l'identification de telles situations ne garantit pas la généralisation de leur usage approprié. L'espace didactique semble soumis à des contraintes telles, que cet usage

n'apparaît pas aux différents acteurs comme une économie méritant l'investissement qu'il suppose. Les phénomènes relatifs au contrat didactique rendent compte de certaines de ces contraintes, internes à la relation didactique ; les phénomènes relatifs au temps didactique viennent compléter l'identification de ces contraintes. Les contraintes externes actuellement identifiées sont relatives à la transposition didactique c'est-à-dire, à ce que Chevallard appelle l'écologie institutionnelle des savoirs. Pour en comprendre l'intérêt il faut imaginer que les institutions didactiques élémentaires où peuvent vivre des situations fondamentales sont prises dans une organisation plus large, le système d'enseignement. Les assujettissements institutionnels successifs qui commandent à la forme des savoirs pouvant circuler d'un niveau à l'autre se comportent comme une série de filtres qui peuvent avoir des logiques propres contradictoires, interdisant ainsi l'importation de certaines organisations mathématiques ou situations fondamentales qui aideraient pourtant à résoudre certains problèmes d'enseignement. Et ces assujettissements successifs laissent des traces jusque dans le dessin du savoir enseigné dans les classes: ainsi, le travail algébrique proposé aux futurs professeurs des écoles porte encore la trace des corps de problèmes de la vie sociale qui ont fondé les décisions d'enseignement élémentaire depuis deux siècles (Assude et Gispert, 1999).

### *La situation fondamentale pour une connaissance*

Ces précautions prises - mais à lire les critiques faites à la didactique des mathématiques, il semble qu'elles soient nécessaires<sup>1</sup> - il reste à définir l'intérêt de la notion de *situation fondamentale*. Nous commencerons par l'approche d'une définition fonctionnelle<sup>2</sup> : la situation fondamentale « c'est pour une connaissance », elle se reconnaît donc à cela, qu'un groupe social se sert de cette connaissance partagée pour définir sa stratégie d'action en se la présentant comme une manière de faire *naturelle*. Il peut y avoir plusieurs situations fondamentales pour un objet d'enseignement de haut niveau culturel, qui rend compte de l'ensemble des stratégies efficaces dans une classe de problèmes, comme le sont les nombres décimaux, ou plus encore les questions de la mesure des grandeurs, de la modélisation de l'espace, des pratiques algébriques, etc.

En voici un exemple rapide, à propos de la représentation graphique d'un espace (carte ou plan). Quel est l'usage des cartes, quel est l'usage des plans ? Les cartes hydrographiques servent sans doute à savoir où l'on est et où l'on va, lorsque l'on navigue. Leur usage suppose l'existence et l'usage de nombreux autres instruments, mais dans le cas le plus simple, pour savoir où l'on est alors que l'on est en vue d'une côte, il faut un *compas de relèvement*, deux *amers* (des points connus figurant sur la carte) bien identifiés, très peu de mathématiques puisque deux axiomes suffisent : « une

---

1 Pour un exemple tout proche : Donnadieu & alii 1998.

2 Les définitions fonctionnelles sont premières parce qu'elles laissent ouverte la question de l'existence de l'objet qu'elles définissent, et permettent de partir à la recherche de cet objet : l'ostension de l'objet fonctionnel est alors une preuve d'existence. « La table, c'est pour manger, on s'assied » disent les tout petits. Alors, des personnes « assises, pour manger » sont « à table ».

droite est définie par sa direction et un de ses points », « un point est défini par deux droites sécantes en ce point », et deux principes physiques « une ligne de visée est une ligne droite », « en tout lieu, le compas mesure l'angle d'une ligne visée avec la direction du nord magnétique ».

On ne peut donner une situation fondamentale pour une carte sans avoir construit une culture comprenant les systèmes d'instruments associés et les savoirs correspondant à leur emploi. Le problème est mathématiquement plus difficile lorsque les compas sont hors service (comme c'est le cas près d'un pôle magnétique) : il faut alors un sextant, trois amers et des mathématiques sur les angles et sur les lieux géométriques que sont leurs arcs capables. En revanche le problème est techniquement et mathématiquement plus simple à terre et dans un espace de taille moyenne, car il est alors possible de mesurer à la fois des directions et des distances, pour situer un point : on peut alors imaginer une situation dans laquelle émerge à la fois l'idée de faire une carte et les moyens théoriques et techniques de la réaliser, qui sera une situation fondamentale pour un premier rapport aux problèmes spatiaux traités à l'aide de cartes et aux relations entre angles et longueurs c'est-à-dire, à la géométrie élémentaire du triangle. Cette géométrie sera donc un objet de savoir culturel permettant l'accès au problème des cartes à petite échelle, pour lesquelles la terre est localement plate, car c'est alors que l'on rencontre un phénomène de transposition didactique : à terre, puisqu'on mesure les distances, on perd l'essentiel de la situation en mer - caractérisée par cette impossibilité ! Il faudra donc enseigner aussi la recherche de la position en mer, mais cet enseignement se fera désormais sur la base d'une culture de la triangulation à terre. L'ensemble de ces situations forme la situation fondamentale pour les cartes marines, qui ne peut être réduite ni à son emblème (la carte) ni à son contexte (la navigation maritime).

Qu'on me permette de poursuivre rapidement dans cette voie. Soit donc un problème d'écologie : définir un écosystème forestier local. Pour cela, les élèves du Cycle 3 primaire (4e et 5e années) ou du Cycle central du collège (8e et 9e années) vont observer la succession des plantes qui poussent sur un site et la croissance de celles qui demeurent. Ils utiliseront la méthode suivante, classique en écologie végétale : autour d'un point (en principe, choisi au hasard) on observe systématiquement toutes les plantes qui poussent dans un rayon suffisant (par exemple, vingt mètres) : un piquet et une ficelle suffisent à garantir la répétition de l'opération, si l'on est sûr de la permanence du piquet. Mais comment repérer les plantes d'une fois sur l'autre sans une carte du site ? Or, lever une carte sur un terrain accidenté et encombré ne peut se faire par mesure de toutes les distances comme cela avait été fait, par exemple, dans la cour de récréation. Il faut donc apprendre l'usage d'un système de visée des angles (l'équivalent du sextant) et la nécessité de choisir trois objets remarquables comme points d'appui de l'opération (l'équivalent des amers), et il faut apprendre à travailler dans un plan. Cette situation pose un problème qui suppose l'existence culturelle des angles et du rapporteur, et qui permet de fonder les propriétés du triangle dans un espace sans courbure. C'est une situation fondamentale pour l'homaloïdalité, la propriété de l'espace euclidien qui permet de lever une carte ou un plan et qui justifie l'enseignement

du triangle : « si les points repérés sur le terrain appartiennent à un même plan, le passage du terrain à la carte - parce qu'il conserve les angles - conserve tous les rapports de longueurs ». La carte est alors *un bon modèle du terrain*, elle existe avec l'environnement culturel qui en permet l'usage<sup>1</sup>.

Cet exposé pour démontrer, sur un cas particulier, la différence entre un problème d'écologie ou de mathématiques et une situation fondamentale pour un problème, qui porte avec le problème trois dimensions qui manquent trop souvent aux questions soumises à transposition scolaire :

- premièrement, les moyens de valider la solution et l'efficacité de la stratégie déployée (Peut-on retrouver les plantes, d'après le plan ?) ;
- deuxièmement, les conditions contextuelles permettant de montrer la valeur sociale de la technique produite, puisqu'il existe une classe de situations dans lesquelles des variations du même problème peuvent être expérimentées (Comment repérer une position en mer, etc.) ;
- et troisièmement, l'espace d'action permettant de juger de l'intérêt de diverses solutions techniques (Il offre l'espace nécessaire à l'étude technologique, en ouvrant sur une attitude réflexive qui caractérise les cultures scolaires).

Le travail de la suite des situations adidactiques permet alors de construire les techniques sociales que sont les savoirs sur l'assise donnée par la situation fondamentale (en conservant la dimension sociale qui en fait les différents sens dans d'autres institutions que l'école) et de redonner vie aux savoirs disciplinaires jusque dans le temps de leur enseignement<sup>2</sup>. Il est ici intéressant de remarquer que ces conditions sont réalisées dans des situations qui portent, avec le problème dont le savoir visé est une solution, les moyens d'apprécier la valeur de la solution comme les moyens de juger des résultats de l'usage d'une solution particulière : jusque dans la question du savoir lui-même, la théorie des situations pense l'ouverture du système des disciplines sur leurs usages sociaux.

### *L'écologie institutionnelle des savoirs*

Les premières analyses de la transposition didactique d'un savoir (Chevallard & Johsua, 1982) avaient identifié la contrainte de *mise en texte* des savoirs comme contrainte principale de la transposition didactique. Mais la mise en texte est une contrainte interne aux systèmes didactiques, elle s'exprime faiblement lors de l'intervention de la noosphère<sup>3</sup>. Les sujets de la noosphère ont des fonctions institutionnelles de décision et

<sup>1</sup> Voir Hutchins (1995) pour une étude (réalisée sur le terrain de la Navy) de la navigation maritime comme connaissance sociale.

<sup>2</sup> Comme le montre par exemple le travail sur l'enseignement des décimaux publié par le COREM (Brousseau & Brousseau, 1987).

<sup>3</sup> C'est une partie du système d'enseignement intermédiaire entre ce système et son environnement. Chevallard l'a baptisée *noosphère* parce que ce sont - comme les didacticiens - des sujets du système qui se mettent en position de « penser pour le système »... et - référence à Teilhard de Chardin oblige - parce qu'ils se comportent souvent comme s'ils concentraient toute la pensée produite par le système !

de régulation, ou ils œuvrent dans des associations et sont appelés dans les « Commissions de réflexion » régulièrement renouvelées, ils assurent les échanges du système avec son environnement et dans ce cadre ils lui proposent des adaptations conscientes. Ils luttent ainsi en permanence contre l'obsolescence et le vieillissement du système (les professeurs arrivent de plus en plus difficilement à les faire vivre, ce qui leur fait perdre leur pertinence scolaire) et à une obsolescence externe (la hiérarchie des problèmes dans le monde extérieur change, ce qui leur fait perdre leur légitimité sociale). C'est ainsi que la noosphère peut proposer de supprimer des programmes d'enseignement certains objets de savoir anciens et d'en introduire de nouveaux. Seulement, les organisations de savoirs que peut proposer la noosphère dépendent de l'usage qu'en fait ce sur-système du système d'enseignement proprement dit : elles doivent s'y montrer dans leur nouveauté ; tandis que les organisations de savoirs qui peuvent vivre dans un système didactique répondent à d'autres contraintes : elles doivent y constituer des structures suffisamment ouvertes sur les autres objets d'enseignement présents dans le système, pour poser des problèmes que ces objets aideront à résoudre. L'introduction locale d'une organisation mathématique nouvelle ne peut donc réussir que si cette organisation appelle à une transformation générale de l'organisation des savoirs enseignés, et si la réorganisation réussit. Pour qu'un objet d'enseignement soit enseigné de manière pérenne, il faut qu'il nourrisse beaucoup d'autres objets en permettant de poser des problèmes auxquels il aidera à donner une réponse. Rajoson (1988) a exprimé ainsi cette loi de l'écologie des savoirs enseignés : *dans la classe, pour vivre, il faut être mangé.*

C'est qu'en effet, un savoir qui nourrit de nombreux problèmes pourra être présent comme élément culturel des situations fondamentales pour ces problèmes et aidera à la réussite de l'enseignement en prenant un sens par sa position dans la culture scolaire, tout en faisant partie du domaine de sens initial des savoirs qu'il nourrit. C'est une des clés pour la compréhension de la manière dont les paradoxes posés par le temps didactique trouvent une solution dans le fonctionnement ordinaire des systèmes didactiques<sup>1</sup>, mais cette observation est tout aussi essentielle pour comprendre les échecs répétés de certaines réformes de programmes et en particulier, la difficulté à introduire des situations fondamentales pour l'enseignement des savoirs définis par les programmes. Car à l'extérieur des systèmes didactiques, ces situations semblent se réduire aux grands problèmes qui nécessitent les savoirs et tout un chacun sait bien qu'il vaut mieux poser les bonnes questions que donner des réponses toutes faites, mais les professeurs procèdent autrement, dans leur immense majorité. Pourquoi font-ils ainsi ? Les auteurs qui s'en indignent sont légion (Revuz, 1980) et certains en ont fait leur fromage (Baruk, 1983), mais si les donneurs de leçons enseignent dans la durée un programme défini, l'observation montre que presque aussitôt, ils ne procèdent pas autrement que les autres : Revuz a ainsi été, avec Queysanne, l'auteur célèbre d'une collection d'ouvrages d'enseignement remarquée pour la rigueur de ses exposés mathématiques, au point que l'organisation rationnelle des réponses n'y laissait aucune

---

<sup>1</sup> Pour une étude plus large de ces paradoxes, Mercier, (1996), et Mercier, ( 2000).

place aux questions.

Un bon savoir mathématique à enseigner trouve de nombreux usages, tandis qu'un bon problème mathématique se nourrit de nombreux savoirs. C'est pourquoi les situations fondamentales intéressantes ne se réduisent pas aux grands problèmes de l'histoire des mathématiques. Elles ne trouvent pas non plus leur pertinence dans la culture mathématique non scolaire. Et aucune noosphère dont l'activité se limite à la *réflexion* ne peut les identifier, encore moins les produire, faute de connaître les contraintes auxquelles elles doivent satisfaire. L'écologie des savoirs pense ces questions épistémologiques dues à la faible autonomie du système d'enseignement et au fait que ce dispositif social complexe ne connaît pas les conditions de son fonctionnement. Cela fait de la noosphère, à la fois une membrane de défense du système d'enseignement et un sur-système relativement autonome, qui ne produit pas aisément les échanges nécessaires aux évolutions : sur ce point la métaphore du mammouth, sur-adapté à la glaciation et qui disparaît avec le réchauffement général, n'est peut-être pas si mal trouvée.

### *L'évolution du rapport institutionnel*

Une institution se définit par un objet appartenant à une grande catégorie sociale (le savoir, le religieux, le politique, etc.). Elle ouvre à ses sujets l'accès à une pratique normalisée relative à une classe de sous objets et l'objet de l'institution se trouve ainsi réalisé, pour ses sujets. L'anthropologie des institutions (du religieux, du droit, de la famille, etc.) étudie les pratiques et des organisations de pratiques proposées par les diverses institutions existantes dans une société. On ne développera cette définition que dans le cas particulier d'un exemple évoqué, situé dans une institution didactique qui a donc affaire avec la transmission d'un savoir.

Considérons en effet qu'un jour particulier, au CM1, le professeur présente (comme le programme l'y engage) la suite de signes suivante : 12340 qui peut se dicter « un deux trois quatre zéro » et être regardée comme l'écriture décimale d'un nombre entier. Les élèves savent montrer qu'elle désigne un nombre supérieur à 9969, qui s'écrit avec un chiffre de moins et qu'ils savent lire non pas seulement « neuf neuf six neuf » mais aussi neuf *mille* neuf *cent* *soixante* neuf, ce qui nomme son ordre de grandeur. Mais le professeur pose le problème nouveau que voici : comment nommer 12340 ? Nous dirons que la dénomination des grands nombres est l'objet *sensible* de sa leçon : c'en est l'enjeu didactique officiel et c'est sur cet objet que l'enseignement et l'apprentissage seront évalués. Par conséquent, les élèves vont devoir développer un certain *rapport personnel à cet objet nouveau*, au travers des instructions qu'ils vont recevoir. Par exemple, le professeur leur montrera que l'on écrit traditionnellement (dans la vie courante) le nombre 1,2,3,4,0 en laissant un espace entre 1,2 d'un côté et les trois chiffres 3,4,0 qui suivent de manière à obtenir une écriture qui se lit douze d'une part et trois cent quarante de l'autre. Le professeur montre ainsi comment le nombre se lit « douze *mille* trois cent quarante », en expliquant que douze est « le compte des unités de l'ordre des mille » et que l'on regroupe les ordres en classes de trois, pour

économiser les noms d'ordres en fabriquant des noms composés comme « douze mille », reconnaissables à ce que douze est inférieur à mille selon la même règle qui a servi à lire « trois cents » et qui permettait naguère « quinze cent quinze » pour 1515.

Voici le tableau qu'il présente ou qu'il construit avec l'aide des élèves :

classe des millions			classe des mille			classe des unités simples		
ordre des centaine s de millions	ordre des dizaines de millions	ordre des unités de millions	ordre des centaine s de mille	ordre des dizaines de mille	ordre des unités de mille	ordre des centaine s	ordre des dizaine s	ordre des unités
				<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>0</b>

Un rapport personnel des élèves à la dénomination des grands nombres va donc se former. Ce rapport sera en fin de compte jugé *adéquat* si par exemple, face au nombre 4528103 les élèves peuvent produire le comportement suivant :

<p>Ecrire le nombre en regroupant des classes de trois chiffres à partir de la droite,  <math>4\ 528\ 103</math></p>
<p>écrire chacun des nombres figurant dans les classes indépendamment de sa position, parce qu'il désigne le nombre d'unités de son ordre qu'elle contient  <i>quatre</i> pour les millions,  <i>cinq cent vingt huit</i> pour les mille,  <i>cent trois</i> pour les unités simples,</p>
<p>mais ne pas oublier d'indiquer le nom de chacune des classes après le nom du nombre d'unités de son ordre qu'elle contient... sauf pour les unités simples,  <i>quatre millions cinq cent vingt huit mille cent trois</i></p>

Il va de soi qu'une telle règle n'est pas explicitement écrite : elle doit être connue *par corps*, comme le dit Bourdieu<sup>1</sup>, c'est-à-dire qu'elle est proposée comme une manière de faire pour laquelle chacun pense qu'il n'y a *rien à savoir* ou à comprendre. La règle, implicite, peut être énoncée : « Si on sait écrire en trois chiffres, on peut écrire n'importe quel chiffre » dira peut être un élève, rappelant d'un coup le problème résolu et l'idée originaire. Donnant ici raison à Bourdieu, le rapport aux grands nombres ainsi institué par l'enseignement (ce que Chevallard nomme le *rapport officiel à l'objet* ou le *rapport institutionnel à l'objet sensible*) est *conforme* au rapport de la société à ces nombres, même s'il n'est pas conforme au rapport des mathématiciens à ces nombres.

<sup>1</sup> En sociologue, Bourdieu semble d'ailleurs penser que la plupart des apprentissages scolaires correspondent à des incorporations d'habitus, selon une position symétrique avec l'idée qu'il ne s'agirait que de développer des schèmes personnels : il ignore donc le fait que les écoles transmettent aussi des contenus de savoir ayant une existence sociale objective. Des savoirs sur la langue, l'histoire, le corps, qui ne sont pas seulement des habitus.

Cet enseignement par frayage laisse ouverte la question de la manière dont se forme le *rapport personnel des élèves à l'objet* et les conditions de sa formation heureuse.

L'observation des épisodes de la biographie didactique des élèves portera précisément sur ce point, mais nous pouvons prévoir a priori certains des problèmes que nous observerons. En effet, les problèmes posés par les systèmes de numération ne comprennent le choix d'un système particulier de dénomination et l'écriture en classes que dans le cadre de la question posée par Chuquet au XVI<sup>e</sup> siècle : produire un système de dénomination de tout nombre, quelle que soit sa taille. Imaginons donc ce qu'il en est, pour un élève qui découvre cette distinction nouvelle entre nombres et grands nombres. Son problème va être de *retravailler son rapport ancien* à l'écriture et à la dénomination des nombres de manière à rendre compte de ses pratiques nouvelles en les rapportant à ses pratiques anciennes, et réciproquement. Par exemple, il va dorénavant devoir décider par lui-même s'il doit écrire 2 143... ce qu'il écrivait 2143. Ainsi, le présent n'est pas sans influence sur le passé, bien que le travail du passé ne soit pas organisé explicitement et que sa nécessité soit déniée.

Le rapport ancien retravaillé ne correspond pas à un pré-requis, puisqu'il ne pouvait exister avant que ne soit donnée la règle pour les grands nombres : il ne correspond pas à un savoir erroné, et l'usage social accepte les deux formes avec et sans espace, pour les nombres entre mille et dix mille. Mais de fait, le professeur ne demande pas aux élèves qu'ils produisent un travail de leur savoir ancien sur l'écriture des nombres et en particulier sur la définition d'un petit nombre. Les savoirs anciens n'ont pas ici d'existence officielle. Par bonheur, les rédacteurs de programmes ne l'ont pas identifié comme un sous-objet, pertinent au cycle III : avec leur naïveté didactique usuelle, ils en auraient fait un objectif du cycle II, *non exigible* bien sûr puisqu'il ne serait requis que plus tard. Car réorganiser son savoir pour faire place à un savoir nouveau est seulement ce que j'appellerai *une nécessité de la raison étudiante*, un problème qu'un élève se pose et résout normalement *à l'insu du professeur* comme de l'institution. Le professeur doit savoir que les élèves doivent traiter de tels problèmes et leur en laisser l'occasion, mais il doit se comporter officiellement comme s'il l'ignorait. Ainsi, l'élève va rendre son rapport (personnel) (à l'écriture des nombres) propre à la production du rapport institutionnel qui est l'enjeu didactique, par une adaptation qui demeurera silencieuse et peut-être même inconnue de l'élève qui s'adapte. On le dit de manière condensée : le rapport de l'élève à l'objet ancien devient *idone au rapport institutionnel nouveau*.

Le travail de l'idoneité (du rapport personnel à un objet) est une nécessité pour l'élève mais n'est pas un enjeu pour l'institution, parce que l'objet en question est depuis longtemps *absent* et que le rapport à un objet absent est *forclos* : c'est-à-dire qu'on ne peut plus porter de jugement à son endroit. Il ne peut plus être l'objet d'une évaluation, et il ne doit donc plus être enseigné. Car l'enseignement ne peut jamais porter que sur un objet sensible dans la mesure où sa fin est déclarée par une évaluation positive relative à *l'adéquation du rapport personnel des élèves à cet objet*. Voilà pourquoi le travail de l'élève sur son rapport à un objet forclos ou insensible est institutionnellement silencieux alors même qu'il se rapporte à un objet problématique.

Un tableau synoptique présente ci-dessous l'ensemble des positions institutionnelles, épistémologiques et didactiques possibles pour un objet mathématique ou didactique pris dans l'activité de l'élève. Il montre que l'espace didactique est bien plus riche que ne le laissent entendre les déclarations usuelles sur les pré-requis d'un enseignement, qui observent la permanence du nom des objets et en déduisent la conservation du rapport des institutions et de leurs sujets à ces objets. Les études relatives aux pré-requis n'atteignent jamais que la couche superficielle des problèmes didactiques (qui correspond à la première ligne du tableau ci-dessous), parce que les rapports idoines n'ont pas, en général, été précédemment requis et n'auraient pas pu l'être.

<i>objets institutionnels</i>			<i>objets non institutionnels</i>	
objets officiels, localement	objets localement	objets localement	objets localement	
<i>présents</i>	<i>absents</i>	<i>manquants</i>	<i>extérieurs</i>	
<i>position épistémologique et didactique des objets</i>				
objets problématiques,	objets problématiques,	objets non problématiques,	objets problématiques dans l'institution,	objets non problématiques dans l'institution,
<i>enseignés</i>	<i>pertinents</i>	<i>latents</i>	<i>pertinents</i>	<i>inconnus</i>
<i>sensibles</i>	<i>Forclos</i>	...	<i>insensibles</i>	...
<i>position du rapport aux objets dans les enjeux didactiques</i>				
<i>jugement d'adéquation</i>	<i>Épreuve d'adéquation</i>	<i>neutralité</i>	<i>épreuve d'adéquation</i>	<i>neutralité</i>

Un commentaire rapide, pour donner un mode d'emploi de ce descripteur. Dans la première case, les objets institutionnels que l'on nomme *officiels* sont, localement, *présents* dans l'institution considérée. Des objets officiels problématiques et enseignés sont *sensibles* et le professeur peut porter un jugement sur l'*adéquation* du rapport personnel d'un élève à cet objet au rapport à cet objet que l'institution désigne en l'enseignant. Mais si en revanche un objet présent n'est pas objet d'enseignement, comme c'est le cas pour la deuxième case, l'objet est *forclos*, ce qui signifie que le professeur ne peut porter de jugement sur le rapport d'un élève à cet objet ; ce qui n'empêche pas que l'élève puisse éprouver dans les faits les difficultés que produit un rapport *non idoine* à un objet *pertinent*. Ce tableau aide alors à montrer à quel point les élèves peuvent - et, souvent, doivent - apprendre, aussi, bien d'autres choses que celles qui font les enjeux officiels de l'enseignement.

### **Les théorisations du didactique, questions relatives aux sujets**

Lors de l'entrée dans les questions didactiques par les savoirs, nous avons considéré

des organisations de savoirs qui sont des productions humaines, des artefacts. Ces organisations déterminent les rapports qu'un sujet peut entretenir avec les savoirs qui en sont les éléments, c'est pourquoi l'interprétation des comportements des sujets d'une institution didactique se fonde sur l'analyse de ces organisations de savoir. Ce principe peut s'énoncer dans le cadre d'un début de construction de la notion d'institution, sous la forme suivante : l'établissement de rapports aux savoirs est l'enjeu des institutions didactiques, leur *tâche primaire*. Ainsi, les organisations de savoirs sont, en didactique, les variables principales de l'analyse des phénomènes institutionnels.

Par exemple, les équilibres qui caractérisent les relations entre un professeur et des élèves appartiennent à la catégorie générale des relations didactiques, relatives à un savoir. L'étude de sujets individuels est alors un moyen d'identifier les régularités qui agissent dans des configurations variables (Chevallard, 1988b ; Mercier, 1992 ; Mercier, 1997a). L'approche biographique porte donc sur les phénomènes contractuels et temporels des institutions didactiques, vus *du point de vue de leurs sujets*. Dans cette première construction, la notion d'institution garde son sens originel soit, au XVIIe siècle, celui d'un « arrangement établi par les hommes et non par la nature »<sup>1</sup>.

Les arrangements que sont les institutions organisent l'activité de leurs sujets, liés par un contrat relatif à la tâche primaire de l'institution. Mais bien que la tâche soit déclarée, les clauses du contrat sont implicites car on ne pourrait les énoncer toutes. Cette propriété incontournable est aussi fonctionnelle, car les sujets peuvent ainsi méconnaître les effets du contrat dans lequel ils sont pris et attribuer à une intention humaine des actions demandées par l'institution, qui devient à leurs yeux aussi transparente que la nature.

Les sujets d'une institution y occupent des *positions (topos)*, définies par la forme d'un rapport aux objets institutionnels. L'espace d'une institution didactique se caractérise a minima par l'existence de deux positions, *enseignante* et *enseignée*. On observe comment ces positions sont occupées par des sujets institutionnels qui se déclarent *professeur* et *élève*. Ainsi, l'observation d'un professeur montre comment il produit la position enseignée et en retour comment il réalise la position enseignante ; tandis que l'observation d'un ou plusieurs élèves montre comment ils réalisent la position enseignée et, le cas échéant, une position enseignante : il y a dissymétrie. *Le professeur ne peut qu'enseigner tandis que l'élève, pour apprendre, doit s'enseigner* (Mercier, 1992). Mais si, changeant de point de vue, on nomme *étude* l'activité de l'élève et *direction d'étude* l'activité orientée du professeur (Chevallard, 1995), la dissymétrie vient de ce que la direction d'étude implique une part importante d'étude (Conne, 1998) : l'activité du professeur est double elle aussi, jusque sur le terrain où il la développe puisqu'il doit apprendre de ses élèves, pour les accompagner. L'approche du

---

<sup>1</sup> A l'origine, « arrangement, disposition » puis, « organisation qui n'est pas produite par la nature ». Depuis 1790 (Rey, 1992), institution désigne plus précisément les « structures fondamentales de l'organisation sociale » et au XXe, « structures organisées qui maintiennent un état social », ce qui en donne une définition fonctionnelle. L'idée qu'une institution est définie par son objet (la part de l'état social qu'elle maintient) est un effet des travaux didactiques qui étudient les institutions qui maintiennent la vie sociale de certains savoirs (Mercier, 1992).

didactique que j'ai engagée est donc une approche des institutions didactiques, développée du point de vue d'une des positions institutionnelles occupées par une personne. Une telle approche est double puisque l'on ne peut en éliminer les effets de point de vue d'observateur, selon qu'on observe du point de vue du professeur ou de celui des élèves. Mais on verra que l'approche conduite du point de vue des élèves informe notre connaissance du professeur et réciproquement, tant qu'on n'oublie pas que l'objet observé est nécessairement, dans les travaux didactiques, une institution. C'est ainsi que plusieurs sociologues l'ont situé. Passeron (1994) a écrit que le didactique se situait à un niveau intermédiaire entre le psychologique et le social et Lahire (1999) l'a intégré dans son projet de connaissance des déterminants de l'homme. C'est ainsi qu'en psychologies sociales Schubauer-Leoni et Perret-Clermont (2000) y entrent de plain pied ou presque.

Les effets institutionnels des actions des sujets de l'institution en définissent la *temporalité*, le temps didactique est le temps de l'action enseignante, le temps de l'étude est tout autre ; du point de vue d'un élève particulier, seul compte le temps des épisodes de sa biographie didactique, au cours desquels cet élève rencontre des occasions d'apprendre.

#### *La vie didactique, du point de vue des élèves*

Le langage courant dispose de deux termes dont aucun n'est désuet - l'enfant, pour la maison et l'élève, pour l'école. A l'école, les enfants se trouvent face à quelqu'un qui leur enseigne, pour « leur faire apprendre » des savoirs, déterminés précisément, dont la nécessité ne fait en principe pas de doute. A cet effet, *l'école les fait élèves*. Il n'est donc pas certain a priori que l'on doive étudier les enfants qui apprennent pour connaître les apprentissages scolaires, parce qu'à l'école les enfants sont élèves. Cependant, si en France la scolarisation est libre, l'instruction elle-même est obligatoire : c'est que les apprentissages scolaires sont, sans aucun doute, socialement importants. Ils portent sur des objets dont la nécessité est socialement reconnue : des savoirs. Du point de vue de l'élève, deux caractères spécifient donc l'école : *le geste d'enseigner, et l'enseignement de savoirs*.

#### Apprendre un savoir enseigné

A des élèves auxquels on cherche à *faire apprendre un savoir socialement reconnu*, l'*enseignement* transmet *par une intervention en forme de discours*, un savoir connu par ailleurs, qui se présente comme un texte (il arrive même que ce texte soit écrit). Le *frayage* en revanche transmet *par l'ostension* du maître qui travaille pour lui-même (par le spectacle du faire où l'apprenti s'introduit peu à peu) une connaissance attachée à la personne qui connaît ; dans le *maternage* enfin, ni *discours* ni *représentation* des gestes, mais un soutien et un *appel* aux attitudes désirées (Barthes, 1974)<sup>1</sup>. De fait, toute

---

<sup>1</sup> On notera que le dressage semble une sorte de prolongation du maternage, tout au moins si cette description est pertinente : c'est sans doute que dans les deux cas le développement prime, il est seulement accompagné (pour être orienté) et que la manière dont les comportements attendus sont obtenus (appel ou punition et récompense, affect ou appétit) n'y est pas évoquée.

relation didactique réelle conjugue à sa manière les trois formes identifiées dans cette première déclaration, ainsi que Johsua (1998) l'a montré récemment ; mais dans tous les cas, pour que des élèves apprennent certains savoirs - pour qu'ils entreprennent de les étudier - il faut les enseigner : « (les) indiquer par signes, pour faire connaître<sup>1</sup> ».

Cela suppose un environnement particulier, une école sous sa forme moderne, qui émerge lentement au XVII<sup>e</sup> (Chevallard & Mercier, 1987). Le professeur y place l'élève en position d'être instruit par un acte fondateur : il le fait *ignorant*. Chaque jour, fait initialement ignorant, l'élève, qui a ainsi cessé aussitôt d'être *ignare*, peut se voir enseigner<sup>2</sup> ce qu'il sait ignorer. Cette action qui, à tout moment, crée à nouveau l'élève, est l'objet de notre intérêt car le moyen - l'enseignement aux élèves - ne garantit pas la fin - l'apprentissage. L'inadéquation possible du résultat aux buts que visaient les moyens mis en œuvre est le phénomène auquel l'observation des élèves nous permettra d'accéder. La création de l'élève comme ignorant est un *geste didactique* qui caractérise semble-t-il les écoles et si d'autres gestes didactiques sont observables en dehors de l'école, il sera profitable de les étudier dans leur contexte, pour distinguer entre les gestes qui participent de toute relation didactique et d'autres, dont l'existence et les fonctions resteraient à étudier. La connaissance de leur poids sur les relations didactiques scolaires possibles constituerait un progrès de notre connaissance des phénomènes didactiques, mais les didactiques familiales nous sont aujourd'hui inaccessibles.

Mais réciproquement, à l'école, trouve-t-on aussi des enfants apprenant *sans le vouloir* et donc, *sans s'être enseignés* ? Savoir pour avoir appris *naturellement*, est-ce savoir différemment que savoir pour avoir appris en ayant été enseigné et en s'étant enseigné ? A entendre certains discours qui valorisent exclusivement *un apprentissage autonome des enfants* dont ils omettent de noter qu'ils se proposent d'en obtenir la réalisation dans le cadre d'une institution didactique scolaire, il devient nécessaire de rappeler cette évidence : même dans les situations didactiques les plus « ouvertes » ou « actives », les enfants - qui sont en position d'élèves - apprennent à partir de ce qui leur est enseigné ; les élèves adultes aussi, d'ailleurs.

### La dimension adidactique de l'espace didactique

Nous parlerons donc de la personne lorsque les analyses se situeront au delà d'un assujettissement institutionnel particulier, de sujets pour désigner les personnes venues occuper une position institutionnelle, de sujets didactiques dans le cadre d'une institution didactique, de *maîtres* ou professeurs et d'*élèves* dans l'institution didactique particulière où se situe notre étude, l'école. Au centre de nos préoccupations : le lieu *enseigné*, où viennent s'assujettir les personnes que nous nommons *élèves*. L'expérience commune montre qu'on ne peut compter sur le seul développement, renforcé par l'attente affectueuse, pour qu'une population entière soit lettrée, comme cela se fait avec

1 A. Beaujean (1959), *Dictionnaire de la langue française. Abrégé du dictionnaire de Littré*. Gallimard, Hachette. On le citera dorénavant sous la référence « LITTRÉ ».

2 On emploie ces termes dans le sens suivant : ignorant pour « Qui n'a point de savoir », et ignare pour « Qui n'a point étudié » (LITTRÉ).

bonheur pour la marche usuelle : cela devient déjà fort peu performant pour la marche de compétition, qui nécessite une « école » et sans école, on ne pourrait espérer l'apprentissage des savoirs hautement techniques que l'on ne peut atteindre que par l'étude<sup>1</sup> dirigée par les livres et l'enseignement. Car ce sont des œuvres humaines, que l'on ne rencontre que dans des organisations sociales spécialisées pour leur production et pour la reproduction des rapports humains au monde qu'elles portent, les institutions savantes et les institutions didactiques.

Les écoles et les techniques associées, dont les formes sont déterminées par les conditions générales des sociétés où des écoles existent, réussissent seules à prendre en charge cette mission : assurer l'*instruction* de tous, autant qu'il est possible. Rappelons simplement qu'il s'agit dans le latin classique et dans le vocabulaire militaire d'outiller, ou d'équiper (le soldat ou l'unité) ; puis, dans le latin impérial, de ranger par couches, et enfin, d'enseigner. Le Dictionnaire de l'évaluation et de la recherche en éducation (Demnard, 1981) reprend l'ensemble de ces sens : « instruction : ce qui sert à instruire : 1) leçon, précepte ; 2) instructions : explications verbales ou écrites à l'usage de la personne chargée de quelque entreprise ou mission. » La métaphore de l'instruction est modeste. Elle rappelle que les savoirs sont des artefacts et des outils de pensée, elle ouvre pourtant un espace de recherche vaste, en obligeant à penser des problèmes qui ne sont pas préconstruits par une métaphore qui en dirait trop.

Ainsi, l'instruction nécessite aussi bien consignes et explications, que outils et instruments matériels. Ces objets constituent le milieu de l'action de l'élève, par lequel il rencontre un problème dont il ignore la solution et qu'il doit étudier. Ce problème constitue *la dimension adidactique de la relation didactique* (relative au savoir qui permet de produire cette solution), c'est-à-dire *la dimension non didactique nécessairement présente au cœur du didactique* : en produisant un milieu qui pose à l'élève un problème dont le savoir à enseigner est la solution et en le proposant à l'élève, l'école porte l'enjeu de l'instruction en réalisant l'idée que l'on s'instruit d'un savoir pour aller remplir une mission, ailleurs, où l'on rencontrera des problèmes sans plus avoir le loisir de les étudier, alors qu'il faudra pourtant les résoudre de manière efficace. Ce projet *non didactique* au sein même du didactique est la part irréductible de l'élève dans le fonctionnement de l'école (Mercier, 1998). La métaphore de l'instruction permet donc de dire que la position de l'élève vient de l'importation dans l'école d'un projet extérieur, qui appartient à un monde où le didactique n'a guère de place et où l'élève se prépare à agir, en s'équipant. C'est précisément pour cela que l'activité efficace de l'élève vise la production d'un rapport non didactique à la tâche que la situation désigne ; autrement dit, la fin du temps de l'étude. Le professeur en est le garant, parce que son action détermine les propriétés de l'espace didactique où se déploie l'activité de l'élève. C'est ce point qu'il me faut maintenant exposer plus en détail.

---

<sup>1</sup> Pour une description sociologique des objets de savoir enseignables, on se référera à Verret, qui définit le « champ de transmissibilité scolaire, et son complément, le champ d'intransmissibilité ». (Verret 1975 Chapitre III : le temps des leçons, 144-148) et à Lahire (1993).

### L'action adidactique de l'élève suppose qu'il s'enseigne

L'action de l'élève s'avère nécessaire à la réalisation de la relation didactique. Non pas parce que « on ne peut apprendre que de soi-même », comme certains ont pu le dire en forme de paradoxe, mais parce que le maître ne peut réaliser l'apprentissage à la place de l'élève : il ne peut qu'enseigner (Mercier, 1992, Partie I). Le rôle principal du professeur consiste donc à créer le partage de l'enjeu didactique en offrant à l'élève le terrain d'une action *adidactique*. C'est ce que montre l'observation biographique des élèves, hors classe (Mercier, 1992). Car peu importe en fait que ce terrain corresponde à un lieu scolaire physique. Le travail à la maison de la plupart des élèves est absolument soumis à l'institution scolaire et son efficacité dépend essentiellement de la qualité du rapport didactique qui a pu exister en classe. Certes, l'observation montre les cas d'élèves ayant réussi à constituer par eux-mêmes un peu d'espace adidactique en classe (Mercier, 1992, Partie III et Conclusion), ils restent extraordinaires : ce sont des élèves qui pourraient apprendre dans un système didactique aussi peu structuré que celui de maître à disciple, mais depuis le XVIII<sup>e</sup> siècle, l'augmentation des besoins en praticiens des savoirs scientifiques (venue des premiers développements d'une technologie sous le contrôle des sciences) ne permet plus de considérer que ces élèves exceptionnels pourraient faire l'ordinaire de l'enseignement.

L'importance du problème que la notion de adidacticité désigne est considérable, parce que c'est par le moyen de la dimension adidactique de l'enseignement que l'instruction peut être le support de l'éducation et en particulier de l'éducation à l'autonomie et au débat social libre. Faute de cette notion, les débats sur l'enseignement qui opposent instruction et éducation débouchent sur des déclarations contradictoires et des injonctions paradoxales. Ainsi, on observe parfois une inversion des priorités de l'école, qui amène la demande d'intervention éducative à prendre le pas sur l'exigence d'intervention didactique, chaque fois que l'adidacticité d'une relation didactique est par trop réduite par l'intervention d'un professeur qui fait enfler l'explication, par des effets de contrat massifs ou même, lorsque l'instruction, apparaissant en concurrence avec l'éducation, se trouve mise à mal par l'intervention des gestionnaires du système d'enseignement qui détruisent inconsidérément l'écologie de certains savoirs disciplinaires ou de certaines pratiques d'enseignement.

C'est semble-t-il, le pire danger pour l'école. Elle y perd sa mission, et le prix en éducation (en apprentissage du discours institutionnel de la société) que les personnes socialement dominées doivent payer à la société pour avoir accès à l'instruction publique, augmente rapidement : l'école, qui par ailleurs ne manque pas d'instruire les héritiers naturels du capital culturel, en devient plus sélective encore. Tandis qu'un travail adidactique bien développé donne accès aux valeurs dont la dimension d'universalité est la plus grande, puisqu'il donne accès à la fois au savoir, au problème dont le savoir est solution et à la classe des situations où ce problème peut trouver à vivre. Ce type de travail donne donc accès au jugement sur les situations d'emploi du savoir et à l'appréciation de l'extension de sa valeur d'usage<sup>1</sup>.

---

1 Jugement et appréciation sont les sens seconds de savoir, qui vient de *sapere*, goûter et avoir

Ainsi, la relation didactique à un domaine d'étude n'est pas *en principe* une relation *instrumentale* - l'enjeu de l'activité de l'élève est l'apprentissage, pas l'action - mais le succès didactique se mesure toujours, dans un procès d'objectivation<sup>2</sup>, à l'aide d'une aptitude instrumentale manifestée. Ce temps d'évaluation ne constitue pas seulement le contrôle d'une performance, parce qu'il montre la valeur d'usage de la compétence construite. C'est pourquoi un dispositif didactique nécessite dans tous les cas la présence d'un dispositif d'objectivation des savoirs appris ; et l'on n'apprend que si l'on dispose des moyens de mesurer le progrès qu'est l'apprentissage, ce qui se démontre par la réussite de l'action instrumentée : c'est le terme de l'instruction. La notion manquante aujourd'hui, le problème fait retour par le moyen des compétences, qui sont des effets de l'instruction.

*La production des lieux et des temps, par le professeur*

Nous aborderons l'espace didactique du point de vue du professeur en étudiant d'abord son action temporelle dans les systèmes didactiques actuels, sans rien dire de la variation des formes d'enseignement ni des figures professorales. Le sociologue Michel Verret, qui a le premier identifié l'importance des rapports au temps en observant les étudiants de philosophie de son université, a montré comment la temporalité des études que les étudiants poursuivent est commandée par l'opposition entre *la dimension aristocratique* et *la dimension bureaucratique* des enseignements (Verret, 1974). Le point de vue du professeur (qui produit le temps de l'institution scolaire *bureaucratique* moderne) est le point de vue officiel de l'institution d'enseignement tout entière. Il s'impose par les dispositifs d'organisation de l'étude que le professeur propose, produisant ainsi la position d'enseignant, où il vient s'assujettir, en même temps que l'assujettissement des étudiants, mis en position d'enseignés. Or Verret aurait semble-t-il tendance à penser que la philosophie ne peut s'enseigner que selon une méthode aristocratique, parce que le maître doit en accoucher ses disciples afin de les « mettre à la philosophie » comme la mère met les enfants au monde : parce que la philosophie est, pour lui, plus une manière de penser qu'une pensée et parce qu'une manière de faire ne peut être décomposée en chapitres et leçons sans perdre son sens. Malgré la neutralité recherchée de l'exposé scientifique, on sent dans le texte de Verret l'irritation du jeune et brillant philosophe qu'il a dû être. Dans le même mouvement d'indignation, il dénonce la méprise institutionnelle entretenue par un enseignement bureaucratique qui donne à croire aux étudiants sages que la philosophie est dans les cours de philosophie tout en jugeant ces

---

du goût. Nous l'employons aussi, bien sûr, dans le sens dérivé de « corps de connaissances socialement constitué et reconnu ».

<sup>2</sup> Sa présence permet de séparer les ouvrages de vulgarisation, qui en sont démunis, des ouvrages d'enseignement pour autodidactes, qui comportent des exercices : par exemple, les exercices des *Eléments de Mathématiques* de Nicolas Bourbaki manifestent l'intention didactique de l'auteur. L'objectivation des apprentissages permet de repérer immédiatement les autodidactes naïfs, dont les savoirs ne résistent pas à la confrontation sociale parce qu'ils sont restés personnels et contextuels, de ceux dont les savoirs - qui ont été objectivés - peuvent se montrer et se dire : de ce fait, ceux-là ne se distinguent pas immédiatement des élèves ordinaires.

étudiants *trop scolaires*. Mais a-t-on jamais le choix entre aristocratie et bureaucratie ? Patiemment, Verret accumule les preuves sur la manière dont les étudiants culturellement assujettis se verront assigner un profil d'étudiants trop scolaires, sur-assujettis (Mercier, 1992, Partie IV). Et il montre en contrepoint comment l'enseignement bureaucratique de la philosophie sélectionne de fait les étudiants qui ne sont pas dupes et assument une attitude aristocratique en montrant toujours qu'ils savent déjà sans avoir rien à apprendre parce qu'ils n'ont qu'à se reconnaître dans la pensée du maître qui est cachée derrière le discours du professeur. *L'espace didactique qu'ouvre l'enseignement bureaucratique de la philosophie est donc piégé, pour les étudiants naïfs qui s'y assujettissent en toute confiance* - faute d'une culture de l'étude capable de leur donner accès aux règles du savoir-être aristocratique universitaire.

Nous en tirons cette leçon : le professeur produit (sous la contrainte de l'institution qui le légitime dans sa position) la position d'élève ; *mais l'enjeu non didactique de la relation didactique s'impose toujours au moment de l'évaluation des effets de l'enseignement*. En conséquence, les manières du professeur peuvent bien varier, au sein d'une organisation donnée de l'enseignement, cette variation ne sera d'aucun effet si ces manières ne prennent pas en compte, matériellement et intellectuellement, jusque dans le cœur de la relation didactique, la visée de l'extinction du didactique qui s'inscrit de manière effective dans ce que l'on a nommé *la dimension adidactique des relations didactiques* (Mercier, 1992)

Comment cette dimension est-elle assurée dans les enseignements que l'on peut observer, dans les écoles, collèges, lycées ou universités ? Comment vient-elle à manquer ? Pour mieux connaître et comprendre la configuration professeur/élève, nous irons chercher dans l'analyse comparative les contraintes didactiques les plus générales : car les figures institutionnelles de la transmission des savoirs sont multiples. Maître/disciple, sans doute, patron/apprenti, bien sûr et sans doute encore, aujourd'hui, les figures nouvelles que les sciences de l'éducation ont identifiées : consultant/acteur, expert/novice, conférencier/auditeur, en sont des points d'équilibre particuliers : les points extrêmes d'un type général, l'espace didactique et son temps (Mercier, Sensevy, Schubauer-Leoni, 2002).

### Les figures des positions de professeur et d'élève

Nous remarquerons d'abord que si l'expert appelé par le novice peut agir à la place de ce dernier, c'est qu'il est dans une position hiérarchique dominante et que le novice n'est plus en mesure d'assurer sa tâche : l'appel à l'expert signe la « panne » devant laquelle le novice déclare son incompetence. L'expert qui rattrape une incompetence n'est donc pas porteur d'une fonction didactique, tant que la demande d'intervention ne se répète pas et que le prix des erreurs n'est pas exagéré. L'expert n'étudie pas, il sait et il fait. Le novice peut s'il le veut tirer des leçons de l'action experte qu'il observe, mais c'est à lui-même de s'enseigner durant son loisir forcé. Sinon, voilà l'expert devenu consultant et même parfois informateur, ou encore, témoin.

La configuration patron/apprenti est sans doute voisine, puisque le patron est expert

agissant. Mais c'est ici le novice qui a renoncé à la responsabilité de l'action pour engager l'étude en position d'apprenti. Cela engage le patron à deux gestes didactiques particuliers. Il produit un commentaire de l'action, par lequel il désigne les variables identifiées de la décision, il laisse voir la manière dont il se conduit et il indique à l'apprenti les tâches qui permettront à celui-ci, le jour venu, de venir occuper la position de patron. Déjà, malgré le fait que l'enjeu de leur action soit instrumental, le patron organise l'étude que mène l'apprenti. La responsabilité enseignante de l'apprenti face au patron est mieux partagée que celle du novice face à l'expert.

Maître/disciple ne s'en distingue que par les contenus, selon une antique séparation du matériel (appartenant au monde sublunaire) et de l'intellectuel (appartenant au ciel des idées) que par hygiène intellectuelle nous tentons justement de récuser ici contre le platonisme, comme le font toutes les sciences qui cherchent du certain ou au moins de l'assuré, que ce soit dans la matière ou parfois jusque dans le vivant et pire encore, dans l'humain. Ainsi, l'apprenti devra manifester la *métis* quand le disciple devra manifester l'*épistémé* : ces deux formes correspondent en fait à un même rapport élitiste au savoir et sans doute, à des formes aristocratiques de relation didactique. C'est sans doute le cas du compagnonnage : il s'agit d'obtenir (par l'exercice ou l'ascèse) la révélation d'une manière personnelle cachée en soi, selon une métaphore opposée à celle de l'apprendre (on apprend d'autrui) car si chacun peut apprendre, seuls ceux qui « sont » peuvent « se révéler » : par exemple, en réalisant *un chef d'œuvre*.

La configuration consultant/acteur est une figure moderne assez perverse puisque voilà que celui qui doit apprendre (l'entreprise ou le décideur qui la dirige) ne renonce pas, pour ce faire, à l'action. Cela l'amène en fait à limiter de manière drastique ses ambitions d'apprenant et conditionne une institution que le consultant doit pouvoir alternativement révoquer pour ne pas être soumis à la pression d'une demande d'expertise puis invoquer, pour intervenir. Sujet supposé savoir, il doit se garder d'être mis en demeure de montrer qu'il sait, pour pouvoir livrer les informations partielles qu'il glane : le consultant doit sans doute changer d'acteur, pour ne pas se retrouver en position d'expert. Mais l'examen rapide de ce cas de figure nous confirme dans l'idée que c'est bien toujours au départ le possesseur du savoir qui a le trait, dans le jeu didactique ; son premier geste consiste à s'engager ou non dans la production de gestes d'étude appropriés. Cela dit, le consultant est sans doute la figure la plus faible du professeur, suivi par le témoin, l'informateur, le conférencier, etc., qui supposent déjà une certaine *epochè*, une suspension de l'action de la part à la fois de l'étudiant et du directeur de l'étude. Le témoin et l'enquêteur, le conférencier et les auditeurs, l'informateur et les informés, sont alors des figures minimales de la relation professeur/élève, comme l'a montré Brousseau (1995a). Ici, le discours sur le faire remplace le faire, dans des institutions qui ressemblent de plus en plus à des lieux où l'on étudie à loisir : des écoles.

*Ainsi, l'école peut être définie par la suspension de l'action, institutionnellement organisée pour les deux positions d'élève et de professeur, réalisée dans le but de*

*libérer le professeur pour qu'il expose à loisir le commentaire de l'action absente et organise l'étude de l'élève, comme elle est réalisée dans le but de libérer l'élève pour qu'il étudie à loisir selon les modalités proposées par le professeur.*

Alors la description des manières de réussir remplace presque aussitôt l'action elle-même (il y a cependant des écoles techniques qui proposent des temps d'action, pour voir, et les pensent comme l'élément fondateur de la formation qu'elles dispensent). Ce qui fait que tout ne peut pas être étudié d'emblée dans une école, parce que tout n'est pas prêt à être enseigné en dehors de l'action : il faut que le commentaire puisse nommer ce qu'il y a à savoir. Autrement dit le savoir doit résider dans le compte rendu de l'action. Les mathématiques et les savoirs scientifiques en général ont cette propriété d'être enseignés. C'est le sens grec de *mathema* : ce qui s'enseigne, par opposition avec *mathesis*, ce qui s'apprend. On peut donc penser que, parce que les mathématiques sont les comptes-rendus de certaines stratégies d'action, elles sont les objets premiers des exposés d'enseignement ; les mathématiques, ce sont des discours sur le faire qui remplacent avantageusement le faire. Je n'en donnerai qu'un exemple rapide pour montrer qu'il faut prendre au pied de la lettre, sans métaphysique, cette idée empruntée à Lebesgue (1935) : « le nombre est le compte-rendu complet d'une opération de mesure » ; le mathématicien précise que les nombres s'appliquent aux cas dans lesquels nous savons d'expérience qu'ils rendent compte des opérations sur les grandeurs : « S'il y a précisément quatre pommes et trois poires dans le compotier, sans aucun autre fruit, alors je sais qu'il y a sept fruits dans le compotier, parce que quatre plus trois font sept, sans avoir à compter ces fruits. Même, si l'expérimentation m'amène à trouver six fruits seulement je saurai que quelqu'un en a pris un, et si j'en trouve dix je saurai que d'autres fruits ont été rajoutés c'est-à-dire que je me fierai aux mathématiques pour mettre en doute les informations matérielles qui m'arrivent. » Il suffit pour cela que j'aie d'abord expérimenté, contre l'évidence de mes sens, la permanence des objets ou tout au moins de leurs grandeurs physiques, puis l'additivité des collections d'objets et des grandeurs mesurables (dont les collections discrètes, énumérables, sont le premier exemple). Le compte-rendu d'une mesure de la quantité qu'est le *nombre* devient l'objet d'une pratique parfaitement substitutive, du point de vue des quantités.

C'est ainsi que, comme l'explique Chevallard (1997a) naît le métier moderne de professeur. Acteur reconnu comme expert, invité à témoigner - devant des élèves-enquêteurs - sur certaines des techniques qu'il été amené à pratiquer, il devient bientôt le maître de ses discours (Artaud, 1989), le démonstrateur de ses techniques, se présentant comme l'amateur d'une discipline qu'il ne pratique bientôt plus qu'entre deux lectures ou conférences, avant que la pression de la demande sociale ne fasse de lui un professionnel de l'enseignement au fur et à mesure qu'il en arrive à exposer longuement, à tous les élèves qu'on lui présente (sans attendre qu'ils aient engagé une enquête personnelle), des savoirs hautement techniques. Cela l'engage, aujourd'hui, plus avant sur la voie d'une technicisation de ses manières de professer et de diriger l'étude de ceux qui sont maintenant des élèves. Et aujourd'hui encore les mathématiques sont,

sur les questions d'enseignabilité des savoirs, en première ligne.

### Les gestes d'enseignement

La question de la temporalité propre aux systèmes didactiques peut maintenant être interprétée, à la lumière de cette reconstruction rapide et l'observation des professeurs montre bien une certaine forme de rapport au temps de l'exposé du savoir. Plusieurs mémoires soutenus sur cette question, fondés sur des observations en maternelle comme dans des classes de physique en lycée, pour des professeurs en formation initiale comme auprès de professeurs expérimentés, intervenant auprès d'élèves en difficulté ou dans des classes ordinaires, en cours ou Travaux Pratiques ont permis de vérifier chaque fois comment la première variable de commande de l'enseignement dispensé était relative au rythme que le professeur imprime à la classe, la chronogenèse. Car ce rythme, s'il est bien mesuré, commande à l'espace didactique ; le rythme que donne un professeur repose sur des gestes d'enseignement qui produisent la position d'élève en organisant l'étude que les élèves doivent conduire.

C'est ce que montre par exemple le travail que Tambone (1997) a mené à propos des dialogues de régulation entre les MAT (les Maîtres d'Accueil Temporaire des professeurs stagiaires d'Adaptation et Intégration Scolaire) et les deux stagiaires AIS qu'ils reçoivent, une matinée par semaine pour qu'ils prennent en charge un groupe d'élèves dans une situation de remédiation. La situation observée réunit des participants assujettis à plusieurs institutions différentes, ce qui détermine des positions institutionnelles très labiles. Chaque stagiaire est tour à tour acteur dans la situation de remédiation qu'il propose aux élèves et observateur, participant à l'analyse et aux commentaires de la situation présentée par l'autre stagiaire. Le MAT fournit une aide en tant que professionnel, il a aménagé la situation pour que le stagiaire puisse réaliser dans des conditions favorables le projet d'intervention qui donnera la matière de son mémoire professionnel et il coopère parfois à ce projet. On remarque d'abord que le temps est au centre du discours du MAT :

6.MAT - **Tu vas trop vite** , tu vas trop vite...Il faut que **tu prennes le temps** de les laisser, il faut que tu les calmes quand ça va plus, il faut que **tu prennes le temps** de les laisser réfléchir ...et puis tu as toujours ce gros défaut de leur donner les réponses.

7.B. - Ouais ça, tu l'as encore fait

8.R. - Je l'ai encore fait.

9.B. - Ouais.

10.R. - Et en plus je ne m'en aperçois pas.

[...]

30.MAT - Bon, je...et puis **le rythme** qui est trop rapide...

L'apprenti se justifie en faisant référence à « ses anciennes pratiques » de maître chronogène, même au prix d'un « effet Topaze » systématique. Mais il s'agit ici de ralentir le temps de la séance. C'est un apprentissage dont on peut constater les effets dans la séance suivante, l'apprenti gère mieux le rythme.

1. MAT - C'était bien, oui **au niveau du rythme** c'était mieux...et le fait qu'il y ait eu tout ce moment lecture en

début de séance, qui était quand même le moment le plus laborieux et ensuite la lecture était sur images et non plus sur texte...quoi...moi j'ai trouvé que c'était bien...et ça suffisait grandement.

[...]

15. MAT - Mais si tu veux y'a beaucoup de choses aujourd'hui, que moi je vais pas penser à te redire parce ...il aurait fallu que je note...et là je te dis tes gros défauts, mais il faudrait aller dans le détail, c'est-à-dire que chaque fois qu'un enfant... bon je prends la parole alors que c'est toi (*s'adresse ici à B.*) **chaque fois qu'un enfant reconnaissait une étiquette reconnaissait l'écrit, il fallait bien prendre le temps de lui demander pourquoi il le reconnaissait...**

Le MAT souligne la nécessité de ralentir le temps afin de développer une activité réflexive pour l'élève, c'est un objet de la pratique de maître AIS en cours d'acquisition. Mais ce discours enseignant sur le temps exprime d'abord *une sensation*. Synchroniser le temps d'apprentissage (qui est un temps individuel propre à l'élève) sur le temps didactique (produit par l'enseignant pour le groupe-classe), telle est en revanche l'interprétation théorique du problème : sur la question particulière de la conduite de la classe, nous avons pu observer que les moyens de l'articulation du temps de l'apprentissage au temps didactique forment l'essentiel des savoirs instrumentés<sup>1</sup> d'un maître expérimenté. Enseigner, c'est pour le professeur ordinaire « désigner du nouveau pour faire aller le temps didactique », mais c'est pour le professeur de l'adaptation scolaire *désigner ce qui fait aller le temps d'apprentissage comme une nouveauté digne d'intérêt*. Les rapports différents au temps correspondent à deux valeurs d'une même variable, elles définissent deux pratiques différentes pour deux publics d'élèves dont le rapport à l'espace-temps didactique est absolument différent parce que le rapport des uns aux objets de l'enseignement existe et donne sens aux injonctions contractuelles tandis que le rapport inexistant des autres à ces mêmes objets leur interdit de mener une quelconque action autonome.

La variation de la pression temporelle est ressentie par le maître expérimenté comme contrainte venue de la pratique, sans qu'il ne dispose des mots pour dire que le temps d'apprentissage propre à l'élève n'est pas superposable au temps didactique et que la sous-institution qu'est la classe d'adaptation ne peut légitimement être le lieu de production d'un temps propre : le temps qui trouve à s'y développer ne peut alors être autre que le temps de chacun des élèves, leur temps personnel d'apprentissage, sans doute un temps de l'après-coup, de la ré-élaboration et du remaniement.

L'adéquation du temps didactique et du temps d'apprentissage est une fiction qui perdure tant que le temps d'apprentissage des élèves peut être synchronisé lors des interrogations, qui donnent un semblant d'objectivité aux savoirs enseignés que les élèves ont pu s'approprier. Cette fiction doit retrouver dans la classe d'adaptation les occasions d'un peu de crédibilité : tel est le travail du maître d'intégration scolaire à dominante pédagogique.

Sur un autre terrain, à partir des observations réalisées par Donck (1996), qui a observé

---

<sup>1</sup> Gérard Vergnaud les nommerait sans doute « connaissances professionnelles en acte », en considérant qu'elles font partie des schèmes professionnels du professeur (Vergnaud, 1985 ; Vergnaud, 1991), j'ai pris ici un terme utilisé en didactique professionnelle, qui fait référence à Vygotski (Mercier, 1994 ; Mercier, 1997b).

les entretiens entre un maître-formateur et un professeur-stagiaire à propos d'une leçon de mathématiques réalisée par ce dernier, lors d'un stage de terrain, nous avons pu mettre en évidence un savoir professionnel en rapport avec la gestion du temps didactique (Mercier, Schubauer-Leoni, Donck. & Amigues, 2005), et les thèmes déjà présentés : pour le maître formateur, le temps se gagne ou se perd avec le savoir et le retour du professeur-stagiaire sur le savoir connu arrête le temps didactique (il fait perdre du temps d'horloge, note avec insistance le formateur ; lorsque l'élève peut trouver les moyens d'agir d'emblée, le retour du professeur sur l'outil de cette action est pénalisant). De même, l'activité de l'élève qui a pour objet un savoir sans problème fait perdre du temps. En résumé, l'activité des élèves n'est intéressante que si elle consomme du temps didactique, c'est-à-dire si elle a trait à un objet de savoir nouveau, qui fait problème. Mais pour autant tout retour n'est pas pour nuire, s'il est limité au rappel de ce qui est nécessaire aux élèves pour qu'ils réussissent la tâche prescrite. La bonne manière de le réaliser tient à la topogenèse : lorsqu'il est question de manipuler des objets connus, le professeur doit déléguer aux élèves la responsabilité de l'action.

Bien sûr, le maître-formateur n'explique pas ce geste d'enseignement efficace, car son identification supposerait l'existence d'une théorie professionnelle de l'action par laquelle le professeur dirige l'étude que mènent les élèves. La connaissance du maître-formateur porte sur son action personnelle et sur l'observation de son efficacité, non pas sur le système dans le cadre duquel il mène son action. Ce qui le caractérise comme professeur expérimenté, c'est sa capacité à articuler le temps de l'apprentissage au temps didactique : il passe du temps d'horloge sur les objets de savoir (nouveaux) qui font avancer le temps didactique, tandis qu'il passe vite sur les objets (obsolètes, supposés connus) qui arrêtent le temps et il se limite au rappel des gestes utiles à la tâche qu'il donne.

Sensevy (1994) a exploré la piste dont les travaux sur le temps balisent l'entrée. En s'appuyant sur une modification de la production du temps didactique, il a en effet inventé des gestes d'enseignement permettant de déplacer la ligne de démarcation entre les positions de professeur et d'élève. Il montre ainsi que le professeur peut partager l'action enseignante avec les élèves dont il dirige l'étude, à la condition d'intégrer les savoirs qu'ils produisent dans le texte du savoir c'est-à-dire dans les savoirs qui marquent la progression du temps.

C'est ce que les maîtres d'aide à l'intégration à dominante pédagogique cherchent à réaliser, mais Sensevy le fait en position de maître de la classe. Il démontre l'importance de la variable de commande de la situation didactique que représente la maîtrise du temps, qui caractérise la position institutionnelle du professeur, tandis que sa maîtrise du savoir peut rester supposée si, au lieu d'exposer des résultats qu'il connaît, il accepte que les élèves mènent par eux-mêmes une part de l'enquête et rendent compte des éléments de savoir dont ils ont pu s'assurer, sur la question mise à l'étude (ici, les fractions et leur emploi). Le professeur rend les élèves chronogènes en partageant avec eux la position enseignante. Sans doute, ce partage est relatif puisque le professeur reste

maître du temps en institutionnalisant le produit de l'activité commune ; mais les élèves qui ont participé à cette production n'en sont plus à suivre leurs études, comme le dit si justement la sagesse populaire : cette fois, ils étudient des problèmes mathématiques pour produire les savoirs mathématiques qu'ils ont à apprendre et (sur le thème des fractions) le temps didactique est le temps de l'apprentissage institutionnellement reconnu.

Une seule réserve sur cette réussite : le temps didactique ainsi enregistré est-il le temps d'apprentissage de tous les élèves de la classe, d'une grande partie d'entre eux, ou seulement celui d'un groupe plus important qu'il n'est ordinaire ? Il est sûr en tous cas que de nombreux élèves ont investi le dispositif proposé, qui consiste principalement en l'enregistrement public, après débats collectifs dans la classe, des questions et des résultats auxquels arrivent les élèves dans le travail personnel et privé qu'ils mènent librement, en dehors du temps scolaire, autour des questions dont la pertinence a été reconnue.

## **Un domaine de recherches ouvert, le didactique**

Nous en arrivons aux questions que l'on peut poser lorsque l'on fait le lien entre les premières études biographiques hors classe, qui ont montré quelques éléments des trajets d'élèves dans l'espace didactique, et l'observation de l'enseignement et du professeur qui est permise par l'*analyse des épisodes biographiques* hors de la classe comme en classe (Mercier, 1995a ; Mercier, 1997a). Il s'agit ici du fil rouge de notre enquête. Les phénomènes biographiques que nous avons identifiés n'ont pas pour objet la compréhension d'une personne dans l'ensemble de ses dimensions, mais plutôt la compréhension d'un des espace-temps dans lesquels une personne peut être prise : la classe de mathématiques. Cette sous institution du système d'enseignement produit des apprentissages, pour certaines des personnes qui s'y assujettissent, et l'observation biographique permet de montrer des effets institutionnels différentiels et par là, de rendre compte de certaines interventions institutionnelles sur les sujets. Certains points se sont avérés nécessaires à la réussite ou lui sont associés mais demeurent non identifiés ; d'autres sont associés à l'échec. L'observation biographique donne ainsi accès à l'institution et en particulier, à l'organisation des gestes d'enseignement efficaces d'un enseignement particulier ; elle rend compte de cette efficacité jusque dans ses effets différents selon les élèves.

C'est ainsi que les travaux menés entre 1988 et 1991 puis entre 1993 et 1997 dans le cadre d'une collaboration régulière entre des chercheurs en sciences de l'éducation de Paris X Nanterre et plusieurs chercheurs en didactique des mathématiques<sup>1</sup> nous ont amenés à montrer que, bien qu'un enseignant ne puisse enseigner qu'à la mesure de ce qu'il sait, il arrive que les élèves apprennent ce que l'enseignant ne sait pas ou ce dont il ne veut pas parler. Car les élèves se proposent à tout moment pour participer à l'action enseignante et tentent de s'engager dans cette voie dès que leur professeur leur en laisse

---

<sup>1</sup> Ce collectif de recherche succédait à un Colloque Epistolaire réunissant des chercheurs sur l'enseignement des mathématiques (René Amigues, Claudine Blanchard-Laville, Yves Chevallard, Alain Mercier, Gérard Nin, Marie-Jeanne Perrin-Glorian, Maria-Luisa Schubauer-Leoni), dans le cadre institutionnel du GR Didactique (CNRS). Ces travaux ont fait l'objet d'une publication (Blanchard-Laville, Chevallard, Schubauer-Leoni (Eds), 1995). Le nouveau collectif a ensuite travaillé en réponse à un appels d'offres de la DRED, puis à un appel d'offres interne à l'Université de Paris X. Dans la dernière année d'existence de sa seconde formule, il regroupait des chercheurs de l'équipe "rapport au savoir" de Paris X (Jacky Beillerot, Pierre Berdot, Françoise Hatchuel, Suzanne Nadot, Nicole Mosconi) et des didacticiens d'origines diverses (Noelle Coustau, Francia Leutenegger, Alain Mercier, Marie-Hélène Salin, Maria Luisa Schubauer-Leoni, Gérard Sensevy). L'ensemble des analyses d'une leçon de mathématiques à l'école élémentaire produites par les membres de ce collectif a fait l'objet d'un ouvrage (Blanchard-Laville (éd.), 1997).

le moindre loisir.

Sans doute, chacun sait déjà que certains élèves, pour apprendre en l'absence du professeur, ont des stratégies auto didactiques : c'est ainsi en tous cas, hors des lieux et des temps proprement scolaires, qu'ils sont supposés produire une position d'excellence. D'autre part, la théorie des situations didactiques suppose que la dévolution des situations adidactiques peut se réaliser pour la très grande majorité des élèves d'une classe, lorsque ces situations ont des propriétés favorables : dans de telles conditions, les élèves s'enseignent à eux-mêmes en particulier parce que, comme l'a montré Artigue (1984), ils s'enseignent nécessairement entre eux ; pourtant, le professeur exerce pleinement sa responsabilité enseignante car il décide a priori du savoir que les élèves peuvent apprendre et il le leur désigne par des procédés divers dont nous rendrons compte plus loin.

Mais dans ces modélisations de l'espace didactique, le travail du professeur en classe est supposé produire, dans son principe, les mêmes effets pour chacun des élèves. Or, le travail sociologique a montré avec force que l'égalité de traitement n'assurait pas automatiquement l'équité (c'est-à-dire non seulement l'égalité des effets mais peut-être même la compensation des inégalités d'entrée). Les études récentes ont commencé à montrer que l'inégalité devant l'école n'était pas inscrite seulement dans les formes périscolaires de l'étude et qu'il fallait aller voir dans la classe elle-même comment s'enracinait le problème : paradoxalement, ce sont les études visant à comprendre la réussite de certains élèves défavorisés qui ont mis en évidence ce qu'en didactique des mathématiques on nomme aujourd'hui *les effets différentiels du contrat didactique* et qui provient de l'action propre des élèves et du professeur sur ce contrat, dans le déroulement de l'enseignement. Ce qui rappelle que le contrat didactique est sans doute mis en place par l'autorité instituante, mais que, comme tout objet institutionnel, il ne vit que parce qu'il est entretenu par les actions des personnes qu'il assujettit et qui, dans le cours de leurs actions, le transforment (sans pour autant qu'on puisse dire qu'elles le renégocient).

### *Un espace-temps social, la classe de mathématiques*

La participation des élèves à l'enseignement est prégnante et l'on observe, souvent, que des élèves cherchent à définir l'objet même de l'enseignement qui leur est dispensé. C'est un fait connu, mais ce n'est pas souvent annoncé de manière explicite : l'enseignement par ostension déguisée<sup>1</sup> ne saurait réussir sans cette participation active des élèves. Car accepter cela suppose que l'on traite une inégalité structurelle entre les élèves, devant cette manière d'enseigner. Seule l'observation d'épisodes didactiques

<sup>1</sup> René Berthelot et Marie-Hélène Salin ont proposé d'utiliser le terme *d'ostension déguisée* pour désigner une forme d'enseignement largement répandue aujourd'hui (Berthelot et Salin, 1992 ; Matheron et Salin, 2002). L'enseignant, désireux de s'appuyer sur les connaissances antérieures des élèves, propose les exercices avant la présentation du savoir qu'il doit enseigner ; il effectue un tri, parmi les réponses des élèves, pour valoriser celles qui correspondent au savoir visé sans prendre réellement en compte les autres, même s'il en relève certaines. Ainsi, l'enseignant ne présente pas le savoir mais tente de le faire formuler par les élèves.

(Mercier, 1992) pouvait montrer par exemple que dans le cadre d'un enseignement par ostension déguisée, l'organisation d'un *débat scientifique*, installée entre les élèves une compétition sociale qui est portée par l'enjeu didactique (elle est centrée sur la production de savoir, ce qui amène à la réalisation de l'intérêt commun le plus général : apprendre). L'observation d'une telle classe, les analyses conjointes de la gestion épistémologique et institutionnelle de la séquence par la maîtresse (Salin, 1997 ; Mercier, 1997 ; Schubauer-Leoni & Leutenegger, 1997), mises en relation avec l'identification des épisodes didactiques pour les élèves (Schubauer-Leoni, Leutenegger & Mercier, 2000) montre de nombreuses tentatives des élèves en ce sens (Mercier, 1998b ; Mercier, Sensevy, Schubauer-Leoni, 1998), alors même que les difficultés du professeur à maîtriser le savoir en jeu rendent leurs chances de succès plus minces - il est vrai que les bénéfices symboliques d'un succès en sont d'autant plus grands (Sensevy, 1997a). Ainsi, même dans un enseignement qui n'est pas l'effet d'un montage d'ingénierie expérimental visant à produire cet effet, des élèves partagent avec le professeur non seulement *l'intention* d'enseigner (comme je l'affirmais dans l'introduction de ma thèse) mais *certaines des gestes collectifs d'enseignement* qui sont réalisés durant le temps scolaire : une part de l'enseignement observable est coopératif et mutuel. Artigue, 1984, en avait montré la nécessité fonctionnelle mais sur ce point, les observations qu'elle en avait faites n'avaient pas été interprétées à leur valeur par l'ensemble des chercheurs en didactique et reprises comme un résultat important.

On observe ainsi que chaque mouvement pédagogique porte en avant une des dimensions existantes de l'enseignement, dans le but de changer les équilibres entre ces différentes dimensions pour répondre de manière plus efficace à certains des problèmes que pose l'équilibre majoritaire du moment : une variable est identifiée et l'on se propose d'en fixer la valeur. Mais l'effet de cet effort local sur les équilibres d'ensemble du système ne peut être étudié que d'un point de vue plus général : rien ne garantit que la répétition d'un tel procédé de recherche d'un optimum produise effectivement un équilibre ; rien ne garantit surtout qu'un point d'équilibre éventuellement atteint soit l'optimum cherché.

Ces questions ouvrent un espace de recherche inédit en didactique des mathématiques et plus largement en didactique. D'abord, parce qu'il devient possible d'identifier et surtout d'interpréter les gestes d'enseignement d'un professeur, en les comprenant comme les éléments d'une organisation technique (au sens de Mauss : une manière de faire sociale et traditionnelle) dont les variations sont l'effet de l'histoire des interactions entre tel professeur et les élèves particuliers auxquels il enseigne. C'est par exemple le cas des études que mène actuellement Jeannette Tambone, qui poursuit en thèse dans notre laboratoire l'étude qu'elle avait engagée en DEA, sur les organisations de gestes d'enseignement des maîtres de l'aide à dominante pédagogique et la manière dont ils s'apprennent. Au delà de l'action chronogénétique inadaptée du maître ordinaire, qui devait être transformée sans que l'on sache comment une telle transformation pourrait se produire, il s'agit maintenant pour elle de rendre compte de

l'organisation de l'espace d'interactions dont le *maître E* (qui propose une aide à dominante pédagogique) a la responsabilité, des enjeux que les maîtres expérimentés donnent à leur action et du type d'intervention qu'ils mènent lorsqu'ils identifient, pour l'un des élèves qu'ils aident à réintégrer les activités scolaires que leur professeur propose, ce que nous appelons *un épisode didactique* (Mercier, 1992 ; 1995 ; 1997). Les espaces de recherche ouverts par l'observation des épisodes didactiques sont inédits : en produisant des observables nouveaux sur les phénomènes dont la classe et le système d'enseignement sont l'objet, les études didactiques pourraient nourrir aussi bien des questionnements sur les personnes, sur les groupes sociaux et les organisations. Les observations d'épisodes didactiques permettent en retour au questionnement didactique de se nourrir des études menées de ces points de vue externes - qui jusqu'ici semblaient le plus souvent lui être opposables.

On ne milite pas ainsi pour une interdisciplinarité dont les réussites connues ne sont jamais que l'œuvre d'un seul chercheur, mais nous voyons, dans l'interaction possible entre ces sciences, la possibilité d'articuler des approches correspondant à ce que donnent des découpages différents d'un objet humain : les diverses sciences de l'éducation se réfèrent ainsi aux théorisations les plus générales de l'anthropologie, conçue comme science de l'homme, des organisations sociales humaines, des rapports humains au monde et de leur histoire. Les questions vives que l'on peut poser dorénavant font l'objet du travail qui s'ouvre. Elles nomment ce qu'il en est lorsque l'on pose les questions les plus générales d'un point de vue particulier - un point de vue certes très partiel, puisque nous nous intéressons seulement aux manières sociales de produire (et ainsi, de reproduire) divers *rapports* à des *objets techniques* spécifiés, les savoirs.

### **Des épisodes aux trajets didactiques, mémoires**

En donnant accès à certains effets individuels d'un système didactique, l'observation biographique a ouvert sur des recherches de type clinique, c'est-à-dire d'abord à des phénomènes dont l'observation ne nécessite plus l'intervention massive du chercheur, mais surtout à des phénomènes qu'il n'est possible d'atteindre que par le moyen d'une configuration de signes, qui fait symptôme (Foucault, 1963 ; Elias, 1991). Ceux-ci dessinent le portrait du système observé<sup>1</sup> - pour qui dispose bien sûr d'une physiologie - car ils prennent en compte la dimension temporelle de l'évolution de ce système.

Les premières approches didactiques avaient dû, pour faire reconnaître leur légitimité, payer le prix fort en démontrant d'emblée que les modélisations proposées donnaient

---

<sup>1</sup>On reprend ici l'expression de Lahire pour Tableaux de familles (1995), mais il faut évoquer surtout la thèse de Leutenegger (2000), qui présente une « Contribution à la théorisation d'une clinique pour le didactique », en montrant sur trois études de cas comment il est possible de décrire un système didactique « naturel » de manière à rendre compte de son fonctionnement et de ses domaines d'efficacité particuliers et comment une « intervention clinique » produit une petite perturbation du système dont on observe alors le retour à l'équilibre.

aux chercheurs les moyens de produire des enseignements plus efficaces que les moyens ordinairement mis en œuvre. C'est à ce prix que Guy Brousseau a réussi à créer et à maintenir une « Ecole pour l'Observation », à Talence, puis à obtenir qu'un laboratoire de recherche soit associé à l'observatoire. Le comportement et les demandes des institutions universitaires et académiques montrent qu'elles ont toujours considéré en fait que le dispositif de recherche devait donner à la demande les moyens d'enseignement que ces institutions pouvaient imaginer ; Brousseau a donc dû rendre compte de son activité de chercheur en termes d'ingénierie didactique et d'évaluation normalisée de l'effet des enseignements expérimentaux donnés à l'Ecole pour l'Observation Jules Michelet. Ce travail a permis de montrer l'insuffisance du modèle de Diénès (dominant dans les années 70) et de tester un premier modèle de l'action didactique des élèves (le modèle des situations adidactiques) sur la base duquel la recherche des classes de situations adidactiques pour les savoirs à enseigner pouvait être engagée (les situations fondamentales pour un savoir). Il a ainsi produit un corps de savoirs qui est à la didactique ce que la physiologie de Claude Bernard fut à la médecine : il fonde tous les développements scientifiques possibles de la discipline. Le parallèle est d'autant plus intéressant que l'observation de la mise en œuvre des montages produits au terme de ces études a amené Brousseau à intégrer le modèle calculable initial dans une construction théorique plus large. Ainsi, les notions de contrat didactique puis, de dévolution et d'institutionnalisation des situations adidactiques prennent en charge l'essentiel de la relation didactique qui permet l'existence des situations adidactiques.

Mais la physiologie n'est pas plus la médecine que la théorie des situations didactiques n'est la théorie de l'enseignement : à la première il manque au moins la clinique c'est-à-dire l'observation systématique et personnelle des malades, dans le but d'établir des rapports entre les effets physiologiques des maladies qu'ils portent et les symptômes divers par lesquels ces maladies se manifestent ; c'est en ce sens qu'à la seconde il manque pareillement une clinique. La clinique didactique est donc la forme de questionnement permise par l'observation systématique et personnelle des élèves et des professeurs, en situation non expérimentale, dans le but d'établir des rapports - en termes de savoirs enseignés et appris - entre les dispositions individuelles que les personnes investissent dans les situations auxquelles elles sont assujetties et les formes d'organisations didactiques que ces mêmes personnes entretiennent par leur activité. Dans le questionnement qui s'ouvre, les questions temporelles seront premières puisqu'au delà de l'observation des premiers moments d'une rencontre cognitive, il s'agira de comprendre la formation des organisations de savoirs que sont les disciplines d'enseignement dont l'étude s'étend parfois sur plus de dix ans.

### *Le travail des mémoires et du passé de l'institution*

A l'articulation entre la théorie des situations et les biographies d'élèves, les questions de la mémoire, individuelle et sociale, sont premières. Elles sont en effet directement liées à la question centrale de l'articulation des temps personnels et institutionnel, en

particulier des trois niveaux que nous avons identifiés comme le temps de l'apprentissage, le temps didactique et le temps scolaire.

Pour situer ces questions, il faut revenir rapidement aux travaux de Brousseau sur la reproduction des situations didactiques, qui l'ont amené à la notion de contrat didactique. Il avait organisé à cet effet un dispositif consistant à demander à deux enseignants de se succéder dans une même classe, pour les amener à dire explicitement, dans le temps de leur préparation commune des leçons qu'ils se partageaient, les informations qu'ils avaient mémorisées. L'hypothèse de travail de Brousseau était qu'il s'agissait là des informations indispensables à la conduite d'une succession de leçons. Mais il est devenu rapidement évident que l'enseignant qui vient de faire cours conserve en mémoire bien d'autres informations que celles dont il peut explicitement rendre compte. En effet, le professeur nouveau, qui connaissait pourtant les élèves pour avoir partagé le temps d'enseignement avec le premier intervenant, n'arrivait pas à prendre des décisions dont il puisse anticiper au moins partiellement l'efficacité. Et l'expérience de cette insuffisance n'aidait pas plus ce professeur à savoir quelles informations il aurait dû connaître pour mieux les demander, qu'elle n'aidait l'autre à se ressouvenir des informations qui seraient utiles à son collègue. A ma connaissance, ces travaux du COREM sur *l'instruction au sosie* n'ont pas été publiés, mais ils sont évoqués dans la thèse posthume de Julia Centeno (Margolinas et Centeno, 1995). Brousseau a alors constaté que ce dont l'enseignant se souvient correspond à ce qu'il doit se rappeler pour *retrouver le fil conducteur de son action* lorsqu'il la poursuit lui-même au cours d'une nouvelle séquence d'enseignement, tandis que la classe elle-même, par les élèves qui la composent et les savoirs sur lesquels ils travaillent, fonctionne comme mémoire déposée qui appelle, lorsqu'il en est besoin, les souvenirs utiles au professeur. Ainsi, la permanence relative du contrat et les temps de sa négociation font le matériau de la mémoire institutionnelle, qui est la mémoire commune des interactions professeur/élève et de leur effet ; une observation grossière montre déjà que ce phénomène est extrêmement variable selon les professeurs.

C'est sur cette base que Julia Centeno a commencé à étudier les fonctions didactiques de la mémoire institutionnelle (Brousseau et Centeno, 1991 ; Margolinas et Centeno, 1995), au delà de ce que nous avons étudié comme *les éléments pérennes du contrat* (Mercier, 1986), mais ces éléments forment le soubassement même des actions didactiques et nous les présenterons dans le paragraphe suivant. Centeno a mis en évidence les gestes par lesquels l'enseignant rappelait des épisodes antérieurs pour définir les objets du travail actuel : en nommant les objets antérieurement présentés, les actions réalisées à l'occasion de leur rencontre, les problèmes posés par leur usage ou les problèmes qu'ils avaient aidé à résoudre, le professeur aide les élèves à construire des organisations de savoirs. Car on le sait, les savoirs scolaires bénéficient de cette forte structuration, qui contraste avec l'amoncellement informe des informations (de ce fait, difficiles à mobiliser (Zagafka & Marcy, 1989)) comme avec l'organisation linéaire des textes didactiques, qui est une aide presque indispensable à l'exposition des savoirs (Rajoson, 1988a) et surtout, une aide incontournable à l'étude de leur consistance.

Mais par là même, Centeno a montré comment des formes différentes de pratique enseignante pouvaient être définies par la présence ou l'absence de « gestion enseignante de la mémoire didactique », et comment ces formes différentes étaient pertinentes, pour l'amélioration de l'enseignement des mathématiques. Cette recherche pose en effet, pour la première fois sans doute dans le cadre de la didactique des mathématiques en langue française, la question de l'action didactique du professeur et de ses effets. On n'exposera ici que cet élément essentiel, sur lequel nous reviendrons : « ... le rôle de la mémoire est de fabriquer à nouveau l'histoire de la classe (qui n'est pas du tout la somme des aventures individuelles des élèves) pour recentrer la leçon présente. L'histoire de la classe est fabriquée à partir de ce qui a été vécu et du projet d'enseignement. ». Le travail (inachevé) de Centeno représente une avancée importante dans l'identification de différentes manières de conduire un enseignement, parce que ses questions sont posées dans les cadres théoriques existants et parce qu'elles les renouvellent en profondeur. Ainsi, le travail de la mémoire didactique (qu'elle mène dans le cadre de la théorie des situations) est à mettre en rapport avec un problème que nous avons présenté dans ces lignes, l'articulation du temps didactique au temps de l'apprentissage ; mais les conclusions que Centeno en tire sont à mettre en rapport avec les études de la transposition didactique menées indépendamment par Rajoson sous la direction de Chevallard.

Cet auteur montre qu'un objet d'enseignement doit, au delà du texte dans lequel il s'insère, faire partie d'une organisation d'objets beaucoup plus vaste que le simple problème qu'il résout ou la question qu'il aide à poser précisément ; il nomme une telle organisation *un tout-structuré*, tandis que Centeno montre l'intérêt didactique d'une telle *structure*, qui est d'aider le professeur à créer une mémoire didactique forte en s'appuyant sur le système des objets du tout-structuré, qui offrent de nombreuses occasions de s'appeler l'un l'autre. C'est la première passerelle entre les deux avancées théoriques majeures de notre champ ; de nombreux chercheurs pensaient que ces avancées n'étaient pas contradictoires, et leurs auteurs eux-mêmes l'affirmaient avec quelque raison, sans jamais être allés aussi loin que Centeno. Chevallard avait pu intégrer sans difficulté la notion de contrat didactique à sa construction et cette fois, un élève de Brousseau intégrait des problèmes posés parallèlement par les théories de la transposition et du temps didactiques.

Du point de vue de la conduite des ingénieries expérimentales, il semble que les leçons de ces travaux n'aient pas encore été tirées. En effet, si la manière de traiter la mémoire didactique fait le style d'un enseignement, les observables correspondants doivent être pris comme des indices forts de l'effet d'une proposition d'enseignement. Seulement, l'observation de tels phénomènes suppose que l'expérimentateur s'émancipe des formes de questionnement issues de l'observation psychologique de la résolution de problèmes pour étudier, non plus la résolution d'UN problème, mais l'enseignement de suites de séquences : les passages d'une séquence à l'autre, les rappels, les interpellations d'élèves particuliers faisant référence à leur activité passée, les débats portant sur la reconstruction des savoirs antérieurement connus (ou l'absence de tels gestes

d'enseignement), sont alors les indices de l'existence (ou de l'inexistence) de formes fortes d'adidacticité et de leur gestion explicite par le professeur.

Cette observation a beau être l'intention déclarée de la plupart des recherches didactiques portant sur des ingénieries innovantes, pour autant, la plupart des observations ne se sont pas défaites de la forme normalisée venue de la psychologie cognitive de la *résolution de problème* et sont centrées sur les élèves. Le travail de Centeno permet de comprendre pourquoi il faudrait bien plutôt observer d'abord l'enseignement, que l'apprentissage, mais les observations cliniques de phénomènes institutionnels sont si rares, que je serais en peine d'en citer ici d'autres que celles menées par Leutenegger (2000; 2002) Coustau (1996) Quilio (2003 ; 2004). Julia Centeno s'était engagée dans une voie difficile, qui - selon Brousseau - avait rebuté nombre de chercheurs avant elle et qui n'en a pas attiré beaucoup lorsqu'elle nous a quittés.

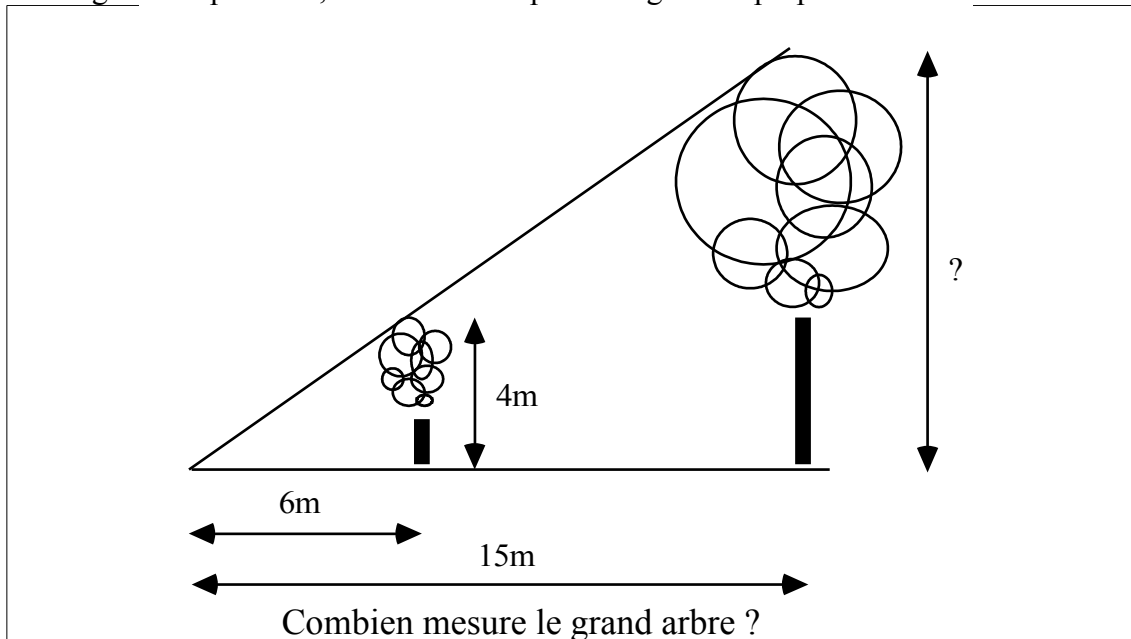
L'étude de la mémoire didactique du professeur ouvre encore un nouveau problème : comment est-il possible que les élèves se souviennent ou oublient effectivement selon ce que dit ou fait leur professeur ? La mémoire n'appartient-elle pas à la personne dans ce qu'elle a de plus intime ? Faut-il penser à une articulation entre la dimension sociale de la mémoire et sa dimension personnelle, ou faut-il comprendre que la mémoire didactique des élèves appartient aux formes des organisations scolaires relatives aux savoirs que ces organisations ont portés - tout comme la mémoire première la plus intime de chacun de nous appartiendrait à notre organisation familiale primitive<sup>1</sup>, soit par exemple aux formes d'émergence de la dyade (mère, enfant) et de sa transformation en une triade (père, mère, enfant) ? Il nous faudra sans doute séparer le lieu d'enregistrement des phénomènes passés (la mémoire morte, que constituent les souvenirs potentiels des individus) d'avec les systèmes capables d'appeler certains de ces souvenirs (la mémoire vivante, que constituent les systèmes d'objets pouvant appeler ces souvenirs - la madeleine de Proust -, mémoire qui appartient aux situations institutionnelles).

Dans de telles conditions, quels sont les objets qui font signe ? Qui en possède la maîtrise ? Comment des élèves (ou d'anciens élèves) peuvent-ils acquérir cette maîtrise et se rappeler de manière autonome ? C'est l'objet des recherches de Matheron (2000; 2002) et maintenant, de ses étudiants (Araya, 2005). Au cours d'une étude sur la transposition didactique du théorème de Thalès (Matheron, 1994), il s'était aperçu que selon une enquête internationale les élèves français réussissaient mieux certains exercices relatifs à ce théorème... un an avant qu'il ne soit enseigné ! Au point qu'ils se classaient sur ces questions parmi les tout meilleurs mondiaux. Or, les évaluations réalisées après enseignement montrent un taux de réussite bien moins important. Matheron a alors montré que la proposition d'enseignement par ostension déguisée que l'on trouvait dans l'ouvrage de Troisième (9e année) le plus communément utilisé par

---

<sup>1</sup> Et se perdrait avec son évolution normale : il n'en resterait que ce qui appartient à la mémoire familiale commune et vivante.

les professeurs s'appuyait sur la connaissance première de l'exercice et de sa solution, c'est-à-dire que les professeurs expérimentés connaissent le phénomène sans pourtant qu'ils ne s'étonnent jamais (ni leurs élèves) qu'on enseigne un théorème qui permet de résoudre un exercice que l'on sait résoudre (par un raisonnement fondé sur l'hypothèse de la proportionnalité des grandeurs mises en relation). Pourtant, l'enquête montre que la figure ci-dessous est présente (sous une forme plus ou moins raffinée quant à la ligne de visée des sommets de deux arbres statues ou piquets) dans des ouvrages de l'enseignement primaire, comme « exemple d'usage de la proportionnalité<sup>1</sup>. »



Mais le plus étonnant était sans doute que les résultats de l'enquête internationale qui est à l'origine de l'observation n'avaient pas été publiés en France. Ainsi, non seulement le professeur pouvait commander absolument à la mémoire des élèves, faisant dans une même leçon exister des objets et les savoirs associés, afin de les présenter, puis les faisant oublier, pour enfin proposer une nouvelle organisation de ces savoirs dans laquelle la propriété géométrique préconstruite se trouvait énoncée solennellement et nommée d'un des rares noms de mathématiciens qui font mémoire dans la culture de chaque génération : Thalès de Milet. Et dans le même moment, le système d'enseignement (ici, l'INRP) *oublie* de publier les résultats d'une évaluation internationale, qui pourraient dénoncer le procédé : celui-ci est-il donc inscrit dans l'inconscient mathématique de tous ? Selon Brousseau, « le principe fondamental de la théorie des situations consiste à définir une connaissance par son rôle dans une situation », mais rares sont ceux qui avaient fait une expérience aussi concrète et complète de la puissance de ce principe : la mémoire elle-même est inscrite dans la situation. Il faut alors considérer que les fonctions différentes des savoirs et les changements de statut des savoirs dont cette théorie traite correspondent aux mémorisations et aux oublis. Centeno a commencé d'explorer - du point de vue du

<sup>1</sup> On trouve par exemple ce schéma dans Johsua & Maurin (1993), au chapitre *Proportionnalité*.

professeur - le système des mémoires didactiques que nous avons ici identifié, à sa suite. Mais ce système peut aussi être abordé du point de vue de l'observation biographique : tout comme l'inconscient est un système mémoriel qui se révèle par le biais des *lapses* - où l'on observe l'organisation des signifiants qui font signe pour l'inconscient - le système des mémoires didactiques se révèle par le biais des erreurs dans l'usage des objets qui, en classe, font signe : *les ostensifs*. L'étude de l'écologie des systèmes d'ostensifs développée par Bosch (1994a) correspond donc à une approche de ce que Centeno nomme *la mémoire permanente du système*. Cette *mémoire* permet au système de fonctionner à minima, éventuellement sans appel à d'autres systèmes mémoriels ; du point de vue didactique c'est une manière particulièrement économique, parce qu'elle donne un contrat didactique stable, sans ruptures (le professeur peut à tout moment faire appel au passé inscrit dans la manipulation routinière des ostensifs, les élèves peuvent sans crainte s'appuyer sur les routines enseignées pour décider des actions à mener), mais cette manière mémorielle donne un fonctionnement didactique particulièrement rigide et étroit, que l'on qualifie traditionnellement de *scolaire* au sens péjoratif du terme. De plus, puisque toute action à venir est inscrite dans le passé ou furent produits les ostensifs manipulés, une situation nouvelle ne peut produire un apprentissage inattendu : *aucun obstacle épistémologique ne peut être abordé et franchi par un tel procédé didactique*. On peut maintenant comprendre comment le travail sur les systèmes d'ostensifs, les manipulations qu'ils supportent et les non ostensifs qui leur sont associés, constitue l'objet même de l'étude des savoirs.

Dans les situations portées par une institution, les mémorisations et les oublis peuvent ainsi être décrits comme des apparitions et disparitions d'objets : la mémorisation est appelée par l'introduction d'objets et des sensations qui leur sont associées (en général, auditives et visuelles, mais aussi tactiles ou même olfactives) ; ces sensations ont pour fonction d'activer des actions enregistrées en mémoire - ce sont *des ostensifs*. Les ostensifs montrent donc des actes matériels (y compris des actes de langage) mais aussi des actes de pensée - *des non-ostensifs* - (Chevallard 1994 ; Bosch, 1994a). De même, la disparition des ostensifs crée, semble-t-il, l'oubli personnel des élèves, dont la plupart ne se rappelleraient jamais que de ce qui leur est ainsi indiqué : c'est ce qu'étudie Matheron en les analysant comme des phénomènes de *mémoire collective*, se référant ainsi précisément à la théorie des cadres sociaux de la mémoire (Halbwachs, 1925). Les décisions d'un professeur de Terminale S (un professeur de Terminale expérimenté, reconnu par sa hiérarchie et bien installé dans son métier) et de ses élèves en difficulté sont étudiées afin de vérifier plusieurs hypothèses :

- Premièrement : le professeur manipule la mémoire institutionnelle chaque fois qu'il en éprouve la nécessité pour faire progresser son enseignement (en particulier, à l'occasion des corrections d'exercices qui en constituent l'essentiel). Il confond donc le temps et les gestes de l'enseignement avec le temps et les gestes de l'étude que devraient mener les élèves, ne leur offrant pas d'espace adidactique pour une action autonome, produisant un enseignement marqué par une forte *urgence didactique* : toujours, les élèves devraient déjà avoir formé le rapport attendu aux objets qui leur sont proposés

dans les exercices. Un tel phénomène serait un effet ordinaire de l'enseignement, renforcé aujourd'hui par la généralisation de l'enseignement par ostension déguisée (Salin et Berthelot, 1994; Matheron et Salin, 2002), qui produirait un habitus d'étude unique pour toutes les situations didactiques : l'institutionnalisation des savoirs à apprendre au terme d'un épisode didactique est toujours laissée à la responsabilité des élèves. Ceux-ci ne peuvent que rarement l'assumer, c'est pourquoi le professeur se trouve dans le cas de corriger les exercices en montrant le type d'usage des savoirs qui a été implicitement présenté comme s'il avait été enseigné : « vous auriez déjà dû apprendre cela, si vous aviez correctement étudié » dit ou semble dire le professeur.

- Deuxièmement : certains élèves sont en difficulté et n'apprennent pas, parce qu'ils sont si bien assujettis à ce fonctionnement didactique sans mémoire, qu'ils ne retravaillent pas par eux-mêmes leur passé didactique, même immédiat. Or, cela interdit aux élèves de s'emparer du contrôle des décisions qu'ils doivent prendre et de se libérer des situations dans lesquelles ils ont été enseignés (cette remarque reprend les conclusions de Leutenegger, 1999). Faute de la possibilité d'appeler leur passé - ce qui suppose un travail d'organisation mémorielle dont ils laissent la responsabilité au professeur - ils se privent de celle d'anticiper sur leur avenir et deviennent absolument aliénés par un système qui porte seul leur passé. Ils sont dans la situation de ces acteurs sociaux qui n'imaginent pas l'avenir, parce que les décisions qui engagent cet avenir n'ont jamais dépendu de leur volonté : les événements qui les concernent adviennent comme s'ils étaient écrits depuis toujours quelque part. Ceux-là consultent les voyants et les astrologues (l'avenir se devine), jouent aux jeux de hasard (parier pour gagner est la seule forme d'investissement raisonnable), etc. : ils s'interdisent le calcul et pour cette raison ils ne voient jamais ces occasions de décider et d'agir que les puissants nomment d'un terme de manager, « les opportunités ».

Troisièmement : pourquoi les systèmes didactiques produisent-ils de façon répétée de tels élèves ? On pourrait penser en effet que les élèves de Terminale S ont justement été sélectionnés sur leur aptitude à supporter ce type d'enseignement, et que cette aptitude est une compétence générale d'élève. Il semble au contraire que ce ne soit pas le cas et qu'elle soit liée à chaque organisation d'objets de savoir, à chaque nouvelle étude. Si cette aptitude doit être reconduite à chaque niveau de l'étude, alors c'est une propriété éminemment didactique (elle est relative au savoir en jeu dans la relation didactique) et non une propriété cognitive ou institutionnelle (elle n'est pas relative à la personne ou au sujet didactique, l'élève). Cela signifie soit, que les formes de l'étude dépendent fortement des objets de l'étude, plus fortement encore que ne l'imaginaient la plupart des didacticiens, soit, que les trajets personnels des élèves donnent des organisations de savoirs suffisamment diverses pour être sélectionnées par l'apparition d'objets dont l'enseignement demande une réorganisation profonde, alors qu'elles semblaient suffisamment voisines pour donner des succès semblables jusqu'à présent. C'est tout un nouveau domaine de recherches qui s'ouvre ici à des études comparées.

### **Des épisodes aux trajets didactiques, identités**

Quelles doivent être les propriétés d'un enseignement, pour qu'il soit efficace envers le plus grand nombre des élèves auxquels il est destiné ? L'un des phénomènes que Centeno avait remarquablement identifié était relatif à la nécessité, pour un tel enseignement, que l'enseignant puisse aider les enseignés à s'emparer des situations didactiques qui leur sont proposées. Cela suppose qu'il arrive à organiser l'émergence de savoirs portés par l'histoire didactique personnelle des élèves, alors même que ces savoirs ne figureraient pas dans sa culture personnelle. Dans de telles conditions chaque élève est personnellement fait ignorant de ce qu'il doit apprendre et le professeur renonce à contrôler a priori ce qui est effectivement appris, à chacun des épisodes didactiques qui s'ensuit. Pour autant, le professeur demeure plus que jamais seul responsable de ce qui est enseigné - mais ce qui est enseigné ne recouvre ni ce que les élèves ont à s'enseigner par eux mêmes ni ce qui est appris.

Sensevy (1994), partant d'un autre espace théorique et ignorant les recherches de Centeno qui n'étaient pas publiées en 1992-1994, en arrive à une conclusion semblable en expérimentant la possibilité d'une telle position professorale. Mais sa tentative correspond à une relation didactique tout à fait exceptionnelle et nous ne connaissons pas d'observation naturelle de phénomènes de cet ordre en dehors peut être du travail de Fluckiger (1999). Le cas général est tout autre et nous nous intéressons ici à ses effets. Car ce que le professeur et l'enseignement qu'il organise ne prennent pas en charge est néanmoins nécessaire à l'apprentissage : nous devons donc faire l'hypothèse que pour réussir, les élèves doivent prendre à leur compte l'essentiel de ce que le professeur a omis. Certains seulement y réussissent et pour les autres, nous devons étudier la manière dont les carences didactiques influent sur les organisations cognitives qu'ils produisent. Tel est le sens des recherches que présentées dans la dernière partie de ma thèse, lorsque les épisodes observés sont interprétés comme l'effet des choix compensatoires différents que différents élèves avaient réalisés : ces choix apparaissaient alors comme des dispositions propres à ces élèves ; je considérerais plutôt aujourd'hui, suivant en cela l'idée fondamentale d'Elias (1991) qu'ils étaient l'effet des interactions entre ces élèves et les situations qu'ils avaient vécues, et des réponses adaptatives qu'ils avaient dû produire. C'est pourquoi il semble utile de revisiter ce travail en exposant rapidement l'étude biographique de Sabine tout en renvoyant à la thèse (Mercier, 1992) sur la méthode de production des observables.

#### *La formation des stratégies, les biographies des sujets*

Cette élève de Première S d'un lycée marseillais du centre ville se trouve, lors de la première interrogation de l'année, en grave difficulté avec une note de 1,5/20. C'est pour elle d'autant plus dramatique qu'elle a choisi cette section contre l'avis familial ; elle en pleure et le professeur embarrassé traite le problème en l'envoyant à la permanence d'observation, où elle expose rapidement sa situation puis répond avec soin au questionnaire standard qui permet de connaître le rapport des élèves aux principaux

gestes d'élève (suivre un cours, faire des devoirs, apprendre des leçons, faire des exercices, corriger des exercices, venir au tableau, etc.) et quelques éléments biographiques (redoublements, matières préférées, professeurs appréciés, etc.) Elle répond favorablement à la proposition d'aide, consistant en quelques entretiens sur les difficultés que révèle sa copie et les moyens d'y remédier. Les signes d'une fragilité particulière de cette élève sont présents et dressent peu à peu le portrait d'une élève qui a trouvé le chemin d'une certaine réussite en mathématiques, dans la dernière année de l'école élémentaire puis au collège, sans toutefois que les compétences qu'elle a développées à cet effet ne lui aient permis de construire un corps de moyens d'étude capable de résister aux secousses que produisent les méthodes traditionnelles de l'enseignement des mathématiques dans les « bonnes classes », en France (en particulier, le fait qu'en début d'année une interrogation écrite difficile est supposée engager les élèves à se mettre rapidement au travail). Un questionnaire posé à tous les élèves venus à la permanence d'observation (tenue une demi journée par semaine, dans l'établissement, à l'intention de la Première S) permettait de cerner leur rapport personnel aux objets didactiques en demandant par exemple ce qu'est, pour eux, un bon professeur, ou quels sont les moyens sur lesquels ils se sont appuyés pour réussir en mathématiques, jusqu'à ce jour. Sabine y a répondu, lors de sa première visite.

Pour mieux réussir en mathématiques, il faudrait, dit-elle, « que les exercices en classe soient tous corrigés, et que les leçons soient très claires. » (je souligne). Elle précise même : « Ne pas faire du bla-bla, aller à l'essentiel, les moyens techniques ». Ce qui la gêne le plus dans son travail et l'empêche de réussir, c'est d'abord « le bruit en classe » puis « des leçons complexes » et enfin « pas d'exercices, ou alors une tonne ».

Elle ne cite aucun enseignant comme responsable de sa réussite et elle précise qu'en Quatrième, c'est la matière elle-même, qui l'a amenée à faire des mathématiques sa matière préférée. Mais sa relation au savoir n'existe qu'au travers du cours du professeur : elle apprend la leçon et elle applique les résultats que la leçon contient. Mettons face à face les deux listes de ses réponses aux questions suivantes : « Qu'est-ce que, pour vous, un bon professeur ? » et « Qu'est-ce que, pour vous, un mauvais professeur ? » :

Un bon professeur :	Un mauvais professeur :
— déjà il faut qu'il soit proche des élèves	
— sévère mais sympathique	— sévère
— pédagogue (très important).	
— tenir la classe	— classe perturbée
— programme organisé.	— brouillon
— leçon claire	
— exercice de difficultés progressives.	— pas d'exercice ou une tonne d'exercice.
— s'intéresser à nous.	— qui ne s'intéresse pas à nous

Nous voyons d'abord que certains points sont redoublés. Par exemple, la progressivité des exercices et leur quantité (pas trop, pas aucun), par lesquels l'enseignant gère le

travail des élèves et leur progression. La leçon « claire » se déroule dans une classe silencieuse, tenue en main, non perturbée : ce sont les conditions d'efficacité de *l'attention* que nécessite une leçon que l'on suit. Le bon professeur doit suivre « un programme (de cours) organisé » et ne pas « être brouillon<sup>1</sup> », ce qui permet à l'élève de se situer dans la progression et donc, de *suivre* ses études. La dernière réponse de Sabine, sur la difficulté des exercices, doit être mise en relation avec la demande que le professeur donne des exercices de *difficulté progressive*. Ils doivent donc être assez difficiles, pour que Sabine puisse se sentir progresser, mais adaptés à son niveau personnel car, nous l'avons montré dans le travail sur le temps didactique, il faut que la progression ne laisse pas l'élève sur place, pour qu'elle soit effective. C'est donc, pouvons-nous penser, qu'elle appelle un professeur « pédagogue » celui qui assure *un espace-temps didactique conforme*. Il faut encore que le bon enseignant soit « proche » des élèves, ce que nous pouvons encore interpréter dans le cadre de la théorie du temps didactique comme une inquiétude sur la progressivité de l'enseignement, et sur la convivialité que donne une avance faible du cours de l'étude sur le point où se situe l'élève. C'est pour elle une question d'autant plus importante que dans la position qu'elle a prise, l'enseignant est l'intermédiaire obligé entre elle et le savoir.

Pour cette élève, qui manifeste cette dépendance-là à la position institutionnelle d'enseigné, l'espace de liberté est bien réduit et la moindre hésitation dans la gestion de la relation didactique crée, pour Sabine, la rupture. Car la seule arme d'une telle élève, dépendant absolument de la position d'enseigné, est bien *d'apprendre les leçons*. Il ne lui reste ensuite qu'à veiller à ce que le système marche selon les règles, en espérant que le professeur sache être plus souple dans la position d'*enseignant* qu'elle ne l'est comme *enseigné*. C'est au professeur en effet de négocier sans casse les moments délicats dans un système qui n'a, pour l'élève, aucune souplesse. Voici comment ce premier jour Sabine raconte ses problèmes :

...Je pouvais pas aller plus loin, je comprenais pas que le signe était dans ce sens (elle écrit < ) je croyais le contraire, on me disait on va minorer en majorant le dénominateur, et je pensais non c'est plus grand puisqu'on a majoré au départ. Le mot majorer pour moi c'était que c'était donc plus grand, j'aurais pas pensé majorer pour ça. Donc c'est des trucs comme ça qui me bloquent. Des questions qui arrivent en plus. **En plus de la leçon**, et...

— Et ça vous arrive souvent, ça vous bloque souvent ?

— Oui.

Ces questions, qui arrivent « en plus de la leçon », arrêtent sa progression, pense-t-elle. Elles ne font pas, pour elle, partie du travail normal de l'étude ; elles ne forment pas la part personnelle qui lui est laissée ; elles ne définissent pas l'espace qu'elle doit normalement occuper dans l'organisation de la progression générale. Sabine aurait dû apprendre que «  $1/4 < 1/2$  parce que  $4 > 2$  » (en majorant 2 on minore  $1/2$ ), alors que ces deux faits étaient pour elle, jusqu'à présent, disjoints. La technique de recherche de majorations impose en effet l'émergence d'une relation nouvelle, entre l'ordre de deux

---

<sup>1</sup> Ce sont les mots que trouvent les élèves de tous niveaux et de tous pays pour décrire *le texte du savoir*. Sabine nous donne un exposé tout à fait ordinaire sur les caractères d'une organisation du temps didactique fair play pour l'élève, mais tous les élèves ne sont pas aussi attentifs qu'elle à ce que le jeu soit absolument régulier.

nombres et celui de leurs inverses. Cette relation était peut-être un énoncé du cours ou même un requis des années antérieures mais, pour des raisons qu'il faudra déterminer, Sabine ne l'a pas identifié comme théorème faisant partie d'une leçon et elle ne peut pas l'apprendre « en plus de la leçon ». C'est donc que jamais jusqu'à présent la leçon n'a semblé, pour elle, comprendre de tels énoncés. Sans doute, Sabine ne se permet-elle jamais de retravailler d'elle-même des énoncés qu'elle a mémorisés, pour en changer le statut ou pour les intégrer dans de nouvelles organisations de savoirs : nous avons donc un symptôme.

Notre attention attirée par celui-ci, un examen plus approfondi nous montre même que nous disposons d'une configuration de symptômes et que nous pouvons esquisser *un tableau*, qui soutient l'interprétation que voici. Sabine a choisi, pour réussir en mathématiques, la géométrie. Dans ce domaine en effet, il faut utiliser des propriétés normalisées pour produire un discours argumentatif sur les propriétés d'une figure et il est possible de s'atteler à de telles tâches en apprenant les définitions et les théorèmes. Tandis qu'en algèbre ou dans les résolutions de problèmes, le cours ne donne pas les éléments à articuler puisqu'ils sont relatifs aux situations physiques, économiques, chimiques, astronomiques, sociales ou même mathématiques que les énoncés évoquent : il n'y a donc là, pour Sabine, rien à apprendre et sur quoi appuyer une action raisonnée. *Cette « disposition » stratégique est particulière à Sabine*, elle fait son identité d'élève en mathématiques, elle résulte d'un choix personnel dont il semble que nous ne puissions pas rendre raison en nous cantonnant strictement dans un cadre didactique, bien que nous puissions rendre compte précisément de ses effets didactiques. En effet, l'investigation peut maintenant produire des signes supplémentaires qui pourront confirmer ou infirmer ce premier diagnostic. Même, les effets de l'intervention qui devient possible nous apporteront des éléments qui nous permettront d'avancer dans la thèse le terme de *clivage didactique d'objet* (Mercier, 1992). Ce clivage fonctionne ainsi : Sabine choisit la géométrie comme son alliée, contre l'algèbre, en s'appuyant sur une stratégie qui lui réussit bien dans ce domaine : elle apprend les théorèmes pour les utiliser dans des démonstrations. Comme c'est le cas dans le phénomène psychique de *clivage d'objet* par lequel un conflit trouve une solution par deux projections psychiques opposées sur un *bon objet* que l'on s'allie et un *mauvais objet* que l'on rejette (Laplanche et Pontalis, 1973), un conflit de Sabine (sans doute, entre elle qui veut réussir en mathématiques et sa famille qui, dit-elle, pense qu'elle ne devrait pas réussir longtemps) trouve une solution par deux projections opposées sur l'algèbre (où l'on ne peut rien faire par soi-même) et la géométrie (où l'on peut s'aider des théorèmes, que l'on apprend). Cependant, l'interprétation didactique ne nécessite pas l'identification du conflit originel et encore moins la détermination de son lieu (psychique, cognitif, social, ou didactique) : il lui suffit de connaître la manière dont ces déterminations externes *se convertissent* en phénomènes didactiques identifiables. Il importe à l'interprétation didactique de savoir, en revanche, si des phénomènes didactiques identifiés ont ou n'ont pas une origine didactique.

*La permanence des rapports aux objets*

L'exposé de cette recherche donne une idée de la manière dont une méthode d'observation informée par une théorie du fonctionnement des systèmes didactiques peut aider à construire une sémiologie, qu'il reste à associer aux comptes-rendus de cas (par lesquels la compétence à juger d'un *tableau clinique* se transmet).

Mais nous pouvons aussi rendre compte de la rigidité de la réponse didactique construite par Sabine : son adaptation s'avère aujourd'hui absolument insuffisante. Pourtant, elle lui a longtemps donné une réussite supérieure à celle de ses camarades de classe, parce qu'elle avait trait à la géométrie qui est, dans l'enseignement français des mathématiques, la part noble et fortement valorisée tant que l'enseignement de l'analyse, qui repose tout entier sur des pratiques algébriques, n'a pas été engagé ; ce qui commence justement avec la Première S, où entre Sabine. On peut alors confronter ce résultat de l'analyse biographique au travail d'analyse institutionnelle de Ratsimba-Rajohn (1992), qui montre comment l'enseignant laisse vivre ensemble plusieurs formes du rapport à un objet, dont l'une seulement sera validée par la suite.

Dans le cas des dispositions stratégiques relatives aux manières d'étudier, qui nous intéressent ici, le développement de stratégies contraires n'est apparemment régulé que par la sélection progressive des formes les plus efficaces dans la suite des apprentissages demandés, lors des interrogations de bilan dont il semble que ce soit une fonction essentielle. Ainsi, pour faire cette fois travailler une métaphore biologique de l'apprentissage, je dirai qu'une adaptation qui réussit trop aisément élimine radicalement des adaptations concurrentes, ce qui laisse désarmé devant la nécessité d'une nouvelle adaptation demandant un impossible retour en arrière<sup>1</sup>. Une sur-adaptation triomphante est bien plus dangereuse qu'une adaptation partielle qui conserve la richesse de nombreux possibles et j'ai pu montrer par exemple que les bons élèves de classes où peu de mathématiques s'enseignent (des BEP Agricoles) ne supportent pas les variations du contrat didactique relatives à un savoir donné (Castella et Mercier, 1995). Ce manque de plasticité engage le professeur qui veut préserver les réussites à installer un contrat particulièrement rigide dont certains effets néfastes ont été observés (Mercier, 1995c).

*On développe ainsi deux nouveaux thèmes de recherche sur le problème de l'espace-temps didactique, ils permettent de définir, dans le cadre théorique de la didactique des mathématiques, des gestes d'enseignement ou d'apprentissage : la sélection, par un professeur, d'une situation ancienne apte à inscrire un savoir dans l'histoire institutionnelle de la classe, est un geste d'enseignement, qui commande à l'organisation future des savoirs enseignés ; la sélection, par un élève, d'une manière d'étudier apte à assurer sa réussite, est un geste d'apprentissage, qui peut déterminer une déviation de la trajectoire personnelle de cet élève dans l'institution. Ces gestes répondent localement au besoin d'un acteur du système didactique, ils lui semblent*

---

<sup>1</sup> L'histoire de Néandertal semble montrer qu'une sur-adaptation peut devenir, à terme, mortelle.

nécessaires et adéquats mais ils vont peser lourdement sur sa biographie ou sur l'histoire de l'institution.

C'est alors que l'on peut commencer à rendre raison des effets d'une décision personnelle - qui semble l'effet d'un hasard parce que nous n'en savons pas le motif - et à comprendre comment une décision peut être à l'origine d'effets importants et inattendus. Mais si des motifs externes pèsent en permanence sur les décisions prises par un acteur, les occasions de peser sur une décision ne leur manqueront pas. On peut alors imaginer qu'ils s'avèrent en fin de compte déterminants : c'est en ce point que la notion de régulation d'un système devient centrale, comme l'a montré l'analyse a priori du jeu du professeur menée par Brousseau (1995a), rejoignant à sa manière les travaux sur ce thème venus des Sciences de l'Education (Bonniol, 1989 ; Sensevy, 1994 ; Ravestain, 1994) qui visent à comprendre la production des permanences comme réalisation d'un équilibre plus ou moins fragile sur la trajectoire recherchée - selon l'effort exercé, l'inertie du système et la répartition des pesanteurs.

Les avancées principales sur ces questions appartiennent au champ des études sur le contrat didactique, ses ruptures, ses éléments pérennes, ses effets différentiels. Elles sont venues des études de l'enseignant menées par les étudiants de Brousseau comme « étude du jeu du professeur » et le travail sur l'articulation de la mémoire institutionnelle aux mémoires individuelles des élèves vient montrer des phénomènes nouveaux. Ainsi, dans l'enseignement par ostension étudié par Ratsimba-Rajohn, ou par ostension déguisée identifié par Berthelot et Salin, nous montrons le lien de « l'invention institutionnelle de mémoire » et des « effets de contrat », et comment ce lien permet au professeur de *montrer la manière de faire* et de mettre en place, localement, un enseignement de techniques sans qu'il doive encore discourir sur les techniques dont il démontre le fonctionnement : un enseignement par frayage. Nous avons aujourd'hui accès, grâce à l'approche biographique, à la compréhension de phénomènes de *régulation didactique*. Le contrat n'est plus, pour nous, un terme général servant d'explication universelle : ses points d'appui se démontent, ses lois se démontrent et s'observent.

### **Les jeux de langage entre notions et notations, l'enseignement comme action conjointe de régulation de ces jeux.**

#### **Le problème, du point de vue didactique**

Nous observons depuis longtemps de nombreuses classes de mathématiques. Les classes auxquelles nous référerons ici sont des CP (première année primaire), observées

chacune trois fois par an, durant deux ans<sup>1</sup>. Une observation systématique nous a permis de progresser dans une enquête à propos d'une classe particulière, que nous désignerons par son code dans notre recherche<sup>2</sup>, la classe 13. Nous l'avons choisie parce qu'elle avait a priori des conditions favorables à l'observation d'une assez grande réussite de nombreux élèves : professeur expérimenté reconnu pour ses qualités pédagogiques, élèves de milieu social moyen, cours double CP-CE1, effectif relativement léger (8 élèves de CP en 2003-2004). L'expertise du professeur est attestée, tant en français qu'en mathématiques, bien que lui se considère plus à l'aise en lecture-écriture. La progression relative des élèves en lecture et en écriture y est remarquable, mais la progression des élèves en mathématiques n'est pas ce qu'on attendait puisqu'elle est seulement « dans la moyenne ». Cette classe est donc l'une de celles qui nous posent une énigme, puisque les caractères sociologiques et culturels des élèves comme du professeur y sont bons, puisque les pratiques didactiques du professeur comme des élèves semblent y être de qualité et que ces pratiques n'ont pas les mêmes effets dans les deux disciplines de notre observation. Nous avons donc repris les premières descriptions de cet enseignement dont nous disposions (Assude et Mercier, 2006) pour tenter de voir ce qu'il en était en reprenant l'enquête et en tentant de l'étendre à nos autres observations. Nous commencerons par évoquer l'analyse de la deuxième séance de mathématiques observée dans la classe 13. Nous y observons en effet un phénomène plutôt rare : l'expansion du milieu, qui augmente l'incertitude des élèves alors que la plupart des effets de contrat sont fondés sur une réduction de cette incertitude par réduction du milieu.

### **La régulation de l'activité des élèves**

L'action des élèves dans le milieu produit leur *incertitude*, par laquelle le professeur *régule* l'activité commune (Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni, 2000) et désigne aux élèves quelque chose de l'enjeu de la relation didactique. La production d'incertitude est donc nécessaire. En principe, le bon professeur la maîtrise par réduction/expansion du *milieu*. Ce phénomène est croyons nous l'effet d'une contrainte qui sonne comme un paradoxe : « Pour enseigner quelqu'un il faut d'abord *le faire ignorant* de ce qu'il va apprendre. » (Mercier, 1992 ; 1995). Socrate nommait *aporie* (Platon, dialogue du Ménon) ce moment de la recherche de la vérité où l'élève est en position d'apprendre parce qu'il ne peut plus tenir dans son erreur et reconnaît son ignorance : « Enfin, Socrate, je ne sais pas ! » s'écrie ainsi l'esclave qui disait d'abord que pour doubler un carré de côté deux et d'aire quatre, il faut doubler son côté puis, constatant que l'aire devient alors seize, proposait que l'on ajoute un à chaque côté et à qui Socrate répondait en demandant de compter l'aire pour lui faire constater que ce n'était toujours pas la valeur huit cherchée (on trouve neuf en effet). « Constate toi-même quel grand pas il a

1 Recherche « ... »

2 Nous rendons compte par ailleurs de nos résultats : Sensevy et al, (2006). L'action conjointe...

fait sur le chemin de la vérité qui est en lui. » fait alors remarquer Socrate à Ménon. Car l'ignorance reconnue désigne la vérité devenue nécessaire, dont chacun est porteur.

Pour notre part, nous tentons seulement de comprendre la transmission du savoir, qui n'est certes pas la vérité ; mais, comme la vérité et à la différence de la vertu, le savoir peut être enseigné. Le phénomène d'aporie peut être désigné dans le cas de la *dévolution* d'une *situation adidactique dont le milieu est antagoniste*, parce que le rapport de l'élève au problème n'y est plus déterminé par le système des intentions que l'élève attribue au professeur et parce que les réponses que l'élève trouvera (au terme de la coopération engagée avec les autres élèves sous la direction du professeur), seront nécessaires à l'action réussie et optimales pour le problème posé par l'action dans ce milieu : la vérité que porte cette situation, qui se rencontre par la résolution des contradictions que l'action soulève (Ratsimba-Rajohn, 1992).

Souvent donc, les professeurs qui savent que les élèves rechignent d'autant plus à « rencontrer leur ignorance » et qu'eux-mêmes ne disposent pas d'une connaissance assurée des situations pertinentes pour produire des contradictions productives, préfèrent jouer un jeu didactique consistant à poser une question très large et à se proposer aussitôt comme aides à l'étude de cette question, dans un geste d'accompagnement. Ils précisent l'objet et l'enjeu de l'étude au fur et à mesure de la demande des élèves, en une sorte d'effet de réduction progressive de sa matière par négociation de son enjeu et se posent en *médiateurs* du rapport à un milieu trop indifférencié pour apporter une quelconque contradiction et produire une aporie. *L'effet Topaze* caricature une de ces manières de faire, il apparaît lorsque le professeur est poussé à bout sur cette voie. On peut dire, dans cette figure extrême, que le professeur « souffle la réponse » et il en va ainsi chaque fois que la réduction de l'incertitude nécessaire au maintien du jeu didactique avec un ou plusieurs élèves conduit le professeur à *transformer l'enjeu didactique* de la tâche initiale. Cela provoque la disparition de la capacité de cette tâche à produire de l'ignorance tout en sauvant les apparences par la conservation du succès attendu : l'attribution de savoir à l'élève dont l'action réussit est indue, sans doute, mais elle demeure possible et c'est cela qui compte. D'autres fois, et c'est un procédé plus subtil dont la caricature est *l'effet Jourdain*, les professeurs précisent progressivement le systèmes des objets ou la classe des actions à disposition des élèves, ce qui *indique* de plus en plus précisément la tâche à laquelle la réussite est attendue. On peut dire qu'à l'extrême « le professeur se déclare satisfait d'une réponse sans objet ». On observe donc une réduction du milieu de l'activité qui transforme, parfois à l'insu de tous, son contexte épistémologique et réduit à rien le sens de la connaissance produite. L'attribution de savoir est tout aussi indue, mais là encore elle est possible ce qui a encore cet effet pratique : l'enseignement peut continuer.

### **La régulation en situation ordinaire**

Par définition, la régulation d'une situation didactique devrait cependant permettre de *maintenir le problème* dont la connaissance visée est solution, qu'elle produise une amplification ou une réduction de l'incertitude des élèves. Alors que, nous le savons, *la régulation par l'intervention dans le milieu d'une situation adidactique* change la *situation* et par là, l'orientation de l'*activité* des élèves : seul demeure alors le contrat qui demande aux élèves d'agir efficacement dans (et non plus contre) le milieu pour savoir, les effets des conditions adidactiques sont perdus. Nous savons en effet, à la fois par les analyses a priori et par les observations réalisées, pour l'enseignement élémentaire en France, à l'Ecole Jules Michelet de Talence et dans quelques autres lieux d'expérimentation, que les différents jeux adidactiques permettent aux élèves de savoir faire, de savoir dire comment on peut faire et de savoir qu'ils savent.

Seulement, la technique d'enseignement proposée dans les ingénieries de recherche suppose que le professeur ait identifié par avance le milieu d'une situation relative à un enjeu de savoir déclaré et qu'il le construise progressivement, par expansion, en installant d'abord un jeu sans enjeu de savoir, puis en jouant sur les variables didactiques du jeu pour le rendre plus large et problématique. C'est ainsi que sont construites les situations proposées par Brousseau, tandis que *la régulation par l'intervention sur le système des objets donnés aux élèves* transforme leur *tâche* et aboutit aux effets Topaze ou Jourdain en maintenant officiellement l'enjeu initial alors que le professeur demeure seul à le porter.

On sait observer l'adidacticité en situation ordinaire, pour tel élève ou tel autre, depuis que les travaux de Mercier (1992 ; 1997 ; 2000) et Sensevy (1994 ; xxxx) ont conduit à l'identifier. Cependant, bien que ces travaux n'aient pas permis de reprendre la notion de *milieu d'une situation adidactique* en l'adaptant au cas des situations didactiques ordinaires, qui n'ont pas une part adidactique assurée (Mercier, 1993), ils ont permis de montrer que la mise en place des conditions de l'activité des élèves constitue un milieu qui n'est pas précisément défini en général : le phénomène est désigné aujourd'hui comme celui de *la construction de la référence* (Schubauer-Leoni et al, 2005 ; Sensevy et al, 2006). Celle-ci se construit le plus souvent dans le cours des interactions didactiques, par réductions successives des éléments matériels et épistémologiques à disposition et par tri dans les propositions ou interprétations apportées par les élèves. On connaît le format d'échanges correspondant : les élèves proposent « tous azimuts », le professeur dispose et oriente peu à peu les élèves en désignant celui d'entre eux qui a pris la bonne direction - celle qu'il a prévue.

Quoi qu'il en soit, le professeur passe toujours un temps important à mettre en place des situations comprenant un jeu dans un milieu (Schneider et Mercier, 2005), jeu au cours duquel les élèves pourront développer une activité orientée, en principe, vers la production de savoirs. Cela peut donc être générateur soit, d'une incertitude qui s'avèrera inutile pour définir l'enjeu de l'activité commune soit, d'un jeu adidactique dont toute l'incertitude est levée par le savoir visé. Alors, à chaque moment les élèves sont bien orientés et on n'introduit de nouveaux éléments que lorsque c'est nécessaire : par exemple, pour rendre problématique le rapport à une tâche connue. Ainsi, dans les

moments d'expansion du milieu, la nécessité de savoir vient du fait que quelque chose de connu dans d'autres conditions devient problématique (comme si on vous demande de calculer, aidés d'une machine, le produit de deux nombres de trente quatre et vingt neuf chiffres).

*Il semble donc que l'expansion ne puisse exister que si, déjà, les élèves ont identifié ce qu'ils savent et ont des mots pour dire ce qu'il y a à faire* (par exemple, « calculer le produit ») : la question est alors génératrice d'ignorance c'est-à-dire qu'elle désigne l'absence locale d'un savoir, disponible dans d'autres conditions.

Il est rare de voir un professeur *amplifier* le milieu de l'activité ou augmenter la matière de l'étude, bien que cela permette de relancer le questionnement didactique en créant de l'ignorance lorsque les élèves pensent savoir, mais c'est apparemment ce que nous observons dans la classe 13. L'opération, délicate, est le propre d'un professeur aguerri. Pourtant, les résultats de la classe montrent que les élèves de cette classe ne progressent pas autant que nous l'aurions cru : l'amplification peut donc être source de difficultés. Nous avons là quelque chose à apprendre de l'observation.

### **L'observation : mésogenèse et topogenèse**

La première dimension à observer dans un enseignement est la mésogenèse (Schubauer-Leoni, 2005). Mais de fait, la régulation du rapport des élèves à un milieu dans le cadre d'une relation adidactique n'est pratiquement jamais observée. Les professeurs ne trouvent pas, dans leur institution de référence qui est « le système d'enseignement et de formation », les éléments épistémologiques qui leur permettraient de mettre en place un milieu capable de porter quelques unes des dialectiques d'un jeu adidactique tel que nous l'avons décrit. Aussi, nos analyses de classes ordinaires ont dû se doter d'instruments bien plus fins pour décrire les moments que l'on ne saurait qualifier par l'adidacticité du rapport des élèves à un milieu : nos premières conjectures d'efficacité se sont affinées parallèlement, puisque les évaluations montraient des différences qui n'appartenaient pas à cette opposition et que la mise en place d'un milieu se fait presque toujours de la première manière, par réduction de l'incertitude des élèves, par réduction de l'espace des possibles proposés au déploiement de leur activité.

Nous sommes alors conduits à observer *comment se décide, dans le rapport au milieu, le partage des responsabilité entre élèves et maître : la topogenèse*. Nous à cet effet deux attitudes différentes du professeur, *l'accompagnement* et *l'analyse* du travail de l'élève, reprenant ainsi les termes que Schubauer-Leoni (2005) introduit pour décrire la production d'un milieu, les variations de la distance professeur-élève dans *la dévolution*, et enfin dans *l'institutionnalisation* en savoirs des connaissances produites.

Car tandis que certains professeurs privilégient « *l'accompagnement* » de l'action des élèves, en aidant à « parler des objets du milieu », ou en aidant à « agir sur le milieu », se posent en *médiateurs*, dans la situation, d'autres professeurs semblent privilégier au contraire de « faire prendre conscience [les élèves] des stagnations produites par les

contradictions de leur action ou des avancées accomplies par les élèves » (Schubauer-Leoni, 2004) et ils se posent en *gestionnaires* de la situation. Il semblerait que ces deux postures, normalement complémentaires, soient choisies préférentiellement par les professeurs selon la « bonne distance avec leurs élèves » qu'ils recherchent, consciemment ou non. Elles correspondent à deux équilibres différents mais non nécessairement conscients du partage topogénétique.

*Dans l'accompagnement, il s'agit pour le professeur d'aider les élèves à nommer et désigner les objets du milieu, et de les aider à agir sur ces objets : le professeur est donc obligé, s'il ne veut pas imposer son propre vocabulaire étranger à l'expérience des élèves ou leur dicter des comportements sans raisons d'être, de garder une « position topogénétique basse », au plus près de l'expérience des élèves. Son efficacité dans ce moment tient donc à cette position, qui s'observe en particulier dans les pronoms qu'il utilise (par exemple « nous » et « on », au lieu de « vous » et « je »). Un bon exemple d'un « accompagnement en proximité » est donné par l'épisode suivant : les élèves n'arrivent pas à réactiver l'expression « chiffre des unités » pour nommer « le chiffre de droite dans 85 », jusqu'à ce que l'un d'entre eux parle des « blocs », terme référant au travail entrepris dans la classe avec du matériel didactique, où les « blocs » représentent des unités, et les « barres » des dizaines. Le professeur reprend alors le terme « blocs », en s'appuyant sur celui-ci pour avancer dans la séance. Ce faisant, il évite d'imposer le terme « unité » et accepte le mot qui fait sens pour les élèves. Il est intéressant de constater que cet accompagnement va peut-être rendre possible une analyse de l'action puisque, littéralement, le professeur et les élèves instituent dans la classe une signification nouvelle : les « blocs » sont ce que le chiffre de droite qualifie. Mais il faudra encore que le professeur s'assure que plus d'un élève se remémore ce qu'est un bloc et dans quel contexte il a été employé, faute de quoi on pourrait dire que c'est le groupe des élèves qui accompagne, s'il le peut, le développement de l'enseignement que réalise le professeur. Cette position relativement basse, sans laquelle l'accompagnement ne saurait produire ses effets, ne peut donc suffire à produire la position d'analyse de l'action. Il y faut aussi l'institution de pratiques efficaces et de significations, partagées et nouvelles,*

*Dans l'analyse il s'agit pour le professeur, en temps réel, grâce à la fois à sa connaissance des objets de savoir enjeux de la séance et à sa connaissance des élèves (des modèles d'action qui les guident en tant qu'invariants opératoires), le professeur puisse identifier dans l'action de ceux-ci des éléments « pertinents » (susceptibles de faire avancer le temps didactique), ou des éléments « contradictoires » (susceptibles de bloquer l'avancée du temps didactique mais porteurs d'une nécessaire expansion du milieu). L'efficacité du professeur dans ce moment tient donc à ce qu'il pourra, d'une certaine manière, se mettre à distance du travail des élèves (en se donnant les moyens d'en prendre connaissance), puis leur faire éprouver d'une manière adéquate ce qui, dans leur travail, pose problème ou peut les faire avancer. Un exemple d'une telle prise*

de position (haute) du professeur se trouve lorsqu'à la réponse d'une élève qui caractérise une suite de nombres comme 82, 83, 84 par le fait qu'elle se termine par 2, 3, 4..., le professeur produit une suite correspondant à la définition de l'élève, et qui n'est pourtant pas une suite adéquate (12 43 54 65) : un contre-exemple. On perçoit ici un premier moment de l'analyse stricto sensu de l'action, dans lequel le professeur perçoit l'insuffisance de la proposition des élèves. Cette position haute ne conduit pas toujours les élèves vers la question ainsi désignée. La production d'une *forme de vie* productive autour du *jeu de langage* proposé par le professeur (Wittgenstein, xxxx, p.xx) suppose *l'institution d'un problème partagé nouveau*.

Sur l'ensemble de ces deux exemples d'accompagnement et d'analyse de l'action, on peut postuler une grande capacité du professeur expérimenté à faire avancer le temps du savoir en fondant cet avancée sur le jeu entre l'accompagnement et l'analyse. Il organise ce jeu et en régle le cours selon l'état cognitif des élèves. On pourrait saisir, par contraste avec les actions d'un débutant, ce qui fait l'efficacité de ces techniques : dans le mouvement d'accompagnement, un débutant pourrait en effet, soit refuser le terme « bloc » et imposer le terme « unité », à trop grande distance de l'état cognitif des élèves, soit l'accepter sans construire suffisamment le partage de la signification introduite. Mais la relativement faible progression des élèves en mathématiques nous donne à penser que peut-être le mouvement topogénétique du professeur est parfois trop brutal.

### **La difficile dialectique notion-notation**

Avant de poursuivre, reformulons la structuration double que nous avons produite, pour interpréter notre observation.

- Tantôt *le professeur et les élèves jouent ensemble*. Le professeur est certes toujours professeur, mais leur action est fortement conjointe. D'une certaine manière, le professeur joue le jeu des élèves. Ce jeu d'accompagnement suppose que le professeur soit en mesure de comprendre comment le jeu peut évoluer en rapprochant la classe des savoirs (mathématiques) visés.
- Tantôt *le professeur évalue l'action de l'élève*, et tente de faire en sorte d'influer sur celle-ci dans le sens de la construction de connaissances. Ce jeu d'analyse suppose que le professeur soit en mesure de comprendre les problèmes que les élèves se posent jusque dans leurs conséquences épistémologiques (mathématiques).

Chacun de ces deux états du système réalise une articulation des deux fonctions fondamentales de dévolution et d'institutionnalisation, qui ne sont pas relatives aux seules situations didactiques structurées par une série de situations adidactiques et aux milieux associés. Accompagnement et analyse ne sont pas des techniques

d'enseignement mais des formes de la topogenèse qui dépendent des objets et des enjeux de l'activité didactique. Pourtant, notre description nous apparaît encore insuffisante pour rendre compte de l'enseignement observé parce qu'à ce stade, aucun effet observable sur le savoir disponible à plus d'un élève ne s'en déduit ; il faut chaque fois « juger sur pièces » et construire les points d'appui du jugement. Nous allons donc reprendre nos descriptions pour les remettre au travail.

Cette fois, nous interrogerons nos données avec une question plus forte :

« Comment, dans cette classe, l'action d'enseignement qui se développe dans les interactions didactiques observées prend-elle en charge le jeu dialectique entre l'institution de pratiques et de significations partagées nouvelles et l'institution de problèmes partagés nouveaux ? »

Dans notre progrès sur cette question, un élément d'observation a été pour nous déterminant. Il s'agit de la dernière partie de la séance d'octobre 2005 de la même classe : les élèves ont changé, le professeur est le même.

#### ***Synopsis et analyse a priori de la séance***

La première étape est organisée autour d'un matériel, une bande numérique (au tableau), et d'un type de tâches : « reconnaître et associer » un nom de nombre à un nombre de la bande, écrit en chiffres..

La deuxième étape est organisée autour d'un matériel, deux jeux de cartes (un avec des points selon la configuration des dés et un avec une configuration de bâtons), et d'un type de tâches : « écrire » un nombre inférieur à 5 de trois différentes manières (par une « écriture » en toutes lettres, par une carte-dé, par une carte-bâtons) puis, « reconnaître » un même nombre sous ces notations différentes.

La troisième étape consiste à bien écrire les chiffres (travail du graphisme de 7, 8 et 9), *en autonomie*.

La quatrième étape utilise le matériel de la deuxième étape (les cartons avec les bâtons), elle propose un nouveau type de tâches : décomposer un nombre supérieur à 5 et inférieur à 10 en le désignant par la composition de deux cartons (codage en bâtons).

La cinquième étape correspond à une extension du type de tâche précédent : avec le même matériel, désigner des nombres inférieurs à 5 par la composition de deux cartons.

La sixième étape propose un nouveau matériel constitué de cartons fléchés permettant de désigner des nombres-arrivée sur une bande numérique, pour traiter du type de tâche précédent (désigner des nombres inférieurs à 5 par la composition de deux cartons fléchés).

Il faut noter que la classe est organisée en cours double (CP-CE1) et que le professeur

va et vient d'un groupe à l'autre : il doit donc régulièrement laisser le groupe de CP travailler « en autonomie » et à tout moment il doit réserver une part de son attention à juger de l'état d'avancement de l'autre groupe. C'est une contrainte lourde. Cependant, le nombre même des étapes du travail proposé ici alerte l'observateur, et l'analyse a priori ascendante qui permet de retrouver les classes de problèmes et les champs mathématiques dont relèvent les types de tâches proposés ici l'inquiète : en effet, le jeu varie entre sept domaines différents d'activité, qui relèvent des trois dimensions d'un nombre entier : cardinal (mesure de la quantité des objets d'une collection) ordinal (codage d'une position dans un rangement, un espace ordonné) opératoire (codage de la transformation de la quantité ou codage du changement de position, par l'association d'un nombre et d'un signe) et mobilisent huit systèmes de codage :

- 1) et 2) codage par configurations (deux formes, l'une culturellement installée, l'autre nouvelle et rare) ouvrant sur une définition cardinale,
- 3) bande numérique permettant des manipulations ordinales,
- 4) énonciation permettant des manipulations langagières et la constitution d'un répertoire de résultats,
- 5) écriture en chiffres ouvrant sur le système de la numération décimale de position,
- 6) décomposition additive à partir du code cardinal,
- 7) décomposition soustractive à partir du code cardinal,
- 8) codage de transformations ouvrant sur des manipulations ordinales.

#### ***Observation des étapes quatre à six***

Le milieu matériel et symbolique des cartons avec des bâtons est le point de départ. Nous pouvons décrire algébriquement l'ensemble des tâches demandées mais bien sûr elles ne sont pas identifiées ainsi dans la classe : « décomposer des nombres sous la forme  $5+x$  ou  $5-x$ ,  $x$  étant compris entre 0 et 5. »

P. donne la consigne : « *Alors moi je vais partir toujours de celui là + moi je ne sais lire qu'un seul nombre c'est celui là le 'quatre'/ le 'cinq' pardon/(P. exhibe le carton 'V') je ne connais que celui là et écoutez bien la consigne (...) Je voudrais sept sur mon tableau/ je voudrais voir 'sept' sur mon tableau qu'est ce vous pourriez rajouter pour avoir/ pour que j'aie sept/ faites le glisser devant vous le carton/ j'en veux 'sept' en utilisant le mien. »*

P. répète la consigne : « *J'ai 'cinq' et j'en voudrais sept/ lequel tu vas venir me mettre à coté là pour que j'en aie sept en tout ? + et tu utilises le mien ++ on le pose devant soi et les autres sont en haut/ on le pose. »*

Une élève vient au tableau et pose le carton 'III' à côté du carton 'IIII'. Des élèves affirment que ce n'est pas ça et la technique du comptage permet de vérifier qu'on n'a pas sept mais huit (bâtons). L'élève dit alors qu'elle aurait dû mettre le carton 'II', elle

le fait et vérifie par le comptage qu'elle obtient bien sept (bâtons).

D'autres nombres sont proposés : « *maintenant j'en veux 'six' on le met juste devant on le fait glisser devant soit pour faire 'six'* », ce que l'élève qui vient au tableau fait correctement en amenant 'I'. Et ensuite : « *alors attention + attention attention + j'en veux neuf maintenant j'en veux neuf + j'en veux neuf* ». L'élève se trompe en mettant 'III' mais d'autres élèves le reprennent et il corrige en prenant le carton 'III'. P. conclut alors par : « *Voilà donc on a avancé de quatre pour aller jusqu'à neuf on est d'accord* »

Cette dernière phrase introduit le mot « *avancer* » pour indiquer ce que les élèves faisaient tandis que les mots utilisés auparavant sont : « *rajouter* » ou « *glisser le carton* ». Mais cette activité est interrompue car P. doit aller travailler avec les CE1 : les élèves de CP s'entraînent à écrire les chiffres « 7 », « 8 » et « 9 » après que la maîtresse leur a décrit les gestes à faire.

### ***Les conditions du développement d'un jeu de langage***

Le jeu entre ce que le système de notation permet de FAIRE (pour *faire neuf, poser* un carton à quatre points à côté du carton à cinq points, *vérifier* que c'est convenable en comptant les points puisqu'une collection comme celle-ci [.....] ne peut s'évaluer d'un coup d'œil, par *subitizing*) et ce que ce système permet de DIRE (on a *avancé de 'quatre'* pour aller jusqu'à 'neuf', depuis cinq, évoquant ici par exemple, pour certains élèves, la bande numérique et liant ainsi des propriétés cardinales et ordinales de neuf) se voit bien ici. On y trouverait « une forme de vie pour un jeu de langage » (Wittgenstein, xxxx, p. xx). Mais le professeur ne propose pas cela à l'étude collective. Il ne poursuit pas en installant l'usage de la notation chiffrée des nombres, du type :  $5 + 4 = 9$ .

Il n'enregistre pas le résultat dans un répertoire permettant ultérieurement des raisonnements du type : Puisqu'on sait que  $5 + 4 = 9$  alors on peut savoir que  $35 + 4 = 39$  ou que  $9 - 4 = 5$ , etc. Cependant, après la visite de contrôle des CE1, il va proposer une expansion du milieu, avec un nouveau problème. La reprise de l'activité se fait en effet avec des nombres inférieurs à 5 et c'est là un tout nouveau type de problèmes, l'enjeu de la leçon sans doute.

262 P. : *Alors les CP on reprend / Fa Mo on reprend notre travail avec le 'cinq' là alors attention ++ j'ai 'cinq' toujours [montre le carton, au tableau] et maintenant + j'en voudrais deux ! Qu'est ce qu'il va falloir faire ?*

263 Cl : *Il va falloir enlever les cinq et prendre les deux.*

264 P. : *Alors il va falloir donc qu'est ce qu'elle me dit Cl <... ?> pour le moment + Ma.*

265 Ma : *Il faut enlever les cinq et prendre les deux.*

266 P. : *Ah non attention j'en ai cinq au tableau\*

267 Ma : *Oui mais on enlève tous les cinq et après on remet les deux.*

268 P. : *Oui mais combien je vais en enlever moi alors c'est ça que je voudrais savoir + montrez moi combien il faut que j'en enlève [commence son déplacement dans les rangs des CP tandis que certains lèvent déjà le doigt] + j'ai 'cinq' mais je voudrais qu'il m'en reste deux moi.*

Cette reprise est en rupture par rapport au type de tâche précédent. « Décomposer un nombre sous la forme  $5-x$  » ne se représente qu'avec une notation algébrique et ne peut se demander oralement sans la notion de *différence*. P. a tenté de le forcer en imposant aux élèves de penser par complément à 5, qu'elle seule manipule, mais elle expérimente à son grand dam l'échec de l'appel à un comportement analogue à celui de l'addition ou du surcomptage. Aucune pratique de décomptage à partir du carton de la maîtresse n'apparaît dans le cadre mis en place, parce que ce n'est pas P à qui il doit rester 2 mais l'équipe « P et l'élève » qui possède nécessairement deux cartons. Un jeu avec les notations chiffrées aurait bien sûr permis de noter ce que proposait l'élève CI, suggestion reprise par Ma : «  $-5 + 2$  » est la réponse ! Mais on comprend que, au CP, le professeur ne souhaite pas s'engager sur cette voie.

On remarque alors comment P. fait appel aux notations instituées en nommant le carton '5' et en notant le nombre par cinq objets dans une collection : il oriente ainsi les élèves vers la manipulation des cinq points ou bâtons eux-mêmes, oubliant que le carton a été construit comme code et non comme représentation d'une collection. P. dit ainsi : « J'en voudrais deux » et ce deux n'est pas 'deux' le carton mais deux bâtons. Dans le cas précédent, les élèves devaient repérer le nombre qu'ils devaient ajouter, en glissant un carton 'quatre' à côté de celui qui représentait cinq, 'cinq'. Dans ce nouveau type de tâches il ne s'agit pas d'ajouter quelque chose mais d'enlever quelque chose. Or cela ne pourrait se matérialiser en manipulation des cartons qu'en considérant cette fois que l'apposition note un retrait ([ '5' ; '3' ] noterait maintenant '2', comme cela notait '8' dans la tâche précédente !) Il y a là un obstacle de taille, pour les élèves et pour le professeur. Le développement de la technique connue est délicat : « '5' = [ '2' ; '3' ] donc, pour faire '2' à partir de '5' il faut enlever '3' »... Les élèves auraient-ils (elles) pu inventer cela et à quelles conditions ? Nous ne le savons pas, mais cela supposerait un rapport culturel à ces objets qui manque évidemment aujourd'hui, parce qu'il relève d'une culture algébrique.

Les élèves quant à eux produisent du langage qu'il faut observer de plus près : on a interprété, dans la transcription de « Il faut enlever les cinq et prendre les deux » (265) que cinq et deux nombraient des bâtons parce que l'élève dit « les cinq » et « les deux » ; mais il faut « enlever 'les cinq' » et « prendre 'les deux' » s'interprète comme manipulation des cartons. Il existe donc au moins un élève qui aurait pu engager le jeu de langage nécessaire à soutenir la vie du problème. On peut attester du fait que P. sent la difficulté : « Alors qu'est-ce qu'elle me dit CI ? » ce qui engage l'élève à répéter.

Mais P. se sort de la difficulté, en revenant aux nombres de bâtons dessinés et en renonçant aux cartons comme notations, une solution qui correspond à une régression importante :

270 P. : *Donc j'en avais 'cinq' et je veux qu'il m'en RESTE 'deux' + combien il faut que j'en enlève d'après toi euh Ra ?*

271 Ra : *Deux.*

272 P : *Ha Ra me dit j'en enlève deux alors est ce que je peux en enlever là ?*

Un nouveau mot, « reste » est introduit ici : il permet de dire « combien il faut que j'en enlève », ce qui suppose une manipulation des bâtons et non des cartons. Car les mots ici importants sont « enlever » et « reste », mais pour pouvoir les prononcer il faut dire « j'en avais cinq » et non « j'ai le carton '5' » qui est pourtant ce qui avait été construit dans la première partie de la séance. P. ruse avec son système de notations, mais il n'envisage pas de le faire au grand jour de l'institution, comme si cela était évidemment hors de portée des élèves. C'est le cas si l'on observe le partage topogénétique dans la classe : P. n'avait pas fait dévolution d'un tel problème, la manière dont la tentative de Cl pour développer un jeu de langage adéquat le montre puisque P. ne l'accompagne pas dans cette voie. En quelque sorte, le professeur a ici repris d'un coup la position de l'analyse, mais ne conduit pas l'analyse nécessaire : il en appelle aux résultats d'une analyse toute faite, il parle une langue de bois.

C'est pour nous une découverte, produite par une question que nous avons posée à l'origine de la recherche : « Comment la *dynamique des milieux* permet-elle que s'engagent des positions d'élèves différenciées ? » Nous avons, aujourd'hui, des éléments de réponse sur le fonds desquels nous pourrions observer deux types de faits :

- comment divers élèves peuvent tenter de penser et d'agir avec les outils que sont les notations et les notions que le professeur met à leur disposition et parfois même avec ceux qu'il leur retire,
- comment le professeur reçoit ces pensées et ces actions pour construire des techniques et un discours commun, qui seront le savoir institué de la classe pour un type de tâches qu'elles permettront d'identifier.

Le professeur dont nous observons l'enseignement éprouve manifestement quelques difficultés dans la réalisation de cette activité. Car justement, l'expertise pédagogique de ce professeur n'est pas soutenue par des connaissances épistémologiques suffisantes, et la stratégie du contre exemple s'avère tout à fait inefficace. Nous le savions a priori pourrait-on dire parce que cette technique supposait la disponibilité d'un répertoire d'opérations sur la numération chiffrée et d'une notation des opérations que justement P. avait omis de commencer à mettre en place lorsque l'occasion en était offerte, pour traiter de l'augmentation de cinq à neuf en écrivant «  $9=5+4$  » qui engageait ensuite à écrire «  $5=3+2$  » pour l'interpréter en langue naturelle « Il faut enlever 3 pour qu'il reste 2 ».

*Ainsi, la production de savoirs est le travail collectif d'une institution où collaborent professeur et élèves. Dans le mouvement d'accompagnement, le professeur peut faire advenir des notations que, parfois, certains élèves auraient inventées (il se peut qu'ils l'aient fait) ; dans le mouvement d'analyse il peut introduire des notions que, parfois, certains élèves auraient anticipées (il se peut qu'ils l'aient fait). Ce travail suppose une activité de référence à partager dans une construction langagière.*

Mais les jeux de langage qui produisent les significations nouvelles peuvent s'avérer impossibles, faute par exemple de la disponibilité d'un lexique adéquat et plus généralement faute d'une dialectique disponible entre une notation ou un système de notations et une notion ou un univers cognitif associés. Les jeux de langage attendus par la situation supposent des formes de vie intellectuelles particulières. La métaphore de Wittgenstein est proche d'une métaphore écologique, mais il s'agit ici de propriétés bien particulières du vivant : les pratiques d'un collectif de pensée (Fleck, 1935, 198X), cherchant à partager notions et notations pour la résolution d'une classe de problèmes. Dans le cas observé, le professeur ne construit pas le mouvement entre notation et notion, il saute d'une situation à l'autre sans installer ni lien d'adéquation ni lien de contradiction. Il faudrait pourtant que le professeur gère la dialectique des notations et des notions, pour que les notations puissent être instituées et que les notions puissent devenir opératoires : car les objets d'enseignement que le professeur manie, dans une activité partagée avec les élèves, appartiennent à un univers culturel structuré par des jeux de langage et par les expériences (dans le monde de référence comme dans les théories qui le modélisent). Le professeur participe de cet univers culturel, mais son rapport à cet univers est déterminé en grande partie par le système d'enseignement (ouvrages à usage didactique pour le professeur et l'élève, textes régulateurs, organisations curriculaires). Dans le cours de l'enseignement, le professeur régule l'activité à partir des conditions sociales et matérielles (associées à des jeux de langage connus) qui appartiennent à l'univers culturel du système d'enseignement et qu'il ne peut installer s'il ne les a pas fréquentées en personne, explicitement.

### **Des phénomènes didactiques provoqués**

Ce qui est décrit ici comme le problème de tout enseignement relatif à des savoirs techniques peut être référé aisément à la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1997), mais nous avons, en le formulant ainsi, accompli un progrès important parce que nous décrivons le problème du professeur en relation avec les trois systèmes de fonctions que l'activité didactique réalise : mésogenèse, topogenèse, chronogenèse (Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni, 2000). Nous situons ce problème dans une construction qui permet de comprendre le point de vue du professeur en décrivant les propriétés ergonomiques des objets par le moyen desquels il interagit avec les élèves et

cette même construction permettra, symétriquement, de comprendre le point de vue différentiel des élèves, sa construction et son développement. Il nous faut donc aujourd'hui entreprendre l'analyse systématique de séances d'enseignement ; aller voir, dans de nombreux protocoles, ce qu'il en est. Nous pouvons aussi visiter de nouveau les protocoles anciens que nous avons travaillés longuement, afin de mettre à l'épreuve la nouveauté de notre discours actuel.

Il nous faudra enfin discuter de notre emploi des termes de notion et notation pour nommer un rapport assez proche semble-t-il de ce que Chevallard nomme *ostensifs* et *non-ostensifs*, de ce que Brousseau nomme *représentations pour l'action* et *savoirs*, ou ce que Duval nomme *registres de représentation du concept* et *concepts*. Chacun de ces chercheurs a mis en place des expressions non symétriques venues de sa théorie de la pratique mathématique et de ses choix philosophiques : notre choix, au plus proche du lexique des mathématiciens (Freudenthal, 1968), permet d'orienter l'attention sur les interactions du professeur et des élèves dans *la dialectique du jeu des manipulations que les notations permettent, auxquelles elles engagent, et des jeux de langage qui construisent des notions*, un jeu assurant le contrôle de l'autre et leur rapport constituant les objets mathématiques dans leur espace à la fois symbolique et matériel.

Cela permet de comprendre comment la chronogenèse est nourrie des objets nouveaux, qui adviennent ensemble ou alternativement selon les enseignements, par un progrès des notations et de leurs usages ou par l'introduction de notions jusqu'alors inouïes qui permettent des jeux de langage nouveaux et nourrissent le *texte du savoir* - ce qui peut se dire et se faire dans l'institution à propos du domaine de réalité dont l'institution traite.

*Le couple notion-notation propose donc une description symétrique rendant compte de l'activité didactique et plus généralement, du travail mathématique institué.*

## **Conclusion**

En mathématiques, l'étude du didactique s'est construite dans un tout petit écotone des sciences humaines : entre sociologie et psychologie (dans les facultés de sciences), le plus souvent dans des institutions ne relevant vraiment ni des pratiques d'enseignement ni des mathématiques (les IREM). Ce double interstice a permis à la didactique des mathématiques de commencer à poser des problèmes que d'aucuns affirmaient avoir résolu, que d'autres balayaient d'un revers de la main, que certains parmi les meilleurs avaient déclaré insolubles. Bref, des problèmes illégitimes (et c'étaient parfois des problèmes auxquels des chercheurs audacieux s'étaient attaqués en francs-tireurs). La didactique est née sans que les autorités légitimantes ne s'intéressent à elle, dans ce qui est peu à peu devenu un royaume à part et donc, selon le mot de Jacky Beillerot, « une

province ».

Mais la didactique des mathématiques s'est peu à peu faite connaître hors de sa province et voilà que certains des problèmes illégitimes qu'elle avait posés sont devenus, ailleurs, dans le monde, des problèmes reconnus. C'est donc maintenant aux didacticiens de faire l'effort de nouer les liens, de se situer dans le champ des recherches en sciences humaines comme membres d'une famille de scientifiques en sciences humaines, caractérisés par leur objet - la transmission et l'étude d'un savoir - et de montrer comment ils ont procédé en apportant le cas échéant l'originalité que leur isolement leur a permis de développer. Réciproquement ils ont à identifier ce qu'ils ont trouvé et qui était connu. Il semble que le moment soit opportun pour engager cet exercice, parce que les questions que les didacticiens posent me semblent rejoindre presque naturellement certaines questions actuelles, à la rencontre entre les diverses manifestations de l'humain (Lahire, 1998). C'est dans cette intention que l'on reprendra plus particulièrement, dans la seconde section, les questions venues de l'usage didactique des notions d'*institution* et de *situation*, poursuivant la révision des questions didactiques endormies dans leur logique propre. Car la progression du questionnement interne pousse aujourd'hui plusieurs didacticiens à envisager des problèmes qui pourraient appartenir à d'autres découpages de la réalité. C'est sans doute pour cela qu'ils se trouvent fort aises d'appartenir au champ multiréférencé des Sciences de l'Éducation car ce faisant, ils peuvent continuer à entretenir des liens forts avec les chercheurs des disciplines dont ils étudient l'enseignement et l'apprentissage.

On conclura donc cette partie sur l'exposé rapide d'une question pratique du type de celles que l'on vient d'évoquer. Dans le cadre de la réunion du REF tenue en 1996 à Montréal, quelques chercheurs en didactique des mathématiques ont examiné la question de la place du cognitif dans les théorisations en didactique des mathématiques, ce qui avait amené à montrer que la théorie des situations a bien sûr un principe fondateur épistémologique, mais que ce principe fait de la théorie des situations une théorie de la connaissance des *savoirs*. *C'est une connaissance* qui est *collective* plus qu'individuelle. De ce fait il faut penser que le sujet d'une situation didactique n'est pas tel élève particulier mais le groupe social des élèves (institution apprenante) organisé dans l'intention d'acquérir des manières de faire et de penser des techniques collectivement partagées, validées et reconnues : les savoirs (Mercier, 1998b).

Une déclaration de ce type peut évoquer certaines théories de la cognition distribuée (Hutchins, 1995) et cela engage à ne pas oublier que la première conséquence de cette évocation est relative à la nécessité de décrire le groupe social des élèves et le jeu de coopération/compétition qui s'y joue nécessairement. On posera ce problème en didacticien c'est-à-dire dans le cadre de la théorisation didactique disponible pour chercher comment la régulation du jeu didactique est assurée par le contrat didactique : c'est dans le laboratoire « Systèmes d'apprentissage, systèmes d'évaluation », ce que certains d'entre nous ont collectivement entrepris. Lorsque nous cherchons à observer coopération et compétition dans la classe (Mercier, 1997a), ou encore cadrage

psychique et reconnaissance narcissique (Coustau, 1996), nous le faisons du point de vue des enjeux didactiques qui déterminent le champ des interactions sociales ou qui constituent la tâche primaire de l'institution, afin de comprendre comment ils sont portés dans ces formes d'interactions sociales ou institutionnelles. Et réciproquement nous cherchons comment des enjeux non didactiques peuvent se convertir, par des phénomènes semblables au clivage observé dans le cas de Sabine, en forces déterminantes dans l'espace-temps didactique.

Ainsi l'étude des phénomènes de l'enseignement et de l'apprentissage scolaires des mathématiques que la didactique des mathématiques s'est proposée en définissant sa tentative scientifique de manière relativement autonome, a produit un domaine de recherches - le didactique - dont l'ampleur nécessite l'ouverture des didactiques sur l'ensemble des approches anthropologiques existantes : c'est en ce sens que l'on peut affirmer que *les didactiques des savoirs deviennent aujourd'hui partie prenante des sciences de l'homme* et qu'elles doivent produire des problèmes plus généraux que ceux qui ont initialement balisé leur champ. Elles devront donc en partager l'étude avec d'autres approches, pour ouvrir un débat sur la pertinence des différents résultats et l'articulation des divers paradigmes.

### SYNTHÈSE DES PROBLÈMES D'UN DOMAINE DE RECHERCHES

Il s'agit dans cette section de présenter l'état des questions qui maintenant font problème et qui donnent les directions de développement possible pour des travaux en didactique des mathématiques articulés avec les questionnements des sciences de l'éducation. Cette mise en questions s'appuie sur une visite des notions et concepts fondateurs du domaine et de l'état de leur organisation en systèmes théoriques dont la compatibilité doit être interrogée. On interrogera encore la manière dont le savoir spécifie les institutions didactiques, en construisant des questionnements comparatistes.

Sujet et objet sont ici des termes premiers, un objet étant donc, par fonction, l'autre terme du rapport d'un sujet à un objet. Question, donc, de point de vue : un objet peut être une chose, une organisation sociale, une personne ou même, un savoir. Tout rapport humain à un objet sera considéré ici comme un savoir : les savoirs sont les manières de connaître. Les métaphores sur la connaissance sont nombreuses, mais celle-ci présente l'intérêt de faire faiblement image, ce qui réserve son avenir, tandis que les termes associés à des préconstruits puissants voient ceux-ci commander par avance aux usages que l'on peut en faire.

De même qu'il est possible de décrire un objet dès lors que ses propriétés sont nommées dans le système conceptuel de la langue dite « naturelle » de la description, il est possible de décrire un rapport en le considérant comme un type d'objets particulier (nous considérerons de même que les sujets peuvent, dans certaines conditions, être décrits : comme des objets). Car la description d'un objet individuel ne vise pas à l'appréhension de sa singularité irréductible, qui est désignée globalement par le nom propre de cet objet. Elle nous intéresse dans la mesure où l'identification des particularités qui peuvent marquer son individualité nous donne des concepts nouveaux pour décrire les autres objets du même genre et atteindre à une meilleure connaissance de ce genre (Pariante, 1973). Les particularités qui ont une prévalence non négligeable dans le genre étudié sont ainsi les variables d'un modèle descriptif de l'objet.

Mais si des relations entre ces variables peuvent être produites et s'il est possible de valider leur pertinence, nous disposons de bien plus qu'une description, nous avons un modèle de l'objet qu'il faut bien désigner par cette propriété : un modèle calculable (Calcul ne signifie pas ici mathématisation, mais possibilité d'anticiper sur une action en s'appuyant sur les lois de conservation ou de transformation des objets). C'est-à-dire qu'il est possible d'argumenter sur les configurations des objets que les différentes valeurs possibles des variables et les relations entre ces valeurs permettent d'imaginer.

## Les savoirs et le didactique

*On dit qu'un sujet connaît un objet lorsqu'il entretient un rapport à cet objet.*

Lalande, Dictionnaire de la philosophie

Notre premier enjeu est donc la modélisation des savoirs, qui fait problème ; l'observation des rapports des sujets aux objets mathématiques nous conduit à mettre en cause l'idée naïve que les objets seraient définis de manière totalement indépendante des rapports que des sujets entretiennent à ces objets, comme l'idée tout aussi naïve qu'un sujet serait libre de produire pour soi n'importe quel objet, qu'il individualiserait à son gré dans le monde. L'émergence conjointe des sujets, des objets et des rapports, qui se joue pour chaque génération d'humains et qui ne se produit pas à l'identique d'une génération à l'autre, tel est justement le problème qui nous occupe.

Nous cherchons un modèle pour décrire la production des savoirs et nous devons affronter les problèmes posés par cette propriété fondamentale mais limitée des savoirs humains : ils peuvent être partagés, c'est-à-dire qu'un humain peut apprendre les savoirs de l'autre sans l'en déposséder et que deux humains peuvent reconnaître qu'ils possèdent des savoirs semblables en reconnaissant leur propre rapport à l'objet dans le rapport de l'autre. Cette deuxième propriété va nous aider à engager une première approche du modèle que nous cherchons, car elle montre qu'un savoir ne consiste pas en une impression intime ; tandis qu'un comportement peut être interprété comme la manifestation d'un savoir, puisqu'il est courant d'attribuer un savoir au rapport observé d'un sujet à un objet. Cela pose immédiatement un problème délicat, dont voici une réalisation :

Interrogée au téléphone, une personne doit résoudre le problème 1 ci-dessous :

« Déterminer la somme des deux nombres suivants : deux virgule trois et quatre virgule un »	(problème 1)
---	--------------

Elle répond six virgule quatre. C'est juste, mais que sait-elle de l'addition des décimaux ? On ne peut rien en dire, parce qu'on ne peut pas prévoir, de ce comportement conforme, son comportement face à cet autre problème qui lui serait posé dans les mêmes conditions :

« Déterminer la somme des deux nombres suivants : deux virgule treize et trois virgule sept »	(problème 2)
---	--------------

La réponse obtenue dépend en effet des personnes interrogées. Ainsi, de deux personnes qui répondaient unanimement six virgule quatre au premier problème, la première répondra maintenant cinq virgule quatre-vingt-trois tandis que la seconde répondra cinq virgule vingt. Ce dernier résultat s'obtient en ajoutant deux et trois, puis treize et sept, agissant avec les décimaux ainsi que l'indique la manière dont on les lit : comme un couple d'entiers constituant, pour le premier, la partie entière du nombre décimal, et pour le second, sa partie fractionnaire décimale d'ordre deux (comme l'on fait pour les centimes d'euros: treize et sept, vingt). La réponse exacte au premier problème pouvait

être produite de la même manière, (mathématiquement incorrecte), que le deuxième problème disqualifie, en principe, car il existe dans ce cas une règle pratique consistant à ramener les décimaux au même nombre de décimales. Il suffit pour cela d'écrire les nombres « en chiffres » et d'égaliser les longueurs des parties décimales pour obtenir un problème de substitution, « Déterminer la somme des décimaux 2,13 et 3,70. », qui se résout maintenant très bien même à l'oral par addition séparée de trois et deux d'un côté, soixante dix et treize de l'autre. La somme obtenue, 5,83, est le résultat mathématique attendu étant données les règles de lecture des écritures décimales. Dans certains cas, le résultat exact ne signe donc pas un rapport univoque aux décimaux et deux personnes ayant donné la même réponse au deuxième problème peuvent encore avoir deux stratégies distinctes qui n'appartiennent pas au même univers culturel mathématique. Chacun le savait bien sûr : des problèmes apparemment semblables relevant de conditions différentes correspondent probablement à des connaissances différentes. Mais personne n'en avait tiré des observations aussi surprenantes, parce que personne n'en avait tiré les conséquences pour déclarer ceci : « ...*un savoir est déterminé par une situation épistémologique, c'est-à-dire une organisation d'objets telle, que ce savoir ne pourra être attribué qu'à une seule des manières d'agir observables possibles et que tout autre savoir produirait des observables différents.* » (Brousseau 1995b), nous soulignons.

La nouveauté radicale de cette affirmation de principe vient de ce qu'elle contredit notre connaissance première sur la question. Car la position de chacun dans les interactions quotidiennes est fondée sur le principe contraire. Nous considérons d'emblée que l'autre nous comprend et, tant que le contraire n'est pas avéré, nous lui attribuons notre propre interprétation des faits qui nous font agir en commun (Lafont, 1978, Chapitre III). Ainsi, nous pensons nous entendre parce que nous fonctionnons par sous-entendus : cela paraît étonnant, mais obéit au principe général d'économie de la pensée qui veut que nous travaillions d'emblée une question nouvelle sur l'hypothèse qu'elle relève d'un problème connu.

Bien que de nombreuses erreurs en soient aussi des conséquences et que tous les quiproquos en proviennent, ce *principe d'économie* épargne généralement de longs temps d'étude de la question ou de mise en place de l'interaction. Ce principe n'est devenu le principe premier d'une interaction humaine que parce qu'il est de loin le plus efficace dans la plupart des conditions ordinaires des interactions humaines : il donne le moyen de les initier d'emblée et, le cas échéant, d'engager des processus de régulation, comme nous le verrons très bientôt dans le cas des interactions didactiques.

Car de fait, *un savoir n'est attribuable à une manière d'agir observable que dans la mesure où la situation dans laquelle cette manière d'agir est observée caractérise ce savoir.*

La question initiale de cet ouvrage se trouve ainsi dénoncée comme une question non problématisée. Mais sa naïveté ne doit pas nous faire oublier sa force questionnante et le

mouvement d'étude qu'elle a produit.

*Une situation (ou une classe de situations) caractéristique d'un savoir est donc par définition un descripteur de ce savoir.* Cette une définition fonctionnelle pour une situation peut être qualifiée d'*épistémique*, c'est-à-dire qu'elle peut aider à identifier une situation caractéristique, s'il en existe. Mais pour autant cette définition ne saurait démontrer l'existence d'une situation caractéristique pour tout savoir ni même pour certains d'entre eux, ou nous aider à produire une seule *situation épistémique*. Même, nous devons nous interroger sur le fait que des savoirs qui ne pourraient pas être décrits par une situation ou au moins une série de situations, échapperaient au questionnement que nous engageons puisque pour nous dorénavant, objet de savoir est équivalent à situation épistémique.

Il nous fallait donc donner un exemple de situation, pour montrer qu'il en existe au moins une et qu'elle traite du problème qui nous occupe : pour donner une première idée de ce qu'elles sont, exposer une première manière de les évoquer, et faire voir l'étendue de l'intervention possible de cet embryon de modèle ; c'est la fonction de l'histoire des additions de décimaux présentée ci-dessus, dont on doit l'observation au travail de Leonard et Sackur (1981).

### **De l'épistémique au didactique, l'organisation de l'étude**

Nous pouvons en effet choisir de considérer la conversation téléphonique sur la somme de deux décimaux comme l'ébauche d'un candidat acceptable au statut de « premier exemple d'une situation épistémique ». Certes, la réussite au problème 1 de l'interlocuteur supposé ne garantit aucun savoir sur les décimaux, mais la réussite au problème 2 laisse supposer au moins une fréquentation efficace du système métrique (puisque cette réussite suppose la réduction des deux nombres - ou des deux parties décimales - à la même sous-unité, centésimale).

La conversation téléphonique (qui interdit l'appel à une procédure écrite) et les deux problèmes posés successivement dans un tel cadre peuvent donc tester le rapport pratique de l'interlocuteur aux décimaux, validé par la double réussite, invalidé par le couple (réussite ; échec). C'est donc « une situation pour ce savoir » (i.e.: le rapport pratique aux décimaux) mais ce n'en est pas une pour le savoir que nous voulions tester, l'addition des décimaux dans le cas général. L'analyse de la situation a consisté dans la description des stratégies d'action possibles, en vue d'identifier celles qui conduisent au succès de l'action et celles qui conduisent à son échec. Chacune des stratégies qui mènent au succès correspond à un savoir, attribuable au sujet qui agit avec succès. Il est plus difficile de rendre compte du savoir qui produit à l'erreur, nous y reviendrons.

L'ensemble des objets matériels et conceptuels mobilisés dans l'exécution de la stratégie gagnante constitue « une situation pour ce savoir ». Pour exister comme telle, *une situation épistémique demande une action et la possibilité de juger de son effet en*

*termes de succès ou d'échec de l'action* ; une situation dans laquelle toute action serait couronnée de succès ne pourrait donc caractériser aucun savoir. C'est ainsi finalement qu'une situation peut être pensée comme un jeu où un joueur joue contre un ensemble structuré de règles et de moyens d'action (le milieu du jeu) qui appelle le déploiement d'une stratégie d'action dont le but est l'obtention d'un résultat (qui signe l'action réussie et le succès du joueur). D'un joueur qui réussit régulièrement on peut affirmer qu'il sait... jouer à ce jeu : non seulement les règles mais encore, les stratégies gagnantes.

### *Le milieu des situations épistémiques et adidactiques*

Le joueur mobilise un univers d'objets qui sont identifiés par les rapports qu'un humain peut entretenir à leur endroit : ce sont *des ostensifs*<sup>1</sup>, parce que ces objets appellent ou rappellent ces rapports, qui semblent donc désignés par les objets. Ces rapports comprennent : a) en leur fondement, un univers de gestes de manipulation de ces objets, qui réalisent certains des rapports que les objets désignent : ce sont *des praxèmes*<sup>2</sup>, parce que ces gestes sont des « manières de faire » relatives à ces objets ; b) associé à celui-ci, un univers d'associations ostensifs/praxèmes ; si l'on peut penser par anticipation, ces associations sont *des non-ostensifs*, parmi lesquels on trouve les notions ou concepts correspondant aux objets et à leur manipulation.

L'univers des ostensifs du jeu et des non ostensifs associés est *le milieu*<sup>3</sup> de l'action du joueur dans le jeu : le milieu de l'action dans la situation pour un savoir décrit donc le sens du savoir à partir de l'ensemble des praxèmes qui peuvent être mobilisés pour la manipulation réglée des objets de la situation, c'est-à-dire, l'ensemble des rapports « normaux » d'un joueur à cette situation. Le sens du savoir vient alors de l'espace des stratégies possibles : c'est avec raison que le savoir est attribué à la réalisation de la stratégie gagnante, car son choix est choix d'un sens pour l'action, parmi d'autres qui ont été rejetés. Une situation épistémique n'a donc pas de réalité en dehors de l'action humaine de choix pratique qu'elle permet.

Remarquons maintenant que le milieu de l'action permet l'accord sur ce qui est à faire et le débat sur les manières de faire, il possède donc une dimension collective<sup>4</sup> : la

---

1 On renvoie le lecteur au mémoire de thèse de Bosch (1994) et aux articles de Bosch (1994b) et Chevallard (1994), qui étudient en particulier la dialectique ostensifs/non-ostensifs dans le cas de la proportionnalité et l'étendent aux pratiques mathématiques en général. Pour un usage dans le cadre des pratiques mathématiques du Collège et des élèves en difficulté, on se référera à Mercier (1995b ; 1995c).

2 Cette notion a été introduite, en un sens proche de celui de Lafont (1978) en linguistique, par Chevallard (1991b) et utilisée par Lerouxel (1995) dans son mémoire de DEA. Elle semble être le germe de la notion de praxéologie par laquelle Chevallard décrit aujourd'hui les savoirs.

3 La définition de Brousseau n'a pas de réalité en dehors d'une action humaine et d'une situation institutionnelle. C'est tel qu'il est ainsi défini que le milieu est utile à l'analyse a priori, en permettant de dire ce qu'est le sens d'un savoir.

4 De ce fait, le milieu n'est pas absolument stable, puisque les savoirs nouveaux qu'il aide à produire le modifient.

normalité de l'action de jeu est portée par un groupe social, elle appartient à la culture de ce groupe comme une manière de pratiquer naturelle (parce qu'elle est, dans le lieu où la situation prend place, normale). *Ainsi, une situation épistémique ne prend effet que « dans le cadre d'une institution »*. Il n'y a pas de savoirs sans socialité ni mémoire, parce que la culture et la mémoire donnent les systèmes premiers de sous-entendus ou de préconstruits sur lesquels des savoirs peuvent se développer : les milieux pour des choix stratégiques.

Mais par ce fait, du point de vue de l'institution, il n'y a « jamais quelque chose à savoir » et symétriquement, du point de vue d'un sujet de l'institution, il n'y a « jamais rien à apprendre », puisque les savoirs semblent se développer normalement sur le fonds de la culture et des préconstruits. C'est une sorte de paradoxe du didactique, dont l'outillage théorique présenté rend maintenant raison en un mot : une situation épistémique est une situation non-didactique, mais c'est par un effet de dénégation du didactique venu de l'action conforme devenue routinière que mènent les sujets d'une institution. C'est un phénomène que l'on a identifié comme « la transparence du savoir » (Mercier, 1986) et qui pèse sur les analyses du didactique jusque dans les premiers travaux des didacticiens car pour lever la transparence, il faut des procédés révélateurs qui opacifient et rendent visibles les objets que l'on cherche à observer.

Mais si d'une part, l'institution dans laquelle est prise une situation épistémique est fondée par un enjeu didactique et si d'autre part l'un des savoirs définis par la situation est un enjeu actuel pour l'institution didactique, la situation épistémique porte l'enjeu didactique relatif à ce savoir. C'est alors une « situation adidactique » : *une situation épistémique non didactique prise dans un contrat didactique*. Cette définition de la notion centrale de la théorie des situations permet de séparer les notions de situation et d'adidacticité, dont on a montré l'intérêt dans la première section de cette note en reliant *adidacticité* et *didacticité*. Bien sûr, une définition ne règle pas toutes les difficultés, qui se trouvent ici reportées sur les notions de didacticité d'une institution (qui transforme les situations épistémiques non didactiques en situations adidactiques), de didacticité d'un contrat institutionnel, qui commande aux relations interpersonnelles qu'elle organise pour certains de ses sujets, et d'adidacticité du rapport à un enjeu didactique.

La première distinction par laquelle la didacticité peut être décrite oppose didacticité à *instrumentalité* (Chevallard, 1988c) : la réussite d'une action éteint l'enjeu institutionnel qui la porte ; mais si la réussite d'une action instrumentale est dans son effet instrumental, la réussite d'une action didactique réside dans la possibilité de mobiliser l'instrumentalité de manière relativement autonome de son milieu d'origine c'est-à-dire, de produire un praxème auquel la valeur d'un savoir sera attribuée. La réussite instrumentale d'une action didactique offre certes un intérêt, puisqu'elle témoigne de la réussite didactique, mais cet intérêt n'est pas lié à l'efficacité instrumentale de l'action. C'est pourquoi dans une institution dont l'enjeu est instrumental, un sujet A peut demander à un autre sujet B la répétition de l'action autant de fois que son effet instrumental est recherché ; de ce fait, peu importe que B se défasse sur C. Bien sûr, A

doit être légitime, dans cette demande faite à B ou à C, ce qui suppose qu'il donne quelque chose en échange ; et il est possible que  $B = A$ . Tandis que la demande didactique faite par un sujet A, dans le cadre d'une institution didactique où il est légitime, à un sujet B, est éteinte par la réussite instrumentale de B qui réalise l'enjeu didactique. Dans ce cas encore, il est possible que  $B = A$ . Enfin, A peut légitimement demander à C de réaliser devant B lui-même ce que B vient de faire : c'est même un geste didactique caractéristique<sup>1</sup>. Trois conséquences remarquables peuvent être tirées des particularités des institutions didactiques. Elles ne permettent pas le retour en arrière et par exemple, la réussite de B marque son progrès ; les institutions didactiques produisent un temps spécifique. Leurs sujets sont interpellés personnellement par les demandes qui leur sont faites, ils ne peuvent donc s'y soustraire. Les institutions didactiques traitent également chacun de leurs sujets dans la position de B.

Ces caractères particuliers des relations entre le professeur (dans la position de A) et les élèves (dans la position de B) dans les institutions didactiques, s'éprouvent dès l'entrée en Petite Section de l'école maternelle (Garcion-Vautor, 1995) et fondent tout contrat didactique<sup>2</sup>.

Dans le cadre d'une institution didactique, une situation épistémique caractéristique d'un savoir et le contrat didactique relatif à cette situation définissent *un milieu didactique pour l'action* demandée à l'élève. Le terme de « adidacticité » a été choisi pour marquer à la fois le fait que *la situation épistémique est non didactique* et que *un « enjeu didactique » à l'action de l'élève y est importé* par la présence du contrat didactique c'est-à-dire, de l'institution et des manières qui lui sont propres. Ce sont celles-ci qu'il nous faut maintenant définir.

### *La production institutionnelle d'ignorance*

Comment se forme l'enjeu didactique ? En quoi consiste le contrat ? Les investigations actuelles ont amené certains chercheurs à aller rechercher des formes primitives de relations didactiques jusque du côté de la petite enfance (Schubauer-Leoni & al., xxxx). Elles ont pu montrer comment le « savoir s'habiller, en dernière année de crèche, en Suisse romande » pouvait être enseigné à l'occasion de certaines séances d'habillage, au cours d'une mise en scène qui comprend la préparation des vêtements présentés à l'enfant (le manteau est présenté à l'enfant par terre, tête bêche et le geste consiste à enfiler les deux manches à demi, en écartant les bras puis à envoyer le manteau par dessus la tête en se redressant, pour qu'il retombe tout naturellement en place sur les épaules dans un mouvement « en ailes de papillon »). Pour apprendre « le papillon » les enfants de la crèche se voient un jour proposer, d'une manière très clairement organisée à cet effet, une réduction manifeste de l'aide qu'ils reçoivent d'ordinaire ; le

1 Pour suivre il peut être utile de penser A comme Alain, B comme Bernadette, C comme Camille, l'action instrumentale comme « dresser la table pour un repas de fête » et de relire la description des situations ainsi obtenues

2 Garcion-Vautor (1995) a montré comment « l'atelier collage, en petite section de maternelle, en France », devenait en un mois une activité sous contrat.

défi qui leur est ainsi proposé en forme de jeu va les enrôler dans une activité qui va réussir et cette réussite leur sera imputée entièrement, avec la valeur de « comme un grand » qui marque un pas supplémentaire dans la conquête du monde par l'enfant.

Ou encore, les élèves de maternelle se voient un jour interdire d'aller coller « parce que maintenant les pièces qu'ils collent tiennent, tandis qu'ils n'ont pas encore dessiné avec le pinceau, à l'autre atelier ». Par quoi ils apprennent que les injonctions d'agir posées à l'école n'ont pas un enjeu instrumental et qu'ils sont interpellés en personne par l'injonction du faire scolaire, puisque l'on arrête de faire dès que l'on réussit l'action et que chacun doit refaire à son tour ce que d'autres ont pourtant déjà fait.

Cependant, les élèves rencontrent l'occasion d'apprendre bien d'autres choses que ce qui leur est enseigné nommément<sup>1</sup>. La question a été présentée dans la première section de cette note, mais dans la mesure où elle constitue l'objet même interrogé dès la thèse (Mercier, 1992), on cherche ici à retrouver sa nécessité originelle<sup>2</sup>. L'approche de cette question se fonde sur l'idée double suivante : premièrement, la connaissance qu'un sujet forme à propos d'un objet peut se décrire comme le rapport de ce sujet à cet objet (cela est connu) ; deuxièmement, *les objets sont donnés aux sujets par des institutions*, c'est-à-dire par des organisations sociales qui norment les rapports des sujets aux objets, en définissant leurs usages conformes au moyen d'une forme particulière de microphysique du pouvoir semblable à celles qu'a étudiées Foucault (1970) dans d'autres institutions.

La question des apprentissages invisibles interroge la microphysique des pouvoirs scolaires pour en rechercher les effets d'apprentissage : c'est que les rapports des élèves aux objets doivent changer lorsque les rapports de l'institution à ces objets changent, ce qui peut arriver chaque fois que l'introduction d'un nouvel objet d'enseignement déséquilibre l'organisation existante et qu'une nouvelle organisation s'empare d'objets anciens pour les faire entrer dans une nouvelle vie. Cette recherche d'un rapport personnel adapté à la nouvelle organisation institutionnelle, nous l'appelons *le travail de l'idonéité du rapport personnel au rapport institutionnel nouveau*, peut aboutir ou échouer mais reste à la charge de l'élève, aidé ou empêché par un fonctionnement de l'institution qui est en général silencieux sur ce point (on l'a nommé insensible). On pose donc ainsi l'existence de micro situations non didactiques involontairement créées au cœur même des institutions didactiques, on les a nommées par leur effet *des productions institutionnelles d'ignorance*. Cela évite de sur-interpréter les épisodes au cours desquels un élève pouvait rencontrer son ignorance (son rapport non idoine à un objet du milieu de l'action qui lui est demandée), ce que j'aurais fait en pensant ou

<sup>1</sup> Quand bien même cet enseignement serait constitué d'une suite de situations adidactiques. Une telle suite est nécessaire à la production d'un objet de savoir dépersonnalisé, décontextualisé, désyncrétisé, qui soit par la même occasion validé dans sa cohérence avec les savoirs connus et dans sa consistance face aux problèmes réels, et finalement institué en objet culturel (ou, selon le néologisme en vigueur, institutionnalisé). Mais même dans ces conditions, les élèves apprennent aussi bien d'autres choses que celles qui leur sont enseignées.

<sup>2</sup> Elle provient du travail mené par Chevallard dans les années 80, au terme duquel il proposera une approche écologique des phénomènes liés à la transposition.

écrivant que ces épisodes pourraient être considérés comme des micro situations adidactiques, à l'image des situations adidactiques relatives à un enjeu déclaré que le professeur produit explicitement.

Les épisodes au cours desquels un élève rencontre son ignorance ne comportent en général pas les moyens pour que l'élève puisse dépasser celle-ci. Parce que la production institutionnelle d'ignorance et la rencontre personnelle de leur ignorance par les différents élèves d'une classe de mathématiques ne donnent lieu à apprentissages que si chacun des élèves interprète l'ignorance qu'il éprouve comme un fait exprès de l'action enseignante que le professeur mène à son intention, et si chaque élève s'engage donc dans un épisode (auto)didactique personnel qui fera événement pour lui, s'il réussit, en devenant un épisode de sa biographie didactique<sup>1</sup>. Un élève rencontre ainsi de multiples occasions de participer à son propre enseignement, bien que peu d'entre elles aboutissent. La question est le plus souvent traitée d'un mot, qui est si prégnant qu'il finirait par faire boutade : « face à l'intention d'enseigner du professeur, l'élève doit porter l'intention d'apprendre et pour apprendre, de s'enseigner à lui-même » (Mercier, 1992). L'omniprésence de « l'intention » de tous, ressentie comme nécessaire à la réussite didactique, amène en effet à prêter beaucoup trop à l'action volontaire - pour ne pas dire, intentionnelle - des sujets de l'institution et de l'institution elle-même : on saura gré à Portugais (1998) d'avoir mis le doigt sur ce point. L'appel à la notion d'intention peut pourtant signer notre ignorance des processus instituants effectifs, et l'irruption incontrôlée d'une psychologie du quotidien dans le discours didactique (qui aurait dû en être protégé par l'étude des règles implicites du contrat didactique).

L'attribution réciproque d'intention ou de sens est un des moteurs des interactions sociales, parce qu'elle induit les interprétations et les réponses sur lesquelles chacun des sujets pris dans l'interaction construit un espace de significations - qui paraît commun tant que la poursuite de l'interaction ne le dénonce pas comme factice. L'attribution d'intention permet (lorsqu'elle réussit c'est-à-dire lorsqu'elle aide à anticiper l'action que l'autre développe) de lui donner un sens et, ce faisant, de penser l'autre comme un autre soi-même.

En première approche, le phénomène se démontre mieux dans le cas de l'attribution de sens à une locution ou à un terme du lexique : ainsi, un enfant peut croire longtemps que lorsqu'on lui nettoie les oreilles pour les débarrasser des petits bouchons jaunes que ramassent les cotons enroulés sur une allumette, on le débarrasse de la « cire humaine »... et ce n'est qu'en voyant pour la première fois le terme de « cérumen » écrit en toutes lettres par quelqu'un qui sait l'orthographe, qu'il a compris ce terme médical un peu savant venu, par le latin médiéval, de *cera* (c'est bien la cire !); de même, ils sont nombreux à écrire : untel était sensé travailler... « sensé » désignant sans doute ici pour eux une attribution rationnelle d'activité laborieuse, tandis que

<sup>1</sup> Chaque élève rencontre ainsi de multiples occasions de participer à son propre enseignement et sur cette base, certains élèves peuvent même s'engager dans un enseignement à d'autres élèves (Mercier, 1998a ; 1998b ; Sensevy, 1997), s'ils ont la bénédiction du professeur.

l'expression juste signifie réputé et vient du latin *censere*, évaluer la fortune (c'est l'objet du recensement), attribuer (une valeur), juger : seule, la faute d'orthographe dénonce le quiproquo. Car l'usage peut demeurer pertinent, n'étant pas réglé par le sens formel de l'expression mais par les situations d'emploi qui lui sont usuellement associées - en serait-il autrement que l'erreur unanime changerait bientôt le sens commun comme ce fut le cas pour achalandé.

Pourtant, ces attributions d'intention ou de sens au geste de l'autre ne doivent pas nous induire à penser que l'autre a volontairement mis un sens dans ce geste ni même qu'il l'a réalisé dans une intention identifiable. Le réflexe par lequel on retire sa main d'un objet brûlant reste un réflexe lorsqu'il est interprété par l'observateur qui ne connaît la brûlure ressentie qu'à travers le geste auquel il attribue ce sens. Il en va ainsi dans le cas des situations épistémiques qui se trouvent prises dans un contrat didactique (les situations adidactiques) comme dans le cas de rencontre d'une ignorance institutionnelle au cours d'un épisode occasionnel : *l'action interprétée par l'élève comme l'action attendue par le professeur est en fait l'action que l'élève juge possible*. Ce qui pourrait engager en retour le professeur à *proposer aux élèves d'agir dans des situations où il estime que l'action la plus probable est l'action qu'il attend*, pour interpréter ensuite, dans un aveuglement fonctionnel, que cette action manifeste l'appropriation volontaire, par l'élève, du sens de la situation d'action. Nous préférerons l'hypothèse la plus ouverte, en considérant que l'intention didactique est attribuée à l'autre de la relation didactique comme le moyen d'interpréter les actes qu'il produit et de les comprendre comme des gestes d'enseignement ou d'apprentissage : l'attribution d'intention didactique à l'autre est donc sans doute le premier élément qui manifeste l'existence d'un contrat didactique. Alors, l'ignorance institutionnelle rencontrée personnellement par des élèves peut produire, à l'insu même du professeur, des épisodes didactiques pour ces élèves.

### **L'étude et l'organisation de l'étude**

La notion d'ignorance, en nommant le rapport d'un sujet (un élève) à une situation épistémique qui fait problème pour lui parce qu'il ne dispose pas du savoir que la situation caractérise, a permis de dégager la notion d'adidacticité de la notion de situation adidactique, pour en trouver un usage plus vaste (Mercier, 1998a) : nommer les conditions favorables au dépassement de l'ignorance produite par une situation problématique. Ces conditions sont celles-là même que donne la théorie des situations didactiques pour les situations adidactiques, mais la notion d'adidacticité dans le rapport à la situation (dans le cas d'un savoir enseigné et d'une classe) ou dans le rapport à l'épisode (dans le cas d'un savoir implicite et d'un élève particulier) désigne à l'attention l'existence de ces conditions.

*Les conditions du dépassement de l'ignorance*

Je ne reprendrai pas ici en détail la théorie des situations, elle est connue, les textes fondateurs sont disponibles, et j'ai longuement exposé dans la première section de cette note sa position centrale dans tout questionnement didactique. Aussi, la seule condition que j'en citerai est *spécifique de toute injonction didactique*, elle a trait à la possibilité offerte à l'élève, de recommencer tant qu'il n'a pas réussi, et dans l'injonction corollaire d'agir même s'il ne peut garantir la réussite parce qu'il ne dispose pas des savoirs nécessaires. C'est la possibilité, pour le professeur, de tenir cette injonction qui oblige l'élève à interpréter l'exigence du professeur comme l'effet d'une intention tout à fait particulière, qui se réalisera avec la réussite de l'action - interprétés comme un apprentissage.

La confiance dans l'institution qui propose avec insistance de telles manières d'agir (elles deviendront en principe des habitudes) suppose donc, d'abord, que l'institution - en la personne du professeur - puisse garantir à terme le succès - quitte à aider directement l'action ou à transformer le problème initial en problème connu - et ensuite, que l'institution puisse déléguer à l'élève l'évaluation de la réussite de l'action qu'il répète pour apprendre (c'est le sens souvent perdu d'un geste didactique essentiel, l'exercice). Où l'on voit comment *chacun des sujets de l'institution définit sa manière d'occuper la position qui lui est attribuée*, dans une interaction que Brousseau (1995a) a décrit comme *la recherche d'un contrat* et qui est un processus de *régulation* (Bonniol, 1989).

Ainsi, du contrôle réciproque, exercé par les sujets institutionnels sur le milieu d'une situation adidactique, au glissement métacognitif et aux autres effets de contrat, il n'y a qu'un pas. Il semblerait qu'il dépende des acteurs institutionnels et de leurs intentions, mais l'analyse développée à l'aide de l'appareillage théorique que je viens d'exposer montre plutôt que ce sont les propriétés du contrat permis par la situation épistémique qui pèsent le plus lourdement sur l'évolution d'une relation didactique où un contrat se cherche. C'est ainsi qu'on interprète l'insistance de Brousseau à chercher des situations fondamentales pour les savoirs mathématiques élémentaires, à considérer que le cœur de la recherche en didactique se trouve défini par cette activité et à penser que ce travail doit être considéré comme partie prenante du travail de production mathématique. C'est une insistance sur ce qu'il sait être la clé de toute réussite pratique des travaux en didactique d'une discipline, quelle qu'elle soit qu'il partage avec Chevallard, qui fonde son travail théorique sur une *écologie des savoirs*. Les liens des études didactiques aux travaux sur les organisations de savoirs et les situations qui peuvent les porter sont à leur manière tout aussi constitutifs de la didactique que les mathématiques contemporaines sont constitutives de la physique moderne : mais pour autant, même si les physiciens ont une solide formation mathématique, ce ne sont pas simplement des « mathématiciens en mathématiques appliquées ». De même, le travail mathématique en didactique doit être commandé par le questionnement didactique, qui propose les conditions que doivent satisfaire ces organisations mathématiques particulières que sont *les situations épistémiques propres à un usage didactique*. Le travail de production de ces organisations de savoirs a été identifié comme la « transposition didactique » des

savoirs. Nous en connaissons maintenant la nécessité et nous savons que ces organisations de savoirs ne sont pas plus des mathématiques savantes appliquées que la statistique ou la combinatoire : le rapport est plus complexe que de simple application, même si les travaux des didacticiens travaillant dans des laboratoires de mathématiques et les travaux des étudiants en didactique dans des formations doctorales de mathématiques sont évalués par la 26e section du CNU intitulée « Mathématiques Appliquées ». L'ensemble des concepts connus comme « théorie de la transposition didactique » en rend compte (Chevallard, 1980 ; 1985 ; 1991 ; Arzac, XXXX ; Mercier, 2002).

La théorie de la transposition didactique permet de résoudre le premier et principal paradoxe didactique « Comment pourrait-on faire savoir quelque chose à quelqu'un qui ne connaît encore rien ? » C'est en effet pour cette raison qu'une situation épistémique qui a été historiquement décisive ne peut pas être utilisée aux fins d'enseignement : le problème qu'elle pose ne fait problème que pour qui entretient le même rapport aux objets du milieu que l'inventeur premier du savoir. S'il était impossible de trouver des conditions plus favorables que celles-ci, le coût de l'apprentissage d'une notion ne pourrait être abaissé, d'une génération à l'autre : c'est ce que le succès de l'école contredit tous les jours, contre les croyances à l'excellence des enseignements de maître à disciple.

Mais, dans la mesure où on a posé comme principe qu'un savoir était décrit par la situation qui le caractérise, comment rendre compte de la permanence d'un savoir dans le procès de transposition ? Nous dirons, en forme d'introduction, que cette permanence n'est pas garantie par avance et que seule l'observation patiente des phénomènes que l'on peut entrevoir ici apportera quelques lumières à la question : l'*effet Topaze* ou le *glissement métacognitif* montrent que la réponse est parfois « qu'il n'y a pas conservation de l'objet ». Le temps d'une description argumentée des formes du rapport humain aux objets du monde, tels que l'on peut les observer, semble donc venu.

### *L'attribution de savoir*

L'enquête anthropologique donne accès aux systèmes de gestes qui constituent une technique. Le premier mouvement d'étonnement devant la diversité surprenante des techniques observables (comme, par exemple, c'est le cas pour les manières de transporter, dans la rue, un tout jeune bébé) produit des tentatives de collecte exhaustive, qui caractérisent les premières explorations d'un nouveau domaine. Les tentatives de classification viennent ensuite, lorsqu'il devient indispensable d'organiser en collections le bric à brac des trouvailles. Les premières théories correspondent bientôt aux premières listes dont les rapprochements sont argumentés ; l'attribution de noms aux classes qui émergent favorise à la fois les débats d'appartenance, aux frontières, et la stabilisation de la classification, dans ses classes : inscrite dans la langue, elle devient bientôt « naturelle ». Ce phénomène a pu être observé « en temps réel » et en CM (Quatrième primaire) dans le cadre d'un enseignement sur les

problèmes de classification selon plusieurs critères qualitatifs (Orus-Baguena, 1992). La plupart des classifications réelles se situent en effet dans la zone intermédiaire entre les extrêmes que sont la relation d'ordre total (un seul objet par classe, tous les objets étant absolument distincts ; la ressemblance est alors une relation de proximité) et la relation d'équivalence (plusieurs objets par classe, tous les objets semblables étant regroupés ; aucune ressemblance déclarée entre deux classes distinctes). L'observation des classifications produites par des acteurs en situation montre la nature sociale, conventionnelle, des premières organisations d'objets tombant sous une même désignation.

Il en va de même pour les savoirs. Lorsqu'ils sont socialement identifiés, leurs noms désignent des classes d'objets qui varient selon les institutions, bien qu'une négociation sociale inter-institutionnelle (que l'on décrira pas, faute de l'avoir étudiée) révise en permanence leur extension et leur organisation dans la culture : l'extension - le domaine de pertinence - des concepts et l'organisation - les rapports de dépendance - entre les énoncés qui les utilisent. Lorsqu'ils ne sont pas identifiés (par exemple, parce que leur transmission ne fait pas problème et qu'aucune école ne se propose de les diffuser), les regroupements ne produisent pas une organisation théorique mais des organisations pratiques sociales, dont l'usage fait seul référence.

Ainsi, l'attribution du nom d'un savoir à une stratégie d'action observée dans un contexte scolaire peut toujours être dénoncée comme un « Effet Jourdain », une attribution de savoir indue. Seule l'analyse épistémologique des situations d'usage et d'enseignement des savoirs peut donner - à la société en général et aux producteurs de savoir en particulier - les éléments d'un contrôle technique des savoirs enseignés. Seule, cette analyse peut donner, aux agents du système d'enseignement, des éléments techniques pouvant *rendre compte des choix* qu'ils se proposent de faire ; mais la réussite sociale de la théorie des situations et de celle de la transposition didactique dans cette fonction suppose à la fois que l'organisation de l'enseignement devienne relativement autonome des champs de production des savoirs et que la production de savoirs d'enseignement soit considérée comme un acte de production didactique savante. Ces deux exigences sont en fait complémentaires, mais nécessitent une institution capable de les porter ensemble, ce qui - dans le cas qui nous intéresse - n'est pas le fait de l'institution mathématique, aujourd'hui.

### **Les organisations didactiques de savoirs**

Faute d'une épistémologie sociale reconnaissant la présence dense du didactique, ce qui aiderait à reconnaître l'autonomie relative du didactique dans les institutions qui portent pour la société le dessein de reproduire certains rapports humains au monde, l'attribution scolaire de savoir apparaît aux aristocrates du savoir - les savants ou les clercs - comme une forme scolaire de l'effet Jourdain, une attribution de réussite qui serait une attribution indue. Et le travail du transfert des savoirs aux situations qu'il

instrumente dans les institutions de production reste de l'ordre aléatoire des compétences personnelles de tel ou telle qui met son savoir au service de ces institutions. Car *l'attribution de savoir, attribution de réussite didactique, est une nécessité interne de toute direction d'étude*, dans la mesure où la confiance dans l'institution et la foi dans l'effet du contrat didactique ne s'établit et ne se maintient que par l'épreuve chaque fois renouvelée de la réussite didactique de l'action d'étude engagée par l'élève (Mercier, 2000). Or, cette nécessité est manifestement l'élément clé de la production d'un temps didactique, de la production de l'espace didactique pour les élèves, et de toute transposition didactique.

### *L'écologie institutionnelle des savoirs*

Le processus de transposition didactique n'est pas de nos jours sous le contrôle technique d'un groupe de praticiens spécialisés, mais sous le regard aléatoirement critique des producteurs légitimes de savoir (en mathématiques, ce sont des savants ; en réparation navale, ce sont des ingénieurs et des ouvriers ; en ostréiculture, ce sont des biologistes des techniciens des chefs d'exploitation ; etc.). De ce fait, étant donné que les rapports sociaux au monde didactique sont pré techniques, la transposition didactique est un phénomène qui demeure socialement inconscient, pour que les inventeurs d'une organisation de savoirs (qui, dans leur institution, sont les praticiens de ces savoirs) ne dénoncent pas la substitution d'objet dont l'école se rend coupable. Car celle-ci propose aux élèves des situations transposées dans lesquelles les producteurs de savoir ne reconnaissent plus leurs produits, parce que les problèmes que le savoir résout sont tout autres dans la situation de production et dans l'organisation didactique pour sa reproduction<sup>1</sup>.

La fonction de la noosphère est ainsi définie : elle représente aux producteurs de mathématiques des organisations qu'ils reconnaissent. Elle présente aux enseignants ces mêmes organisations, qui doivent leur sembler enseignables : aux extrémités de la chaîne chacun se trouve alors désintéressé des mains sales de l'autre ; mais les organisations noosphériques ne correspondent pas plus aux organisations savantes professionnelles qu'aux organisations didactiques. Il s'en faut de beaucoup et c'est le travail du professeur qui transformera ces objets intermédiaires en objets enseignés, s'il est possible : cela suppose que ces objets puissent s'intégrer dans une organisation didactique forte, qui donnera de nombreuses occasions au travail de l'idonéité, en mobilisant les nombreux objets de son environnement et en instrumentant l'étude de nombreux objets enseignés (Rajoson, 1988).

C'est ainsi qu'une organisation écologique des savoirs scolaires fortement structurée permet l'apprentissage des systèmes de rapports au monde que sont les *disciplines d'enseignement*, malgré la contrainte de mise en texte des savoirs qui semblait ne

<sup>1</sup> Ainsi, dans l'exemple princeps étudié par Chevallard et Johsua (1982), la notion de distance est inventée par Fréchet pour donner une mesure de la ressemblance de deux fonctions différentes, tandis que dans l'enseignement actuel de la classe de Seconde, la distance de deux points est la mesure de l'espace qui sépare des objets identiques.

proposer qu'une progression didactique linéaire, incompatible avec l'idée que les savoirs ne vivent que par les situations où ils donnent une stratégie d'action efficace. Tel est le résultat didactique essentiel auquel aboutissent les recherches didactiques : *l'efficacité d'une organisation didactique faible tient à la structuration solide de l'organisation épistémique qui la fonde*. Cette organisation épistémique est traditionnellement identifiée comme *une discipline*, selon une dénomination qui nous paraît juste dès lors que nous avons identifié la pertinence du travail noosphérique qui transforme tout projet d'enseignement en discipline scolaire : une discipline est un objet d'enseignement robuste, certes, peu fiable, mais relativement efficace dès que l'on considère son faible coût d'usage et d'entretien. Les pays qui ont tenté d'autres modes de définition des matières d'enseignement - par exemple, en décrivant les enjeux d'enseignement comme des compétences sans organisation disciplinaire - en ont fait l'expérience amère.

La recherche d'une meilleure efficacité du système d'enseignement passe donc peut-être par la recherche d'organisations didactiques plus fortes, capables de s'appuyer sur des organisations épistémologiques plus souples, plus vives, telles que les propose la recherche des situations fondamentales pour un savoir.

Prise en ce sens, la théorie des situations est un guide du questionnement épistémologique, parce qu'elle donne à la fois une méthode d'enquête anthropologique sur les savoirs et une méthode de validation expérimentale des analyses épistémologiques produites au terme des enquêtes. Mais le travail de questionnement des présupposés de la théorie mené par Chevallard a sans aucun doute permis l'élargissement des pratiques de recherche au questionnement anthropologique et, avec les concepts de transposition, puis d'organisation écologique des objets de savoir et enfin de système de praxèmes (nous y viendrons), a donné les objets théoriques capables d'outiller ce questionnement dans les domaines que l'exploration pionnière de Brousseau n'avait pas viabilisés. Cela dit, on peut remarquer que la compatibilité du questionnement élargi avec la problématisation initiale n'est pas, pour l'instant, complètement démontrée (Assude et Mercier, 2006).

### *La force inconsciente de la raison pratique*

Car c'est sans doute en ce point précis que les questionnements didactiques s'approchent des questionnements anthropologiques. En particulier, parce que la question du milieu des situations pose la question des objets de l'action pratique qu'il s'agit toujours d'apprendre à mener selon des stratégies identifiables, socialement partageables et validables. Mais si les didacticiens des mathématiques ont commencé à nourrir leur travail des avancées de l'anthropologie, il faut reconnaître que leur fonctionnement a jusqu'ici été provincial et que leurs résultats ne sont ni connus ni discutés par les anthropologues ou les sociologues<sup>1</sup> : c'est pourtant une situation qui ne

<sup>1</sup> Comme Chevallard le remarquait dans la postface à la réédition de *La transposition didactique*, la réduction de sa construction à ce qu'en avait écrit Verret - alors que Verret lui-même ne faisait plus aucun emploi d'une idée qu'il n'avait pas développée - a engagé certains didacticiens à ne plus faire référence aux sources externes de leur théorisation et à

peut durer trop longtemps sans dommages, car elle correspond à une faiblesse du contrôle épistémologique sur une dimension cruciale de notre activité de recherche. C'est pourquoi nous indiquerons quelques pistes en ce sens - dont il faut cependant dire que le plus souvent, seul l'embranchement est balisé.

La première piste tient à une injonction paradoxale qui s'exprime le plus souvent sous la forme de deux critiques contradictoires faites aux écoles : coupées de « la vie », elles légitimeraient la reproduction de « la noblesse d'état » et elles aideraient à l'extension aliénante d'un « spectacle technologique ».

- D'une part, les écoles n'enseigneraient que des savoirs formels si inutiles que le motif de leur extension presque universelle serait la formation de l'ensemble des habitus sociaux qui fondent la reproduction des asservissements intellectuels, affectifs et physiques, par la soumission à une violence symbolique primitive. En un mot, l'école produirait l'incorporation d'une discipline au moyen de la fréquentation des disciplines. Cet « appareil idéologique » transmettrait ainsi les héritages culturels de telle manière, qu'au terme de son intervention le pouvoir politique et le pouvoir économique paraîtraient légitimement attribués à leurs héritiers, drapés dans les attributs du savoir.

- Et d'autre part, les écoles n'enseigneraient que des manières de penser et de faire si éloignés de toute pratique effective que le motif de leur extension viendrait de l'aliénation universelle qu'elles installeraient en soutenant un processus de bureaucratisation généralisée des rapports humains au monde. Et certaines études anthropologiques ne voient dans ces « appareils bureaucratiques » qu'un moyen de dessaisissement des savoirs d'expérience produits par l'action dans le monde. Les écoles justifieraient ainsi le développement sans contrôle de toutes les technologies par lesquelles le rapport au monde se déréalise.

Ces deux critiques, qui semblent se rejoindre parce qu'elles appartiennent toutes deux à des positions contestataires radicales sur l'organisation hiérarchique des sociétés « bureaucratiques occidentales », sont pourtant contradictoires, dans la mesure où l'une affirme que l'école coupe du réel et l'autre qu'elle donne accès au pouvoir. A moins que le pouvoir ne porte que sur les organisations humaines et que le réel ne soit constitué que des organisations matérielles... Il faut admettre cependant qu'elles portent toutes deux une part de vérité, ce qui en dénonce dans les deux cas le radicalisme réducteur. Et Mercier (1992) a montré en effet que l'école produisait non seulement l'apprentissage de savoirs disciplinaires qu'il est aisé de nommer mais qu'avec ces savoirs, elle donnait une connaissance identifiable de certaines de leurs situations d'usage.

C'est ainsi qu'*il est impossible de séparer a priori les savoirs des élèves relatifs aux mathématiques de leurs savoirs relatifs au contrat didactique ou au milieu de l'action par lequel ils ont eu accès aux savoirs mathématiques* : cette séparation ne peut être obtenue que par un long et difficile processus d'étude, qui ne peut être mené complètement que sous des conditions didactiques rares (la suite des situations

---

s'enfermer dans leur province (Mercier, 2002).

adidactiques pour ces savoirs en est une description) et sous des conditions épistémologiques draconiennes (la constitution de ces savoirs en discipline)<sup>1</sup>. Alors, une école transmet bien des « raisons pratiques » associées aux « savoirs théoriques » explicites qui sont les objets officiels de l'enseignement. Mais les savoirs pratiques ne sont pas mieux reconnus dans le monde scolaire que dans le monde de l'action matérielle et dans les deux lieux chacun l'affirme haut et fort : « il n'y a rien à dire, ça s'apprend pas ce boulot là », tout en commentant « tu vis là dedans, ça se fait tout seul » et « l'expérience, t'as jamais fini d'apprendre » (Delbos & Jorion, 1984). Les observations de la biographie didactique des élèves l'ont montré : le savoir est d'abord *rapport à l'ignorance produite par une situation*, lorsque la connaissance du milieu de la situation permet de développer une stratégie d'action. Le savoir qu'est une stratégie d'action est donc lié aux conditions de mobilisation de cette stratégie comme organisation de praxèmes<sup>2</sup>, et ces praxèmes se transmettent par les procédés ordinaires du frayage parce qu'ils sont commandés par des configurations particulières d'objets (Conein, Dodier, Thévenot, 1993).

Mais ces savoirs sont institutionnellement transparents, c'est-à-dire que les institutions - où ils vivent pourtant - ne les connaissent pas pour ce qu'ils sont : *le milieu de l'action doit être naturalisé* pour que la conduite des actions partielles soit routinière et que l'évaluation des effets de la stratégie qui a été jugée pertinente puisse donner immédiatement des décisions pouvant orienter l'activité, sans même que l'acteur puisse en rendre compte. C'est un mécanisme connu que nous nommons *la dénégation du didactique*.

La deuxième piste dont on balisera l'entrée tient à *la conversion didactique des habitus sociaux*, qui est le processus inverse de celui que l'on vient de décrire rapidement : l'adéquation scolaire et même, didactique, de certains habitus sociaux les rend aisément disponibles dans l'espace scolaire. C'est par exemple le cas avec les pratiques sociales de l'écrit, ainsi que l'a montré Lahire (1993). Ce sociologue a travaillé dans un premier temps sur les rapports scolaires à l'écrit avant d'enquêter sur les rapports sociaux aux pratiques d'écriture et d'interroger l'adéquation de ces dernières aux premiers (Lahire, 1997). Sans doute, sa position de sociologue l'a-t-elle engagé à s'arrêter au moment où la configuration - le tableau de famille brossé du point de vue d'un enfant particulier - montre sa corrélation avec le trajet - le tableau scolaire de cet enfant - sans pour autant

---

1 Ainsi, dans la seconde partie de cette note on a repris du début l'exposé d'une théorisation didactique ; cependant cet exposé suppose, pour être lu, la connaissance didactique exposée dans la première partie. Pour en connaître le sens, on ne peut séparer le savoir qu'il contient de cette connaissance première, sur laquelle il se fonde et qu'en principe il synthétise.

2 Ils peuvent être analysés de l'un des points de vue développés par les sciences humaines sur la pensée - sauvage, rationnelle, institutionnelle, technologiquement et théoriquement instrumentée -, du point de vue cognitif dans une théorie individuelle ou sociale de l'action, du point de vue ergonomique dans une théorie du didactique ou des institutions ; dès lors ils n'appartiennent plus en propre au didacticien. Ils apparaissent comme des schèmes ou des habitus comportant des réflexes, des procédures, des évaluations de coût, des jugements de pertinence, des attributions de valeur, etc. (Johsua, 1998).

que l'on puisse savoir le poids des formes scolaires particulières à telle école, à tel professeur, à telle discipline, dans la formation de rapports scolaires particuliers et dans la manière dont ces rapports s'avéreront ou non déterminants dans le trajet de tel élève. Car inversement, étant donnés les phénomènes de clivage d'objet dont nous avons pu commencer à montrer l'économie didactique et le poids dans les inerties comportementales de certains élèves, la formation scolaire d'habitus pourrait bien s'avérer, en retour, d'autant plus déterminante dans la formation de la biographie sociale ou affective d'un élève que, pour cet élève, la séparation des deux domaines où ses activités se déploient n'est pas certaine.

Une troisième piste tient à la nature des savoirs pouvant donner lieu à un travail didactique, elle est explorée par les didacticiens des mathématiques ou de tout autre savoir qui œuvrent dans le cadre des théories de la transposition, on se contentera donc d'en signaler l'existence. C'est en ce point qu'il devient intéressant de nommer ce travail indépendamment de la manière dont l'un des acteurs l'engage (en enseignant) et dont l'autre la réussit (en apprenant), puisque l'engagement de l'un ne garantit pas le résultat pour l'autre. Le terme d'*étude* fait justement le lien entre l'enseigné et l'apprenant, en désignant l'activité propre de l'élève qui cherche à apprivoiser une construction sociale efficace et pour cela, s'exerce pour instrumenter son action en étudiant cette œuvre. L'investissement d'une œuvre particulière peut ouvrir à l'élève qui le réalise une voie, que nul autre n'aurait pu s'ouvrir.

La quatrième piste, dont on évoque seulement l'existence possible, tient à la valeur formatrice et éducative de l'étude des disciplines scolaires. C'est une question d'autant plus délicate, que les termes mêmes de formation et d'éducation sont trop souvent les armes du combat contre des savoirs presque obsolètes. Cependant, le lien d'un savoir à une classe de situations caractéristiques peut être enseigné, il relève de la capacité de juger a priori de la pertinence d'une stratégie, et de la capacité de juger de la valeur relative d'une stratégie pertinente donnée, parmi d'autres.

### **De l'écologie des savoirs aux organisations pour l'étude**

Nul ne doute vraiment de l'existence de plusieurs hiérarchies qui organisent les savoirs. Il y a d'abord une hiérarchie interne des savoirs, qui change avec les reconstructions venues du travail des fondements, comme l'a montré le mouvement de surface connu comme la « réforme des mathématiques modernes » dans les années soixante dix. Certains savoirs sont puissants, ils permettent une grande économie de pensée, comme

l'algèbrisation cartésienne de la géométrie ; certains sont fondamentaux, ils permettent de poser des questions qui échappent à d'autres, comme l'idée selon laquelle le postulat d'Euclide n'est qu'un axiome et qu'on peut imaginer des géométries non euclidiennes ; d'autres sont anecdotiques, comme le théorème «  $384702 \times 74953 = 28834569006$  » ou encore, ils sont communs «  $2 \times 2 = 4$  » même s'ils peuvent servir à poser une question rarement formulée, à l'école «  $2 \times 2 = 2 + 2$ , est-ce le seul cas d'égalité de la somme et du produit de deux nombres ? ».

Il existe des hiérarchies externes des savoirs, venues de leur légitimité ou de leur pertinence sociale. Certains outillent des actions qui engagent la survie des individus, du groupe, de l'espèce comme la médecine ; d'autres outillent des actions très valorisées, qui tiennent au pouvoir, comme le droit dont les lieux de production et d'enseignement sont en bonne place dans les centres de décision.

Il existe des hiérarchies cognitives - dont certaines semblent venues d'une épistémologie qui décalque le social sans l'interroger - entre les savoirs instrumentés (se brosser les dents, planter deux clous, répondre immédiatement 56 à la question «  $7 \times 8 ?$  ») et les savoirs déclarés (le produit de trois entiers successifs augmenté de leur moyenne est un cube), les savoirs formels (les énoncés de la langue française sont composés de mots) et enfin, les savoirs sur les conditions d'usage de ces savoirs « J'ai 9 ans et mon petit frère 6, notre papa a 54 ans, mais ce n'est pas parce que  $6 \times 9 = 54$  », etc. Cette liste en forme de bric à brac vise à montrer la multiplicité des classifications possibles.

Mais quelle que soit leur position dans une hiérarchie, on considère par principe que *tous les savoirs sont descriptibles par la situation qui les caractérise*. La voyance propose un savoir sur l'avenir dont l'utilité ne ferait aucun doute pour un choix engageant sa vie sur un long terme s'il était valide, et la prédictibilité des événements physiques est a priori tout aussi utile. Cette dernière permet en effet, par exemple, de décider ou non de rouler sur une autoroute à 36m/s et à 20m du véhicule qui précède. Mais la physique et la voyance ne relèvent pas de la même classe de situations ; car le jugement sur l'inconsistance d'un savoir de la voyance est l'effet d'un savoir sur la formation des savoirs qui s'est formé à l'occasion du développement historique d'une position épistémologique de physicien. L'intérêt d'un jugement de consistance correspond à un type de situations nouveau : pour le formuler, il faut avoir cherché à unifier les savoirs sur le monde en les interrogeant systématiquement sur leur validité, leur cohérence et sur leur pertinence<sup>1</sup>.

### Questions relatives aux savoirs

Indépendamment de toute classification a priori des savoirs, nous nous intéressons à la possibilité de saisir des savoirs dans une relation didactique, c'est-à-dire à la possibilité

---

<sup>1</sup> Sans pour autant, si possible, s'engager dans l'aventure de Bouvard et Pécuchet : on ne peut travailler l'épistémologie, dans certaines positions sociales !

de décrire les situations épistémiques correspondantes de telle manière que nous sachions en proposer une transposition didactique. Ainsi s'énonce en quelques mots le problème de *l'enseignabilité d'un savoir*. La description de la situation épistémique pour un savoir est la clé d'un problème didactique. Comment produire une situation et plus précisément un milieu, artificiels, reproduisant les conditions de vie de ce savoir en réalisant les contraintes dues à un enjeu didactique. Par exemple, donnant la possibilité d'agir « pour apprendre » c'est-à-dire d'agir dans une situation où l'échec de l'action peut être reconnu par l'acteur lui-même et permet de recommencer en cas d'échec (ce qui ne va pas de soi lorsqu'il s'agit de l'atterrissage d'une navette spatiale) ? Cependant, la question de son enseignabilité ne permet pas de décider de la légitimité d'un savoir à devenir objet d'enseignement, ni de la pertinence de l'organisation de son enseignement dans telle société. Ainsi, dans les crèches, l'habillement, ou dans les écoles maternelles, le nouage des lacets, sont des savoirs dont la pertinence n'échappe à personne, mais si de tels savoirs quotidiens sont légitimement enseignés dans les crèches, ils apparaissent peu légitimes à l'école maternelle : la poursuite de cet enseignement est alors plutôt le fait des auxiliaires maternelles.

#### *Quels savoirs peut-on étudier dans une école ?*

Une réponse positive à cette question peut être fournie par l'invention d'une situation didactique appropriée. Une réponse négative à la question de l'enseignabilité d'un domaine vaste amène à laisser l'apprentissage à « l'expérience de terrain ». Une réponse négative sur un objet de savoir particulier lié à une discipline d'enseignement oblige l'école à « produire de l'ignorance » sur ce point, sans pour autant organiser l'étude qui permettra de la dépasser sûrement ; car cela ne signifie pas l'impossibilité de provoquer l'apprentissage d'un tel savoir, mais l'impossibilité d'en faire un enjeu didactique déclaré et de rendre compte de l'action didactique correspondante, puisque ce savoir s'apprendra sur le terrain de la pratique scolaire de la discipline dont il outille l'étude. Ce fut, par exemple, longtemps le cas avec la consultation du dictionnaire, dans l'étude des langues mortes : les latinisants débutants se souviennent de leur difficulté à trouver le bon usage du Gaffiot.

C'est ainsi que l'on peut se proposer de développer des études en didactique des savoirs professionnels, dont les premières réalisations existent d'ores et déjà. *Plus encore que la didactique des mathématiques, de telles études supposeront une anthropologie des rapports au monde que sont les connaissances et des institutions sociales qui conservent ou renouvellent ces rapports.*

Car il faut encore avoir identifié un savoir, pour poser la question de son enseignabilité et c'est le problème que pose Johsua (1998), *a priori*, dans un texte qui a donc le statut d'une théorie tout en étant le guide limpide de toute enquête anthropologique à visée didactique. Il y démontre que *l'enseignabilité d'un savoir tient à l'existence, si tenue soit-elle, de processus d'étude* qui désignent les variables pertinentes de ce que nous avons appelé la situation épistémique. Ainsi, de même que Mauss avait pu définir en

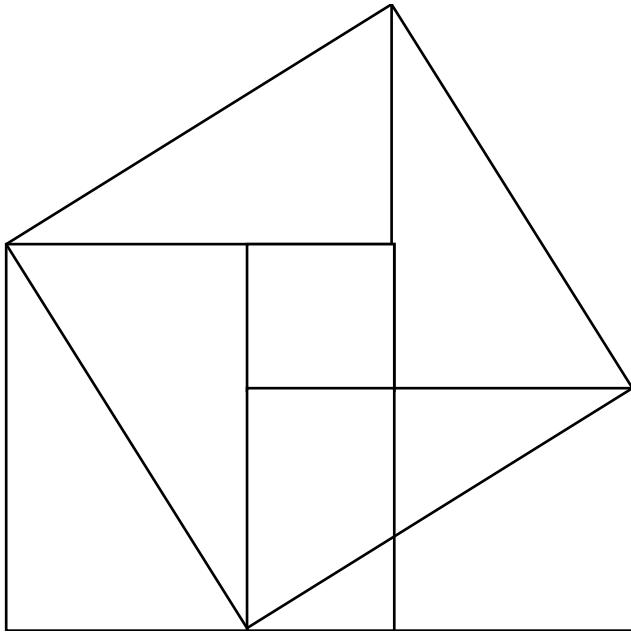
quelques pages une technique comme « une manière de faire traditionnelle et efficace », nous avons une description de ce qu'est l'objectivation à usage didactique d'un savoir comme « des modalités d'étude traditionnelles et efficaces » dont la dimension scripturale tient peut-être plus à la possibilité d'institutionnaliser les manières traditionnelles légitimées qu'à une condition didactique. La notion d'étude - ou plutôt, de *gestes d'étude* - est donc sans doute le moyen de découper dans l'ensemble des conditions observables de l'environnement d'un savoir, les conditions effectives, pour distinguer et organiser, dans ce qui était un environnement informel, les éléments de l'écosystème du savoir qu'est la situation épistémique. C'est sans doute une direction prometteuse pour l'accès des questionnements didactiques à des domaines relevant plus évidemment des problèmes posés par les sciences de l'éducation que les recherches pour l'amélioration de l'organisation didactique des disciplines scolaires. Mais c'est aussi par exemple une direction prometteuse pour le travail sur les « cours d'études » d'une « école pour tous », à la recherche de questions d'enseignement qui soient socialement vives, tel que Chevallard propose de l'engager (Chevallard, 1997b) et tel que le demandent les textes officiels sur la question des « parcours diversifiés de formation » dans le Cycle central des Collèges.

### *Pourquoi étudier des disciplines ?*

Il semble que, comme Ratsimba-Rajohn le signale dans son DEA en 1977,

« ... la conception qui juge que la contradiction entre le concret et l'abstrait est principale s'est perpétuée. Or, cette contradiction n'est principale que dans la mesure où le rapport du sujet et de l'objet nouveau est institué seulement au niveau de la représentation de l'objet présumé indépendant du sujet, et seulement si l'on suppose que la conception de la notion n'est qu'un résultat nécessaire (donc automatique) de sa perception : toucher, voir, modifier.../... Les procédés issus des conceptions précédentes ne permettent que des interactions limitées, superficielles ou familières avec des moyens tels que : image, schéma, graphe, discours, liste de propriétés ou d'axiomes. Les enseignants prétendent ainsi fournir "d'un coup" tous les éléments et les relations constitutifs de la notion visée. Ce sont de tels procédés que nous qualifions d'introduction ostensive et que nous appelons "ostension". »

On peut mettre en doute le fait que les professeurs ont tous, dès leur entrée dans le métier, la "conception" décrite comme guide de leur action - il s'agit plutôt d'une technique, c'est-à-dire d'une manière sociale de faire qui montre une efficacité reconnaissable - puisque Ratsimba-Rajohn (1992) démontre par ailleurs que la plupart des gestes d'ostension sont involontaires. Cependant, la question de l'ostension ne peut se régler par la condamnation d'une technique qui, par définition, a fait ses preuves.



REGARDE !

Cela est manifeste dans cette démonstration célèbre du théorème de Pythagore attribuée au mathématicien indien Bhascara, 1114 a.c. et constituée d'une figure et de l'injonction didactique : Regarde ! (Mercier, 1988). Ces « démonstrations » rappellent l'adage « Quand le sage montre la lune, l'imbécile regarde le doigt » : l'ostension est bien le procédé didactique du sage.

On peut rappeler aussi que Chevallard (1997a) nomme *étude* l'acte didactique fondamental, considérant ainsi, explique-t-il, que l'enseignement en classe ne constitue de fait qu'un temps de régulation entre deux périodes d'étude. Enfin, les enseignements pratiques qui se font *par frayage* ne limitent-ils pas l'explication à l'action, supposant que toute action est geste pour qui la regarde, c'est-à-dire, qu'elle parle d'elle-même (Johsua, 1998) ? Johsua montre d'ailleurs comment il faut dès lors supposer qu'il existe, dans la transmission par frayage du « savoir étudier » : il rejoint ainsi l'idée de Chevallard. Et si le sage se refuse à enseigner autrement qu'en montrant l'objet à connaître, c'est parce qu'il sait la vanité de l'agitation de celui qui croit pouvoir expliquer : l'élève qui n'a pu étudier par lui-même prendra bientôt l'explication pour l'objet sur lequel centrer son attention, comme l'ont montré par exemple les travaux de Mopondi (1995), démontrant ainsi la valeur générique de l'adage de la lune et du doigt. Le terme même *enseignement* pose précisément ce problème, puisque enseigner, c'est « mettre une enseigne », « indiquer par signes, pour faire connaître »... Mais, qui montrera le sens du signe ? Quelles sont les conditions pour que l'enseigne ne soit pas prise pour la chose ? Ce phénomène de glissement métacognitif a été dénoncé par Brousseau à propos du contrat didactique, et étudié par Perrin-Glorian (1992) dans le cas de classes faibles ; Mercier (1986, 1992) en a montré l'importance dans le cas d'élèves en difficulté. Le bon professeur, le sage, devrait donc se refuser d'enseigner aux élèves qui ne peuvent se suffire d'une direction d'étude qui indiquerait la direction,

de temps en temps : à en croire leurs étudiants, qui s'en plaignent, c'est la position de la plupart des directeurs d'étude des Troisième Cycles universitaires !

Les autres professeurs ne se trouvent pas dans une position sociale aussi aristocratique et doivent enseigner même à ces élèves-là qui ne savent pas mener l'étude. C'est alors que le contrat qu'ils ont accepté les engage à toutes les dérives de l'ostension que dénoncent les grands pédagogues<sup>1</sup> et, plus qu'un effet de la recherche d'une légitimité (Chervel, 1998), on voudrait donc voir dans l'émergence des disciplines scolaires l'effet d'une contrainte didactique interne. Car tout professeur est pris dans un système d'enseignement qui prétend enseigner à tous sans considération pour l'aptitude à étudier et qui déclare l'échec du système lorsque tous n'apprennent pas : un système d'enseignement bureaucratique, selon la caractérisation de Verret (1975).

Tel est le problème auquel s'attaque toute didactique ; et si aucune autre technique d'enseignement que l'ostension n'émerge, l'ostension de l'explication continuera à remplacer, un peu plus chaque jour, l'ostension de l'objet à étudier en proposant à l'étude l'acte d'ostension lui-même.

Il y a pourtant une solution, qui ralentit cette obsolescence catastrophique par l'explication : c'est bien sûr une solution pratique, puisque sans elle, l'école que nous connaissons - l'école moderne - n'existerait pas. Cette solution, l'observation montre qu'on pourrait la décrire comme « la fuite en avant pour ne pas tomber » (Mercier, 1996b, lettre du 15 janvier 1990). Autrement dit, la mise en texte du savoir et la mise en temps de l'ostension, qui s'ensuit, donnent une solution pratique à la question. Ces gestes fondateurs du didactique scolaire moderne (Chevallard et Mercier, 1987) ont permis les réussites que nous savons, mais elles se paient au prix fort d'un phénomène plus important que la transposition initiale ne le laisserait supposer : la transformation des organisations de savoir en disciplines.

La *disciplinarisation* des savoirs enseignés est certes un processus lent mais c'est un processus d'obsolescence, une transformation par laquelle bientôt, les savoirs sont moribonds : ils ne peuvent plus donner vie qu'à leur exercice scolaire. Nous avons montré longuement, dans la première section, comment pourtant la mise en texte des savoirs et la mise en temps de l'ostension donne une solution technique efficace pour un enseignement ouvert à bien d'autres étudiants que les disciples d'un maître et cependant insuffisante pour un enseignement qui prétend s'ouvrir à la majeure partie des enfants et des adultes d'une classe d'âge.

### **L'enseignement, production d'une mémoire collective**

Les travaux de Chevallard et Bosch (199??; 1999) sur les ostensifs donnent un fil conducteur pour une reprise de l'analyse du problème. Les objets mathématiques

---

<sup>1</sup> On l'aura remarqué, les injonctions des pédagogues sont comme les injonctions des saints : elles ne sont pas adaptées au monde de ceux qui n'ont pas reçu en partage la grâce divine - qui permet seule d'atteindre à la sainteté.

forment des systèmes d'ostensifs associés à la fois à des non ostensifs - qui permettent de régler leur manipulation - et à des actions - qu'ils substituent parce qu'ils en sont « le compte-rendu complet », selon l'expression du mathématicien Henri Lebesgue à propos des nombres, qu'il définissait comme des compte-rendus complets des opérations de mesure de grandeurs.

Les ostensifs sont donc les enseignes, qui font signe pour les actions : les ostensifs sont les objets de l'enseignement, ils permettent les interactions didactiques, mais ce sont les actions elles-mêmes que les élèves doivent chercher à connaître et c'est à ce prix qu'ils atteindront aux non ostensifs qui donnent la maîtrise des manipulations ostensives<sup>1</sup>.

Le *geste didactique fondamental* rencontre donc le *geste mathématique initial*, ce qui nous donne les éléments pour interpréter cette propriété des mathématiques - elles sont l'outil premier de l'étude des problèmes du monde - par son effet sur les mathématiques elles-mêmes - elles sont constituées par des systèmes d'ostensifs - en donnant le lien de ces deux propositions : *les mathématiques montrent les caractères des variables de l'action sur les problèmes du monde*. Cela explique la propriété d'enseignabilité qui fait leur nom, *mathanein* -> *mathema* : elles sont ce qui s'enseigne, puisqu'elles désignent cela même qu'il faut retenir, dans les problèmes, pour mener une action réfléchie.

Une solution, éternelle dans le système des variables sur lesquelles elle joue mais nouvelle par les valeurs d'équilibre qu'elle invente, se dessine maintenant. Car les actions dont il va être nécessaire de rendre compte par des systèmes d'ostensifs<sup>2</sup> peuvent être provoquées, par un enseignant qui par cet artifice se défait enfin de l'ostension pour en donner la responsabilité aux élèves pour qui il organise les conditions d'une action appropriée : l'ostensivité est d'abord une propriété des praxèmes, dont les objets mathématiques rendent compte.

La théorie des situations adidactiques, telle que Brousseau l'a produite, peut donc être interprétée comme la théorie des conditions d'une action (dans la situation adidactique d'action) appropriée à la production d'un système d'ostensifs (dans la situation adidactique de formulation) et du système de contrôle associé qui est produit collectivement par l'étude dirigée que mènent les élèves (dans la situation adidactique de validation, où sont examinées la pertinence et la consistance du système de *notations* et de non *notions* associées<sup>3</sup> qui est l'objet de l'enseignement). *La théorie des situations est la théorie de cette manière particulière de savoir, qui produit des objets ostensifs*

---

1 Les manipulations dont les ostensifs sont l'objet sont les seuls observables de l'activité d'enseignement et d'apprentissage. Ainsi que Leutenegger l'a fait remarquer, comme l'élève, le chercheur s'appuie donc sur les manipulations d'ostensifs pour atteindre à ce qu'ils montrent et comme lui, il court le risque d'être l'imbécile qui regarde le doigt quand il faut regarder la lune que montre le doigt. La question sera reprise dans le prochain chapitre de cet ouvrage.

2 Ce qui est un processus de modélisation (Chevallard, ; Latour, ; Vitale, ; Tiberghien, ; etc.).

3 Nous avons nommé notations les ostensifs graphiques et notions les non ostensifs associés dont l'usage normalisé constitue le savoir mathématique institué au terme de l'étude. Ils ne constituent qu'une part des ostensifs et non ostensifs utiles à toute pratique mathématique ou scientifique, mais ils en sont l'assise publique et permettent le partage et la stabilisation des techniques d'une discipline : ils en portent la culture.

*pour substituer l'action et les installer comme système partagé de codage et d'usages. La théorie des situations est la théorie des conditions de cette production technique (Brousseau, 2005). Le savoir est ici connaissance commune entre plusieurs sujets, une connaissance partagée (et non pas distribuée), qui a nécessairement une dimension sociale et qui ne peut être produite que par un acte de socialisation des productions individuelles dont l'enjeu est la maîtrise d'une action que l'on étudie à loisir (dans la *skholé*) : un système d'ostensifs doit être produit dans le temps de la suspension de l'action, dans des conditions telles qu'il puisse être partagé et devienne notation ; des non-ostensifs associés doivent être mis au travail pour devenir des notions communes. Alors, le professeur peut désigner, après coup, la savoir produit comme ce qu'il fallait apprendre : l'étude initiale en a déjà été conduite et le temps de l'enquête sur les problèmes vivants que le savoir nouveau peut aider à résoudre est venu : c'est ici que pourra se conduire un premier travail sur l'idoneité du savoir nouveau, dans un retour à l'action où le savoir s'éprouve. Au terme de cette reprise de la question des savoirs et du didactique, il est donc possible de placer un nouveau fil de suture entre l'approche anthropologique et la théorie des situations didactiques. Chacune peut dorénavant servir de système de questionnement de l'autre pour élargir son domaine d'emprise et inversement, de système d'explication de certaines questions que l'autre soulève sans donner le moyen de les résoudre : ce fonctionnement, que certains parmi nous avaient engagé en faisant confiance à l'idée que les deux formes de théorisation étaient épistémologiquement compatibles, peut aujourd'hui être validé : et l'on peut espérer un élargissement de la théorisation dont nous disposons aux voies qu'ont développé des chercheurs indépendants de ces deux systèmes. Ainsi, le travail sur l'ostension et ses formes sera sans doute à terme la clé de l'analyse des changements de cadre identifiés par Douady (1984), parce que l'on observera comment les changements de systèmes d'ostensifs transforment les systèmes de non-ostensifs en outils de production de métaphores qui travaillent sous le contrôle des pratiques ostensives associées au nouveau cadre.*

**LA TRANSPOSITION DES OBJETS D'ENSEIGNEMENT  
ET LA DÉFINITION DE L'ESPACE DIDACTIQUE, EN MATHÉMATIQUES**  
(note de synthèse)

*Alain Mercier, INRP*

*En prenant la définition comme base, on peut marcher d'un pas sûr et rapide, mais cela n'a rien à voir avec la marche de la découverte. Il en est de même en*

*toute science : on ne peut enseigner la science qu'en trahissant la démarche scientifique. C'est ce qu'on appelle la transposition didactique. On ne peut pas y renoncer (qui recommanderait de ne pas dire aux enfants que la Terre tourne autour du soleil ?). Mais, pour éviter que la science ne se transforme en dogme, il faut aller assez loin pour que la richesse de la théorie rejoigne l'expérience commune et la variété des connaissances partielles qui, historiquement, lui ont donné naissance. Il faut aussi que, sur des sujets bien choisis, les élèves aient l'occasion d'apprécier l'immense effort qui a abouti aux notions considérées aujourd'hui comme simples et fondamentales.*

*Jean-Pierre KAHANE, (mathématicien)*

*Le Journal de maths des élèves de l'E.N.S. de Lyon,  
1994*

## 1. Introduction

Dans le cadre d'un travail comparatif entre didactiques de diverses disciplines (chacune étant " discipline-cible " de sa didactique), conduit sur les dimensions génériques des systèmes conceptuels que les didactiques ont développés de manière relativement indépendante, la notion initiale de *transposition didactique* (Verret, 1975), mais surtout la construction théorique originale que Chevallard (1978 ; 1980, 1985a, 1991a) produit sous l'emblème de celle-ci et les développements qu'il propose (Chevallard, 1994b ; 1999) trouvent normalement une place importante : nous suivons sur ce point Raisky et Caillot (1996). Pourtant, dix ans plus tôt, dans cette même revue, la note de synthèse que Douady et Artigue (1986) consacrent à la didactique des mathématiques pour ses dix ans ne lui consacrait que onze lignes : c'est que, entre temps, le système théorique initial a été largement développé et qu'il est ainsi devenu l'outil essentiel pour de nombreuses études, le moyen de poser des questions nouvelles, le lieu d'accumulation d'un solide capital de résultats<sup>1</sup>.

Le terme de transposition nomme **d'abord le travail d'adaptation d'une œuvre musicale à un instrument différent de celui qu'avait envisagé le compositeur**<sup>2</sup>. Il est principalement utilisé aujourd'hui en droit, où il désigne le travail d'adaptation des directives européennes aux systèmes juridiques des états membres : la traduction n'y

<sup>1</sup> Cette note de synthèse ne traite que du cas des mathématiques, mais elle est instruite des nombreuses reprises de la notion dans d'autres didactiques, qui permettent d'en dessiner plus nettement les conditions d'usage efficaces. Je remercie les chercheurs en didactique de différentes disciplines de mon laboratoire (CIRADE, EA 848), Jean Paul Bronckart, dont j'ai beaucoup appris en partageant avec lui un enseignement sur ce sujet à l'Université du Tessin, les auteurs de ce numéro, qui m'ont facilité l'accès aux débats sur la transposition développés dans les didactiques de leurs disciplines cibles, et les responsables du fonds documentaire de l'INRP.

<sup>2</sup> **Cette définition est semble-t-il erronée, un effet de transposition sans doute:**

suffit pas. La notion proposée par Verret appartient à la sociologie. Elle permet d’opposer, aux savoirs transposables qui peuvent être enseignés dans une école (le terme grec *matêma*, à l’origine de *mathématiques*, signifie “ ce qui est enseigné ”), les savoirs “ dont les apprentissages sont improgrammables [et qui] appartiennent au domaine des Sciences Humaines ” : Verret travaille dans le champ des études de philosophie à l’université et analyse les effets de leur organisation sur les comportements étudiants.

Avec une petite équipe de professeurs de l’IREM d’Aix-Marseille qui se sont engagés avec lui et suivent les cours de l’équipe bordelaise du DEA de didactique, Chevallard organise l’observation des mathématiques effectivement enseignées et apprises, dans les classes même du Collège et du Lycée (Schneider, 1978 ; Tonnelles, 1979 ; Pascal, 1980). Dans le cours qu’il donne en 1980 à la première Ecole d’Eté de Didactique des Mathématiques, il propose une théorisation générale pour l’enseignement des mathématiques – dont Verret supposait les apprentissages programmables par nature – sous le titre emblématique *La transposition didactique*. Il introduit ainsi une rupture fondatrice, puisqu’il ne considère plus avec Verret que la programmation du savoir à usage didactique serait une technique adéquate à certaines matières d’enseignement et qui aurait été indûment généralisée. Pour Chevallard, la transposition est l’effet *nécessaire* de certaines formes d’enseignement, un effet dont l’efficacité provient précisément de la programmation des enseignements. Le fait que, en mathématiques aussi, les apprentissages soient prouvés improgrammables (Mercier, 1978 ; 1992 ; 1994 ; Brousseau, 1981 ; Brousseau et Centeno, 1991) est venu confirmer cette position. C’est pourquoi Chevallard affirme fermement, dans la postface à la réédition de 1991, ce que le succès de sa construction théorique et les faits montrent : la théorie rend compte de l’apprêt didactique de toute matière d’enseignement. Verret oppose les formes aristocratiques de transmission, où la valeur du disciple est révélée par la fréquentation du maître, à l’organisation bureaucratique des écoles modernes où la programmation de l’accès au savoir retarde indéfiniment l’épreuve de l’aptitude à maîtriser les problèmes fondateurs de la matière étudiée. De fait, cette programmation signe l’apparition des systèmes modernes d’enseignement au dix-septième siècle (Chevallard et Mercier, 1987), qui sont contemporains d’un mouvement de développement des sciences et d’intérêt général pour le savoir. Ainsi Molière fait-il rire, dans *Le bourgeois gentilhomme*, du bourgeois qui cherche à apprendre ce que ses nobles spectateurs pensent posséder par naissance (la danse de cour, le maniement des armes, l’exercice des lettres d’amour), car l’exercice scolaire est d’autant plus ridicule aux yeux des possesseurs d’une pratique que les étudiants sont moins légitimes à s’engager dans celle-ci ; l’école semble alors un leurre et ses élèves n’arrivent qu’à singer les pratiques efficaces. Les *femmes savantes* n’échappent pas au ridicule de qui cherche à s’appuyer sur le savoir pour sortir de sa condition (Mosconi, 1990) tandis que la bonne de Monsieur Jourdain sait que certains savoirs appartiennent à une position sociale. Molière fait rire ainsi du professeur de philosophie dont le ridicule vient de son accord avec l’élève Jourdain : un accord illusoire sur la nature du savoir transmis, rendu

possible parce que l'exercice scolaire remet à plus tard l'accès à la pratique sociale visée et produit un délai toujours renouvelé, nécessaire à la poursuite de l'enseignement et de l'étude.

L'opposition sociologique entre organisations aristocratique et bureaucratique de l'enseignement ne définit pas ce qu'est une matière d'enseignement, ni si elle est nécessairement organisée en discipline, comme c'est le cas des mathématiques enseignées de l'Ecole Élémentaire à l'Université : ces questions appartiennent aux développements les plus récents de la théorie de la transposition et sont posées dans le cadre d'une didactique comparée. Cependant, la théorisation des phénomènes de transposition, que la préface à la première édition, en 1985, situe dans son contexte, est aujourd'hui largement reconnue dans le monde francophone comme fondement possible d'une science didactique de nombreuses disciplines (Johsua, 1985 ; Tiberghien, 1985 ; Audigier, 1988 ; Veck, 1989 ; Marsenach et coll., 1991 ; Bronckart et Schneuwly, 1991 ; Johsua, Dupin, 1993 ; Rogalski, Samurcay, 1994 ; Forestier Tiberghien et Sabatier, 1995 ; Beitone et Legardez, 1995 ; Schneuwly, 1995 ; Amade-Escot et Marsenach, 1995 ; Raisky, 1996 ; Bronckart et Plazaola-Giger, 1998 ; Petitjean, 1998 ; Ginestié, 1999) ce qui engage de nombreux chercheurs à envisager avec Chevallard (1989c) une science *du didactique* (Develay, 1992 ; Raisky et Caillot, 1996) spécifiée par la considération du savoir comme troisième terme de la relation didactique tandis que d'autres proposent d'autres entrées et contestent alors l'un ou l'autre point de la théorie (Martinand, 1989 ; Chatel, 1995).

La recherche sur les mots du titre dans la base de données internationale MATHDI propose 28 références d'articles de revues en didactique des mathématiques. Ce terme proposé à la base SUDOC donne accès à plus de 16 travaux ouvrages et thèses en mathématiques pour 11 dans d'autres disciplines, et propose 10 titres supplémentaires si l'on étend la recherche aux résumés. Le site Internet de l'Inspection Générale de mathématiques propose une Introduction à la didactique des mathématiques où la *Théorie de la transposition didactique* est présentée comme le troisième des points de vue possibles en didactique. La base PUBLIMATH de l'Association des professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public ne répond pas à cette demande, fondée sur un terme " trop courant ". Les spécificités disciplinaires des phénomènes dont la notion de transposition est devenue l'emblème ont été largement travaillées, autant par les détracteurs que par les tenants de son emploi. Aujourd'hui, la théorie est reprise par des didacticiens des mathématiques non francophones, en Italie comme en Espagne et en Amérique latine ; et dès lors que les auteurs cherchent à développer une *science du didactique* au sens où nous l'entendons en francophonie – un corps autonome de savoirs relatifs à un objet spécifié : les systèmes d'enseignement et les apprentissages qu'ils permettent - nous pouvons identifier des travaux anglo-saxons qui reprennent les questions que la théorie de la transposition nomme (Tall, 1991 ; Asiala et coll., 1996 ; Warfield, 1996 ; Nardi, 1999). Mais il faudrait aussi entrer soit dans l'étude de la sociologie du curriculum pour laquelle nous renverrons à la note de Forquin (1991) car cela nous conduirait sur de tout autres chemins, soit dans la sociologie des temps

sociaux, qui s'est peu intéressée à l'enseignement comme lieu spécifié par la transmission des savoirs (Vasquez, 1988 ; Husti, 1992 ; Sue, 1993).

Cependant, cet accord ne s'est pas fait sans que des réticences importantes se soient manifestées ni sans que des débats virulents, dont on peut sentir les traces jusque dans les textes réunis dans ce numéro spécial de la *Revue Française de Pédagogie*, se poursuivent. La place limitée dont nous disposons ne nous permettra pas d'étudier de la manière qu'ils mériteraient les travaux qui ne se réfèrent pas explicitement à la théorie bien qu'ils soient sans aucun doute développés dans le champ de la didactique des mathématiques. Car, déclarait Chevallard (1989c, p. 3) dans sa note d'habilitation : " Le chercheur en didactique ne peut, à mon sens, se contenter de se référer aux travaux de ses pairs (voire de chercheurs appartenant à d'autres communautés de recherche) en termes d'approbation ou de désapprobation, de louange ou de critique, comme si de telles productions allaient de soi : toute production appartient en droit au domaine de ses objets d'étude et fait partie de l'empirie – de la collection des " faits " objectifs – qu'il peut être amené à étudier. " C'est pour moi le sens du travail dont cette note me donne l'occasion.

## **2. L'ouvrage princeps et le cours de 1980 : de la notion de transposition à la première théorie et à sa reprise comme Théorie Anthropologique du Didactique**

### **2.1. De la sociologie à la didactique des mathématiques**

Le travail du sociologue Michel Verret sur " le temps des études " pour les étudiants de philosophie à l'université l'a donc amené à s'interroger sur l'enseignabilité d'un savoir. C'est une question philosophique ancienne, soulevée par Platon dans le dialogue du Ménon, mais la question est posée à propos de la philosophie, matière d'enseignement de longue date, et de l'université, lieu traditionnel de cet enseignement. Verret montre en effet que l'université est constituée en " école bureaucratique " organisant un accès progressif aux notions philosophiques, ce qui fait que les étudiants n'entrent jamais en rapport aux œuvres philosophiques elles-mêmes. C'est, pour Verret, un effet de " la division du travail qui autonomise le procès de transmission du savoir du procès de sa mise en œuvre [...] et constitue une pratique distincte d'apprentissage " (p. 140) dont l'organisation scolaire suppose la désynchronisation, la dépersonnalisation, la programmation et la publication des savoirs à enseigner. Il lui oppose l'enseignement " aristocratique " (sans nommer les institutions qui le réaliseraient), en montrant que ce sont les nécessités du contrôle social des apprentissages et du fonctionnement temporel de l'école bureaucratique qui produisent *la transposition des savoirs* en un *texte d'enseignement*. Il rapporte alors certains caractères de la temporalité de la vie étudiante qu'il observe au temps institutionnel particulier de l'enseignement universitaire de la philosophie et aux contradictions que produit le délai toujours renouvelé de l'accès aux œuvres philosophiques proprement dites.

Les notions centrales de bureaucratisation de l'enseignement et de position

aristocratique possible pour certains étudiants appartiennent à une *sociologie des systèmes d'enseignement* mais dans le cadre sociologique, elles resteront sans descendance. Ainsi, faisant le bilan de “ 35 ans de recherches ” des “ Héritiers ” aux “ nouveaux ” étudiants, Fave-Bonnet et Clerc (2001) ne font aucune allusion à ce travail et Annot (2001) ne cite ni Verret ni bien sûr les travaux didactiques sur le temps dans une étude sur un phénomène annoncé par la théorie : la suspension du temps produite par le tutorat. Verret lui-même, qui s’est servi de cette construction comme en passant, semble en avoir oublié jusqu’à l’invention (Terrisse, 1997). Il semble que la notion de traduction (Latour, 1991), qui traite en particulier de la transposition des savoirs dans les institutions professionnelles, occupe avec plus de vivacité la même niche écologique car elle est portée par une école sociologique dont c’est un concept clé – fondant le principe relativiste sur les analyses relationnistes de traductions observées. Ce succès vient aussi sans doute de ce qu’on considère alors “ sans intention didactique ” les institutions traductrices : les professions. Cela rassure les professions, pour qui il n’y a donc jamais rien à apprendre vraiment (Delbos et Jorion, 1984, 1990), rien surtout qui nécessiterait le ridicule d’un retour à l’école.

Le cours de Chevallard en juillet 1980 à la Première Ecole d’Eté de didactique des mathématiques s’appuie sur une pratique permanente des mathématiciens qui s’intéressent à l’enseignement (Lebesgue, 1931 ; Choquet, 1955 ; Revuz, 1976 ; Glaeser, 1981 ; Rogalski, 1991 et 1999 ; Robert, 1992 ; Kahane, 1996 ; Arzac, 1999) dont il reprend l’exigence épistémologique et affirme l’insuffisance didactique. Il a déjà montré qu’il ne suffit pas de réfléchir à ces questions d’une manière informée par des connaissances épistémologiques solides, il faut prendre les faits d’enseignement comme les objets d’une science et pour cela une rupture épistémologique est indispensable. Cependant, les techniques de mise en œuvre de la théorie, qui diminuent le coût de son usage en prenant en charge la rupture épistémologique dont elle est porteuse, ne viendront que très lentement. Sans doute, en 1980, plusieurs travaux conduits à Marseille ont porté sur des phénomènes liés à la transposition des mathématiques (voir par exemple Chevallard, 1978). Cette notion n’y était pas explicitement au travail, mais le cours a cependant été accompagné d’une série de travaux pratiques, relatifs aux processus de transposition. L’ensemble constituait un “ enseignement de haut niveau ” mais le texte publié en 1985 répond bien sûr aux contraintes de tout enseignement que décrit justement la théorie. L’exposé ne permet pas de retrouver les questions qui ont rendu la théorie nécessaire, comme le remarque Kahane dans l’exergue de cette note ; d’autant que la théorie est inaugurale et que le travail de reprise des préconstruits par lequel toute étude s’engage - les participants de l’Ecole d’Eté le mènent à l’occasion des travaux dirigés associés au cours - n’est pas proposée dans le texte de l’ouvrage publié en 1985.

Car le cours, pourtant entièrement rédigé en juillet 1980, ne sera disponible que cinq ans plus tard, trois ans après qu’une étude détaillée de la transposition de la notion de distance ait été rendue publique dans *Recherches en Didactique des Mathématiques* (Chevallard et Johsua, 1982). Pendant trois ans, seule cette étude - où le travail

épistémologique est essentiel – peut faire référence. Cela va engager pour longtemps la manière dont la notion sera reçue, en l'isolant du corps de concepts qui lui sont associés et en lui faisant signer l'exigence minimale d'une analyse épistémologique des savoirs à enseigner pour conduire l'observation et l'analyse des savoirs enseignés. Cette étude démontre l'écart de la notion scolaire à la notion mathématique, elle ne met pas en avant le système des contraintes qui pèsent sur tout savoir enseigné. Dans ces conditions, les rapports à la notion de transposition de ceux qui ont d'emblée adopté le terme ne seront pas plus favorables au travail scientifique de la théorie que ceux de ses détracteurs, qui refusent le fait mis en évidence parce qu'il dénonce leurs prétentions à intervenir de manière volontariste sur le système d'enseignement. Leur mot d'ordre : inutile de comprendre les lois didactiques, il faut “ mieux former les professeurs dans leur discipline ”. Accepter ce mot d'ordre démontre aussitôt que eux - qui sont mieux formés puisqu'ils savent plus de mathématiques - seraient à l'évidence de meilleurs enseignants. Lorsqu'ils ne se paient pas de mots, les professeurs qu'ils ont formés savent d'expérience ce qu'on peut en penser.

L'année 1981, un premier texte vient pourtant démontrer que l'essentiel de la théorie est relatif aux *conditions d'existence* et aux *contraintes de fonctionnement* des *systèmes didactiques* (Chevallard, 1981). Ce texte, intitulé *Pour la didactique*, engage le travail scientifique d'observation et d'expérimentation sur les systèmes didactiques promis dans le cours et c'est en ce sens que la théorie sera reprise en didactique de la physique par Johsua (1985). Mais *Pour la didactique*, qui est le compte rendu d'une première mise en œuvre de la théorie, ne trouve pas d'éditeur. Et pour sauvegarder la fragile rupture épistémologique qu'il a commencé d'introduire, Chevallard ne publiera pas dans des revues scientifiques d'autre description de son travail expérimental, de crainte qu'il ne soit considéré comme innovation : il le présentera cependant aux chercheurs (Chevallard et alii, 1984 ; 1987). Pendant presque dix ans il ne rendra donc compte des développements de la théorie que dans des interventions orales (Chevallard, 1982 ; 1986a ; 1989b) ou dans des articles à l'intention des professeurs qui reprennent le contenu des stages de formation de l'IREM et où il montre comment il est possible de s'attaquer aux problèmes qu'ils rencontrent (Chevallard, 1985 ; 1986b ; 1989a ; 1990 ; 1991b). Ainsi, jusqu'en 1988-1989, les chercheurs qui ont eu accès à l'unique article puis à l'unique ouvrage de Chevallard devront développer par eux-mêmes les moyens de produire des résultats de la théorie qui s'y propose et trouver, sans le secours de travaux ultérieurs de l'auteur, ce qu'il conservera par devers lui : matière à fonder aussi bien l'observation non prescriptive des enseignements effectifs (et les phénomènes relatifs au fonctionnement didactique qui sont observés) que l'ingénierie visant à produire certaines organisations de savoirs et à expérimenter leurs propriétés didactiques (enseignabilité, robustesse, justesse, pertinence). Notre premier mouvement consistera donc à décrire rapidement les dimensions théoriques auxquelles l'emblématisation du concept a rendu l'accès difficile, avant de présenter les débats auxquels il a donné lieu et les usages qui en ont été faits. Les résistances qu'il a suscitées sont évoquées dans la préface de l'édition de 1985 mais surtout dans la

postface de la réédition de 1991 et nous n’y reviendrons pas, d’autant qu’à cette date, la recherche de liens avec la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1986 ; 1999) a conduit Chevallard sur la voie de l’introduction des notions d’institution et de rapport institutionnel d’un sujet à un objet et à proposer la Théorie Anthropologique du Didactique, comme nous l’expliquons ci-dessous.

## 2.2. Une posture descriptive, spécifique d’une science du didactique

La notion didactique de transposition permet donc de caractériser l’attitude scientifique sur les questions d’enseignement : se déprendre de la naturalisation des objets et des attitudes communes (c’est l’objet du chapitre 2, pp. 41-43), et définir la rupture épistémologique qui permet de “ s’arracher à l’illusion de la transparence ” (p. 43) pour rendre visibles les créations et même, les *substitutions didactiques d’objets mathématiques*. Les objets enseignés se donnent en effet pour identiques aux “ contenus de savoir ayant été désignés comme savoirs à enseigner ” (p. 39), c’est pourquoi “ l’analyse scientifique du système didactique suppose la vigilance à la transposition ” (p. 45). Cette analyse dévoile ce qui était caché et devait le rester : *l’illusion de l’identité de l’objet de savoir et de l’objet d’enseignement est nécessaire au fonctionnement heureux des systèmes didactiques* ; nous en reparlerons au paragraphe 3.4, disons simplement ici que la possibilité de trouver un contrat didactique est à ce prix. Contrairement à ce qui est le cas général des discours sur le système d’enseignement, l’approche de Chevallard est donc absolument non prescriptive : de même que l’on ne porte pas de jugement moral sur la courbure de l’espace, ou sur la combustion du gaz butane mélangé à l’oxygène et mis au contact d’une flamme, Chevallard ne porte pas de jugement sur le phénomène qu’il met en évidence. La première question ordinairement adressée à l’exposé de la théorie tient pourtant à l’aspect réactionnaire du constat selon lequel la transposition et son déni sont des *contraintes de fonctionnement* de tout système didactique.

Cela fait scandale (Raisky, 1996) et produit au sein de la noosphère du système d’enseignement des mathématiques (IREMs, APMEP, Concepteurs de programmes et producteurs de manuels) un clivage radical entre militants de la cause des réformes et tenants d’une approche scientifique non prescriptive. Les premiers n’iront pas plus loin que le titre dans le commentaire d’un ouvrage qui déclare d’emblée que “ le roi est nu ” ; les seconds devront souvent, pour accéder à la publicité de leur travail, renoncer à un usage explicite de la théorie. Ainsi, huit ans plus tard, un cours de la IV<sup>e</sup> Ecole d’Été intitulé “ Un point de vue introductif à la didactique des mathématiques : du côté du savoir ” essuiera un refus de publication : il reprenait les enseignements de la théorie de la transposition pour décrire l’histoire de la constitution d’une approche scientifique possible des phénomènes de l’enseignement des mathématiques - et des apprentissages que l’enseignement produit – en montrant comment, même aux chercheurs en didactique des mathématiques, le savoir enseigné avait longtemps paru identique au savoir à enseigner. Aujourd’hui encore, pour certains, le scandale est tel que le premier

texte trouvé par le moteur de recherche GOOGLE sur la question est un pamphlet sans signature, fruit longuement mûri de l'effort d'un petit groupe d'opposants militants (2001) : le terme de transposition y figure plus souvent que dans toute publication didactique !

Assez rapidement et bien que la théorie de la transposition en rende compte simplement, l'illusion d'identité des objets d'enseignement aux objets de savoir sera plutôt attribuée au contrat didactique et à ses effets. Le concept de *rapport institutionnel à un objet* permet en effet (Chevallard & Julien, 1989) de centrer l'attention sur l'institution qui produit l'illusion et de l'attribuer à l'assujettissement des sujets de l'institution : à leur entrée dans le contrat. Cela permet aussi de ne plus devoir dire explicitement que l'illusion est une nécessité fonctionnelle (Bessot & Mercier, 1991) qui engage tout sujet à la dénégation de la transposition et lui interdit de penser comme telles les créations didactiques d'objets d'enseignement. Lorsque Chevallard (1989b) propose trois déclinaisons du concept de *rapport au savoir* (*rapport personnel*, *rapport institutionnel*, *rapport officiel*) au séminaire du laboratoire Leibniz, à Grenoble, il annonce qu'il s'agit là "[d'une] théorisation [qui] s'inscrit dans le prolongement de la théorie de la transposition didactique dont elle entend constituer, au vrai, tout à la fois un *élargissement* [...] et un *approfondissement* [...] Ce mouvement englobant ne surprendra que ceux qui [...] n'ont voulu voir dans la théorie [...] que l'étude d'un aspect du didactique [...] Il s'agit donc de *reformuler les termes primitifs de la théorie*". Dès lors, en didactique des mathématiques, la transposition didactique n'est plus un abcès de fixation des débats théoriques : elle est devenue une question interne à la théorie des institutions didactiques, première version de la Théorie Anthropologique du Didactique. De plus, elle déclare dorénavant des liens fonctionnels avec la Théorie des Situations Didactiques : nous les présenterons dans la troisième partie de cette note. C'est ainsi que, depuis 1989, en didactique des mathématiques, la notion de transposition va pouvoir travailler de manière silencieuse dans les travaux que ne dirige pas Chevallard. On peut voir comment par exemple se situent les sept intervenants du séminaire 1997 du même laboratoire grenoblois : quatre d'entre eux travaillent sur des phénomènes pouvant relever de cette théorisation, puisqu'ils proposent l'étude d'objets à enseigner ou d'objets d'enseignement. Parmi eux, deux ne citent pas le phénomène : Henry (1997), bien que son premier paragraphe s'intitule "L'enseignement des probabilités au Lycée : questions épistémologiques et didactiques", et Bittar (1997), qui étudie "Les vecteurs dans l'enseignement secondaire". Nul besoin de dire que dans ces cas, la question des contraintes sur le savoir que crée l'entrée d'un savoir dans un système didactique n'est abordée que relativement à l'organisation de l'exposé et que la seule question didactique étudiable est relative aux conséquences épistémologiques d'un programme d'enseignement donné. Le troisième intervenant (Le Thi, 1997) cite l'ouvrage sans nommer sinon en conclusion les phénomènes transpositifs qu'il observe, alors que son étude est conduite tout entière à l'aide de la Théorie Anthropologique du Didactique : "Etude du rapport à l'objet vecteur d'enseignants de première année de Lycée au Viet-Nam et en France". Cela signifie que les deux organisations

épistémologiques étudiées par ce chercheur ne sont pas considérées explicitement comme deux réalisations d'un même système de contraintes : comme il est courant en sciences, en régime normal, l'usage d'une théorie reconnue sert de garantie épistémologique suffisante. Le quatrième intervenant en revanche (Artaud, 1997) annonce dès l'introduction travailler dans le cadre de la théorie : "L'essentiel de la matière de cet exposé est issu d'une recherche [...] dont l'objet était d'étudier le début du processus de transposition didactique des mathématiques." Sous la direction de Chevallard, l'auteur montre comment la légitimité d'un savoir mathématique se fonde d'abord sur celle des praticiens utilisant des techniques mathématiques reconnues, qui peuvent légitimement déclarer que leur pratique les fait experts des mathématiques et aptes à les présenter à des élèves. C'est donc une étude de l'écologie sociale d'un enseignement. Pour introduire une comparaison qui ne vaut qu'en première approche, nous dirions qu'on y comprend que le cas des mathématiques au dix septième siècle n'est guère différent de celui des faits religieux de nos jours, qui peuvent appartenir au professeur de français (étude des textes fondateurs), d'histoire (étude des guerres), de sciences sociales (étude des sociétés), de philosophie (religion et éthique) ou à un professeur de religion qui est lui-même autorité religieuse (prêtre, pasteur, rabbin, imam, etc.). Nous retrouvons encore, par exemple dans le cas du français (avec les débats DFLM/DFLE) mais aussi dans ceux de la technologie ou des sciences de l'ingénieur, ce type de questions relatives à ce qui se nomme, dans la Théorie Anthropologique du Didactique, *l'écologie sociale des savoirs d'enseignement*. Ces questions ne peuvent être évitées et elles sont parfois attaquées par d'autres voies dans d'autres didactiques : nous ne citerons ici que Martinand (1984), dont les travaux sur ces questions sont bien connus.

### **2.3. L'analyse de la transposition au fondement de l'analyse de l'enseignement**

Après la création didactique d'objets (Chapitre 1, pp 40-41) et l'illusion fonctionnelle de l'identité du savoir enseigné avec les savoirs d'enseignement (chapitre 3, pp 45-48), la déclaration théorique qui pose le plus de problèmes aux chercheurs est celle de *mise en texte du savoir*. Cependant, cette notion intervient après que la question des objets à enseigner ait été posée (chapitre 4). Les objets susceptibles d'enseignement sont toujours des objets de savoir, comme le rappelle Johsua (1996) mais ces objets ne sont pas les seuls objets présents dans l'activité didactique. Il faut considérer aussi d'une part, les notions-outils de l'activité (objets paramathématiques : paramètres, équations, démonstrations, calculs, etc.) qui sont *préconstruites* et introduites par monstration (Wittgenstein, 1976 ; Pêcheux, 1975, pp. 85-93) comme le montre l'étude de Tonnelle (1979) pour la notion de polynôme. Il faut considérer encore d'autre part, des compétences ou capacités (objets protomathématiques : reconnaître une expression de degré deux relevant d'une factorisation simple, savoir qu'un calcul n'est pas terminé, etc.). Les objets protomathématiques se construisent dans la pratique et ne peuvent vivre que comme *pratiques*, dans des situations où elles peuvent être analysées comme des

comportements attendus qui vont de soi parce qu'ils sont appelés par la situation. Ces objets et leur mise en œuvre appartiennent au *milieu* de l'action des élèves (Brousseau, 1999) : tout se passe comme s'il n'y avait là *rien à savoir* (et rien à enseigner sinon à apprendre) mais seulement à *faire ce qu'il faut* (Delbos et Jorion, 1984).

L'identification de cette dimension pratique permet de comprendre que la description des objets d'enseignement n'épuise pas l'activité d'étude que l'enseignement permet. L'épaisseur de pratiques et de significations due à l'ensemble des objets coprésents avec les objets de savoir explicitement construits et enseignés permet de dire que le savoir enseigné *est organisé comme un texte* et de parler de *texte du savoir*. Le texte du savoir enseigné n'est donc pas écrit dans les ouvrages où le savoir s'expose mais *il appartient aux systèmes didactiques eux-mêmes*. Il est à la fois *construit, montré et pratiqué*, dans un parcours que le professeur dirige comme s'il donnait une lecture. Le temps didactique est le temps officiel de ce parcours rythmé par la progression à la surface du texte, il est donc l'effet de l'illusion de l'identité de la suite des objets du savoir enseigné avec les savoirs d'enseignement, ce qui fait du temps didactique une illusion fonctionnelle des institutions didactiques. La nécessité de la mise en texte des matières d'enseignement vaut pour tout système didactique moderne, parce qu'elle est l'effet de la programmation des enseignements. Mais un programme d'enseignement ne programme pas les apprentissages que l'épaisseur pratique du texte du savoir (en objets para et protomathématiques) rend possibles, selon un temps propre à chaque élève qu'il est possible d'observer (Mercier, 1992). Ces objets appartiennent à ce que les didacticiens des mathématiques nomment *le milieu* des situations didactiques.

Le régime didactique interne des savoirs (désynchronisation et dépersonnalisation) est alors, comme le régime externe (programmabilité des acquisitions, publicité du savoir et contrôle social des apprentissages), l'expression de cette illusion qui donne la surface du texte pour son contenu. Là se trouvent les clés de la théorie du temps didactique. Ce phénomène, malgré qu'on en ait, accélère l'obsolescence de toute matière enseignée encore vive parce qu'il la transforme en discipline scolaire, en savoir moribond. Sans doute, les enseignements scientifiques - ce qui s'enseigne - ont pu sembler être par nature indemnes de ces effets parce que l'entrée dans une science suppose l'étude des résultats écrits de l'activité des scientifiques et parce que la "manière de bien conduire sa raison" pour produire des connaissances assurées ressemble si fortement à la manière d'étudier (Chevallard et Mercier, 1987 ; Mercier, 1996 ; Mercier, 2001) : tout un chacun peut être victime de l'illusion fonctionnelle de l'identité du procès d'apprentissage, du procès d'enseignement, et du procès de production des savoirs.

Nous n'irons pas plus loin dans l'exposé de la théorie, dont les trois derniers chapitres développent les idées initialement présentées, sinon pour rappeler que la dernière conséquence étudiée par Chevallard tient à la nécessité d'un apprentissage par *après coup et reconstruction* faisant accéder des objets de la pratique proto ou paramathématique au statut d'objet de savoir : il semble que ce point soit toujours forços et que les travaux actuels sur l'observation des élèves commencent seulement à l'identifier (Mercier, 1994 ; 1999 ; Matheron, 2001.) Les systèmes didactiques ont donc

ce que l'on peut nommer, à l'image de ce qui se fait en physique, *des lois qui décrivent leurs contraintes de fonctionnement* et définissent leurs variations théoriquement possibles : toute réalisation didactique compose avec les lois didactiques qui expriment les relations entre les objets (variables) du système et selon les valeurs qu'elle procure à ces variables, l'activité des professeurs et des élèves les conduit à produire tel ou tel texte du savoir. Deux de ces lois sont identifiées dès 1980 : premièrement, le professeur garantit la production du texte du savoir, il est responsable de la *chronogenèse* ; deuxièmement, le professeur partage cette production avec les élèves pour qu'ils puissent se l'approprier, il organise la *topogenèse* et les élèves occupent la place qui leur est faite. Leur profit tient au rapport personnel au texte du savoir qui leur est ainsi proposé. La troisième loi est relative à l'organisation des situations où se joue l'activité des élèves (l'étude).

Comme le remarque Perrin-Glorian (1999), l'organisation des situations d'étude est envisagée dans la théorie de la transposition sous les auspices de la notion de *préconstruction* (Chevallard, 1985, 8.18 et 8.19) mais elle a été identifiée de longue date par Brousseau (1978 ; 1986 ; 1999 p. 3) comme la nécessaire *construction du milieu des situations didactiques*. Elle sera décrite par Robert et son équipe (Robert et Tenaud 1989 ; Robert et Robinet 1996) comme la " dimension méta " dans le discours du professeur. Cette multiplication des termes et des références qu'ils appellent donnera l'occasion d'un débat fort vif (Robert et Robinet, 1998) avec Sarrazy (1997) qui affirme que les difficultés des élèves relèvent de dimensions épistémologiques liées aux éléments nécessairement préconstruits de la situation et que le discours métacognitif du professeur ne saurait les prendre en charge : " l'essentiel de ce qui se joue dans la relation didactique ne peut être dit " affirme-t-il, mais il faut – à la suite de Brousseau - en étudier les conditions d'émergence. Enfin, Margolinas (1994 ; 1999) a proposé une technique permettant l'analyse conjointe des milieux de l'activité des élèves et du professeur. Cependant, dans la mesure où ces situations sont données par contrat et où l'activité des élèves mobilise des objets proto et paradisciplinaires, la production d'un milieu implique au plus près l'activité des élèves. Dans la théorie de la transposition, la *mésogenèse* (Chevallard, 1992 ; Sensevy Mercier et Schubauer-Leoni, 2000) suppose la participation des élèves à l'activité d'enseignement (Mercier, 1999b). C'est ainsi que l'analyse des systèmes didactiques conduite dans le cadre de la théorie de la transposition est fondée sur une analyse a priori des objets d'enseignement qui permettra d'apprécier leur mise en texte, laquelle est analysée comme produit de l'activité du professeur qui dirige l'étude et de l'activité des élèves qui étudient (Mercier et Salin, 1988 ; Mercier, 1999a). La progression dans le texte rythme pour les acteurs l'avancée du *temps didactique*, notion que nous n'avons pas développé ici (Chevallard, 1986d ; Chevallard et Mercier, 1987 ; Mercier, 1992 ; 1994 ; 1997 ; 1999). On peut considérer alors que les systèmes de contraintes que nomment les trois lois énoncées ci-dessus conditionnent les organisations mathématiques et l'analyse dynamique de l'évolution des corps de savoir enseignés. L'étude de ces questions est d'ailleurs l'objet des derniers développements de la théorie de la transposition didactique en

mathématiques (Bolea et alii., 1999 ; 2001).

Cependant, une telle *théorie des systèmes didactiques* ne sera pas mobilisée dans son entier par tous les chercheurs qui étudient des phénomènes de transposition didactique : on ne mobilise jamais que la part d'une théorie utile à la résolution d'un problème et beaucoup de chercheurs s'empareront du concept sans le système théorique dont il n'est que la partie la plus visible. C'est que le mot même de transposition didactique, emblème des efforts pour constituer une approche scientifique nouvelle des systèmes didactiques est devenu le moyen pour les chercheurs qui s'engagent dans un tel projet de déclarer leur appartenance au champ des didacticiens. La théorisation des systèmes didactiques que propose Chevallard permet en effet de poser d'emblée la question de la nécessité d'un travail sur les matières d'enseignement spécifié par l'enjeu didactique soit, d'une didactique pour chaque discipline.. Il semble donc, par exemple, que cela suffise à conduire une étude épistémologique spécifiée par la volonté de proposer un objet d'enseignement.

#### **2.4. Deux questions pratiques posées à la théorie : Quelles sont les conditions d'attaque des obstacles épistémologiques ? Quels types d'organisation des pratiques expérimentales peut-on imaginer ?**

Au delà des mathématiques, la notion de transposition est d'emblée mise au travail en didactique de la physique, grâce à la diffusion rapide des résultats et des théories permise par le GRECO *Didactique des connaissances scientifiques* où travaillent ensemble psychologues du développement, didacticiens des mathématiques et didacticiens des sciences expérimentales. Johsua (1985) s'engage ainsi dans l'étude " du contraint et du possible dans un enseignement de l'électrocinétique ". Il recherche la possibilité d'enseigner une connaissance dont l'épistémologie soit donnée. Cela le conduit rapidement de l'étude des conceptions spontanées des élèves à l'observation des effets d'un enseignement expérimental puis à un pessimisme instruit de l'identification des contraintes fonctionnelles qui régissent les systèmes didactiques (Johsua, 1994). Selon cet auteur, les didacticiens de la physique ont observé en effet combien l'enseignement traditionnel de la discipline correspondait à une épistémologie positiviste, qui conduit à un rapport inadéquat aux activités expérimentales ; mais dans leur premier mouvement ils n'y ont pas vu l'effet des contraintes didactiques que révèle la théorie de la transposition.

Sans doute, le rapport à l'expérimental est-il spécifique des sciences de la nature, qui doivent être construites dans un mouvement de modélisation et de mise à l'épreuve des modèles (Hulin, 1988 ; Tiberghien, 1989a). Mais cela étant, note Johsua (1996), les professeurs engagés avec leurs élèves dans l'étude de questions de physique sont amenés à prendre des décisions dont les effets sont décrits par la théorie de la transposition et relèvent à l'évidence du même système de contraintes. *Dans le cas fréquent où les élèves n'ont pas une expérience préalable du domaine de connaissance* - c'est-à-dire, un système cohérent de préconstruits dont la pertinence puisse être mise à

l'épreuve - *on ne peut enseigner que des abstractions*. C'est trop souvent le cas en mathématiques mais, que ce soit dans le cas de l'électricité de l'astronomie ou du magnétisme, nul n'accède naturellement à ces domaines (Johsua et Dupin, 1992) et comme en mathématiques, il est donc nécessaire que l'école elle-même assure la formation d'un premier rapport aux domaines de réalité que les sciences étudient.

Cette dimension des recherches en didactique est essentielle, car elle montre à quel point les rapports sociaux aux objets de science sont dépendants de la culture scolaire élémentaire, qui est le produit d'un état de l'épistémologie tel qu'il est porté par le système d'enseignement, sachant que ce dernier forme aussi les manières socialement reconnues d'étudier les sciences. La complexité des phénomènes impliqués (que les versions ultérieures de la théorie anthropologique du didactique visent à prendre en charge plus précisément) est à l'origine des apories des usages de la notion d'ingénierie lorsqu'elle est considérée comme moyen de promouvoir des pratiques innovantes. Cela conduit de nombreux chercheurs à prendre en compte les phénomènes transpositifs qui contraignent l'action enseignante, pour se déprendre de ce que Robert (2001) appelle " l'illusion de la transparence des pratiques d'enseignement ".

Sans doute, les obstacles de la connaissance première de certains phénomènes physiques sont-ils particulièrement résistants parce qu'ils sont fondés sur les pratiques quotidiennes et les techniques d'une culture, tandis qu'en mathématiques les savoirs scolaires sont souvent premiers. C'est pourquoi les connaissances premières qui font obstacle doivent être connues par qui cherche à améliorer l'enseignement, et de nombreux didacticiens de la physique travaillent sur les conceptions et représentations - culturelles scolaires ou spontanées - des enfants, suivant une voie proche de la psychologie du développement (Viennot, 1978 ; 1993 ; Saltiel, 1978 ; Weil-Barais, 1993 ; Dumas-Carré et Weil-Barais, 1998). Car *on ne peut enseigner sans tenir compte du premier rapport des élèves aux objets d'un domaine qui a pu les conduire à développer un système d'interprétations stable*.

Les travaux conduits d'abord sous la direction de Guy Brousseau ont identifié, en mathématiques, objet d'enseignement par objet d'enseignement, de tels phénomènes. On trouve ainsi des études pour l'école maternelle (Pérès, 1984) et élémentaire (Brousseau, 1980 ; 1981 ; Ratsimba-Rajohn, 1982 ; Orus-Baguena, 1992 ; Berthelot et Salin, 1992). Ceux-là ne font pas appel à la théorie de la transposition parce qu'ils cherchent, selon Brousseau, *les conditions d'enseignabilité d'un savoir décrit par ses propriétés relatives au type de problèmes qu'il permet de résoudre et que la situation didactique reproduit artificiellement*. Dans une ligne proche, mais sous le nom d'*ingénierie didactique* qui dénote une volonté d'efficience, on trouve des travaux sur les nombres réels (Douady, 1980) l'informatique (Rouchier, 1991) la géométrie (Robert et Tenaud, 1989 ; Perrin-Glorian, 1990 ; Laborde et Capponi, 1994) ou l'analyse, au Lycée (Robert, 1983 ; Schneider, 1991 ; Bloch, 2000).

Les didacticiens de la physique posent ainsi des questions semblables à celles des didacticiens des mathématiques travaillant dans le cadre de leur discipline-cible : leurs résultats semblent *des principes cognitifs du didactique* et ce sont aussi des principes de

l'épistémologie bachelardienne. On peut ainsi remarquer que l'évolution des questions de recherche, initialement épistémologiques et cognitives, a conduit certains didacticiens de la physique à la production de scénarios d'enseignement et à l'observation de leur mise en œuvre. Ils ont alors identifié les phénomènes relatifs à la mise en texte du savoir puis, ils ont repris la dimension didactique de la théorie de la transposition en s'interrogeant sur le milieu des situations d'enseignement (Johsua, 2000) et certains ont mis au travail ce concept avec celui de situation, pour éprouver la dialectique situation/milieu qui est au cœur de la Théorie des Situations Didactiques (Tiberghien, 2000). Car, en physique comme en mathématiques, *on ne peut changer par une expérience la manière dont un élève pense que si l'expérience répond à une question préalable de cet élève et si elle peut provoquer chez lui une surprise relative à son système de pensée même* (Brousseau, 1981 ; Tiberghien, 1989b ; Ratsimba-Rajohn, 1992 ; Mercier, 1994 ; Castela, 1995 ; Schneider, 2001 ; Lai, 2001). Pour autant, nombre des chercheurs se satisferaient d'attribuer les phénomènes didactiques à un système conceptuel non spécifique du didactique - relié ici à la psychologie du développement, là à l'histoire, ailleurs à l'épistémologie de la discipline cible c'est-à-dire à des spécifications singulières qui peuvent toujours sembler convoquées ad hoc.

Les didacticiens de la physique et les didacticiens des mathématiques suivent donc des chemins souvent communs et ils sont conduits à chercher *la cohérence et la généralité d'un double système théorique* qui leur semble incontournable (Johsua, 2002 ; Caillot, 2002). C'est semble-t-il ce que montre aussi une des voies des travaux sur la transposition conduits en didactique du français ou en didactique des Activités Physiques et Sportives qui sont exposés dans ce numéro. Aussi, l'ambition de cette note est de présenter le plus largement possible des outils théoriques sûrs, en donnant les références des travaux originaux et les questions qui ont conduit à les produire. On remarquera enfin que, dans les sciences expérimentales comme en mathématiques, les travaux qui annoncent explicitement vouloir étudier la transposition d'éléments de savoir déclarés sont nombreux : par exemple, pour les dernières années il est possible de trouver trente thèses et ouvrages relatifs à tel objet. Mais dans la mesure où il n'existe pas à ce jour d'institution de validation commune d'une didactique à l'autre, ces travaux ne peuvent avoir pour objet le développement de la théorie : ils engagent son usage, dans un but de compréhension des phénomènes épistémologiques observés.

### **3. Emblème ou savoir efficace : les premiers travaux sur la transposition en didactique des mathématiques**

#### **3.1. Le débat, en Mathématiques**

Au delà du petit cercle des professeurs qui, à l'IREM d'Aix-Marseille, travaillent déjà sur ces questions avec Chevallard, l'équipe genevoise de didactique des mathématiques

a la première mis en œuvre certains éléments de la nouvelle théorie : c'est qu'elle observe quotidiennement, dans des classes genevoises de mathématiques de première année primaire. Conne (1981) a déjà nommé du nom de transposition les accommodements des moyens d'enseignement produits dans le cours de la relation didactique que le maître entretient avec les élèves. A la deuxième Ecole d'Eté, Mercier (1982) montre dans un séminaire comment la première contrainte qui produit, en classe, le processus de transposition tient à l'avancée dans le texte du savoir qui définit le temps propre des systèmes didactiques. Il démontre ce phénomène à partir d'observations (Chevallard, 1981) de la grande sensibilité des élèves au temps que produit le professeur. Sur ces bases, Conne (1985) développe les premières analyses didactiques de l'activité d'enseignement en identifiant diverses techniques enseignantes de gestion du temps didactique qui seront nommées plus tard les techniques *chronogénétiques*.

Mais le fait que la théorisation soit radicalement non normative, qu'elle déclare que la transposition se produit toujours et qu'elle se produit quoi qu'en pense le professeur et à son insu, et le fait qu'elle affirme que l'illusion de la transparence des objets de savoir est un phénomène fonctionnel des systèmes d'enseignement, scandalise certains mathématiciens engagés dans la réforme de l'enseignement : on trouve bien des humains que l'idée que leur personne soit structurée autour d'un inconscient scandalise absolument, parce que leur humanité est fondée sur l'affirmation de la conscience de leurs actes, condition *sine qua non* de leur sentiment moral et de leur sens des responsabilités. Ainsi Glaeser (2000), bien qu'il n'ait jamais pu mettre expérimentalement en défaut la théorie et ses conséquences attendues, publie sans autre difficulté les cours du DEA de didactique des mathématiques qu'il a professés à Strasbourg trente ans durant sans que jamais la question de la transposition n'y soit posée ; la commission Inter IREM sur l'enseignement des mathématiques à l'université, composée presque uniquement de chercheurs en didactiques reconnus, publie l'état de ses travaux sans même un mot sur les phénomènes de transposition dont l'université pourrait être le lieu ; Robert (1983 et 1992) n'utilise pas plus la notion dans l'étude des questions d'enseignement de mathématiques universitaires que son étudiant Hache (2001) qui étudie selon des canons psychosociologiques les conceptions des enseignants relatives aux objets d'enseignement. De là à tenter d'observer sans modélisation l'enseignant en classe tout en affirmant approcher ainsi l'ensemble des dimensions de la complexité de son métier, il n'y a qu'un pas que Robert (2001) franchirait volontiers semble-t-il, déniait l'impossibilité, fonctionnelle pour l'enseignant, à être conscient de la transposition tout en faisant une place de principe à l'inconscient du professeur, au sens freudien.

Cependant, Chevallard s'étant vu refuser l'édition de *Pour la Didactique*, seule l'analyse de Chevallard et Johsua (1982) - qui peut apparaître comme un simple exercice épistémologique - a été publiée par Recherches en Didactique des Mathématiques, la revue scientifique du champ. C'est ainsi que les travaux sur les dimensions didactiques de la transposition deviennent impubliables faute de textes de

références, et les travaux de l'équipe que Chevallard a réuni à l'IREM d'Aix-Marseille seront finalement publiés soit dans la revue *Petit x*, où des didacticiens écrivent à l'intention des professeurs de Collège, soit par cet IREM, devenu éditeur en 1987. Ce sont donc ces recherches, peu connues, que nous allons présenter maintenant.

### **3.2. Mise en œuvre : sur l'enseignement de l'algèbre et de la géométrie, au Collège**

Les travaux sur l'enseignement de l'algèbre qui ont été conduits en 1983, 1984 et 1985 à l'IREM d'Aix-Marseille ont permis d'abord une vérification expérimentale de certains attendus de la théorie de la transposition, en particulier sur les questions de *la gestion temporelle d'un texte du savoir* mais encore sur la possibilité, sous les contraintes institutionnelles identifiées, d'un enseignement permettant aux élèves de *participer à la chronogenèse* en produisant une part notable des résultats mathématiques de leur plan d'études à l'occasion des *activités* que les instructions officielles imposent aux professeurs, qui trouvent qu'elles leur font perdre du temps. Pour que des expériences destinées à produire des observables ne puissent être pillées par des innovateurs en mal de nouveauté, les montages expérimentaux correspondants ne sont pas publics.

Cet enseignement, proposé ici comme moyen d'observer des phénomènes que la théorie anticipe mais dont la fréquence d'apparition in situ est trop rare, n'est viable qu'à deux conditions. D'abord, que le professeur déroge absolument à l'usage, qui l'engage à commenter les consignes lorsque les élèves rencontrent une trop forte incertitude sur l'action qu'il leur propose. Seulement, l'inquiétude importante qui s'ensuit pour lui conduit le professeur isolé à ralentir le mouvement, ce qui rend impossible l'enseignement du programme. Ensuite, que le professeur déroge absolument à l'usage, qui l'engage à adapter sur le champ les exercices aux réactions de ses élèves. Cela prive les élèves de l'occasion de produire par eux-mêmes une part importante des résultats à retenir. En outre, le professeur qui ne tient pas ces deux exigences empêche les élèves de former par eux-mêmes certaines connaissances qui correspondent à des objets para et protomathématiques. Un tel professeur ne peut donc jamais observer d'expérience que l'organisation particulière de ce cours rend efficace une progression rapide, en raison d'une solidarité plus forte que d'ordinaire entre les tâches d'étude successives auxquelles il engage les élèves ; entre ses mains, le cours expérimental devient rapidement contre-productif. Sur ces travaux, on trouve donc seulement les résumés des présentations à la Troisième Ecole d'Été et dans la revue genevoise *Interactions Didactiques* n°7, un extrait du texte d'enseignement (chapitre III, première période) les commentaires associés de Chevallard (1984) et une analyse de Conne (1985) sur l'organisation du temps. Les travaux ultérieurs de Chevallard ne s'appuieront plus sur une ingénierie didactique et cet auteur n'a jamais publié que les acquis théoriques des recherches qu'il conduit ou qu'il dirige. Il s'en explique en particulier lors du colloque où se fait le bilan des travaux du GRECO Didactique et acquisition des connaissances scientifiques (Chevallard, 1987).

Cependant, ces acquis sont importants puisque leur part relevant de l'étude des

mathématiques scolaires permet de fonder un projet d'enseignement et de tracer un curriculum possible : cela conduit à une série de quatre articles pour un total de 118 pages de *Petit x*, sur l'état du savoir d'enseignement de l'algèbre après la réforme dite "des mathématiques modernes" et les contre réformes récentes (Chevallard, 1985), sur le problème de la recherche d'une organisation curriculaire permettant de retrouver un mouvement de mathématisation et la notion de modélisation (Chevallard, 1989a), sur les systèmes de nombres et leur étude comme lieu de problématisation des pratiques algébriques à enseigner (Chevallard, 1990) et enfin, sur la dimension expérimentale de l'activité mathématique dans le cas du travail algébrique (Chevallard, 1991b). Ces articles ne sont pas écrits pour des chercheurs mais ils situent explicitement les études conduites dans le cadre d'une théorie du didactique, pour résoudre les problèmes pratiques que cette théorie permet de poser. C'est le sens de l'adresse à l'Association de Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (Chevallard, 1986b) qui montre que la connaissance des lois de fonctionnement du système d'enseignement permet l'invention dans l'espace ouvert par le programme, considéré comme plan d'études et tracé régulateur. Dans le même temps, des études plus ciblées conduisent à des DEA dont la synthèse est dans Chevallard (1989d).

L'un des résultats essentiels de ces expérimentations relève cette fois d'une meilleure connaissance des systèmes didactiques et de leurs contraintes de fonctionnement, ce qui a donné lieu à des travaux complémentaires. Il en est ainsi des fonctions des temps de l'évaluation dans la gestion - par le professeur mais aussi par les élèves - de la progression collective dans l'étude (Chevallard, 1986c ; Chevallard et Feldmann, 1986). En quelques mots : le cours expérimental n'a pu être professé au delà de la deuxième semaine qu'après que le professeur ait proposé aux élèves un "devoir sur table" réalisé en classe en temps limité et noté. Les règles auxquelles ce devoir a dû se plier pour être considéré comme satisfaisant par le professeur et les élèves sont les suivantes : les tâches proposées devaient être reconnues comme relevant du type de tâches étudié (les élèves devaient pouvoir y montrer localement la qualité de leur connaissance telle qu'ils l'avaient éprouvée lors des exercices), les résultats ne devaient pas être trop dispersés mais rester centrés sur la moyenne (le professeur devait pouvoir montrer aux élèves qu'il est possible à une part importante d'entre eux de réaliser les tâches demandées). Enfin, sur l'ensemble des épreuves d'un trimestre, les résultats d'un élève devaient être suffisamment irréguliers pour que la moyenne trimestrielle de la classe se resserre encore (ce qui montre aux élèves, au professeur aux parents et à l'administration, une classe homogène où un élève peut trouver à progresser "lorsqu'il travaille"). Ces propriétés sont à mettre en rapport avec un problème théorique difficile : comment comprendre l'efficacité de l'enseignement alors que le temps didactique qui le caractérise n'est pas le temps des apprentissages, qui sont, quelle que soit la matière d'enseignement, improgrammables ? L'évaluation - telle que décrite ici - est apparemment le moyen principal de régulation à long terme des systèmes didactiques modernes. Ce résultat est le premier indice de la solidarité forte entre l'organisation didactique et l'organisation disciplinaire d'un enseignement, qui conduira Chevallard

(1994b ; 1998) Assude (1996) et Artaud (1998) à proposer l'étude de l'*écologie didactique* de certaines organisations mathématiques, retrouvant ainsi quelques uns des problèmes majeurs posés par la Théorie des Situations Didactiques.

En géométrie, les résultats sont moins importants, l'équipe de l'IREM a en effet été interrompue dans ce projet par la mise en place de l'IUFM d'Aix-Marseille, qui a mobilisé tous ses membres dans la tâche exigeante de la formation initiale puis continue des professeurs. Les premiers travaux en direction d'un curriculum ont cependant été publiés eux aussi dans *Petit x*, (Chevallard et Jullien, 1991 puis Mercier et Tonnelie 1992 et 1993), mais ils sont restés d'autant plus aisément sans suite qu'ils avaient permis d'identifier les prémisses d'un mouvement qui a commencé au Collège et dont de nombreux observateurs reconnaissent aujourd'hui l'existence : " l'implosion du curriculum mathématique " (Chevallard, 1989c).

### 3.4. Les liens avec d'autres didactiques, des théories psychologiques, la théorie des situations didactiques

Cependant, le succès rapide de la notion de transposition à l'extérieur de la communauté des didacticiens des mathématiques de langue française n'est pas sans effets sur la manière dont la notion est reçue en mathématiques. Dans de nombreuses disciplines cibles, la notion sert en effet d'emblème dans la constitution d'une problématique didactique fondée sur un travail relatif aux matières d'enseignement, par effet de contraste avec les problématiques pédagogiques existantes. C'est ainsi que Arsac et alii (1989 ; 1994) publient un cours du troisième cycle en didactique des mathématiques, de la physique et de la biologie de Lyon et Grenoble, puis les résultats du travail d'une équipe de didacticiens de diverses disciplines scientifiques du GR Didactique. Ces textes montrent à quel point il est parfois nécessaire que le fonctionnement d'une institution demeure caché pour que l'institution puisse vivre normalement. Ainsi, on ne peut trouver plus éclatante démonstration d'un usage emblématique du phénomène de transposition que celle de Hulin (1983) concluant, du regard qu'il porte sur l'enseignement de la physique au Collège que, la physique étant fondée sur des pratiques mathématiques, on ne peut l'enseigner à ce niveau de la scolarité. Bientôt, la physique ne sera plus enseignée au Collège. L'autorité de Hulin, directeur du Palais de la Découverte, rend ainsi presque impossible l'observation sereine de la transposition, en physique, et en particulier l'observation des pratiques expérimentales effectives et de leurs rapports au cours : ce dont rend compte le texte de Tiberghien (1989a). Le travail de Develay (1989) publié dans le même ouvrage pose des questions du même genre en faisant peser sur l'enseignement de la biologie des exigences presque aussi insurmontables qui relèvent de la recherche d'une absolue transparence du savoir.

La volonté sociale de transmettre malgré tout, dans l'enseignement obligatoire, un rapport normé aux artefacts et aux pratiques techniques fondées sur les sciences conduit Martinand (1982 et 1986) à remplacer la référence à un savoir savant par une référence à ces *pratiques sociales* - auxquelles il serait plus commode d'obtenir une distance

acceptable. Dans un mouvement dont l'analyse pourrait relever de la théorie sociologique de la traduction, Martinand redouble ainsi la dénégation des phénomènes transpositifs (qui ne sont pas le produit de la référence mais celui du système d'enseignement) dans le moment même où il produit un outil d'étude de ces phénomènes, mais du coup il permet la survie, au Collège sous le nom nouveau de technologie, d'une forme de rapport aux sciences. La question des conditions sous lesquelles un corps de pratiques est considéré comme constitutive d'un savoir (Johsua, 1998) et celle du type de pratiques sociales qui peuvent légitimer un objet d'enseignement (Chevallard, 1992a), sont des questions que la théorie de la transposition prend en charge dans sa version remaniée comme Théorie Anthropologique du Didactique, ainsi que le montre Perrenoud (1998) en sociologue, en reprenant l'opposition savoirs / pratiques à l'aide de la notion de compétence. Mais on comprend que, dorénavant, les observateurs de l'enseignement des mathématiques fassent preuve d'une grande prudence dans la rédaction et la publication de leurs conclusions sur les phénomènes qu'ils mettent en évidence lorsqu'ils observent un enseignement sur le vif : il s'agit, dirions-nous, d'une prudence fondée sur le respect des professeurs, qu'il serait irresponsable de déstabiliser en détruisant leurs conditions de travail comme ce fut le cas pour l'observation par Hulin de la physique au Collège. C'est à peu près dans le même temps que Tavignot (1991 et 1993) propose une technique descriptive proche de la description écologique, fondée sur la mise en graphe des systèmes d'objets qui sont proposés comme moyens d'enseignement de la symétrie orthogonale. Elle interroge en parallèle trois systèmes d'observables : les activités effectives en classe, les représentations des professeurs relatives aux objets pris dans ces activités et les propositions des ouvrages d'enseignement, afin d'explorer l'une des contraintes identifiables de la transposition qui pourrait être ce que Brousseau nomme "l'épistémologie spontanée des professeurs" et de voir s'il y a dans la formation des professeurs, comme le pensent les mathématiciens que la notion scandalise (et qui ramènent tout problème didactique au manque de formation des professeurs), un moyen d'intervention efficace sur les systèmes d'enseignement. Elle attribue les représentations des professeurs à une psychologie de la connaissance mathématique mais elle y voit aussi l'effet d'une position professionnelle : le professeur ne peut renoncer à professer le cours, il ne peut limiter réellement son intervention à l'organisation de l'activité des élèves ! Elle observe comment les injonctions de la COPREM (Commission Permanente de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques), pour leur part relative à l'organisation de l'enseignement, conduisent à des comportements incohérents, parce que ces injonctions supposent un travail transpositif bien plus profond que celui que proposent les ouvrages scolaires. Par exemple, elles nécessiteraient la redéfinition du corps de savoirs désigné sous le terme de "symétrie orthogonale". Ainsi, la nécessité, pour étudier les phénomènes transpositifs, de lier l'analyse des organisations mathématiques à celle des manières d'enseigner – les organisations didactiques – se fait jour au travers du dispositif pratique d'observation qu'est le "système de protocoles" de cette recherche.

Le questionnement conduit par l'équipe de didactique des mathématiques de Genève part de l'épistémologie génétique pour interroger à la fois les situations expérimentales proposées par Piaget - dans leur prétention à donner accès aux connaissances des enfants - et les situations didactiques - dans leur prétention à provoquer la transformation des connaissances des élèves. Ces chercheurs étudient "les conditions de la production de savoirs dont on pourrait garantir la connaissance". Leur premier mouvement les conduit à considérer que les savoirs enseignés ne relèvent pas des catégories descriptives de la psychologie (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980) mais surtout, ils partent de l'idée que l'observateur n'accède à la connaissance du sujet observé que par la production d'une situation - ce qui suppose qu'il mobilise des savoirs - et par l'interprétation des comportements du sujet observé en situation - ce qui ne peut se faire indépendamment de ce que l'observateur sait de ses propres connaissances dans cette situation. Ainsi, le savoir de l'observateur est-il nécessairement modèle des connaissances dont la description est recherchée, mais il ne modélise jamais la connaissance que par un procès de *transposition expérimentale* dont l'expérimentateur n'est pas libre de se défaire : les résultats des travaux de psychologie expérimentale appartiennent donc au régime des savoirs dans ces institutions, ils doivent être répliqués pour être interprétés de nouveau dans ce cadre. C'est l'objet principal des travaux de l'équipe depuis Brun (1979) et Perret-Clermont et coll. (1982) jusqu'à Brun (1996).

Ils observent donc les apprentissages scolaires en les rapportant aux situations d'enseignement effectives qu'ils observent : c'est l'enjeu de la thèse de Conne (1982) qui a été présentée plus haut. La reprise de la problématique initiale de l'équipe, mise en rapport avec le travail de Rouchier (1991), conduit Conne (1992) à proposer une distinction solidement reconstruite entre *connaître*, qui nomme le rapport du sujet à la situation avec laquelle il interagit, et *savoir*, qui nomme les moyens que possède un sujet pour intervenir sur une situation. Il met la distinction proposée au travail en direction de la didactique des mathématiques et montre comme en miroir qu'un jeu semblable se produit entre *un savoir* (au sens qu'il a défini de moyen de contrôle et de transformation d'une situation) et *un savoir institué*, qui appartient à une culture et qui n'est pas un outil cognitif mais *un objet* social. En reprenant par ce bout la question de l'enseignement ou plutôt, de l'intention d'enseigner, Conne retrouve à la fois une description de l'effet de toute transposition didactique - qui vise la connaissance de l'organisation sociale qu'est une discipline par le moyen de la production de savoirs relatifs à des situations scolaires - et une démonstration du phénomène qu'il avait observé pour sa thèse : l'activité des élèves participe efficacement à la production de savoirs et produit donc des effets de transposition didactique qu'il faut observer, avec lesquels le professeur compose nécessairement et qu'un projet d'enseignement ne peut négliger ou ignorer.

### **3.4. La notion de rapport institutionnel à un savoir et la première refonte de la théorie**

C'est finalement sept ans après le cours de 1980 que Chevallard et Mercier (1987) publieront, par l'entremise de l'IREM d'Aix-Marseille, une étude sur la genèse historique des systèmes d'enseignement *modernes*, ceux dont le fonctionnement produit du temps didactique, après que Chevallard (1986a) ait proposé une présentation de l'état de son travail tellement synthétique qu'elle ne peut être lue qu'aujourd'hui à la lumière des recherches qui ont suivi et dont elle constitue le programme. La thèse de Rajoson (1988) correspond donc au premier travail expérimental qui enregistre une avancée décisive de la théorie. Elle propose en effet à la fois une technique de description des *organisations mathématiques* savantes, noosphériques ou scolaires qui permet de les comparer, et des résultats sur les *conditions d'existence stable* d'une organisation mathématique donnée dans un des trois types d'institution – savante, noosphérique, scolaire. Sous la direction de Chevallard elle développe à cet effet, à partir d'une métaphore écologique - en particulier, avec la notion de relation trophique entre problèmes et théorèmes - un système de descripteurs des rapports entre objets mathématiques qui devient un élément essentiel de la théorie. En étudiant la disparition de certains objets d'enseignement dont la présentation noosphérique avait pourtant séduit plus d'un professeur, elle montre en effet que la mise en texte du savoir ne réussit que si elle peut s'appuyer sur les liens solides de plusieurs organisations mathématiques en une organisation large, forte et bien maîtrisée par les professeurs. Il faut y voir, conclut-elle, un effet en retour de ce que l'apprentissage n'est pas linéaire mais se fait principalement par après-coup et que les professeurs ne peuvent assurer les conditions d'apprentissage des savoirs qui ne nourrissent pas l'étude de nouveaux problèmes.

Dans sa note pour l'Habilitation à Diriger des Recherches, Chevallard (1989c pp. 35-48) reprend le travail sous-jacent et montre comment le passage d'une référence implicite aux théories de la complexité – que l'on peut voir à l'œuvre par exemple dans l'idée d'étudier comment, pour les acteurs, les objets familiers sont transparents – à l'usage explicite d'une théorie écologique qui travaille la complexité des phénomènes du vivant permet d'ouvrir la champ d'un questionnement clairement anthropologique, “ science dont les institutions sont les écosystèmes ”. Dans ces conditions, l'analyse de la transposition didactique consiste en l'analyse des flux et des équilibres de savoir dans les différentes institutions que sont la sphère de production des savoirs, ses sphères d'utilisation, et le système d'enseignement - dont la noosphère est l'*écotone*, la marge qui reçoit des immigrants venus des deux côtés, la zone de transition. Les diverses organisations de savoirs sont ici les espèces, dont la notion écologique de *niche* permet de comprendre la présence ou l'absence en un écosystème donné. Par ce moyen, l'analyse de la transposition montre sa spécificité en regard des analyses épistémologiques et dorénavant, il faudra rechercher les travaux mathématiques sur la transposition à l'aide du mot-clé *écologie mathématique (de tel objet dans telle institution)*. Cette avancée permet le développement d'un nombre important de travaux, dont nous rendons compte dans la quatrième partie de cette note. C'est à ce moment de développement que les débats auxquels la théorisation a donné lieu sont repris par Arsac

(1992), qui enregistre les ouvertures que les développements nouveaux permettent. Il montre d'abord que l'analyse de la transposition ouvre les études épistémologiques aux cas des institutions d'usage et d'enseignement des mathématiques mais aussi, et la chose est plus nouvelle, au cas de ces institutions intermédiaires que sont les noosphères dont le rapport aux savoirs est réduit, justement, à leur transposition. L'ensemble selon lui, justifie la qualification *Anthropologique* de la théorie dans sa forme nouvelle, d'où il pose que la théorie ne doit pas être considérée comme spécifique des mathématiques. Dans le même numéro de Recherches en Didactique des Mathématiques, Chevallard (1992a), propose un texte programmatique : “ Concepts fondamentaux de la didactique, perspectives apportées par une approche anthropologique ” qui reprend son cours à la VIe Ecole d'été de didactique des mathématiques. Enfin, la parution de l'ouvrage collectif pluridisciplinaire (Arsac et alii, 1994) où sont démontrés des usages de la théorie jusque dans les questions de didactique professionnelle (Rogalski et Samurçay, 1994) permet à Chevallard (1994b) de faire le point sur la question.

#### **4. Problèmes et techniques de l'analyse de la transposition pour l'observation des mathématiques et de leur étude dans les classes ordinaires**

##### **4.1. Usages mathématiques actuels : l'approche écologique des organisations mathématiques**

Le programme est vaste, mais on peut voir dorénavant des travaux extérieurs à l'équipe de Chevallard annoncer leurs emprunts au corps théorique proposé. Ainsi, Briand (1993 ; 1999), montre, sous la direction de Brousseau à Bordeaux, un dysfonctionnement de la transposition didactique dans le cas d'un problème d'enseignement à l'Ecole Maternelle : le mesurage des collections. Le problème vient de ce que l'*énumération* des collections suppose, dans le cas qui nous intéresse, une opération matérielle que les mathématiques ne décrivent pas et que de ce fait, cette opération n'est pas objet d'apprentissage. La combinatoire ne modélise pas le mouvement du doigt qui parcourt une collection et de ce fait l'ordonne complètement, ni les problèmes techniques de réalisation complète de l'ordre lorsque les objets de la collection ne sont pas conservés tout au long de l'opération (pour compter les participants à une manifestation, il faudrait faire passer les manifestants dans un tourniquet !). Pourtant, on peut observer que les élèves rencontrent de tels problèmes : faute de l'existence sociale du savoir correspondant, ils les affrontent seuls. Sur la même classe de questions - les grandeurs et leur manipulation dans le travail sur les aires - Perrin-Glorian (1990) expose un problème du curriculum actuel sur la mesure en montrant combien il est difficile de faire exister des pratiques sur les grandeurs que sont les aires sans pour autant entrer dans le calcul de leur mesure par le produit de longueurs (on peut compter les carreaux d'un carrelage pour connaître l'aire d'une

pièce, mais ce procédé n'est pas spontané).

Ce cas n'est pas réservé aux premières années de l'enseignement. Birebent (1997) rencontre ce problème à propos des systèmes de nombres que suppose l'emploi de la calculatrice pour les exercices traditionnels de "simplification d'expressions numériques" - cependant, il n'attribue pas la difficulté à une insuffisance de la transposition mais à un contrat didactique incertain. Ce n'est pas le cas de Balman (1998) qui repère un phénomène semblable autour d'un autre objet : le graphe, institutionnellement absent comme objet d'enseignement et pourtant largement présent dans les manuels et bien sûr dans les activités demandées aux élèves. Il poursuit ainsi l'enquête initiale plus large de Grenier (1995) sur les savoirs combinatoires. Les questions qu'ils ouvrent ainsi sont relatives d'abord, à la gestion de ce type d'objets par les enseignants et ensuite, au moment où il devient pertinent de les sortir du monde du silence pour en faire des objets d'enseignement et les rendre institutionnellement sensibles. Ce sont les questions qu'ouvrent Grenier et Payan (1998) à propos des démarches combinatoires, en particulier de celles qui sont relatives à la preuve dans un certain nombre d'exercices scolaires tout au long du curriculum et qui supposeraient l'existence institutionnelle d'un premier mouvement de modélisation géométrique ou graphique de ces problèmes permettant par exemple la production de preuves par le travail d'un modèle. On remarquera que la liste des exemples proposés comprend les nombres polygonaux, dont le cas se trouve traité complètement par Bolea et alii, (2001) dans la même perspective.

Mercier (1995b), montre qu'il en va ainsi pour ce qu'il nomme, avec Chevallard (1985b), l'algébrique soit, l'ensemble des manipulations de notations mathématiques par lesquelles les mathématiciens conduisent des calculs écrits. Matheron (1993) rencontre cette question à propos du théorème de Thalès, dont il a montré la progressive désensibilisation qui va de pair avec une maîtrise importante des situations d'usage du théorème avant même tout enseignement à son propos (Matheron, 1994). Castela (2000) identifie, sous le terme de *fonctionnement mathématique*, un corps de connaissances institutionnellement absentes à l'université mais indispensables pour la résolution des problèmes de géométrie élémentaire du type "oral de CAPES". Et Maschietto (2001) pose des questions proches dans le cas de l'usage des représentations graphiques dans la résolution de problèmes d'analyse à l'université, car elle montre que les fonctionnalités de cet usage - qui jusque là appartenaient au discours professoral - deviennent brutalement des outils de travail sous la responsabilité de l'élève, dans un mouvement topogénétique incontrôlé. On peut penser que dans l'ensemble de ces travaux, les didacticiens identifient peu à peu le monde des objets protomathématiques dont l'immensité, a peine devinée, inquiète. Certains (Schubauer-Leoni, 1997), affirment que ce monde n'appartient peut être déjà plus exclusivement aux problématiques didactiques - qui étudient les conditions de possibilité des apprentissages - mais aussi aux théories du sujet et des processus socio-cognitifs en contexte. C'est bien sur cette frontière que travaillent des chercheurs en didactique qui traitent de champs conceptuels (Fluckiger, 2000 ; Pierrisnard, 2002) : nous les rencontrons en étudiant la solidarité des

écosystèmes mathématiques et des organisations didactiques, car le dialogue comparatiste est particulièrement prometteur en ces lieux. Nous verrons également que les travaux sur l'épistémologie des mathématiques scolaires cherchent parallèlement à démontrer que ces phénomènes sont l'effet d'un processus de mathématisation des connaissances mal maîtrisé (Bolea et alii 2001), qui accélère l'obsolescence des savoirs enseignés et déstabilise le procès de leur renouvellement. C'est d'ailleurs en ce sens que Antibi et Brousseau (2000) parlent de la nécessité de produire, en particulier dans le cas de la démonstration, une certaine dé-transposition des connaissances scolaires.

#### **4.2. “ L’approche anthropologique ” en didactique des mathématiques**

L'enquête “ anthropologique ” sur *le régime des organisations de savoir* a nécessité des observations *ad hoc*, comme le montrent un certain nombre de travaux. L'étude de Michèle Artaud (1989), dans son DEA sur l'introduction d'enseignements de mathématiques dans le curriculum universitaire, est un essai d'écologie sociale des savoirs d'enseignement qui montre que les producteurs de savoir ne maîtrisent pas plus que les utilisateurs la légitimité des objets d'enseignement : la transposition est un phénomène qui engage les rapports de toute une société aux savoirs jugés dignes d'être enseignés. L'étude de Chevallard et Jullien (1989) sur l'enseignement des fractions au Collège compare les institutions d'enseignement anglaise et française pour comprendre ces mécanismes qui déterminent la pertinence sociale d'un objet et partant, les formes du savoir d'enseignement de celui-ci. Elle sera le point d'appui pour l'introduction de la notion de rapport institutionnel à un objet. Qui dit *rapport institutionnel* dit *rapports personnels* dépendants de ce dernier et cette distinction permet pour la première fois de décrire certaines questions posées par les phénomènes d'échec scolaire (Chevallard, 1989) et surtout, d'envisager, dans le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique qui s'inaugure ici, l'approche des institutions par l'observation des sujets institutionnels. C'est ce que réalise Mercier (1992 ; 1994) en rapportant des *épisodes biographiques* d'élèves relativement à l'étude des mathématiques aux conditions de l'institution qui organisa cette étude (leur classe actuelle mais aussi leurs classes antérieures) afin de décrire le système d'enseignement qu'ils ont parcouru comme l'écosystème des savoirs algébriques qu'il leur a été possible, en ce lieu, d'apprendre. Ce faisant, il rencontre des questions posées par la Théorie des Situations Didactiques, qui les aborde inversement en cherchant les conditions nécessaires à un apprentissage visé, et il forge la notion d'*adidacticité* à partir de celle de *situation adidactique* de cette théorie pour décrire les propriétés biographiques observées d'un épisode didactique, pour un élève. Il montre ainsi comment le curriculum algébrique peut être interprété différemment par divers élèves, et comment ces derniers construisent progressivement des *dispositions* particulières à l'étude des mathématiques qui semblent bientôt leurs qualités psychologiques mais sont ici considérées bien plutôt comme des habitus intellectuels.

Dans sa thèse, Artaud (1993 ; 1994) observe les membres d'une institution de recherche en finance où les besoins en mathématiques sont importants sans que cette matière y

soit étudiée de manière scolaire. Elle poursuit en observant comment les besoins en mathématiques ont été satisfaits d'une manière collectivement reconnue par un curriculum "moyen" fondé sur "la méthode graphique" de manipulation des relations, qui préservait l'identité épistémologique de l'économie. Mais ces mathématiques là sont aujourd'hui insuffisantes et deviennent un obstacle à la production de savoirs économiques nouveaux. Pateyron (1995) observe des phénomènes semblables dans l'enseignement professionnel et elle a montré que lors d'une séance de Travaux Pratiques de huit heures, les techniciens ne sortaient pratiquement jamais des organisations de savoir spécifiques de leur territoire, défini par le système des objets qu'ils manipulent plutôt que par les théories physiques, quand bien même ils ne trouveraient pas de réponse à leur problème dans ce cadre de pensée. De même, Coppé (1995) engage l'observation des procédures de vérification conduites lors des devoirs surveillés par des élèves de Première Scientifique pour mieux identifier la dimension privée du rapport de ces élèves aux objets mathématiques et leurs manières de se préparer à rendre public leur travail. Elle observe ainsi les moyens de contrôle de leur activité dont ils disposent et rencontre trois niveaux fortement liés : les mathématiques explicitement enseignées, des objets contractuellement pertinents qui semblent protomathématiques comme les cas particuliers d'une figure, et des objets qui ne sont pas des objets de savoir comme la démonstration. Enfin, Bronner (1998) démontre un vide institutionnel relatif aux nombres réels en démontrant la grande variabilité des rapports des professeurs à ces questions, toujours selon la même technique d'étude des institutions par les propriétés de leurs sujets, ce qui caractérise la Théorie Anthropologique du Didactique. Chaachoua (1997), étudie, dans un aller retour entre observation d'élèves et analyse épistémologique, les formes de vie des problèmes de construction dans l'enseignement de la géométrie dans l'espace en comparant l'organisation liée au dessin papier-crayon à celle que propose le logiciel CABRI et l'on peut même rattacher les techniques de l'investigation comparative de Le Thi (1998) à cette méthode, bien que l'étude des rapports personnels y soit principalement statistique. D'autres en revanche travaillent au plus près des techniques de l'approche institutionnelle proposée par Rajoson (1988), qui se fonde sur la description des relations entre questions et résultats dans un ensemble de savoirs. Ainsi, Assude (1992 et 1993) reprend pour sa part une question du curriculum, au Collège, et son étude aboutit à montrer le manque de la notion de fonction dans l'écologie nouvelle de la racine carrée, ce qui fragilise cet enseignement observé : l'inachèvement de la transposition didactique est semble-t-il un des motifs de l'implosion du curriculum du Collège identifiée quelques temps auparavant (Chevallard, 1992b). Ces travaux rencontrent ceux de Bronner (1997), qui s'interroge sur les systèmes de nombres enseignés au Collège et sur l'absence d'un concept, l'idécimalité (comme l'on dit irrationalité). Celui-ci permettrait de structurer le curriculum à l'articulation entre Collège et Lycée - entre dénombrement et mesure - en approchant les difficultés que pose la manipulation des divers systèmes de nombres par les techniques d'obtention de leur écriture décimale et l'observation des propriétés des suites illimitées, lorsque le

nombre est idécimal. Praslou (2000) étudie pour sa part les continuités et ruptures dans la transition Terminales / DEUG sciences, en comparant les environnements de la notion de dérivée grâce à une grille d'analyse multidimensionnelle qui fait aussi référence à Duval (1995) et Douady (1986). Les problèmes posés par les premiers travaux en ce sens conduiront ainsi à une refonte de certains termes primitifs de la Théorie Anthropologique du Didactique que nous présentons dans la section suivante.

### **4.3. La description des pratiques mathématiques comme praxéologies et des outils manipulés comme ostensifs**

L'idée de rapport à un objet de savoir permet de décrire les diverses manières de savoir par les pratiques auxquelles elles donnent lieu et ainsi par exemple, de montrer la naissance d'un objet mathématique dans un texte ou dans une activité. Mais que manipule-t-on au cours de cette activité, quelles formes prend l'objet mathématique présenté d'abord par son nom ? La solution de cette question suppose que soient identifiées deux dimensions indissolublement jointes des objets mathématiques : sémiotique et instrumentale. Et de fait, si l'on considère avec Mauss (1936 / 1997) que toute technique matérielle et intellectuelle manipule des outils, on peut considérer que tout outil possède ces deux dimensions : observer même fugacement l'emploi d'un outil équivaut, pour l'observateur acculturé, observer l'accomplissement de la technique (acte traditionnel et efficace) que l'outil supporte. C'est ainsi que Chevallard (1991c) propose de décrire systématiquement les objets mathématiques par leur matérialité. Ce sont d'abord très souvent des gestes (comme " compter sur ses doigts " : les doigts sont les outils) normalisés en techniques (appartenant à une culture : on ne compte pas sur ses doigts de la même manière des deux côtés de la Méditerranée) puis des gestes soutenus par des systèmes matériels (compter avec un abaque ou un boulier) enfin des objets principalement graphiques, mais aussi sonores (un français moderne ne peut pas réussir une multiplication de deux nombres de quatre et trois chiffres sans nommer à voix haute les produits partiels et sans marquer les retenues sur ses doigts). Ces objets matériels sont des *ostensifs* que l'on manipule et qui donnent à voir ce que l'on pense afin de contrôler ce que l'on fait. Bosch, (1994) étudiera certains systèmes d'ostensifs dans le cas des calculs de proportionnalité, et montrera que les types de rapports aux objets de ce domaine se décrivent par des systèmes d'ostensifs et des concepts associés qu'elle nomme *non-ostensifs* parce qu'au sens propre, ils ne se manipulent pas sans être incarnés dans un système matériel (Bosch et Chevallard, 1999).

On trouve là un moyen d'une grande puissance pour décrire les activités mathématiques et bien que plusieurs autres modèles se proposent (Vergnaud, 1987 et 1990 ; Duval, 1995 et 2000 ; Godino et Batanero, 1994) pour rendre compte de phénomènes proches (Keskessa, 1994), des travaux nouveaux s'engagent à sa suite. Mais très vite, il s'avère nécessaire de classer les types de pratiques d'une institution où vivent des savoirs en séparant d'un côté les types de tâches à accomplir et les techniques disponibles à cet effet, et de l'autre les discours associés, technologique et théorique, qui servent soit à

justifier les techniques lorsque l'on assiste à un moment du travail mathématique soit à les produire, dans un moment de mathématisation. En décrivant les organisations de savoir comme des *praxéologies* associant en systèmes plus ou moins équilibrés des éléments appartenant à ces quatre dimensions (tâche, technique, technologie, théorie), Chevallard (1992) propose ainsi une troisième version de la théorie, mieux dégagée de sa dimension métaphorique et dont la puissance provient de l'unification des moyens de répondre à plusieurs problèmes en un système conceptuel cohérent dont l'usage ne suppose plus le questionnement épistémologique. Les travaux actuels sur les phénomènes mathématiques liés à la transposition didactique s'appuient donc plus ou moins explicitement sur cette dernière version, dont les concepts sont à l'œuvre dans plusieurs articles de cette livraison. Assude (1996), puis Assude et coll. (1997) montrent comment le logiciel de tracé géométrique CABRI permet de travailler de nouveaux problèmes grâce à des procédés de construction comme le symétriseur qui dépassent la règle et le compas, et comment l'existence scolaire de tels problèmes suppose en outre que la manipulation du logiciel soit économique. Artaud (1998) met en forme le problème que pose l'usage de la notion de praxéologie pour la description des savoirs didactiques des professeurs et des élèves engagés dans l'étude des praxéologies mathématiques et Chevallard (1998 et 1999) reprend le problème pour décrire la suite des *types de tâches* qui forment nécessairement, selon lui, le parcours de toute étude de mathématiques : les moments de l'étude.

#### **4.4. Les organisations didactiques : les gestes d'enseignement et les pratiques d'étude**

Coulangue (2000) étudie les contraintes et les espaces de liberté qu'ouvrent les programmes au passage arithmétique algèbre ; elle tente à cet effet de décrire a priori le problème du professeur. Assude et coll. (2000) étudient les effets (sur l'activité mathématique des élèves) d'un dispositif d'encouragement à une pratique d'écriture quotidienne de textes mathématiques. Mais on doit surtout noter l'identification du problème posé, au Collège et en France, par la manipulation des grandeurs dans les questions de proportionnalité et par l'introduction des grandeurs composées (Chevallard et Bosch, 2000 et 2001), parce que le phénomène que ces auteurs étudient n'a été d'abord observé qu'une fois, dans une classe, comme le motif de l'embarras d'un professeur dans la manipulation au tableau d'un changement d'unités. Cet embarras n'a pu faire sens que dans le cadre de la théorie, parce qu'il provient d'une *détresse technique* (dont l'analyse montre qu'elle est le produit d'un déficit technologique) : ce n'est pas le lieu de les décrire ici, mais le travail théorique de production et de validation de la technologie nécessaire est l'objet de la publication d'un travail transpositif dans la revue *Petit x*, à l'usage des professeurs. Nous retrouvons là les questions que posaient les débats d'un Colloque épistolaire (Blanchard-Laville et alii, 1996) à une époque où ces chercheurs ne disposaient pas des moyens de poursuivre au delà de l'identification d'un point aveugle de la transposition et de la fonction des

erreurs de calcul du professeur que les élèves, au fur et à mesure, corrigent. L'intérêt de l'avancée théorique de Bolea et alii, (2001) - qui développent le *programme épistémologique* de Gascon (1998) en montrant que le processus de mathématisation des techniques mathématiques scolaires est fondé sur un processus d'algébrisation de ces techniques par la production d'outils ostensifs nouveaux – tient justement à cette utilité pratique, et l'on peut considérer que la *didactique fondamentale* à laquelle les auteurs en appellent est le retour à la fonction sociale du travail de la noosphère : produire les mathématiques dont les professeurs ont besoin pour enseigner les mathématiques du programme. Ce faisant, ils se rapprochent des travaux anglo-saxons du groupe AMA : Advanced Mathematical Thinking (Tall, 1991 ; Sierpiska, 1994 ; Jaworski, 1994 ; Asiala et Coll. 1996 ; Nardi, 1999).

Schneider (2001) étudie un projet d'enseignement des limites au Secondaire (AHA) pour décrire l'intrication de praxéologies mathématiques locales qui le constituent et elle montre que leur unification en une organisation globale suppose la gestion d'une forte mémoire didactique (Brousseau et Centeno, 1991) à long terme, que le professeur doit partager avec des élèves engagés dans une étude de deux ans : ils doivent donc développer, tout au long de la suite des exemples étudiés, une attitude réflexive orientée par la question initiale. Le projet ralentit donc fortement la chronogénèse si la topogénèse ne bouge pas. Mais comment agir pour déplacer les lignes du partage topogénétique ? Ce n'est plus seulement une question didactique spécifique de l'analyse mais c'est aussi une question générique dont la réponse montre que l'organisation mathématique proposée a des conditions de vie fort chères et, par conséquent, peu de chances de vivre durablement. C'est d'autant plus dommageable que le concept de limite, qui permet d'unifier un large champ de problèmes, mérite une étude scolaire approfondie. Les questions de Schneider renvoient au travail de Sensevy (1996 et 1998) qui reprend l'approche engagée dans *Pour la didactique* (Chevallard, 1981) afin de mettre en place une organisation didactique dans laquelle l'activité de l'élève serait chronogène. Il met donc à l'étude, dans sa classe de CM2, les fractions : mais il ne pose comme problèmes que certains de ceux que les élèves eux-mêmes formulent dans un *Journal des Fractions* personnel et il ne propose pas de solution en dehors de celles que, lors des séances de travail consacrées aux fractions, les élèves ont rédigées dans leur Journal. Ainsi, c'est l'organisation didactique qui ouvre le champ à de nouvelles organisations mathématiques, dont l'analyse est cette fois ascendante puisqu'il devient nécessaire, pour conduire un tel enseignement " par les problèmes ", que le professeur identifie les questions mathématiques à l'œuvre dans les problèmes des élèves et l'état de la mathématisation où ils sont rendus pour décider des résultats à instituer et des questions pertinentes à mettre à l'étude. Mais cela suppose que l'enseignement se libère du regard permanent sur la légitimité sociale ou savante immédiate des questions abordées : la noosphère doit faire son travail de protection et produire l'opacité nécessaire au fonctionnement heureux de la classe. Nous interprétons le *programme épistémologique* proposé par Gascon (1998) comme un travail didactique remplissant cette fonction noosphérique en donnant les moyens de consolider l'épistémologie de

certaines organisations mathématiques scolaires.

Cependant, la question de la description des organisations didactiques n'est pas épuisée par l'identification de leurs lois de fonctionnement relatives à la chronogenèse, à la topogenèse et à la mésogenèse et par l'énoncé de la suite des moments de l'étude (c'est même en cela que l'on peut considérer l'ensemble des concepts correspondants comme formant une théorie : il permet de produire des questions nouvelles qui le dépassent). En particulier, un certain nombre de chercheurs poursuivent l'exploration des formes didactiques existantes afin de mieux comprendre les conditions d'équilibre auxquelles elles satisfont. C'est à cet effet qu'ils cherchent de nouveaux descripteurs du didactique et qu'ils s'engagent dans des travaux comparatistes. A la suite du Colloque épistolaire (Blanchard-Laville et alii, 1996) le travail collectif dont rend compte l'ouvrage édité par Blanchard-Laville (1997) est sans doute le premier moment du développement explicite de techniques d'étude didactique des classes ordinaires liées à la Théorie Anthropologique du Didactique. Schubauer-Leoni et Leutenegger (1997a) y décrivent les questions d'épistémologie que pose le projet tandis que Mercier (1997b) y expose l'analyse ascendante de la transposition qui fonde les interprétations que les différents chercheurs en didactique font des rapports aux objets mathématiques observables (Salin, 1997 ; Schubauer-Leoni et Leutenegger, 1997b ; Sensevy, 1997), parce qu'elle permet d'identifier à la fois les *types de problèmes* que les acteurs sont susceptibles de rencontrer, les *systèmes d'objets* (ostensifs) qu'ils peuvent mobiliser pour l'étude de ces types de problèmes, et les *formes de leur rapport à ces objets* (Salin, 2002). L'analyse ascendante de la transposition - le premier temps de ce que Brousseau nomme l'analyse *a priori* (Mercier et Salin, 1988) - est alors la condition de l'identification et de l'interprétation d'épisodes didactiques dont le sens se rapporte à l'institution où ils se sont produits (Mercier, 1992 ; 1997b et 2002 ; Chevallard et Bosch, 2000 et 2001).

Par ailleurs, les techniques professorales de la manipulation publique des ostensifs sont étudiées par Matheron, (2000 et 2001) qui y identifie des moyens de produire une mémoire collective donnant aux élèves les appuis nécessaires à la mobilisation des pratiques attendues par la situation. Ces techniques d'enseignement sont donc mésogénétiques : elles permettent d'appeler aussi bien des objets mathématiques anciennement étudiés que les objets proto mathématiques associés, deux classes d'objets du milieu des situations. Ce faisant, il permet de rendre compte de la manière dont le texte du savoir peut acquérir pour les élèves une certaine épaisseur et supporter leurs apprentissages : soient qu'ils prennent une position haute et anticipent sur l'évolution des objets qu'ils fréquentent, soit qu'ils prennent une position d'attente et se rattrapent à l'occasion des reconstructions que le professeur propose en apprenant " par après-coup ". C'est ainsi – Matheron suit en cela Halbwachs (1925 / 1994) - que le savoir est produit comme mémoire collective d'une institution, appuyée sur les systèmes d'outils qui appellent les pratiques de ce savoir.

## 5. Conclusion

Quelles sont les solidarités entre organisations disciplinaires et formes didactiques ?

Cette question est au fondement du travail didactique et c'est très précisément celle que travaille Brousseau (1980, 1981, 1986 et 1999) lorsqu'il cherche les conditions didactiques qui rendent possible l'apprentissage d'un savoir décrit *a priori* par ses caractères épistémologiques. Brousseau montre en effet que l'épistémologie associée à un savoir tient aux situations qui le nécessitent comme réponse à une classe de problèmes : ce qu'il nomme des "situations fondamentales". La suite des situations adidactiques correspond alors à la suite des dimensions d'un savoir envisagé comme pratique relative à une situation fondamentale (Mercier, 1999a). Mais dans un enseignement ordinaire, on observe une suite d'épisodes dont l'adidacticité tient au fait qu'un élève au moins doit y faire face à son ignorance et peut le faire en mobilisant par après-coup des savoirs mathématiques ou protomathématiques pertinents. Mercier (1996) montre ainsi comment l'apprentissage peut être produit par la progression du temps didactique (ce qui résout un paradoxe de la théorie anthropologique). D'autres ont, dans la ligne ouverte par Brousseau, identifié certaines techniques didactiques et leurs effets : Ratsimba-Rajohn (1992) a montré comment la gestion des contradictions entre divers niveaux de connaissance était essentielle à la production de savoirs robustes ; Salin (1997 et 2002) travaille sur les techniques d'une forme didactique qui prévaut actuellement, l'ostension déguisée ; Fluckiger (2000) observe comment il est possible d'ouvrir à l'étude la reprise des connaissances d'un champ conceptuel en proposant aux élèves des problèmes dominants du champ.

Mais ces questions sont nouvelles dans le cadre proposé par la Théorie Anthropologique du Didactique, et les évolutions récentes de cette théorisation sont l'effet des problèmes nouveaux qu'elle se propose d'aborder en se développant à la rencontre de la Théorie des Situations Didactiques. Le programme de travail a été donné il y a plus de dix ans par Chevallard (1989) et les principes de réponse "pratique" ont été posés dans un ouvrage remarquable (Chevallard et alii, 1997) intitulé *Estudiar matemáticas, el eslabon perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Seulement, si Brousseau a effectivement expérimenté l'ensemble des situations associées aux situations fondamentales relatives aux mathématiques de l'école élémentaire, Bosch *et alii* proposent une forme *a priori* dont quelques éléments seulement ont été testés. C'est que leur question n'est plus, en fait, "est-il possible d'enseigner cette notion avec toutes les propriétés souhaitées ?" question dont la réponse se suffit d'un exemple, qui a été produit à l'Ecole pour l'observation Jules Michelet, à Talence. La question est devenue : "Comment pourrait-on créer les conditions d'enseignement de cette notion dans un nombre significatif de classes et auprès d'un nombre significatif d'élèves par classe ?" et elle suppose à la fois le développement du *programme épistémologique* (ou didactique fondamentale) et la connaissance des techniques d'étude disponibles dans la culture d'un groupe social donné. Remarquons au passage que le travail de la deuxième question a nécessairement un effet en retour sur la première. Tel est le sens des travaux qui cherchent à rendre compte du travail d'étude dans les classes ordinaires. Ce que nous appellerons donc *le programme didactique* (ou didactique comparée) a commencé à prendre corps bien avant qu'il ne soit désigné par ce nom. Sensevy, Mercier et

Schubauer-Leoni se sont engagés en ce sens en attaquant la question par la description des techniques anthropologiques qui permettent au professeur de déployer son activité d'enseignement (Sensevy et coll., 2000) mais on peut considérer que Brousseau a, en décrivant les trois dialectiques de l'action de la formulation et de la validation qui ont abouti à la Théorie des Situations Didactiques, engagé ce même travail à propos des savoirs, dans le cas des mathématiques : son apport fondateur a ainsi produit ensemble les deux programmes que la Théorie Anthropologique engage à distinguer pour mieux en décrire l'articulation. Aujourd'hui, dans le cadre de la didactique comparée Schubauer-Leoni (1986, 1997 et 1998), Schubauer-Leoni et Leutenegger (1997a et 1997b) ; Mercier (1992, 1995c, 1997b et 1999b), Mercier et coll. (2001 et 2002) ; Raisy et Caillot (1996) ; Johsua (1996, 1998, 2000 et 2002) ; Sensevy, (1996, 1997, 1998 et 2001), Salin (1997 et 2002) ; Amade-Escot (1998 et 2001) ; Canelas-Trevisi et coll. (1999) ; Leutenegger (1999 et 2000) ; et l'ensemble des auteurs de ce numéro de la *Revue Française de Pédagogie*. Ils étudient les propriétés de l'espace-temps didactique de chacun des points de vue des sujets des institutions didactiques, dans et par leurs effets sur les savoirs dont la vie peut y être observée. Ils le font en lien avec les théorisations existantes dans les diverses didactiques mais tout particulièrement – et quand bien même le terme serait devenu un emblème - en lien avec le système théorique développé autour du phénomène central dans la constitution du champ de recherches didactique : la transposition des savoirs en vue de leur étude, un phénomène générique dont l'étude suppose que chaque fois il soit spécifié pour que des phénomènes transpositifs propres à tel ou tel corps de savoirs puissent être construits en retour.

Nous terminerons cette note par l'énoncé du débat qui nous attend, parce que les lieux institutionnels de la recherche sur les programmes complémentaires *épistémologique* et *didactique* sont – surtout en mathématiques - pour l'un, les disciplines-cibles et pour l'autre, les sciences de l'éducation. Les didactiques appartiennent-elles, comme l'affirme Chevallard aujourd'hui (1992a), à des anthropologies des organisations de savoirs principalement situées - comme leur épistémologie ou leur histoire – dans les disciplines cibles et dans ces conditions, la dimension didactique des analyses ne risque-t-elle pas de devenir seconde, avec le retour de l'illusion de la transparence que la première théorisation situait à l'origine de la rupture épistémologique constitutive du champ ? Ou bien la place des didactiques est-elle en sciences de l'éducation - comme sciences des spécifications du didactique par les différents savoirs - ainsi que le demandent Bronckart et Plazaola-Giger (1998) mais dans ces conditions, le risque tient à une plus faible dimension épistémologique des analyses qui peut conduire au retour vers le discours pédagogique prescriptif, quand bien même nous prendrions la position radicale de Sarrazy (2001).

On le voit, c'est bien la position prescriptive qui dans les deux cas signe l'écueil, et c'est une position comparatiste entre programmes qui permet de questionner chacun des types de problématique s'il devenait, ici ou là, hégémonique : mais de l'un des points de vue le comparatisme construit " une anthropologie des institutions à savoirs " dont les institutions didactiques sont un cas d'espèce et dans l'autre une " didactique comparée

en sciences de l'éducation ” dont les didactiques des disciplines cibles sont des spécifications. Les difficultés de la position à laquelle nous arrivons proviennent alors de la multiplicité des appartenances institutionnelles et des nombreux lieux de validation scientifique des travaux dans chacune des didactiques, car ces données ne facilitent pas l'émergence d'une communauté scientifique définissant un même champ de recherches. Une telle communauté est pourtant nécessaire au travail théorique comme à la validation des résultats : les systèmes d'enseignement des savoirs ne sont pas plus l'essentiel du champ des sciences de l'éducation que du champ des mathématiques, de la physique, ou de la littérature, de la sociologie de l'économie ou des psychologies, mais chacune des communautés universitaires et de recherche qui peut prétendre accéder à un aspect du domaine de réalité didactique doit envoyer ses membres intéressés apporter leur contribution à un collectif de pensée développant des règles de validation propres. Faute de ce lieu, les débats qu'ouvre la théorie de la transposition et en particulier, ses évolutions récentes, commencent seulement à prendre corps ; j'entends, les débats scientifiques internes au champ des didactiques (en voie de constitution en sciences de l'éducation mais encore en gestation en anthropologie), car le débat sur la scientificité d'un domaine de savoirs et sur l'intérêt d'une science du didactique - en particulier, une science de ce domaine de réalité qu'est le système d'enseignement - appartient au corps social tout entier.

### Bibliographie

- AMADE-ESCOT C. (1998), *L'enseignant d'éducation physique et sportive dans les interactions didactiques. Itinéraire de recherche*. Note de synthèse pour l'Habilitation à diriger des recherches. Université Paul Sabatier.
- AMADE-ESCOT C., MARSENACH J. (1995), *Didactique de l'éducation physique et sportive, questions théoriques et méthodologiques*. Grenoble, Paris : La Pensée Sauvage et l'INRP.
- ANNOOT E. (2001), Le tutorat ou “ le temps suspendu ”. *Revue des Sciences de l'Education*, XXVII.2, 383-402.
- ANTIBI A., BROUSSEAU G. (2000), La dé-transposition de connaissances scolaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20.1, 7-40.
- ARSAC G. et coll. (1989), *La transposition didactique en mathématiques, en physique, en biologie*. Lyon : IREM de Lyon et LIRDDS.

- ARSAC G. (1992), L'évolution d'une théorie en didactique : l'exemple de la transposition didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12.1, 7-32.
- ARSAC G. et alii Eds. (1994), *La transposition didactique à l'épreuve*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- ARSAC G. (1999), Variations et variables de la démonstration géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19.3, 357-390.
- ARTAUD M. (1993), *La mathématisation en économie comme problème didactique, une étude exploratoire*. Thèse de l'université Aix-Marseille II.
- ARTAUD M. (1994), Un nouveau terrain pour la didactique des mathématiques : la mathématisation en économie. In M. Artigue et coll. *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Grenoble : La Pensée Sauvage, pp. 298-304.
- ARTAUD M. (1997), La question de l'écologie des mathématiques dans l'enseignement secondaire. Enseignements d'une étude de didactique historique. *Séminaires 1997 Didactiques et technologie cognitives en mathématiques*. Grenoble : IMAG.
- ARTAUD M. (1998), Introduction à l'approche écologique du didactique. L'écologie des organisations mathématiques et didactiques. *Actes de la IXe Ecole d'été de didactique des mathématiques*, Caen : ARDM, pp. 101-139.
- ARTIGUE M. (1990), Epistémologie et didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10.2-3, 241-286.
- ARTIGUE M. (1996), Réformes et contre-réformes dans l'enseignement de l'analyse au Lycée (1902-1994). In B. Belhoste et coll. Dir. *Les sciences au Lycée. Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger*. Paris : INRP et Vuibert.
- ASIALA, et coll. (1996), A Framework for Research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education. *Research in Collegiate Mathematics Education II*, 1-32.
- ASSUDE T. (1992), *Un phénomène d'arrêt de la transposition didactique. Ecologie de l'objet "racine carrée" et analyse du curriculum*. Thèse de l'université Joseph Fourier, Grenoble.
- ASSUDE T. (1993), Ecologie de l'objet "racine carrée" et analyse du curriculum. *Petit x*, 35, 43-58.
- ASSUDE T. (1996), De l'écologie et de l'économie d'un système didactique : une étude de cas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16.1, 47-70.
- ASSUDE T. et coll. (1997), De l'économie et de l'écologie du travail avec le logiciel Cabri-Géomètre. *Petit x*, 44, 53-79.
- AUDIGIER F. Ed (1988), *Actes du colloque Savoirs enseignés et savoirs savants*. Paris : INRP.
- BEHAJ A., ARSAC G. (1998), La conception d'un cours d'algèbre linéaire. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 18.3, 333-370.

- BEITONE A., LEGARDEZ A. (1995), Enseigner les sciences économiques: pour une approche didactique. *Revue Française de Pédagogie*, 112, 33-45.
- BERTHELOT R., SALIN M-H. (1992), *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans l'enseignement obligatoire*. Thèse de l'université Bordeaux I.
- BESSOT A., MERCIER A. (1991), La dynamique institutionnelle : chronogenèse et évolution du rapport institutionnel. Travaux Dirigés liés au cours d'Yves Chevallard, *Actes de la VI<sup>e</sup> Ecole d'Eté de didactique des mathématiques*, Rennes, I.M.R., et Nantes, I.R.E.S.T.E., 169-173.
- BIREBENT A. (1997), Cohabitation entre le calcul numérique et la calculatrice, le point de vue du contrat didactique. *Petit x*, 44, 5-32.
- BITTAR M. (1997), Les vecteurs dans l'enseignement secondaire. *Séminaires 1997 Didactiques et technologie cognitives en mathématiques*. Grenoble : IMAG.
- BLANCHARD-LAVILLE et coll., Dir. (1996), *Regards croisés sur le didactique : un colloque épistolaire*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BLANCHARD-LAVILLE, Dir. (1997), *Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire*. Paris : L'Harmattan.
- BLOCH I. (2000), *L'enseignement de l'analyse à la charnière lycée / université : savoirs, connaissances et conditions de validation*. Thèse de l'Université Bordeaux I.
- BOLEA P., BOSCH M., GASCON J. (1999), The rôle of algebraization in the study of a mathematical organization. In I. Schwank Ed., *European Research in Mathematics Education, I,II*, 138-148.
- BOLEA P., BOSCH M., GASCON J. (2001), La transposicion didactica de organizaciones matematicas en proceso de algebraizacion : el caso de la proporcionalidad. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 21.3, 247-304.
- BOSCH M. (1994), *La dimension ostensiva en la actividad matematica. El caso de la proporcionalidad*. Thèse de doctorat, Universitat Autonoma de Barcelone.
- BOSCH M., CHEVALLARD Y. (1999), La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19.1, 77-123.
- BRIAND J. (1993), *L'énumération dans le mesurage des collections, un dysfonctionnement de la transposition didactique*. Thèse de l'université Bordeaux I.
- BRIAND J. (1999), Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. Etude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine pré-numérique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19.1, 41-76.
- BRONCKART J-P., SCHNEUWLY B. (1991) La didactique du Français langue maternelle : l'émergence d'une utopie indispensable. *Education et recherche*, 13.1, 8-26.
- BRONCKART J-P., PLAZAOLA-GIGER I. (1998), La transposition didactique – histoire et perspectives d'une problématique fondatrice. *Pratiques*, 97/98, 35-38.

- BRONNER A. (1997), *Etude didactique des nombres réels, idécimalité et racine carrée*. Thèse de l'université Joseph Fourier, Grenoble.
- BRONNER A. (1998), Les rapports d'enseignants de Troisième et de Seconde aux objets "nombre réel" et "racine carrée". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17.3, 55-80.
- BROUSSEAU G. (1978), L'observation des activités didactiques. *Revue Française de Pédagogie*, 45, 130-140.
- BROUSSEAU G. (1980), Problèmes de l'enseignement des décimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1.1, 11-58.
- BROUSSEAU G. (1981), Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques*, 2.1, 37-127.
- BROUSSEAU G. (1986), Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7.2, 33-115.
- BROUSSEAU G. (1999), *Théorie des situations didactiques, en mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU G., CENTENO J. (1991), Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11.2/3, 167-210.
- BRUN J. (1979), Pédagogie des mathématiques et psychologie, analyse de quelques rapports. *Cahiers de la section des sciences de l'éducation de l'Université de Genève*, 12, 1-24.
- BRUN J. (1996), Evolution du rapport entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques. In J. Brun, Dir., *Didactique des mathématiques*. Lausanne : Delachaux et Niestlé, 19-43.
- CAILLOT M. (2002), Des didactiques au didactique. In P. Venturini et alii, Ed., *Etude des pratiques effectives : l'approche des didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CANELAS-TREVISI et coll. (1999), L'objet enseigné : vers une méthodologie plurielle d'analyse des pratiques d'enseignement en classe. *Repères* 20, 143-162.
- CASTELA C. (1995), Apprendre avec et contre ses connaissances antérieures. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 15,1. 7-48.
- CASTELA C. (2000), Un objet de savoir spécifique en jeu dans la résolution de problèmes : le fonctionnement mathématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20.3, 331-380.
- CHATEL E. Dir. (1995), Transformation des savoirs en sciences économiques et sociales. *Revue française de pédagogie*, 112, 9-20.
- CHEVALLARD Y. (1978), Sur la transposition didactique dans l'enseignement de la statistique. In *Didactique de la statistique* (chapitre 6). Notes internes, IREM d'Aix-Marseille et CNAM (Paris)
- CHEVALLARD Y. (1980), *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Cours donné à la Première Ecole d'Eté de Didactique des

Mathématiques, 7-13 juillet. Note interne, IREM d'Aix-Marseille.

- CHEVALLARD Y. (1981), *Pour la didactique*. Note de travail, IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y. (1982), *Balisage d'un champ de recherche, l'algèbre dans l'enseignement du premier cycle*. Notes pour un cours, II<sup>e</sup> Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, Olivet, juillet 1982.
- CHEVALLARD Y. (1984), L'enseignement de l'algèbre en classe de Quatrième, séquence 3, sous-séquence 2, et commentaires à l'intention du professeur. In Y. Chevallard, F. Conne (1985), *Jalons à propos d'algèbre*. Genève : Interactions didactiques.
- CHEVALLARD Y. (1985a), *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1985b), Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au Collège, Première partie, L'évolution de la transposition didactique. *Petit x*, 5, 51-94.
- CHEVALLARD Y. (1986a), Esquisse d'une théorie formelle du didactique. In Laborde et coll. Ed. *Actes du Colloque Franco-Allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1986b), Les programmes et la transposition didactique illusions, contraintes et possibles. *Bulletin de l'APMEP* 352, 32-50.
- CHEVALLARD Y. (1986c), Vers une analyse didactique des faits d'évaluation. In J-M. De Ketele Ed *L'évaluation, approche descriptive ou prescriptive ?* Bruxelles : De Boeck, pp. 31-59.
- CHEVALLARD Y. (1986d), Sur la notion de temps didactique. Cours, *Recueil des textes et comptes rendus de la IV<sup>e</sup> Ecole d'été de didactique des mathématiques*, 69-93, Paris, IREM et Université Paris 7.
- CHEVALLARD Y. (1987), La dialectique entre études locales et théorisation : le cas de l'algèbre dans l'enseignement du second degré. In G. Vergnaud et coll. *Didactique et acquisition des connaissances scientifiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1989a), Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au Collège, Deuxième partie, La notion de modélisation. *Petit x*, 19, 43-75.
- CHEVALLARD Y. (1989b), Le concept de rapport au savoir, rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. *Actes du séminaire de didactique*, Grenoble, IMAG, pp. 211-235.
- CHEVALLARD Y. (1989c), *Aspects d'un travail de théorisation de la didactique des mathématiques. Etude du cas de l'algèbre élémentaire*. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches.
- CHEVALLARD Y. (1989d), *Arithmétique, algèbre, modélisation*. Marseille : IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y. (1990), Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement

des mathématiques au Collège : voies d'attaque et problèmes didactiques. *Petit x*, 23, 5-38.

- CHEVALLARD Y. (1991a), *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Edition augmentée. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1991b), Le caractère expérimental de l'activité mathématique. *Petit x*, 30, 5-15.
- CHEVALLARD Y. (1991c), Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique. *Actes du Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, Grenoble, LSD2-IMAG, 103-117.
- CHEVALLARD Y. (1992a), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques 12.1*, 73-112.
- CHEVALLARD Y. (1992b), Une réforme inaccomplie. *La gazette des mathématiciens*, 54, 17-21.
- CHEVALLARD Y. (1994a), Nouveaux objets, nouveaux problèmes en didactique des mathématiques. In M. Artigue et coll. *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Grenoble : La Pensée Sauvage, pp. 313-320.
- CHEVALLARD Y. (1994b), Les processus de transposition didactique et leur théorisation. In Arsac et alii Eds., *La transposition didactique à l'épreuve*. Grenoble : La Pensée Sauvage, pp. 83-122.
- CHEVALLARD Y. (1998), Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. In R. Noirfalise Ed., *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques. Actes de l'université d'été*. Clermont-Ferrand : IREM.
- CHEVALLARD Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19.2, 221-266.
- CHEVALLARD Y., JOHSUA M-A. (1982), Un exemple d'analyse de la transposition didactique : la notion de distance. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3.2, 157-239.
- CHEVALLARD Y. et alii (1984), L'enseignement de l'algèbre au Collège ; Problèmes d'ingénierie didactique dans l'enseignement des débuts de l'algèbre ; Le problème des problèmes "concrets" (cours et TDs). *Actes de la Troisième Ecole d'été de didactique des mathématiques*. Grenoble : IMAG.
- CHEVALLARD Y., FELDMAN S. (1986), *Vers une analyse didactique de l'évaluation*. Marseille : IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y., MERCIER A. (1987), *Sur la formation historique du temps didactique*. Marseille : IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y., JULLIEN M. (1989a), *Sur l'enseignement des fractions au Collège*. Marseille : I.R.E.M. d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y., JULLIEN, M. (1991), Autour de l'enseignement de la géométrie au

Collège, première partie, A. et B. . *Petit x*, 27, 41-76.

- CHEVALLARD Y. et alii (1997), *Estudiar matemáticas. El eslabon perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona : ICE y Horsori.
- CHEVALLARD Y., BOSCH M. (2000), Les grandeurs en mathématiques au Collège : Partie I Une Atlantide oubliée. *Petit x*, 55, 5-32.
- CHEVALLARD Y., BOSCH M. (2001), Les grandeurs en mathématiques au Collège : Partie II Mathématisations. *Petit x*, 59, 43-76.
- CHOQUET G. (1955), Sur l'enseignement de la géométrie élémentaire. *L'enseignement des mathématiques*, 1, pp. 75-129, Neuchâtel, Delachaux et Niestlé.
- CONNÉ F. (1981), *La transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième année de l'école primaire*. Thèse, Université de Genève, (1986), Lausanne, Couturier-Noverraz.
- CONNÉ F. (1985), Commentaires, suivis de Un exemple de résolution de problèmes. In Y. Chevallard, F. Conne (1985), *Jalons à propos d'algèbre*. Genève : Interactions didactiques
- COULANGE L. (2000), Evolution du passage arithmétique-algèbre dans les manuels et les programmes du 20<sup>e</sup> siècle. Contraintes et espaces de liberté pour le professeur. *Petit x*, 57, 61-78.
- DELBOS G., JORION P. (1984, 1990), *La transmission des savoirs*. Paris : Maison des sciences de l'homme.
- DEVELAY M. (1989), A propos de la transposition didactique en sciences biologiques. In G. Arzac et coll. *La transposition didactique en mathématiques, en physique, en biologie*. Lyon : IREM de Lyon et LIRDDs.
- DOUADY R. (1980), Approche des nombres réels en situation d'apprentissage scolaire (enfants de 6 à 11 ans). *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1.1., 77-112.
- DOUADY R. (1986), Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7.2, 5-31.
- DOUADY R., ARTIGUE M. (1986), La didactique des mathématiques en France, émergence d'un champ scientifique. *Revue Française de Pédagogie*, 76, 69-88.
- DUMAS-CARRÉ et WEIL-BARAIS, Eds. (1998), *Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique*. Berne : Peter Lang.
- DURKHEIM E. (1922 ; 1993), *Education et sociologie*. Paris : PUF.
- DUVAL R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissage intellectuel*. Berne : Peter Lang.
- DUVAL R. (2000), Ecriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20.2, 135-170.
- FAVE-BONNET M-F., CLERC F. (2001), Des "Héritiers" aux "nouveaux" étudiants : 35

ans de recherches. *Revue française de pédagogie*, 136. 9-20.

- FLUCKIGER A. (2000), *Genèse expérimentale d'une notion mathématique : la notion de division comme modèle des connaissances numériques*, Thèse de doctorat en sciences de l'éducation, Université de Genève.
- FORESTIER J. TIBERGHIEU A. SABATIER P. (1995), La transposition didactique, pivot d'une analyse de situation professionnelle utilisée comme situation d'enseignement. *Didaskalia* 6, 72-98.
- FORQUIN J-C. (1991), Savoirs scolaires, contraintes didactiques et enjeux sociaux. *Sociologie et société*, III.1, 25-39.
- GINESTIÉ J. (1999), *Contribution à la constitution de faits didactiques en éducation technologique*. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches.
- GLAESER G. (1981), Epistémologie des nombres relatifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2.3, 303-346.
- GLAESER G. (2000), *Une introduction à la didactique expérimentale des mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- GODINO J.D., BATANERO M.C. (1994), Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 14.3, 325-356.
- GRENIER D. (1995), Savoirs en jeu dans des problèmes de combinatoire. In G. Arzac et coll., *Différents types de savoirs et leur articulation*. Grenoble : La Pensée Sauvage, pp. 235-251.
- GRENIER D., PAYAN C. (1998), Spécificités de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18.1, 59-100.
- HACHE C. (2001), L'univers mathématique proposé par le professeur en classe. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21.1/2, 81-99.
- HALBWACHS M. (1925), *Les cadres sociaux de la mémoire*. Réédition 1994. Paris : Albin Michel.
- HENRY M. (1997), Les premiers apprentissages en géométrie et en probabilités, des processus de modélisation comparables. *Séminaires 1997 Didactiques et technologie cognitives en mathématiques*. Grenoble : IMAG.
- HULIN M. (1988), Contribution aux travaux du groupe de réflexion sur l'enseignement scientifique des sociétés savantes et associations scientifiques. *Bulletin de la SFP*, 70, 22.
- HUSTI A. (1992), Le temps, une variable de la demande pédagogique. *Temporalistes*, 21.
- INSPECTION (2002), <http://www.edunet.tn/ressources/resdisc/reseaumaths/Inspect/didac.htm>
- IREM DE LORRAINE (2001), La transposition didactique. In *Didactiques*. IREM de Lorraine.
- JAWORSKI B. (1994), *Investigating Mathematics Teaching : a Constructivist Enquiry*.

London : The Falmer Press.

- JOHSUA S. (1985), *Contribution à la délimitation du contraint et le possible dans l'enseignement de la physique. Essai de didactique expérimentale*. Thèse d'Etat.
- JOHSUA S. (1990), Les contraintes didactiques et l'apprivoisement du nouveau : un exemple en physique. *Interactions didactiques*, 12, 89-98.
- JOHSUA S. (1994), Approche critique des finalités de l'enseignement des sciences physiques. *Skhôle*, 6, 89-104.
- JOHSUA S. (1996), Le concept de transposition n'est-il propre qu'aux mathématiques ? In C. RAISKY, M. CAILLOT Eds., *Au delà des didactiques, le didactique. Débats autour de concepts fédérateurs*. Paris, Bruxelles : De Boeck.
- JOHSUA S. (1998), Des " savoirs " et de leur étude : vers un cadre de réflexion pour l'approche didactique. *L'année de la recherche en sciences de l'éducation 1999*. Paris : PUF.
- JOSHUA S. (2000), L'enseignant comme directeur d'étude. *Revue Internationale d'éducation*, 25, 75-82.
- JOSHUA S. (2002), Spécificités disciplinaires, spécificités didactiques : vers une didactique comparée. In P. Venturini et alii, Ed., *Etude des pratiques effectives : l'approche des didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- JOHSUA S., DUPIN J-J. (1992), Démarches de modélisation et interactions sociales en classe : un exemple en physique. In Garnier et coll., Eds., *Après Vygotsky et Piaget*. Bruxelles : De Boeck, 69-84.
- JOHSUA S., DUPIN J-J. (1993), *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*, Collection Premier Cycle, Paris, Presses Universitaires de France, 422 p.
- KAHANE J-P. (1994), Mathématiques et formation. *Le Journal de Maths des élèves de l'école normale supérieure de Lyon*, 1.2.
- KAHANE J-P. (1996), Les mathématiques, hier et demain. In B. Belhoste et coll. Dir. *Les sciences au Lycée. Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger*. Paris : INRP et Vuibert.
- KESKESSA B. (1994), Preuve et plans de signification : une hypothèse. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14.3, 357-392.
- LABORDE C., CAPPONI B (1994), Cabri géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactique des mathématiques* 14.1/2, 167-209.
- LAI S. (2001), Obstacle épistémologique et transposition didactique en astronomie. In J-L. Dorier Ed., *Actes de la XIIe Ecole d'été de didactique des mathématiques*, 12p.
- LATOUR B. (1991), Transférer les projets dans la réalité. In D. Chevallier Dir., *Savoir faire et pouvoir transmettre*. Paris : Maison des Sciences de l'homme, pp. 151-165.

- LEUTENEGGER F. (1999), *Contribution à la théorisation d'une clinique pour le didactique. Trois études de cas en didactique des mathématiques*. Thèse de doctorat, Université de Genève.
- LEUTENEGGER F. (2000), Construction d'une "clinique" pour le didactique. Une étude des phénomènes temporels de l'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20.2, 209-250.
- LEBESGUE H. (1931), La mesure des grandeurs. *L'Enseignement Mathématique*, 31 à 35. Réédité en un volume, (1975), Paris : Blanchard.
- LE THI H-C (1997), Etude du rapport à l'objet vecteur d'enseignants de première année de Lycée au Viet-Nam et en France. *Séminaires 1997 Didactiques et technologie cognitives en mathématiques*. Grenoble : IMAG.
- LE THI H-C (1998), Une étude institutionnelle sur l'enseignement des vecteurs au niveau secondaire au Viêt Nam et en France. *Petit x*, 46, 19-52.
- MARGOLINAS C. (1994), Double analyse d'un épisode : cercle épistémologique et structuration du milieu. In Artigue et coll., *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Grenoble : La Pensée Sauvage, pp. 251-257.
- MARGOLINAS C. (1999), Les pratiques de l'enseignant : une étude de didactique des mathématiques, recherche de synthèse et perspectives. In Bailleul et coll., Eds., *Actes de la Xe Ecole d'été de didactique des mathématiques*. Orléans : ARDM, pp. 10-33.
- MARSENACH J. et coll. (1991), *Education physique et sportive, quel enseignement ?* Paris : INRP.
- MARTINAND J.L. (1984), La référence et le possible dans les activités scientifiques scolaires. In *Recherches en didactique de la physique*, Actes du premier Atelier International, Paris, Ed. du CNRS, 7-24.
- MARTINAND J.L. (1989), Questions actuelles de la didactique des sciences. In Giordan et coll. Dir. *Psychologie génétique et didactique des sciences*. Berne, Paris : Peter Lang.
- MASCHIETTO M. (2001), Fonctionnalités des représentations graphiques dans la résolution de problèmes d'analyse à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21.1/2, 123-156.
- MATHDI (2002), <http://www.emis.de/MATH/DI>
- MATHERON Y. (1993), Les répercussions des changements de programme entre 1964 et 1989 sur l'enseignement du théorème de Thalès. *Petit x*, 34, 59-86.
- MATHERON Y. (1994), *De la proportionnalité vers le théorème de Thalès, point d'appui et évolution du rapport au savoir*. Mémoire de DEA de Sciences de l'Education, Université de Provence.
- MATHERON Y. (2000), *Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au Collège et au Lycée. Quelques exemples*. Thèse de l'Université de Provence.
- MATHERON Y. (2001), Une modélisation pour l'étude didactique de la mémoire.

*Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21.3. 207-246.

- MAUSS M. (1936), Les techniques du corps. *Journal de psychologie XXXII.3/4*. In M. Mauss (1997), *Sociologie et anthropologie*, Paris : PUF, pp. 365-386.
- MERCIER A. (1978), *Les opérateurs-machine à l'Ecole élémentaire*. D.E.A., Université de Bordeaux.
- MERCIER A. (1982), Le temps des systèmes didactiques. Séminaire, *Actes de la II<sup>e</sup> Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*, Orléans, IREM d'Orléans.
- MERCIER A. (1992), *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement. Un cas en calcul algébrique*. Thèse de l'Université Bordeaux I.
- MERCIER A. (1995a), La biographie didactique d'un élève et les contraintes temporelles de l'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 15,1. 97-142.
- MERCIER A. (1995b), L'algébrique, une dimension fondatrice des pratiques mathématiques scolaires. In R. Noirfalise, M-J. Perrin-Glorian Eds. *Actes de la VIII<sup>e</sup> Ecole d'été de didactique des mathématiques*, Clermont-Ferrand, IREM, pp. 345-360.
- MERCIER A. (1995c), Le traitement public d'éléments privés du rapport des élèves aux objets de savoir mathématiques. In G. Arsac et coll., *Différents types de savoirs et leur articulation*. Grenoble : La Pensée Sauvage, pp. 34-79.
- MERCIER A. (1996), La création d'ignorance, condition de l'apprentissage. *Revue des Sciences de l'Education*, XXII.2, 345-364.
- MERCIER A. (1997a), Le milieu et la dimension adidactique des relations didactiques. In J. Brun et coll. Eds, *Analyse de protocoles entre didactique des mathématiques et psychologie cognitive*. Genève : Interactions Didactiques, pp. 5-23.
- MERCIER A. (1997b), La relation didactique et ses effets. 1. La transposition didactique. In C. Blanchard-Laville Ed., *Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire, l'écriture des grands nombres*. Paris : L'Harmattan.
- MERCIER A. (1999a), *Sur l'espace temps didactique. Etudes du didactique, en sciences de l'éducation*. Note de synthèse pour l'Habilitation à diriger des recherches. Université de Provence.
- MERCIER A. (1999b), La participation des élèves à l'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18.3, 279-310.
- MERCIER A. (2001), Descartes : le temps de la construction du savoir. *L'Ouvert*, 104, 14-24.
- MERCIER A. (2002), L'observation du travail des élèves : quels en sont les objets élémentaires et comment peut-on les produire ? In P. Venturini et alii, Ed., *Etude des pratiques effectives : l'approche des didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- MERCIER A., SALIN M.H. (1988), L'analyse a priori, outil pour l'observation. Atelier, *Actes de l'Université d'été " Didactique et formation des maîtres à l'Ecole*

*Elémentaire* ", Bordeaux, IREM de Bordeaux, pp. 203-244.

- MERCIER A., TONNELLE J. (1992), Autour de l'enseignement de la géométrie au Collège, deuxième partie, C. Vers une étude rationnelle de l'espace et des objets de l'espace. *Petit x*, 29, 15-56.
- MERCIER A., TONNELLE J. (1993), Autour de l'enseignement de la géométrie au Collège, troisième partie, D. Premières études de questions d'enseignement. *Petit x*, 33, 5-35.
- MERCIER A. et coll. (2001), Conclusion : Des outils et techniques d'enseignement aux théories didactiques. In A. Mercier et alii, Dir., *Le génie didactique. Usages et mésusages des théories de l'enseignement*. Bruxelles : De Boeck, pp. 233-249.
- MERCIER A. et coll. (2002), Routines et régulations dans les pratiques du professeur, le travail des mémoires. In J-L. Dorier Ed., *Actes de la XIIIe Ecole d'été de didactique des mathématiques*, Grenoble : IMAG.
- MOSCONI N. (1990), La femme savante. Figure de l'idéologie sexiste dans l'histoire de l'éducation. *Revue Française de Pédagogie*, 93, 27-40.
- NARDI E. (1999), Towards a Calculus as an "arsenal of techniques" : cognitive and pedagogical issues. In T. Assude, B. Grugeon Eds., *Actes du Séminaire National de didactique des mathématiques, année 2000*. Paris : ARDM et IREM Paris VII.
- ORUS-BAGUENA P. (1992), *Le raisonnement des élèves dans la relation didactique : effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire*. Thèse de l'université Bordeaux I.
- PASCAL D. (1980), *Le problème du zéro, l'économie de l'échec dans la classe et la production de l'erreur*. DEA, Universités de Bordeaux I et Aix-Marseille II.
- PATEYRON B. (1995), La notion de territoire : analyse des savoirs mis en leu au sein d'une activité de TP à caractère industriel. In G. Arsac et coll., *Différents types de savoirs et leur articulation*. Grenoble : La Pensée Sauvage, pp. 34-79.
- PÊCHEUX M. (1975), *Les vérités de La Palice*. Paris : Maspero.
- PERRENOUD P. (1998), La transposition didactique à partir des pratiques : des savoirs aux compétences. *Revue des Sciences de l'Education*, XXIV.3, 487-514.
- PÈRES J. (1984), *Utilisation d'une théorie des situations en vue de l'identification des phénomènes didactiques au cours d'une activité d'apprentissage scolaire. Construction d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle*. Thèse. Université Bordeaux I.
- PERRET-CLERMONT A-N., BRUN J., CONNE F., SCHUBAUER-LEONI M-L. (1982), Décontextualisation et recontextualisation du savoir dans l'enseignement des mathématiques à de jeunes élèves. *Interactions Didactiques 1* Genève : FAPSE et Neuchâtel : Faculté des Lettres.
- PERRIN-GLORIAN M-J. (1990), L'aire et la mesure. *Petit x*, 24, 5-36.

- PERRIN-GLORIAN M-J. (1990), *Aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficultés aux niveaux CM2-6<sup>e</sup>*. Thèse d'état.
- PERRIN-GLORIAN M-J. (1999), Problèmes d'articulation de cadres théoriques : l'exemple du concept de milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19.3. 279-322.
- PETITJEAN J. Ed. (1998), La transposition didactique en français. *Pratiques*, n° spécial 97-98.
- PIERRISNARD, (2002), *Conceptualisation des aspects temporels chez l'enfant en situation d'apprentissage scolaire*. Thèse de l'Université Paris V.
- PRASLON D. (2000), Continuités et ruptures dans la transition Terminales / DEUG sciences en analyse, le cas de la notion de dérivée et son environnement. In T. Assude, B. Grugeon Eds., *Actes du Séminaire National de didactique des mathématiques, année 2000*. Paris : ARDM et IREM Paris VII.
- PUBLIMATH (2002), <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio>
- RAISKY C. (1996), Doit-on en finir avec la transposition didactique ? IN C. RAISKY, M. CAILLOT Eds. (1996), *Au delà des didactiques, le didactique. Débats autour de concepts fédérateurs*. Paris, Bruxelles : De Boeck.
- RAISKY C., CAILLOT M. Eds. (1996), *Au delà des didactiques, le didactique. Débats autour de concepts fédérateurs*. Paris, Bruxelles : De Boeck.
- RAJOSON L. (1988), *Analyser la transposition didactique : quelques problèmes, concepts et méthodes de l'abord écologique*. Thèse de troisième cycle, Université d'Aix Marseille II.
- RATSIMBA-RAJOHN H. (1982), Eléments d'étude de deux méthodes de mesure rationnelle. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3.1, 65-113.
- RATSIMBA-RAJOHN H. (1992), *Contribution à l'étude de la hiérarchie implicite. Application à l'analyse de la gestion didactique des phénomènes d'ostension et de contradictions*. Thèse de l'Université Rennes I.
- REVUZ A. (1976), Stratégies pour une approche de Z. *Educational Studies in Mathematics*, 7, 113-120.
- ROBERT A. (1983), L'acquisition de la notion de convergence des suites numériques dans l'enseignement supérieur. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3.3, 305-341.
- ROBERT A. (1992), Projets longs et ingénieries pour l'enseignement universitaire : questions de problématique et de méthodologie. Un exemple : un enseignement annuel de licence en formation continue. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12.2-3, 181-220.
- ROBERT A. (2001), Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21.1/2, 57-80.

- ROBERT A., TENAUD I. (1989), Une expérience d'enseignement de la géométrie en Terminale C. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9.1, 31-70.
- ROBERT A., ROBINET J. (1996), Prise en compte du méta en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16.2, 145-176.
- ROBERT A., ROBINET J. (1998), Informations supplémentaires pour une lecture sans contresens de l'article de B. Sarrazy intitulé " Sens et situations : une mise en question des stratégies méta cognitives en mathématiques ". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18.1, 101-102.
- ROGALSKI M. (1991), Un enseignement d'algèbre linéaire en DEUG A Première année. *Cahiers de didactique des mathématiques*, 11, Paris : IREM Paris VII.
- ROGALSKI M. (1999), Analyse épistémologique et didactique de connaissances à enseigner au Lycée et à l'université : trois cours de la 9<sup>e</sup> Ecole d'été de didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18.2, 135-138.
- ROGALSKI J., SAMURCAY R. (1994), Modélisation d'un " savoir de référence " et transposition didactique dans la formation de professionnels de haut niveau. In G. Arsac, et coll., *La transposition didactique à l'épreuve*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- ROUCHIER A. (1991), *Etude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatique élémentaires : proportionnalité, structures itéro-récurrentes, institutionnalisation*. Thèse d'Etat.
- SALIN M-H. (1997), Contraintes de la situation didactique et décisions de l'enseignante. In C. Blanchard-Laville Ed., *Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire, l'écriture des grands nombres*. Paris : L'Harmattan.
- SALIN M-H. (2002), Les pratiques ostensives dans l'enseignement des mathématiques comme objet d'analyse du travail du professeur. In P. Venturini et alii, Ed., *Etude des pratiques effectives : l'approche des didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- SALTIEL E. (1978), *Concepts cinématiques et raisonnements naturels : étude de la compréhension des changements de référentiels galiléens par les étudiants en sciences*. Thèse d'Etat, Université Paris VII
- SARRAZY B. (2001), Didactique et enseignement des mathématiques. L'enjeu de leurs rapports pour la formation des professeurs. In Mercier et alii, Eds., *Le génie didactique. Usages et mésusages des théories de l'enseignement*. Bruxelles : De Boeck Université.
- SCHNEIDER M. (1991), Un obstacle épistémologique soulevé par des " découpages infinis " des surfaces et des solides. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11.2/3, 241-294.
- SCHNEIDER M. (2001a), Praxéologies didactiques et praxéologies mathématiques . A propos d'un enseignement des limites au secondaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21.1/2, 7-56.

- SCHNEIDER M. (2001b), Un exemple d'ingénierie didactique relative à l'analyse mathématique, passée au crible de concepts de la didactique. In Mercier et alii, Eds., *Le génie didactique. Usages et mésusages des théories de l'enseignement*. Bruxelles : De Boeck Université.
- SCHNEIDER O. (1978), *Le passage des équations numériques aux équations paramétriques en classe de Seconde*. DEA, Universités d'Aix-Marseille et de Bordeaux.
- SCHNEUWLY B. (1995), De l'utilité de la " transposition didactique ". In J-L. Chiss et alii, Dir., *Didactique u français, état d'une discipline*. Paris : Nathan.
- SCHUBAUER-LEONI M-L. (1986), *Maître-élève-savoir : analyse psychosociale du jeu et des enjeux de la relation didactique*. Thèse de doctorat en sciences de l'éducation, Université de Genève.
- SCHUBAUER-LEONI M-L. (1997), Interactions didactiques et interactions sociales : quels phénomènes et quelles constructions conceptuelles ? *Skhôle*, 7.
- SCHUBAUER-LEONI M-L. (1998, 2001), Les sciences didactiques parmi les sciences de l'éducation. L'étude du projet scientifique de la didactique des mathématiques. In R. Hofstetter, B. Schneuwly Eds., *Le pari des sciences de l'éducation*. Bruxelles : De Boeck.
- SCHUBAUER-LEONI M-L., PERRET-CLERMONT A-N. (1980), Interactions sociales et représentations symboliques dans le cadre de problèmes additifs, quelques données expérimentales. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1.3 ; 297-350.
- SCHUBAUER-LEONI M-L., LEUTENEGGER F. (1997a), Le travail de recherche sur la leçon, mise en perspective épistémologique. In C. Blanchard-Laville Ed., *Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire, l'écriture des grands nombres*. Paris : L'Harmattan.
- SCHUBAUER-LEONI M-L., LEUTENEGGER F. (1997b), L'enseignante, constructrice et gestionnaire de la séquence. In C. Blanchard-Laville Ed., *Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire, l'écriture des grands nombres*. Paris : L'Harmattan.
- SCHUBAUER-LEONI M-L. (1997c), Entre théories du sujet et théories des conditions de possibilité du didactique : quel " cognitif " ? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17.1, 7-26.
- SENSEVY G. (1996), Le temps didactique et la durée de l'élève. Etude d'un cas au Cours Moyen : le Journal des fractions. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16.1, 7-46.
- SENSEVY G. (1997), Désirs, institutions, savoirs. In C. Blanchard-Laville Ed., *Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire, l'écriture des grands nombres*. Paris : L'Harmattan.
- SENSEVY G. (1998), *Institutions didactiques, étude et autonomie à l'école élémentaire*. Paris : PUF.
- SENSEVY G. (2001), Modèles de l'action du professeur : nécessités, difficultés. In A.

- Mercier et alii, Dir., *Le génie didactique. Usages et mésusages des théories de l'enseignement*. Bruxelles : De Boeck, pp. 209-232.
- SENSEVY G., MERCIER A., SCHUBAUER-LEONI M-L. (2000), Vers un modèle de l'action didactique du professeur. A propos de la course à 20. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20.3, 263-304.
- SIERPINSKA A. (1994), *Understanding in mathematics*. London : The Falmer Press.
- SUDOC (2002), <http://www.sudoc.abes.fr>
- SUE R. (1993), La sociologie des temps sociaux, une voie de recherche en éducation. *Revue Française de Pédagogie*, 104, 61-72.
- TALL D. (1991), *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrech : Kluwer Academic Publishers.
- TERRISSE A. (1997), L'émergence d'une notion : la transposition didactique. Entretiens avec Michel Verret. *Les sciences de l'éducation pour l'ère nouvelle*, 3.1997.
- TIBERGHIE A. (1985), Quelques éléments sur l'évolution de la recherche en didactique de la physique. *Revue Française de Pédagogie*, 72, 71-86.
- TIBERGHIE A. (1989a), Transposition didactique – cas de la physique. In G. Arzac et coll. *La transposition didactique en mathématiques, en physique, en biologie*. Lyon : IREM de Lyon et LIRDDS.
- TIBERGHIE A. (1989b), Difficultés dans l'apprentissage de la physique: la structuration du monde matériel en physique et dans la vie quotidienne. In N. Bednars et C. Garnier (Eds.), *Construction des savoirs*. Ottawa: CIRADE, Editions d'agence d'ARC, pp228-239.
- TIBERGHIE A. (2000), Designing teaching situations in the secondary school. In R. Millar, J. Leach and J. Osborne (Eds.), *Improving science education: the contribution of research*. Buckingham UK: Open University Press, pp. 27-47..
- TONNELLE J. (1979), *Le monde clos de la factorisation au premier cycle*. DEA, Universités de Bordeaux I et d'Aix-Marseille II.
- VASQUEZ A. (1988), Le modelage social du temps. L'institution scolaire et les élèves d'origine étrangère. In D. Mercure, A. Wallemacq Eds., *Les temps sociaux*. Bruxelles : De Boeck.
- VECK B. (1989), *Un concept pour l'analyse didactique des objets d'enseignement en Français : la transposition*. *Revue française de pédagogie*, 89, 47-54.
- VERGNAUD G. (1987), Les fonctions de l'action et de la symbolisation dans la formation des connaissances chez l'enfant. In J. Piaget et coll., Eds., *Psychologie*. Paris : Encyclopédie de la Pléiade, Gallimard, pp. 821-844.
- VERGNAUD G. (1990), La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10.2/3, 133-170.
- VERRET M. (1975), *Le temps des études*. Thèse d'état, Université de Paris V, Paris : Librairie Honoré Champion.

- VIENNOT L. (1978), *Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire*. Thèse d'Etat, Université Paris VII. (1979), Paris, Hermann.
- VIENNOT L. (1993), Temps et causalité dans les raisonnements des étudiants. *Didaskalia*, 1, 13-27.
- WARFIELD V. (1996), *Teaching Calculus by scientific debate as an application of Didactic*. Electronic issue [www.math.washington.edu](http://www.math.washington.edu).
- WEIL-BARAIS A. (1993), *L'homme cognitif*. Paris : PUF.
- WITTGENSTEIN L. (1976), *De la certitude*. Paris : Gallimard.