HAL
open science

Stratégie de calcul multiéchelle pour les assemblages de structure en dynamique

David Odièvre, Pierre-Alain Boucard, F. Gatuingt

To cite this version:

David Odièvre, Pierre-Alain Boucard, F. Gatuingt. Stratégie de calcul multiéchelle pour les assemblages de structure en dynamique. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, 2007, Grenoble, France. hal-01987933

HAL Id: hal-01987933

https://hal.science/hal-01987933v1

Submitted on 21 Jan 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Stratégie de calcul multiéchelle pour les assemblages de structure en dynamique

D. Odièvre*, P.-A. Boucard*, F. Gatuingt*

*LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/Université Paris 6)
61 avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan Cedex, France
{ odievre, boucard, gatuingt }@lmt.ens-cachan.fr

Résumé :

Nous proposons dans ces travaux une stratégie de calcul multiéchelle pour les assemblages de structure en dynamique. La démarche suivie s'inscrit dans le cadre de la méthode LATIN avec décomposition de domaine.
La stratégie multiéchelle LATIN est une méthode mixte qui traite à la fois vitesses et les inter-efforts sur les interfaces. Déjà largement développée en statique et quasi-statique, l'objectif du travail proposé ici concerne l'extension à la dynamique.
Nous montrerons tout d'abord le traitement spécifique des interfaces assurant la continuité des inter-efforts et des vitesses. Dans un deuxième temps, l'extension de la stratégie multiéchelle LATIN au cas de la dynamique sera détaillée, notamment l'introduction d'un problème dit "macroscopique" en espace. Pour finir, nous illustrerons les performances de la méthode sur un exemple 2D.

Abstract :

The aim of this work is to develop a multi-scale strategy for the simulation of structures assemblies subjected to transient dynamic loadings. The approach is based on the LATIN method with domain decomposition. The multi-scale LATIN method is a mixed method which deals at the same time with the forces and velocities at the interfaces of the different sub-domains. Already successfully applied to a variety of static problems, an extension of the method to dynamics is proposed.
We first show how to adapt the multi-scale strategy to dynamics and in particular how to construct a macroscopic problem in space. In a second time, a specific treatment of the interfaces which leads to the continuities of the forces and velocities is developed. At last, we illustrate the performances of the method on a 2D wave propagation problem.

Mots-clefs :

Dynamique, Multiéchelle, Sous-structuration

1 Introduction

La modélisation/simulation occupe une place de plus en plus importante dans les bureaux d'étude. Les besoins y sont multiples, notamment pour la modélisation d'assemblages en dynamique. Une des difficultés majeure reste la prise en compte des liaisons entre les pièces et avec l'environnement extérieur. Pourtant, ces liaisons jouent un rôle majeur dans le dimensionnement, car elles sont le lieu de phénomènes locaux fortement non linéaires : contact, frottement, plasticité. Phénomènes qui sont mis en exergues dans les problèmes de dynamique rapide, nécessitant des maillages très fins pour être correctement représentés (Hallquist (1985) et Rama Mohan Rao (2005)).

Dans les travaux présentés ici, on construit une méthode spécialisée pour répondre aux problèmes posés ci-dessus en tirant parti du fait que les non-linéarités sont localisées dans les liaisons. On utilise une représentation unifiée de ces zones de liaison sous forme d'interfaces en introduisant une décomposition de l'assemblage.

Un algorithme de résolution a été développé dans Lemoussu (2002) basé sur la méthode LATIN développé au LMT Cachan par Dureissex (2000), il permet un découplage du traitement des non-linéarités locales du traitement des problèmes linéaires globaux. Une extension multiéchelle de cette méthode a été développé en statique et quasi-statique dans Loiseau (2002), elle a permis une très forte réduction des coûts de calcul. La méthode LATIN multiéchelle est une méthode mixte qui traite à la fois les vitesses et les inter-efforts sur les interfaces. L'objectif du travail proposé ici concerne l'extension de la méthode LATIN multiéchelle à la dynamique. Ces travaux ont pour but de bénéficier des réductions de coûts de calculs constatés en statique, coûts de calcul qui sont prohibitifs dans la version monoéchelle pour les problèmes avec un nombre important de sous-structures.

Nous montrerons tout d'abord comment adapter la stratégie multiéchelle LATIN au cas de la dynamique. Le traitement spécifique des interfaces assurant la continuité des efforts et des vitesses sera détaillé. Ensuite nous introduirons brièvement le problème dit "macroscopique" en espace. Pour finir, nous illustrerons les performances de la méthode sur un exemple 2D, exemple qui montre un bon comportement de l'algorithme.

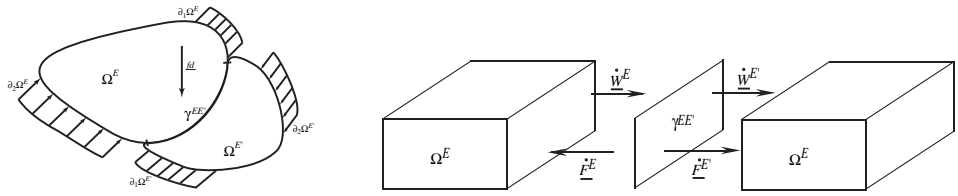
2 La méthode LATIN multiéchelle pour la sous-structuration

Cette méthode de décomposition de domaine multiéchelle comporte 3 ingrédients : une décomposition du milieu, une séparation des échelles et un algorithme de résolution. Ces trois ingrédients sont développés ci-dessous.

2.1 Problème sous-structuré à deux échelles

- Découpage en sous-structures et interfaces :

Le problème sous-structuré est obtenu par fractionnement du milieu lui-même. La structure est décomposée en deux entités mécaniques : les sous-structures (Ω_E et $\Omega_{E'}$) et les interfaces ($\gamma_{E'E}$). Les interfaces réalisent le lien entre les différentes sous-structures et sont des entités mécaniques à part entière. Associées à un comportement, les interfaces contiennent toutes les informations du comportement non-linéaire de la structure (contact, frottement, ...). Elles sont également utilisées pour appliquer les différents chargements et prendre en compte les conditions aux limites.



(a) Problème de référence (b) Echange entre sous-structure et interface

FIG. 1 – Référence et échange entre sous-structure et interface

- Séparations des inconnues micro et macroscopiques :

Dans la stratégie micro/macro mise en place, les interfaces jouent un rôle majeur dans la séparation des échelles : en effet la définition des champs microscopiques et macroscopiques porte sur les quantités d'interfaces du problème sous-structuré et est proposée avant même toute discrétisation.

Considérons les champs d'inter-efforts et de vitesses (F_E, W_E) définis sur une interface

$\gamma_{E'E}$. On définit alors la partie macroscopique de ces champs, (F_E^M, W_E^M) comme la projection de (F_E, W_E) vers une sous-espace de dimension finie, noté $(\mathcal{F}_E^M, \mathcal{W}_E^M)$. La séparation des deux échelles est obtenue au moyen de l'opérateur de projection $\Pi_{\gamma_{E'E}}$, défini pour l'interface $\gamma_{E'E}$:

$$W_E^M = \Pi_{\gamma_{E'E}} W_E \qquad F_E^M = \Pi_{\gamma_{E'E}} F_E$$

Le choix du projecteur macroscopique associé à l'espace des champs macroscopiques influe sur la rapidité de l'algorithme. Son influence a été étudiée dans Loiseau (2002).

2.2 Stratégie de résolution : la méthode LATIN

La méthode LATIN (LArge Time INcrement method, Ladevèze (1985)) est une approche itérative non incrémentale initialement proposée pour résoudre les problèmes non linéaire d'évolution. Elle a été depuis employée avec succès pour traiter des problèmes de dynamiques, de décomposition de domaines, etc.

- Séparations des difficultés : on sépare les équations en deux groupes. Un premier groupe Ad contenant les équations linéaire et éventuellement globales. Un deuxième groupe Γ contenant les équations locales éventuellement non linéaires.
La solution s_{ex} du problème de référence est donc $s_{ex} = Ad \cap \Gamma$.

Dans le cas d'un comportement linéaire, les ensembles Ad et Γ sont donc définis par :

$$s \in Ad \Leftrightarrow \forall \Omega_E \left| \begin{array}{l} \text{Admissibilité cinématique} \\ \text{Admissibilité dynamique} \\ \text{Relation de comportement élastique sur } \Omega_E \\ \text{Admissibilité des variables macro : } (F_E^M, W_E^M) \end{array} \right. \tag{1}$$

$$s \in \Gamma \Leftrightarrow \forall \gamma_{E'E} \Big| \text{ Relation de comportement sur } \gamma_{E'E} \tag{2}$$

- Une stratégie itérative en deux étapes : la méthode LATIN consiste à construire successivement des approximations de la solution dans Γ puis dans Ad en se donnant des directions de recherche E^+ et E^-. Une itération comporte deux étapes appelées locale et linéaire.

- Etape locale à l'itération $n + 1/2$:
Le problème consiste à construire $\widehat{s}_{n+1/2} \in \Gamma$ connaissant $s_n \in Ad$. Alors $(\widehat{s}_{n+1/2} - s_n)$ doit suivre la direction de recherche E^+ définie de la manière suivante :

$$\forall E \in \mathbf{E} \qquad (\widehat{F}_E - F_E) - \mathbf{k}^m(\widehat{W}_E - W_E) = 0 \tag{3}$$

Pour une interface parfaite, la relation de comportement est : $\widehat{F}_E + \widehat{F}_{E'} = 0$ et $\widehat{W}_E = \widehat{W}_{E'}$.
La solution s'écrit :

$$\widehat{W}_E = \widehat{W}_{E'} = \frac{1}{2}(W_E + W_{E'}) - \frac{1}{2\mathbf{k}^m}(F_E + F_{E'}) \tag{4}$$

$$\widehat{F}_E = -\widehat{F}_{E'} = \frac{1}{2}(F_E - F_{E'}) - \frac{\mathbf{k}^m}{2}(W_E - W_{E'}) \tag{5}$$

où $\mathbf{k}^m$ est un paramètre de la méthode qui peut être interprété comme une rigidité "micro" de l'interface. L'étape locale consiste à résoudre des problèmes locaux sur les interfaces. Le cas des interfaces plus complexes (contact, frottement, ...) est traité dans Loiseau (2002).

- Etape linéaire à l'itération n :

Le problème consiste à construire $s_{n+1} \in Ad$ connaissant $\widehat{s}_{n+1/2} \in \Gamma$. Alors $(s_{n+1} - \widehat{s}_{n+1/2})$ doit suivre la direction de recherche E^- définie de la manière suivante :

$$\forall E \in \mathbf{E} \qquad (F_E - \widehat{F}_E) + \mathbf{k}^m (W_E - \widehat{W}_E) = 0 \tag{6}$$

Les équations associées aux sous-structures et la direction de recherche micro conduisent à la formulation de problèmes indépendants par sous-structure, appelés problèmes "micro". Pour assurer les conditions d'admissibilité des variables macro, on introduit un multiplicateur de Lagrange $\widetilde{W}_E^M$ sur chaque interface. Après avoir réalisé une discrétisation élément finis classique et utilisé un schéma d'intégration temporel, le système linéaire à résoudre à chaque pas de temps se met sous la forme :

$$Av_E(t + \Delta t) = [\widehat{F}_E + \mathbf{k}^m (\widehat{W}_E + \widetilde{W}_E^M)](t + \Delta t) + f(a_E(t), v_E(t), u_E(t)) \tag{7}$$

où u_E, v_E, a_E sont respectivement les champs de déplacement, de vitesse et d'accélération définis sur la sous-structures Ω_E. A et $f(.)$ sont des combinaisons linéaire de la matrice de masse et de rigidité des sous-structures ainsi que la matrice de masse des interfaces. On définit les champs (v_E^1, v_E^2) tels que : $v_E = v_E^1 + v_E^2$. On en déduit leurs restrictions sur les interfaces (W_E^1, W_E^2) et leurs parties macroscopiques $(W_E^{1,M}, W_E^{2,M})$ obtenues par projection ainsi que $(F_E^{1,M}, F_E^{2,M})$ obtenues grâce à la direction de recherche. Ces champs sont solutions des problèmes suivants :

$$Av_E^1(t + \Delta t) = [\widehat{F}_E + \mathbf{k}^m \widehat{W}_E](t + \Delta t) + f(a_E(t), v_E(t), u_E(t)) \tag{8}$$

$$Av_E^2(t + \Delta t) = \mathbf{k}^m \widetilde{W}_E^M (t + \Delta t) \tag{9}$$

Ce problème a une solution unique, on peut écrire à partir de (9) :

$$W_E^{2,M} = \mathbf{L}_E \widetilde{W}_E^M \tag{10}$$

$\mathbf{L}_E$ représente un opérateur de comportement homogénéisé sur la sous-structure E. Son calcul est réalisé une fois pour toute en prétraitement de l'algorithme.

L'admissibilité des quantités macroscopiques (continuité des vitesses et équilibre des inter-efforts macroscopiques pour toutes les interfaces parfaites) et l'équation (10) conduisent à l'écriture d'un problème macroscopique (écrit ici pour une interface $\gamma_{E'E}$) :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_E & -\mathbf{L}_{E'} \\ \mathbf{k}^m(1 + \mathbf{L}_E) & \mathbf{k}^m(1 + \mathbf{L}_{E'}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \widetilde{W}_E^M \\ \widetilde{W}_{E'}^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_E^{1,M} - W_{E'}^{1,M} \\ -F_E^{1,M} - F_{E'}^{1,M} \end{pmatrix} \tag{11}$$

Ce problème couple toutes les variables macro de la structure. Il permet de déterminer le multiplicateur de Lagrange $\widetilde{W}_E^M$.

2.3 Algorithme

La méthode LATIN consiste à effectuer alternativement des étapes linéaires et locales. Dans l'algorithme 1, nous reprenons les principaux points de calcul d'une itération de la méthode multiéchelle .

Algorithme 1 : LATIN micro/macro (approche en vitesse)

Etape linéaire

- Problème micro (pour toutes les sous-structures) :
  Détermination de (v_E^1, W_E^1) connaissant $(\widehat{W}_E, \widehat{F}_E)$ (eq. 8)
  Constitution de $W_E^{1,M}$ par projection et $F_E^{1,M}$ avec la direction de recherche.
- Problème macro :
  Détermination de $\widetilde{W}_E^M$ connaissant $(W_E^{1,M}, F_E^{1,M})$ (eq. 11)
- Problème micro (pour toutes les sous-structures) :
  Détermination de (v_E^2, W_E^2) connaissant $\widetilde{W}_E^M$ (eq. 9)

Constitution de $v_E = v_E^1 + v_E^2$

Etape locale (pour toutes les interfaces)

Détermination de $(\widehat{W}_E, \widehat{F}_E)$ connaissant (W_E, F_E) (eq. 4 et 5)

Itérer jusqu'à convergence

3 Exemple 2D

Le cas d'une barre en traction/compression, décomposée en 8 sous-structures, a été traité. Cette barre est encastrée à une extrémité et la vitesse est imposée à l'autre extrémité. Un schéma de type Newmark implicite est utilisé. Les maillages des sous-structures ont 800 ddls chacuns et le pas de temps du schéma est de $2.5\mu s$.

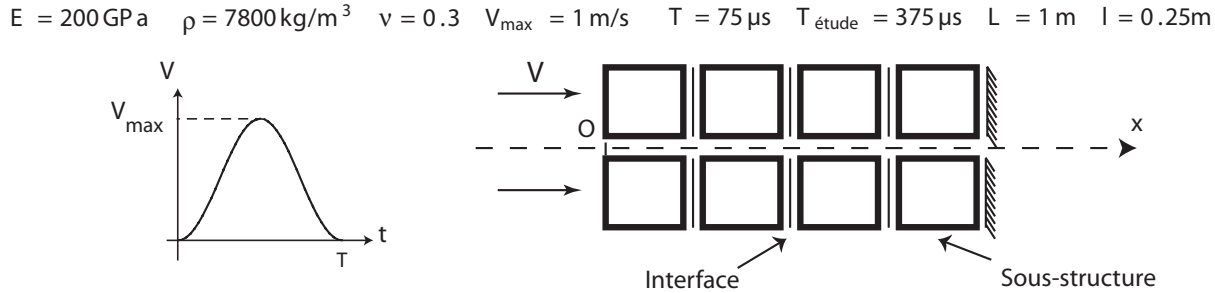
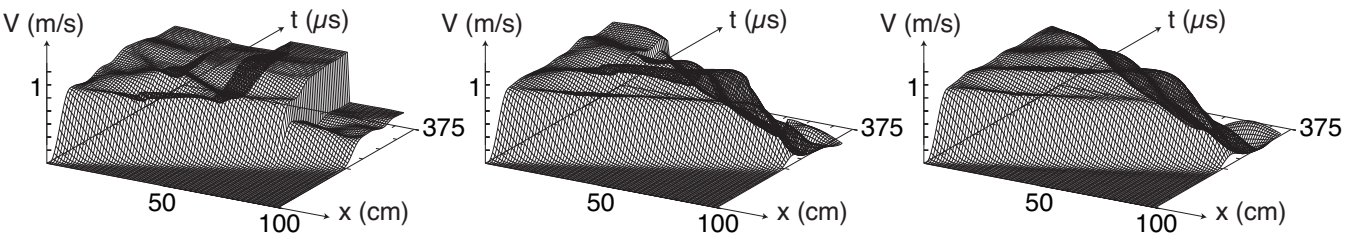


FIG. 2 – Problème numérique traité

La figure 3 montre le champ de vitesse sur l'axe $(O, \overrightarrow{x})$ en fonction du temps obtenus pour 5 et 10 itérations de la méthode monoéchelle et la première itération de la méthode multiéchelle.



(a) Calcul mono à l'itération 5 (b) Calcul mono à l'itération 10 (c) Calcul multi à l'itération 1

FIG. 3 – Champ de vitesse sur l'axe (O, x) en fonction du temps

La figure 4 montre les courbes de convergence des méthodes monoéchelle et multiéchelle

en fonction des itérations. Les courbes de convergence sont construites à partir de l'erreur en énergie calculée par rapport à une solution de référence.

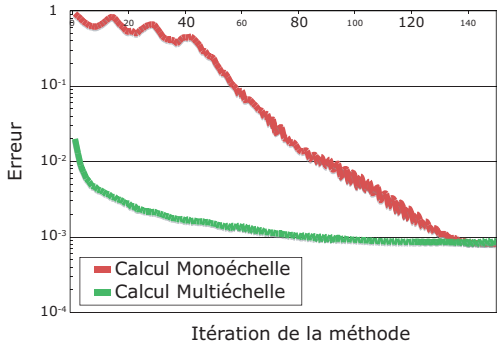


FIG. 4 – Courbe d'erreur des méthodes mono et multiéchelle

On constate sur la figure 3 que le signal se propage de sous-structure en sous-structure au cours des itérations pour la méthode mononéchelle. Alors que pour la méthode proposée ici, dès la première itération, le signal a parcouru l'ensemble des sous-structures. Les courbes de convergence confirme ce phénomène, on voit que la méthode multiéchelle converge plus rapidement que la méthode monoéchelle. Ces courbes se rejoignent pour obtenir une même qualité pour un grand nombre d'itérations. Dans la pratique, un tel niveau de précision n'est pas nécessaire, la méthode multiéchelle permet donc un important gain d'itérations par rapport à la méthode monoéchelle.

4 Conclusions

L'extension, qui est proposée ici, de la méthode LATIN multiéchelle à la dynamique a permis d'obtenir un gain semblable à celui constaté en statique et quasi-statique. Ces performances sont à confirmer sur le cas de structures 3D avec contact et frottement.
Dans le cadre de la dynamique rapide, la méthode devra être adaptée au schéma d'intégration temporel explicite pour réduire le temps de calcul. Enfin, des lois de comportement non-linéaire de matériaux seront introduites.

Références

D. Dureissex, P. Ladevèze. 2000. A micro/macro approach for parallel computing of heterogeneous structures *Int Jal for Computational Civil and Structural Engineering.* **1** 18-28

J.O. Hallquist, G.L. Goudreau and D.J. Benson. 1985 Sliding interfaces with contact-impact in large-scale lagrangien computations *Comp. Meth. in Ap. Mech. and Eng.* **51** 107-137

P. Ladevèze.1985. Sur une famille d'algorithmes en mécanique des structures *Comptes rendus Acad Sc Paris* **300 (2)** 41-45

H. Lemoussu, P.A. Boucard,P. Ladevèze2002. A 3D shock computational strategy for real assembly and shock attenuator *Advances in Engineering Software* **33** 517-526

O. Loiseau, P. Ladevèze, A. Nouy. 2002. A multiscale computational approach for contact problems *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering Sofware* **191** 4869-91

A. Rama Mohan Rao. 2005 MPI-based parallel finite element approaches for implicit nonlinear dynamic analysis employing sparse PCG solvers *Ad. in Eng. Soft.* **36 (3)** 181-198