



HAL
open science

Approche multirésolution pour l'étude paramétrique d'assemblages par contact et frottement

Pierre-Alain Boucard, Laurent Champaney

► **To cite this version:**

Pierre-Alain Boucard, Laurent Champaney. Approche multirésolution pour l'étude paramétrique d'assemblages par contact et frottement. 6e Colloque National en Calcul des Structures, 2003, Giens, France. hal-01987885

HAL Id: hal-01987885

<https://hal.science/hal-01987885>

Submitted on 21 Jan 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Approche multirésolution pour l'étude paramétrique d'assemblages par contact et frottement

P.A. Boucard^a, L. Champaney^b

^a LMT Cachan - ENS Cachan/CNRS/Univ. PARIS VI, 61 av. du Pt Wilson — 94235 Cachan
Pierre-Alain.Boucard@lmt.ens-cachan.fr

^b Université de Versailles/St Quentin, 45 av. des États Unis — 78035 Versailles Cedex
Laurent.Champaney@lmt.ens-cachan.fr

Résumé

L'objet de ce travail est de développer une application de la méthode LATIN [1] pour l'étude paramétrique d'assemblages incluant de multiples zones de contact. Chaque configuration d'un assemblage correspond à un choix de valeurs des paramètres (coefficient de frottement, précontrainte). Plutôt que de réaliser un calcul complet pour chaque jeu de paramètres, nous utilisons la capacité de la méthode LATIN à réutiliser la solution d'un problème donné (associé à un jeu de paramètres) pour en résoudre d'autres.

1 Introduction

La prise en compte des incertitudes lors de la conception d'une structure représente un véritable challenge. Les incertitudes peuvent affecter les propriétés mécaniques et géométriques, les conditions aux limites (incluant le contact avec frottement), le chargement (amplitude et distribution), etc. Pour explorer l'espace de conception de la structure, on peut alors échantillonner les intervalles de variations des paramètres et effectuer un calcul pour chaque jeu de paramètres de conception. Ici, les paramètres de conception sont typiquement les valeurs des coefficients de frottement entre les composants d'un assemblage et les précontraintes éventuelles.

L'exploration de l'espace de conception en prenant en compte ces incertitudes sur les paramètres est un problème complexe lié au fait que l'on doit prendre en compte les non-linéarités de comportement (ici le contact avec frottement). La méthode de perturbation [2, 3] est une des approches que l'on peut utiliser pour déterminer de telles réponses. Depuis quelques années, de nombreuses études utilisent les éléments finis stochastiques qui sont capables de prendre en compte les incertitudes [4].

L'objectif du travail présenté ici est de développer une stratégie performante adaptée à la multirésolution de problèmes incluant des incertitudes. Des stratégies multirésolutions ont déjà été proposées en optimisation [5]. La méthode LATIN [1] est une méthode non incrémentale, en rupture avec les techniques incrémentales classiques, qui résout le problème de structure sur tout l'intervalle de chargement en un seul incrément, qui n'est *a priori* pas limité et semble à ce titre prometteuse. La stratégie proposée ici s'appuie sur une spécificité de la méthode qui permet de réutiliser la solution obtenue pour un jeu de paramètres pour résoudre d'autres problèmes similaires (associés à d'autres jeu de paramètres). Cette approche a déjà été utilisée avec succès dans le cadre de la résolution paramétriques de problèmes en viscoplasticité et en grandes transformations [6, 7] ainsi que dans des problèmes d'identification [8]. Dans ce papier, nous considérons le cas d'assemblages de structures, reliées par des zones de contact avec frottement et nous nous limiterons à des chargement quasi-statiques. On trouvera dans [9] une présentation détaillée de la stratégie multirésolution utilisée dont nous rappelons les grands principes ici.

2 La méthode LATIN

Nous présentons ici un rappel des points principaux de la méthode LATIN. Une présentation détaillée de la méthode peu être trouvée dans [1] et son application au cas particulier des problèmes de contact avec frottement dans [10].

2.1 Décomposition d'un assemblage

Un assemblage est composé d'un ensemble de sous-structures qui communiquent au travers d'interfaces (voir figure 1). Chaque interface est une entité mécanique à part entière qui possède ses propres inconnues et relations de comportement. Ici nous ne considérerons que des interfaces de contact avec frottement de type Coulomb. Deux sous-structures reliées par une interface $\Gamma^{EE'}$ sont notées Ω_E et $\Omega_{E'}$. Les variables d'interface sont deux champs de forces \mathbf{f}^E et $\mathbf{f}^{E'}$ et deux champs de vitesses deux $\dot{\mathbf{w}}^E$ et $\dot{\mathbf{w}}^{E'}$ (figure 1).

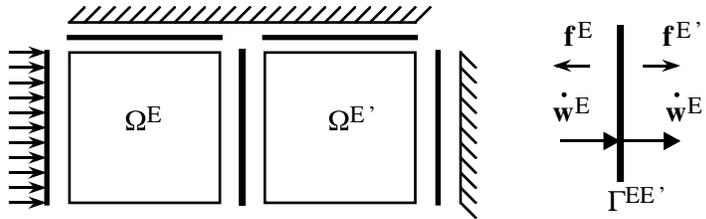


Figure 1 – Décomposition d'un assemblage et variables d'interface

2.2 Problème pour les sous-structures

Le champ de déplacement en tout point M de Ω_E et à tout instant t de $[0, T]$ est noté $\mathbf{u}^E(M, t)$; l'espace associé est $\mathcal{U}^{[0, T]}$. ϵ est le champ de déformation et l'état de la structure

est caractérisé par le champ de contrainte σ^E . Le problème mécanique à résoudre sur chaque sous-structure est :

Trouver les champ de déplacement $\mathbf{u}^E(M, t)$ et champ de contrainte $\sigma^E(M, t)$ tels que :

– Admissibilité cinématique :

$$\epsilon = \epsilon(\mathbf{u}^E); \quad \mathbf{u}^E(M, t)|_{\partial\Omega_E} = \mathbf{w}^E(M, t); \quad \mathbf{u}^E \in \mathcal{U}^{[0, T]} \quad (1)$$

– Équilibre : $\forall \dot{\mathbf{u}}^* \in \mathcal{U}_0^{[0, T]}$

$$\int_{\Omega_E} Tr(\sigma^E \epsilon(\dot{\mathbf{u}}^*)) d\Omega_E - \int_{\Omega_E} \mathbf{f}_d \cdot \dot{\mathbf{u}}^* d\Omega - \int_{\partial\Omega_E} \mathbf{f}^E \cdot \dot{\mathbf{u}}^* dS = 0 \quad (2)$$

où $\mathcal{U}_0^{[0, T]}$ est un champ de vitesses à énergie finie sur Ω_E qui s'annule sur $\partial\Omega_E$ et $\dot{\mathbf{u}}^*$ un champ de vitesses virtuelles.

– Comportement élastique : $\forall M \in \Omega_E$ et $\forall t \in [0, T]$,

$$\sigma^E(M, t) = \mathbf{D}\epsilon(\mathbf{u}^E(M, t)) \quad (3)$$

où \mathbf{D} est l'opérateur de Hooke.

2.3 Problème sur les interfaces

Le problème mécanique à résoudre sur chaque interface est :

Trouver les forces ($\mathbf{f}^E(M, t)$ et $\mathbf{f}^{E'}(M, t)$) et les vitesses ($\dot{\mathbf{w}}^E(M, t)$ et $\dot{\mathbf{w}}^{E'}(M, t)$) telles que :

– Équilibre : $\forall M \in \Gamma^{EE'}$ et $\forall t \in [0, T]$,

$$\mathbf{f}^E(M, t) + \mathbf{f}^{E'}(M, t) = 0 \quad (4)$$

– Comportement : $\forall M \in \Gamma^{EE'}$ et $\forall t \in [0, T]$,

$$\mathbf{f}^E(M, t) = \mathcal{R}(\dot{\mathbf{w}}^{EE'}(M, \tau), \tau \in [0, t]) \quad (5)$$

où le comportement est écrit sous la forme d'une loi d'évolution non-linéaire \mathcal{R} entre les forces et le saut de vitesse $\dot{\mathbf{w}}^{EE'}$ au travers de l'interface défini par :

$$\dot{\mathbf{w}}^{EE'} = \dot{\mathbf{w}}^{E'} - \dot{\mathbf{w}}^E \quad (6)$$

Par exemple, si l'interface est une interface de type contact parfait entre deux sous-structures, le comportement s'écrira : $\dot{\mathbf{w}}^{EE'}(M, t) = 0$. On ne décrira pas ici dans le détail les différents comportements possibles tels que par exemple le contact avec frottement dont on trouvera une présentation complète dans [9].

2.4 L'algorithme LATIN

L'approche LATIN est utilisée pour résoudre le problème. la solution s du problème est décrite par un ensemble de champs dépendants du temps sur les sous-structures et les interfaces :

$$s = \sum_E s^E \quad ; \quad s^E = \{\mathbf{u}^E(M, t), \sigma^E(M, t), \dot{\mathbf{w}}^E(M, t), \mathbf{f}^E(M, t)\} \quad t \in [0, T]$$

L'approche LATIN se base sur une séparation des difficultés pour ne pas résoudre simultanément un problème global *et* non-linéaire. Les équations sont donc séparés en deux groupes qui suivent le schéma suivant :

- L'ensemble \mathcal{A}_d des éléments s^E associés aux équations linéaires relatives aux sous-structures (Eq. 1 à 3)
- L'ensemble Γ des éléments s^E associés aux équations locales (éventuellement non-linéaires) relatives aux interfaces (Eq. 4 et 5)

La recherche de la solution (i.e. à l'intersection des deux ensembles \mathcal{A}_d et Γ) se fait itérativement en construisant des approximations successives de la solution s qui vérifient alternativement chacun des deux groupes d'équations. Ainsi chaque itération de la méthode est composée de deux étapes :

Étape locale : connaissant $s_n \in \mathcal{A}_d$, trouver \hat{s} tel que :

$$\hat{s} \in \Gamma \quad (\textit{interfaces}) \quad (7)$$

$$\hat{s} - s_n \in E^+ \quad (\textit{direction de recherche}) \quad (8)$$

Étape globale : connaissant $\hat{s} \in \Gamma$, trouver s_{n+1} tel que :

$$s_{n+1} \in \mathcal{A}_d \quad (\textit{sous-structures}) \quad (9)$$

$$s_{n+1} - \hat{s} \in E^- \quad (\textit{direction de recherche}) \quad (10)$$

Les directions de recherche sont choisies pour que la convergence de l'algorithme soit assurée [1]. Les deux directions de recherches sont conjuguées et ne dépendent que d'un paramètre scalaire k_0 :

$$\hat{s} - s_n \in E^+ \quad \equiv \quad (\hat{\mathbf{f}}^E - \mathbf{f}_n^E) = k_0(\hat{\mathbf{w}}^E - \mathbf{w}_n^E) \quad (11)$$

$$s_{n+1} - \hat{s} \in E^- \quad \equiv \quad (\mathbf{f}_{n+1}^E - \hat{\mathbf{f}}^E) = -k_0(\mathbf{w}_{n+1}^E - \hat{\mathbf{w}}^E) \quad (12)$$

La solution du problème ne dépend pas de la valeur du paramètre scalaire et n'affecte que la vitesse de convergence de l'algorithme. Pour les cas quasi-statiques présentés ici, on prend $k_0 = E/(TL_c)$ où E est le module d'Young, $[0, T]$ est l'intervalle d'étude et L_c la plus grande dimension de la structure. La convergence de l'algorithme est contrôlé par un indicateur d'erreur qui est une mesure d'erreur en énergie de la distance entre deux éléments s_n et \hat{s} .

2.5 Discrétisation

Pour l'implémentation numérique, une discrétisation standard par Éléments Finis est utilisée dans les sous-structures :

$$\mathbf{u} = [N]\{u\} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) = [B]\{u\} \quad (13)$$

Sur les interfaces, une discrétisation compatible des champs de vitesse est utilisée :

$$\hat{\mathbf{w}}^E = [N]\{\hat{w}^E\} \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{w}}_n^E = [N]\{\dot{w}_n^E\} \quad (14)$$

Les directions de recherche utilisées conduisent (Eq. 11 et 12) à choisir la même discrétisation pour les forces et les vitesses :

$$\hat{\mathbf{f}}^E = [N]\{\hat{f}^E\} \quad \text{et} \quad \mathbf{f}_n^E = [N]\{f_n^E\} \quad (15)$$

À l'étape locale, les équations de contact et de frottement sont résolues directement en terme de forces nodales et de vitesses. De plus la représentation des efforts (Eq. 15) assure une certaine régularisation du problème de Coulomb : la loi de frottement devenant non locale [11].

Après discrétisation, l'étape globale conduit à résoudre le problème suivant :

$$k_0 [\mathbf{h}^E] \{\dot{u}(t)\} + [\mathbf{K}^E]\{u(t)\} = [\mathbf{h}^E] \left(\{\{\hat{f}^E\}(t)\} + k_0 \{\hat{w}^E\}(t) \right) \quad (16)$$

où

$$[\mathbf{h}^E] = \int_{\partial\Omega_E} [N]^t [N] ds \quad \text{et} \quad [\mathbf{K}^E] = \int_{\Omega_E} [\mathbf{B}]^t \mathbf{D} [\mathbf{B}] d\Omega$$

$[\mathbf{K}^E]$ est la matrice de rigidité usuelle de la sous-structure Ω_E et $[\mathbf{h}^E]$ représente les termes relatifs aux interfaces. Pour la résolution de cette équation différentielle (Eq. 16), on utilise un schéma d'intégration implicite en temps.

3 Stratégie multirésolution

À chaque itération, la méthode LATIN fournit une approximation de la solution sur toute la structure et sur tout l'intervalle d'étude. Ainsi, l'idée de la stratégie multirésolution est de réutiliser cette approximation pour déterminer la solution d'un problème similaire à celui qui a permis de déterminer cette approximation. On exploite ici le fait que l'algorithme peut être initialisé par une solution quelconque appartenant à l'ensemble \mathcal{A}_d (usuellement une solution élastique). L'idée est donc d'initialiser le processus associé à la structure modifiée (structure associée à un jeu de paramètres) par le résultat du calcul sur la structure dite de "référence" (associé à un jeu initial de paramètres). On dispose ainsi dès la première itération du calcul sur la structure modifiée d'une solution à fort contenu mécanique.

Dans le cas particulier du contact, les interfaces jouent un rôle vital : elles permettent d'initialiser l'algorithme sur la structure modifiée sans nécessiter de sauvegarder les données sur les sous-structures mais aussi de rechercher la solution du problème modifié avec une

première approximation de qualité. Ainsi, à partir de la solution du problème de référence, on obtiendra les solutions des problèmes modifiés à moindre coût.

Pour les études paramétriques traitées, nous avons juste changé les paramètres entre les itérations. Ainsi, le nouveau calcul est initialisé avec la solution du problème précédent. On peut résumer l'algorithme par le tableau 1. Peu d'itérations sont nécessaires pour obtenir la solution de chaque problème modifié.

Initialisation
Boucle sur les sous-structures (E)
Calcul et factorisation de $[K^E]$ et $[h^E]$
Boucle sur les interfaces
$\{\dot{w}_0^E\} = \{w_0^{E'}\} = \{\hat{w}^E\} = \{\hat{w}^{E'}\} = \{0\}$
$\{f_0^E\} = \{f_0^{E'}\} = \{\hat{f}^E\} = \{\hat{f}^{E'}\} = \{0\}$
Définition des bornes de variation des paramètres
Boucler $k = 1, 2, \dots$ sur le nombre de jeux de paramètres
Récupérer les quantités sur les interfaces
Itérer jusqu'à convergence
Étape globale
Étape locale
Test de convergence
Sauvegarde de la solution associée au k^{eme} jeu de paramètres

Tableau 1 – Algorithme d'études paramétriques avec la méthode LATIN

4 Exemple

Dans l'étude paramétrique proposée, on étudie l'influence de la précharge de chacun des boulons et du coefficient de frottement sur la transmission des efforts dans l'assemblage. Il y a donc trois paramètres différents : un coefficient de frottement et un paramètre de précharge dans chaque boulon. Le coefficient de frottement μ peut prendre 9 valeurs différentes (de 0.1 à 0.5 par pas de 0.05). Les paramètres de précharge (g_1 et g_2) peuvent chacun prendre 12 valeurs différentes (de 0.05mm à 0.3mm, par pas de 0.025mm). Ainsi, pour l'étude paramétrique complète, 1296 calculs distincts doivent être effectués. Le même maillage a été utilisé pour tous les calculs. Il est représenté sur la figure 2. Il est composé de 10 705 éléments finis linéaires (pyramides ou briques) et 8 090 noeuds. Le nombre total de degrés de liberté est donc de 24 270.

Le calcul est mené en deux étapes :

- précharge des boulons : (durée 1s - 1 pas de temps demandé).
- application de la charge (durée 1s - 10 pas de temps demandés).

Pour montrer l'efficacité de la méthode LATIN pour ce type de problème, une comparaison avec le code de calcul ABAQUS a été menée sur une des configurations de l'étude paramétrique ($g_1=0.05\text{mm}$, $g_2=0.025\text{mm}$ et $\mu=0.3$). Les résultats ABAQUS et LATIN sont

très proches. Les résultats de la comparaison sont donnés dans le tableau 2, partie gauche. Les calculs ont été effectués sur une station de travail HP-J5000 (3.5Go RAM - Processeur PA8500).

	ABAQUS	LATIN	Temps horloge	heures	jours
Pas de temps	72	11	ABAQUS direct	8791	366
Temps CPU (mn)	374	38.1	LATIN direct	864	36
Temps Horloge (mn)	407	40	LATIN multi	168	7

Tableau 2 – Comparaison des coûts de calcul : 1 calcul (gauche) et 1296 calculs (droite)

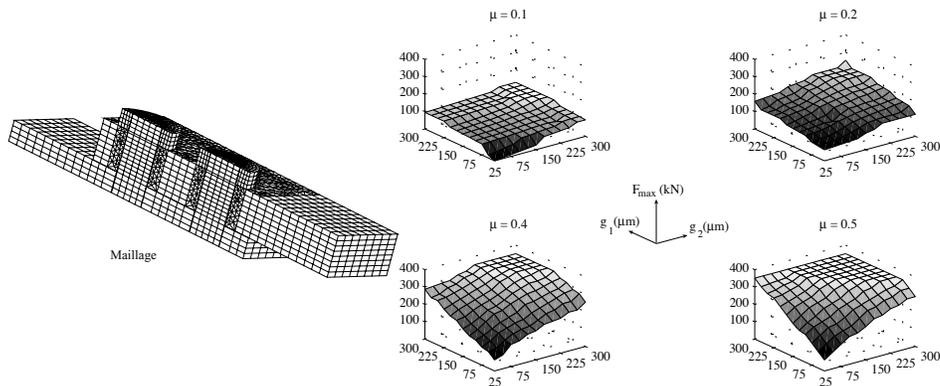


Figure 2 – Maillage de l'assemblage et quelques résultats du calcul

On peut remarquer que sur un seul calcul la méthode LATIN est 10 fois plus efficace qu'un code de calcul classique. Cette capacité a déjà été montrée en statique dans [12]. Le figure 2 (partie droite) résume quelques résultats de l'étude paramétrique. L'évolution de l'effort maximal transmissible avant un glissement relatif global des deux plaques est tracée pour quelques valeurs du coefficient de frottement en fonction des deux paramètres de précharge. On peut remarquer que l'effort maximal transmissible dépend peu des précharges mais fortement du coefficient de frottement.

En terme de performances, la stratégie proposée (LATIN multi, tableau 2 partie droite) permet de réduire d'un facteur de l'ordre de 50 le coût de l'étude paramétrique par rapport à un code calcul classique (temps estimé, ABAQUS direct). Le gain est d'environ 5 avec une approche direct avec la méthode LATIN (LATIN direct).

5 Conclusion

La stratégie multirésolution s'appuie sur deux points essentiels :

- une approche généraliste qui traite les problèmes de manière efficace en s'appuyant sur une décomposition de l'assemblage et sur une technique de résolution itérative (la méthode LATIN) très efficace pour ce type de problème,

– une technique de résolution efficace pour déterminer la réponse d'un assemblage lorsque les paramètres d'interface varient. Cette technique utilise la solution d'un problème voisin pour initialiser le calcul pour un nouveau jeu de paramètres.

Cette stratégie montre des performances remarquables qui peuvent encore être accentuées en utilisant le parallélisme intrinsèque de la méthode. De plus, en utilisant la version multi-échelles la méthode LATIN, on espère améliorer encore les performances. Enfin, en utilisant les concepts de la méthode LATIN, des premiers développements montrent aussi des performances intéressantes dans le cas de problèmes où les interfaces ont des paramètres aléatoires, la recherche de la solution s'effectuant alors dans une base de type chaos polynomial.

Références

- [1] LADEVÈZE, P., *Nonlinear Computational Structural Mechanics - New Approaches and Non-Incremental Methods of Calculation*. Springer Verlag, (1999).
- [2] BENAROYA H. AND REHAK M., Finite element methods in probabilistic structural analysis : A selective review. *Applied Mechanics Reviews*, **41**(5), 201–213, 1998.
- [3] MACIAS O.F. AND LEMAIRE M., Stochastic Finite Elements and reliability. Application to fracture mechanics (in french). *Revue française de génie civil*, **1**(2), 1997
- [4] KLEIBER M. AND HIEN T.D. *Basic perturbation technique and computer implementation* John Willey & Sons, 1992.
- [5] KIM Y.Y. AND YOON G.H., Multi-resolution multi-scale topology optimization : a new paradigm *Int. J. Solids Structures*, **37**(39), 5529–5559, 2000.
- [6] BOUCARD P.-A. AND LADEVÈZE P., An application of the LATIN method to multiple calculation of nonlinear structural problems (in french). *Revue européenne des Éléments Finis*, **8**(8), 903–920, 1999.
- [7] BOUCARD P.-A. AND LADEVÈZE P., A multiple solution method for non-linear structural mechanics. *Mechanical Engineering*, **50**(5), 317–328, 1999.
- [8] ALLIX O. AND VIDAL P. A new multi-solution approach suitable for structural identification problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **191**, 2727-2758, 2002.
- [9] BOUCARD P.A. ET CHAMPANEY L., A suitable computational strategy for the parametric analysis of problems with multiple contact, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2003. À paraître.
- [10] BLANZÉ C., CHAMPANEY L., COGNARD J.Y. AND LADEVÈZE P., A modular approach to structure assembly computations. Application to contact problems, *Engineering Computations*, **13**(1), 15–32, 1995.
- [11] HILD P., On finite element uniqueness studies for Coulomb's frictional contact model, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, (12), 41-50, 2002
- [12] CHAMPANEY L., COGNARD J.Y. ET LADEVÈZE P., Modular analysis of assemblages of 3d structures with unilateral conditions, *Computers and Structures*, **73**(1-5), 249–266, 1999.