



**HAL**  
open science

## Prise en compte d'incertitudes dans la modélisation des assemblages par contact

Laurent Champaney, C Blanzé, Pierre-Alain Boucard

### ► To cite this version:

Laurent Champaney, C Blanzé, Pierre-Alain Boucard. Prise en compte d'incertitudes dans la modélisation des assemblages par contact. CFM 2003 - 16e Congrès Français de Mécanique, 2003, Nice, France. hal-01987880

**HAL Id: hal-01987880**

**<https://hal.science/hal-01987880>**

Submitted on 21 Jan 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Prise en compte d'incertitudes dans la modélisation des assemblages par contact

Laurent Champaney, C. Blanzé<sup>†</sup> & Pierre-Alain Boucard<sup>†</sup>

LEMA - Université de Versailles St Quentin en Yvelines/CNRS  
45, av des Etats Unis – 78035 Versailles Cedex

<sup>†</sup>LMT Cachan - ENS Cachan/CNRS  
61, av du Pt Wilson – 94235 Cachan Cedex  
laurent.champaney@meca.uvsq.fr

### Résumé :

*Nous proposons dans ces travaux des techniques efficaces pour tenir compte d'incertitudes dans la modélisation des assemblages de structures. Ces techniques sont basées sur l'emploi d'une méthode de résolution (la LATIN method) qui permet un découplage des problèmes de liaisons des problèmes de structures. La première des techniques proposées permet une construction rapide des surfaces de réponse de l'assemblage lorsque les paramètres des liaisons varient. On utilise la solution obtenue pour un jeu de paramètres de liaison pour initialiser un calcul rapide de solution pour un second jeu. La deuxième technique proposée est une extension de la méthode des Eléments Finis Stochastiques au cas des assemblages. L'utilisation de la LATIN method pour la résolution permet là encore une grosse réduction des coûts de calcul. Les exemples proposés concernent des assemblages de structures 2D ou 3D avec des liaisons par contact frottant ou par collage.*

### Abstract :

*This work present some techniques for taking structural uncertainties into account in the modeling of assemblies of structures. They are based on the use of a resolution scheme (The LATIN method) that allows decouples the treatment of the connection and the treatment of the structures. The first of the proposed techniques allows a quick construction of the response surfaces of the assembly when the parameters of the connections vary. The solution that is built for a set of parameters is used to initialised the seek of the solution for a new set of parameters. The second technique is an extension of the Stochastic Finite Element Method for the assemblies of structures. The use of the LATIN method allows a great reduction of the computational costs. The proposed examples concern 2D and 3D assemblies with frictional contact connections or adhesively bonded joints.*

### Mots-clefs :

**Assemblages ; Incertitudes ; Calcul des Structures**

## 1 Introduction

La simulation du comportement mécanique d'assemblages de structures complexes est de plus en plus courante dans les bureaux d'études modernes. La prise en compte des incertitudes sur le comportement des liaisons dans des calculs par éléments finis sur des assemblage est bien souvent indispensable [Lemaire (1998)]. On cherche alors à obtenir des réponses moyennes de l'assemblage ou mieux des surfaces de réponse lorsque les paramètres varient dans une plage importante. En utilisant des techniques de type Monte Carlo, l'obtention de ces surfaces de réponse nécessite un nombre de calculs coûteux très important. La méthode des perturbations [Benaroya *et al.* (1998)] permet un gain de coût de calcul appréciable lorsque les amplitudes des incertitudes sont faibles. Pour des amplitudes plus grandes, on peut se tourner vers des approches de type décomposition dans une base de chaos [Ghanem (1999)] mais les coûts de calcul restent très importants.

Dans les travaux présentés ici, on construit des méthodes spécialisées pour répondre aux problèmes posés ci-dessus en tirant parti du fait que les non-linéarités et/ou les incertitudes sont localisées dans les liaisons. On utilise une représentation unifiée de ces zones de liaison sous forme d'interfaces en introduisant une décomposition de l'assemblage. L'algorithme de résolution utilisé permet un découplage du traitement des non-linéarités et/ou incertitudes locales du traitement des problèmes déterministes linéaires globaux. Cela permet une très forte réduction des coûts de calcul. Nous présentons rapidement ici la méthode utilisée et son application à la construction de surfaces de réponse pour des problèmes de d'assemblages avec contact et frottement puis à la prise en compte d'incertitudes pour des assemblages collés.

## 2 Approche adaptée aux calculs d'assemblages

Pour décrire les assemblages nous utilisons une description de type sous-structures et interfaces. Les interfaces modélisent les liaisons entre les composants de l'assemblage. Ce sont les éléments clés de la modélisation. Elles sont considérées comme des entités mécaniques à part entière avec leur propre comportement (liaison complète, contact, frottement, ...) et leur propres inconnues (vitesses et efforts).

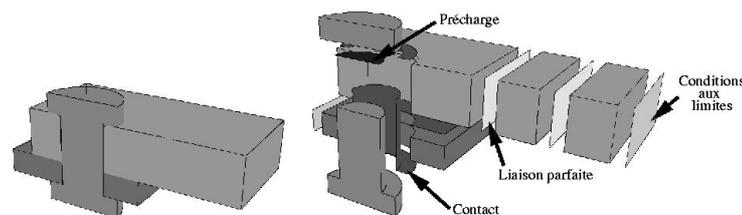


FIG. 1 – Décomposition de l'assemblage

L'algorithme de résolution employé est issu de la méthode LATIN proposée par P. Ladevèze [Ladevèze (1999)]. L'idée de base de la méthode LATIN est de séparer les problèmes linéaires globaux des problèmes non-linéaires locaux. L'algorithme itératif a la particularité de traiter l'ensemble du chargement à chaque itération. On obtient ainsi une succession d'approximations de la solution en temps. Le processus itératif peut être schématisé comme sur la figure 2 (gauche). Chaque itération se compose de deux étapes :

- l'*étape locale* concerne la résolution de problèmes non linéaires indépendants sur chaque interface.
- l'*étape linéaire* concerne la résolution de problèmes linéaires indépendants pour chaque sous-structure. En utilisant une discrétisation de type éléments finis, les systèmes linéaires générés possèdent des matrices constantes au cours des itérations et indépendantes du comportement des interfaces.

## 3 Construction de surfaces de réponse

### 3.1 Principe

L'idée de base de l'approche proposée est la réutilisation de la solution d'un calcul obtenue pour un jeu de paramètres pour initialiser un nouveau calcul itératif pour un autre jeu de paramètres [Boucard *et al.* (2003)]. Cette procédure peut se faire très facilement dans la méthode

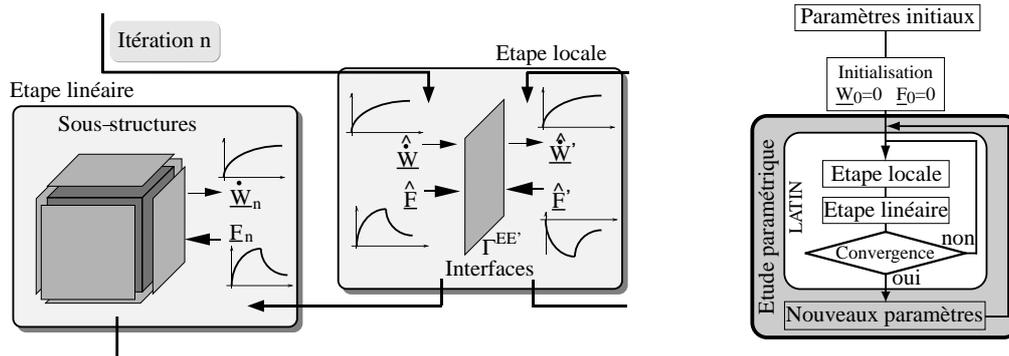


FIG. 2 – Schématisation de l'algorithme LATIN (gauche) et de l'étude paramétrique (droite)

LATIN. Le processus de l'étude paramétrique avec la méthode LATIN peut être schématisé comme sur la figure 2 (droite).

Lorsque les réponses obtenues pour les deux jeux de paramètres sont proches, l'initialisation par la solution du calcul précédent permet une réduction importante du coût du deuxième calcul. Le gain reste encore très appréciable lorsque, à cause du comportement fortement non linéaire de l'assemblage, les réponses sont plus éloignées.

### 3.2 Exemple

Cet exemple est celui d'une section de quadripôle du LHC, le futur accélérateur de particules de Genève (Fig. 3). On étudie le système de mise en pré-contrainte de l'assemblage de tôle et de la bobine supra-conductrice. Le but est d'empêcher l'apparition de jeux une fois la bobine refroidie (pour atteindre l'état supra-conducteur) et soumise à des efforts magnétiques [Blanzé *et al.* (2000)].

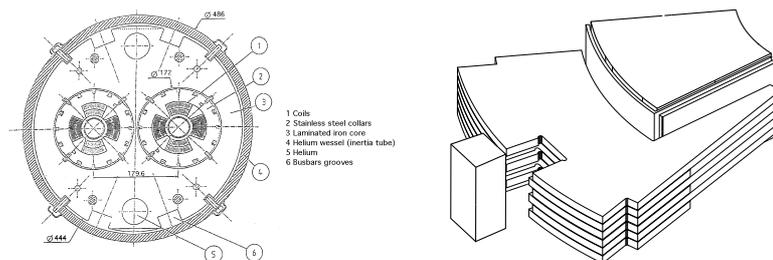


FIG. 3 – Section de quadripôle et éclaté de l'empilement de tôles

On étudie l'influence de la précharge qui est appliquée par l'introduction d'une clavette dans un espace entre deux tôles (Fig. 3 et 4). Le paramètre de précharge est le jeux angulaire  $\alpha$  entre les tôle et la clavette. Le deuxième paramètre du problème est coefficient de frottement  $\mu$  qui est ici très mal connu. L'objectif est d'obtenir une résultante  $N$  des efforts latéraux sur la bobine qui soit non négligeable. La figure 4 présente le maillage utilisé et la décomposition de la structure.

Pour l'étude paramétrique, on utilise 16 valeurs de  $\alpha$  et 19 de  $\mu$ . Ce qui représente 304 calculs différents à mener pour construire la surface de réponse  $N(\alpha, \mu)$ .

Le tableau 1 présente les coûts des différents calculs, en utilisant la méthode directe (les 304 calculs sont effectués les uns après les autres), en réutilisant les solutions du calcul précédent (un calcul pour chaque précharge pour lequel on réutilise les solutions quand on fait varier

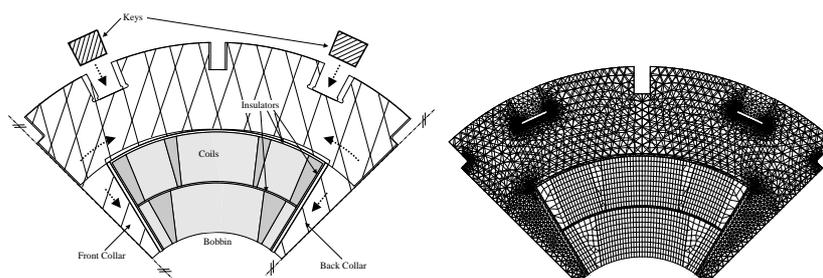


FIG. 4 – Système de serrage et maillage utilisé.

le coefficient de frottement) et la même chose avec les calculs paramétriques en parallèle. La figure 5 donne la surface de réponse de l'assemblage.

Calcul	Coût (s)	Coût (h)
LATIN Direct	103,660	29
LATIN Paramétrique (séquentielle)	34,480	9.5
LATIN (parallèle)	2,155	0.6

TAB. 1 – Comparaison des coûts des différents calculs

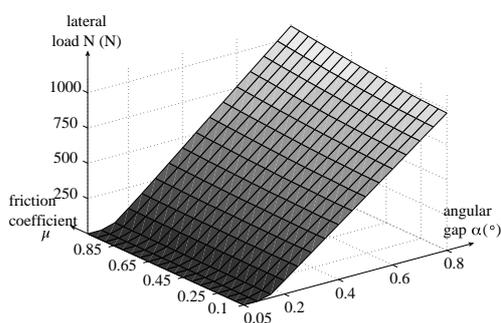


FIG. 5 – Surface de réponse du quadripôle

## 4 Prise en compte de comportements aléatoires

### 4.1 Principe

On considère maintenant les incertitudes de manière plus générale. Les paramètres d'interface (raideurs, coefficients de frottement, jeux, ...) sont modélisés sous la forme générale  $k = \bar{k}(1 + \delta\xi_i)$ , où  $\bar{k}$  est la valeur moyenne du paramètre,  $\delta$  un coefficient qui représente la plage de variation possible du paramètre et  $\xi_i$  une variable aléatoire normale centrée.

On ne cherche que des informations statistiques sur la réponse de l'assemblage : moyennes, écarts types, ... Pour cela on utilise une décomposition de la solution cherchée dans une base de type chaos polynomial [Ghanem (1999)] :

$$\mathbf{u}(\theta) = \sum_{i=0}^P \mathbf{u}_i \Psi_i(\xi_1, \xi_2, \dots) \quad (1)$$

où les fonctions  $\Psi_i(\xi_1, \xi_2, \dots)$  sont des fonctions de base orthogonales au sens de leur espérance. Cette représentation classique des processus aléatoires a la particularité de conduire, lorsqu'elle est utilisée de manière directe, à la résolution d'un problème de taille  $P$  fois la taille  $n$  du problème déterministe. Le nombre  $P$  de fonctions de base utilisées dépend de l'ordre de la décomposition et du nombre de paramètres aléatoire  $\xi_i$ . Par exemple, lorsqu'on considère 2 variables aléatoires et une décomposition d'ordre 3, il y a  $P = 10$  fonctions.

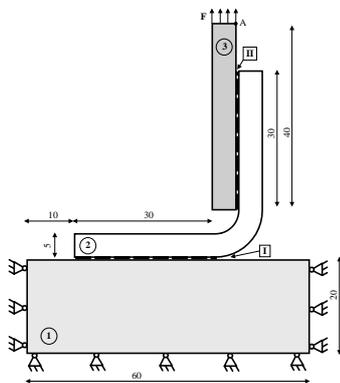
Lorsqu'on considère uniquement des variables aléatoires sur les interfaces et qu'on introduit cette représentation des processus aléatoires, la méthode LATIN conduit à la résolution de :

- un système de taille  $n$  à matrice constante avec  $P$  seconds membres, pour chaque sous-structure à chaque étape globale,
- de systèmes scalaires de taille  $P$  en chaque point de discrétisation d'une interface, à l'étape locale.

Les coûts de calcul peuvent donc être considérablement réduits lorsqu'on considère des systèmes de grande taille.

## 4.2 Exemple

On considère un assemblage de trois pièces (figure 6) assemblées par deux zones de collage. Le chargement de la structure est déterministe et représenté par une force de traction verticale sur la pièce (3). Les quantités d'intérêt sont les composantes de déplacement du point  $A$  au sommet de la pièce (3) ainsi que les efforts maximum dans les joints collés. Les joints collés (nommés  $I$  et  $II$  sur la figure 6) sont représentés par des interfaces. Les raideurs normales ( $k_n$ ) et tangentielles ( $k_t$ ) des collages, sont calculées à partir des caractéristiques des élastique des colles. Le module d'Young est indéterminé et modélisé par la loi  $E(\theta) = \bar{E}(1 + \delta\xi(\theta))$ . La



Sous-structure	$E(GPa)$	$\nu$
(1)	120	0.3
(2)	200	0.3
(3)	70	0.3

Interface	$\bar{E}$ (MPa)	$\nu$	e (mm)
(I)	500	0.45	0.3
(II)	1000	0.45	0.3

FIG. 6 – Géométrie et propriétés de l'assemblage

figure 7 donne la densité de probabilité des composantes de déplacement du point  $A$  calculée avec la méthode LATIN ainsi que celle obtenue par 10 000 tirages de Monte Carlo. Les résultats sont très proches et montrent l'intérêt de l'utilisation de la méthode LATIN dans ce cas.

Le tableau 2 compare les coûts de calcul de la méthode de Monte Carlo, de la méthode spectrale directe et de la méthode LATIN. Les réductions apportées par la méthode LATIN sont très importantes pour ce type de problème.

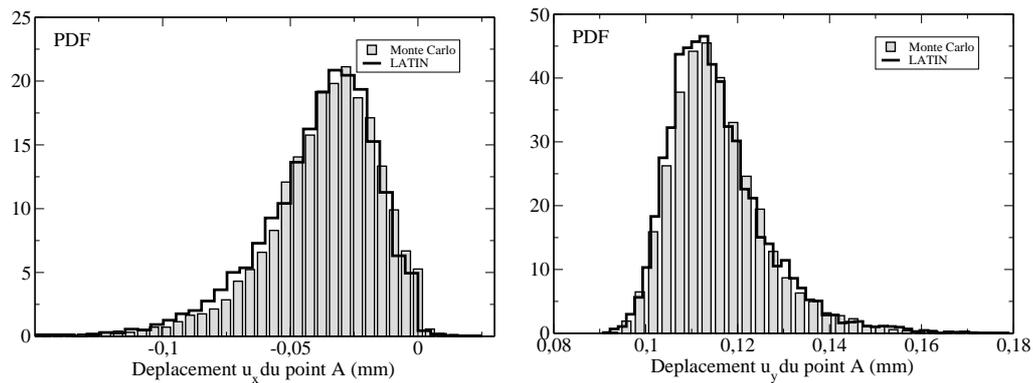


FIG. 7 – Densité de probabilité des déplacements du point A ( $\delta_I = 0.2$  et  $\delta_{II} = 0.25$ )

Approche	CPU time (s)
Monte Carlo (10 000 tirages)	75,700
Expansion Polynomiale - Direct	780
Expansion Polynomiale - LATIN	185

TAB. 2 – Comparaison des coûts de calcul (PC, proc. AMD Athlon 1.4GHz, 1.6Go RAM)

## 5 Conclusions

Nous avons présenté deux outils pour le dimensionnement et l'analyse de sensibilité dans les assemblages de structures incluant des non-linéarités et/ou des incertitudes sur les paramètres de liaisons. Ces deux outils numériques, qui s'appuient sur une décomposition de l'assemblage et sur une technique de résolution itérative (la LATIN méthode) très efficace pour ce type de problème, sont :

- une technique de construction rapide de surface de réponse de l'assemblage lorsque les paramètres d'interface varie. Les perspectives sont l'application à des cas d'assemblages 3D très complexes.
- une approche des problèmes d'interfaces à paramètres aléatoires par recherche de la solution dans une base de type chaos polynomial. Cette approche permet une forte réduction des coûts de calcul par rapport à une approche de type Monte Carlo ou par rapport aux techniques directes de décomposition dans le chaos. Les perspectives sont l'extension de l'approche au cas des problèmes de contact.

## Références

- Benaroya H. and Rehak M. 1998 Finite element methods in probabilistic structural analysis: A selective review. *Applied Mechanics Reviews*, **41**(5), pp. 201–213.
- Blanzé C., Champany L. and Védrine P., 2000 Contact problems in the design of a superconducting quadrupole prototype. *Engineering Computations*, **17**(2/3), pp. 136–153.
- Boucard, P.A. & Champany, L. 2003 A suitable computational strategy for the parametric analysis of problems with multiple contact. *Int. J. Num. Meth. Engng* à paraître.
- Ghanem R. 1999 Ingredient for a general purpose stochastic finite elements implementation. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **168**, pp. 19–34,
- Lemaire, M. 1998 *Fiabilité des Matériaux et des Structures*, Hermès, Paris.
- Ladevèze P. 2001 *Nonlinear Computational Structural Mechanics - New Approaches and Non-Incremental Methods of Calculation*. Springer Verlag, New York.