



**HAL**  
open science

# Problèmes de domination avec conflits dans les graphes planaires

Alexis Cornet, Christian Laforest

► **To cite this version:**

Alexis Cornet, Christian Laforest. Problèmes de domination avec conflits dans les graphes planaires. ROADEF 2018, Feb 2018, Lorient, France. hal-01977786

**HAL Id: hal-01977786**

**<https://hal.science/hal-01977786v1>**

Submitted on 11 Jan 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Problèmes de domination avec conflits dans les graphes planaires

Alexis Cornet, Christian Laforest

Université Clermont Auvergne, LIMOS UMR 6158

`alexis.cornet@uca.fr`

`christian.laforest@isima.fr`

**Mots-clés :** *Théorie des graphes, Conflits, Dominant, Dominant indépendant, NP-complétude, Graphe planaire.*

## 1 Introduction

Les problèmes de domination sont centraux en théorie des graphes. De nombreuses variantes ont été étudiées dans la littérature, voir par exemple [6]. Les problèmes d'optimisation de taille du Dominant, Dominant Indépendant et Dominant Total sont NP-Complets. Il a également été prouvé qu'ils n'étaient pas constant-approchable sauf si  $P = NP$  [1]. Cependant, il est toujours possible de construire une solution réalisable en temps polynomial.

Pour modéliser de possibles incompatibilités structurelles pouvant exister entre les différents éléments d'une solution, comme des interfaces incompatibles ou des normes de sécurité, nous dirons que les sommets  $a$  et  $b$  sont en *conflit* s'ils ne peuvent pas faire partie tous les deux d'une solution.  $G = (V, E)$  sera appelé *graphe support*, et les conflits seront interprétés comme un graphe sur le même ensemble de sommets, appelé *graphe des conflits*  $C = (V, F)$ . Une instance d'un problème avec conflits sera notée  $(G, C)$  et appelée *graphe avec conflits*. L'existence d'une solution n'est plus garantie pour ce type de problèmes.

Les problèmes avec conflits sont actuellement un domaine de recherche actif. Dans [7, 8, 9, 12, 13], les auteurs étudient la complexité de trouver des structures sans conflits entre les arêtes, comme des chemins, des chemins ou cycles Hamiltoniens, ou des arbres couvrants. Dans [5, 10, 11, 15], les auteurs étudient la complexité de trouver des chemins entre deux sommets dans diverses classes de graphes. La plupart de ces résultats sont des preuves de NP-complétude. Dans [4], les auteurs ont prouvé la NP-complétude de déterminer l'existence d'un dominant sans conflit et d'un indépendant dominant sans conflit. Ces réductions utilisent un grand nombre de conflits et des graphes support complexes. Dans [3], nous avons étudié les problèmes d'arbre de Steiner, de vertex cover connexe et de dominant total sans conflit entre sommets dans diverses classes de graphe et de graphe des conflits. Dans [2], nous avons étudié la complexité de déterminer l'existence d'un dominant (indépendant) sans conflit dans des classes de graphes spécifiques, tant pour le graphe support que le graphe des conflits. Il s'est avéré que même dans des classes de graphes très restreintes, le problème restait NP-complet (par exemple le problème de décider de l'existence d'un dominant indépendant sans conflit est NP-complet même si le graphe support est un chemin et que le graphe de conflits est de degré maximal 1).

Au vu des précédents résultats obtenus sur ces problèmes, nous avons voulu étudier dans cet article l'impact de nouveaux paramètres sur les instances : l'*étirement* des conflits, et la classe de l'union du graphe support et du graphe des conflits. L'*étirement* des conflits est un paramètre mesurant la localité des conflits par rapport au graphe support. On dit qu'un conflit  $ab$  est d'*étirement*  $k$  si la distance entre  $a$  et  $b$  est de  $k$  dans le graphe support. L'*étirement* d'une instance  $(G, C)$  est le plus grand étirement d'un conflit de  $C$  dans  $G$ . Dans cet article, nous

nous concentrerons sur des instances ayant de petits étirements, et donc des conflits locaux. Pour la classe de l'union des deux graphes, nous étudierons le cas des graphes planaires.

Définissons formellement les problèmes étudiés.

**Définition 1 (Dominant sans conflit)** *Étant donné  $(G, C)$  où  $G = (V, E)$ , un dominant sans conflit (DsC) est un sous ensemble de sommets  $S \subseteq V$  tel que :*

- Pour tout  $x \in V$ ,  $x \in S$  ou il existe  $y \in S$  tel que  $xy \in E$  ( $S$  est un dominant de  $G$ ).
- Si  $xy \in C$  alors  $x \notin S$  ou  $y \notin S$  ( $S$  est sans conflit dans  $C$ ).

**Définition 2 (Dominant Indépendant sans conflit)** *Étant donné  $(G, C)$  où  $G = (V, E)$ , un dominant indépendant sans conflit (DIsc) est un sous ensemble de sommets  $S \subseteq V$  tel que :*

- Pour tout  $x \in V$ ,  $x \in S$  ou il existe  $y \in S$  tel que  $xy \in E$  ( $S$  est un dominant de  $G$ ).
- Si  $xy \in E$  alors  $x \notin S$  ou  $y \notin S$  ( $S$  est un indépendant dans  $G$ ).
- Si  $xy \in C$  alors  $x \notin S$  ou  $y \notin S$  ( $S$  est sans conflits).

**Définition 3 (Dominant Total sans conflit)** *Étant donné  $(G, C)$  où  $G = (V, E)$ , un dominant total sans conflit (DTsC) est un sous ensemble de sommets  $S \subseteq V$  tel que :*

- Pour tout  $x \in V$ , il existe  $y \in S$  tel que  $xy \in E$  ( $S$  est un dominant total de  $G$ ).
- Si  $xy \in C$  alors  $x \notin S$  ou  $y \notin S$  ( $S$  est sans conflits).

La figure 1 récapitule les résultats présentés dans cet article.

G		C		$G \cup C$	Complexité
Classe	Degré max	Degré max	Étirement	Classe	
DOMINANT SANS CONFLITS (DsC)					
Biparti	4	1	= 2	Planaire	NPC
Quelconque	Quelconque	Quelconque	= 1	Quelconque	$O(1)$
DOMINANT INDÉPENDANT SANS CONFLITS (DIsc)					
Biparti	4	1	= 2	Planaire	NPC
Quelconque	Quelconque	Quelconque	= 1	Quelconque	$O(1)$
DOMINANT TOTAL SANS CONFLITS (DTsC)					
Biparti	3	1	= 2	Planaire	NPC
Planaire	4	1	= 1	Planaire	NPC

FIG. 1 – Résumé des résultats de complexité obtenus dans cet article

Dans la suite de cet article, selon le contexte, les notations DsC, DIsc et DTsC seront utilisées à la fois pour désigner la structure qu'elles représentent, ou pour désigner le problème de décider de l'existence d'une telle structure.

Les preuves qui vont suivre se basent sur une restriction du problème 3-SAT définie dans [14] et présentée ci-dessous.

**Définition 4 (Planar 3-bounded 3-SAT)**

- Instance : Un ensemble  $X$  de variables et un ensemble  $Cl$  de clauses sur  $X$ , où chaque clause contient au plus trois littéraux, chaque variable apparaît dans au plus trois clauses, et où le graphe associé  $G = (V, E)$  est biparti et planaire avec  $V = X \cup Cl$  et où  $E$  contient exactement les arêtes entre  $x$  et  $cl$  si soit  $x$  soit  $\bar{x}$  appartient à la clause  $cl$ .
- Question : Existe-t-il une affectation des variables de  $X$  vérifiant  $Cl$  ?

La figure 2 montre un graphe associé à une instance de Planar 3-bounded 3-SAT. Notons que plusieurs instances peuvent avoir le même graphe associé.

**Théorème 1** *Planar 3-bounded 3-SAT est un problème NP-complet. [14]*

Les résultats de complexité obtenus pour les trois problèmes de domination sont très proches, leurs preuves sont également similaires. Aussi, la section 2 présentera la structure des preuves au travers d'un théorème générique, et la section 3 présentera les résultats obtenus et les spécificités des preuves pour les problèmes étudiés.

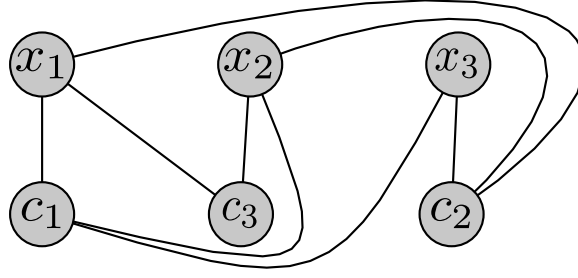


FIG. 2 – Graphe associé à la formule  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2)$

## 2 Structure de la preuve

Les preuves de NP-complétude pour les trois problèmes considérés sont très similaires, aussi nous souhaitons dégager une structure commune aux trois preuves. Dans cette section, nous allons réduire une instance de Planar 3-Bounded 3-SAT au problème  $\mathcal{P}$ , le problème générique de décider de l'existence d'une structure sans conflit, une structure désignant ici un DsC, un DIsC où un DTsC. Pour cela, nous partirons du graphe (planaire) associé à une formule, et nous remplacerons ses sommets par des gadgets, jusqu'à obtenir une instance de  $\mathcal{P}$  équivalente à la formule. Nous ne donnerons pas explicitement les gadgets dans cette section car ils sont différents pour chaque problème et seront présentés en section 3. Nous utiliserons au contraire une caractérisation des gadgets suffisante pour la structure de la preuve et commune aux trois problèmes.

**Définition 5 (Gadget de variable)** *Un gadget pour la variable  $x_i$  pour le problème  $\mathcal{P}$  est un graphe avec conflits  $(G_{x_i}, C_{x_i})$  où :*

- $G_{x_i} \cup C_{x_i}$  est planaire.
- $C_{x_i}$  est de degré maximal 1.
- $G_{x_i} \cup C_{x_i}$  contient deux sommets  $x_i$  et  $\bar{x}_i$  sur sa face externe.
- $x_i$  et  $\bar{x}_i$  ne peuvent être simultanément dans une solution de  $\mathcal{P}$ .
- $G_{x_i}$  est biparti et  $x_i$  et  $\bar{x}_i$  sont dans la même partition.
- Il existe une solution  $S$  pour le problème  $\mathcal{P}$  avec  $x_i \in S$  et une solution  $S'$  avec  $\bar{x}_i \in S'$ .

**Définition 6 (Gadget de clause)** *Un gadget pour la clause  $c_i$  pour le problème  $\mathcal{P}$  est un graphe avec conflits  $(G_{c_i}, C_{c_i})$  où :*

- $G_{c_i} \cup C_{c_i}$  est planaire.
- $C_{c_i}$  est de degré maximal 1.
- $G_{c_i} \cup C_{c_i}$  contient un sommet  $c_i$  sur sa face externe.
- $G_{c_i}$  est biparti.
- Il n'existe pas de solution de  $\mathcal{P}$  pour  $(G_{c_i}, C_{c_i})$ .
- Si l'on ajoute un voisin  $x_j$  à  $c_i$ , alors il existe une solution de  $\mathcal{P}$  (contenant  $x_j$ ).

**Théorème 2** *Si il existe un gadget de clause et un gadget de variable pour le problème  $\mathcal{P}$ , alors  $\mathcal{P}$  est NP-complet même si le graphe support est biparti, que le graphe des conflits est de degré maximal 1, et que l'union des deux graphes est planaire.*

**Preuve :** Soit  $(X, Cl)$  une instance de Planar 3-Bounded 3-SAT. Soit  $G = (V, E)$  où  $V = X \cup Cl$  et où  $E$  contient exactement les arêtes entre  $x$  et  $cl$  où soit  $x$  soit  $\bar{x}$  appartient à la clause  $cl$  et soit  $C = (V, \emptyset)$ . D'après la définition 4,  $G$  est planaire et donc  $G \cup C$  est planaire. Nous allons effectuer des transformations successives sur ce graphe jusqu'à obtenir une instance de  $\mathcal{P}$  telle que définie dans le théorème 2. Nous veillerons à ce que chaque transformation conserve la planarité et la bipartition. Chaque sommet  $c_i$  de  $G$  représentant une clause est remplacé par un gadget de clause  $(G_{c_i}, C_{c_i})$ . Les arêtes incidentes à  $c_i$  sont maintenant adjacentes au nouveau

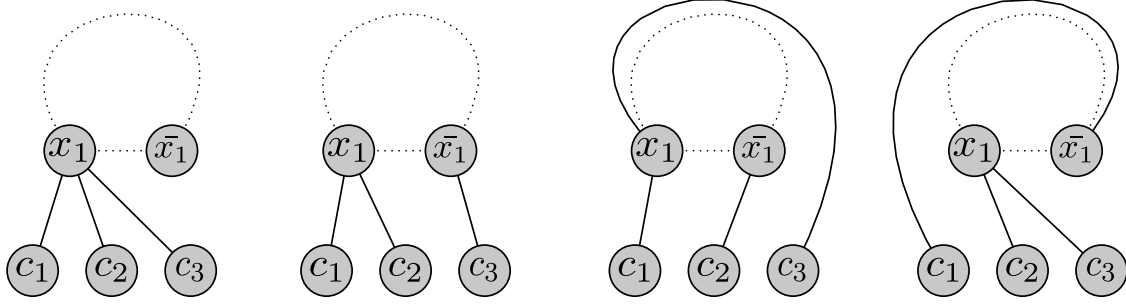


FIG. 3 – Relier les sommets de clauses aux gadgets de variables de manière planaire. Les pointillés représentent la limite de la face externe du gadget de variable.

sommet  $c_i$  du gadget de clause. Comme celui-ci est sur la face externe du gadget de clause, il est facile de voir que l'union des graphes reste planaire. Comme  $G_{c_i}$  est biparti, le nouveau graphe support reste biparti. Chaque sommet  $x_i$  représentant une variable est remplacé par un gadget de variable  $(G_{x_i}, C_{x_i})$ . Les arêtes incidentes à l'ancien sommet  $x_i$  et à des sommets de clause  $c_j$  où  $x_i$  apparaît de manière positive sont maintenant reliées au nouveau sommet  $x_i$  de  $G_{x_i}$ . Les arêtes incidentes à l'ancien sommet  $x_i$  et à des sommets de clause  $c_j$  où  $x_i$  apparaît de manière négative sont maintenant reliées au nouveau sommet  $\bar{x}_i$  de  $G_{x_i}$ . Comme  $x_i$  et  $\bar{x}_i$  sont dans la même partition, le graphe support reste biparti. Il reste à montrer que l'union des graphes est planaire. Notons que chaque gadget de variable doit se connecter à au plus trois sommets de clauses, et que chacun des sommets de clauses doit être connecté à  $x_i$  ou  $\bar{x}_i$ . Dans la figure 3, nous montrons tous les cas possibles à une symétrie près. Nous avons donc obtenu une instance  $(G, C)$  de  $\mathcal{P}$  où  $G$  est biparti,  $C$  est de degré maximal 1, et  $G \cup C$  est planaire. Nous devons maintenant prouver qu'il existe une solution de  $\mathcal{P}$  dans l'instance  $(G, C)$  si et seulement si  $(X, Cl)$  est vérifiable.

Supposons qu'il existe  $A$  une affectation des variables de  $X$  vérifiant  $Cl$ . Soit  $A_+$  l'ensemble des variables assignées à *vrai*. Construisons  $S$  une solution de  $\mathcal{P}$  comme suit : pour chaque  $x_i \in A_+$ , on pose  $x_i \in S$ , et pour chaque  $x_i \in A - A_+$ , on pose  $\bar{x}_i \in S$ . Comme  $A$  est une affectation, pour chaque gadget de variable  $(G_{x_i}, C_{x_i})$  il existe exactement un sommet dans  $S$  parmi  $x_i$  et  $\bar{x}_i$ . D'après les propriétés des gadgets de variable, il existe une solution pour  $\mathcal{P}$  dans chacun des gadgets. De plus, comme chaque clause est vraie, chaque sommet de clause est voisin d'un sommet ( $x_i$  ou  $\bar{x}_i$ ) appartenant à  $S$ . Ainsi, il est possible de construire une solution de  $\mathcal{P}$  pour  $(G, C)$ .

Supposons maintenant qu'il existe une solution de  $\mathcal{P}$  dans  $(G, C)$  et construisons une affectation des variables de  $X$  vérifiant  $Cl$ . Pour chaque gadget de variable  $(G_{x_i}, C_{x_i})$ , si  $x_i \in S$ , alors la variable  $x_i$  est assignée à *vrai*. Les autres variables sont assignées à *faux*. Montrons maintenant que cette affectation vérifie  $Cl$ . Soit  $c_i$  une clause quelconque. Considérons le gadget de clause correspondant. Comme  $S$  est une solution, d'après les propriétés du gadget de clause,  $c_i$  doit avoir au moins un voisin appartenant à  $S$ . Si ce voisin est un sommet  $x_j$ , alors la variable  $x_j$  est *vrai*, et la clause  $c_i$  est vérifiée. Si ce voisin est un sommet  $\bar{x}_j$ , alors la variable  $x_j$  est *faux*,  $\bar{x}_j$  est donc *vrai*, et la clause  $c_i$  est vérifiée. Ainsi, chaque clause est vérifiée et l'affectation vérifie  $Cl$ .  $\square$

### 3 Application aux problèmes DsC, DIsC et DTsC

Nous allons maintenant utiliser le théorème 2 pour prouver la NP-complétude de DsC, DIsC et DTsC pour des catégories d'instances spécifiques. Dans les figures de cette section, les arêtes du graphe support seront en trait pleins, et les arêtes du graphe des conflits seront en tirets.

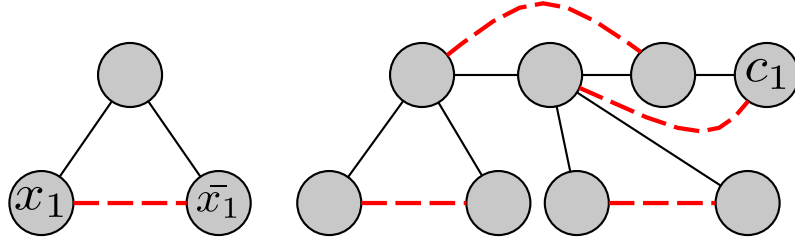


FIG. 4 – Gadget de variable (à gauche) et gadget de clause (à droite) pour DsC.

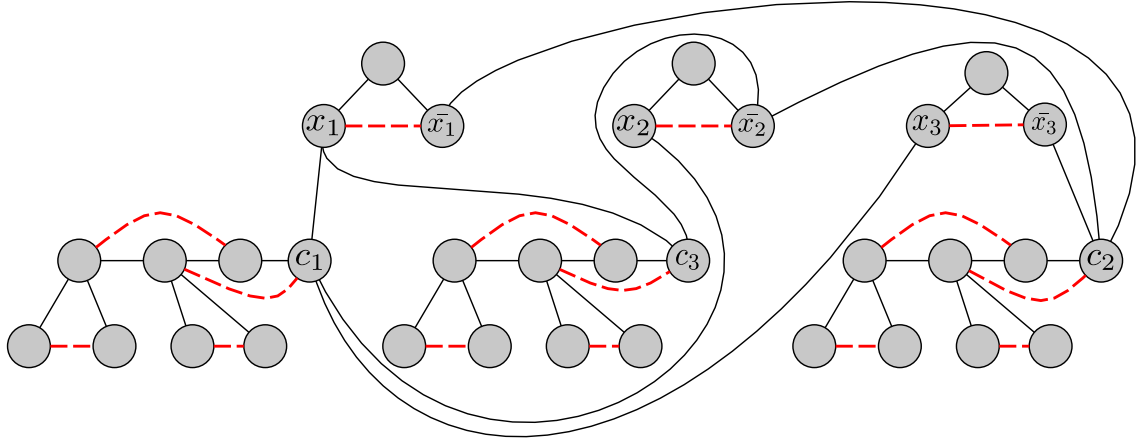


FIG. 5 – Instance de DsC équivalent à la formule à la formule  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2)$ .

### 3.1 Dominant sans conflit

**Propriété 1** *Il existe un gadget de clause et un gadget de variable pour DsC.*

Un gadget de variable et un gadget de clause pour DsC sont représentés figure 4. Intuitivement, le but du gadget de clause est d'empêcher que le sommet  $c_i$  appartienne à une solution et d'empêcher qu'il soit dominé par le gadget de clause. Il est facile de vérifier que ces gadgets satisfont les définitions 5 et 6.

**Théorème 3** *Déterminer l'existence d'un DsC dans  $(G, C)$  est NP-complet même si  $G$  est biparti de degré maximal 4,  $C$  est de degré maximal 1,  $G \cup C$  est planaire et l'étirement des conflits est exactement égal à 2.*

**Preuve :** Le théorème 3 découle du théorème 2 et de la propriété 1. Nous devons simplement vérifier que la construction de l'instance de DsC dans la preuve du théorème 2 en utilisant les gadgets de la propriété 1 donne bien un graphe support de degré maximal 4 et des conflits d'étirement égal à 2. Les conflits sont présents uniquement dans les gadgets : on peut voir figure 4 que leur étirement est exactement égal à 2. Les sommets de clause sont de degré  $1 + 3 = 4$  au maximum. Les sommets de variable sont de degré maximal  $3 + 1 = 4$ . Le graphe  $G$  est donc de degré au plus 4.  $\square$

La figure 5 présente un exemple d'instance de DsC équivalent à une formule de Planar 3-Bounded 3-SAT. Ce graphe a été obtenu en remplaçant les sommets de clause et de variables du graphe associé à la formule par les gadgets présentés propriété 1 comme expliqué dans le théorème 2. La construction étant similaire pour les autres problèmes, les instances de DsC et DTsC ne seront pas illustrées.

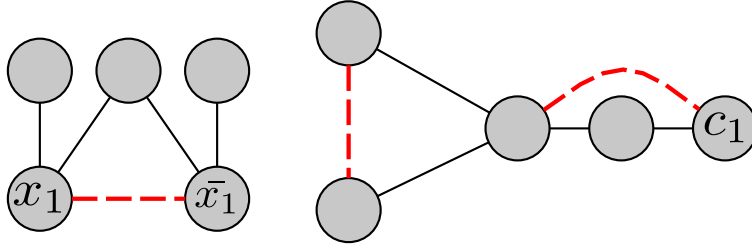


FIG. 6 – Gadget de variable (à gauche) et gadget de clause (à droite) pour DisC.

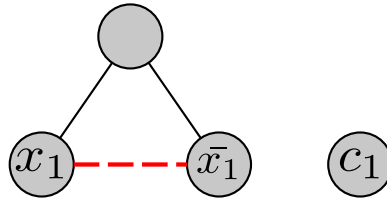


FIG. 7 – Gadget de variable (à gauche) et gadget de clause (à droite) pour DTsC.

### 3.2 Dominant Indépendant sans conflit

**Propriété 2** *Il existe un gadget de clause et un gadget de variable pour DisC.*

Un gadget de variable et un gadget de clause pour DisC sont représentés figure 6. Intuitivement, le but du gadget de clause est d'empêcher que le sommet  $c_i$  appartienne à une solution et d'empêcher qu'il soit dominé par le gadget de clause. Il est facile de vérifier que ces gadgets satisfont les définitions 5 et 6.

**Théorème 4** *Déterminer l'existence d'un DisC dans  $(G, C)$  est NP-complet même si  $G$  est biparti de degré maximal 4,  $C$  est de degré maximal 1,  $G \cup C$  est planaire et l'étirement des conflits est exactement égal à 2.*

**Preuve :** Le théorème 4 découle du théorème 2 et de la propriété 2. Nous devons simplement vérifier que la construction de l'instance de DisC dans la preuve du théorème 2 en utilisant les gadgets de la propriété 2 donne bien un graphe support de degré maximal 4 et des conflits d'étirement égal à 2. Les conflits sont présents uniquement dans les gadgets : on peut voir que leur étirement est exactement égal à 2. Les sommets de clause sont de degré  $1 + 3 = 4$  au maximum. Les sommets de variables (ou leur négation) sont reliés à deux sommets du gadget de variable, et aux clauses dans lequel elles apparaissent. Nous savons que chaque variable apparaît au plus dans trois clauses : on peut supposer sans perte de généralité qu'elle apparaît au moins une fois de manière positive et une fois de manière négative (sinon il est possible de fixer directement la valeur de cette variable et de la retirer de l'instance). Ainsi, chaque sommet  $x_i$  ou  $\bar{x}_i$  est voisin d'au plus deux sommets de clause, ce qui lui donne un degré maximal de  $2 + 2 = 4$ . Le graphe  $G$  est donc de degré au plus 4.  $\square$

### 3.3 Dominant Total sans conflit

**Propriété 3** *Il existe un gadget de clause et un gadget de variable pour DTsC.*

Un gadget de variable et un gadget de clause pour DTsC sont représentés figure 7. Il est facile de vérifier que ces gadgets satisfont les définitions 5 et 6.

**Théorème 5** *Déterminer l'existence d'un DTsC dans  $(G, C)$  est NP-complet même si  $G$  est biparti de degré maximal 3,  $C$  est de degré maximal 1,  $G \cup C$  est planaire et l'étirement des conflits est exactement égal à 2.*

**Preuve :** Le théorème 5 découle du théorème 2 et de la propriété 3. Nous devons simplement vérifier que la construction de l'instance de DTsC dans la preuve du théorème 2 en utilisant les gadgets de la propriété 3 donne bien un graphe support de degré maximal 3 et des conflits d'étirement égal à 2. Les conflits sont présents uniquement dans les gadgets de variable : on peut voir que leur étirement est exactement égal à 2. Les sommets de clause sont de degré 3 au maximum. Les sommets de variables (ou leur négation) sont reliés à un sommet du gadget de variable, et aux clauses dans lequel elles apparaissent. Par le même argument que dans la preuve du théorème 4, on peut dire que chaque sommet  $x_i$  ou  $\bar{x}_i$  est voisin d'au plus 2 sommets de clause, ce qui lui donne un degré maximal de  $1 + 2 = 3$ . Le graphe  $G$  est donc de degré au plus 3.  $\square$

### 3.4 Étirement égal à 1

Les réductions précédentes utilisent des instances où l'étirement des conflits est égal à 2, mais qu'advient-il si l'étirement des conflits est de 1 ? Cela signifie que pour toute arête  $ab$  du graphe des conflits, il existe une arête  $ab$  du graphe support.

**Théorème 6** *Si  $(G, C)$  est un graphe avec conflits d'étirement égal à 1, alors il existe toujours un DIsc et un DsC, et il peut être construit en temps polynomial.*

**Preuve :** Il est possible de construire en temps polynomial  $S$  un dominant indépendant de  $G = (V, E)$ . Pour cela, on choisit arbitrairement un sommet de  $G$  que l'on place dans  $S$ . On retire ensuite ses voisins de  $V$ . L'opération est répétée tant que  $V$  n'est pas vide. Quand  $V$  est vide,  $S$  est un dominant indépendant de  $G$ . Comme  $C \subseteq G$ ,  $S$  est également un indépendant de  $C$  :  $S$  est sans conflit.  $S$  est donc un DIsc (et donc un DsC) de  $(G, C)$ .  $\square$

S'il existe toujours une solution pour DIsc et DsC quand l'étirement des conflits est égal à 1, ceci permet de répondre en temps constant "existe-il un DIsc (resp. DsC)" dans ce type d'instance. Ce n'est pas le cas pour DTsC, où le problème de déterminer l'existence d'une solution reste NP-complet.

**Théorème 7** *Déterminer l'existence d'un DTsC dans  $(G, C)$  est NP-complet même si  $G$  est de degré maximal 4,  $C$  est de degré maximal 1,  $G \cup C$  est planaire et l'étirement des conflits est exactement égal à 1.*

**Preuve :** Considérons le graphe construit dans la preuve du théorème 5. Nous pouvons observer que l'ajout d'une arête de  $G$  entre  $x_i$  et  $\bar{x}_i$  ne change pas l'existence d'une solution. Le graphe support n'est plus biparti, son degré maximal augmente d'un, mais les autres propriétés de l'instance sont inchangées.  $\square$

## 4 Conclusion

Dans cet article nous avons montré que les problèmes de domination sans conflit restent NP-complets même si les conflits sont très locaux (étirement égal à 2), que les graphes sont de faible degré, et que l'union des graphes est planaire. L'ajout de la contrainte "sans conflit" rend les problèmes NP-complets même dans des classes d'instances très restreintes.

Des solutions exactes semblant ne pas être envisageables, de futurs travaux pourraient se concentrer sur des résultats approchés : il ne s'agirait plus de chercher un dominant de tout le graphe, mais un dominant partiel, dominant le plus de sommets possible du graphe. Des algorithmes d'approximation ou des résultats d'inapproximabilité pourraient être une mesure intéressante de la difficulté de ces problèmes. Des travaux sont en cours sur ce sujet.



## Références

- [1] Giorgio Ausiello, Pierluigi Crescenzi, Giorgio Gambosi, Viggo Kann, Alberto Marchetti-Spaccamela, and Marco Protasi. *Complexity and approximation : Combinatorial optimization problems and their approximability properties*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [2] Alexis Cornet and Christian Laforest. Domination problems with conflicts. *Submitted*.
- [3] Alexis Cornet and Christian Laforest. Total Domination, Connected Vertex Cover and Steiner Tree with Conflicts. *Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, Vol. 19 no. 3, December 2017.
- [4] Francois Delbot, Christian Laforest, and Raksmeay Phan. Hardness Results and Approximation Algorithms for Discrete Optimization Problems with Conditional and Unconditional Forbidden Vertices. Research report, HAL, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01257820>, January 2016.
- [5] Harold N Gabow, Shachindra N Maheshwari, and Leon J Osterweil. On two problems in the generation of program test paths. *IEEE Transactions on Software Engineering*, (3) :227–231, 1976.
- [6] Teresa W Haynes, Stephen Hedetniemi, and Peter Slater. *Fundamentals of domination in graphs*. CRC Press, 1998.
- [7] Mamadou Moustapha Kanté, Christian Laforest, and Benjamin Momège. An exact algorithm to check the existence of (elementary) paths and a generalisation of the cut problem in graphs with forbidden transitions. In *SOFSEM 2013*, volume LNCS 7741, pages 257–267, 2013.
- [8] Mamadou Moustapha Kanté, Christian Laforest, and Benjamin Momège. Trees in graphs with conflict edges or forbidden transitions. In *TAMC 2013, Hong Kong*, volume LNCS 7876, pages 343–354, 2013.
- [9] Mamadou Moustapha Kanté, Fatima Zahra Moataz, Benjamin Momège, and Nicolas Nisse. Finding paths in grids with forbidden transitions. In *Graph-Theoretic Concepts in Computer Science - 41st International Workshop, WG 2015*, volume LNCS 9224, pages 154–168, 2015.
- [10] Petr Kolman and Ondřej Pangrác. On the complexity of paths avoiding forbidden pairs. *Discrete Applied Mathematics*, 157(13) :2871–2876, 2009.
- [11] Jakub Kováč. Complexity of the path avoiding forbidden pairs problem revisited. *Discrete Applied Mathematics*, 161(10) :1506–1512, 2013.
- [12] Christian Laforest and Benjamin Momège. Some hamiltonian properties of one-conflict graphs. In *IWOCA 2014*, volume LNCS 8986, pages 262–273, 2014.
- [13] Christian Laforest and Benjamin Momège. Nash-Williams-type and Chvátal-type conditions in one-conflict graphs. In *SOFSEM 2015*, volume LNCS 8939, pages 327–338, 2015.
- [14] Simon Tippenhauer and Wolfgang Muzler. On planar 3-sat and its variants. *Fachbereich Mathematik und Informatik der Freien Universität Berlin*, 2016.
- [15] Hananya Yinnone. On paths avoiding forbidden pairs of vertices in a graph. *Discrete Applied Mathematics*, 74(1) :85–92, 1997.