

A PROCEDURE FOR ESTIMATINGTHE HYDRODYNAMIC PARAMETERS OF AN AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE

G. Cupertino, Ramiro Dell'Erba, G. Sagratella

► To cite this version:

G. Cupertino, Ramiro Dell'Erba, G. Sagratella. A PROCEDURE FOR ESTIMATINGTHE HY-DRODYNAMIC PARAMETERS OF AN AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE. [Research Report] ENEA. 2010. hal-01977298

HAL Id: hal-01977298 https://hal.science/hal-01977298

Submitted on 10 Jan 2019 $\,$

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Italian National Agency for New Technologies, Energy and Sustainable Economic Development

http://www.enea.it/en http://robotica.casaccia.enea.it/index.php?lang=en

This paper is available on the Open Archives of ENEA

http://openarchive.enea.it/

A PROCEDURE FOR ESTIMATINGTHE HYDRODYNAMIC PARAMETERS OF AN AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE

G. CUPERTINO, R. DELL'ERBA, G. SAGRATELLA

ENEA - Unità Tecnica Tecnologie Avanzate per l'Energia e l'Industria Centro Ricerche Casaccia, Roma

RT/2010/46/ENEA



A PROCEDURE FOR ESTIMATINGTHE HYDRODYNAMIC PARAMETERS OF AN AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE

G. CUPERTINO, R. DELL'ERBA, G. SAGRATELLA ENEA - Unità Tecnica Tecnologie Avanzate per l'Energia e l'Industria Centro Ricerche Casaccia, Roma

RT/2010/46/ENEA

I Rapporti tecnici sono scaricabili in formato pdf dal sito web ENEA alla pagina http://www.enea.it/produzione_scientifica/edizioni_tipo/Rapporti_Tecnici.html

I contenuti tecnico-scientifici dei rapporti tecnici dell'ENEA rispecchiano l'opinione degli autori e non necessariamente quella dell'Agenzia.

The technical and scientific contents of these reports express the opinion of the authors but not necessarily the opinion of ENEA.

A PROCEDURE FOR ESTIMATING THE HYDRODYNAMIC PARAMETERS OF AN AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE

G. CUPERTINO, R. DELL'ERBA, G. SAGRATELLA

Riassunto

Il Neptune SB-01, come ampiamente descritto nella parte iniziale del presente lavoro, è un semplice modello di sottomarino a scala ridotta dotato di telecamera posta in poppa e di una serie di meccanismi comandati a distanza che gli conferiscono particolare libertà di movimento in acqua. E' previsto il suo impiego, perlomeno in fase iniziale, come piattaforma di sperimentazione per il controllo di swarm, nell'ambito di un progetto di robotica sottomarina cooperante. In questo documento se ne vuole fornire una descrizione abbastanza accurata e ci si prefigge di ricavare i principali valori numerici che caratterizzano il singolo mezzo, che saranno poi utili a realizzare il controllo a PC dell'intero sistema di sottomarini.

Con opportune semplificazioni della realtà fisica, si caratterizzano in questo rapporto le sue parti costitutive essenziali, dalla geometria alle componenti elettro-meccaniche, focalizzando l'attenzione sull'aspetto più di interesse per il progetto nel quale il sottomarino sarà impiegato, cioè sulle sue caratteristiche idrodinamiche.

Con particolare riferimento a quest'ultimo aspetto, l'obiettivo principale che si è voluto perseguire sin dall'inizio era realizzare una serie di test in piscina che consentissero, con semplici e comuni dispositivi meccanici ed elettronici, la determinazione dei parametri di interesse semplicemente osservando il suo comportamento in acqua sotto determinate ipotesi di partenza. Il documento si prefigge, infatti, anche lo scopo di proporre una metodologia per realizzare, in maniera semplice e poco dispendiosa, una stima dei parametri idrodinamici di una riproduzione in scala di un qualunque natante.

Come detto alla fine del documento, si noterà che si ottiene una buona attendibilità dei risultati ottenuti (test di Gauss), consentendo di estrapolare delle ben precise considerazioni sul comportamento del sottomarino in acqua.

Parole chiave: Robotica cooperante, Idrodinamica, Coefficiente di drag, Caratterizzazione, Sperimentazione

Abstract

The Neptune SB-01, as fully described in the initial part of this work, is a simple small-scale model of submarine with a small-camera placed in its stern and a series of remote-controlled mechanisms that give particular freedom of movement in the water. It provided its use, at least in its early stages, as a platform for experimentation for swarm control, within a project of cooperating robotic submarine. In this document it is intended to provide a fairly accurate description and our intent is to derive the main numerical values that characterize the single vehicle, which would be useful to make the PC supervision of the entire system of submarines.

By appropriate simplifications of the physical reality, are characterized in this report its essential constituent parts, like its geometry or its electro-mechanical components, focusing on the most relevant meanings related to the project for which the submarine will be used, that is its hydrodynamic characteristics.

With particular reference to the latter, the main objective that we wanted to achieve from the outset was to create a series of tests that allowed in the pool, by common and simple mechanical and electronic devices, the determination of parameters of interest by simply observing its behavior in water under certain assumptions. The paper seeks, in fact, also aims to propose a methodology to achieve, in a simple and cheap way, an estimation of hydrodynamic parameters of a scale replica of any vessel.

As mentioned at the end of this document, you will notice that you get a good reliability of results (test of Gauss), allowing you to extrapolate the precise considerations on the behavior of the submarine in water.

Keywords: Cooperating robots, Hydrodynamics, Drag Coefficient, Characterization, Testing

Indice

Pre	emessa	7
2	Considerazioni preliminari	8
3	Impostazione del lavoro di caratterizzazione	10
4	Descrizione dei meccanismi di controllo del moto	13
5	Descrizione delle componenti elettriche	13
6	Descrizione delle forze agenti	14
7	Descrizione dell'apparato sperimentale	18
8	Descrizione sommaria delle prove condotte	22
9	Esposizione dei criteri di interpolazione ed estrapolazione dei risultati	26
11	Conclusioni e lavoro futuro	39

Premessa

Il presente lavoro si prefigge l'obiettivo di caratterizzare geometricamente, elettricamente, funzionalmente ed idrodinamicamente il modellino di sottomarino denominato Neptune della Thunder Tiger (nel seguito abbreviato con l'acronimo di *Mini Autonomous Underwater Vehicle*), candidato come piattaforma nel progetto Harness.

In particolare, su questo modello, si calcoleranno sperimentalmente i coefficienti di drag (C_D) e la velocità di regime del veicolo oltre ad altre grandezze che si è ritenuto opportuno determinare per avere delle idee di massima e dedurre delle considerazioni necessarie a condurre con successo la parte sperimentale anzidetta.

Per realizzare questo si è deciso di suddividere concettualmente il documento in tre parti:

- una, più discorsiva e generale, orientata ad una descrizione del modello più che altro numerica, effettuando dei calcoli o delle misure lì dove i dati tecnici della casa madre fossero carenti o inesistenti, completando questa sezione del documento con una serie di considerazioni teoriche preliminari
- un'altra parte, sperimentale, relativa alla conduzione degli esperimenti, a seguito dei quali è stato possibile valutare la risposta del sottomarino a precise sollecitazioni esterne che consentissero così di trarre delle conclusioni, in particolare, sulle sue performance elettriche e idrodinamiche, che saranno oltremodo completate da una serie di calcoli per la parte non oggetto delle prove
- il documento termina con una serie di risultati finali che consentono di portare a delle conclusioni che saranno utili all'implementazione su calcolatore dal modello che verrà impiegato dal sistema di controllo.

2 Considerazioni preliminari

Il lavoro di caratterizzazione del sottomarino Neptune della Thunder Tiger è consistito in una preliminare contestualizzazione dell'oggetto partendo dai suoi parametri geometrici essenziali e per i quali si è stabilito quanto seguirà, considerando che si è scelta l'origine del riferimento mobile corrispondente al centro di spinta del veicolo, assumendo che la distribuzione dei pesi lungo l'asse x (con riferimento al piano yz) e y (rispetto al piano xz) siano simmetriche.



Da uno studio preliminare è emerso che il modellino in esame (Neptune SB-1 della Thunder-Tiger) è caratterizzato da un involucro esterno, che dà forma caratteristica all'oggetto, da un semplice sistema di propulsione e di meccanismi che agiscono sulle pinne e sul timone e, infine, da un cilindro stagno contenuto all'interno dell'involucro (fig. 1.1b), dentro al quale i meccanismi suddetti confluiscono sui motori/attuatori. Sempre nello stesso cilindro è presente, oltre a tutto quanto l'occorrente al funzionamento del sottomarino (batteria, logica di controllo, circuito di alimentazione, microcamera, ecc...), anche una sacca gialla posta in comunicazione con l'esterno mediante una pompetta reversibile, che consente, una volta in acqua, la regolazione della quota di immersione dell'intero scafo, variando il suo volume come la vescica natatoria.



Il sottomarino, nel suo complesso, ha quindi le seguenti caratteristiche tecniche salienti dichiarate dalla casa madre:

- Massa inerziale: 7,7 kg
- Peso totalmente immerso: 7,95 kg => capacità della sacca: 0,250 lt circa (vescica natatoria)
- Lu = 774mm
- H = 285mm
- La (fusoliera) = 200mm
- La (con pinne anteriori) = 290mm (a fine documento nel par. 10 si riportano le misure precise del modello oggetto delle prove).

In aggiunta ai precedenti, si sono ricavati i dati seguenti per via sperimentale:

- Posizione del baricentro G (approssimata, misurato staticamente) fuori dall'acqua, rispetto al riferimento fisso [x_f, y_f, z_f] arbitrariamente scelto corrispondente ai 3 assi raffigurati in rosso in fig.1.1a: G(439,145,-72)mm
- Posizione del baricentro G1 (approssimata, misurata sulla base dell'acqua incamerata come zavorra nello scafo) a sottomarino completamente immerso, rispetto a B (sistema di riferimento blu [x, y, z], con origine in B): G1(0,0,32)



3 Impostazione del lavoro di caratterizzazione

In conseguenza di quanto già trattato al paragrafo 2, ci si propone adesso di ricavare quelle quantità numeriche non note che sono comunque importanti per prevedere il comportamento dell'oggetto in acqua. Nel presente paragrafo si calcoleranno rispettivamente, quindi: densità complessiva dell'oggetto a sacca vuota e piena, densità critica (quantità di acqua necessaria nella sacca, affinché il sottomarino risulti in equilibrio subacqueo), momenti e prodotti di inerzia rispetto ai 3 assi coordinati in terna corpo [1] (sistema di riferimento blu nelle figg. 1.1a-c).

Ipotizzando che il sottomarino con cupolino a pelo d'acqua sia immerso al 99% del suo volume totale fuori dall'acqua, è possibile ricavare la sua densità media in tale configurazione, dalla spinta di Archimede, noto il suo peso e fissando a 1000 kg/m³ la densità dell'acqua nella piscina (ρ_w):

$$\frac{V_{W}}{V_{S^{pelo}}} \frac{\rho_{S^{pelo}}}{\rho_{W}}$$

Da cui si ottiene $\rho_s^{\text{pelo}} = 990 \text{ kg/m}^3$; perché il sottomarino sia in equilibrio (spinta di Archimede che bilancia la forza di gravità) sarebbe necessario far salire la densità del sommergibile di 10 kg/m³, il che equivale a riempire la sua sacca interna e il cupolino del volume di acqua per il quale si avrebbe

$$\frac{0,99}{7,7} = \frac{1}{x}$$

Da cui x = 7,78 kg rappresenterebbe la massa inerziale del sottomarino quando completamente immerso, a cui corrisponderebbe all'equilibrio, un volume di acqua spostata pari a 7,78 lt¹ e questo significa che all'equilibrio, con cupolino sotto il pelo, la sacca avrà riempito circa un volume di acqua pari a 0,08 lt.

Da questo punto in poi, fermo restando sempre un volume d'acqua spostata pari a 7,78 lt (F_B = 1000x0,00778x9,81 = 7,632 N), la densità del sottomarino a sacca completamente piena (0,25 lt) sarebbe intorno a ρ_{full} = 1022 kg/m³ (quantità ottenuta dalla proporzione analoga alla precedente 1000/7,78 = x/7,95)².

Noti questi dati, è possibile adesso determinare il momento di inerzia del mezzo rispetto ai 3 assi coordinati [1][2] considerando inizialmente, per facilitare i calcoli, il parallelepipedo equivalente che meglio approssima il modellino (rettangoli rossi tratteggiati in fig.1.1c), scelta che in prima battuta confina abbastanza bene la distribuzione dei pesi sperimentalmente dedotta all'interno dell'oggetto, a patto che si consideri una riduzione della lunghezza dell'oggetto di un 30% a favore di un incremento sull'altezza del 43%, applicato dopo aver mantenuto lo stesso rapporto H/La; si ricava, così, per il parallelepipedo a volume invariato, i seguenti numeri:

¹ Chiaramente questo valore fa riferimento alla densità del solo Neptune, poiché l'acqua zavorra che viene caricata in immersione non dà contributo a spostamenti di volume utili a contribuire alla spinta di Archimede.

² Si nota che lo stesso calcolo si può ottenere comprendendo nel computo la zavorra di acqua aggiunta di volta in volta rispetto al solo peso del sottomarino; assumendo, infatti, che il cupolino a pelo possa accogliere ancora 0,2 lt_{H20} e che la capienza potenziale di acqua a sottomarino completamente immerso sia di 3,5 lt_{H20}, si avrebbe, intendendo per volume totale la somma del volume del sottomarino più l'acqua incamerata: 0,99/(7,7 + 3,3)kg = 1/x => x = 11,11 kg, che, rispetto agli 11,2 kg realmente necessari per riempire completamente il sottomarino (si considerano ulteriori 0,2 kg di zavorra nel cupolino => 7,7 + 3,5 kg), evidenziano una mancanza di 0,09 kg_{H20} per raggiungere l'equilibrio, ovvero quei 0,08 lt di compensazione ricavati prima di cui si dovrà riempire la vescica perché il mezzo galleggi sott'acqua in condizioni di equilibrio. In maniera analoga è possibile ricavare la densità media del sottomarino a vescica completamente piena: 1000/11,2 = x/(7,95+3,5)kg => x = 1022 kg/m³.

- $Lu_{eq} = 774 \times 0.7 = 542 \text{ mm}$
- H/La = 1,425
- $H_{eq} = 1,43 \times 1,425 \times La_{eq}$
- V = 7,78 (calcolata da 990 x V_s = 7,7 kg) + 3,5 (zavorra) + 0,08 (vescica riempita con la quantità d'acqua necessaria a realizzare l'equilibrio idrostatico) lt = 11,36 lt = 11,36 kg_{H20}

da cui $Lu_{eq} x La_{eq} x H_{eq} = 0,542 x 1,43 x 1,425 x La_{eq}^{2} = 0.0114 m^{3}$, ottenendo:

- Lu_{eq} = 542 mm
- La_{eq} = 102 mm
- H_{eq} = 207 mm
- $V_{eq} \cong$ 11,4 lt

Sotto tali ipotesi, rispetto al proprio centro di massa fuori dall'acqua (G), il corpo manterrebbe in prima approssimazione una distribuzione di massa simmetrica nel piano *xy* rispetto all'asse di rotazione *z*, ma non rispetto agli assi *x* ed *y* sui piani *yz* e *xz*.

In acqua, invece, completamente immerso, il suo baricentro (G1) si sposterebbe più verso il centro di galleggiamento, aumentando così l'omogeneità nella distribuzione dei pesi anche lungo l'asse z, consentendo così di trattare in prima approssimazione il corpo con una distribuzione dei pesi simmetrica anche secondo gli assi x e y.

Noto lo svolgimento degli integrali:

 $\int_{\Omega} \left(x^2 + y^2 \right) \, dx \, dy$

 $\int_{\Omega} xy \, dx \, dy$

è possibile porre per le varie superfici: - $Lu_{eq}/2 \le x \le Lu_{eq}/2$ - $La_{eq}/2 \le y \le La_{eq}/2$ - $H_{eq}/2 \le z \le H_{eq}/2$

Da cui, sostituendo i valori:

 $x_1 \leq x \leq x_2; \quad y_1 \leq y \leq y_2; \quad z_1 \leq z \leq z_2$

 $-0,271 \le x \le 0,271$; $-0,051 \le y \le 0,051$; $-0,1035 \le z \le 0,1035$

Ancora migliore approssimazione è possibile ottenerla considerando più realisticamente, come si diceva, un ellissoide al posto del parallelepipedo (ellissi neri in fig. 1.1c), continuando a valere pressappoco il discorso riguardo alla simmetria nella distribuzione delle masse, e osservando che l'asse parallelo a z e passante per G1 può essere considerato sicuramente un asse principale di inerzia, per ottenere la stessa massa, si possono individuare i seguenti dati dimensionali:

– Lu_{eq} = 555 mm

- La_{eq} = 168 mm
- H_{eq} = 233 mm
- V_{eq} \cong 11,4 lt

è possibile considerare come superfici di integrazione rispetto a G1:

-0,277 ≤ x ≤ 0,277 -0,084 ≤ y ≤ 0,084 -0,148 ≤ z ≤ 0,084

Da cui, sapendo che il momento di inerzia minimo si ha in corrispondenza degli assi passanti per il suo centro di massa, la matrice di inerzia definitiva rispetto appunto a G1:

$$I_{GI} \triangleq \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}; \quad I_{GI} = I_{GI}^T > 0.$$

Con i suoi elementi pari a:

$$\begin{split} I_x &= 0,058 \ \text{kg} \ m^2; \quad I_y = 0,234 \ \text{kg} \ m^2; \quad I_z = 0,212 \ \text{kg} \ m^2; \\ I_{xy} &= I_{yx} = 0 \ \text{kg} \ m^2; \quad I_{xz} = I_{zx} = 0 \ \text{kg} \ m^2; \quad I_{yz} = I_{zy} = 0 \ \text{kg} \ m^2; \end{split}$$

Si rimanda a fine documento (paragrafo 10) per il dettaglio sui calcoli dei coefficienti della suddetta matrice.

Mediante le trasformazioni in [1] sarà quindi possibile ritrasformare questa matrice alla sua corrispondente nel riferimento mobile adottato (ovvero con l'origine posta in B), ovvero:

$$I_B = I_{G1} + m \times S^{T}(p_{G1}) S(p_{G1})$$

che rappresenta l'espressione matriciale del teorema di Steiner in cui m è la massa dell'oggetto ed p_{G1} è il vettore posizione con origine in B diretto verso G1 e $S(p_{G1})$ è la matrice anti-simmetrica che consente di esprimere, mediante prodotto con la sua trasposta, il tensore di inerzia in funzione di un asse di rotazione diverso ma parallelo agli assi principali di inerzia passanti per G1.

In conclusione, gli elementi della matrice I_B che conserva la stessa forma della I_{G1} , avrà i suoi elementi pari a:

$$\begin{split} I_x &= 0,07 \text{ kg m}^2; \quad I_y &= 0,246 \text{ kg m}^2; \quad I_z &= 0,212 \text{ kg m}^2; \\ I_{xy} &= I_{yx} &= 0 \text{ kg m}^2; \quad I_{xz} &= I_{zx} &= 0 \text{ kg m}^2; \quad I_{yz} &= I_{zy} &= 0 \text{ kg m}^2; \end{split}$$

4 Descrizione dei meccanismi di controllo del moto

Da un punto di vista meccanico, il sottomarino è costituito dalle seguenti parti in movimento:

- Elica di propulsione, costituita da 3 pale, per un diametro complessivo di 40mm
- Pinne per realizzare beccheggio (salita e discesa in quota): 2 solidali anteriori e due solidali in coda, in opposizione di fase alle prime
- Timone centrale in coda, per realizzare movimento di yaw (rotazione rispetto all'asse z)
- Pompa di riempimento/svuotamento vescica.

Si nota che alla macchina gli è impossibilitato realizzare movimenti di rollio con i propri attuatori.

Un leggero gioco meccanico interno agli attuatori a cui sono collegati i meccanismi citati fa sì che l'organo di comando, una volta spostato dalla sua posizione di riposo, può non ritornare esattamente nella sua posizione originaria.

5 Descrizione delle componenti elettriche

Da un punto di vista elettrico, il sottomarino comanda i meccanismi citati al paragrafo precedente mediante degli azionamenti elettrici aventi le seguenti caratteristiche salienti:

- Elica di propulsione e pompa di riempimento/svuotamento vescica: 12V_{dc} 5700rpm
- Pinne per beccheggio (2 in testa e 2 in coda interbloccate) e timone: 4,8V_{dc} 68rpm

Ogni motore in corrente continua è comandato da una elettronica basata su PWM (*Pulse Width Modulation*), ad eccezione della pompa di riempimento/svuotamento vescica che è, invece, controllata da una scheda elettronica con logica on/off.

Si è ritenuto opportuno dare maggior peso ad una conduzione delle prove per la sola propulsione, dato che gli altri motori, ad eccezione del secondo che è identico al primo solo che funziona, come detto, in on/off, hanno bassissimi valori di coppia (0,29 Nm) e la loro attivazione è limitata ad un semplice controllo di posizione del meccanismo ad esso connesso.

La spinta al moto è fornita, dunque, da un motore elettrico in corrente continua gestito da un comune controllore PWM per modellismo; le caratteristiche registrate dal torsiometro sul cui albero si è calettato il mozzo dell'elica sono le seguenti: velocità a vuoto e corrente assorbita: 5650rpm a $12V_{dc}$ e 0,93A; coppia allo stallo a $12V_{dc}$ (tensione massima fornibile dal controllo): 0,65 Nm; resistenza equivalente del circuito: 1,67 Ω ; induttanza equivalente del circuito, ricavata dalla costante di tempo (ottenuta cronometrando transitorio di 1,4" e assumendo un valore di regime raggiunto già al 97% del valore vero): 300 mH.

6 Descrizione delle forze agenti

Il sottomarino in esame si può considerare soggetto, oltre alle forze statiche citate precedentemente (gravità e di Archimede), alle seguenti forze:

- Spinta di propulsione;
- Inerzia dovuta alle masse aggiunte di acqua quando in movimento;
- Forze idrodinamiche ortogonali alla direzione principale del moto;
- Forze idrodinamiche parallele alla direzione principale del moto.

Per ognuno di queste forze se ne è dedicato un paragrafo specifico.

SPINTA DI PROPULSIONE

Il Neptune è in grado di spingere in avanti ad una forza di circa 0,981 N avanti tutta e di -0,981 N indietro tutta. Per la descrizione di come è stato sperimentalmente ricavato il dato, occorre riferirsi al paragrafo 8 (prova statica).

INERZIA DOVUTA ALLE MASSE AGGIUNTE

Quando il Neptune viene immerso in acqua, una parte di esso si riempie di acqua (prua, poppa, pancia, corona cilindrica (interposta fra cilindro interno stagno e fusoliera) e cupolino (se, come nel caso considerato, completamente immerso). Il volume di acqua aggiuntivo, quando completamente immerso, per quanto già visto al paragrafo 3, è stimabile in 3,5 lt di acqua, che tuttavia costituiscono una zavorra in più al mezzo, e pertanto, ai fini della massa aggiunta, si considerano come massa inerziale facente parte di un unico sistema in moto, che tende ad opporsi ad ogni variazione di velocità in una data direzione.

Per il calcolo della massa aggiunta, inizialmente, si è supposto il mezzo costituito da un ellissoide principale e da due mezzi ellissoidi sovrapposti e simmetrici al primo (fig. 1.2).



L'ellissoide superiore si assume avere un raggio equivalente di 40mm e una estensione di 340mm, mentre quello inferiore, raggio di 35mm ed estensione di 392mm; l'ellissoide principale può essere assunto avere un raggio di 85mm e estensione di 680mm.

Considerato che il sottomarino immerso si riempie di acqua, è possibile assumere che tutta l'acqua penetrata costituisca zavorra nel trasporto e quindi contribuisca anch'essa a formare l'ellissoide che realizza la movimentazione delle massa aggiunte.

Dai calcoli del volume totale:

a _{sup} = 170 mm	a _{inf} = 196 mm	a _p = 340 mm
b _{sup} = 40 mm	b _{inf} = 35 mm	b _p = 85 mm

Vtot = 11,36 lt =11,36 kg

Dal punto di vista inerziale, quindi, la massa aggiunta di acqua, calcolata seguendo la metodologia trattata in [3], avrà un determinato valore riportato nel seguito.

Nelle ipotesi specificate, i risultati ottenuti, distinguendo per le tre componenti del moto, sono riepilogati nel riquadro sottostante:

M_{Asup}^{x} = 0,043 kg	M ^x _{Ainf} = 0,025 kg	M [×] _{Ap} = 0,839 kg
M ^y _{Asup} = 0,516 kg	M ^y _{Ainf} = 0,464 kg	M ^y _{Ap} = 9,298 kg
M ^z _{Asup} = 0,516 kg	M ^z _{Ainf} = 0,464 kg	M ^z _{Ap} = 9,298 kg

da cui, sommando, si ottiene:

Poiché la corrispondenza dei valori sull'asse $y \in z$ non si considera abbastanza veritiero (il volume di acqua spostata per moti dello scafo lungo l'asse y dovrebbe essere superiore al volume di acqua spostata per moti lungo z), si è deciso di rieffettuare il calcolo, considerando, lo stesso ellissoide preso in considerazione per il calcolo dei momenti di inerzia, ottenendo:

a = 277 mm	M [×] _A = 1,5 kg
b = 116 mm	M ^y _A = 12,26 kg
c = 84 mm	M ^z _A = 10,49 kg

che sono valori sicuramente più in linea col comportamento reale atteso, anche se costituiscono pur sempre una semplificazione che non comprende la massa aggiunta che si oppone al moto delle pinne (per moti rispetto a z) e del timone (per moti rispetto a y).

Per quello che riguarda i momenti dell'acqua aggiunta lungo i tre assi, si adotta la medesima scelta anzidetta, dal momento che i semiassi a, b e c sono stati scelti tali da occupare lo stesso volume di acqua del sottomarino reale in condizioni sommerse.

Si avrebbe, dunque:

 $Mt^{x}_{A} \approx 0 \text{ kg m}^{2}$ $Mt^{y}_{A} = 0,11 \text{ kg m}^{2}$ $Mt^{z}_{A} = 0,12 \text{ kg m}^{2}$

Anche in questo caso si rimanda al paragrafo 10 per il dettaglio dei calcoli.

Questi valori sarebbero da correggere con le forze di Coriolis [2], tuttavia, date le basse velocità, si possono porre prossime allo zero [4]. Si nota che su questi risultati di massa aggiunta, si possono fare le seguenti considerazioni aggiuntive: si è verificato che sulle superfici alari, pur non valendo il principio di sovrapposizione degli effetti [5], possono andare ad incidere, per esempio, ulteriori masse d'acqua di qualche decina di grammi sulle pinne anteriori e qualcosa più su quelle posteriori, nel caso di movimenti di rotazione sugli assi x e y, mentre, per un discorso analogo, poca influenza avrebbe anche il considerare le masse aggiunte agenti sulla superficie del timone per rotazioni intorno all'asse z.

In questo computo non si è ancora tenuto conto dell'effetto di drag indotto dalla rotazione sulle pinne anteriori e posteriori (influente rispetto all'asse di rotazione x e y) e sul timone (influente soprattutto per rotazioni rispetto all'asse z), in quanto forze da trattare separatamente. Da una stima grossolana di queste grandezza, tuttavia (vedi fine del par. 8), si ritengono comunque trascurabili le velocità con cui possono avvenire spostamenti sugli assi y e z e rotazioni sugli assi x, y e z.

CALCOLO DELLE FORZE IDRODINAMICHE ORTOGONALI ALLA DIREZIONE PRINCIPALE DEL MOTO

Le forze idrodinamiche ortogonali al moto, possono essere calcolate determinando, nota la forma della superficie, le forze di lift agenti sulle pinne anteriori e posteriori. Poiché le pinne anteriori e posteriori sono tendenzialmente sempre a 0° (a parte un piccolo gioco di cui si è già scritto al paragrafo 4), si può approssimare il contributo di questa forza prossimo allo zero; si è riscontrato tuttavia un ritorno spontaneo delle pinne ad una posizione leggermente inclinate verso l'alto (1° circa). Ipotizzando l'ala posteriore orientabile aderente alla teoria di ala sottile, per un angolo di attacco di circa 1°, si avrebbe un coefficiente di lift intorno a 0,07 a cui corrisponderebbe una forza verso il basso complessiva su entrambe le pinne posteriori di circa 0,019 N (si è assunta una velocità del sottomarino come dichiarata dalla casa di 0,55 m/s)³.

Sotto queste ipotesi, per quanto riguarda il drag indotto da questo coefficiente di lift, per un'area della singola pinna orientabile posteriore di 0,001615 m² e di quella anteriore di 0,0012 m², si avrebbero i seguenti fattori di forma, con i relativi valori di coefficienti di drag indotto a sottomarino avanti tutta, evidentemente trascurabili, come riportato, usando la formulazione di fluidodinamica data dalla:

$$C^{Dind} = C_L^2 / \pi \mathcal{A} e$$

Con C_L coefficiente di lift, Æ fattore di forma complessivo delle superfici alari orientabili, *e* fattore di efficienza (per ala avente forma rettangolare, è approssimabile intorno allo 0,7)

Æ _{ant} = 16,33	Æ _{post} = 12,38 N
Æ _{tim} = 1,73	$C^{Dind}_{post} = 0,0002$

³ Per il calcolo della forza di lift si ricorre alla teoria di ala sottile e si adotta la formula $F^{lift} = \frac{1}{2} \rho C_L A_L v^2$ [6], con A_L superficie totale su cui si esprime la forza, C_L coefficiente di lift variabile linearmente con l'angolo di attacco secondo un coefficiente dipendente dal fattore di forma Æ del profilo alare e v la velocità della vena fluida rispetto al profilo

Sulla base delle superfici orientabili prima calcolate, quando si induce, invece, una manovra di beccheggio, è possibile fornire una forza massima in emersione e in immersione sulle due coppie di pinne, sempre assumendo un coefficiente di lift che varia linearmente con l'angolo di attacco³, come segue:

$$F^{UP}_{ant} (-27^{\circ}) = -0,53 \text{ N}$$
 $F^{UP}_{post} (25^{\circ}) = 0,49 \text{ N}$
 $F^{DW}_{ant} (47^{\circ}) = 0,93 \text{ N}$ $F^{DW}_{post} (-33^{\circ}) = -0,65 \text{ N}$

per una forza risultante approssimata verso il basso e verso l'alto, rispetto al centro di spinta e ipotizzando sempre moto laminare sulle pinne, di:

 $F^{UP} = -0.04 \text{ N}$ $F^{DW} = 0.28 \text{ N}$

mentre, nel caso di virate, è possibile stimare una forza massima, sia per la virata di prua che di poppa, di:

$$F_{tim}^{SN}$$
 (46°)= F_{tim}^{DX} (-46°)= ± 1,48 N

Le ultime due righe rappresentano dei valori che vanno presi in considerazione con cautela visto l'alto valore dell'angolo di inclinazione delle pinne per le quali è verosimilmente ipotizzabile un primo distacco della vena fluida già per valori dell'angolo di attacco superiori ai 25° (in esperienze similari si riscontra che, per valori dell'angolo inferiori, alla medesima velocità del fluido, continua a sussistere una relazione lineare [7]). Questo discorso vale ancor più per il flusso sul timone, posto poco a valle dell'elica, che, alla massima potenza di propulsione, lascia prevedere un moto risultante del fluido sul profilo particolarmente turbolento.

Per concludere, si suppone nulla la forza agente sulla coppia di ali fisse posteriori, costantemente parallele alla direzione del moto, per la quale si ricava:

$$\mathcal{A}_{ant} = 1,18$$

 $C^{Dind}_{post,fix} = 0$

Per i calcoli, si rimanda al solito paragrafo 10.

CONSIDERAZIONI SULLE FORZE IDRODINAMICHE PARALLELE ALLA DIREZIONE PRINCIPALE DEL MOTO

Le forze idrodinamiche parallele alla direzione del moto sono sostanzialmente costituite dalle forze le cui risultanti lungo le 3 direzioni sono composte da skinfriction, inerzia delle masse fluide aggiunte (già calcolate), drag di pressione (Δp fra, per es, poppa e prua del MAUV) e drag indotto (wake shedding induced force) [8]. Già si può affermare che la quarta, di cui si è già prima calcolato il relativo coefficiente, e la prima (fondamentalmente dovuta solo all'attrito di tipo viscoso all'interfaccia fluido-scafo), sono trascurabili rispetto alla terza, che è sicuramente prevalente per velocità moderate, come nel caso in esame. Tuttavia, per maggior precisione, si potrebbe ipotizzare in prima approssimazione che le forze di tipo superficiale non superino comunque una intensità pari alla metà di quanto generato dalle forze di drag [9].

Riguardo al moto del fluido che caratterizza il flusso nella direzione principale del moto, inoltre, si può assumere che la velocità di avanzamento del mezzo corrisponda alla velocità con cui il flusso impatta su di esso, e quest'ultimo, nell'ipotesi di correnti marine trascurabili, si suppone abbia

sempre direzione coincidente col moto del mezzo. Anche ammettendo che il sottomarino viaggi ad una velocità di 0,55 m/s, per caratterizzarne il flusso si possono adottare due procedure di calcolo differenti: il primo si basa sul concetto più approssimato di diametro del cilindro equivalente D_e^4 (che restituisce un valore del numero di Reynolds di circa 63.000) mentre il secondo fa banalmente riferimento ad una media dei semiassi *b* e *c* dell'ellissoide citato al par. 3 (ottenendo 137.500). Poiché in entrambi i casi si ottiene un numero di Reynolds dello stesso ordine di grandezza della soglia di criticità corrispondente, ovvero, intorno ad un numero pari a $2x10^5$ [10] ⁵, è possibile asserire che si è in condizioni di moto laminare.

Chiaramente, in prima battuta, questa analisi non tiene conto di eventuali vorticità locali provocate dagli elementi del sottomarino che introducono un minimo di irregolarità al flusso (ritenute trascurabili per basse velocità), così come fenomeni indotti da manovre estreme di beccheggio e/o virate improvvise.

7 Descrizione dell'apparato sperimentale

La piscina adoperata per far navigare il Neptune della Thunder Tiger si estende per una lunghezza totale di circa 7m e una larghezza di circa 4m, e presenta un livello di acqua nell'intorno di 1,03m. Perché potesse essere possibile riprodurre una qualunque missione del sottomarino, si è ritenuto opportuno effettuare tutte le prove ad una profondità di 0,5m con il sottomarino riempito completamente d'acqua, avendo cura, prima di cominciare la campagna di acquisizione, di far uscire dall'interno dello scafo quanta più aria possibile, visto che i numerosi piccoli spazi vuoti presenti soprattutto in poppa non consentono un rapido riempimento d'acqua ottimale degli stessi (fig. 2.1).



Figura 2.1 – Posizione di equilibrio per realizzare l'immersione del sottomarino e blocco del timone

Per quanto detto al paragrafo 3, inoltre, si è provveduto a fermare il timone mediante apposita "molletta".

In acqua, invece, alle due estremità, si è reso necessario porre delle strutture che "tirassero" da una parte l'oggetto della prova con la forza necessaria e dall'altro lo tenessero fermo in una posizione iniziale tale da assicurare la sua partenza in allineamento al sistema di trazione e alla quota prefissata di 0,5m (fig. 2.2).

⁴ Si impiega la formula $D_e = 4 \text{ S} / P$, dove S rappresenta la sezione perpendicolare alla direzione del flusso, mentre P (detto anche perimetro bagnato) è, appunto, il perimetro della medesima sezione; in questo caso specifico ci si è riferiti alla sezione più grande (quella centrale) che il flusso incontra nel percorrere il sottomarino dalla prua alla poppa, ottenendo $D_e = 0,135 \text{ m}$

⁵ Si adotta la formula Re = $\rho \vee D_e / \mu$, con μ la viscosità dell'acqua a 15°C assunta pari a 1,19 10⁻³ kg /m s



Tutta la misura di come il Neptune si muoveva in acqua è stata registrata mediante riporto verticale su una struttura abbastanza alta realizzata ad hoc e tale da poter svolgere un metro di tipo flessibile di 5m da una parte e poter riaddrizzare il filo inestensibile proveniente dall'acqua con un idoneo sistema di carrucole (fig. 2.3).



Figura 2.3 – Sistema di riaddrizzamento del filo inestensibile e riporto verticale della misura

Per facilitare la lettura della velocità con cui cadeva il peso, si è deciso di evidenziare il trascorrere dei vari istanti della caduta con un cronometro, la cui visualizzazione del tempo (al millesimo di secondo) è stata resa visibile sia dal monitor del PC su cui è stato installato il cronometro, sia sul fondo della parete del laboratorio mediante proiettore (fig. 2.4a).



tensibile "riaddrizzato", parallelo al flessibile impiegato come sistema di misura – c scacchi per la messa a fuoco dei numeri marcati sul metro flessibile

La acquisizione delle misure, noto il peso che realizzava il trascinamento del sottomarino, è stata possibile mediante due sistemi impiegati contemporaneamente: una videocamera ad alta risoluzione, posizionata su idoneo stabile supporto sul fondo del laboratorio, che riprendeva gli ultimi 2,5m circa della caduta libera, ed una fotocamera, solidale ad un elemento mobile che correva parallelo al flessibile e al peso in caduta, che fotografava ogni secondo la caduta del peso nei suoi primi 3m circa di caduta.

La distanza della videocamere dal flessibile è stata scelta tale per cui ad ogni pixel registrato dal dispositivo corrispondesse un millimetro di misura lineare (fig. 2.5); chiaramente questo è stato possibile realizzarlo mediante un laborioso continuo miglioramento dell'angolo di visuale, allineamento del flessibile alla lente del dispositivo, ecc... che ha consentito di ottenere errori assoluti di parallasse del tutto accettabili (<0.5%).

Avendo prediletto la visione d'insieme alla lettura delle singole tacche dei millimetri, per migliorare la visibilità di queste ultime, si è dovuto attaccare sul flessibile, ogni 10cm, delle targhette che evidenziassero la quota precisa (fig. 2.4b), facilitando successivamente, mediante fotoritocco, l'individuazione dei millimetri intermedi.





Figura 2.5 – a) Posizionamento della telecamera HD con l'ausilio di puntatore laser e b) metro lineare sovrapposto successivamente alla ripresa per leggere il dettaglio dei millimetri tra le decadi di centimetri

Con riferimento, invece alla fotocamera, all'inizio di ogni prova essa partiva da una posizione prossima al primo tratto di caduta del peso, per poi seguire, all'incirca ogni metro, un tratto della sua caduta; anche qui, avendo un errore di parallasse (questa volta maggiore del caso precedente) soprattutto in cima e ai piedi dell'immagine scattata si è cercato di effettuare l'acquisizione puntuale della misura solo negli istanti in cui il peso (o equivalentemente idonei marcatori sul filo posti ad una distanza nota dal peso) era in posizione pressocchè centrale all'obiettivo della fotocamera (fig. 2.6).



Figura 2.6 – Istantanea della caduta acquisita mediante fotocamera digitale

La combinazione delle due acquisizioni, infine, ha permesso così di risalire al comportamento del sottomarino dal moto del filo inestensibile, per cui si sono dedotti i risultati che si esporranno nel seguito, ipotizzando, per tutte le prove, la presenza di una forza di attrito del 3% sulla forza peso applicata.

Preme notare che i due sistemi di acquisizione si sovrappongono nella misura solo tra il 2° e il 3° metro della caduta del peso, in quanto il loro scopo è proprio quello di rilevare:

- la fotocamera (acquisizione grossolana), l'istante in cui viene raggiunta la velocità di regime
- la videocamera (acquisizione fine), il valore puntuale, fotogramma per fotogramma, della velocità di regime, per avvalorare la costanza del suo valore numerico nel'intervallo di tempo preso in esame.

8 Descrizione sommaria delle prove condotte

Le prove condotte si sono sviluppate secondo 3 sessioni:

- Prova della forza di propulsione del sottomarino (prova statica), avanti e indietro tutta
- Prove di resistenza idrodinamica
- -Prove di velocità massima.

La modalità di conduzione delle prove è esposta nel seguito.

PROVA DELLE FORZE DI PROPULSIONE

Precedentemente alla posa in opera del metro flessibile esteso e del sistema di carrucole, si è semplicemente realizzata questa prova fissando sul telaio principale posizionato in acqua, già visto nel primo paragrafo (fig. 2.2), un dinamometro a cui è stato sospeso verticalmente il filo (riaddrizzato sott'acqua mediante carrucola), poi sottoposto a trazione dal sottomarino (fig. 2.7).

In questa prima situazione, a batterie completamente cariche, si è misurata una spinta di propulsione pari a +100g.



Figura 2.7 – Apprestamento per prova di propulsione del sottomarino

Successivamente all'allestimento del resto del sistema (carrucole, flessibile svolto, ecc...), dopo aver opportunamente legato la prua del sottomarino ad un capo del filo inestensibile, si è quindi proceduto, quale verifica ulteriore della prova precedente, ad applicare, all'altra estremità del filo, un peso di esattamente 100g; prima di lasciarlo cadere per gravità, si è quindi data potenza al sottomarino indietro tutta e si è poi abbandonato gradualmente il peso, registrando una perfetta stazionarietà del sottomarino in acqua (il peso non si muoveva rispetto alla quota millimetrica su cui si era assestato).

PROVE DI RESISTENZA IDRODINAMICA NELLA DIREZIONE PRINCIPALE DEL MOTO

Questa fase delle prove è quella che ha richiesto più tempo in assoluto, scegliendo di condurre l'esperimento con n.6 pesi differenti (50, 100, 305, 450, 585 e 670g) e, per ognuno, ripetendo 6/7 volte l'esperimento, anche se non tutte le prove hanno dato la traiettoria rettilinea attesa.

Preme subito notare che, date le dimensioni limitate della piscina, la prova a 50g, così come quella a 100g, può essere facilmente affetta da errori in quanto la esigua forza applicata al sottomarino diventa probabilmente confrontabile con le onde riflesse e le correnti che inevitabilmente si formano nell'acqua anche in seguito al semplice moto del sottomarino stesso durante la prova. Anche con riferimento alla velocità di regime registrata in corrispondenza di questi due pesi, questa è facilmente falsata dal fatto che, molto probabilmente, sui 5 metri di corsa utile, il sottomarino in realtà tenderebbe ad aggiustare al rialzo la sua velocità limite se avesse più spazio disponibile da percorrere, quindi la velocità di regime letta non sarebbe esattamente quella.

Nel corso di queste prove, per la determinazione dei risultati riportati al par. 9 (forza di drag), si è ricorsi alle seguenti assunzioni: ipotizzando di avere, per quanto già esposto alla fine del par. 6, un fluido in regime di flusso laminare, con una densità $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ e di avere una forza di attrito dell'apparato sperimentale approssimata (Fa) costantemente pari al 3% della forza peso applicata (Fg), ricavata dal prodotto tra il peso utilizzato nel corso dell'esperimento e l'accellerazione di gravità, si osserva che, a regime, quando cioè la forza esterna applicata, al netto dell'attrito ($F_{e} - F_{a}$), equilibra le varie forze idrodinamiche agenti sul sottomarino, si registra una forza idrodinamica costante Fidro (la velocità si assesta su un ben preciso valore) imputabile alle sole forze di drag [12], per cui si sono ricavati i diversi coefficienti di drag (C_d) al variare del peso, in conseguenza della cui scelta si ha anche una data velocità di regime (obiettivo delle misure).

Allo scopo si è impiegata, quindi, la formula seguente: $F_{idro} = F_g - F_a = \frac{1}{2} \rho C_d A_f v^2$ [12]

Per il calcolo della sezione (A_f), si è scelto di effettuare il calcolo pixel per pixel, a partire da una scansione fotografica del disegno riportato nelle specifiche tecniche del prodotto, poi confrontato nella sua sagoma principale con una foto del modello reale (fig. 2.8).

Questo calcolo ha restituito un valore della superficie frontale esposta al flusso di 0,026m² (vedi par. 10).

Sui risultati si vedano le figg. 10.1, 10.2 e 10.3 nel paragrafo 9.



PROVA DI VELOCITA' MASSIMA

Con questa prova si è concentrata l'attenzione nel determinare quale fosse la velocità massima che il sottomarino fosse in grado di raggiungere ad una profondità di circa 0,5m sotto il pelo libero. La prova è stata condotta sempre impiegando lo stesso sistema di carrucole e di misura, facendolo funzionare al contrario, ovvero, col filo inestensibile collegato, ad una estremità, alla poppa dello scafo e l'altra estremità, riaddrizzata dal sistema di carrucole, con un anellino del peso strettamente necessario a mantenere il filo in tensione (5g). Col motore del sottomarino avanti tutta, il filo, fuoriuscendo ordinatamente dal tubo arancione (fig. 2.9), se lo trascina, consentendo, mediante le tacche a distanza nota riportate sul filo, la misura della velocità.



Visti i tempi estremamente lunghi per raggiungere la velocità di regime si è deciso di fornire una trazione iniziale al sottomarino di 1,2kg, collegando un estremo di un altro tratto di filo inestensibile alla prua del sottomarino e l'altro estremo al dinamometro caricato con quella forza, ritenuta sufficiente a vincere l'inerzia iniziale. In pratica il sottomarino tira di poppa il filo che consente di rilevarne la velocità e risulta, invece, tirato (negli istanti iniziali del moto) dalla prua con dinamometro caricato all'altra estremità della piscina mediante un secondo filo. La situazione riprodotta sperimentale può essere considerata vicina a quanto illustrato dal grafico in fig. 2.9b.

A poco meno di 3" dall'inizio della prova, si è registrata una velocità di assestamento di 0,25m/s.

Il problema, però, che si pone in questa prova è lo stesso che si è già posto nel corso delle prove idrodinamiche effettuate con i pesi da 50 e 100g, ovvero la limitata lunghezza della piscina; il valore di velocità nel corso della prova (che dura intorno ai 16" e che si estende su circa 6,2m di tragitto), infatti, sembra attestarsi sui 0,36 m/s, registrando anche dei picchi intorno a 0,4m/s, ma la mancanza di ulteriore spazio non dà possibilità di confermare che fosse effettivamente quella la velocità di regime (fig .10.4).

CONSIDERAZIONI PROVE DI RESISTENZA IDRODINAMICA NELLE DIREZIONI ORTOGONALI ALLA DIREZIONE PRINCIPALE DEL MOTO (ASSI $y \in z$)

Riguardo al comportamento idrodinamico lungo gli assi perpendicolari alla direzione principale del moto, visti i valori più alti e meno significativi previsti, si è ritenuto più opportuno quantificare i coefficienti di drag partendo da semplici considerazioni legate al suo moto lungo gli assi di interesse in normali condizioni di marcia, e se ne è dedotto quanto segue: considerato che la velocità massima registrata lungo x fosse 0,4 m/s, da osservazioni sperimentali, si può considerare una velocità massima lungo y dello stesso ordine di grandezza ma di un fattore 4 più bassa ($v_y \approx 0,1$ m/s), mentre, in prima approssimazione, si considera la superficie del profilo, proiettata lungo y, $A_f^y = 3$ A_f .

Discorso analogo e ancor più vero vale quando si osserva il moto delle pinne che impongono emersione o immersione dello scafo, a parità di potenza di propulsione rispetto al caso precedente, che evidenzia valori di velocità lungo z vistosamente più bassi. Per entrambi i casi, quindi, considerando che $A_f^y \cong A_f^z$, dal grafico in [11] si ottiene che, per un ellissoide nei rapporti lunghezza/altezza vicino a quelli ipotizzati al par.2, si avrebbe, dalla formula vista già precedentemente $F_{idro}^y = \frac{1}{2} \rho C_d^y A_f^y v_v^2$, un C_d lungo i due assi y e z così estrapolata:



Che, in corrispondenza delle velocità trasversali ipotizzate, restituisce valori dei coefficienti di drag più grandi rispetto ad x di circa un ordine di grandezza.

9 Esposizione dei criteri di interpolazione ed estrapolazione dei risultati

Il presente paragrafo si prefigge lo scopo di proporre e risolvere un modello di equazione del moto unidimensionale del Neptune durante la prova sperimentale di traino in vasca; tale modello è risolto in forma chiusa e i parametri che lo caratterizzano sono stimati partendo dai dati sperimentali. Un analisi critica dei risultati chiude il paragrafo.

E' stato detto in precedenza che, per le velocità in gioco e la forma del Neptune, il numero di Reynolds (relazionato al rapporto tra la forza d'inerzia e le forze viscose) è compreso tra 60.000 e 130.000. Siamo al di sotto della soglia di criticità , stimata intorno a 200.000 per la geometria del nostro sistema [12], quindi in regime laminare, per cui si può ipotizzare l'andamento della forza idrodinamica che si oppone all'avanzata del sommergibile nella forma:

$$F_{drag} = \frac{1}{2} \rho A C_d v^2 \tag{1}$$

Dove A è la massima sezione d'urto, o superficie esposta, ρ la densità del liquido, v la velocità e C_d il coefficiente idrodinamico; quest'ultimo dipende dalla velocità del fluido, o meglio dal numero di Reynolds ed è più alto per flussi laminari. Se si trascura, in prima approssimazione, tale dipendenza possiamo risolvere l'equazione del moto; infatti in tali ipotesi l'equazione di bilancio delle forze è la seguente:

$$m_N \dot{v}(t) = mg - \frac{1}{2}\rho A C_d v(t)^2$$

Dove m è la massa del peso, come descritto nella parte sperimentale e m_N è la massa del Neptune; g è l'accelerazione di gravità.

La soluzione dell'equazione, con la condizione iniziale v(0)=0 è la seguente:

$$v(t) = \sqrt{2gm} \frac{Tanh(\frac{\sqrt{AC_d g\rho m}}{\sqrt{2M_n}}t)}{\sqrt{AC_d \rho}}$$
(2)

Ed integrando con la condizione iniziale x(0)=0

$$x(t) = 2M_n Log \frac{Cosh(\frac{\sqrt{AC_d g\rho m}}{\sqrt{2M_n}}t)}{AC_d \rho}$$
(3)

A questo punto stimiamo il parametro C_d , coefficiente idrodinamico, mediante i dati sperimentali. I dati sono i seguenti:



Vi sono due misure ripetute, quella con il peso di 0.305 chili e 0.585 chili; notiamo che se la prima coppia è abbastanza simile la seconda no; vedremo più avanti che una delle due misure è probabilmente affetta da un errore accidentale e quindi andrebbe scartata.

Vi sono due modi di stimare i coefficienti idrodinamici del sistema; la prima consiste nel fare un best fit dei dati utilizzando come modello l'eq. (3) dalla x(t); il secondo metodo stima i coefficienti mediante l'eq. (2) del Neptune v(t) calcolandola come differenza tra le x(t) diviso l'intervallo di tempo. Ci aspettiamo che la stima eseguita sulle x(t) sia più precisa, poiché non coinvolge un operazione approssimata quale la stima della velocità, tuttavia non è scontato dato i numerosi errori sperimentali in gioco. In realtà l'unico modo corretto di procedere consiste nella stima dei coefficienti utilizzando le x(t); tuttavia poiché siamo particolarmente interessati anche alla velocità limite utilizziamo anche il secondo metodo.

Le velocità ricavate dai dati sperimentali, come descritto sopra, sono



I valori dei parametri utilizzati sono i seguenti:

Parametro	Valore
A (superficie esposta in m ²	0.037
G (acc. Di gravità in m/sec ² q)	9.8
Mn (Massa del Neptune)	8.15
ρ(densità liquido in kg/m³)	1000
Masse del peso (m in Kg)	0.1,0.305,0.305,0.585,0.585,0.67

La massa del Neptune è comprensiva dell'acqua contenuta nella vescica natatoria quasi piena, ma non dell'acqua contenuta all'interno dello scafo in immersione.

METODO 1 Stima dei parametri dagli spostamenti x(t)

Effettuando un fit dei dati sperimentali, con valori dei parametri mostrati in tabella, otteniamo i seguenti risultati:



I coefficienti di Drag, dipendenti dal peso applicato e quindi dalla velocità di avanzamento del Neptune sono i seguenti.

Vediamo anche le velocità limite in funzione del peso di traino

Notiamo che all'aumentare della velocità, i coefficienti di drag diminuiscono, come in accordo con la letteratura che vuole che ad un moto più turbolento corrispondano coefficienti di drag più bassi. Il grafico della velocità limite mostra una dipendenza quasi lineare dal peso di traino.

La tabella seguente è riassuntiva, ove abbiamo inserito anche il coefficiente di Gauss per confrontarlo con i fit successivi.

Massa del peso (Kg)	Valore coefficiente C _d	Velocità Limite (m/s)	Gauss (m/s) ²
0.1	1.41	0.19	1.07
0.305	1.18	0.37	3.94
0.305	1.21	0.36	2.71
0.45	1.09	0.47	3.11
0.585	1.03	0.55	4.81
0.585	1.27	0.585	10.28
0.67	1.10	0.67	8.10

I coefficienti di Gauss (calcolo del chi quadro diviso il numero di gradi di libertà del modello) ci consentiranno di scegliere il fit migliore mediante il test di ipotesi di Gauss (Coefficiente più basso, ovvero errore minimo tenendo conto del numero di gradi di libertà del modello).

A questo punto ripetiamo l'operazione eseguendo un fit sulle velocità ricavate.

METODO 2 Stima dei parametri dalle velocità v(t)

Effettuando un fit dei dati (velocità) sperimentali otteniamo i seguenti risultati:

I coefficienti di Drag, dipendenti dal peso applicato e quindi dalla velocità di avanzamento del Neptune sono mostrati nel grafico.

L'andamento è simile al caso precedente.

Riunendo i dati in tabella

Massa del peso (Kg)	Valore coefficiente C _d	Velocità Limite (m/s)	Gauss (m/s) ²
0.1	1.47	0.19	1.03
0.305	1.21	0.36	3.91
0.305	1.25	0.36	2.66
0.45	1.14	0.47	2.95
0.585	1.08	0.53	4.59
0.585	1.24	0.50	10.25
0.67	1.12	0.56	8.07

METODO 3 Stima dei parametri dagli spostamenti x(t) con massa aggiunta

A questo punto, ricordiamo che in determinati casi è possibile migliorare il modello con l'introduzione del cosiddetto termine di massa aggiunta; infatti in ciascuna direzione di moto il modello è caratterizzato da termini di attrito, che fanno sì che il Neptune raggiunga una velocità limite se sottoposto ad una forza costante, e da un termine di massa aggiunta, che tiene conto del fatto che quando accelera il veicolo non varia soltanto la propria velocità ma anche quella della massa d'acqua che lo circonda. In pratica l'acqua contenuta nello scafo e quella immediatamente circostante costituisce una zavorra aggiuntiva che aumenta l'inerzia dello scafo. Senza addentrarci troppo nella teoria abbiamo perciò ripetuto i due fit precedenti lasciando però libero il termine Mn, che diventa così un parametro. Otteniamo quindi i seguenti risultati:

E di conseguenza le velocità sono:

I coefficienti di Drag, dipendenti dal peso applicato e quindi dalla velocità di avanzamento del Neptune sono i seguenti.

Inoltre la massa aggiunta in funzione del peso di traino

Vediamo infine la velocità limite Vs. il peso m di traino.

L'andamento di tutti i grafici è simile ai precedenti ma sembra che il fit sia migliore; lo sapremo dal test di Gauss.

Si noti che, a parte il primo termine, entro gli errrori sperimentali, tutte le Mn stimante sono superiori alla massa inerziale del solo Neptune, come ci potevamo aspettare. La tabella riassuntiva:

		(m/s)	aggiunta (Kg)	
0.1	1.44	0.19	7.24	1.25
0.305	1.15	0.37	9.35	4.72
0.305	1.19	0.37	8.7	3.07
0.45	1.11	0.46	7.44	4.08
0.585	1.03	0.55	8.22	5.73
0.585	1.08	0.53	14.48	5.54
0.67	1.01	0.59	11.39	6.34

METODO 4 Stima dei parametri dalle velocità v(t) con massa aggiunta

Effettuando un fit dei dati sperimentali otteniamo i seguenti risultati:

I coefficienti di Drag, dipendenti dal peso applicato e quindi dalla velocità di avanzamento del Neptune sono i seguenti.

Vediamo infine la velocità limite Vs. il peso m di traino.

Notiamo che all'aumentare della velocità i coefficienti i drag diminuiscono, come in accordo con la letteratura che vuole che ad un moto più turbolento corrispondano coefficienti di drag più bassi. La tabella riassuntiva:

Massa del peso (Kg)	Valore coefficiente C _d	Velocità Limite (m/s)	Massa aggiunta (Kg)	Gauss (m/s) ²
0.1	1.48	0.19	7.24	1.23
0.305	1.18	0.37	10.10	4.60
0.305	1.16	0.37	14.01	2.08
0.45	1.08	0.47	12.96	2.28
0.585	1.01	0.55	13.87	3.6
0.585	1.01	0.55	23.64	1.99
0.67	0.97	0.67	19.73	2.38

Considerazioni finali e scelta del miglior fit

Abbiamo effettuato 4 fit dei nostri dati sperimentali. Dal test di Gauss il migliore sembra essere l'ultimo caso, ovvero fittando le velocità e con la massa aggiunta come parametro. L'andamento di tutti i parametri è da letteratura come potevamo aspettarci; infatti i coefficienti idrodinamici decrescono con la velocità del Neptune e l'andamento della velocità limite, così come la massa aggiunta, cresce con il peso di trascinamento. Da notare che, specie nell'ultimo caso, la massa aggiunta raggiunge valori simili e poi superiori a quelli della quantità di acqua che si è stimata entrare nel Neptune da considerazioni geometriche.

Vi sono due misure ripetute, quelle con i pesi di 0.305 e 0.585 Kg; mentre la prima coppia da risultati simili e può perciò essere ragionevolmente mediata, la seconda coppia possiede una misura che esula dall'andamento dei grafici: è opportuno perciò ripetere o scartare tale misura.

Ci aspettavamo che il fit sulle x(t) fosse più preciso; in effetti lo è, oltre ad essere l'unico realmente corretto. Se effettuiamo il test di Gauss calcolando gli errori non sulle velocità ma sulle x. Il motivo della discrepanza è da ricercarsi nel grosso errore che si commette calcolando la velocità come rapporto tra lo spazio ed il tempo in intervalli in cui, vista l'accelerazione, non è lecito ritenerla costante. I dati della velocità così calcolati sono da ritenersi perciò poco affidabili. Tuttavia il risultato

è valido lo stesso in quanto la differenza tra i coefficienti idrodinamici, vero interesse di questo paragrafo, calcolato con i due metodi è minimo.

11 Conclusioni e lavoro futuro

Il lavoro di caratterizzazione del sottomarino Neptune della Thunder Tiger è consistito in una sua prima descrizione geometrica, elettrica e funzionale operata fuori dall'acqua. Si è quindi passati ad una sua previsione di comportamento in acqua, mediante una serie di calcoli e di ipotesi, poi validate nel corso della conduzione delle prove.

Una misura dei coefficienti di drag, in diverse condizioni di velocità, sono stati misurati; i valori trovati sono in accordo con la letteratura o quanto ci si poteva aspettare.

Scopo centrale del lavoro è consistito, quindi, nel comprendere il comportamento a banco delle sue principali componenti costitutive (propulsore, timone, pinne) e, successivamente, nel comprendere anche il suo comportamento quando immerso a 0,5m di profondità (determinazione della spinta di propulsione, delle forze di drag a regime, nota la forza applicata, e della velocità massima che può raggiungere il sottomarino a piena potenza quando completamente immerso).

Si sono rese necessarie, quindi, una serie di prove preliminari, tese a valutare la fattibilità degli esperimenti prima e a perfezionare sempre più l'apparato sperimentale poi, in quanto propedeutiche per la buona riuscita della campagna di misure.

Si è quindi potuto constatare che, queste ultime prove possono essere effettuate semplicemente con l'approntamento dell'apparato sperimentale allestito, ovvero impiegando una comune fotocamera fissata su una guida che corre parallelamente alla caduta del peso e consente le letture centimetriche ("grossolane") del tratto in cui la velocità si porta gradualmente al valore di regime, una videocamera ad alta definizione ben fissata su un comune treppiede e opportunamente regolata per effettuare le letture millimetriche ("fini") del tratto in cui si raggiunge la velocità di regime, un proiettore collegato al PC su cui è installato un cronometro digitale che consente la regolazione della frequenza di refresh del tempo visualizzato, un filo inestensibile che collega il sottomarino al sistema di misura e, infine, un telaio immerso in acqua necessario a mantenere correttamente in tensione il filo.

I risultati finali hanno portato alla conclusione che, non solo gli esperimenti sono caratterizzati da una certa ripetibilità, ma che, per quella parte dei risultati di cui si è potuto avere un riscontro sperimentale, confermano tutte le stime fatte, mentre l'individuazione dei coefficienti di drag, tematica centrale del lavoro, ha consentito di comprendere quale forza di regime si oppone al moto del sottomarino, quando la coppia di propulsione generata dal moto dell'elica porta il mezzo a raggiungere una certa velocità. Unica nota da segnalare, l'impossibilità di effettuare una misura attendibile con pesi troppo piccoli (es. 50g => $v \cong 0,2m/s$) in quanto la forza fornita, oltre che richiedere tempi e distanze per il raggiungimento del regime notevoli, è di una entità numerica confrontabile con i disturbi inevitabilmente presenti in piscina (precario equilibrio idrostatico del mezzo aggravato dalla bassa velocità raggiunta, onde riflesse dai pannelli perimetrali non rigidi, piccole correnti sempre presenti nel fluido, ecc...).

Nei risultati riportati in coda al documento, infine, per concludere il lavoro in maniera tale da realizzare una caratterizzazione in acqua piuttosto completa, si sono quantificate anche quelle grandezze di cui non sarebbe stato semplice determinarne un valore per via sperimentale (coppia di virata, lift delle pinne, ecc...), semplicemente sfruttando le comuni conoscenze di fluidodinamica.

Il passo successivo potrebbe essere quello di adoperarsi per "accelerare" il raggiungimento della velocità di regime, passando da un apparato sperimentale caratterizzato dalla caduta libera del peso ad un apparato più complesso che preveda il trascinamento del sottomarino mediante un motore controllato in velocità il cui valore, settato a inizio esperimento, consenta di ottenere, a regime, la lettura di una data coppia costante, necessaria a determinare la forza di drag per velocità pari o inferiori al valore critico dei 0,2m/s letti nel metodo sperimentale descritto in questo rapporto.

Bibliografia

- [1] D. Zanini (2007), *Modellistica e controllo di un veicolo sottomarino autonomo*, Tesi di laurea in ingegneria informatica, Università La Sapienza, Roma, pp. 80-148, app. B
- [2] J.S. Geisbert (2007), Hydrodynamic modeling for autonomous underwater vehicles using computational and semi-empirical methods, Master thesis in ocean engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, pp. 11-19
- [3] L.B. Tuckerman (1926), *Inertia factors of ellipsoids for use in airship design* NACA Technical report 210, Bureau of Standards, pp. 3-5
- [4] A. Ross, T. I. Fossen, T.A. Johansen (2004), *Identification of underwater vehicle hydrodynamics coefficients using free decay tests*, Trondhaim, Norway, par. 1.1.2
- [5] C.E. Brennen, (1982), A review of added mass and fluid inertial forces, Department of the Navy Naval Civil Engineering Laboratory, Port Hueneme, California
- [6] D.A. Jones, D.B. Clarke, I.B. Braysha, J.L. Barillon e B. Anderson (2002), *The calculation of hydrodynamic coefficients for underwaters vehicles*, Department of Defence, Australia, pp. 7-8
- [7] P. Ridley, J. Fontan e P. Corke (2002), *Submarine Dynamic Modeling*, University of Technology/ /CSIRO, Queensland, Australia, fig. 5
- [8] T.I. Fossen (1994), Guidance and control of oceans vehicles, United Kingdom, Ed. Wiley
- [9] P.N. Joubert (2004), Some aspects of submarine design Part.1 Hydrodynamics, Department of Defence, Australia, par. 15-17
- [10] H. Schlinchting, K. Gersten (2003), Boundary Layer Theory, Germany, Ed. Springer, p. 22
- [11] Politecnico di Milano (2008), *Meccanica dei fluidi II Flusso attorno a corpi immersi*, Milano, D.I.I.A.R. Sezione di ingegneria idraulica, diap. i20
- B. Siciliano, O. Khatib (2008), Springer Handbook of Robotics, Part F, Germany, Ed. Springer
 G. Antonelli, T.I. Fossen, D.R. Yoerger, Underwater robotics, Germany, chap. 43, pp. 987-995

Edito dall' **ENEN** Unità Comunicazione Lungotevere Thaon di Revel, 76 - 00196 Roma *www.enea.it* Stampa: Tecnografico ENEA - CR Frascati Finito di stampare nel mese di gennaio 2011