



Quantificação de Incertezas nos Núcleos de Volterra de um Oscilador de Duffing

Luis Gustavo Giacon Villani, Samuel da Silva, Americo Cunha Jr

► To cite this version:

Luis Gustavo Giacon Villani, Samuel da Silva, Americo Cunha Jr. Quantificação de Incertezas nos Núcleos de Volterra de um Oscilador de Duffing. XXXVI Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC 2016), Sep 2016, Gramado, Brazil. hal-01948888

HAL Id: hal-01948888

<https://hal.science/hal-01948888>

Submitted on 9 Dec 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Copyright



Introdução

- Sistemas mecânicos podem apresentar comportamento não linear (tipo de material, geometria, junções, etc). Este comportamento deve ser considerado nos modelos de predição
- Os parâmetros dos sistema estão sujeitos a uma série de variabilidades e tais incertezas devem ser consideradas na predição da resposta dos mesmos;

Séries de Volterra

As séries de Volterra são descritas por:

$$y(t) = \sum_{\eta=1}^{+\infty} \int_{\mathbb{R}^{\eta}} h_{\eta}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{\eta}) \prod_{i=1}^{\eta} u(t - \tau_i) d\tau_i = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) + \dots \quad (1)$$

As contribuições linear e não lineares podem ser obtidas:

$$y_1(t) = \int_{\mathbb{R}^1} h_1(\tau_1) u(t - \tau_1) d\tau_1 \quad (2)$$

$$y_2(t) = \int_{\mathbb{R}^2} h_2(\tau_1, \tau_2) u(t - \tau_1) u(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (3)$$

$$y_3(t) = \int_{\mathbb{R}^3} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) u(t - \tau_1) u(t - \tau_2) u(t - \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \quad (4)$$

Com a transformada de Fourier multidimensional, considerando excitação harmônica simples, pode-se obter expressões para os núcleos de alta ordem:

$$\mathcal{H}_{\eta}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{\eta}) = \int_{\mathbb{R}^{\eta}} h_{\eta}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{\eta}) \prod_{i=1}^{\eta} e^{-j\omega_i \tau_i} d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_{\eta} \quad (5)$$

Oscilador de Duffing

Assumindo o fator de amortecimento como uma variável aleatória o oscilador de Duffing pode ser descrito por:

$$m \ddot{y}(t, \theta) + c(\theta) \dot{y}(t, \theta) + k_1 y(t, \theta) + k_3 y(t, \theta)^3 = u(t) \quad (6)$$

Onde a função *gamma* foi escolhida para aproximar a distribuição de $c(\theta)$, seguindo o método da máxima entropia:

$$p_{\mathbb{E}}(e) = 1_{(0, \infty)} \frac{1}{\mu_{\mathbb{C}}} \left(\frac{1}{\delta_{\mathbb{C}}^2} \right)^{\left(\frac{1}{\delta_{\mathbb{C}}^2} \right)} \frac{1}{\Gamma(1/\delta_{\mathbb{C}}^2)} \left(\frac{e}{\mu_{\mathbb{C}}} \right)^{\left(\frac{1}{\delta_{\mathbb{C}}^2} - 1 \right)} \exp \left(- \frac{e}{\delta_{\mathbb{C}}^2 \mu_{\mathbb{C}}} \right) \quad (7)$$

Considerando $\mathcal{H}(j\pm) = \mathcal{H}(\pm)$ e $u(t) = A \cos(\omega t) = \frac{A}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})$, pode-se obter a resposta para o sistema:

$$y_1(t, \theta) = \frac{A}{2} \mathbb{H}_1(\omega, \theta) e^{j\omega t} + \frac{A}{2} \mathbb{H}_1(-\omega, \theta) e^{-j\omega t} \quad (8)$$

$$y_3(t, \theta) = \frac{A^3}{8} \mathbb{H}_3(\omega, \omega, \omega, \theta) e^{3j\omega t} + \frac{3A^3}{8} \mathbb{H}_3(\omega, \omega, -\omega, \theta) e^{j\omega t} + \frac{3A^3}{8} \mathbb{H}_3(\omega, -\omega, -\omega, \theta) e^{j\omega t} + \frac{A^3}{8} \mathbb{H}_3(-\omega, -\omega, -\omega, \theta) e^{-3j\omega t} \quad (9)$$

Finalmente, os núcleos podem ser obtidos:

$$\mathbb{H}_1(\omega, \theta) = \frac{1}{k_1 + j c(\theta) \omega - m \omega^2} \quad (10)$$

$$\mathbb{H}_3(\omega, \omega, \omega, \theta) = -k_3 \mathbb{H}_1(\omega, \theta)^3 \mathbb{H}_1(3\omega, \theta) \quad (11)$$

Tabela 1: Parâmetros utilizados nas simulações.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
m [kg]	1	k_1 [N/m]	1×10^4
k_3 [N/m ³]	1×10^9	A [N]	1
$\mu_{\mathbb{C}}$ [Ns/m]	10	$\delta_{\mathbb{C}}$	0.05
ω_n [Hz]	15.91	F_s [Hz]	1024

Results 1

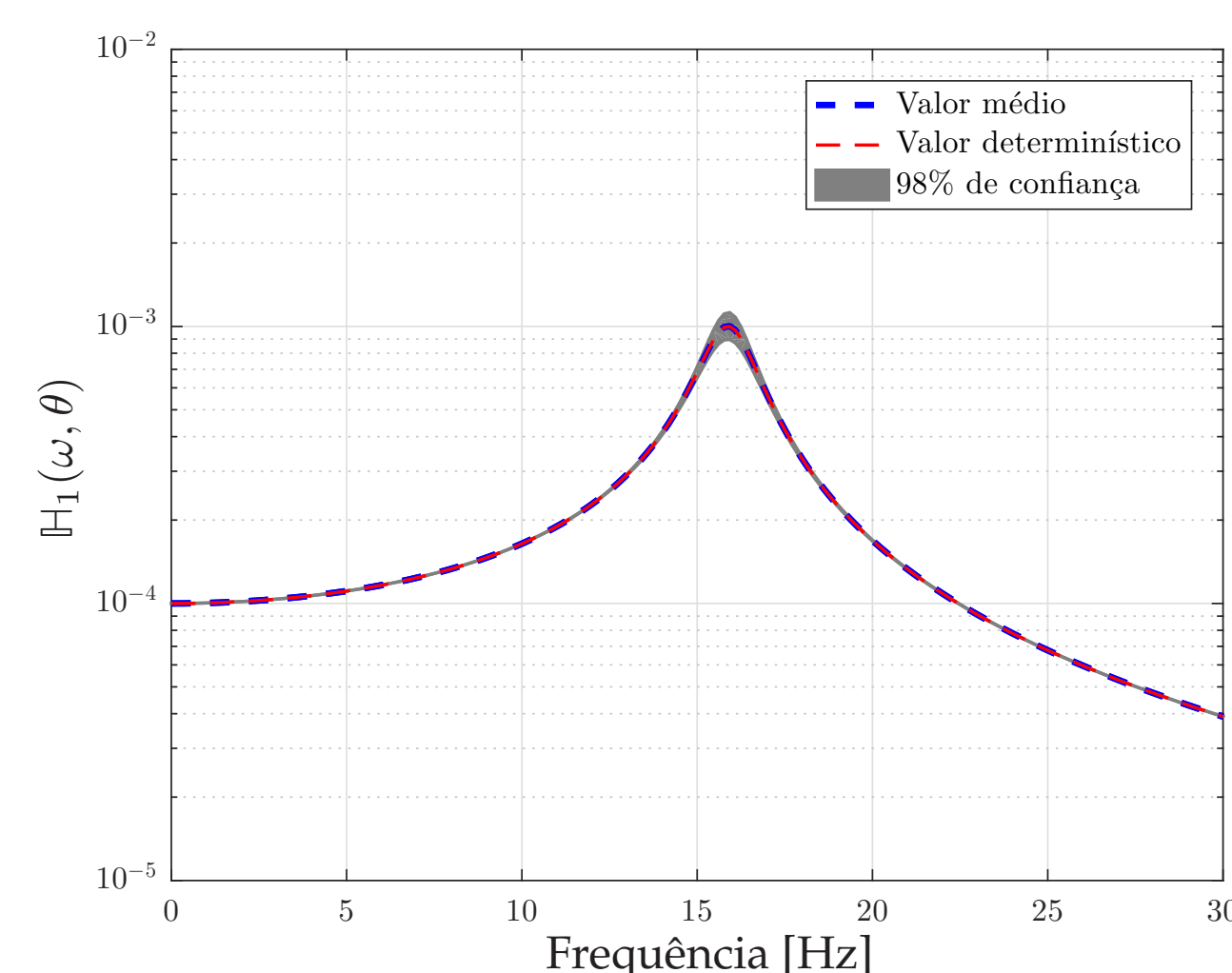


Figura 1: Primeiro núcleo.

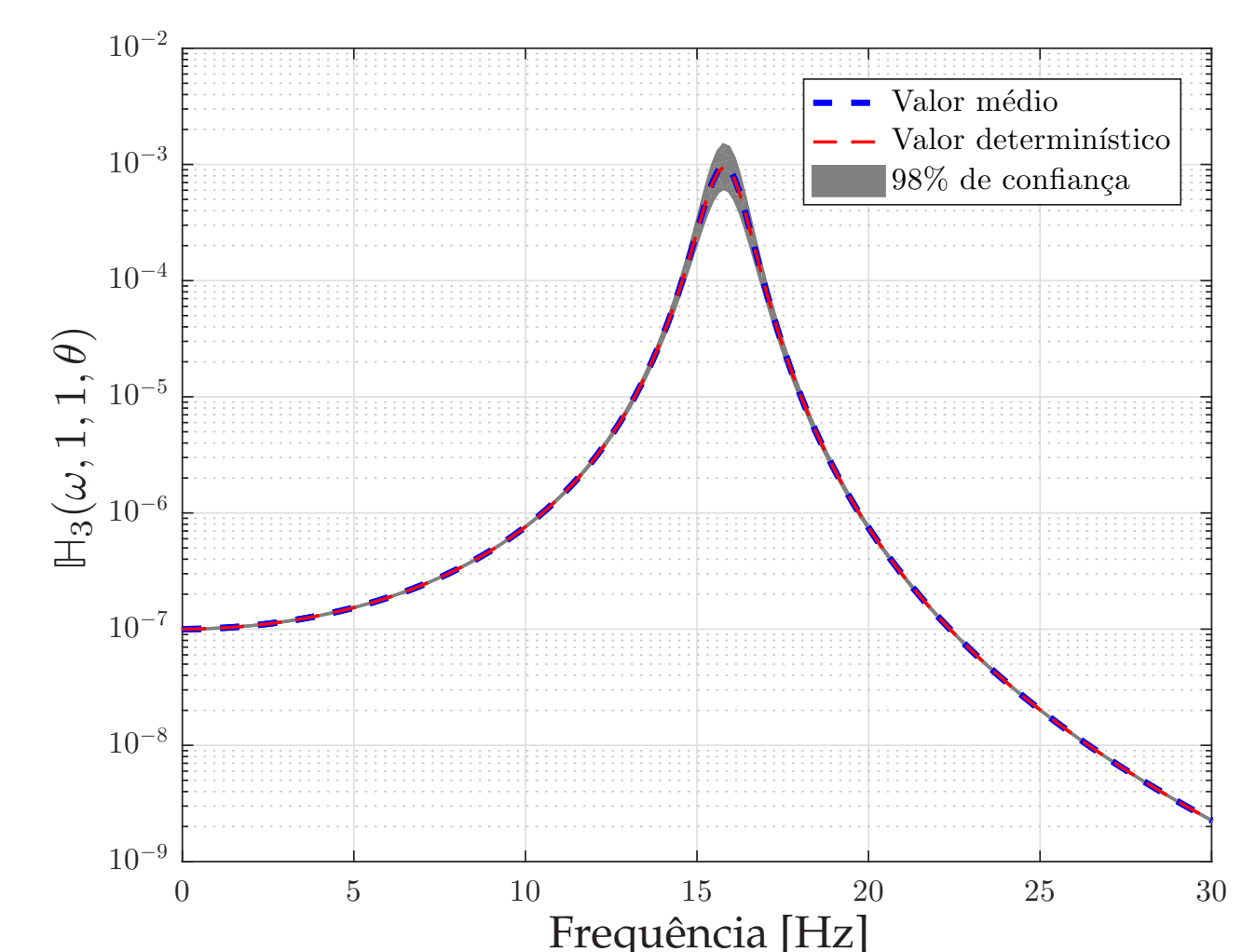


Figura 2: Terceiro núcleo.

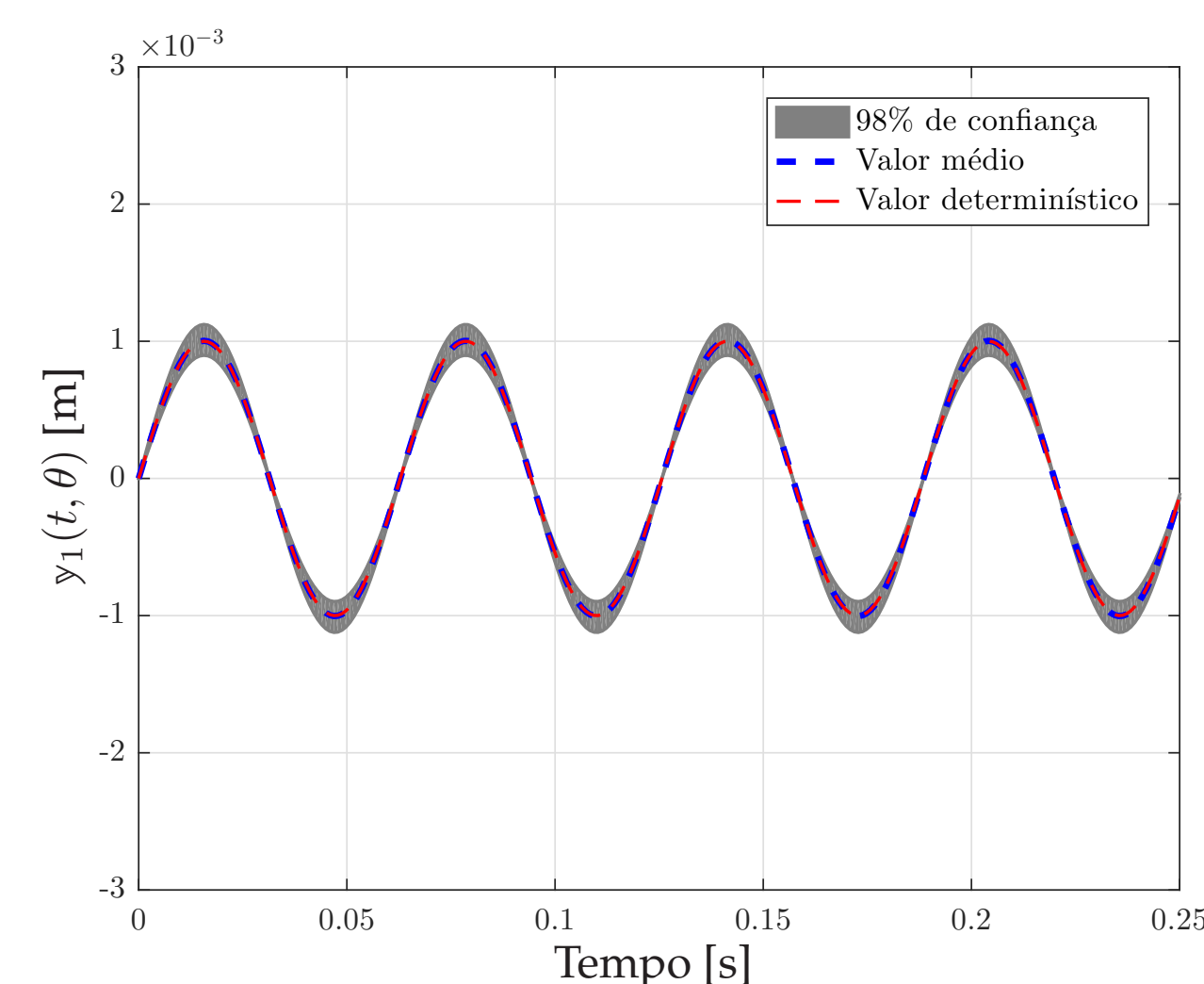


Figura 3: Contribuição ao linear.

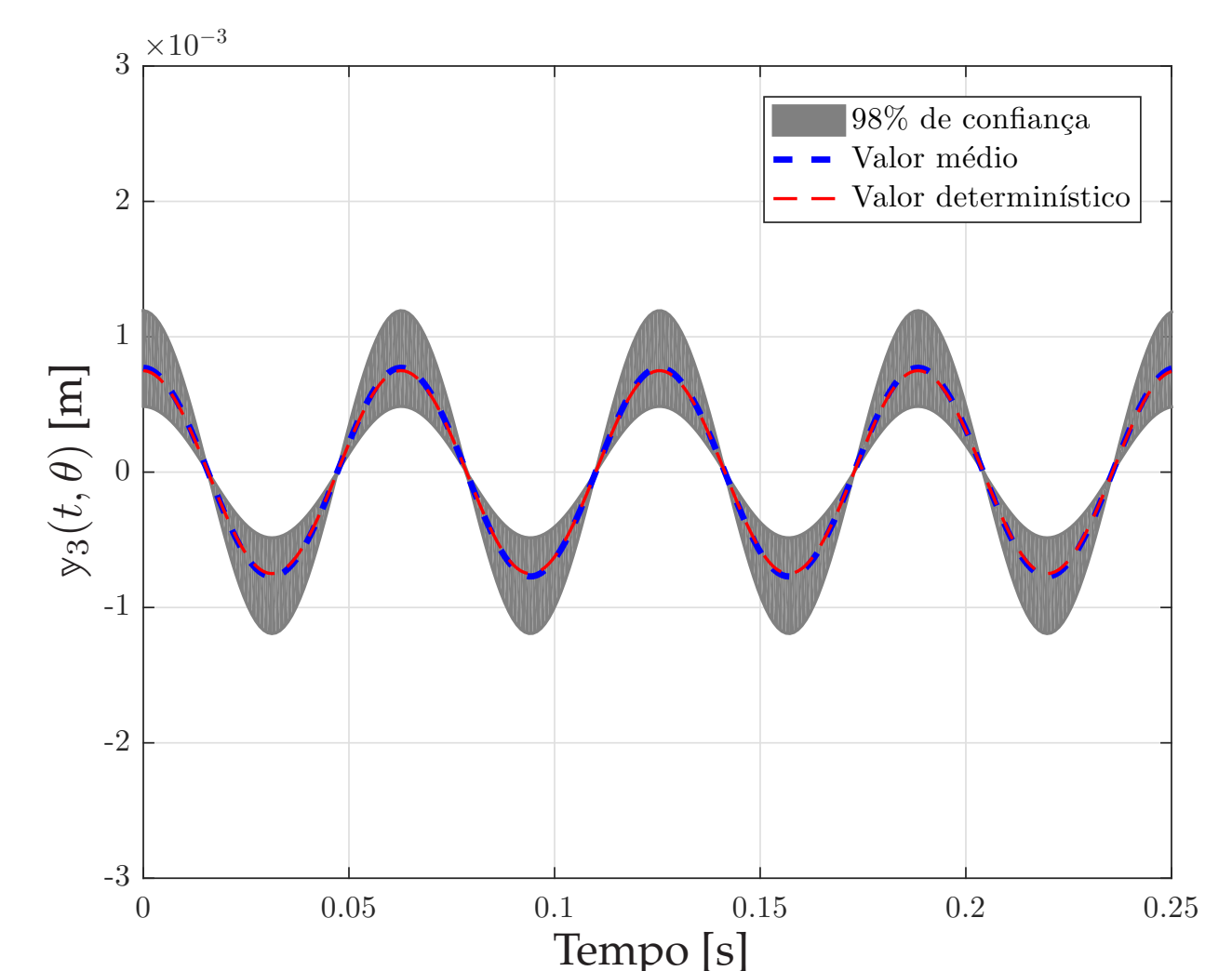


Figura 4: Contribuição ao cúbica.

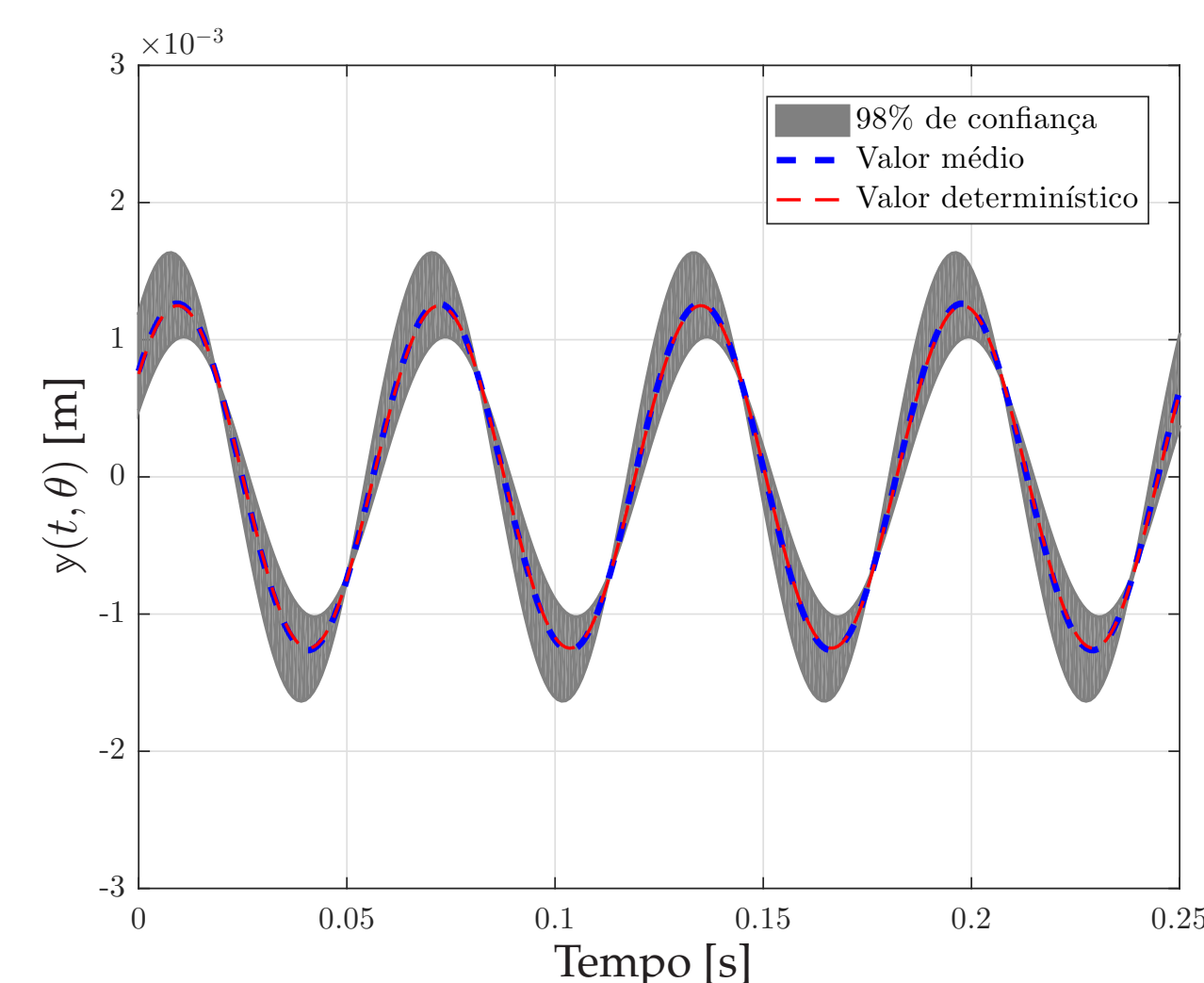


Figura 5: Resposta total.

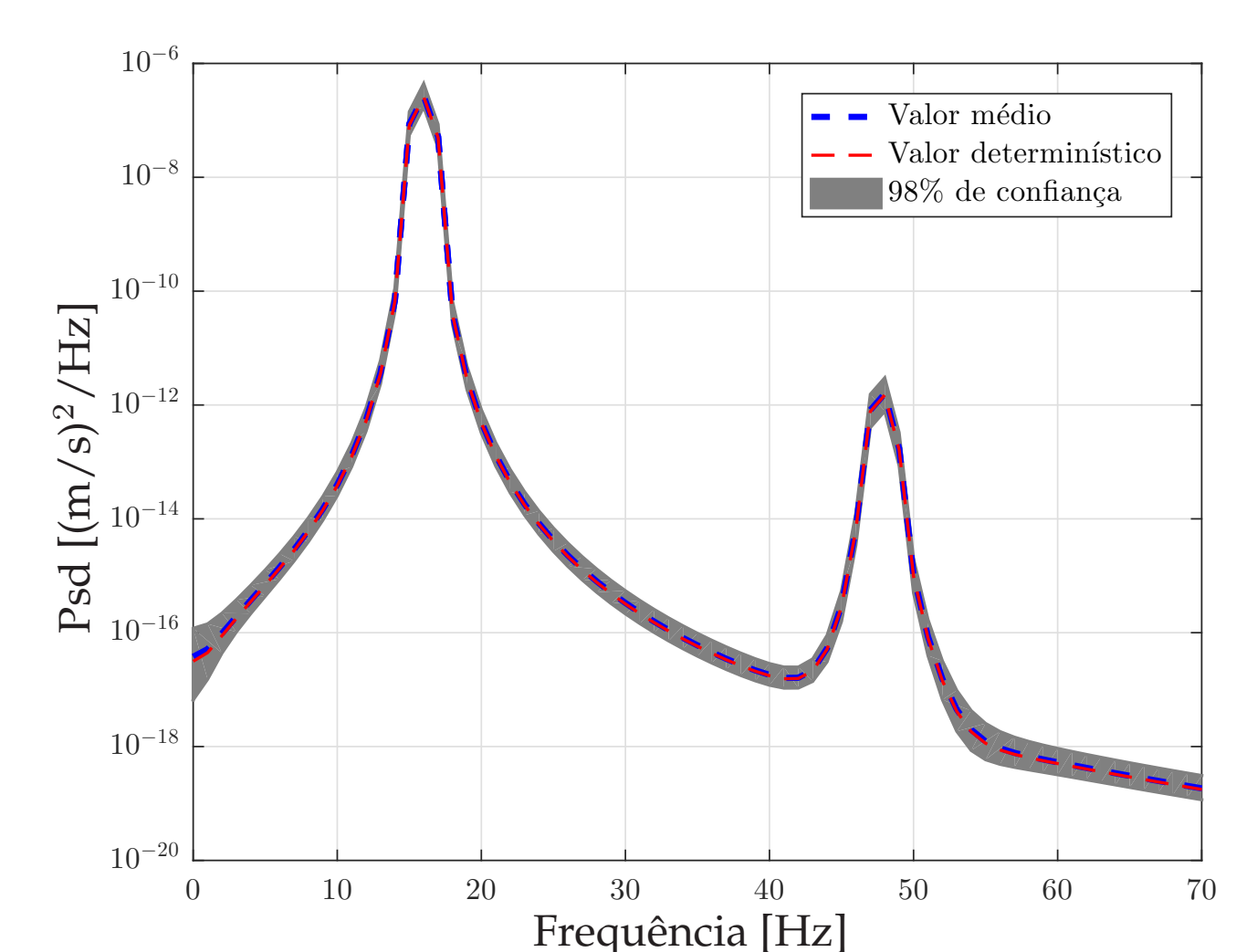


Figura 6: Psd da resposta total.

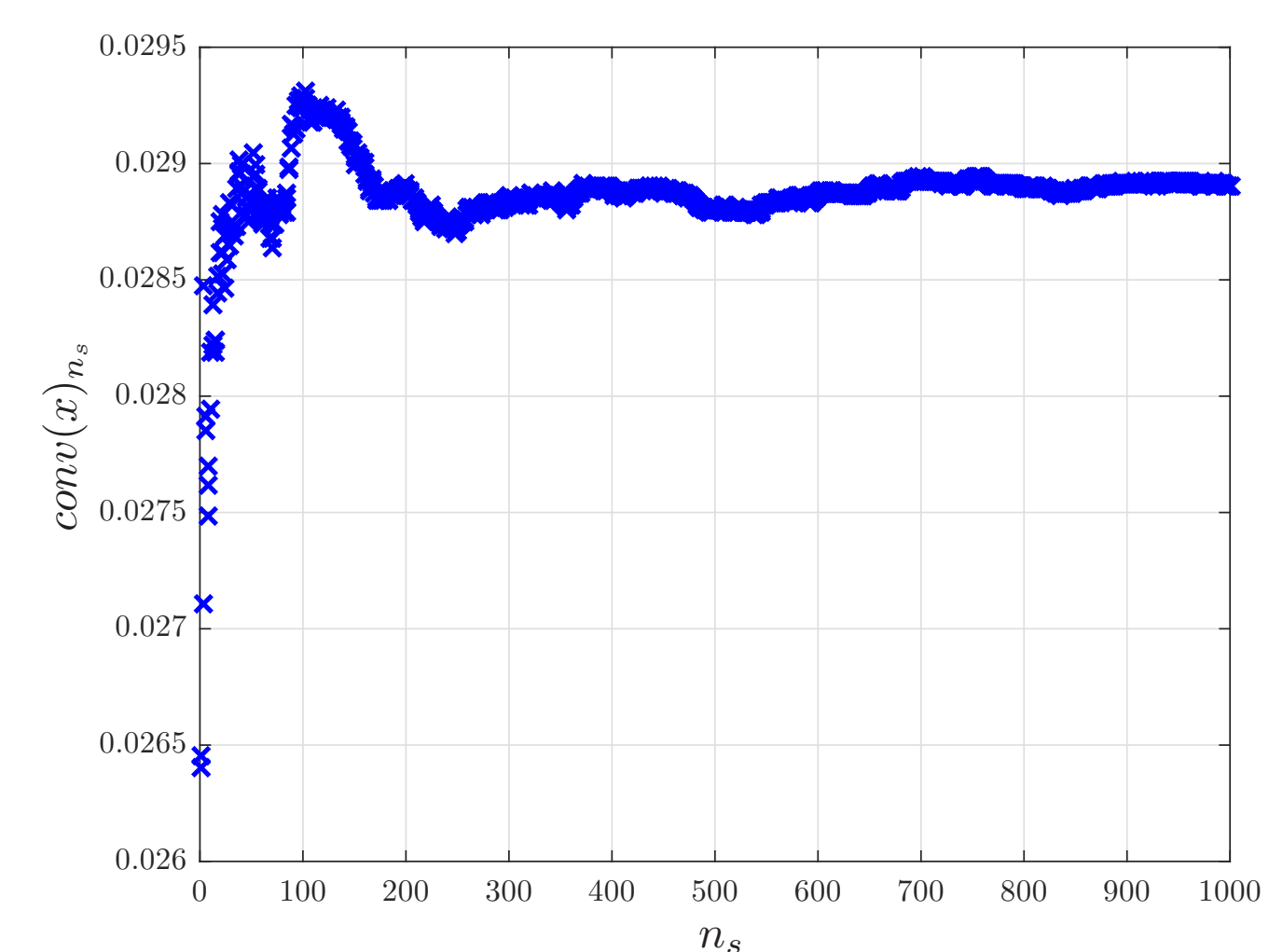


Figura 7: Teste de convergência.

Conclusão

Conclui-se que a presença de incertezas no coeficiente de amortecimento do oscilador de Duffing torna os núcleos também incertos e consequentemente faz com que a resposta obtida pelo modelo varie muito.

Agradecimentos