



**HAL**  
open science

## Sur la théorie tourbillonnaire du profil portant en régime non stationnaire

Jean Jacques Moreau

► **To cite this version:**

Jean Jacques Moreau. Sur la théorie tourbillonnaire du profil portant en régime non stationnaire. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. Série IV, Physique, Astronomie, 1952, 235, pp.695-697. hal-01947846

**HAL Id: hal-01947846**

**<https://hal.science/hal-01947846>**

Submitted on 7 Dec 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la théorie tourbillonnaire du profil portant en régime non stationnaire.* Note (\*) de M. JEAN-JACQUES MOREAU, présentée par M. Joseph Pérès.

Dans une théorie linéarisée du profil mince en régime non stationnaire, Birnbaum et ses successeurs invoquent une répartition tourbillonnaire curviligne équivalente. Les charges tourbillonnaires sont dissociées en deux sortes, susceptibles de conversion mutuelle : les *tourbillons liés*, attachés au profil et les *tourbillons libres*, emportés par le fluide. Les expressions fournies par la théorie linéarisée pour le calcul des efforts sur le profil équivalent alors à une application locale de la règle de Joukowski aux tourbillons liés.

Nous montrons que ce résultat est rigoureux et général, pour un fluide parfait incompressible, même sans potentiel des vitesses. On découvre alors toutefois le caractère arbitraire de cette dissociation de la couche de glissement en éléments tourbillonnaires de deux sortes et un point de vue plus simple vient s'imposer naturellement.

Soit  $C$  une *ligne de discontinuité contrainte*, c'est-à-dire séparant deux portions  $D'$  et  $D''$  de fluide à des pressions différentes, évoluant de manière quelconque. Soit

$$\zeta = \frac{1}{2} (u'_T - u''_T)$$

la densité linéaire de la répartition tourbillonnaire équivalente. Nos études sur les discontinuités libres (\*) ont imposé comme vitesse conventionnelle dans la couche de glissement, la *vitesse médiane*

$$\vec{u}^M = \frac{1}{2} (\vec{u}' + \vec{u}'')$$

Un calcul de cinématique donne, pour la discontinuité tangentielle d'accélération,

$$(1) \quad J'_T - J''_T = 2 \left( \frac{D_M}{Dt} \zeta + \lambda_M \zeta \right),$$

où  $\lambda_M$  est la dilatation linéaire de la *couche médiane*  $C_M$ . On note  $D^M/Dt$  une dérivée prise en suivant un élément de cette couche.

L'annulation de  $J'_T - J''_T$  (cas de la discontinuité libre) exprime ainsi que la *charge tourbillonnaire* de tout arc entraîné dans le mouvement de la couche  $C_M$  reste invariante au cours du temps.

Dans le cas général on peut concevoir comme suit une *bipartition des charges* entre deux couches différentes, par exemple  $C_M$  et une autre couche de référence  $C_R$ , glissant sur  $C$  : On décompose  $\zeta$  en deux termes  $\zeta_M$  et  $\zeta_R$  de telle

---

(\*) Séance du 16 juin 1952.

sorte que la dérivée par rapport au temps de la charge totale d'un arc  $A_R B_R$ , lié à  $C_R$ ,

$$\frac{d}{dt} \int_{A_R}^{B_R} \zeta ds = \int_{A_R}^{B_R} \left( \frac{D^R}{Dt} \zeta + \lambda_R \zeta \right) ds$$

dépende uniquement du mouvement des charges de densité  $\zeta_M$ , dites liées à  $C_M$ , qui franchissent les bornes  $A_R$  et  $B_R$ , selon le bilan

$$- [\zeta_M (u_T^M - u_T^R)].$$

Cela donne la condition locale

$$\frac{D^R}{Dt} \zeta + \lambda_R \zeta + \frac{\partial}{\partial s} [\zeta_M (u_T^M - u_T^R)] = 0,$$

d'ailleurs symétrique en R et M, car les deux couches jouent des rôles réciproques. La relation (1) devient alors

$$J_T' - J_T'' = -2 \frac{\partial}{\partial s} [\zeta_R (u_T^R - u_T^M)],$$

d'où, en tenant compte de l'équation de l'hydrodynamique et en intégrant par rapport à  $s$ ,

$$p' - p'' = 2\rho \zeta_R (u_T^R - u_T^M) + K(t).$$

Dans le cas d'une aile, la considération du bord d'attaque fournit  $K$  nul et la force subie par un élément  $ds$  de  $C$  s'écrit

$$(2) \quad df = 2\rho \zeta_R (u_T^R - u_T^M) ds = \rho (u_T^R - u_T^M) d\Gamma_R,$$

ce qui est bien un aspect local de la formule de Joukowski.

Le choix des vitesses de  $u_T^R$  des éléments de  $C_R$  est complètement arbitraire. On pourra prendre  $u_T^R$  nul (couche en déplacement normal). Dans le cas particulier où  $C$  est indéformable, on pourra encore définir  $C_R$  comme géométriquement liée à  $C$  (cela nous ramène au point de vue de Birnbaum). Mais dans tous les cas il paraît plus simple de déterminer  $C_R$  de manière que  $\zeta_M$  soit nul, c'est-à-dire

$$\frac{D^R}{Dt} \zeta + \lambda_R \zeta = 0,$$

d'où  $u_T^R$  à une constante d'intégration près (fixée au bord d'attaque).  $C_R$  est alors une couche transportant les charges tourbillonnaires conservativement : elle définit le mouvement propre des tourbillons. La parenthèse de la formule (2) représente à ce moment la vitesse de déplacement relatif des tourbillons par rapport à la couche médiane, vitesse nulle dans une discontinuité libre.

Un profil épais peut être remplacé par un domaine fluide enclos dans une ligne de discontinuité contrainte. Noter toutefois que le mouvement en bloc du fluide intérieur ne peut se concevoir que si la rotation du profil est nulle ou uniforme. On pourra également construire dans le même esprit que ci-dessus, une théorie tourbillonnaire du glissement sur une paroi solide.