



HAL
open science

Réseaux, topologie et dimension fractale

Serge Thibault, Anne Marchand

► **To cite this version:**

| Serge Thibault, Anne Marchand. Réseaux, topologie et dimension fractale. 2018. hal-01941437

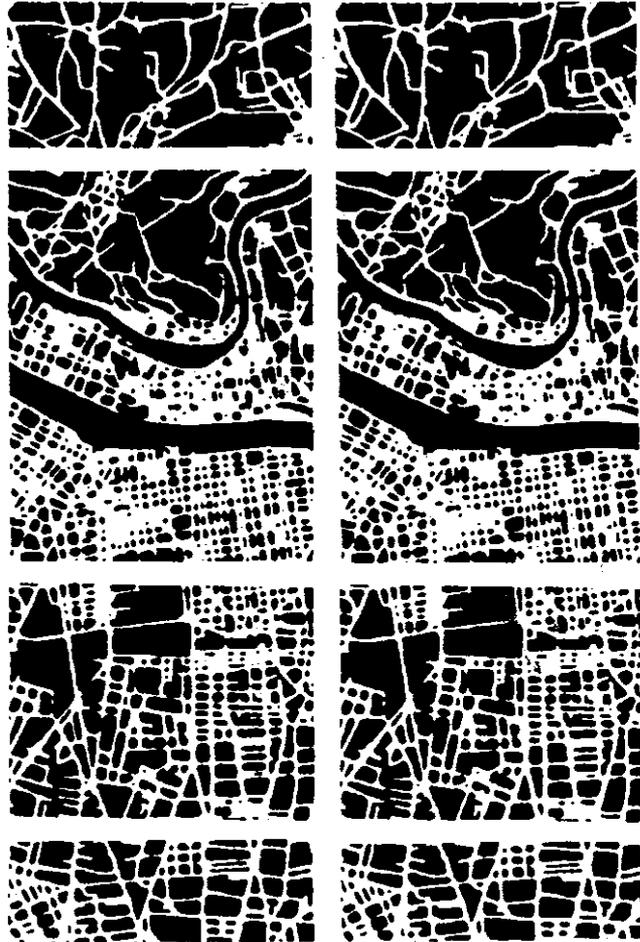
HAL Id: hal-01941437

<https://hal.science/hal-01941437v1>

Preprint submitted on 1 Dec 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



RESEAUX TOPOLOGIE et DIMENSION FRACTALE

Serge THIBAUT - Anne MARCHAND
1987

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON
20. avenue Albert Einstein 69621 Villeurbanne cedex
Tél 78 94 81 12
Telex INSALYN 380 850

LABORATOIRE METHODES- Départ. G.C.U.- (tél 78 94 82 09)

Lettre à Gabriel Dupuy	2
AVANT PROPOS	5
I RESEAUX URBAINS	6
II MORPHOLOGIE SPATIALE	6
III UN MODELE MORPHOLOGIQUE	6
IV TOPOLOGIE ET RESEAUX	9
IV.1 STRUCTURE ALGÈBRIQUE	9
IV.2 TOPOLOGIE MÉTRIQUE	10
V EXEMPLES DE TRAITEMENTS	11
V- 1 ANISOTROPIE DU RESEAU ROUTIER DE LA COURLY	12
V 2 ETUDE DE LA MORPHOLOGIE DE QUELQUES RESEAUX SUR QUELQUES SITES	14
V 3 RÉSULTATS : DIMENSIONS, ANGLES DES RÉSEAUX DE TRANSPORT EN COMMUN ET D'ASSAINISSEMENT RAPPORTÉS AU RÉSEAU DE VOIRIE	17
Annexe : Estimation de la dimension fractale d'un réseau	18

Lettre à Gabriel Dupuy¹

Cher Gabriel

Tu trouveras ci-joint ce que je crois être le texte que tu évoques. C'est un texte assez court que j'ai remis en forme pour cet envoi. Par rapport à l'original, les seuls ajouts sont les quelques notes de bas de page et l'annexe qui n'existaient pas dans le premier document de 1987. Je ne sais plus comment il a été diffusé et sa relecture me conduit à reconnaître qu'il présente des imperfections.

Quoiqu'il en soit, son contenu correspond à un travail que j'avais développé avec l'aide d'une étudiante en DEA ou en dernière année de formation d'ingénieur, Anne Marchand.

Je ne sais plus quel a été le « déclencheur » de cette courte recherche ? Peut être une simple idée de comparaison entre réseaux utilisant un même « espace » support, l'espace correspondant à la voirie qui définit une bonne part de l'espace public.

J'avais déjà terminé mes recherches portant sur la dimension fractale des réseaux d'assainissement puisque j'ai soutenu ma thèse d'Etat en 1987 et que ce texte a été rédigé la même année. Il s'appuie sur quelques résultats qui figurent dans le doctorat. Mais ce petit travail a été fait après et n'apparaît pas dans le doctorat qui ne traitait que d'assainissement.

L'idée de comparer des emprises de réseaux est une poursuite de ce doctorat puisque le déploiement spatial d'un réseau d'assainissement de dimension D , établi à partir de son exutoire, est bien représenté par la fonction $L(R)=aR^D$, R variant de 0 à R_{max} , c'est-à-dire la longueur du plus long chemin de drainage à partir du point pris comme origine. $L(R)$ est la longueur totale du réseau jusqu'à la distance R de l'origine, « rayon » mesuré sur le réseau. J'avais donc une fonction qui permettait de représenter l'emprise spatiale d'un réseau. C'est à partir de l'existence de cette fonction que j'ai pensé à l'utiliser pour comparer l'emprise de quelques réseaux techniques ayant un même espace de référence, c'est-à-dire sur un même morceau de ville.

Enseignant à l'INSA de Lyon la topologie, les espaces métriques, etc., (et aimant bien cette partie des mathématiques), je connaissais les espaces préhilbertiens, c'est-à-dire les espaces vectoriels munis d'un produit scalaire. Et le produit scalaire m'apparaissait comme un bon moyen pour comparer deux réseaux si l'on peut admettre que ce sont des vecteurs. Avec le produit scalaire, on peut obtenir « l'angle » que font deux formes, entre colinéaire et perpendiculaire, colinéaire, pareilles, perpendiculaire, très différentes.

La seule difficulté et grosse approximation revient à dire que les réseaux munis de la fonction $L(R)=a \cdot R^D$ sont des vecteurs : la « somme » de deux réseaux est un réseau, le « produit » d'un réseau par un nombre est un réseau, le réseau étant représenté par la fonction précédente. Pour utiliser raisonnablement le produit scalaire, il faut un espace de vecteurs !

A partir de cela, on comprend que ce court texte est structuré en trois parties principales.

La III explique la fonction $L(R)=a \cdot R^D$

La IV « construit » l'espace vectoriel et définit le produit scalaire

¹ Cette lettre est liée à l'échange que nous avons entretenu à l'occasion de la réalisation par Gabriel Dupuy de l'ouvrage édité en 2017 par ECONOMICA, intitulé VILLES, RESEAUX, ET TRANSPORT (ISBN 978-2-7178-6944-6)

Puis arrive la partie traitement. Elle commence par une étude (oh combien sommaire) de la variation de la dimension fractale d'un réseau donc du caractère bien local pour les réseaux techniques urbains d'un invariant d'échelle. Ce n'est qu'une courte page ! Mais peut être l'une des toutes premières sur ce sujet. Mais c'est véritablement un peu court.

Puis il y a après la comparaison entre les emprises de trois réseaux, voiries (le réseau de référence), assainissement et transport en commun. Ces comparaisons ont été faites sur trois « quartiers » de l'agglomération de Lyon.

Cela donne les résultats en fin de document avec θ , « l'angle » entre deux réseaux définis de façon fort simple à partir de leur dimension fractale respective, Δ qui est en fait simplement un rapport de longueurs entre les deux réseaux considérés².

Tout cela est assez simple. Le point le plus critiquable est d'avoir absolument voulu mettre en place du point de vue mathématique un espace vectoriel.

Cette explication doit répondre en partie à tes interrogations. En fait je n'y connaissais rien véritablement en matière de transport. J'ai pris ce réseau comme un moyen d'illustrer la comparaison que je voulais mettre en place sur l'emprise de réseaux utilisant un même support, un même « fond ». Je dirai que ce travail vient de ce que j'avais obtenu en hydrologie urbaine (la fractalité des réseaux d'assainissement) et ma connaissance des espaces préhilbertiens en mathématiques. D'une certaine façon, l'emprise des réseaux de transport en commun n'était qu'un objet d'application.

Il s'agissait bien de prolonger l'approche fractale plus qu'autre chose :

- Avec le caractère bien local du principe d'invariance structurelle chère à la géométrie fractale (D varie en fonction de l'éloignement, ce qui renvoie à quelque chose de bien commun en matière de morphologie urbaine, si le pas de mesure est maintenu constant (alors qu'il peut varier et être adapté au milieu (la ville pédestre/la ville voiture)).
- Comparer de façon peut être peu habituelle à cette époque des emprises de réseaux, grâce à ce qui avait été élaboré en hydrologie urbaine.

Bien à toi.

Serge

2016

Cette lettre aurait pu ou du contenir les éléments suivants portant sur la critique du document qui suit.

Son premier intérêt réside dans le travail d'évaluation de la dimension fractale du réseau des principales routes de l'agglomération du centre vers la périphérie quand le rayon d'exploration augmente (voir figures 6, 7 et 8). D varie, généralement en décroissant, sauf dans le secteur nord, réduit en son départ à peu de voiries principales pour être maillé par la suite. La décroissance de D

² Malheureusement je ne possède plus les données et les traitements qui ont servi à rédiger le rapport de recherche.

est moindre dans le secteur Est avec l'hypothèse du CD 300, réalisé aujourd'hui et correspondant au second périphérique Est de l'agglomération. Cette variation traduit la multifractalité de ce réseau.

La critique de la partie dédiée à la construction d'un espace vectoriel, visant à comparer les réseaux n'est pas suffisamment développée.

Multifractal, le dimensionnement d'un réseau effectué par l'étude de la distribution $(R, L(R))$, avec $L(R)$ longueur totale du réseau inclus dans une boule de rayon R mesurée à partir d'une origine et donc relative à la position de cette origine, permet de définir les parties de ce réseau qui sont homogènes morphologiquement, comme si elles étaient organisées de façon sous-jacente par un principe d'autosimilarité statistique. Sur un réseau ou un ensemble de réseaux connectés, nous sommes partis de l'idée que cet ensemble de réseaux morphologiquement homogènes vis-à-vis de la géométrie fractale, pouvaient constituer un espace vectoriel, chacun d'eux étant un vecteur. Cette structure permet d'introduire un produit scalaire et une norme ouvrant à la comparaison.

Nous aurions dû préciser que la condition de vectorialité d'un ensemble de réseaux est qu'il soit tout d'abord une communauté. Nous entendons par communauté un ensemble dont toutes les parties ont une partie commune, le centre de l'ensemble³. Ce Centre commun à tous les réseaux de l'ensemble permet d'associer deux quelconques des réseaux de l'ensemble, une association qui donne bien un réseau. Nous entendons par réseau, un ensemble topologiquement connexe.

La faiblesse de notre approche est liée à la quasi-absence de validations empiriques permettant de valider cette hypothèse d'une possible vectorialité de l'ensemble au titre de leur fractalité. Peut-on affirmer que deux sous réseaux fractals (homogènes morphologiquement) connectés, forment un réseau lui-même suffisamment homogène morphologiquement pour faire partie de l'espace vectoriel ? Bien que l'étude de la distribution $(R, L(R))$ soit b logarithmique, avec des écarts par rapport à une distribution linéaires affaiblis, cette homogénéité n'est en rien certaine, du moins à un moment t comme l'illustre l'annexe du document.

Quoiqu'il en soit, cette hypothèse d'association est heuristiquement intéressante. Par exemple, pour les trois réseaux que nous avons considérés, voirie, transport en commun et assainissement, considérer qu'ils sont possiblement des parties d'un réseau de réseaux n'est pas intéressant dès lors que l'on prend en compte des facteurs qui nous amènent à considérer les relations entre ces réseaux ; il en est ainsi lorsque l'on étudie les risques majeurs de dysfonctionnement du milieu urbain liés à des évènements plus ou moins exceptionnels, crues, pluie, etc.

Enfin l'annexe qui porte sur l'illustration du calcul de la dimension fractale d'une partie du réseau d'assainissement de la commune de Vaulx-en-Velin montre que cette partie n'est pas convenablement représentée par un modèle fractal ; pour améliorer cette modélisation, elle doit être décomposée en sous-réseaux plus homogènes morphologiquement. On en infère que la fractalité n'est pas une donnée mais un construit de modélisation, du moins pour les objets que nous avons traités.

³ Thibault Serge "Prétopologie et espaces habités.", *EspacesTemps.net*, Travaux, 06.09.2017
<https://www.espacestemp.net/articles/pretopologie-espaces-habites/>

AVANT PROPOS

Nous avons développé, pour la modélisation en assainissement pluvial, un modèle de morphologie spatiale de réseaux qui repose sur l'utilisation du concept de dimension fractale. Les réseaux ne sont pas des objets purement fractals au sens de Mandelbrot. Mais ce modèle théorique permet de quantifier correctement les structures de réseaux urbains. Du point de vue spatial, un réseau est quantifié par sa dimension, la longueur moyenne de la liaison entre deux nœuds (consécutifs) et le nombre de figures en parallèles⁴

Si pour l'assainissement pluvial ce modèle morphologique nous a introduit à la fonctionnalité du réseau, justifiant par là même le bien-fondé de la démarche, le problème posé est de savoir s'il est justifié d'utiliser ce modèle pour d'autres réseaux urbains et s'il est justifié d'utiliser cette quantification pour établir une topologie des réseaux.

Le texte qui suit présente le modèle morphologique et un début de développement d'une topologie algébrique. La réponse à la validité n'est pas abordée. C'est à partir des quelques exemples d'utilisation et une discussion sur la pertinence de la démarche que nous concevons le développement ou la réorientation de cette recherche.

⁴ au point pris comme origine de la mesure présentée ci-après

I RESEAUX URBAINS

"Les réseaux techniques urbains mettent en relation physique et en rapport social les éléments localisés du système urbain" - Claude Martinand⁵

Le milieu urbain est un système organisé par des systèmes relationnels qui structurellement peuvent posséder un réseau physique, intitulé couramment réseaux techniques urbains. Le réseau de voiries est historiquement le premier réseau d'échange entre les éléments localisés du système urbain. Il devient donc espace public autour duquel sont distribués les espaces privés. Du fait de cette nature publique du réseau de voiries, par la suite tous les systèmes qu'ils soient liés à l'échange, l'évacuation, la distribution, vont être localisés sur ou sous cet espace public premier. Le réseau de voirie est donc le référentiel spatial quant à la distribution des réseaux techniques dans le système urbain.

A partir de cette définition, nous nous proposons de caractériser quantitativement la distribution des réseaux.

II MORPHOLOGIE SPATIALE

Les réseaux techniques peuvent être caractérisés par trois pôles (2),

- . Pôle fonctionnel : ce que fait le réseau
- . Pôle descriptif : ce qu'est le réseau
- . Pôle évolutionnel : ce que devient le réseau.

Pour les deux premiers de ces trois pôles, le réseau peut être conçu en termes de morphologie en distinguant la morphologie spatiale de la morphologie fonctionnelle.

La première s'attache à définir ce qu'est spatialement l'objet ; un modèle de morphologie spatiale doit rendre compte du développé et du mode de développé d'un réseau. Il ne s'agit donc que de représenter l'emprise spatiale d'un réseau.

Comme un réseau est avant tout un système support de flux, on pourrait imaginer d'élaborer un modèle morphologique qui soit fondé sur la fonctionnalité de l'objet et non pas uniquement sur sa distribution spatiale.

Ainsi pour un réseau de transport en commun par exemple, sa morphologie peut être défini à partir d'une variable temporelle par rapport à laquelle sont définies les distances.

Comme chacun des réseaux a une fonctionnalité bien particulière, il n'est guère possible de comparer entre eux les réseaux d'un même site par ce biais.

En revanche, la dimension spatiale étant commune à chacun des réseaux, un site peut être caractérisé par la distribution comparative de ces réseaux.

III UN MODELE MORPHOLOGIQUE

⁵ Martinand (Claude), le Génie urbain, (rapport au ministre de l'Equipement, du Logement, de l'Aménagement du territoire et des Transports), Paris : la Documentation française, 1986, 304 p

Notre but étant de caractériser spatialement un site par la distribution de ces réseaux, tous les réseaux doivent être représentés par un même modèle morphologique.

Nous avons pu montrer (3) qu'un modèle fondé sur le concept de dimension fractale permettait de rendre compte de la forme des réseaux d'assainissement. La dimension d'un réseau quantifie le processus de ramification autour d'une ligne initiale, qui permet de créer un modèle dont la forme est voisine de celle des réseaux

Avec la figure suivante, Le segment initial est remplacé par 5 segments dans un rapport de 1/3 relativement à ce segment. Sa dimension est :

$$D = \log 5 / \text{Log} (3)$$

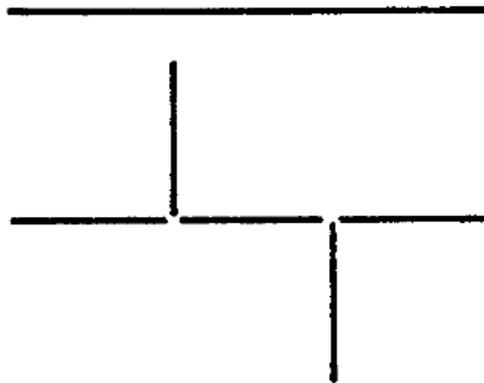


Fig. 1

Des formes plus irrégulières peuvent être obtenues en modifiant à la marge la longueur des segments et leur orientation. Ce modèle de forme fondée sur un processus statistique caractérisé par une dimension d'homothétie statistique, permet de décomposer totalement mais de façon non unique un réseau global en sous réseaux chacun d'eux ayant une morphologie qui peut être caractérisée par les 3 termes : (n, l, D)

$$L(R) \cong nl^{1-D}R^D (1)$$

avec :

- L(R) longueur totale du réseau tronqué, ces points extrêmes étant au plus à la distance R d'un point "origine",
- n nombre de sous réseaux de dimension D raccordés à la même origine (sous réseaux en « parallèle »)
- l longueur moyenne des tronçons
- D dimension d'homothétie statistique du réseau

Ainsi la figure suivante a une dimension d'homothétie égale à 1.46 ($D = \text{Log} 5 / \text{Log} 3$) et on vérifie qu'à partir de 0, la relation (1) est correctement vérifiée :

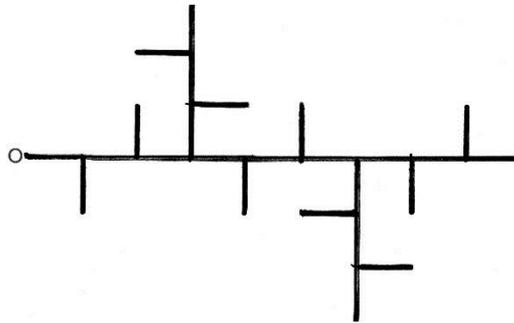


Fig. 2

De même pour la figure suivante avec $D=2$, $L(R) = R^2$

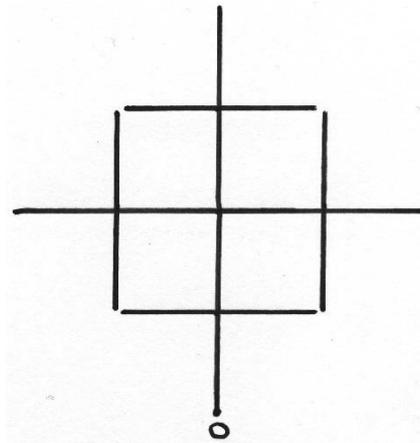


Fig. 3

Nous avons vérifié la validité de ce modèle pour les réseaux d'assainissement et pour les réseaux de voirie.

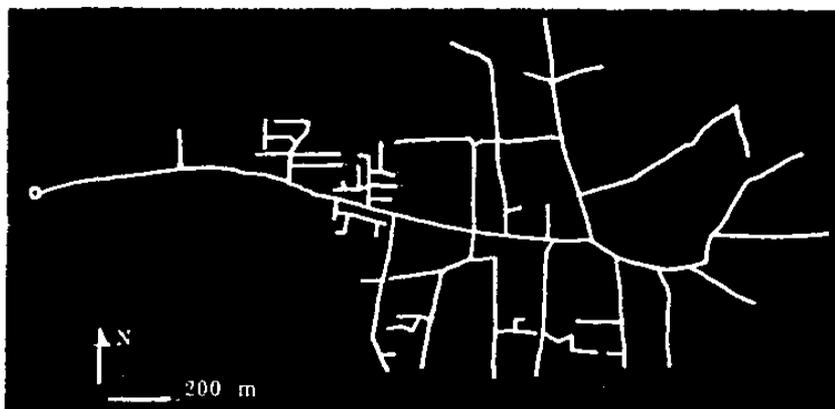


Fig. 4 : réseau d'assainissement de Vaulx-en-Velin nord. $D \sim 1,29^6$

La fonction $L(R) = L(R) = n l^{(1-D)} \cdot R^D$ rend compte de la morphologie spatiale des réseaux qu'ils soient

⁶ La morphologie de ce réseau est peu homogène morphologiquement avec une erreur moyenne entre la longueur estimée et celle mesurée de quasiment 30%. Pour réduire cette erreur, il conviendrait de décomposer ce réseau en sous réseaux plus homogènes.

ramifiés et ou maillés, morphologie quantifiée à partir du choix d'un point origine autour duquel le déploiement d'un réseau est homogène structurellement à une figure fractale. Comme l'isotropie d'un réseau ne peut être que relative, la dimension de la figure aura plus ou moins tendance à varier lorsque l'on change le point origine.

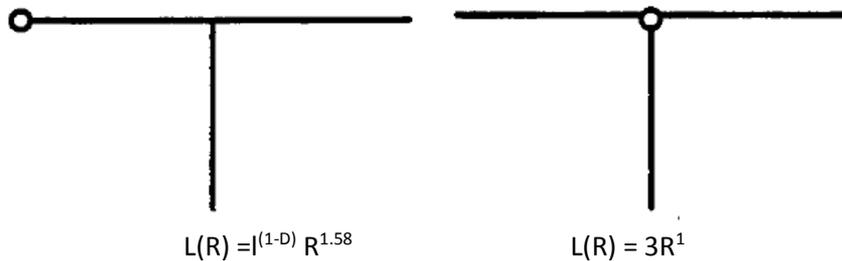


Fig. 5

IV TOPOLOGIE ET RESEAUX

Soit un site et un point "origine" à l'intérieur de ce site, à partir duquel sont quantifiés les morphologies spatiales de ses réseaux.

Définition 1

Nous appellerons attracteur le plus grand bassin territoire pour lequel les réseaux considérés sont homogènes morphologiquement.

Définition 2

La morphologie d'un attracteur est définie par la relation

$$L(R) = a R^D$$

avec D dimension d'homothétie statistique du réseau de référence (Voirie).

Proposition 1

Quel que soit le réseau $\{K\}$ considéré :

$$L_K(R) < L(R) \quad \forall R \in (0, R_M)$$

avec R_M : rayon de l'attracteur.

Pour un site donné, notre objectif étant de pouvoir définir les rapports entre la morphologie de l'attracteur et celle des réseaux qui s'y déploient, nous introduirons une topologie algébrique construite sur les fonctions (L, R) .

IV.1 STRUCTURE ALGEBRIQUE

Considérons un bassin attracteur de morphologie $(n, 1, D)$ et des réseaux qui peuvent s'y déployer (R) .

Cet ensemble est représentable par un ensemble de fonctions,

$$E(L_j(R) = a_j \cdot R^{D_j} ; a_j = n_j \cdot l_j^{(1-D_j)})$$

qui caractérisent chacun des réseaux. Il peut être muni sous condition de deux opérations qui lui donnent une structure d'espace vectoriel.

Proposition 1

Si les réseaux sont connectables et peuvent être considérés dès lors connectés comme un réseau alors E est muni d'une opération interne.

R1 : m1 branches, D1, R2 : m2 branches, D2

R = R1 + R2 : m1 + m2 branches,

$D = (m_1 D_1 + m_2 D_2) / (m_1 + m_2)^7$

Proposition 2

Puisque $L(R) = aR^D$ avec $a = n^{(1-D)}$ la multiplication par $n \in \mathbb{R}^+$ est une opération interne.

Corollaire : E est un espace vectoriel.⁸

IV.2 TOPOLOGIE METRIQUE

Soit un ensemble E pour un attracteur quelconque. Soit la forme qui associe à deux réseaux de l'attracteur, le nombre :

$$(R_1, R_2) = (1 - \text{abs}(D_1 - D_2)) a_1 R_1^{D_1} a_2 R_2^{D_2}$$

avec Rm rayon de l'attracteur.

Hypothèse

Cette forme est approximativement linéaire.

Corollaire

Elle définit un produit scalaire au E.

Définitions

L'angle de 2 réseaux est défini par la relation $\cos (R_1, R_2) = 1 - \text{abs} (D_1 - D_2)$ ⁹

⁷ Cette estimation de la dimension du réseau nouveau n'est en rien avérée !!

⁸ Après relecture, il nous apparaît que la condition pour qu'un ensemble de réseaux puisse être un espace vectoriel est que cet ensemble soit une communauté, c'est-à-dire que toutes ses parties, les réseaux, aient une partie commune, au minimum un nœud commun. Cette partie commune est alors le centre de l'ensemble. L'existence de ce centre permet d'associer au moins par ce centre deux quelconques des réseaux de l'ensemble, une association qui forme bien un réseau. Nous entendons par réseau et ce de façon implicite, un ensemble connexe.

Cette volonté de vectorialiser E m'a conduit à une opération de combinaison qui interroge la question de savoir si un réseau de voirie et les réseaux autres qui se déploient dans l'espace public ou à partir de lui, par exemple, forment un super réseau en quelques sorte. Mais les associer renvoie à la possibilité de les mesurer avec une même unité !

⁹ La norme d'un réseau N(R) est alors sa longueur totale c'est-à-dire aRm^D

Deux réseaux R1 et R2 tels que $\cos(R1, R2) \sim 1$ seront dits comorphes.

Proposition

Avec la norme du produit scalaire, l'espace E est 1 préhilbertien à topologie métrique,

$$d(R1, R2) = N(R1 \oslash R2)$$

avec N, norme, \oslash découplage de deux réseaux à partir d'un point commun au moins.

Proposition

Deux réseaux de dimension 1 et 2 sont orthomorphes.

Soit $b1 = (ar^D, r) / (N(r))^2$

Soit $b2 = (ar^D, r^2) / (N(r^2))^2$

Alors $b1 = a(2-D) Rm^{D-1}$ et $b2 = a(D-1) Rm^{D-2}$

Proposition

Le sous espace vectoriel engendré pour les deux réseaux r et r2 n'est pas partout dense dans E.

$$(N(ar^D))^2 > b1^2 + b2^2$$

Définition

Soit E' le sous espace engendré par r et r² ; nous appelons trace du réseau, le réseau défini par la relation

$$b1 r + b2 r^2$$

Proposition

La trace coïncide avec son réseau pour la valeur de r égal au rayon de l'attracteur.

L'attracteur étant défini par la morphologie d'un réseau de référence, la distribution des autres réseaux dans l'attracteur est par nature relative à ce réseau de référence.

Le produit scalaire que nous avons défini permet par le biais de l'angle de quantifier les différences morphologiques.

Le recouvrement par un réseau de l'attracteur peut être quantifié par le rapport

$N(a_1 r^{D1}) / N(ar^D)$ avec (a,D) réseau de référence.

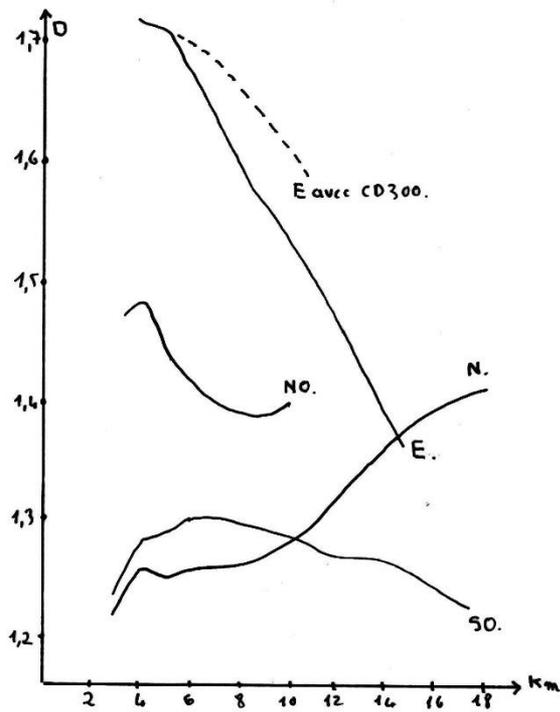
Pour comparer la distribution d'un réseau quelconque sur plusieurs attracteurs, il conviendra d'utiliser l'angle et la valeur de recouvrement comme mesure pour définir les différences de distribution.

V EXEMPLES DE TRAITEMENTS

Fig. 6 La Courly



Fig. 7 Infrastructure routière de la COURLY¹¹



¹¹ Nous aurions pu reporter sur cette carte (sans échelle !) les limites des quatre secteurs.

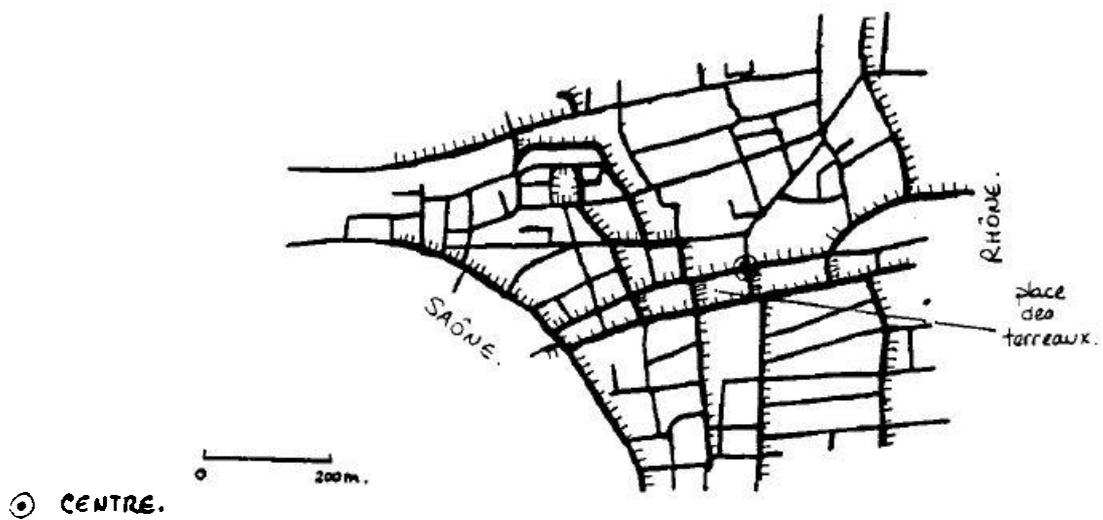
Fig. 8 Evolution de la dimension en fonction de la distance au centre pour les quatre secteurs

V 2 ETUDE DE LA MORPHOLOGIE DE QUELQUES RESEAUX SUR QUELQUES SITES

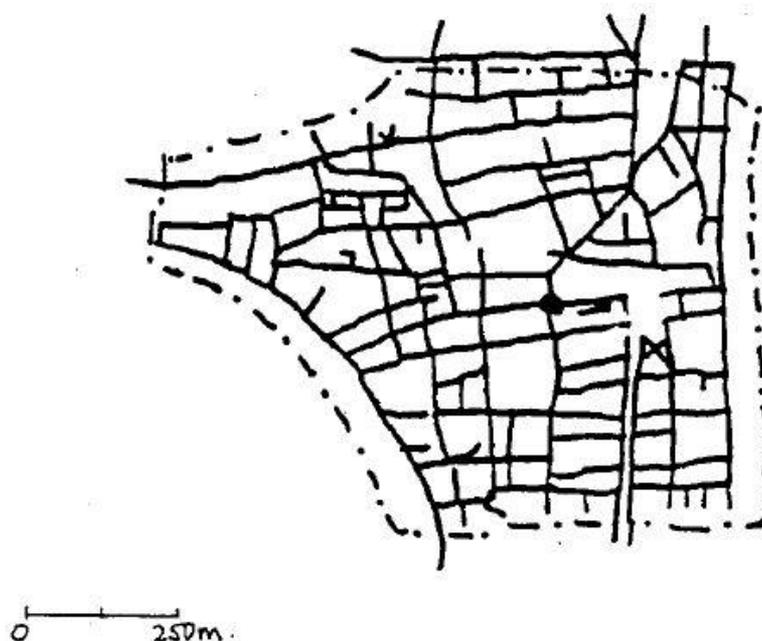
A titre d'exemples, nous avons comparé les distributions spatiales des réseaux voirie (V), transport en commun (TC), assainissement (A) et câble sur trois sites, Terreaux (centre de l'agglomération), Ecully et Vaulx en Velin, deux communes périphériques.

V 2 1 Site des terreaux – en hyper centre de l'agglomération

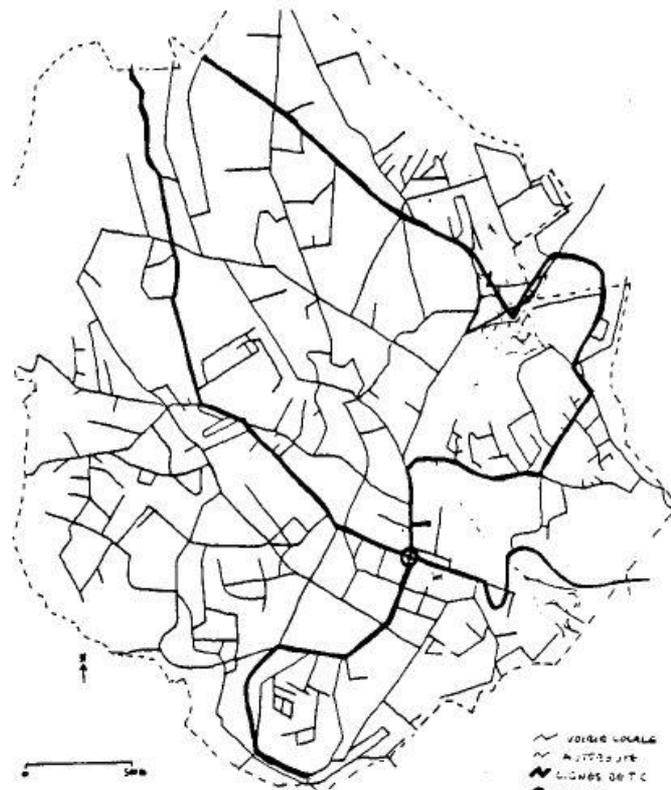
- Voirie
- TC (hachuré)



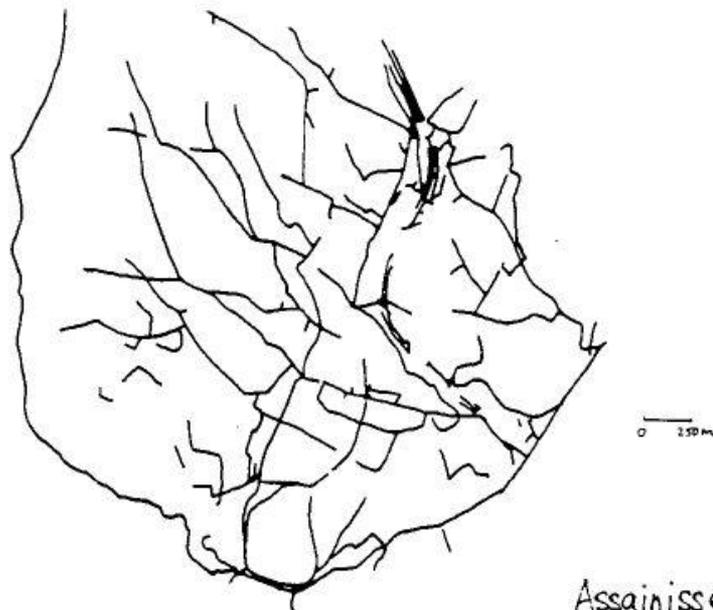
- Assainissement



V 2 2 Commune d'Ecully

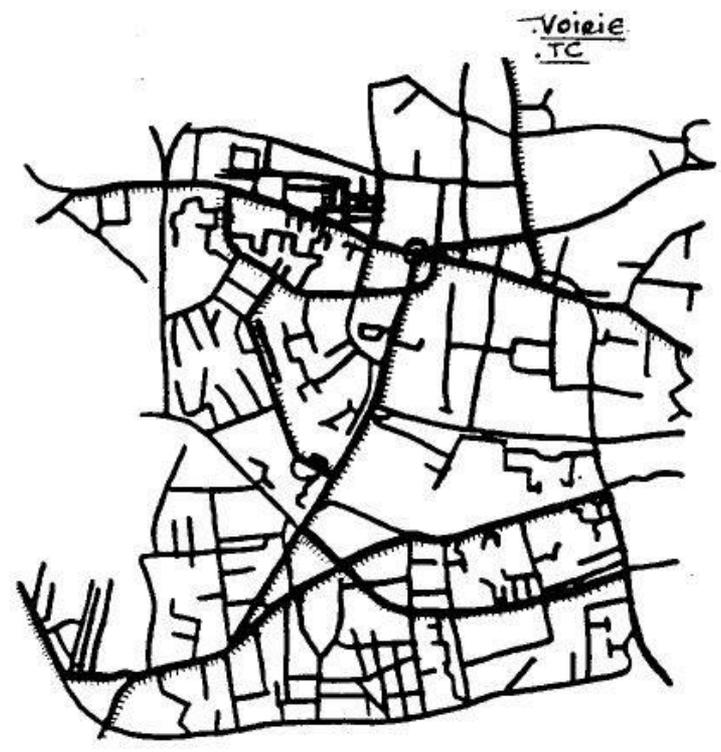


• Voirie .
• TC



Assainissement.

V 2 3 Commune de VAULX EN VELIN



0 400m.
⊙ Centre (historique)
--- réseau de TC.



ASSAINISSEMENT

V 3 RESULTATS : DIMENSIONS, ANGLES DES RESEAUX DE TRANSPORT EN COMMUN ET D'ASSAINISSEMENT RAPPORTES AU RESEAU DE VOIRIE

	Lv (m)	Dv	Ltc (m)	Dtc	La (m)	Da	TC/V		TC/A		A/V	
							θ	Δ	θ	Δ	θ	Δ
Terreux	10858	1,88	3883	1,45	13006	1,79	55,25	0,36	48,70	0,30	24,49	1,20
Ecully	59653	1,65	10687	1	42906	1,3	69,82	0,18	45,57	0,25	49,83	0,72
Vaulx-en-Velin	55643	1,64	10717	1,09	51590	1,21	63,26	0,19	28,36	0,21	55,25	0,93

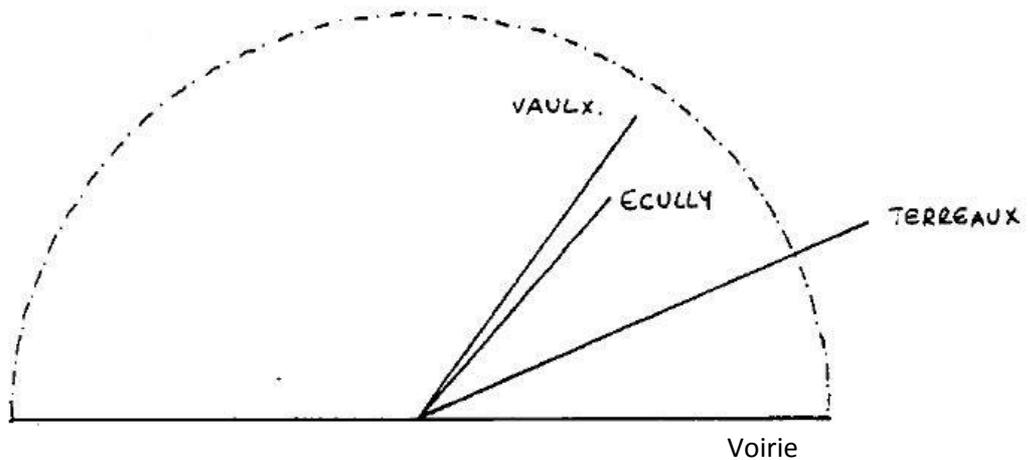
V : Voirie

Tc : Transport en commun

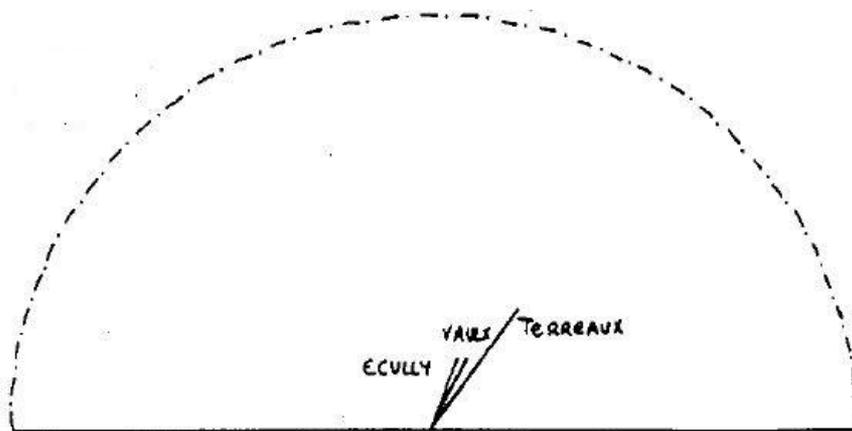
A : Assainissement

θ : angle de deux réseaux ($\cos(\theta) = 1 - \text{abs}(\text{dimR1} - \text{dimR2})$)

Δ : rapport des normes de deux réseaux donc de leurs longueurs L



(θ, Δ) Assainissement / Voirie



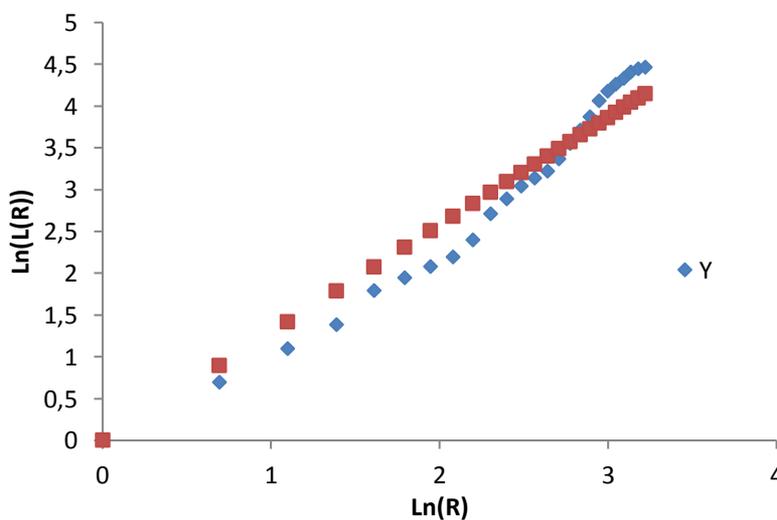
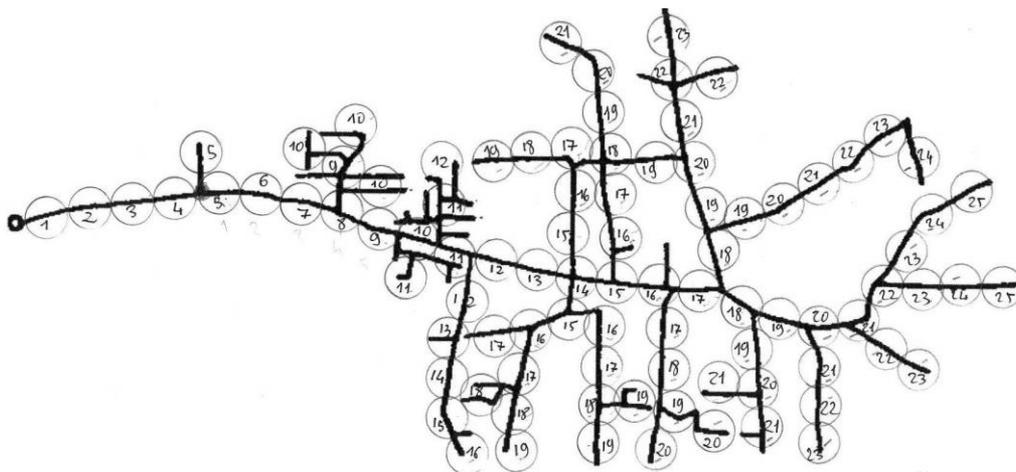
(θ, Δ) Transport en commun / Voirie

Annexe : Estimation de la dimension fractale d'un réseau

Cette dimension correspond à une dimension de recouvrement établie à partir d'un nœud du réseau. Pour ceux d'assainissement nous avons retenu l'exutoire afin d'être en mesure d'intégrer cette dimension dans un modèle de transformation pluie débit qui représente le fonctionnement hydrologique du bassin organisé avec et par son réseau de drainage.

Cette dimension correspond à D qui optimise la distribution observée $L(R)$ par aR^D , avec $L(R)$, longueur totale du réseau inclus dans une boule de rayon R , centrée sur l'exutoire.

Pour le réseau de la commune de Vaulx en Velin nord, cela revient à établir un pavage illustré par la figure qui suit, puis approximer la distribution $\ln(L(R))$, $\ln(R)$ par une régression linéaire.



Cette distribution $\ln(L(R))$, $\ln(R)$ est peu linéaire. Avec $D=1,29$, ce réseau est représenté par un modèle fractal avec une erreur moyenne entre la longueur estimée et celle mesurée de 30%

environ.

Ce réseau doit être décomposé en sous réseaux afin d'améliorer la représentation de sa morphologie par un modèle fractal. Cet exemple illustre le fait que la géométrie fractale est plus un outil pour décomposer un objet en parties homogènes vis-à-vis d'un principe d'autosimilarité qu'une propriété sous-jacente de cet objet.