



**HAL**  
open science

# Une approche possibiliste pour identifier les performances à améliorer dans le contexte incertain de la phase préliminaire de la conception

Diadie Sow, Abdelhak Imoussaten, Pierre Couturier, Jacky Montmain

► **To cite this version:**

Diadie Sow, Abdelhak Imoussaten, Pierre Couturier, Jacky Montmain. Une approche possibiliste pour identifier les performances à améliorer dans le contexte incertain de la phase préliminaire de la conception. 26<sup>èmes</sup> Rencontres francophones sur la Logique Floue et ses applications LFA 2017, Oct 2017, Amiens, France. hal-01933801

**HAL Id: hal-01933801**

**<https://hal.science/hal-01933801v1>**

Submitted on 29 Jul 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Une approche possibiliste pour identifier les performances à améliorer dans le contexte incertain de la phase préliminaire de la conception

## A possibilistic framework for identifying the performance to be improved in the imprecise context of preliminary design

Diadie Sow, Abdelhak Imoussaten, Pierre Couturier, Jacky Montmain  
Centre de recherche LGI2P/Ecole des mines d'Alès

Site EERIE, Parc scientifique G. Besse, 30035 Nîmes cedex 1, France

*firstname.name@mines-ales.fr*

### Résumé :

Dans un marché fortement concurrentiel, les industriels doivent constamment améliorer leurs produits pour satisfaire leurs clients tout en restant compétitifs et en limitant la prise de risques. Or, en phase préliminaire de conception, la définition encore incomplète du produit rend la prévision de ses performances incertaines. C'est donc dans un contexte d'évaluation incertaine que les décideurs doivent faire les choix de conception les plus satisfaisants pour les clients. Plusieurs indices de plus-value ont été proposés dans la littérature dans le contexte de l'analyse multicritère pour estimer l'espérance de gain de satisfaction par rapport aux améliorations concurrentes envisageables. Ces modèles reposent cependant sur des hypothèses qui font abstraction de la faisabilité des améliorations espérées. Sur la base de techniques d'analyse de décision multicritère en environnement incertain, cet article propose une extension possibiliste du concept d'indice de plus-value.

### Mots-clés :

Décision dans l'incertain ; Analyse multicritère ; Choquet integral ; Théorie des possibilités ; indice de plus-value.

### Abstract:

In a highly competitive environment, manufacturers must constantly improve their products to remain competitive and satisfy their customers while minimizing incurred costs and risk taking. At the early stages of (re-) engineering, performance forecasting of future product is uncertain. It is therefore in a context of uncertainty that decision makers must choose the most satisfactory design for customers.

Some theoretical worth indexes have been proposed in the multi-criteria analysis literature to estimate the expectable gains when improving changes are planned. However, they generally rely on non-realistic assumptions on the achievability of the expected improvements. Based on multi-criteria decision

analysis techniques and uncertainty theory, this paper proposes an extension of the worth index concept into a possibilistic framework.

### Keywords:

Performance Evaluation; Imprecise Assessment; Multiple criteria Decision Analysis; Choquet integral; Possibility Theory; worth-index.

## 1 Introduction

Pour faire face à une forte concurrence et à un marché souvent imprévisible, les industriels doivent être capables d'adapter rapidement leurs produits afin de satisfaire leurs clients tout en restant compétitifs. Ces produits doivent proposer toujours plus de fonctionnalités et par conséquent remplir un grand nombre de critères qui peuvent être interdépendants voire antagonistes (*e.g.*, la vitesse de déplacement d'un robot mobile et sa consommation énergétique). De plus, au stade préliminaire d'un projet de conception ou d'amélioration, la définition du produit est encore incomplète et il est difficile d'estimer précisément les impacts des choix de conception sur la satisfaction client. Par exemple, choisir une base roulante à chenilles pour un robot devant se déplacer rapidement sur terrain accidenté est courant, mais les performances finales de vitesse, de fiabilité ou de consommation énergétique de ce robot dépendent de nombreux autres choix techniques supplémentaires, ce qui rend l'évaluation de ses performances imprécise et

incertaine jusqu'à ce qu'il soit effectivement construit. La dépendance et l'incertitude ont été largement étudiés en analyse multicritère depuis les travaux de Keeny et Raiffa [7]. Classiquement, ces études visent à répondre à une problématique de décision : tri, classement ou choix. Cependant, elles s'intéressent rarement à guider le décideur vers des pistes d'amélioration, enjeu essentiel dans le contexte de conception des produits. Pour répondre à cette problématique, des travaux comme [4], [9] proposent un modèle qui permet d'exploiter les préférences du décideur afin de définir les options d'amélioration les plus profitables. Dans [10], ce modèle est repris dans le contexte où les préférences du décideur sont modélisées par une intégrale de Choquet. Il s'agit d'un indice de plus-value qui calcule, pour un sous-ensemble de critères donné, l'espérance de gain en performances à partir d'une solution de départ. Néanmoins, ces approches supposent que toutes les améliorations soient équiprobables, quelles que soient leurs amplitudes et la difficulté à les réaliser, ce qui peut clairement être contestable dans la pratique. Dans [6] une extension de cet indice est proposée dans un cadre probabiliste où les améliorations obéissent à des lois de probabilité identifiées à partir de bases de données. Cependant, dans ce modèle, l'identification des distributions de probabilité dépend de la disponibilité de statistiques consécutives sur les améliorations. Dans le contexte de la conception préliminaire, peu d'informations précises sont disponibles, ce qui rend illusoire l'identification de telles distributions de probabilité. Ceci nous a conduits à nous tourner vers la théorie des possibilités, cadre plus adéquat pour représenter l'imprécision et l'incertitude conjointement [2]. Ainsi, une extension de l'indice de plus-value à un cadre possibiliste est proposée dans cet article selon deux modèles.

Le papier est organisé de la façon suivante : la section 2 introduit les notations utilisées dans cet article et quelques rappels sur l'intégrale

de Choquet et la théorie des possibilités. La section 3 présente notre approche possibiliste de l'indice de plus-value. Enfin, la section 4 présente une étude de cas de notre proposition sur un problème de reconception d'un robot mobile.

## 2 Rappels sur l'intégrale de Choquet et la théorie des possibilités

### 2.1 L'intégrale de Choquet

Soit  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  l'ensemble des indices des critères d'évaluation. Une intégrale de Choquet est définie par rapport à une capacité sur l'ensemble  $N$ .

Définition 2.1 : Une mesure floue  $\mu$  sur  $N$  est une fonction d'ensemble :

$\mu : 2^N \rightarrow [0;1]$  qui satisfait les conditions suivantes :

- (1)  $\mu(\emptyset) = 0$  ;  $\mu(N) = 1$  ;
- (2) pour tout  $A, B \subseteq N$ ,  $A \subseteq B \Rightarrow \mu(A) \leq \mu(B)$

Définition 2.2 : Soit  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}_+^n$ . L'intégrale de Choquet de  $x$  par rapport à une mesure floue  $\mu$ , notée  $C_\mu(x)$  est définie par :

$$C_\mu(x) = \sum_{i=1}^n (x_{\sigma(i)} - x_{\sigma(i-1)}) \mu(A_{\sigma(i)}) \quad (1)$$

Où  $x_{\sigma(0)} = 0 \leq x_{\sigma(1)} \leq \dots \leq x_{\sigma(n)}$  ;

$A_{\sigma(i)} = \{\sigma(i), \sigma(i+1), \dots, \sigma(n)\}$ , et où  $\sigma$  est une permutation sur  $N$ .

L'intégrale de Choquet est ainsi assimilable à une somme pondérée dans chacun des  $n!$  hyperplans  $H_\sigma$  associés à un ordre sur les scores des critères :  $H_\sigma : x_{\sigma(1)} \leq \dots \leq x_{\sigma(n)}$ .

Pour identifier une mesure floue associée à l'intégrale de Choquet, plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature. Nous nous référons plus particulièrement à

l'extension de Macbeth à l'intégrale de Choquet proposée dans [8].

## 2.2 La théorie des possibilités

Dans le cadre de la théorie des possibilités, l'imprécision et l'incertitude sont représentées par une distribution de possibilité. C'est une fonction d'appartenance à laquelle deux mesures floues sont associées, respectivement nommées mesure de possibilité  $\Pi$  et mesure de nécessité  $N$ . En l'absence d'information nécessaire pour construire une loi de probabilité, le couple  $(\Pi, N)$  remplace la mesure de probabilité.

**Définition 3.1 :** Une distribution de possibilité  $\pi$  associée à chaque élément  $\omega$  d'un ensemble  $\Omega$  (univers des événements ou monde des possibles), un degré de possibilité  $\pi(\omega) \in [0;1]$  d'être la description correcte d'un état du monde.

- $\pi(\omega) = 0$  signifie que  $\omega$  est impossible ;
- $\pi(\omega) = 1$  signifie que  $\omega$  est totalement possible ;
- $[b; c] = \{\omega : \pi(\omega) = 1\}$  est le noyau de  $\pi$  ;
- $]a; d[ = \{\omega : \pi(\omega) > 0\}$  est le support de  $\pi$ .

A  $\pi$  sont associées deux mesures floues  $\Pi$  et  $N$  telles que :

- $\forall A \subseteq \Omega, \Pi(A) = \max_{\omega \in A} \pi(\omega)$ .
- $\forall A \subseteq \Omega, N(A) = \inf_{\omega \notin A} (1 - \pi(\omega))$ .
- $\forall A \subseteq \Omega, N(A) = 1 - \pi(A^c)$ .

Par analogie avec l'espérance mathématique d'une variable aléatoire, l'espérance associée à une distribution de possibilité est également définie dans [3].

**Définition 3.1 :** Etant donnée une distribution de possibilité  $\pi$ , deux distributions cumulatives peuvent lui être associées à travers  $\Pi$  et  $N$ , nommées respectivement distribution de possibilité supérieure  $F_*$  et

distribution de possibilité inférieure  $F^*$ . Elles sont définies par :

$$F^*(a) = \Pi(]-\infty; a]) = \sup\{\pi(\omega), \omega \leq a\} \quad \text{et} \\ F_*(a) = N(]-\infty; a]) = \inf\{1 - \pi(\omega), \omega > a\} \quad (2)$$

L'espérance mathématique associée à  $\pi$  est alors imprécise (la « valeur moyenne » est alors un intervalle) et est définie par :

$$E(\pi) = [E_*(\pi); E^*(\pi)]$$

avec  $E_*(\pi) = \int_{-\infty}^{+\infty} x dF_*(x)$  et

$$E^*(\pi) = \int_{-\infty}^{+\infty} x dF^*(x) \quad (3)$$

A l'instar de la moyenne et de la dispersion en théorie des probabilités, deux indicateurs peuvent être introduits pour résumer une distribution de possibilité à ces deux premiers moments [3] : un indicateur de dispersion  $\Delta(\pi) = E^*(\pi) - E_*(\pi)$  et un indicateur de location  $MD(\pi) = (E^*(\pi) + E_*(\pi)) / 2$  qui permettent de synthétiser la distribution afin de faciliter sa comparaison avec d'autres distributions de possibilité par exemple [1].

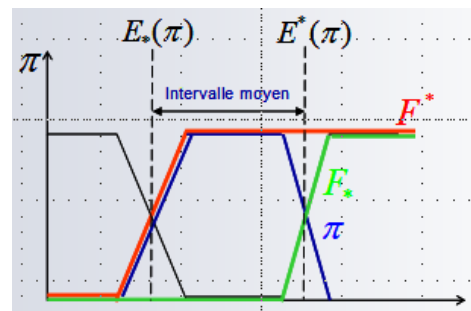


Figure 1 : Notations pour une distribution de possibilité

## 2.3 Agrégation des distributions de possibilité par l'intégrale de Choquet

Considérons  $n$  distributions de possibilité élémentaires  $(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$ . La distribution de possibilité agrégée par rapport à l'intégrale de Choquet  $\pi_{C_\mu} = C_\mu(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$  peut être calculée en utilisant le principe d'extension de Zadeh :

$$\pi_{C_\mu}(z) = \sup_{\substack{y=(y_1, \dots, y_n) \in [0,1]^n \\ z=C_\mu(y)}} \min_{i \in N} (\pi_i(y_i)) \quad (4)$$

Le calcul direct de la distribution de possibilité agrégée utilisant cette formule peut être extrêmement coûteux. Dans le cas de l'intégrale de Choquet, il est proposé dans [5] une méthode plus efficace pour calculer  $\pi_{C_\mu}$

en se basant sur la linéarité par hyperplan de l'intégrale de Choquet. En effet, l'intégrale de Choquet dans l'équation (1) se comporte comme une moyenne pondérée sur chaque hyperplan  $H_\sigma \setminus y_{\sigma(1)} \leq y_{\sigma(2)} \leq \dots \leq y_{\sigma(n)}$ . Ainsi [5] montre qu'il est seulement nécessaire de faire les calculs sur un ensemble fini de points particuliers pour obtenir la distribution agrégée  $\pi_{C_\mu}$ .

### 3 Une extension possibiliste de l'indice de plus-value

#### 3.1 L'indice de plus-value

Nous adopterons dans cet article les notations suivantes : pour  $I \subseteq N$ ,  $(y_I, z_{-I})$  est le vecteur  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in [0,1]^n$  tel que  $x_i = y_i$  si  $i \in I$  et  $x_i = z_i$  si  $i \in N \setminus I$ .

Considérons que les préférences du décideur soient modélisées et synthétisées par une intégrale de Choquet  $C_\mu$ . Soit  $x^0 \in [0,1]^n$ , le vecteur des performances d'une configuration initiale. L'indice de plus-value associé à  $C_\mu$  d'un sous-ensemble de critères  $I \subseteq N$  connaissant les performances  $x^0$  avant amélioration est définie comme suit [9] :

$$w_{C_\mu}(x_0, I) = \int_0^1 [C_\mu((1-\lambda)x^0 + \lambda 1_I, x_{-I}^0) - C_\mu(x^0)] d\lambda \quad (5)$$

Le choix dans (5) d'intégrer le long de l'hyper bissectrice garantit une amélioration homogène sur tous les critères de  $I$ .

Le principal inconvénient des approches proposées dans [4] ou [9] est que tous les profils de performances  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

atteignables après amélioration sont supposés équiprobables, ce qui n'est évidemment pas le cas en pratique. Dans [6], les auteurs proposent une extension de l'indice de plus-value dans un contexte d'incertitude où une probabilité est associée à chaque amélioration potentielle  $x \in X$  sachant que la performance initiale est  $x_0$  :

$$w_{C_\mu}(x_0, I) = \int_{[x_0 \uparrow]} p_I(x_I, x_{-I}^0) [C_\mu(x_I, x_{-I}^0) - C_\mu(x^0)] dx_I \quad (6)$$

où  $[x_0 \uparrow]$  est l'ensemble des alternatives qui améliorent  $x_0$  sur  $I$ ,  $p_I(x)$  représente la probabilité d'obtenir l'état de performance  $x$ . En pratique, l'identification des distributions de probabilité  $p_I(x_I, x_{-I}^0)$  dépend de la disponibilité de données statistiques conséquentes (ce qui est le cas de la bases de critiques touristiques utilisée dans [6]). Au stade de la conception préliminaire, les experts sont essentiellement en mesure de fournir des estimations qualitatives de ces distributions. Afin d'intégrer cette expertise qualitative dans le calcul de l'indice de plus-value, cet article propose une nouvelle formulation de l'indice dans un cadre possibiliste.

#### 3.2 Deux approches possibilistes de l'indice de plus-value

On suppose donc ici que les experts sont capables de fournir les distributions de possibilité  $\pi_i$  qui décrivent les performances qui sont plausibles et celles qui le sont moins sur chaque critère. En effet, par expérience, les experts connaissent les performances minimales et maximales qu'ils ont déjà rencontrées sur chaque critère  $i$  ce qui fournit le noyau de la distribution  $\pi_i$ . Le support est l'ensemble des performances ayant des valeurs possibles du point de vue de l'expert, bien qu'il ne les ait jamais rencontrées auparavant.

Nous supposons aussi que le décideur est capable de fournir ses préférences sur chacun des attributs sous forme de fonctions d'utilité. Pour simplifier les calculs, nous confondons dans la suite les valeurs  $x_i \in X_i$  et les utilités  $u_i(x_i) \in [0,1]$ . Par conséquent, les distributions de possibilités sont considérées calculées sur les valeurs  $u_i(x_i)$ .

Améliorer les performances selon les critères de la coalition  $I$  signifie pour  $i \in I$ , que seules les performances supérieures à  $x_i^0$  sont possibles et que pour  $i \in N \setminus I$ ,  $x_i = x_i^0$ , *i.e.* que pour les critères non concernés par l'amélioration, la performance avant et après amélioration reste inchangée. Autrement dit, les distributions de possibilité initiales sont révisées comme suit :

- Pour  $i \in I$ ,

$$\pi_{i/x_i^0}(x_i) = \pi_i \wedge 1_{[0;1]}(x_i) = \begin{cases} 0, & \text{si } x_i \leq x_i^0 \\ \pi_i(x_i), & \text{sinon} \end{cases}$$

- Pour  $i \in N \setminus I$ ,  $\pi_{i/x_i^0}(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{si } x_i = x_i^0 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$

### 3.2.1 L'indice de plus-value basé sur les moments des distributions de possibilité

Dans cette première approche, seules les valeurs moyennes  $E_*(\pi_{i/x_i^0})$  et  $E^*(\pi_{i/x_i^0})$  sont exploitées pour définir l'indice de plus-value (et non pas toute l'information représentée par les distributions  $\pi_{i/x_i^0}$ ). Par conséquent, l'indice de plus-value  $w_{C_\mu}(x^0, I)$  sera une quantité imprécise et définie sous forme d'un intervalle :

$$\forall I \subseteq N,$$

$$w_{C_\mu}(x^0, I) = [w_{*C_\mu}(x^0, I); w_{C_\mu}^*(x^0, I)]$$

Pour tout  $I \subseteq N$ , l'indice de plus-value inférieur (resp. supérieur) est défini comme

une agrégation des espérances inférieures (resp. supérieures) des distribution  $\pi_{i/x_i^0}$  :

$$w_{*C_\mu}(x^0, I) = C_\mu(E_*(\pi_{I/x_i^0}), x_{-I}^0) - C_\mu(x^0) \quad (7)$$

$$w_{C_\mu}^*(x^0, I) = C_\mu(E^*(\pi_{I/x_i^0}), x_{-I}^0) - C_\mu(x^0) \quad (8)$$

où  $E_*(\pi_{I/x_i^0})$  (respectivement  $E^*(\pi_{I/x_i^0})$ ) désigne le vecteur des quantités  $E^*(\pi_{i/x_i^0})$  (respectivement  $E_*(\pi_{i/x_i^0})$ ) pour  $i$  dans  $I$ .

Si l'on considère que les experts ne peuvent fournir que des distributions simples telles que les distributions trapézoïdales, on peut alors calculer simplement pour chaque  $i \in N$  :

- $E_*(\pi_{i/x_i^0}) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_i dF_{i/x_i^0}^*(x_i)$ , avec  $dF_{i/x_i^0}^*(x_i) = \delta(x_i - x_i^0)$  la distribution de Dirac au point  $x_i^0$ , *i.e.*  $\delta(x_i - x_i^0) = 0$  si  $x \neq x_i^0$ , et  $\delta(0) = +\infty$ .

Comme  $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x_i - x_i^0) dx_i = 1$  et  $f : x \rightarrow x$  est une fonction continue,

alors on a  $\int_{-\infty}^{+\infty} x_i \delta(x_i - x_i^0) dx_i = x_i^0$ .

Donc  $E_*(\pi_{i/x_i^0}) = x_i^0$ .

- $E^*(\pi_{i/x_i^0}) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_i dF_{i/x_i^0}^*(x_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_i dF_{i/x_i^0}^*(x_i) = E^*(\pi_i)$ .

Dans le cas des distributions de possibilité trapézoïdales, on a  $\int_{-\infty}^{+\infty} x_i dF_{i/x_i^0}^*(x_i) = \frac{d_i + c_i}{2}$  vu que  $dF_{i/x_i^0}^*$  est une distribution uniforme sur  $[c_i; d_i]$ ; où  $[a_i; d_i]$  et  $[b_i; c_i]$  sont respectivement le support et le noyau de la distribution  $\pi_{i/x_i^0}$  pour tout  $i \in I$  (voir Définition 3.1).

L'intervalle  $[E_*(\pi_{i/x_i^0}); E^*(\pi_{i/x_i^0})]$  fournit la valeur de performance moyenne attendue

lorsque des améliorations sur les critères  $i$  de  $I$  sont effectuées. Ainsi, l'espérance de gain moyen pour chaque critère  $i$  de  $I$  est l'intervalle :  $[0; \frac{d_i + c_i}{2} - x_i^0]$ .

Notons par  $(\frac{d_i + c_i}{2} |_{i \in I}, x_i^0 |_{i \in N \setminus I})$  le vecteur  $x \in \mathbb{R}^n$  tel que  $x_i = \frac{d_i + c_i}{2}$  si  $i$  est dans  $I$  et  $x_i = x_i^0$  sinon. Finalement, l'indice de plus-value est donné par :

$$\forall I \subseteq N,$$

$$w_{C_\mu}(x^0, I) = [0, C_\mu(\frac{d_i + c_i}{2} |_{i \in I}, x_i^0 |_{i \in N \setminus I}) - C_\mu(x^0)]$$

### 3.2.2 L'indice de plus-value basé sur la propagation d'incertitude

Dans cette deuxième approche, nous proposons de traiter le contenu complet de l'information de la distribution de possibilité.

Soit  $\pi_{C_\mu/x^0, I}$  la distribution, résultat de

l'agrégation des  $n$  distributions élémentaires associées aux critères. L'indice de plus-value possibiliste est donc imprécis et peut être défini en utilisant l'espérance inférieure  $E_*(\pi_{C_\mu/x^0, I})$  et l'espérance supérieure

$E^*(\pi_{C_\mu/x^0, I})$  de  $\pi_{C_\mu/x^0, I}$  :

$$\begin{aligned} w_{C_\mu}(x^0, I) &= [w_{*C_\mu}(x^0, I); w_{*C_\mu}^*(x^0, I)] \\ &= [E_*(\pi_{C_\mu/x^0, I}) - C_\mu(x^0), E^*(\pi_{C_\mu/x^0, I}) - C_\mu(x^0)] \end{aligned}$$

Il reste à calculer la distribution de possibilité agrégée  $\pi_{C_\mu/x^0, I}$ . Pour cela, nous utilisons le

principe d'extension de Zadeh :

$$\forall z \in [0; 1],$$

$$\pi_{C_\mu/x^0, I}(z) = \sup_{\substack{y_i \in [x_i^0, 1_I], \\ y_{-I} = x_{-I}^0 / z = C_\mu(y)}} \min_{i \in I} (\pi_{i/x_i^0}(y_i))$$

où  $y_i \in [x_i^0, 1_I]$  signifie  $y_i \in [x_i^0, 1]$  pour tout  $i \in I$ .

Il faut noter que le calcul de  $\pi_{C_\mu/x^0, I}$  est très coûteux dans cette expression du principe

d'extension de Zadeh. Néanmoins, il peut singulièrement être simplifié si les propositions de [5] sont utilisées. En effet, comme nous agrégeons des distributions linéaires par morceaux avec une intégrale de Choquet linéaire par hyperplan, le résultat est également une distribution linéaire par morceaux. Pour calculer  $\pi_{C_\mu/x^0, I}$  il suffira donc de calculer l'intégrale de Choquet seulement aux points d'intersection des parties ascendantes et descendantes des distributions de possibilité  $\pi_{i/x_i^0}$  [5].

Notons que par construction des distributions  $\pi_{i/x_i^0}(x_i)$ , nous avons :

$$E_*(\pi_{C_\mu/x^0, I}) - C_\mu(x^0) = 0.$$

Finalement, nous proposons la formulation suivante pour l'indice de plus-value possibiliste :

$$w_{C_\mu}(x^0, I) = [0, E^*(\pi_{C_\mu/x^0, I}) - C_\mu(x^0)] \quad (9)$$

### 3.3 Règle de décision basée sur l'indice de plus-value

Pour connaître le sous-ensemble  $I$  de critères à améliorer en priorité, il suffit de comparer uniquement les quantités  $w_{C_\mu}^*(x^0, I)$  pour tout  $I \subseteq N$ . Par souci de simplicité, les coûts directs des améliorations n'ont pas été introduits dans le modèle (voir [9] et [10] pour complément). Nous considérons simplement que plus il y a de critères à améliorer, plus le coût de l'amélioration augmente.

Comme  $w_{C_\mu}^*(x^0, I) = \max_{I \subseteq N} \{w_{C_\mu}^*(x^0, I)\}$

(l'indice est une fonction monotone pour l'inclusion), le décideur peut choisir d'améliorer uniquement les performances de  $I^*$  défini comme suit :

pour deux paramètres réels  $\varepsilon$  et  $\eta$  à fixer,

$$\frac{|I^*|}{|N|} < \eta \quad \text{et} \quad |w_{C_\mu}^*(x^0, N) - w_{C_\mu}^*(x^0, I^*)| < \varepsilon.$$

Autrement dit, l'amélioration des critères de  $I^*$  a le potentiel de fournir un gain de performance proche de l'espérance maximale  $w_{C_\mu}^*(x^0, N)$  tout en ayant significativement moins de critères à améliorer.

## 4 Application

### 4.1 Description du modèle

Le concours Robafis est organisé annuellement par l'association française d'ingénierie système (AFIS) pour promouvoir la pratique de l'ingénierie système. Robafis 2013 avait pour défi de construire un robot mobile autonome capable de rivaliser avec d'autres robots en n'utilisant que des composants imposés. Chaque robot doit accomplir la mission suivante le plus rapidement possible : saisir et transporter différentes sphères colorées entre plusieurs dispositifs répartis sur un terrain de jeu de surface plane. Etant donné un prototype de robot déjà construit, la question est alors : sur quels critères, l'équipe de conception doit-elle se concentrer afin d'améliorer autant que possible le prototype et gagner le concours. On considère quatre critères pour évaluer toute configuration de robot : le coût des composants du robot (CR1), sa vitesse de déplacement (CR2), sa fiabilité (CR3) et sa maintenabilité (CR4). Nous avons choisi l'intégrale de Choquet comme opérateur d'agrégation pour fusionner ces quatre critères. Une procédure interactive et itérative a été réalisée pour capturer les préférences du décideur en utilisant l'extension de la méthode d'identification indirecte MACBETH proposée dans [8]. Le résultat est la mesure floue associée à l'intégrale de Choquet donnée dans le tableau 2. Les distributions de possibilité associées aux valeurs de performance selon les quatre critères sont données sur la Figure 2. Les performance du

prototype à améliorer ont été mesurées :  $x^0 = (0.5, 0.1, 0.2, 0.5)$ .

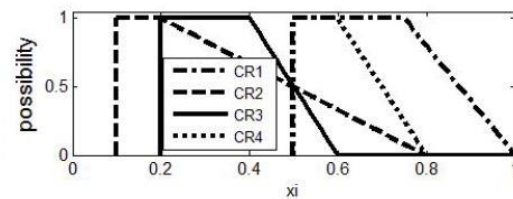


Figure 2 : Distribution de possibilité des valeurs de performance

### 4.2 Calcul de l'indice de plus-value possibiliste

Nous recherchons quelles sont les coalitions de critères  $I \subseteq N$  les plus prometteuses pour améliorer autant que possible la performance globale du prototype. Pour cela, appliquons nos deux approches possibilistes à toute coalition non vide de critères  $I$ . A des fins de comparaison, les valeurs de l'indice de plus-value proposé dans [9] où toutes les améliorations sont considérées comme équiprobables sont également calculées. Tous les résultats sont fournis dans le tableau 2. 3.2.1 (resp 3.2.2) représente les valeurs de l'indice de plus-value obtenues en utilisant l'approche proposée dans la sous-section 3.2.1 (resp 3.2.2), tandis que ref [9] représente celles obtenues en utilisant l'équation (4).

Table 2 : Résultats des  $w_{C_\mu}(x^0, I)$

$I$	$\mu(I)$	$w_{C_\mu}(x^0, I)$		
		3.2.1	3.2.2	Ref [9]
{1}	0	0	0	0
{2}	0	[0 ; 0.2700]	[0 ; 0.2168]	0.2077
{1,2}	0.14	[0 ; 0.2700]	[0 ; 0.2273]	0.2271
{3}	0	[0 ; 0.1290]	[0 ; 0.0215]	0.1048
{1,3}	0.28	[0 ; 0.1290]	[0 ; 0.1215]	0.1486
{2,3}	0.71	[0 ; 0.3570]	[0 ; 0.3213]	0.3808
{1,2,3}	0.86	[0 ; 0.3570]	[0 ; 0.3320]	0.4065
{4}	0	0	0	0
{1,4}	0	0	0	0
{2,4}	0.57	[0 ; 0.2700]	[0 ; 0.2595]	0.2868
{1,2,4}	0.76	[0 ; 0.2700]	[0 ; 0.2700]	0.3063
{3,4}	0	[0 ; 0.1290]	[0 ; 0.1075]	0.1048
{1,3,4}	0.4	[0 ; 0.1290]	[0 ; 0.1290]	0.1720
{2,3,4}	0.71	[0 ; 0.3570]	[0 ; 0.3498]	0.3808

### 4.3 Analyse des résultats



Au vu des résultats du tableau 2, on peut noter que :

- La borne supérieure de l'indice de plus-value  $w_{C_\mu}(x^0, \cdot)$  est monotone croissante par rapport à l'inclusion partielle sur les coalitions de critères. Ainsi, la meilleure amélioration attendue est naturellement obtenue pour  $I = \{1, 2, 3, 4\}$ .
- La valeur d'amélioration du robot sur les critères  $\{2, 3\}, \{2, 3, 4\}$  est presque la même, mais le coût direct de l'amélioration de  $\{2, 3\}$  est plus faible que celui de  $\{2, 3, 4\}$  (voir l'hypothèse de la section 4.3). Donc  $\{2, 3\}$  (critères associés à la vitesse et la fiabilité du robot) sont les critères à améliorer pour atteindre une performance proche de l'optimum à un coût moindre.
- Pour tout  $I \subseteq N$ , l'indice de plus-value basé sur les moments des distributions (3.2.1) est plus grand que celui basé sur la propagation de l'incertitude (3.2.2).

Dans cette étude de cas, les divergences entre les indices de plus-value du tableau 2 ne sont pas très démonstratives en raison de la simplicité de l'exemple. Les valeurs de la première (3.2.1) sont nécessairement plus optimistes que celles de la seconde (3.2.2) vu que l'inégalité :  $C_\mu(E^*(\pi_1), E^*(\pi_2), \dots, E^*(\pi_n)) \geq E^*(C_\mu(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n))$  est toujours satisfaite (voir [1] pour plus de détails). Lorsqu'il y a de fortes interactions,  $E^*(C_\mu(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n))$  peut significativement différer de  $C_\mu(E^*(\pi_1), E^*(\pi_2), \dots, E^*(\pi_n))$ . Dans notre exemple illustratif, cela se produit pour les coalitions  $\{2\}, \{2, 3\} \dots$  (voir table 2).

## 4 Conclusion

L'amélioration continue de la performance des produits dans un marché concurrentiel est une nécessité pour les industriels, mais représente des coûts et risques conséquents.

Guider les décideurs dans leur prise de décision est donc un enjeu stratégique. Cependant, la connaissance insuffisante des conséquences des décisions d'amélioration en phase préliminaire de conception, rend les premières décisions d'ingénierie risquées. Identifier les critères à améliorer en priorité constitue alors une aide à la décision précieuse qui permet aux décideurs de concentrer ses efforts d'amélioration sur les cibles pertinentes. L'extension possibiliste de l'indice de plus-value que nous proposons se prête bien au contexte imprécis et incertain de la conception préliminaire.

Les indices de plus-value sont calculés pour toute coalition, en partant d'un même vecteur de performance initial  $x^0$  qui mesure la performance de la configuration initiale à partir de laquelle on souhaite s'améliorer. Dans de futurs travaux, nous envisagerons plusieurs configurations initiales  $x^0$  : l'industriel sera ainsi guidé non seulement dans le choix des critères à améliorer, mais aussi sur le choix de la configuration initiale à retenir pour une amélioration efficace.

## Références

- [1] A. Denguir-Rekik, J. Montmain, and G. Mauris. A possibilistic-valued multi-criteria decision-making support for marketing activities in e-commerce: Feedback Based Diagnosis System, *Ejor* 195.3 (2009): 876-888.
- [2] D. Dubois, H. Prade. *Possibility theory: an approach to computerized processing of uncertainty*, Springer Science & Business Media, 2012.
- [3] D. Dubois, H. Prade. The mean value of a fuzzy number. *Fuzzy sets and systems* 24.3 (1987): 279-300.
- [4] M. Grabisch, C Labreuche. How to improve acts: an alternative representation of the importance of criteria in MCDM., *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems* 9.02 (2001): 145-157.
- [5] M. Grabisch, H. T. Nguyen, E. A. Walker, *Fundamentals of uncertainty calculi with applications to fuzzy inference*. Vol. 30. Springer Science & Business Media, 2013
- [6] A. Imoussaten, B. Duthil, F. Trouset, J. Montmain, Identifying priority lines of improvement. application to tourism data, LFA 2016, La Rochelle, France, 2016.
- [7] R.L Keeney, H. Raiffa, *Decision analysis with multiple conflicting objectives*, Wiley& Sons, New York, 1976.

- [8] C. Labreuche, M. Grabisch. The Choquet integral for the aggregation of interval scales in multicriteria decision making, *Fuzzy Sets and Systems* 137.1 (2003): 11-26.
- [9] C. Labreuche. Determination of the criteria to be improved first in order to improve as much as possible the overall evaluation, Int. Conf. on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU), Perugia (ITA). 2004.
- [10] J. Montmain. C. Labreuche, A. Imoussaten, F. Trouset, Multi-criteria improvement of complex systems. *Information Sciences* 291 (2015): 61-84.