



**HAL**  
open science

# Une méthode de couplage de domaines pour la mesure de champs par corrélation d'images numériques éléments finis

Robin Bouclier, Jean-Charles Passieux, Jean-Noël Périé

## ► To cite this version:

Robin Bouclier, Jean-Charles Passieux, Jean-Noël Périé. Une méthode de couplage de domaines pour la mesure de champs par corrélation d'images numériques éléments finis. 13e colloque national en calcul des structures, Université Paris-Saclay, May 2017, Giens, Var, France. hal-01926873

**HAL Id: hal-01926873**

**<https://hal.science/hal-01926873>**

Submitted on 19 Nov 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Une méthode de couplage de domaines pour la mesure de champs par corrélation d'images numériques éléments finis

R. Bouclier<sup>1</sup>, J.C. Passieux<sup>2</sup>, J.N. Périé<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université de Toulouse, IMT UMR CNRS 5219, INSA Toulouse, bouclier@insa-toulouse.fr

<sup>2</sup> Université de Toulouse, ICA UMR CNRS 5312, INSA, ISAE, Mines Albi, UPS, passieux@insa-toulouse.fr, jean-noel.perie@iut-tlse3.fr

**Résumé** — On propose une méthode générale permettant de coupler plusieurs sous-domaines analysés indépendamment par corrélation d'images numériques, et ce même en présence de régularisation mécanique. La continuité du déplacement est assurée par l'intermédiaire d'un multiplicateur de Lagrange et, lorsqu'une régularisation mécanique est ajoutée, une nouvelle inconnue d'interface est introduite pour satisfaire l'équilibre mécanique. La méthode est appliquée avec succès pour mesurer un champ multi-échelles régulier et est étendue au calcul parallèle pour traiter de grandes quantités de données.

**Mots clés** — corrélation d'images numériques, couplage de domaines, multi-échelles, calcul parallèle.

## 1 Introduction

La Corrélation d'Images Numériques (CIN) est aujourd'hui une technique de mesure reconnue et largement utilisée pour l'analyse du comportement de matériaux et de structures. Ceci s'explique certainement par le fait que c'est une méthode de mesure polyvalente (2D, 2.5D, 3D), multi-échelles, peu onéreuse, relativement simple d'utilisation et capable de fournir une grande quantité d'informations avec une précision adaptable. Parmi les différentes familles de méthodes CIN, celle basée sur les éléments finis (CIN-EF [17, 8, 4, 5]) apparaît comme une alternative crédible dans la communauté de la mécanique des structures. En effet, avec la CIN-EF, il devient commode d'associer les mesures aux calculs issus de logiciels de simulation numérique puisqu'alors, les deux reposent sur les éléments finis pour l'interpolation des champs cinématiques.

Le problème de CIN est mal posé au sens d'Hadamard, c'est-à-dire qu'il n'est pas possible de résoudre ce problème pixel par pixel sans considérer une quelconque régularisation (avec une longueur caractéristique correspondante). En pratique, cette longueur caractéristique est associée à la taille de l'image pour les méthodes dites *subset* [18] ou à la taille de l'élément fini pour la CIN-EF. Une telle régularisation nécessite de trouver un compromis entre erreur ultime (due au caractère mal posé de la CIN) et erreur d'interpolation (c'est-à-dire l'approximation par éléments finis). Un autre avantage d'utiliser les éléments finis dans la CIN est que l'on peut procéder de manière plus souple pour régulariser : on peut se baser sur la connaissance d'un modèle mécanique éléments finis [14, 9, 15, 16]. Cette CIN-EF régularisée mécaniquement (abrégiée CIN-R dans la suite) s'avère particulièrement intéressante lorsque l'on est confronté à une texture d'image pauvre comme c'est souvent le cas en Corrélation d'Images Volumiques (CIV [9, 10]). La CIN-R apparaît aussi très efficace pour construire des stratégies d'identification [15].

Dans cette contribution, une façon de coupler différents domaines analysés par CIN-EF et CIN-R est présentée. La difficulté concerne la CIN-R : non seulement la continuité du déplacement doit être prescrite à travers l'interface, mais aussi l'équilibre entre les modèles mécaniques utilisés pour la régularisation doit être imposé. Si la condition de compatibilité cinématique peut être réalisée en introduisant un multiplicateur de Lagrange comme habituellement en éléments finis [13], la contrainte statique nécessite un traitement spécifique [2]. En effet, alors que la minimisation de l'énergie potentielle est souvent rencontrée en calcul des structures, la régularisation mécanique en CIN-R repose sur la minimisation de la norme  $L^2$  des efforts intérieurs. Une deuxième inconnue d'interface, qui peut être interprétée comme une force de réaction mais qui ne constitue pas d'un point de vue numérique un multiplicateur de Lagrange, est alors introduite pour scinder de façon approchée le terme de régularisation. Il en résulte une formulation mixte originale adaptée au couplage de mesures CIN-R. La stratégie est appliquée avec suc-

cès à deux situations réelles dans la présente contribution. Tout d'abord, elle est utilisée pour mesurer un champ de déplacement multi-échelles régulier et continu à travers une éprouvette. Ensuite, la méthode est étendue au calcul parallèle afin de rationaliser le coût de la mesure haute résolution de larges images.

## 2 Corrélation d'images numériques régularisée mécaniquement

### 2.1 Corrélation d'images numériques basée sur les éléments finis

Considérons deux images numériques en niveau de gris  $f(\mathbf{x})$  puis  $g(\mathbf{x})$  prises avant et après que le sujet ait été sollicité. Le champ de déplacement entre ces deux états est noté  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{x} \in \Omega$  désignant la position d'un pixel dans la région d'intérêt  $\Omega$  de l'image. Le problème de CIN peut s'exprimer dans le formalisme continu comme suit : trouver  $\mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega)$  (où  $\mathbf{L}^2(\Omega)$  définit l'espace de Hilbert  $[L^2(\Omega)]^d$  avec  $d = 2$  pour la CIN et 3 pour la DVC) qui minimise la distance quadratique  $\Phi_{cor}(\mathbf{u})$  :

$$\Phi_{cor}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left( f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) \right)^2 d\mathbf{x}. \quad (1)$$

Le problème (1) étant un problème des moindres carrés non-linéaire, il est résolu par un algorithme de Gauss-Newton. À chaque itération  $k$ , l'itéré  $\mathbf{u}^{k-1}$  étant connu, la correction en déplacement  $\delta\mathbf{u}^k = \mathbf{u}^k - \mathbf{u}^{k-1}$  est cherché comme la solution du problème variationnel suivant : trouver  $\delta\mathbf{u}^k \in \mathbf{L}^2(\Omega)$  tel que :

$$a(\delta\mathbf{u}^k, \mathbf{v}) = l^k(\mathbf{v}) \quad \forall \mathbf{v} \in \mathbf{L}^2(\Omega), \quad (2)$$

où :

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega} \mathbf{v}^T \nabla f \nabla f^T \mathbf{u} d\mathbf{x} ; \quad l^k(\mathbf{v}) = \int_{\Omega} \mathbf{v}^T \nabla f \left( f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + \mathbf{u}^{k-1}) \right) d\mathbf{x}. \quad (3)$$

Comme tel, le problème est mal posé au sens d'Hadamard. Par conséquent, l'inconnu  $\delta\mathbf{u}^k$  est recherché dans un sous-espace  $\mathcal{V} \subset \mathbf{L}^2(\Omega)$  généré par les fonctions de forme  $\mathbf{N}_i(\mathbf{x})$ . Autrement dit, on écrit  $\delta\mathbf{u}^k(\mathbf{x}) = \sum_i \mathbf{N}_i(\mathbf{x}) \delta q_i^k$  où les  $\delta q_i^k$  correspondent aux coefficients de la combinaison linéaire, c'est-à-dire aux degrés de liberté (ddl). Une approche de Galerkin permet finalement d'écrire le système linéaire d'équations correspondant au problème (2) :

$$\mathbf{M} \delta\mathbf{q}^k = \mathbf{b}^k, \quad (4)$$

où  $\delta\mathbf{q}^k$  est un vecteur qui regroupe les ddl  $\delta q_i^k$  et :

$$\mathbf{M}_{ij} = a(\mathbf{N}_i(\mathbf{x}), \mathbf{N}_j(\mathbf{x})) ; \quad \mathbf{b}_j^k = l^k(\mathbf{N}_j(\mathbf{x})). \quad (5)$$

Dans la CIN-EF [17, 8, 4, 5], il est choisi d'utiliser les fonctions de base classiques éléments finis  $\mathbf{N}_i(\mathbf{x})$  pour l'interpolation du déplacement, ce qui permet de disposer d'un formalisme commun avec la simulation numérique. En revanche, le défaut d'une telle approche comparativement aux méthodes subset [18] est le coût de calcul élevé lorsque de la mesure haute résolution est réalisée. En effet, les approches subset impliquent un opérateur de corrélation  $\mathbf{M}$  diagonale par bloque dont la résolution peut être menée en parallèle.

### 2.2 Régularisation mécanique

Pour diminuer d'autant plus les incertitudes de mesures, une régularisation mécanique du champ optique peut être adoptée [14, 9, 15, 16]. Cela consiste à compléter la CIN avec un terme de pénalisation qui assure la proximité du champ déplacement mesuré avec sa projection sur l'espace des solutions mécaniques. On note à présent  $\mathbf{q}$  le vecteur qui regroupe les ddl  $q_i$  du champ de déplacement EF  $\mathbf{u}$ . La méthode consiste à ajouter au résidu de corrélation (1) la norme  $L^2$  des efforts intérieurs. On considère donc pour la minimisation la fonctionnelle suivante :

$$\Phi_{tot}(\mathbf{u}) = \Phi_{cor}(\mathbf{u}) + \eta \Phi_{reg}(\mathbf{u}), \quad (6)$$

où le résidu mécanique  $\Phi_{reg}(\mathbf{u})$  s'écrit tel que :

$$\Phi_{reg}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \|\bar{\mathbf{K}} \mathbf{q}\|_2^2 = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \bar{\mathbf{K}}^T \bar{\mathbf{K}} \mathbf{q}. \quad (7)$$

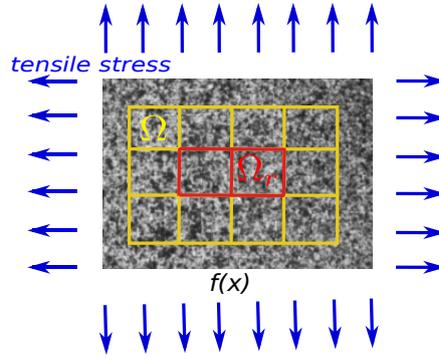


FIGURE 1 – Image de référence  $f$  et maillage pour la CIN-EF (seuls les ddls dans  $\Omega_r$  sont régularisés).

$\bar{\mathbf{K}} \mathbf{q}$  est le vecteur qui collecte les efforts intérieurs pour chaque ddl excepté ceux qui concernent des conditions aux limites de Dirichlet et de Neumann non-homogène (voir figure 1).  $\bar{\mathbf{K}}$  est l'extraction de la matrice de rigidité EF  $\mathbf{K}$  associée à cette sélection de ddls.  $\eta$  constitue quant à lui le paramètre de pénalisation. Il peut être interprété comme la longueur de coupure d'un filtre passe bas [9]. En reprenant la démarche de la section précédente, on peut obtenir le système linéaire suivant pour calculer le nouvel itéré de Gauss-Newton :

$$\left( \mathbf{M} + \eta \bar{\mathbf{K}}^T \bar{\mathbf{K}} \right) \delta \mathbf{q}^k = \mathbf{b}^k - \eta \bar{\mathbf{K}}^T \bar{\mathbf{K}} \mathbf{q}^{k-1}, \quad (8)$$

où  $\mathbf{q}^{k-1}$  désigne le vecteur des ddls de  $\mathbf{u}^{k-1}$ .

### 3 Méthode de couplage proposée

On s'intéresse à présent au couplage de différents domaines en CIN-EF et CIN-R. On considère pour cela une partition de la région d'intérêt  $\Omega$  en deux sous-domaines  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  connectés par l'interface  $\Gamma$ . De façon similaire, les images  $f$  et  $g$  sont découpées en sous-images  $(f_1, f_2)$  et  $(g_1, g_2)$  englobant les domaines  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  (voir figure 2). Pour la régularisation, on introduit aussi les sous-domaines  $\Omega_{r_1}$  et  $\Omega_{r_2}$  avec leur interface commune  $\Gamma_r$ . Dans la suite, toute quantité  $\square_s$  définit la restriction à  $\Omega_s$  de la quantité  $\square$ .

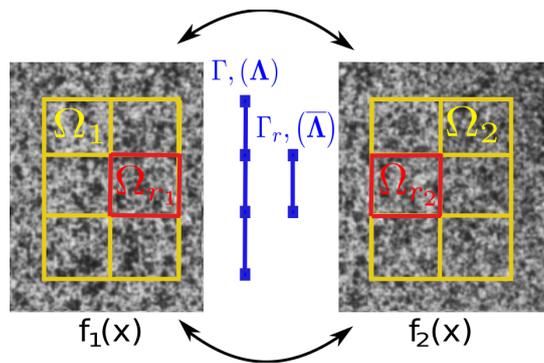


FIGURE 2 – Décomposition du domaine  $\Omega$  en deux sous-domaines  $(\Omega_1, \Omega_2)$  et deux sous-images  $(f_1, f_2)$ .

#### 3.1 Cas de la corrélation sans régularisation mécanique

Pour écrire une méthode de couplage adaptée au traitement de données provenant de deux mesures indépendantes, il nous faut formuler le problème de CIN comme une somme de problèmes locaux sur  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  et limiter les échanges de quantités à l'interface  $\Gamma$ . Dans le cas de la CIN-EF sans régularisation mécanique, il suffit de profiter de l'additivité de l'intégrale sur  $\Omega$  dans l'équation (1), et d'introduire un multiplicateur de Lagrange  $\lambda$  pour assurer la continuité du déplacement à travers  $\Gamma$  et ainsi retrouver la régularité  $C^0$  de l'espace EF  $\mathcal{V}$  (cf. [13]). On ajoute donc au résidu de corrélation  $\Phi_{cor}(\mathbf{u})$  le terme

suivant :

$$\int_{\Gamma} \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) d\Gamma = \boldsymbol{\Lambda}^T (\mathbf{C}_1 \mathbf{q}_1 + \mathbf{C}_2 \mathbf{q}_2), \quad (9)$$

avec  $\boldsymbol{\Lambda}$  le vecteur des ddls associé à  $\boldsymbol{\lambda}$  et  $\mathbf{C}_s$  les opérateurs de Mortar classiques (opérateurs booléens signés si les maillages sont compatibles). Il en découle le système linéaire mixte suivant à résoudre à chaque itération de Gauss-Newton :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & 0 & \mathbf{C}_1^T \\ 0 & \mathbf{M}_2 & \mathbf{C}_2^T \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{q}_1^k \\ \delta \mathbf{q}_2^k \\ \boldsymbol{\Lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1^k \\ \mathbf{b}_2^k \\ -\mathbf{C}_1 \mathbf{q}_1^{k-1} - \mathbf{C}_2 \mathbf{q}_2^{k-1} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

### 3.2 Extension au cas de la CIN régularisée mécaniquement

Pour le terme  $\Phi_{reg}(\mathbf{u})$  de l'équation (7), une telle stratégie ne peut être appliquée puisqu'une norme n'est pas une application linéaire. En effet, en considérant que le déplacement est continu à travers  $\Gamma$ , on ne peut que profiter de l'additivité du vecteur  $\bar{\mathbf{K}}\mathbf{q}$  sur  $\Omega$  pour obtenir :

$$\min_{\mathbf{q}} \frac{1}{2} (\|\bar{\mathbf{K}} \mathbf{q}\|_2^2) = \min_{\substack{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2 \\ \mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_2 \text{ on } \Gamma}} \frac{1}{2} (\|\bar{\mathbf{K}}_1 \mathbf{q}_1 + \bar{\mathbf{K}}_2 \mathbf{q}_2\|_2^2), \quad (11)$$

avec :

$$\|\bar{\mathbf{K}}_1 \mathbf{q}_1 + \bar{\mathbf{K}}_2 \mathbf{q}_2\|_2^2 = \mathbf{q}_1^T \bar{\mathbf{K}}_1^T \bar{\mathbf{K}}_1 \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2^T \bar{\mathbf{K}}_2^T \bar{\mathbf{K}}_2 \mathbf{q}_2 + 2\mathbf{q}_1^T \bar{\mathbf{K}}_1^T \bar{\mathbf{K}}_2 \mathbf{q}_2. \quad (12)$$

L'utilisation directe de l'expression (12) pose des problèmes d'intrusivité de la méthode. En effet, cela nécessite de mélanger les contributions des sous-domaines (pour calculer le troisième terme), ce qui peut apparaître compliqué d'un point de vue implémentation et surtout, ce n'est pas compatible avec l'architecture parallèle des ordinateurs. Par conséquent, on propose l'approximation suivante pour la minimisation de  $\Phi_{reg}(\mathbf{u})$  (cf. [2]) :

$$\min_{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2} \frac{1}{2} (\|\bar{\mathbf{K}}_1 \mathbf{q}_1 + \bar{\mathbf{K}}_2 \mathbf{q}_2\|_2^2) \approx \min_{\substack{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \bar{\Lambda} \\ \mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_2 \text{ on } \Gamma}} \frac{1}{2} (\|\bar{\mathbf{K}}_1 \mathbf{q}_1 + \bar{\mathbf{C}}_1^T \bar{\Lambda}\|_2^2 + \|\bar{\mathbf{K}}_2 \mathbf{q}_2 + \bar{\mathbf{C}}_2^T \bar{\Lambda}\|_2^2). \quad (13)$$

Dans cette équation, une nouvelle inconnue d'interface  $\bar{\Lambda}$  est introduite pour contrôler l'équilibre mécanique des sous-domaines à l'interface  $\Gamma_r$ .  $\bar{\mathbf{C}}_s$  sont les opérateurs de Mortar associés. Il est à noter que le cas hypothétique d'une satisfaction exacte de l'équilibre mécanique peut être représenté avec le couplage proposé. Dans ce cas, la fonction coût (13) s'annule à l'interface  $\Gamma_r$  et ainsi,  $\bar{\Lambda}$  correspond exactement à la force de réaction entre les deux sous-domaines. Maintenant, la formulation de couplage proposée est aussi pertinente dans la situation plus générale d'un déplacement  $\mathbf{u}$  qui ne satisfait pas exactement la contrainte d'équilibre. Ceci est crucial puisqu'il n'y a aucune raison que la contrainte statique soit imposée exactement comparé à la contrainte cinématique. Autrement dit, il n'y a aucune raison que le résidu mécanique (7) atteigne zéro à  $\Gamma_r$  lorsqu'il est combiné au résidu de corrélation (1).

En repartant à présent de la somme pondérée des deux résidus de la formulation de couplage, la version du système linéaire (10) qui prend en compte une régularisation mécanique du champ optique peut être écrite. On obtient le système linéaire suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 + \eta \bar{\mathbf{K}}_1^T \bar{\mathbf{K}}_1 & 0 & \mathbf{C}_1^T & \eta \bar{\mathbf{K}}_1^T \bar{\mathbf{C}}_1^T \\ 0 & \mathbf{M}_2 + \eta \bar{\mathbf{K}}_2^T \bar{\mathbf{K}}_2 & \mathbf{C}_2^T & \eta \bar{\mathbf{K}}_2^T \bar{\mathbf{C}}_2^T \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 & 0 & 0 \\ \eta \bar{\mathbf{C}}_1 \bar{\mathbf{K}}_1 & \eta \bar{\mathbf{C}}_2 \bar{\mathbf{K}}_2 & 0 & \eta (\bar{\mathbf{C}}_1 \bar{\mathbf{C}}_1^T + \bar{\mathbf{C}}_2 \bar{\mathbf{C}}_2^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{q}_1^k \\ \delta \mathbf{q}_2^k \\ \boldsymbol{\Lambda} \\ \bar{\Lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1^k - \eta \bar{\mathbf{K}}_1^T \bar{\mathbf{K}}_1 \mathbf{q}_1^{k-1} \\ \mathbf{b}_2^k - \eta \bar{\mathbf{K}}_2^T \bar{\mathbf{K}}_2 \mathbf{q}_2^{k-1} \\ -\mathbf{C}_1 \mathbf{q}_1^{k-1} - \mathbf{C}_2 \mathbf{q}_2^{k-1} \\ -\eta \bar{\mathbf{C}}_1 \bar{\mathbf{K}}_1 \mathbf{q}_1^{k-1} - \eta \bar{\mathbf{C}}_2 \bar{\mathbf{K}}_2 \mathbf{q}_2^{k-1} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Bien que  $\bar{\Lambda}$  puisse être interprétée comme une force de réaction d'interface, il est à noter que celle-ci ne constitue pas d'un point de vue numérique un multiplicateur de la Lagrange. C'est pour cela que

l'on obtient une structure atypique pour le système linéaire (14) (des produits de matrices de rigidité et d'opérateurs de Mortar apparaissent (voir termes croisés) et le terme diagonal associée à la seconde inconnue d'interface n'est pas nulle). Par ailleurs, il est à noter qu'il n'est pas attendu que la formulation proposée soit consistante avec le problème de CIN-R initial (à cause de l'approximation (13)). Toutefois, aucune différence entre les solutions obtenues par couplage et les solutions de références CIN-R mono-domaine associées n'ont pu être observées, ce qui atteste de la fiabilité de la méthode développée.

## 4 Application de la méthode pour l'analyse d'images réelles

On présente à présent deux cas concrets d'application de la stratégie afin d'illustrer son potentiel dans le champ de la CIN.

### 4.1 Mesures multi-échelles

La première application concerne l'analyse globale/locale d'une structure (voir, par exemple, [11, 1] pour le contexte de la simulation numérique). Plus précisément, on considère ici la CIN multi-échelles introduite dans [12]. L'idée est de tirer partie du meilleur d'une série d'images en champ proche et en champ lointain, ce qui peut s'avérer d'un grand intérêt dans un processus d'identification (diminution significative des incertitudes).

La figure 3 montre les mesures de déplacement obtenues à l'issue d'un essai de traction uni-axiale sur une éprouvette trouée en composite stratifié verre/époxy. Deux caméras sont utilisées : une en champ proche se focalise sur une zone proche du trou, tandis que l'autre en champ lointain permet de faire des mesures dans toute la zone utile de l'éprouvette. Dans la figure 3(a), les mesures sont réalisées indépendamment (sans régularisation mécanique). La discontinuité du champ de déplacement entre les deux images apparaît clairement. Par ailleurs, on peut remarquer que le déplacement est plus régulier dans la région en champ proche, ce qui est normal puisque la résolution d'image est supérieure. Lorsque le couplage sans régularisation mécanique (10) est appliqué pour la mesure (cf. Figure 3(b)), un déplacement parfaitement continu à travers l'interface global/local est obtenu. Néanmoins, la solution semble rester sujette à des oscillations parasites autour de l'interface, provenant certainement de la plus faible résolution de l'image en champ lointain. En adoptant finalement le couplage avec régularisation mécanique (14) (voir Figure 3(c)), il devient possible d'obtenir un déplacement non seulement continu à travers l'interface mais aussi parfaitement régulier sur l'ensemble de l'éprouvette. Ceci atteste de la fiabilité de la méthode développée pour effectuer des mesures multi-échelles par CIN-EF et CIN-R.

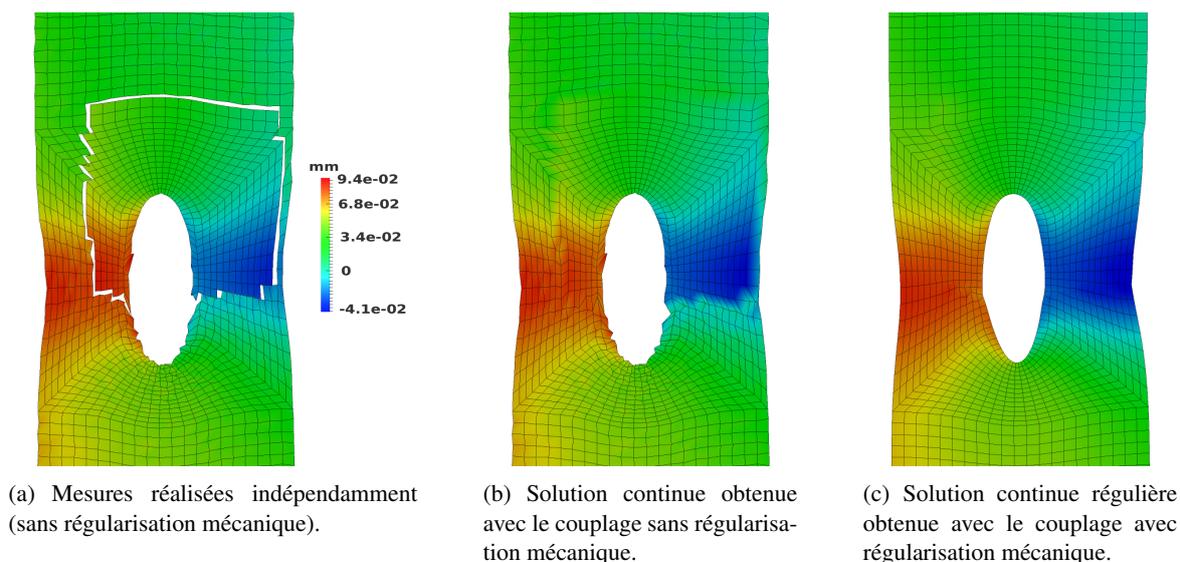


FIGURE 3 – Déplacement horizontal mesuré par CIN globale/locale (en mm, amplification de 30).

## 4.2 Calcul parallèle

Dans un second temps, la stratégie est étendue pour permettre la mesure en parallèle par CIN-EF et CIN-R, comblant ainsi le défaut principal de ces approches comparativement aux méthodes subset. La charge de calcul en CIN-EF et CIN-R est principalement due à l'inversion de systèmes linéaires (voir équations (4) ou (8)) et à l'interpolation d'image (calcul du second membre  $\mathbf{b}^k$ , cf. (5)). En partant de la formulation de couplage proposée et de techniques habituelles utilisées en décomposition de domaines en mécanique des structures (voir, par exemple, [3, 7]), il nous a été possible de construire un solveur dans lequel ces deux opérations sont réalisées en parallèle. La résolution est basée sur la condensation du problème de couplage sur l'interface, l'utilisation d'algorithmes itératifs de type Krylov, ainsi que le développement de préconditionneurs adaptées. Le traitement de la CIN-R a nécessité un effort particulier à cause de la structure atypique de la formulation. Puisque l'opérateur condensé s'est avéré non positif défini, un algorithme de type GMRES a été implémenté et un préconditionneur original, combinant des inverses locales et des compléments de Schur primaux locaux, a été construit [2].

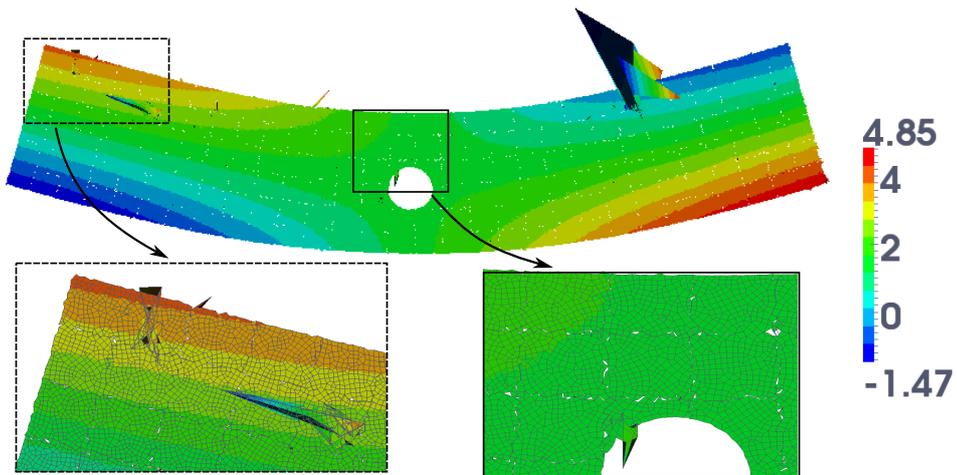
La stratégie mise en place est utilisée pour étudier une paire d'images haute résolution 29 millions de pixels d'un essai de flexion 4 points (voir Figure 4). Un maillage EF non-structuré est positionné sur l'image de référence. Il est découpé en 180 sous-domaines de forme globalement carrée qui sont mesurés en parallèle. La figure 4(a) présente les résultats concernant des mesures effectuées indépendamment (sans régularisation mécanique) sur chaque sous-domaine, tandis que les figures 4(b) et 4(c) montrent les solutions obtenues avec le solveur parallèle développé, sans et avec régularisation mécanique, respectivement. De nouveau, on voit clairement l'amélioration de la solution au travers des différentes situations. La première solution est discontinu entre les sous-domaines alors que la continuité du déplacement est assurée avec la seconde stratégie. Enfin, le bruit de mesures est supprimé lorsqu'une régularisation mécanique est appliquée.

## 5 Conclusion

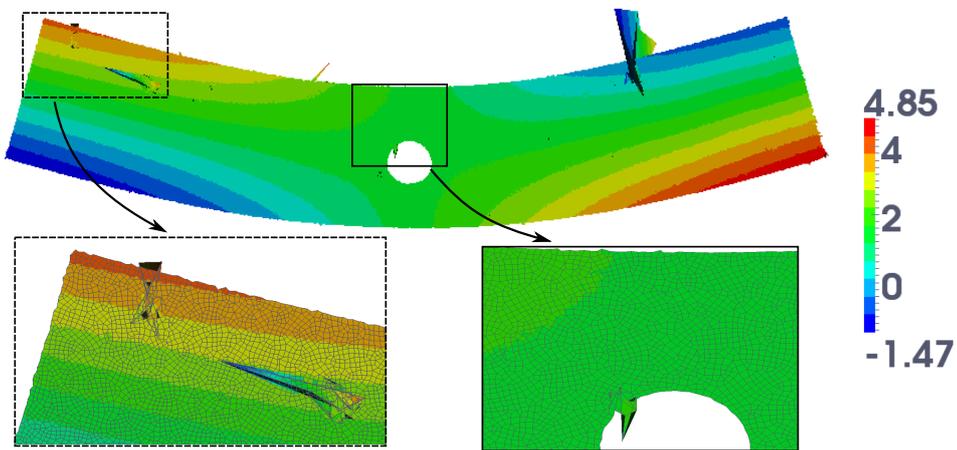
Une méthode de couplage de domaines en CIN-EF et CIN-R est proposée dans ce travail. Elle permet de retrouver la continuité du déplacement et, dans le cas de la CIN-R, l'équilibre mécanique des modèles utilisés pour régulariser. La méthode développée nous paraît prometteuse dans le champ de la CIN. Il a été montré qu'elle pouvait être utilisée avec succès pour effectuer la mesure d'un champ de déplacement continu et régulier multi-échelles à partir d'une série d'images en champ proche et en champ lointain. Une telle mesure paraît pertinente pour l'étude fine de phénomènes localisés dans de larges domaines (telles que la propagation de fissures ou le comportement d'inclusions [11, 1]) dans lesquels le modèle EF est lui même multiéchelle. Une autre application de la stratégie illustrée dans ce travail concerne le calcul haute performance dans le contexte de la CIN-EF et CIN-R. Le problème de couplage peut être condensé sur l'interface et résolu en utilisant un algorithme itératif de type Krylov. Des préconditionneurs adaptés peuvent aussi être construits afin de réduire le coût de calcul. Il en découle un outil efficace pour la mesure éléments finis à partir d'images hautes résolutions, combinant ainsi les avantages des méthodes CIN-EF (lien direct avec la simulation, continuité, régularisation mécanique) et ceux des approches subset (parallélisation). Une telle stratégie apparaît dès lors adaptée pour s'attaquer au challenge de la CIV [9, 10], qui fait intervenir des mesures volumiques avec de grandes quantités de données et nécessitant une forte régularisation [6].

## Références

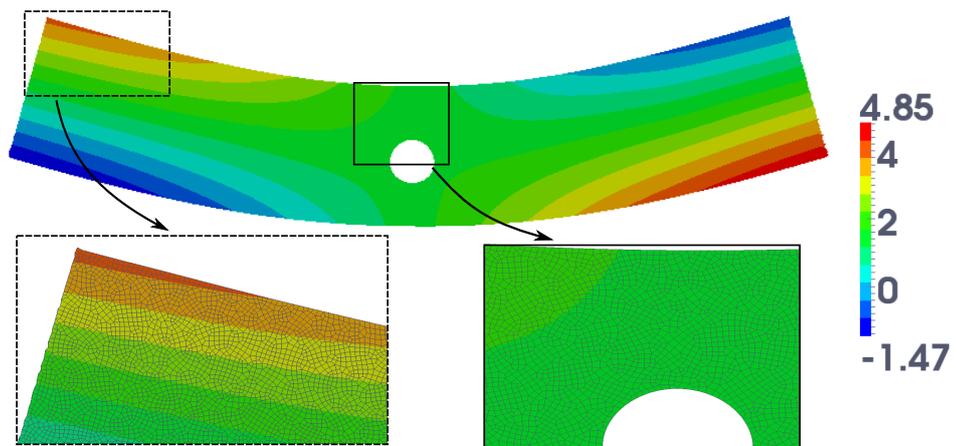
- [1] R. Bouclier, J.C. Passieux, M. Salaün. *Local enrichment of NURBS patches using a non-intrusive coupling strategy : geometric details, local refinement, inclusion, fracture*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 300, 1-26, 2016.
- [2] R. Bouclier, J.C. Passieux. *A domain coupling method for finite element digital image correlation with mechanical regularization : Application to multiscale measurements and parallel computing*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, DOI : 10.1002/nme.5456, 2016.
- [3] C. Farhat, F.X. Roux. *A method of finite element tearing and interconnecting and its parallel solution algorithm*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 32, 1205-1227, 1991.



(a) Déplacement CIN-EF (sans régularisation mécanique) mesuré indépendamment sur chaque sous-domaine.



(b) Solution continue obtenue en parallèle par CIN-EF (sans régularisation mécanique).



(c) Solution continue régulière obtenue en parallèle par CIN-R.

FIGURE 4 – Déplacement horizontale mesuré par CIN en parallèle.

- [4] R. Fedele, L. Galantucci, A. Ciani. *Global 2D digital image correlation for motion estimation in a finite element framework : a variational formulation and a regularized, pyramidal, multi-grid implementation*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 96, 739-762, 2013 .
- [5] L. Wittevrongel , P. Lava, S. V. Lomov, D. Debruyne. *A Self Adaptive Global Digital Image Correlation Algorithm*, Experimental Mechanics, 55, 361-378, 2015.
- [6] L.A. Gomes Perini, J.C. Passieux, J.N. Périé. *A multigrid PGD-based algorithm for volumetric displacement fields measurements*, Strain, 50, 355-367, 2014.
- [7] P. Gosselet, C. Rey. *Non-overlapping domain decomposition methods in structural mechanics*, Archives of Computational Methods in Engineering, 13, 515-572, 2006.
- [8] F. Hild, S. Roux. *Digital image correlation : from displacement measurement to identification of elastic properties - a review*, Strain, 42, 69–80, 2006.
- [9] H. Leclerc, J.N. Périé, F. Hild, S. Roux. *Digital volume correlation : What are the limits to the spatial resolution ?*, Mechanics & Industry, 13, 361-371, 2012.
- [10] T.F. Morgeneyer, L. Helfen, H. Mubarak, F. Hild. *3D Digital Volume Correlation of Synchrotron Radiation Laminography images of ductile crack initiation : An initial feasibility study*, Experimental Mechanics, 53, 543-556, 2013.
- [11] J.-C. Passieux, J. Réthoré, A. Gravouil, M.-C. Baietto. *Local/global non-intrusive crack propagation simulation using a multigrid X-FEM solver*, Computational Mechanics, 56, 1381-1393, 2013.
- [12] J.C. Passieux, F. Bugarin, C. David, J.N. Périé, L. Robert. *Multiscale displacement field measurement using digital image correlation : Application to the identification of elastic properties*, Experimental Mechanics, 55, 121-137, 2015.
- [13] J.-C. Passieux, J.-N. Périé, M. Salaün. *A dual domain decomposition method for finite element digital image correlation*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 102, 1670-1682, 2015.
- [14] J. Réthoré, S. Roux, F. Hild. *An extended and integrated digital image correlation technique applied to the analysis of fractured samples*, European Journal of Computational Mechanics, 18, 285-306, 2009.
- [15] J. Réthoré, Muhibullah, T. Elguedj, M. Coret, P. Chaudet, A. Combescure. *Robust identification of elastoplastic constitutive law parameters from digital images using 3D kinematics*, International Journal of Solids and Structures, 50, 73-85, 2013.
- [16] J. Réthoré. *Automatic crack tip detection and stress intensity factors estimation of curved cracks from digital images*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 103, 516-534, 2015.
- [17] Y. Sun, J.H.L. Pang, C.K. Wong, F. Su. *Finite element formulation for a digital image correlation method*, Applied Optics, 44, 7357-7363, 2005.
- [18] M.A. Sutton, J.J. Orteu, H. Schreier. *Image correlation for shape, motion and deformation measurements : Basic Concepts, Theory and Applications*, Springer, New York (USA), 2009.