



**HAL**  
open science

## Optimisation Topologique sans Maillage - Vers la reconnaissance d'éléments structuraux

Ghislain Raze, M. Charlotte, Joseph Morlier

► **To cite this version:**

Ghislain Raze, M. Charlotte, Joseph Morlier. Optimisation Topologique sans Maillage - Vers la reconnaissance d'éléments structuraux. 13e colloque national en calcul des structures, Université Paris-Saclay, May 2017, Giens, Var, France. hal-01926328

**HAL Id: hal-01926328**

**<https://hal.science/hal-01926328>**

Submitted on 19 Nov 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# OPTIMISATION TOPOLOGIQUE SANS MAILLAGE

## Vers la reconnaissance d'éléments structuraux

G. Raze<sup>1</sup>, M. Charlotte<sup>2</sup>, J. Morlier<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université de Toulouse, ISAE SUPAERO, 10 avenue Edouard Belin, 31405 Toulouse, France

<sup>2</sup> Institut Clément Ader (ICA), Université de Toulouse, ISAE SUPAERO-CNRS-INSA-Mines Albi-UPS, Toulouse, France

**Résumé** — Cet article présente des résultats d'une étude d'optimisation topologique utilisant une nouvelle approche par ajout de variables de localisation des nœuds. Dans cette approche, la discrétisation spatiale est découplée de la distribution matérielle. Les effets de la méthode de discrétisation, de l'optimiseur et de la fraction de volume sont étudiés. Les résultats de l'approche par ajout de variables de localisation des nœuds sont prometteurs et suggèrent que cette approche pourrait constituer une alternative aux méthodes actuellement utilisées en optimisation topologique.

**Mots clés** — Mécanique des structures ; Optimisation topologique ; Compliance minimale ; Méthodes sans maillage ; Approche par ajout de variables de localisation des nœuds ; Méthode des éléments finis

## 1 Introduction

### 1.1 Motivations

Tout objet concret est composé de matière qui est associée à un coût, du point de vue financier, ou une masse. Dès lors, cette matière doit être utilisée judicieusement. À cet effet, l'optimisation topologique a pour objectif la recherche du meilleur arrangement de matière pour la maximisation de performances spécifiques. Dans cet article, on visera à optimiser la rigidité structurale de pièces mécaniques.

### 1.2 État de l'art

#### 1.2.1 Méthode des éléments finis et méthode sans maillage

La physique d'un certain problème est souvent traduite par des équations aux dérivées partielles dont la solution, si elle existe, est très souvent inconnue. On peut toutefois approximer cette solution à l'aide de différentes techniques de discrétisation. Dans le cadre de ce travail, on en considérera deux : la Méthode des Éléments Finis (MEF) et la méthode sans maillage Element-Free Galerkin (EFG).

Les méthodes sans maillage permettent de mieux traiter certains cas que la MEF (discontinuités ou grandes déformations par exemple), mais souvent à un coût plus élevé [5]. En 1994, la méthode EFG pour la mécanique des solides fut proposée par Belytschko et al. [2]. Dans cette méthode, un corps est discrétisé en plusieurs nœuds. Les relations de voisinages entre ces nœuds sont décrites en termes de domaines d'influence. Deux nœuds interagissent si l'un se situe dans le domaine d'influence de l'autre. Un système linéaire faisant intervenir les déplacements nodaux peut être obtenu à l'aide d'une forme faible globale. Les intégrales apparaissant dans cette dernière sont évaluées par une formule d'intégration de Gauss à l'aide d'un maillage de fond. En outre, les conditions aux limites ne pouvant être imposées directement comme pour la MEF, des multiplicateurs de Lagrange sont utilisés. Le lecteur intéressé pourra trouver d'avantage de détails dans [5] ou [7].

#### 1.2.2 Approches classiques d'optimisation topologique des structures mécaniques

L'optimisation topologique dans le domaine de la mécanique des structures est souvent faite à l'aide de la MEF. Les techniques les plus répandues sont la méthode d'homogénéisation (Bendsøe et Kikuchi,

1988 [3]), la méthode Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP) et la méthode Evolutionary Structural Optimization (ESO, Xie et Steven, 1993 [10]). Dans ces techniques, on associe à chaque élément une densité indiquant la présence ou non de matière. Cette densité est traduite numériquement par une valeur normée d'un pixel entre 0 et 1 pouvant évoluer de manière discrète binaire ou continue.

Ces techniques ont quelques inconvénients. Tout d'abord, la présence de densité intermédiaire peut être difficile à interpréter pour la réalisation de la pièce. On peut alors pénaliser les densités intermédiaires en considérant que la raideur évolue selon une loi avec un exposant  $p > 1$  pour la densité. Empiriquement, la valeur  $p = 3$  est souvent utilisée. Deuxièmement, la solution peut présenter un aspect de damier sur les éléments. Un filtrage inspiré du traitement d'images fut proposé par Sigmund en 1994 [9] pour éviter l'apparition de trous en dessous d'une certaine échelle.

Les résultats d'une optimisation topologique sont des géométries avec des frontières assez grossièrement décrites par les éléments. Ces résultats doivent être interprétés en une géométrie qui suivra par la suite une optimisation de forme, pour que finalement un modèle solide puisse être extrait pour fabriquer la pièce. Les géométries des pièces optimisées sont souvent relativement complexes. Elles peuvent être coûteuses à produire avec des méthodes traditionnelles, telles que l'usinage et le moulage. La méthode Additive Layer Manufacturing (ALM, également nommée "impression 3D") permet de créer de telles géométries à moindre coût. Cette méthode devient de plus en plus maîtrisée et répandue et est très compatible avec les résultats de notre méthode .

### 1.2.3 L'approche par ajout de variables de localisation des nœuds

Une nouvelle technique d'optimisation topologique ressemblant à un écoulement fut proposée par Overvelde dans sa thèse de master [7] afin d'obtenir une méthode d'optimisation topologique qui ne présenterait pas les mêmes inconvénients que celles associées à la MEF. À partir des résultats de la méthode EFG, les nœuds s'écoulent vers la configuration la plus raide possible. Cependant, déplacer les nœuds associés à la discrétisation peut compromettre la précision des résultats. De plus, la raideur de la pièce n'est sensible qu'aux frontières de la matière avec une telle approche. Overvelde proposa donc de séparer la discrétisation de la distribution de matière. Les nœuds de discrétisation sont fixes et sont utilisés dans la méthode EFG pour décrire les inconnues en déplacement. Les nœuds de masse sont utilisés pour décrire la distribution matérielle à l'aide d'une fonction de densité qui va déterminer la rigidité. Dès lors, les nœuds de masse peuvent être mus par un optimiseur pour maximiser la rigidité d'une pièce.

À la fin de son travail, Overvelde proposa plusieurs voies à explorer dans l'approche par ajout de variables de localisation des nœuds (AAVLN) : améliorer l'algorithme d'optimisation, utiliser une méthode basée sur la MEF, utiliser d'autres variables d'optimisation que les positions nodales et valider les résultats de l'AAVLN à l'aide d'autres techniques d'optimisation topologique. Cet article traite de ces quatre voies. En utilisant des variables d'optimisation appropriées, l'AAVLN conduit naturellement à la reconnaissance d'éléments structuraux grâce à une description explicite de la géométrie de la pièce. D'autres travaux relativement contemporains sur l'optimisation topologique avec description explicite de la géométrie ont été faits par Guo et al [4], Norato et al [6], [12] ainsi que Zhang et al [11]. Le programme de 88 lignes d'Andreassen et al [1] (plus efficace que sa version précédente, le programme de 99 lignes de Sigmund [8]) est utilisé pour la validation des résultats.

## 2 Méthodologie

### 2.1 Fonction de densité

Comme l'avait proposé Overvelde [7], la distribution de matière est donnée par une fonction de densité, une combinaison linéaire de fonctions noyau  $W$ .

$$\rho(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^n m^l W(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}^l) \quad (1)$$

$n$  dénote le nombre de nœuds de masse dont le domaine d'influence couvre le point  $\mathbf{x}$ ,  $m^I$  est la masse associée au nœud de masse  $I$  et  $\boldsymbol{\mu}^I$  est le vecteur de variables matérielles associé. En deux dimensions et pour un domaine d'influence rectangulaire, chaque nœud de masse peut être caractérisé par une position  $(x^I, y^I)$ , une orientation  $\theta^I$  et des dimensions de domaine  $L_x^I$  et  $L_y^I$ .

$$\boldsymbol{\mu}^I = [x^I, y^I, \theta^I, L_x^I, L_y^I]^T \quad (2)$$

La fonction noyau donnée par l'équation (3) dépend alors des variables locales spécifiées par l'équation (4) et une fonction noyau unidimensionnelle dénotée  $w$ .

$$W(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}^I) = w(|\xi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}^I)|, \frac{L_x^I}{2}) w(|\eta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}^I)|, \frac{L_y^I}{2}) \quad (3)$$

$$\xi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}^I) = \frac{(x - x^I) \cos(\theta^I) + (y - y^I) \sin(\theta^I)}{L_x^I/2} \quad \eta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}^I) = \frac{-(x - x^I) \sin(\theta^I) + (y - y^I) \cos(\theta^I)}{L_y^I/2} \quad (4)$$

On peut notamment utiliser pour  $w$  la fonction poids spline cubique

$$w(r, d) = \begin{cases} \frac{2}{d} \left( \frac{2}{3} - 4r^2 + 4r^3 \right) & r \leq \frac{1}{2} \\ \frac{2}{d} \left( \frac{4}{3} - 4r + 4r^2 - \frac{4}{3}r^3 \right) & \frac{1}{2} < r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (5)$$

La valeur de la constante  $\frac{2}{d}$  est telle que l'intégrale de la fonction noyau sur son domaine est unitaire. Le nombre  $d$  correspond à la longueur de lissage de la fonction noyau.

## 2.2 Dérivées de la densité

Pour connaître dans quelle mesure la distribution de matière affecte la rigidité de la structure, il est nécessaire de calculer les dérivées de la fonction densité. Soit  $x_i^I$ , une variable matérielle quelconque du nœud de masse  $I$ . L'expression générale de la dérivée de la densité par rapport à cette variable est

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{x}^k)}{\partial x_i^I} = \frac{\partial m^I}{\partial x_i^I} W(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}^I) + m^I \frac{\partial W(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}^I)}{\partial x_i^I} \quad (6)$$

La masse du nœud de masse  $I$  est proportionnelle aux dimensions de son domaine.

$$m^I = \beta L_x^I L_y^I \quad (7)$$

En utilisant (4), (3), (5) et (7), l'expression (6) peut alors être calculée analytiquement pour n'importe quelle variable matérielle. On distingue alors trois cas de spécialisation d'un nœud de masse :

- Si seules  $x^I$  et  $y^I$  évoluent, alors  $I$  indexe un *nœud de masse*.
- Si  $x^I$ ,  $y^I$  et  $\theta^I$  évoluent, alors  $I$  indexe un *membre structural indéformable*.
- Si toutes les variables matérielles évoluent, alors  $I$  indexe un *membre structural déformable*.

## 2.3 Sensibilité de la compliance

La compliance peut être considérée comme l'inverse de la raideur structurale globale. Il s'agit physiquement du travail des forces externes sur la pièce. Le terme "compliance" est largement utilisé dans la littérature anglo-saxonne, mais on peut également retrouver les termes synonymes "souplesse" et "flexibilité". C'est donc une fonction coût qu'il faut minimiser dans l'algorithme d'optimisation. Si  $\mathbf{U}$  représente le vecteur des déplacements nodaux et  $\mathbf{F}$  représente le vecteur des forces généralisées, la compliance est donnée par

$$C = \mathbf{F}^T \mathbf{U} \quad (8)$$

On peut montrer assez facilement que la dérivée de cette expression par rapport à  $x_i^I$  est

$$\frac{\partial C}{\partial x_i^J} = -\mathbf{U}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i^J} \mathbf{U} \quad (9)$$

si l'on considère des cas statiques sans forces de volume. La matrice de raideur est assemblée à l'aide d'une formule d'intégration de Gauss

$$\mathbf{K} = \sum_{k=1}^{n_G} \mathbf{K}_e^k E(\mathbf{x}^k) \omega^k \quad (10)$$

où  $\mathbf{x}^k$  est le vecteur des coordonnées du point de Gauss  $k$ ,  $\omega^k$  est son poids associé et  $\mathbf{K}_e^k$  est sa matrice élémentaire associée avec un module de Young unitaire. Celle-ci peut être calculée à l'aide d'une technique de discrétisation. En utilisant la MEF, elle est calculée à partir des points de Gauss des éléments, tandis qu'avec la méthode EFG elle est calculée à l'aide des points de Gauss d'un maillage de fond. La seule quantité dépendante de la distribution matérielle dans (10) est le module de Young  $E$ .

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i^J} = \sum_{k=1}^{n_G} \mathbf{K}_e^k \frac{\partial E(\mathbf{x}^k)}{\partial x_i^J} \omega^k \quad (11)$$

## 2.4 Optimisation

### 2.4.1 Optimiseurs

Les fonctions de résolution numérique du problème d'élasticité linéaire (MEF ou EFG) sont couplées avec un optimiseur pour réaliser l'optimisation topologique. Dans ce travail, on s'intéresse à deux types d'optimiseurs : les optimiseurs basés sur les gradients et les optimiseurs méta-heuristiques.

Les optimiseurs basés sur les gradients sont généralement rapides mais peuvent converger vers des optima locaux. Les fonctions Matlab `fminunc()` et `fmincon()` fournissent des algorithmes d'optimisation, respectivement sans et avec contraintes. Le code de 88 lignes d'Andreassen et al utilise également un optimiseur heuristique relativement simple et efficace basé sur les gradients.

Les optimiseurs méta-heuristiques sont typiquement des optimiseurs stochastiques utilisés pour trouver l'optimum global. Ils sont plus coûteux car ils nécessitent en général un grand nombre d'évaluations de la fonction coût. Il n'est toutefois pas nécessaire d'évaluer les gradients, ce qui allège un peu l'effort de calcul. Un algorithme génétique est utilisé dans ce travail à l'aide de la fonction Matlab `ga()`.

### 2.4.2 Contrainte de masse

Lorsque l'on utilise des membres structuraux déformables, une contrainte d'inégalité sur la masse maximale peut être utilisée. La masse qui contribue de manière effective à la rigidité structurelle est inférieure ou égale à celle qui résulte de la sommation de toutes les masses nodales. Cela est dû au fait que le domaine d'influence d'un nœud de masse peut ne pas être couvert par le maillage de fond.

## 2.5 Aspects numériques

### 2.5.1 Densité asymptotique

Les nœuds de masse ont tendance à s'accumuler l'un sur l'autre, d'où en résulte des zones où la densité est supérieure à un. Pour un fabricant, la création de la pièce devient délicate voire impossible. Il est donc requis que la densité puisse varier entre zero et un. On peut utiliser la densité asymptotique et adapter les dérivées de cette densité.

$$\rho^a(\mathbf{x}) = \frac{a\rho(\mathbf{x})}{(\rho(\mathbf{x}))^b + a} \quad \frac{d\rho^a(\mathbf{x})}{d\rho(\mathbf{x})} = \frac{a(1-b)(\rho(\mathbf{x}))^b + a^2}{[(\rho(\mathbf{x}))^b + a]^2} \quad (12)$$

$$b = \frac{1}{1 - \rho_{Max}} - 1 \quad a = \frac{(\rho_{Max})^b}{\rho_{Max} - 1}$$

Cette densité asymptotique est presque linéaire lorsque  $0 \leq \rho(\mathbf{x}) \leq \rho_{Max}$ , et une densité au delà de  $\rho_{Max}$  est fortement pénalisée.  $\rho_{Max}$  doit donc être légèrement supérieur à un. De fortes variations du champ de densité sur des échelles courtes peuvent se produire si  $\rho_{Max}$  est très proche de un.

### 2.5.2 Densité/raideur minimum

Les régions où la densité est nulle ont une raideur associée nulle. Il en résulte une matrice de raideur singulière. Pour éviter ceci, une densité minimale  $\rho_{Min}$  peut être introduite.

$$E(\mathbf{x}) = E_0 \rho^p(\mathbf{x}) = \left( \rho(\mathbf{x}) = \rho_{Min} + (1 - \rho_{Min}) \sum_{l=1}^n m^l W(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}^l) \right)^p \quad (13)$$

où  $p$  est un facteur de pénalisation (on prendra  $p = 1$  dans le cas non pénalisé, voir ci-après). Puisque la densité subit de nombreuses transformations, un module de Young minimal  $E_{Min}$  peut être utilisé comme alternative, de sorte que, si  $E_0$  est le module de Young du matériau,

$$E(\mathbf{x}) = E_{Min} + (E_0 - E_{Min}) \rho(\mathbf{x})^p \quad (14)$$

### 2.5.3 Pénalisation des densités intermédiaires

Une pénalisation telle que celle utilisée dans la méthode SIMP peut être adaptée à l'AAVLN. Pour ce faire, on choisit le paramètre de pénalisation  $p > 1$  (la valeur  $p = 3$  est souvent utilisée) dans (13) ou (14). Le but de cette pénalisation dans la méthode SIMP est d'éviter le plus possible les éléments avec une densité intermédiaire dans la configuration finale. Cela ne sera bien évidemment pas le cas dans l'AAVLN, mais cela permet de comparer les méthodes de manière équitable.

## 3 Résultats

### 3.1 Bonne pratique

Malgré l'absence de couplage entre distribution matérielle et la discrétisation, elles ne devraient pas être construites de manière indépendante. La possibilité susmentionnée de variations fortes de la densité peuvent fausser l'intégration. La règle empirique suivante a permis d'éviter ces problèmes avec  $\rho_{Min} = 1.05$  : un domaine de nœud de masse doit couvrir au moins deux éléments ou cellules d'intégration.

$$\min_I (d_x^I, d_y^I) \geq \max_K (\Delta x^K, \Delta y^K) \quad (15)$$

### 3.2 Cas test

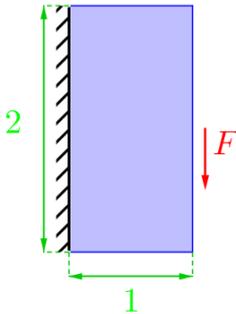


FIGURE 1 – Cas test

Grandeur	Symbole	Valeur
Module de Young	$E_0$	1
Coefficient de Poisson	$\nu$	0,3
Éléments/cellules par unité de longueur	$n_x$ ou $n_y$	[4 ; 15]
Points de Gauss par élément/cellule	$n_{G,e}$	4
Degré des fonctions de formes	$p_n$	1
Nombre de nœuds de masse	$n_{mm}$	18
Fraction de volume	$\nu_{Frac}$	[0,05 ; 1]
Nombre max. d'itérations	$iter_{Max}$	1 000
Tol. max. sur un changement de fonction coût	$tol_C$	$1 \times 10^{-6}$
Tol. max. sur un changement de variable	$tol_x$	$1 \times 10^{-6}$
Tol. max. sur la contrainte de masse	$tol_m$	$1 \times 10^{-6}$

TABLE 1 – Valeurs numériques du cas test

Le cas test montré dans la figure 1 est analysé. Les dimensions du domaine de conception sont  $1 \times 2$ . Le repère de référence est placé tel que  $(x, y) \in [0, 1] \times [-1, 1]$ . La structure est encadrée à gauche  $x = 0$

et chargée par une force unitaire au point  $(x,y) = (1,0)$ . Les autres grandeurs importantes sont listées dans la table 1. Pour faire le moins possible d’hypothèses sur la forme finale, on utilise des membres structuraux déformables.

### 3.3 Effet de l’optimiseur et complexité

Les compliances et temps CPU sont comparés pour l’AAVLN et la méthode SIMP. La fraction de volume maximale est constante :  $v_{frac} = 0.33$ . Les paramètres de discrétisation  $n_x$  et  $n_y$  varient dans leurs intervalles. Trois optimiseurs différents ont été utilisés pour l’AAVLN : un proposé par Overvelde [7] avec un pas de temps décroissant pour limiter les oscillations, la fonction `fmincon()` de Matlab et la fonction `ga()` de Matlab. La figure 2 illustre les résultats obtenus pour les différentes approches. Les calculs ont été faits sur un processeur Intel Core i5-2410M CPU 2.30 GHz.

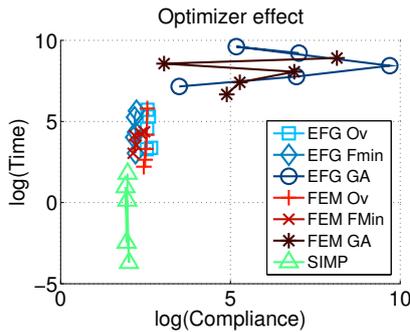


FIGURE 2 – Effet de l’optimiseur pour l’AAVLN basée sur la méthode EFG et la MEF : algorithme d’Overvelde (Ov), fonction `fmincon()` de Matlab (FMin) et fonction `ga()` de Matlab (GA)

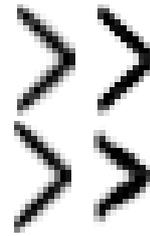


FIGURE 3 – Distribution de densité pour l’AAVLN basée sur la méthode EFG (dessus) et l’AAVLN basée sur la MEF (dessous) pour différents optimiseurs avec 12 éléments/cellules par unité de longueur : algorithme d’Overvelde (gauche), fonction `fmincon()` de Matlab (droite)

Premièrement, on peut voir que l’algorithme génétique est généralement plus lent que les autres, ce qui s’explique par le nombre élevé d’évaluations de la fonction coût que qu’il requiert. Les compliances en résultat sont plus élevées, ce qui signifie que la configuration finale n’est pas aussi optimale que celles données par les autres optimiseurs. Lorsqu’on analyse ces solutions, on découvre qu’elles ne sont pas physiquement réalistes, et que l’algorithme a été avorté avant de trouver la solution optimale globale. Deuxièmement, l’AAVLN basée sur la méthode EFG est en général plus lente que celle basée sur la MEF. Cela peut s’expliquer par plusieurs facteurs. Les nœuds de la méthode EFG ont généralement plus de relations de voisinage que ceux de la MEF. Dès lors, l’assemblage de la matrice de rigidité et de ses dérivées prend d’avantage de temps. De plus, la largeur de bande de ces matrices est plus grande. Enfin, l’addition de multiplicateurs de Lagrange détruit la structure en bande de la matrice à inverser, ce qui rend ce processus plus long. Les optimiseurs basés sur les gradients semblent donc être mieux adaptés à l’AAVLN même lorsque le nombre de variables d’optimisation est faible. La figure 3 montre les configurations finales obtenues lorsque la discrétisation est la plus fine.

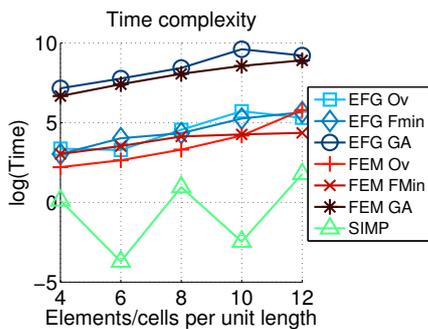


FIGURE 4 – Temps d’exécution

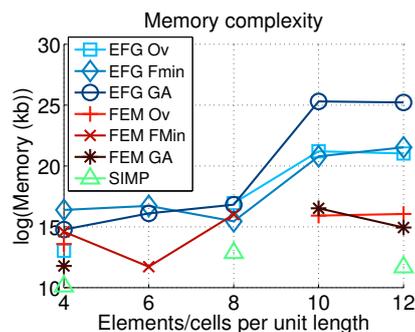


FIGURE 5 – Mémoire utilisée

En terme de temps, la figure 4 montre que la technique de discrétisation la plus économe est la MEF. Au niveau des algorithmes, leur classement décroissant par coût est le suivant : algorithme génétique, algorithme d’Overvelde puis algorithme basé sur les gradients de Matlab. En effet, c’est ce dernier qui requiert le moins d’itérations pour converger. L’AAVLN basée sur la MEF utilisée avec un optimiseur basé sur les gradients semble donc être la meilleure option en termes de temps et de mémoire.

On constate sur la figure 5 que l’AAVLN basée sur la méthode EFG est la plus coûteuse en terme de mémoire également, à cause de la matrice de rigidité et de ses dérivées formant des matrices moins creuses que dans la MEF. S’il n’y a pas d’oscillation, le coût en mémoire de la méthode SIMP est très faible, à tel point qu’il est égal à zéro selon Matlab (et n’apparaît donc pas sur le graphe au vu de l’échelle logarithmique).

Le coût de la méthode SIMP est toujours moindre que celui de l’AAVLN. Les temps d’exécution avec 6 et 10 éléments/cellules par unité de longueur sont largement supérieurs à ceux avec 4, 8 ou 12 éléments à cause des oscillations de la fonction coût qui ne cessent pas avant le nombre maximal d’itérations.

### 3.4 Influence de la fraction de volume

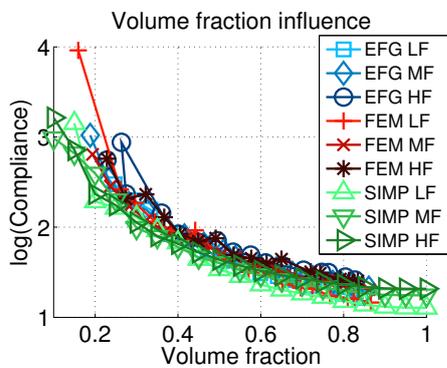


FIGURE 6 – Influence de la fraction de volume pour l’AAVLN basée sur la méthode EFG et la MEF ainsi que la méthode SIMP

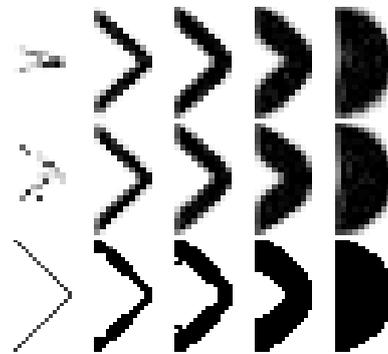


FIGURE 7 – Distributions de densité pour le maillage haute fidélité : AAVLN basée sur la méthode EFG (haut), AAVLN basée sur la MEF (milieu) et méthode SIMP (bas) pour des fractions de volume (de gauche à droite) 0,05 ; 0,25 ; 0,4 ; 0,6 et 0,8

L’influence de la fraction de volume est étudiée pour l’AAVLN basée sur la méthode EFG et la MEF, ainsi que pour la méthode SIMP. La fraction de volume dans l’AAVLN ne peut être exactement imposée, puisqu’une partie de la masse peut ne pas être prise en compte dans la rigidité structurale. On ne peut que fixer une fraction de volume maximale. On peut avoir une approximation de la masse structurale en intégrant la densité sur le domaine de conception.

Les tests sont faits avec un maillage basse fidélité (LF,  $5 \times 10$  éléments), un maillage moyenne fidélité (MF,  $10 \times 20$  éléments) et un maillage haute fidélité (HF,  $15 \times 30$  éléments). L’optimiseur utilisé pour l’AAVLN est la fonction `fmincon()` de Matlab.

On remarque que les compliances données par la méthode SIMP sont inférieures à celles données par l’AAVLN. On voit à l’aide de la figure 7 que la distribution matérielle de l’AAVLN est plus éparse que celle donnée par la méthode SIMP. Les régions dans lesquelles la densité joue son rôle le plus important dans la rigidité structurale ne peuvent donc pas être remplies autant. Cela est simplement dû au faible nombre d’éléments structuraux utilisés. De plus faibles compliances peuvent être obtenues avec une description de la distribution matérielle plus fine, mais elles ne peuvent être aussi faibles que celles obtenues par la méthode SIMP avec la même discrétisation.

## 4 Conclusions

Comparée à la méthode SIMP, l'AAVLN est plus coûteuse et requiert plus d'effort pour son implémentation. Elle permet toutefois un certain contrôle de la configuration finale en choisissant le nombre initial d'éléments et les limites de leurs caractéristiques. Les variables de conception sont également plus simples à interpréter car la description de la géométrie est explicite. La conversion vers des modèles CAD pour l'optimisation de forme ou vers des modèles ALM pourrait être simplifiée par rapport aux autres techniques d'optimisation topologique. Avec un algorithme de reconnaissance de forme, on pourrait ainsi progresser vers une conception de plus en plus automatisée.

L'utilisation des membres structuraux déformables est particulièrement avantageuse avec cette approche puisque le nombre de variables de conception peut être réduit. Leur changement de dimension peut entraîner des problèmes avec la discrétisation. On peut alors imposer par exemple des dimensions minimales pour les membres et les donner comme contraintes à l'optimiseur. Un élément structural déformable qui deviendrait trop petit pourrait également être supprimé en cours d'optimisation, pour laisser à d'autres membres plus importants la matière ainsi gagnée.

L'AAVLN peut être utilisée pour des cas plus complexe. Les auteurs ont notamment travaillé sur le cas "L-shape" (qui sera présentée en congrès) et ont obtenu des résultats similaires à ceux de la méthode SIMP. Dans un cadre plus applicatif, l'étude des nervures d'ailes d'avion constitue également un sujet intéressant d'étude sur lequel les auteurs travaillent actuellement.

Le code Matlab est disponible sur <https://github.com/GhislainRaze/Topology-Optimization>.

## Références

- [1] E. Andreassen, A. Clausen, M. Schevenels, B. S. Lazarov, O. Sigmund. *Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code*, Structural and Multidisciplinary Optimization, Springer, 1-16, 2011
- [2] T. Belytschko, Y. Y. Lu, L. Gu. *Element-free Galerkin methods*, International journal for numerical methods in engineering, Wiley Online Library, 229-256, 1994
- [3] M. P. Bendsøe, N. Kikuchi. *Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method*, Computer methods in applied mechanics and engineering, Elsevier, 197-224, 1988
- [4] X. Guo, W. Zhang, W. Zhong. *Doing topology optimization explicitly and geometrically—a new moving morphable components based framework*, Journal of Applied Mechanics, 081009, 2014
- [5] V. P. Nguyen, T. Rabczuk, S. Bordas, M. Duflot. *Meshless methods : a review and computer implementation aspects*, Mathematics and computers in simulation, Elsevier, 763-813, 2008
- [6] J. A. Norato, B. K. Bell, D. A. Tortorelli. *A geometry projection method for continuum-based topology optimization with discrete elements*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 306-327, 2015
- [7] J. T. B. Overvelde. *The Moving Node Approach in Topology Optimization*, Delft University of Technology, 2012
- [8] O. Sigmund. *A 99 line topology optimization code written in Matlab*, Structural and multidisciplinary optimization, Springer, 120-127, 2001
- [9] O. Sigmund. *Design of Materials Structures Using Topology Optimization*, Technical University of Denmark, 1994
- [10] Y. M. Xie, G. P. Steven. *A simple evolutionary procedure for structural optimization*, Computers & structures, Elsevier, 885-896, 1993
- [11] W. Zhang, J. Yuan, J. Zhang, X. Guo. *A new topology optimization approach based on Moving Morphable Components (MMC) and the ersatz material model*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 1243-1260, 2016
- [12] S. Zhang, J. A. Norato, A. L. Gain, N. Lyu. *A geometry projection method for the topology optimization of plate structures*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 1-18, 2016