HAL open science

Modélisation par champ de phase des matériaux fragiles: aspects numériques et applications au combustible nucléaire oxyde

Thomas Helfer, Benoît Bary, Tran Thang Dang, Olivier Fandeur, Bruno Michel

To cite this version:

Thomas Helfer, Benoît Bary, Tran Thang Dang, Olivier Fandeur, Bruno Michel. Modélisation par champ de phase des matériaux fragiles: aspects numériques et applications au combustible nucléaire oxyde. 13e colloque national en calcul des structures, Université Paris-Saclay, May 2017, Giens, Var, France. hal-01926327

HAL Id: hal-01926327

https://hal.science/hal-01926327v1

Submitted on 19 Nov 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2017
13ème Colloque National en Calcul des Structures
15-19 Mai 2017, Presqu'île de Giens (Var)

Modélisation par champ de phase de la fissuration des matériaux fragiles : aspects numériques et applications au combustible nucléaire oxyde

Thomas Helfer[1], Benoît Bary[2], Tran Thang Dang[3], Olivier Fandeur[4,5], Bruno Michel[6]

[1] *CEA, DEN/DEC/SESC, Département d'Études des Combustibles, thomas.helfer@cea.fr*
[2] *CEA, DEN/DPC/SECR, benoit.bary@cea.fr*
[3] *CEA, DEN/DPC/SECR, TranThang.DANG@cea.fr*
[4] *CEA, DEN/DM2S/SEMT, Département de Modélisation des Systèmes et des Structures, olivier.fandeur@cea.fr*
[5] *IMSIA, UMR 8193, CNRS-EDF-CEA-ENSTA*
[6] *CEA, DEN/DEC/SESC, Département d'Études des Combustibles, bruno.michel@cea.fr*

Résumé — Depuis les travaux de Marigo et Bourdin, la modélisation par champ de phase de la fissuration des matériaux fragiles a gagné en efficacité et en robustesse, notamment par les travaux de Miehe. Celui propose une implémentation explicite dans un sens que nous précisons dans ce papier.

Ce papier compare différentes implémentations purement implicites dans le code aux éléments finis Cast3M qui ne nécessitent aucun développement dans le code : on s'appuie uniquement sur les opérateurs existants.

Nous insisterons sur le traitement des propagations instables et illustrerons les résultats préliminaires obtenus par une application à la fragmentation du combustible nucléaire oxyde lors de la première montée en puissance.

1 Contexte de l'étude

Les combustibles utilisés dans les réacteurs du parc électrogène français se présentent sous la forme de pastilles de dioxyde d'uranium de $4mm$ de rayon enchassées dans un tube de gainage en alliage de zirconium.

En régime nominal, ces pastilles sont le lieu d'un important gradient de température de l'ordre de $150\,K.mm^{-1}$ qui conduit, par dilatation thermique différentielle, à leur fissuration dès la première montée en puissance. Sous irradiation, ces pastilles évoluent ensuite par gonflement induit par l'irradiation et par écoulement viscoplastique qui relaxe les contraintes résiduelles et permet d'accommoder l'évolution diamétrale de la gaine dont le rayon diminue.

Lors de transitoires de puissance ou lors de situations incidentelles (situations expérimentales visant à simuler des phases accidentelles), les sollicitations mécaniques sont de nature diverse et conduisent à l'apparition de phénomènes mécaniques variés : fissuration fragile formant un réseau périphérique secondaire, endommagement ductile par croissance de porosité, décohésion intergranulaire, etc. (voir (1)).

La modélisation du comportement fragile du combustible nucléaire est un thème de recherche important (2). Dans les simulations numériques développées par le CEA, notamment dans l'application `Alcyone` dont la résolution mécanique est basée sur le code aux éléments finis `Cast3M` (3), la modélisation fragile est actuellement prise en compte par un modèle d'endommagement local couplé à l'écoulement viscoplastique (2, 4). La dépendance pathologique au maillage est

régularisée en introduisant explicitement la taille de maille dans l'expression de la loi de comportement afin d'obtenir une énergie dissipée indépendante de cette taille. Cette approche permet de reproduire correctement le comportement du combustible dans de nombreuses situations, mais présente des limites dont nous souhaiterions nous affranchir.

— dépendance potentielle des résultats à l'orientation du maillage. Cette limitation n'a pas de conséquence pratique dans les situations usuelles, car la localisation des fissures est assez bien reproduite dans les situations d'intérêt ;
— limitation aux éléments finis linéaires, ce qui est particulièrement problématique pour traiter l'incompressibilité dans les zones chaudes du combustible où l'écoulement viscoplastique est particulièrement sensible.
— absence de base énergétique. Ce point est gênant dans le cadre de recherches récentes visant à établir des modèles homogénéisés permettant de décrire la fragmentation du combustible (voir (5)).

En plus de corriger les points précédents, nous recherchons une solution satisfaisant les critères physiques, numériques et pratiques suivants :

— compatibilité avec la thermodynamique des processus irréversibles.
— utilisation dans une modélisation en grandes transformations, le combustible pouvant localement être le lieu de rotations non infinitésimales.
— similarité/compatibilité avec la formulation usuelle des lois de comportement mécanique, pour le couplage avec la viscoplasticité notamment.
— efficacité numérique, notamment lors du traitement des propagations instables.
— implémentation aisée dans Cast3M, sans développement spécifique, ce qui exclut de fait certaines approches non locales qui reposent sur un nombre de degrés de liberté augmenté (par exemple les approches micromorphiques, voir (6)).

Dans ce contexte, les approches par champ de phase semblent particulièrement attractives. Nous nous baserons sur le modèle proposé par Miehe et al. (7) et repris ensuite par Nguyen et al. (voir (8, 9)).

L'objectif de ce travail est de présenter différents algorithmes permettant d'introduire ce modèle dans `Cast3M` (3) et d'en discuter les avantages et les inconvénients.

La première section présente le modèle utilisé et décrit les solutions proposées dans la littérature pour son traitement numérique. Celles-ci reposent sur un traitement explicite de l'endommagement, en un sens que nous préciserons, et qui nécessitent l'utilisation de petits pas de temps.

Deux algorithmes visant à rendre la résolution implicite, et donc susceptibles d'augmenter les pas de temps, sont décrits en sections 3.1 et 3.2.

La quatrième section illustrera des résultats, encore préliminaires, obtenus sur le combustible nucléaire oxyde.

2 Présentation du modèle traité

Dans une modélisation par champ de phase, la singularité géométrique que représente une fissure est lissée sur une distance caractéristique l pour pouvoir être traitée en volume (10).

La fissure est alors représentée par un champ d'endommagement d. La densité volumique locale de fissure $\gamma(d)$ est alors :

$$\gamma(d) = \frac{d^2}{2l} + \frac{l}{2}\vec{\nabla}d \cdot \vec{\nabla}d$$

2.1 Loi de comportement locale

Le matériau est représenté par une loi élastique endommageable avec prise en compte de la refermeture des fissures par une décomposition de l'énergie libre en une partie décrivant le comportement en traction et une partie décrivant le comportement en compression (7–9, 11) :

$$\Psi = (m(d) + k)\, \Psi^+ + \Psi^- + g_c\, \gamma\,(d) \tag{1}$$

où :

- Ψ^+ l'énergie de déformation liée à la traction
- Ψ^- l'énergie de déformation liée à la compression
- $m(d) = (1-d)^2$ une fonction choisie arbitrairement de telle sorte que sa dérivée en 1 est nulle pour garantir que Ψ^+ ait une valeur finie sur tout le domaine (voir (11)).
- g_c est l'énergie de surface dissipée par la propagation de fissure.
- k est une constante $<< 1$ utilisée pour régulariser le comportement du matériau en cas d'endommagement total.

Ψ^+ et Ψ^- sont définies par une décomposition des déformations élastiques en une partie positive et en une partie négative :

$$\begin{cases} \Psi^+ = \mu \left\langle \underline{\varepsilon}^{\mathrm{el}} \right\rangle_+ : \left\langle \underline{\varepsilon}^{\mathrm{el}} \right\rangle_+ + \dfrac{\lambda}{2} \left\langle \mathrm{tr}\left(\underline{\varepsilon}^{\mathrm{el}} \right) \right\rangle_+^2 \\ \Psi^- = \mu \left\langle \underline{\varepsilon}^{\mathrm{el}} \right\rangle_- : \left\langle \underline{\varepsilon}^{\mathrm{el}} \right\rangle_- + \dfrac{\lambda}{2} \left\langle \mathrm{tr}\left(\underline{\varepsilon}^{\mathrm{el}} \right) \right\rangle_-^2 \end{cases}$$

La forme (eq. 1) de l'énergie libre permet d'ajouter assez simplement les écoulements viscoplastiques du combustible (en supposant qu'ils ne soient pas affectés par l'endommagement, ce qui est une hypothèse raisonnable).

Il est également assez simple d'étendre le formalisme aux grandes transformations : par exemple, si l'on souhaite traiter les rotations finies, il suffit d'identifier les déformations aux déformations de Green-Lagrange et les contraintes aux secondes contraintes de Piola-Kirchhoff, ces quantités étant liées par dualité énergétique (voir (12, 13)). Pour traiter de manière exacte l'incompressibilité des écoulements viscoplastiques, on peut également utiliser le formalisme des déformations logarithmiques, en veillant à avoir une identification cohérente de la loi de comportement viscoplastique (14).

Cette loi constitutive est intégrée à l'aide du générateur de code `MFront` (15, 16).

2.2 Évolution de l'endommagement

Pour décrire le caractère irréversible de l'endommagement, une mesure H de la valeur maximale de la force motrice de l'endommagement est introduite :

$$H(x,t) = \max_{\tau \in [0,t]} \Psi^+(x,\tau)$$

En se basant sur l'équation de Clausius-Duhem, afin d'assurer la positivité de la dissipation, l'équation vérifiée par l'endommagement d peut être choisie de la forme suivante :

$$\frac{g_c}{l} \left[d - l^2 \triangle d \right] = 2\,(1-d)\, H \quad \text{sur} \quad \Omega \tag{2}$$

Les conditions aux limites associées à cette équation sont les conditions naturelles :

$$\vec{\nabla} d(x) \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{sur} \quad \partial\Omega$$

L'équation (eq. 2) est résolue dans `Cast3M` à l'aide des opérateurs éléments finis classiques utilisés soit pour les résolutions en thermique transitoire soit pour les problèmes de diffusion.

2.3 Revue de quelques implémentations précédentes

Après discrétisation en temps et en espace par la méthode des éléments finis, nous supposons connus à un instant t le champ de déplacement $\vec{u}|_t$ et le champ d'endommagement $d|_t$.

Dans un schéma implicite, le problème numérique à résoudre est de trouver l'incrément du champ de déplacement $\Delta\vec{u}$ et l'incrément du champ d'endommagement Δd tels qu'à l'instant $t+\Delta t$ l'équilibre mécanique et l'équation de champ de phase soient simultanément vérifiés.

L'équilibre mécanique est caractérisé par un résidu $\mathcal{R}$, défini par la différence entre les forces internes et les forces externes, nul :

$$\mathcal{R}\left(\vec{u}|_t, d|_t, \Delta\vec{u}^n, \Delta d\right) = 0 \tag{3}$$

Si l'incrément d'endommagement Δd est connu, le champ de déplacement se détermine par la seule résolution de l'équilibre mécanique, ce que l'on peut noter :

$$\Delta\vec{u} = \mathcal{L}_d\left(\vec{u}|_t, d|_t, \Delta d\right) \tag{4}$$

La solution de l'équation (eq. 4) est généralement obtenue par un processus itératif pour tenir compte du comportement non linéaire soit du matériau soit des non-linéarités géométriques en grandes transformations soit de la gestion d'éventuels contacts. Dans la suite nous supposerons que ce processus itératif prend la forme classique suivante :

$$\Delta\vec{u}^{n+1} = \mathbb{K}^{-1}\left(\vec{u}|_t, d|_t, \Delta\vec{u}^n, \Delta d\right) \cdot \mathcal{R}\left(\vec{u}|_t, d|_t, \Delta\vec{u}^n, \Delta d\right) \tag{5}$$

$\mathbb{K}$ est ici un opérateur de recherche généralement choisi égal à l'opérateur sécant (l'endommagement est supposé constant lors du calcul de cet opérateur), obtenu par assemblage des dérivées $\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial\underline{\varepsilon}^{\text{el}}\,\partial\underline{\varepsilon}^{\text{el}}}$ calculées en chaque point d'intégration.

À l'inverse, si l'on suppose l'incrément de déplacement $\Delta\vec{u}$ connu, H est connu et l'équation (eq. 2) permet de déterminer l'endommagement d, ce que l'on peut noter formellement :

$$\Delta d = \mathcal{L}_u\left(\vec{u}|_t, d|_t, \Delta\vec{u}\right)$$

Dans son implémentation, Miehe (7), suivi par (8), renonce à trouver une solution vérifiant l'équilibre mécanique et propose d'adopter une prédiction explicite de l'endommagement suivie d'une correction du champ de déplacement :

$$\begin{cases} \Delta d = \mathcal{L}_u\left(\vec{u}|_t, d|_t, \Delta\vec{0}\right) \\ \Delta\vec{u} = -\mathbb{K}^{-1}\left(\vec{u}|_t, d|_t, \vec{0}, \Delta d\right) \cdot \mathcal{R}\left(\vec{u}|_t, d|_t, \vec{0}, \Delta d\right) \end{cases}$$

Cet algorithme permet d'éviter tous les problèmes liés au traitement de propagation instable : on passe par un chemin virtuel en espérant retomber sur un état d'équilibre au bout d'un certain temps. Lors des phases où l'équilibre n'est pas assuré, le temps a alors une signification sensiblement différente que dans une simulation quasi-statique standard. On retrouve des éléments

de la méthode IMPLEX (17) (qui ajoute, il est vrai, l'idée d'un contrôle automatique du pas de temps).

Nous verrons en section 3.1 que cette idée est également très proche de l'algorithme de *convergence forcée* qui existe dans `Cast3M`. Cependant, les pas non équilibrés sont traités à pas de temps nuls, ce qui laisse inchangée la signification du temps.

Miehe note cependant qu'il serait possible de retrouver le caractère implicite de la formulation initiale par un algorithme de type Gauss-Seidel qui n'est pas explicité. On peut cependant proposer le schéma suivant :

$$\begin{cases} \Delta d^{n+1} = \mathcal{L}_u\left(\vec{u}|_t, d|_t, \Delta \vec{u}^n\right) \\ \Delta \vec{u}^{n+1} = -\mathbb{K}^{-1}\left(\vec{u}|_t, d|_t, \Delta \vec{u}^n, \Delta d^{n+1}\right) \cdot \mathcal{R}\left(\vec{u}|_t, d|_t, \Delta \vec{u}^n, \Delta d^{n+1}\right) \end{cases} \tag{6}$$

Cette idée est la base du premier algorithme proposé dans ce papier (voir section 3.1).

Récemment, Nguyen et al. ont choisi de conserver l'idée d'une prédiction explicite de l'endommagement, mais proposent de trouver un incrément de déplacement vérifiant l'équilibre (9) :

$$\begin{cases} \Delta d = \mathcal{L}_u\left(\vec{u}|_t, d|_t, \Delta \vec{0}\right) \\ \Delta \vec{u} = \mathcal{L}_d\left(\vec{u}|_t, d|_t, \Delta d\right) \end{cases} \tag{7}$$

Cet algorithme sert de base au second algorithme présenté en section 3.1.

3 Algorithmes envisagés dans cette étude

Nous présentons dans cette section deux algorithmes visant à résoudre de façon implicite le problème mécanique et l'équation de champ de phase :

- le premier algorithme intègre la résolution de l'équation de champ de phase dans la boucle d'équilibre
- le second algorithme résout l'équation de champ avant de résoudre l'équilibre à endommagement constant. Un point fixe est alors réalisé jusqu'à converger sur l'endommagement.

3.1 Premier algorithme

Le premier algorithme repose sur une légère modification des procédures de résolution mécanique de `Cast3M` en introduisant dans les itérations d'équilibre la résolution de l'équation (eq. 2) avant l'intégration de la loi de comportement.

Le schéma itératif est alors très proche de celui décrit par l'équation (eq. 6) et s'arrête quand l'équilibre mécanique est atteint (on peut cependant également rajouter un critère de stationnarité de l'endommagement entre deux itérations).

3.1.1 Accélération de convergence

Si l'on appliquait la méthode de Newton à l'équation (eq. 3), nous devrions calculer la dérivée exacte du résidu en fonction de l'incrément de déplacement :

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{R}}{\mathrm{d}\Delta \vec{u}} = \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \Delta \vec{u}} + \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \Delta d}\frac{\partial \Delta d}{\partial \Delta \vec{u}}$$

La dérivée partielle par rapport à l'endommagement ne nous est pas accessible (les opérateurs qui permettraient son calcul ne sont pas disponibles).

Nous nous contentons alors du premier terme qui est obtenu par assemblage de l'opérateur sécant (obtenu à endommagement constant) : cette opérateur est défini positif, mais la convergence de ce schéma ne peut pas être quadratique.

Nos premiers essais montrent que la convergence de ce quasi-Newton est nettement améliorée par l'algorithme d'accélération classiquement utilisé dans `Cast3M` (voir (3, 18)).

Afin d'éviter la factorisation de la matrice de raideur sécante, il est également possible d'utiliser l'opérateur élastique (factorisé une fois pour toute), mais nos essais montrent que cette option est moins efficace et peu robuste.

3.1.2 Traitement des propagations instables

En cas de propagation instable, la convergence devient difficile, mais l'on peut utiliser l'arsenal des techniques disponibles dans `Cast3M`, notamment la convergence forcée.

La convergence forcée consiste à accepter un état déséquilibré (notamment les variables internes), puis à réaliser un pas de temps fictif (dont l'incrément de temps est nul) visant à corriger le déséquilibre. Cette procédure peut être répétée autant de fois que nécessaire.

Cette procédure doit être maniée avec précaution. En cas de propagations instables, l'expérience montre que la convergence forcée peut accepter des états partiellement localisés. Ceci est particulièrement problématique quand la propagation de fissures brise une situation de chargement homogène.

Pour limiter ces effets indésirables, nous utilisons ici la stratégie décrite en détails dans (4) qui consiste à réduire le pas de temps en cas de non convergence et à n'utiliser l'algorithme de convergence forcée que lorsque nous sommes suffisamment proches du chargement critique. Une fois l'instabilité passée, le pas de temps peu à nouveau être augmenté.

Il est intéressant de souligner qu'il est souvent possible de reprendre un pas de calcul avec la solution obtenue par la convergence forcée sans activer cette dernière : cette estimation de la solution permet généralement à l'algorithme de Newton de converger. Ainsi, la solution obtenue vérifie alors à la fois l'équilibre et la loi de comportement et ne requiert pas de passer par des pas de temps fictifs. La condition de linéarité du chargement n'est pas vérifiée.

3.2 Second algorithme

Un algorithme alternatif peut être dérivé de l'équation (eq. 7) ainsi :

$$\begin{cases} \Delta d^{n+1} = \mathcal{L}_u\left(\vec{u}|_t, d|_t, \Delta \vec{u}^n\right) \\ \Delta \vec{u}^{n+1} = \mathcal{L}_d\left(\vec{u}|_t, d|_t, \Delta d^{n+1}\right) \end{cases}$$

Dans ce schéma, on résout à la seconde étape l'équilibre à endommagement constant, ce qui ne nécessite aucune modification des opérateurs mécaniques. *La convergence vers l'équilibre est quadratique si l'on utilise l'opérateur sécant comme opérateur de recherche*, ce que nous avons vérifié. De plus, la solution $\Delta \vec{u}^n$ est utilisée comme estimation initiale pour la recherche de $\Delta \vec{u}^{n+1}$, ce qui réduit encore le nombre d'itérations d'équilibre.

$\Delta \vec{u}^{n+1}$ pouvant être exprimé comme une fonction explicite de Δd^{n+1}, ce nouvel algorithme se résume formellement à un algorithme de point fixe sur l'endommagement d. Cependant, rien ne garantit que ce point fixe converge.

Quand elle a lieu, la convergence en endommagement est en pratique très lente, malgré l'emploi d'algorithmes d'accélération (19, 20) pourtant extrêmement efficaces dans d'autres situations.

4 Applications au combustible nucléaire oxyde

En début de vie, le profil de température dans la pastille combustible est pratiquement parabolique. Le différentiel de températures entre le centre (chaud) et la périphérie (froide) augmente avec la puissance et conduit dès la première montée en puissance à la fragmentation de la pastille. Bien que très simple en apparence, ce cas pose des difficultés numériques importantes :

— le chargement est axisymétrique et la propagation de fissures doit briser cette symétrie.
— expérimentalement, la pastille se fissure en moyenne suivant 8 plans radiaux (contenant l'axe de révolution de la pastille et un rayon de la pastille) et deux à trois plans axiaux (perpendiculaires à l'axe de révolution) : les fissures forment un réseau complexe présentant branchements et bifurcations.

La figure 1 présente des premiers résultats obtenus avec le premier des algorithmes présentés précédemment. La première montée en puissance ne peut aujourd'hui qu'être partiellement simulée : pour un réseau de fissures trop important, le calcul diverge.

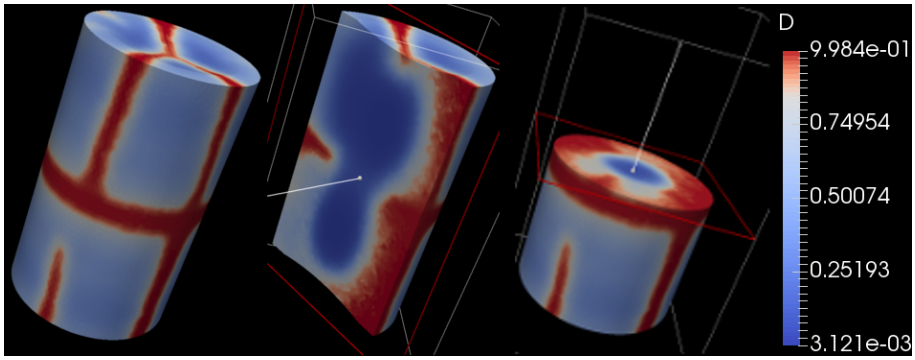

FIGURE 1 – Fragmentation d'une pastille combustible complète lors de la première montée en puissance

Le second algorithme ne converge pas en endommagement. Si l'on reprend l'algorithme de Ngyuen et al. (eq. 7), nous trouvons un endommagement quasi-axisymétrique assez élevé malgré des pas de temps extrêmement réduits : celui-ci ne se localise que tardivement pour former des fissures, ce qui est un résultat physiquement aberrant.

5 Conclusions

Ce travail a proposé deux algorithmes permettant une implémentation implicite du traitement de la fissuration des matériaux fragiles par champ de phase. Le traitement des propagations instables a particulièrement été étudié.

La résolution de l'équation de champ de phase est triviale et repose sur les opérateurs standards de `Cast3M`.

Le premier algorithme s'appuie sur une extension des opérateurs de résolution mécanique de `Cast3M`. L'algorithme de convergence forcée permet de traiter les propagations instables. Cette approche nécessite des précautions détaillées dans (4).

Les premiers essais semblent montrer que le second algorithme, pourtant *a priori* séduisant quand il est couplé à des algorithmes d'accélération qui ont prouvé leur efficacité par ailleurs, conduit actuellement des résultats décevants : non convergence, localisation tardive, etc..

Ces résultats sont cependant encore préliminaires et plusieurs pistes d'améliorations sont en cours d'investigation (retrait des éléments cassés, introduction d'une hétérogénéité de propriétés matériaux pour briser les situations trop symétriques, etc…).

Remerciements Ce travail a été mené dans le cadre du projet PLEIADES, financé par le (Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives), EDF (Électricité de France) et AREVA.

6 Bibliographie

1. Helfer, Thomas, Sercombe, Jérôme, Michel, Bruno, Ramière, Isabelle, Salvo, Maxime, Fandeur, Olivier, Goldbronn, Patrick, Marelle, Vincent et Fédérici, Éric. *Recent improvements of the fuel thermomechanical modelling in the PLEIADES Platform to better simulate accidental transients conditions using the Alcyone fuel performance code.* Talk. Karlsruhe, Germany : Talk, 2015. NuFuel & MMSNF 2015

2. Michel, Bruno, Sercombe, Jérôme, Thouvenin, Gilles et Chatelet, Rémy. 3D fuel cracking modelling in pellet cladding mechanical interaction. *Engineering Fracture Mechanics* [en ligne]. Juillet 2008. Vol. 75, n° 11, pp. 3581-3598. DOI 10.1016/j.engfracmech.2006.12.014. Disponible à l'adresse : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794406004759

3. CEA. Site Cast3M. [en ligne]. 2016. Disponible à l'adresse : http://www-cast3m.cea.fr/

4. Michel, Bruno, Helfer, Thomas, Ramière, Isabelle et Esnoul, Coralie. 3D Continuum Damage Approach for Simulation of Crack Initiation and Growth in Ceramic Materials. *Key Engineering Materials.* 2016. Vol. 713. DOI 10.4028/www.scientific.net/KEM.713.155.

5. Esnoul, Coralie, Largenton, Rodrigue, Michel, Jean-Claude, Michel, Bruno et Bouloré, Antoine. Studying fuel failure behaviour with a micromechanical approach. In : *WCCM XII, the 12th World Congress on Computational Mechanics.* Séoul, Corée, Juillet 2016.

6. Forest, Samuel. Micromorphic approach for gradient elasticity, viscoplasticity, and damage. *Journal of Engineering Mechanics.* 2009.

7. Miehe, Christian, Hofacker, Martina et Welschinger, Fabian. A phase field model for rate-independent crack propagation : Robust algorithmic implementation based on operator splits. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* [en ligne]. 15 novembre 2010. Vol. 199, n° 45, pp. 2765-2778. DOI 10.1016/j.cma.2010.04.011. Disponible à l'adresse : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782510001283

8. Nguyen, T. T., Yvonnet, J., Zhu, Q. -Z., Bornert, M. et Chateau, C. A phase field method to simulate crack nucleation and propagation in strongly heterogeneous materials from direct imaging of their microstructure. *Engineering Fracture Mechanics* [en ligne]. Mai 2015. Vol. 139, pp. 18-39. DOI 10.1016/j.engfracmech.2015.03.045. Disponible à l'adresse : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794415001332

9. Nguyen, T. T., Yvonnet, J., Zhu, Q. -Z., Bornert, M. et Chateau, C. A phase-field method for computational modeling of interfacial damage interacting with crack propagation in realistic microstructures obtained by microtomography. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* [en ligne]. DOI 10.1016/j.cma.2015.10.007. Disponible à l'adresse : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782515003266

10. Bourdin, Blaise, Francfort, Gilles A. et Marigo, Jean-Jacques. Numerical experiments in revisited brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* [en ligne]. Avril 2000. Vol. 48, n° 4, pp. 797-826. DOI 10.1016/S0022-5096(99)00028-9. Disponible à l'adresse : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022509699000289

11. Amor, Hanen, Marigo, Jean-Jacques et Maurini, Corrado. Regularized formu-

lation of the variational brittle fracture with unilateral contact : Numerical experiments. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* [en ligne]. Août 2009. Vol. 57, n° 8, pp. 1209-1229. DOI 10.1016/j.jmps.2009.04.011. Disponible à l'adresse : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022509609000659

12. Doghri, Issam. *Mechanics of deformable solids : linear, nonlinear, analytical, and computational aspects*. Berlin ; New York : Springer, 2000. ISBN 3-540-66960-4 978-3-540-66960-9 3-642-08629-2 978-3-642-08629-8.

13. EDF. R5.03.22 révision : 11536 : *Loi de comportement en grandes rotations et petites déformations* [en ligne]. Référence du Code Aster. EDF-R&D/AMA, 2013. Disponible à l'adresse : http://www.code-aster.org

14. Miehe, C., Apel, N. et Lambrecht, M. Anisotropic additive plasticity in the logarithmic strain space : modular kinematic formulation and implementation based on incremental minimization principles for standard materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* [en ligne]. 22 novembre 2002. Vol. 191, n° 47, pp. 5383-5425. DOI 10.1016/S0045-7825(02)00438-3. Disponible à l'adresse : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782502004383

15. Helfer, Thomas, Michel, Bruno, Proix, Jean-Michel, Salvo, Maxime, Sercombe, Jérôme et Casella, Michel. Introducing the open-source MFront code generator : application to mechanical behaviours and material knowledge management within the PLEIADES fuel element modelling platform. *Computers & Mathematics with Applications* [en ligne]. Septembre 2015. Vol. 70, n° 5, pp. 994-1023. DOI 10.1016/j.camwa.2015.06.027. Disponible à l'adresse : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0898122115003132

16. CEA et EDF. MFront Web Site. [en ligne]. 2016. Disponible à l'adresse : http://www.tfel.sourceforge.net/

17. Oliver, J., Huespe, A. E. et Cante, J. C. An implicit/explicit integration scheme to increase computability of non-linear material and contact/friction problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* [en ligne]. 1 avril 2008. Vol. 197, n° 21, pp. 1865-1889. DOI 10.1016/j.cma.2007.11.027. Disponible à l'adresse : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782507004756

18. Verpeaux, Pierre. *Algorithmes et méthodes* [en ligne]. Support de cours. Support de cours, 2014. Disponible à l'adresse : http://www-cast3m.cea.fr/index.php?xml=supportcours

19. Ramière, Isabelle et Helfer, Thomas. Iterative residual-based vector methods to accelerate fixed point iterations. *Computers & Mathematics with Applications* [en ligne]. Novembre 2015. Vol. 70, n° 9, pp. 2210-2226. DOI 10.1016/j.camwa.2015.08.025. Disponible à l'adresse : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0898122115004046

20. Castelier, Étienne, Gélébart, Lionel et Helfer, Thomas. Using Anderson Algorithm to accelerate FFT Based methods. In : *ECCOMAS 2016*. Greece, 2016.