



HAL
open science

Méthode Gp : une approche énergétique de la prédiction du clivage

Samuel Jules, Samuel Geniaut, Gilles Debruyne

► To cite this version:

Samuel Jules, Samuel Geniaut, Gilles Debruyne. Méthode Gp : une approche énergétique de la prédiction du clivage. 13e colloque national en calcul des structures, Université Paris-Saclay, May 2017, Giens, Var, France. hal-01921986

HAL Id: hal-01921986

<https://hal.science/hal-01921986v1>

Submitted on 14 Nov 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Méthode G_p : une approche énergétique de la prédiction du clivage

S. Jules¹, S. Geniaut¹, G. Debruyne¹

¹ EDF R&D, France, {samuel.jules,samuel.geniaut,gilles.debruyne}@edf.fr

Résumé — Ce papier présente les fondements d'une approche énergétique (approche G_p) pour la prédiction de l'amorçage de fissure en clivage (rupture fragile), valable dans un cadre élastoplastique en chargement non proportionnel. Après avoir détaillé la formulation, la mise en œuvre en pratique est expliquée. Enfin, une application mettant en évidence son intérêt pour la prédiction de l'amorçage d'éprouvettes avec différentes tailles de défauts (illustrant l'effet « petit défaut ») est présentée. Cet exemple met en évidence un gain par rapport à l'approche classique.

Mots clefs — Rupture, clivage, approche énergétique.

1 Introduction

1.1 Limites de l'approche classique

En mécanique de la rupture, le paramètre classique permettant de définir un critère d'amorçage d'une fissure déjà existante est le paramètre G , taux de restitution d'énergie élastique. Le paramètre est valide en élasticité linéaire ainsi qu'en élasticité non-linéaire. En élastoplasticité, le paramètre G n'est en général pas valide. Cependant, si le chargement reste radial et monotone, alors G est valide. Cette hypothèse implique que les équations de la plasticité sont équivalentes aux équations de Hencky (qui sont celles de l'élasticité non-linéaire). Or, les cas de chargements strictement proportionnels sont assez rares, y compris lorsqu'il s'agit de structures présentant des défauts géométriques tels que des fissures.

Lorsque l'approche classique, basée sur le paramètre G , est utilisée en dehors de son domaine de validité, elle conduit à certains « effets », comme l'effet « petit défaut ».

1.2 Objectif et intérêt de G_p

L'objectif de la méthode G_p est de définir un paramètre d'amorçage valide en plasticité incrémentale. Cette théorie suppose un découplage de la plasticité et de la fissuration (cas de la rupture par clivage). Ainsi l'utilisation de G_p pour prédire le clivage permettra de réduire les conservatismes de l'approche classique. Sa définition fait appel à l'énergie libre ainsi qu'à quelques paramètres géométriques nécessaires à la définition de la fissure, qui est modélisée par une entaille. Ce paramètre G_p a l'unité d'une densité d'énergie surfacique et est calculé dans la zone adjacente au front d'entaille.

L'intérêt de la méthode est triple : G_p est un critère d'amorçage déterministe, autrement dit il permet d'évaluer s'il y a amorçage ou non d'une fissure. Ce paramètre est cohérent avec le G élastique[10], et il est valable dans un cadre élastoplastique en chargement non proportionnel. Par ailleurs, son utilisation est similaire à l'approche classique (comparaison d'une valeur scalaire à un seuil).

Remarque :

- G_p n'est pas un critère de stabilité ou d'instabilité du défaut.
- G_p ne prédit pas de longueur de propagation.

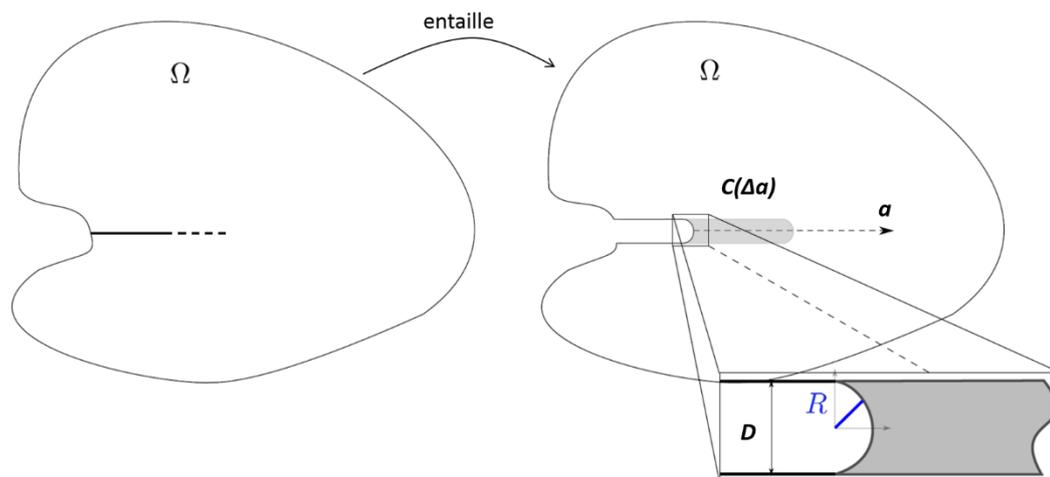
1.3 Fondements de l'approche G_p

La méthode G_p se place dans le contexte d'une formulation énergétique globale de la rupture fragile. L'approche consiste à déterminer si une propagation de défaut (conservant la géométrie du fond de défaut et à champs mécaniques constants) permet de diminuer l'énergie totale de la structure (principe de minimisation). Pour y parvenir, le trajet de fissuration est supposé connu *a priori*. Sous cette hypothèse, le cadre énergétique proposé par Francfort et Marigo[5][6] peut être mis en pratique pour prédire l'amorçage brutal de fissures. Toutefois, ce cadre présente certaines caractéristiques qui en limitent la portée [8], notamment des effets d'échelle indésirables et l'incompatibilité de la théorie avec des chargements de type forces imposées. C'est pourquoi deux types de modifications ont été apportés pour résoudre ces difficultés, tout en conservant la forme des énergies introduites. D'une part, la fissure est remplacée par une entaille dont le rayon devient un paramètre du modèle. D'autre part, on examine si l'absence de propagation est un minimum (global) à champs mécaniques fixés, donc on réalise une minimisation globale mais dans une seule direction. La nature énergétique de la formulation proposée autorise l'introduction de mécanismes plastiques.

2 Eléments théoriques de la formulation G_p

2.1 Modélisation des défauts sous forme d'entaille

On se place en modélisation 2D. Dans le cadre de l'approche G_p , la fissure réelle située dans le domaine Ω n'est pas modélisée par une surface de discontinuité des champs de déplacements, mais par une « entaille » en U, d'épaisseur $D=2.R$, avec R le rayon du fond d'entaille (cf. Figure 1). On suppose que l'entaille peut se propager sans changer de forme et sans bifurcation, en mode I. Ainsi, les trajets de fissuration sont prédéfinis et sujets à une évolution continue de la fissure (i.e. pas de fissures « en pointillés » le long du trajet). On définit alors une zone de propagation virtuelle de l'entaille appelée $C(\Delta a)$, qui correspond à une zone endommagée, d'épaisseur D et de longueur Δa .



En toute rigueur, nous ne sommes plus dans le contexte de la mécanique de la rupture mais dans celui de la mécanique de l'endommagement, en considérant un modèle d'endommagement brutal et total. Le terme brutal, par opposition à progressif, signifie que seuls deux états de dommage sont possibles pour le matériau : sain ou endommagé. Le terme total, par opposition à partiel, indique que

le matériau endommagé a une rigidité résiduelle nulle.

Un champ d'endommagement bivalué χ est ainsi défini sur le domaine Ω , à valeur dans $\{0,1\}$. Par définition, $\chi=0$ correspond au matériau sain, et $\chi=1$ au matériau endommagé. Un modèle d'endommagement permet de fixer une contrainte critique. Pour rappel, on fixe l'épaisseur de la zone sur laquelle l'endommagement se propage : on considère uniquement les évolutions de l'endommagement qui correspondent à la croissance de l'entaille $C(\Delta a)$, où Δa est la longueur sur laquelle l'entaille se propage, et D son épaisseur. On contrôle ainsi l'énergie dissipée lors de l'avancée de la zone endommagée. On note $\Omega \setminus C(\Delta a)$ l'ensemble constitué de la différence entre le domaine Ω et la zone de propagation virtuelle de l'entaille $C(\Delta a)$. Alors on a :

$$\chi(\Delta a)(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in C(\Delta a) \\ 0 & \text{si } x \in \Omega \setminus C(\Delta a) \end{cases} \quad (1)$$

2.2 Principe de minimisation d'énergie

On considère par la suite le modèle d'endommagement brutal présenté par Francfort et Marigo[5][6], à ceci près que la rigidité résiduelle est nulle pour un état endommagé (modèle d'endommagement brutal total). Alors, on retient de la théorie de Francfort et Marigo qu'à déplacement donné, l'évolution de l'endommagement est gouvernée par la minimisation de l'énergie totale par rapport à χ . Ainsi, dans le cadre élastique, l'évolution de l'endommagement est obtenue par la minimisation de l'énergie potentielle incrémentale totale suivante :

$$E_{tot}(\mathbf{u}, \chi) = \int_{\Omega} [(1 - \chi)\phi_{el} + \chi w_c] d\Omega$$

où ϕ_{el} est la densité d'énergie libre et w_c l'énergie volumique dissipée dans le processus d'endommagement en chaque point matériel.

Dans le cas d'un comportement élastoplastique, la définition de l'énergie incrémentale totale E_{tot} est étendue par Lorentz *et al.*[7], moyennant la définition de nouveaux potentiels globaux énergie libre et dissipation. On se restreint ici au cadre des matériaux isotropes. L'état d'un point matériel est décrit par sa déformation $\boldsymbol{\varepsilon}$, son endommagement χ , mais aussi par sa déformation plastique $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ et des variables internes α caractérisant l'écrouissage. On suppose :

- que la dissipation plastique est découplée de celle liée à l'endommagement (matériaux quasi-fragiles). Le potentiel de dissipation plastique D_{pl} dépend donc des seules variables internes plastiques.
- que l'énergie bloquée par l'écrouissage dans les dislocations E_{bl} n'est pas restituable par le mécanisme de fissuration.

On considère ainsi l'expression suivante de l'énergie potentielle incrémentale :

$$E_{tot}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\varepsilon}^p, \alpha, \chi) = \int_{\Omega} [(1 - \chi)\phi_{el} + \chi w_c] d\Omega + E_{bl}(\alpha) + D_{pl}(\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p, \Delta \alpha) \quad (2)$$

2.3 Définition d'un critère d'amorçage en élastoplasticité

En vertu des résultats relatifs aux formulations énergétiques développées par Francfort et Marigo, la solution du problème élastoplastique avec endommagement minimise l'énergie potentielle (2). L'intégration des équations de comportement s'écrit comme le minimum de l'énergie potentielle par rapport aux variables internes ($\boldsymbol{\varepsilon}^p, \alpha$), les équations d'équilibre s'expriment comme le minimum de l'énergie potentielle par rapport au champ de déplacement \mathbf{u} . Enfin, l'évolution de l'endommagement

est gouvernée par le minimum de l'énergie potentielle par rapport à χ .

La question de l'amorçage peut être formulée de la manière suivante [8] : à un état donné correspondant à une évolution quasi-statique sans propagation de l'entaille, la solution sans propagation est-elle toujours licite au regard de la minimisation de (2) ? Si oui, alors on postule qu'il n'y a pas amorçage. Dans le cas contraire, c'est-à-dire si l'optimum n'est pas atteint en $\Delta a = 0$, on postule qu'il y a propagation.

On considère ainsi qu'il n'y a pas amorçage de défaut tant que la solution élastoplastique sans évolution de l'endommagement est une solution du problème, c'est-à-dire tant que :

$$\left\{ \begin{array}{l} (\mathbf{u}, \boldsymbol{\varepsilon}^p, \alpha) = \underset{(\mathbf{u}, \boldsymbol{\varepsilon}^p, \alpha)}{\operatorname{argmin}} E_{tot}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\varepsilon}^p, \alpha, \chi = 0) \\ \text{et} \\ \forall \Delta a > 0 \quad E_{tot}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\varepsilon}^p, \alpha, \chi = 0) \leq E_{tot}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\varepsilon}^p, \alpha, \chi(\Delta a)) \end{array} \right. \quad (3)$$

Ainsi, en exprimant la deuxième ligne grâce à l'équation (2), on obtient après simplification que $\forall \Delta a > 0$, il n'y a pas amorçage du défaut tant que :

$$\int_{\Omega} \phi_{el}(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) - \boldsymbol{\varepsilon}^p) d\Omega \leq \int_{\Omega} [(1 - \chi(\Delta a))\phi_{el}(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) - \boldsymbol{\varepsilon}^p) + \chi(\Delta a)w_c] d\Omega \quad (4)$$

En réalisant ensuite une séparation du domaine d'intégration sur la partie saine et la partie endommagée $C(\Delta a)$, et en utilisant la définition du champ d'endommagement (1) d'autre part, on peut écrire le critère de non amorçage comme suit :

$$\forall \Delta a > 0 \quad \int_{C(\Delta a)} \phi_{el}(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) - \boldsymbol{\varepsilon}^p) d\Omega \leq w_c \times D \times \Delta a \quad (5)$$

Après division par Δa , on définit le terme de gauche $\widetilde{G}_p(\Delta a)$ tel que :

$$\widetilde{G}_p(\Delta a) = \frac{\int_{C(\Delta a)} \phi_{el} d\Omega}{\Delta a} \quad (6)$$

Et on définit le terme de droite $G_{pc} = w_c \times D$ comme l'énergie de fissuration du matériau. La condition de non amorçage s'écrit alors :

$$\forall \Delta a > 0 \quad \widetilde{G}_p(\Delta a) \leq G_{pc} \quad (6)$$

Enfin, on définit le paramètre G_p comme la valeur maximale de la fonction $\widetilde{G}_p(\Delta a)$:

$$G_p = \max_{\Delta a} \widetilde{G}_p(\Delta a) \quad (7)$$

Le critère de non réamorçage s'écrit $G_p < G_{pc}$. Par équivalence, le critère d'amorçage peut s'écrire $G_p > G_{pc}$. Ce critère implique la connaissance de deux paramètres matériau, w_c et D . Pour des raisons pratiques, on préfère choisir Det et G_{pc} . Ces paramètres nécessitent donc une identification.

Le paramètre G_p est calculé comme le maximum par rapport à Δa (longueur de propagation virtuelle) de l'intégrale sur le domaine $C(\Delta a)$ de l'énergie libre divisée par Δa . C'est donc une densité d'énergie élastique moyenne (kJ/m²). Ce n'est pas ici un taux de restitution d'énergie car l'énergie considérée pour la minimisation est celle de l'instant courant, et n'inclue pas le rééquilibrage des champs après propagation.

3 Mise en œuvre

3.1 Calcul de G_p en pratique

Ce paragraphe précise en quoi consiste le calcul de G_p et comment s'effectue l'identification des paramètres matériaux $R=D/2$ (rayon de l'entaille) et G_{pc} (limite de rupture).

Dans un premier temps, le calcul mécanique incrémental par éléments finis est réalisé sous l'hypothèse d'un comportement thermo-élasto-plastique associé à un critère de Von Mises avec écrouissage isotrope ou cinématique linéaire, en petites déformations, pour chaque pas de temps (incrément de chargement). Le maillage de la structure doit comporter une entaille, telle que définie au §2.1. Afin de faciliter le post-traitement qui va suivre, il peut être opportun de préparer le maillage, de manière à pouvoir facilement réaliser une intégrale dans la zone de propagation virtuelle $C(\Delta a)$, pour différents valeurs de Δa (cf. Figure 2).

Dans un second temps, le calcul du paramètre G_p est réalisé par un simple post-traitement du calcul précédent. Pour chaque instant de calcul, on procède en 2 étapes. L'étape n°1 est le calcul de la quantité $\widetilde{G}_p(\Delta a)$ pour des valeurs croissantes de Δa par la formule (6). En 2D on peut identifier les éléments de la zone de propagation virtuelle $C(\Delta a)$, par un groupe de mailles défini au niveau du maillage, ou par une zone géométrique de points de Gauss, puis intégrer la densité d'énergie élastique sur cette zone puis la diviser par la valeur de Δa . L'étape n°2 est le calcul du maximum de $\widetilde{G}_p(\Delta a)$ par rapport aux différents Δa pour déterminer le paramètre G_p (cf. équation 7). Il faut prévoir un nombre de propagations virtuelles suffisamment grand pour pouvoir trouver le maximum de $\widetilde{G}_p(\Delta a)$.

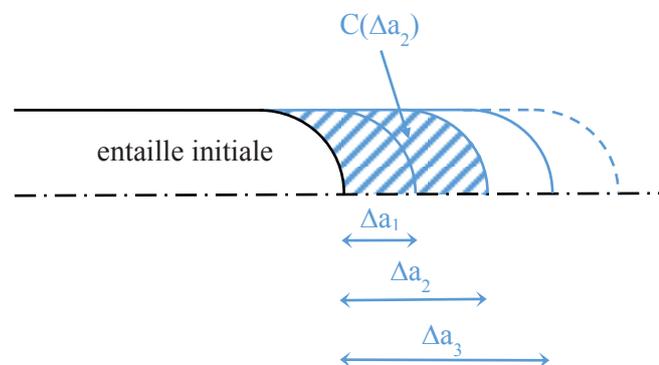


Figure 2 – Exemple de définition de différentes zones de propagation virtuelle $C(\Delta a)$: la zone hachurée représente la zone de propagation virtuelle associée à la longueur Δa_2 .
Seule une demi-entaille est représentée pour des raisons de symétrie

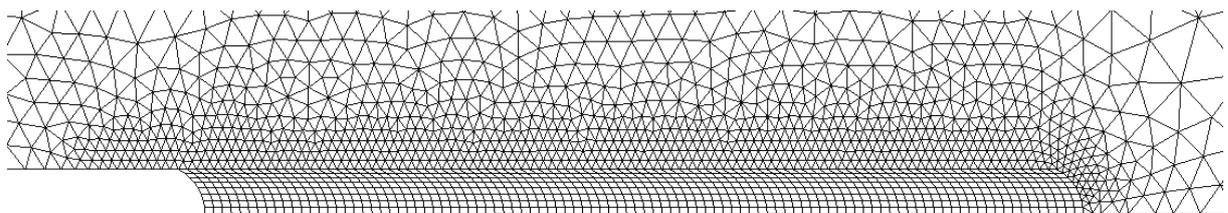


Figure 3 – Exemple de maillage de la zone de propagation virtuelle $C(\Delta a)$.
Seule une demi-entaille est représentée pour des raisons de symétrie

3.2 Identification des paramètres

Le modèle énergétique est basé sur le couple de paramètres matériaux (G_{pc} , R) qu'il s'agit donc de déterminer à chaque température. Le rayon d'entaille est défini à partir de la relation de Mc Meeking [9] :

$$R \leq 0,6 \frac{K_I^2}{E \sigma_y} \quad (8)$$

avec K_I la ténacité moyenne, E le module d'Young et σ_y la limite élastique du matériau. On identifie alors le paramètre critique G_{pc} grâce aux essais de ténacité : on prend la valeur de la grandeur G_p pour le niveau de chargement critique expérimental. Dans le critère de rupture final $G_p = G_{pc}$, les deux termes dépendent de la même manière du rayon. Cependant, *in fine*, le critère lui-même est quasi indépendant du rayon d'entaille.

4 Application et effet « petit défaut »

L'objectif de cette partie est de valider l'approche énergétique G_p quant à sa capacité à prédire l'amorçage en clivage. Pour cela, on s'appuie sur des résultats expérimentaux disponibles mettant en évidence ces effets de structure, à savoir un ensemble d'éprouvettes présentant des défauts très petits (comparables en proportion à ceux pouvant exister dans les composants du parc nucléaire) qui conduisent à l'effet appelé "petit défaut" se manifestant par une ténacité beaucoup plus élevée que la ténacité de référence, obtenue sur une éprouvette de type Compact Tension (CT) pour laquelle la fissure a une profondeur d'environ la moitié du ligament. Les simulations numériques présentées par la suite ont été réalisées avec le logiciel éléments finis Code_Aster (cf. www.code-aster.org).

4.1 Description de la base expérimentale

La base expérimentale exploitée est issue des travaux de Bouchet [3] et de Bérard [2]. Elle comporte un grand nombre d'éprouvettes en acier faiblement allié de type 16MND5, de géométries différentes, sur une large plage de températures. De cette base, nous avons sélectionné les résultats d'essais de ténacité réalisés à une température de -110°C (domaine de clivage pur), sur des éprouvettes de type Compact Tension de 12,5 mm de largeur, notées CT12,5 (14 éprouvettes testées), et sur éprouvettes de flexion 3 points de 12,5 mm également de largeur, notées KF12,5 (7 éprouvettes testées). Les éprouvettes CT12,5 utilisées ont une fissure initiale a_0 d'environ 14 mm (selon la pré-fissuration par fatigue), soit un ratio a_0/W d'environ 0,56. Les éprouvettes KF12,5 utilisées présentent l'intérêt de 3 ratios a_0/W différents (rapport entre la profondeur du défaut et la hauteur de l'éprouvette) : $r_1=0,02$, $r_2=0,055$ et $r_3=0,09$. Ces fissures sont donc peu profondes, comparées aux éprouvettes CT. Ces ratios sont plus représentatifs de configurations industrielles que le ratio des éprouvettes CT.

4.2 Analyse préalable des valeurs des ténacités expérimentales

L'utilisation de formules standards pour le calcul de ténacité [1] s'avère incorrecte pour des défauts aussi petits que ceux présents dans les éprouvettes KF12,5, la norme imposant une taille minimale pour la fissure ($a_0/W \geq 0,45$). On a donc calculé le taux de restitution de l'énergie moyen G pour toutes les éprouvettes à force maximale, puis calculé la ténacité numérique par la formule d'Irwin

$K_{JC} = \sqrt{\frac{E}{1-\nu^2}} G_c$ ce qui donne des ténacités nettement moins élevées pour les éprouvettes KF, que la ténacité dite « expérimentale » (mesure non valide) comme le montre le tableau 1.

Table 1 – Ténacités moyennées expérimentales et recalculées des éprouvettes CT12,5 et KF12,5 à -110°C

Typed'éprouvette	a ₀ /W	Nombre d'éprouvettes	Fmax moyenne (kN)	δ _c moyen (mm)	K _{JC} exp. moyen (MPa.√m)	K _{JC} calculé. (MPa.√m)
CT12,5	0,56	14	15	0,36	96	94
KF12,5	0,02	2	68,25	4,46	589	336
KF12,5	0,055	4	52,57	1,74	233	200
KF12,5	0,09	1	47,40	1,75	226	145

4.3 Application de la méthode G_p

Après comparaison des courbes Force-Ouverture pour une simulation des éprouvettes CT12,5 à la température de -110°C, entre une modélisation en Déformations Planes (DP) et une modélisation 3D, il s'avère que la modélisation en DP est acceptable. Cette modélisation sera utilisée par la suite, avec l'hypothèse des petites perturbations (HPP).

La valeur du rayon d'entaille n'a pas été directement identifiée. Le choix du rayon d'entaille est pris comme égal à l'érousement d'une fissure en plasticité confinée, et pour un comportement élastoplastique parfait, cette valeur est approximée par la relation $R \approx 0,6 K_{Jc}^2 / (E\sigma_Y)$, ce qui donne avec les caractéristiques matériau à T=-110°C un rayon d'entaille de l'ordre de 50 μm. Dans la suite, l'entaille représentant le défaut sera donc d'épaisseur D=2.R=100 μm.

La détermination du paramètre critique G_{pc} est effectuée en simulant un essai sur une éprouvette CT12,5. L'éprouvette CT12,5 constitue donc la référence. On obtient G_{pc} = 0,55 N/mm. Pour se ramener en MPa.√m, on normalise ce paramètre par la formule d'Irwin et on introduit une nouvelle forme de ténacité basée sur l'approche G_p : $K_{Gpc} = \sqrt{\frac{EG_{pc}}{(1-\nu^2)}} = 11,5 \text{ MPa}\sqrt{m}$.

Table 2 – Ténacités de référence (obtenues sur CT12,5)

K _{Jc} (MPa√m)	K _{Gpc} (MPa√m)
94	11,5

On simule ensuite les essais sur éprouvettes KF12,5 pour les 3 tailles de défauts, avec l'approche G_p. Le rayon d'entaille de 50 μm est converti. On obtient pour chaque taille de défaut une valeur de G_{pc}, que l'on normalise également en K_{Gpc}. On caractérise alors l'effet petit défaut par le rapport entre ténacité sur KF et ténacité de référence (sur CT), et ce pour la ténacité habituelle (K_{Jc}) et la ténacité basée sur G_p (K_{Gpc}). Le tableau 3 synthétise les résultats. On observe que l'effet petit défaut est nettement marqué avec la ténacité usuelle, supérieur à un facteur 3 pour les plus petits défauts (a₀/W=0,02). Néanmoins, l'approche G_p permet de gommer quasiment complètement cet effet. On retrouve un facteur légèrement supérieur à 1 (conservatisme de la ténacité sur CT), assez indépendant de la taille de défaut.

Table 3 – Ténacités obtenues numériquement sur KF12,5 et comparaison avec la référence

a ₀ /W	Approche usuelle		Approche G _p	
	K _{Jc} (MPa√m)	K _{Jc} / K _{Jc} référence	K _{Gpc} (MPa√m)	K _{Gpc} / K _{Gpc} référence
0,02	336	3,57	13,0	1,15
0,06	200	2,13	12,7	1,12
0,09	145	1,54	12,9	1,14

5 Conclusions et Perspectives

Les approches traditionnelles d'analyse de nocivité de défaut dans le domaine du clivage (approche K_I) peuvent s'avérer beaucoup trop conservatives pour des composants où le défaut est dans un état de confinement particulier. L'objectif principal de ce travail était de proposer un modèle conservatif de prédiction d'amorçage en clivage, relativement simple, qui prennent en compte les effets de structure, et qui soit *in fine* moins pénalisant que l'approche classique. Le modèle basé sur l'approche G_p a l'avantage d'être de même nature que l'approche classique. Il consiste en un post-traitement d'un calcul élastoplastique où on compare le paramètre G_p à une valeur critique G_{pc} (ou bien de manière similaire le paramètre K_{Gp} à une ténacité K_{Gpc}) identifiée sur éprouvette CT. Le défaut est représenté par une entaille. Les calculs réalisés sur éprouvette CT (pour l'identification) et sur éprouvettes de flexion 3 points montrent que l'approche G_p permet d'effacer presque complètement l'effet « petit défaut ». De manière quantitative on ramène le rapport de sous-estimation de la capacité à la rupture de 3 à 1,15 pour les éprouvettes faisant apparaître l'effet de structure le plus important.

La présence de compression dans la zone d'analyse des champs n'est pas prise en compte actuellement dans l'évaluation de G_p . Bien que l'on n'ait pas décelé de zones en compression hydrostatique dans la présente étude, cette configuration peut apparaître lors de certains transitoires dans les composants. Des évolutions de l'approche G_p sont en cours pour traiter ce problème[4].

Références

- [1] ASTM E 1820: Standard test method for measurement of fracture toughness
- [2] P. Bérard, Extension de l'approche locale de la rupture dans le domaine de la transition fragile-ductile. Application au cas du programme de surveillance des aciers de cuves des centrales nucléaires françaises.», Rapport d'avancement d'octobre 2009, Centre des Matériaux, Ecole des Mines de Paris
- [3] C. Bouchet, Extension de l'approche locale de la rupture dans le domaine de la transition fragile-ductile : Application au cas du programme de surveillance des aciers de cuves des centrales nucléaires françaises. École des Mines de Paris, 2007.
- [4] D. Haboussa, S. Geniaut, S. Jules, Correction en compression de l'approche G_p , Actes du CSMA 2017 (13^{ème} Colloque National en Calcul des Structures, 15-19 Mai 2017, Giens, France
- [5] Francfort G.-A., Marigo J.-J., Stable damage evolution in a brittle continuous medium. Eur J Mech A Solids 12 (2):149-189, 1993
- [6] Francfort G.-A., Marigo J.-J., Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 46 (8):1319-1342, 1998
- [7] Lorentz E., Wadier Y., Debruyne G., Mécanique de la rupture fragile en présence de plasticité : définition d'un taux de restitution d'énergie. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics 328 (9):657-662, 2000
- [8] Lorentz L., Modélisation et simulation numérique de l'endommagement des structures, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008.
- [9] R. M. McMeeking, Finite deformation analysis of crack tip opening in elastic plastic materials and implications for fracture, J. Mech. Phys. Solids, 25, pp. 357-381, 1977.
- [10] Wadier Y., Le H.-N., Bargellini R., An energy approach to predict cleavage fracture under non-proportional loading, Engineering Fracture Mechanics, 97, 30-51, 2013