



**HAL**  
open science

## Approche “ sous-domaine vs perméance analytique ” en vue d’estimer le contenu spatio-temporel des harmoniques de forces radiales d’une machine asynchrone

Emile Devillers, Ghislain Despret, Michel Hecquet, Jean Le Besnerais, Thierry  
Lubin, Jean-Philippe Lecoïnte

### ► To cite this version:

Emile Devillers, Ghislain Despret, Michel Hecquet, Jean Le Besnerais, Thierry Lubin, et al.. Approche “ sous-domaine vs perméance analytique ” en vue d’estimer le contenu spatio-temporel des harmoniques de forces radiales d’une machine asynchrone. Symposium de Génie Electrique - SGE 2018, 2018, Nancy, France. hal-01910631

**HAL Id: hal-01910631**

**<https://hal.science/hal-01910631v1>**

Submitted on 1 Nov 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L’archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d’enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Approche « sous-domaine vs perméance analytique » en vue d'estimer le contenu spatio-temporel des harmoniques de forces radiales d'une machine asynchrone.

E. Devillers<sup>1,2</sup>, G. Despret<sup>1</sup>, M. Hecquet<sup>1</sup>, J. Le Besnerais<sup>2</sup>, T. Lubin<sup>3</sup>, J-P. Lecointe<sup>4</sup>.

<sup>1</sup>L2EP, Univ. Lille, Centrale Lille, Arts et Metiers ParisTech, HEI, EA 2697, F-59000 Lille, France,

<sup>2</sup>EOMYS ENGINEERING, F-59260 Lille-Hellemmes, France

<sup>3</sup>GREEN, Univ. Lorraine, EA 4366, F-54500 Vandœuvre-lès-Nancy, France

<sup>4</sup>LSEE, Univ. Artois, EA 4025, F-62400 Béthune, France

Contact : [emile.devillers@phd.centralelille.fr](mailto:emile.devillers@phd.centralelille.fr) ; [michel.hecquet@centralelille.fr](mailto:michel.hecquet@centralelille.fr)

**RESUME** – L'objectif de cet article concerne la comparaison de différentes approches analytiques permettant d'estimer le contenu spatio-temporel des forces radiales dans l'entrefer d'une machine asynchrone. En effet, lors d'une phase de conception intégrant la problématique du bruit des machines électriques, il est intéressant de prédire les harmoniques de force d'origine magnétique qui pourraient solliciter la structure. Deux approches sont proposées, la première exploite un modèle analytique simple reposant sur le calcul de la force magnétomotrice et de la perméance d'entrefer globale ; et la seconde repose sur la théorie des sous-domaines. Ces deux approches sont comparées avec la méthode des éléments finis et des mesures de vibration valident qualitativement le contenu spatio-temporel des forces radiales dans l'entrefer obtenu par les deux approches.

**Mots-clés**— *Perméance d'entrefer globale, force magnétomotrice, sous-domaine, force radiale, contenu spatio-temporel, ordre spatial, bruit, vibration, machines asynchrones.*

## 1. INTRODUCTION

De nos jours, la conception des machines électriques requiert l'intégration de nombreux phénomènes multi-physiques afin de gagner en précision avec des démarches et outils de plus en plus rapide. En effet, les concepteurs souhaitent converger plus rapidement vers un design optimal sur de nombreux critères. Malheureusement, il est encore utopique de penser qu'un modèle de dimensionnement peut nous donner suffisamment de précisions en intégrant la problématique électromagnétique – thermique et vibro-acoustique. Effectivement, la prise en compte des aspects vibro-acoustiques en incluant par exemple l'impact d'une cale d'encoche semi-magnétique est encore impossible en phase de conception. Certains articles prennent en considération cet effet mais pour une machine donnée [1].

Différentes méthodes en phase de pré-dimensionnement existent concernant la modélisation multi-physique de machines électriques : des approches plutôt analytiques reposant sur l'estimation de la force magnétomotrice et de la perméance d'entrefer globale, en passant par la technique des sous-domaines basée sur la résolution formelle des équations de Maxwell [1]. Les hypothèses peuvent être assez restrictives

et ne permettent pas l'intégration de certains phénomènes comme l'effet de saturation ou l'estimation précise des harmoniques de courant dans les barres pour le cas d'une machine asynchrone (MAS).

De plus, en vue d'estimer le contenu harmonique des pressions radiales (forces radiales par unité de surface), relation ci-dessous (1), qui sont liées au bruit d'origine magnétique : faut-il prendre en compte ou non la composante tangentielle de l'induction magnétique qui apparaît dans le calcul des pressions de Maxwell ? Si oui, peut-on obtenir cette composante avec les différentes approches en respectant un bon compromis temps de calcul – précision ?

L'idée de cet article est de comparer deux approches : la méthode des sous-domaines (MSD) [3] et l'approche nommée «PFMM» qui correspond au produit de la force magnétomotrice et l'évolution de la perméance d'entrefer par unité de surface. Les effets des dentures stator – rotor et les harmoniques d'espace des forces magnétomotrices seront considérés. Une analyse fine du contenu harmonique spatio-temporel des pressions radiales est proposée sur une machine asynchrone à cage d'écureuil de 6kW. Une comparaison avec des résultats obtenus par la méthode des éléments finis (MEF) et avec des résultats expérimentaux sera fournie.

## 2. MACHINE ASYNCHRONE D'ETUDE

La machine asynchrone étudiée possède 48 dents au stator et 30 barres au rotor avec 4 pôles. Le bobinage est distribué en simple couche avec un nombre d'encoches par pôle et par phase de 4 (Figure 1). Tous les paramètres de la machine sont donnés dans le Tableau 1 en lien avec la Figure 2.

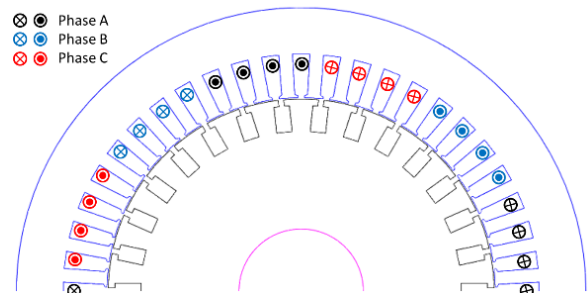


Figure 1 : Vue de la machine étudiée (48 dents / 30 barres).

Tableau 1 : Paramètres de la machine asynchrone étudiée.

Paramètres	Symbole	Valeur [Unité]
Nombre de barres au rotor	$Z_r$	30
Nombre de barres au stator	$Z_s$	48
Nombre de paires de pôles	$p$	2
Nombre de phases	$q$	3
Nombre de conducteurs par encoche	$N$	31
Longueur active	$L$	140 [mm]
Rayon intérieur du rotor	$R_{r1}$	24.05 [mm]
Rayon extérieur du rotor	$R_{r2}$	74.5 [mm]
Rayon intérieur du stator	$R_{s1}$	75 [mm]
Rayon extérieur du stator	$R_{s2}$	110 [mm]
Ouverture d'encoche du rotor	$B_{r0}$	2.1 [mm]
Largeur 1 d'encoche du rotor	$B_{r1}$	6 [mm]
Largeur 2 d'encoche du rotor	$B_{r2}$	6 [mm]
Hauteur de l'isthme du rotor	$H_{r0}$	2.5 [mm]
Pente de l'isthme du rotor	$H_{r1}$	0.1 [mm]
Hauteur de l'encoche du rotor	$H_{r2}$	10 [mm]
Ouverture d'encoche du stator	$B_{s0}$	2.65 [mm]
Largeur 1 d'encoche du stator	$B_{s1}$	5 [mm]
Largeur 2 d'encoche du stator	$B_{s2}$	6.7 [mm]
Hauteur de l'isthme du stator	$H_{s0}$	0.75 [mm]
Pente de l'isthme du stator	$H_{s1}$	0.55 [mm]
Hauteur de l'encoche du stator	$H_{s2}$	15.6 [mm]
Conductivité du cuivre (stator et rotor)	$\sigma_{Cu}$	58e6 [S/m]
Perméabilité du cuivre (stator et rotor)	$\mu_{Cu}$	1

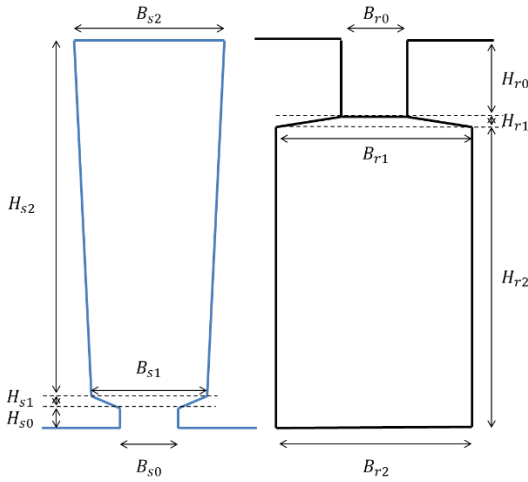


Figure 2 : Géométrie des encoches du stator (gauche) et du rotor (droite).

### 3. MODELISATIONS ELECTROMAGNETIQUES POUR LE CALCUL DES HARMONIQUES DE FORCE RADIALE

#### 3.1. Introduction

La pression radiale peut être estimée en fonction de l'espace et du temps en calculant le tenseur de Maxwell sur un chemin circulaire au milieu de l'entrefer :

$$\sigma_{rad}(t, \theta) = \frac{B_{rad}^2(t, \theta) - B_{tan}^2(t, \theta)}{2\mu_0} \quad (1)$$

Par conséquent, les deux approches proposées doivent estimer l'induction dans l'entrefer en fonction du temps et de l'espace. La pression radiale est ensuite exprimée de manière harmonique en prenant sa série de Fourier 2D :

$$P_{rad}(t, \theta) = \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} P_{n,r} e^{j(2\pi n f t - r \theta + \varphi_{n,r})} \quad (2)$$

où:

- $(nf, r)$  est le couple (fréquence temporel, nombre d'onde=ordre spatial circonférentiel) relatif à

chaque harmonique de pression, avec  $f$  la fréquence synchrone,  $n$  un réel positif et  $r$  un entier relatif ;

- $P_{n,r}$  est l'amplitude de l'harmonique  $(nf, r)$  ;
- $\varphi_{n,r}$  est sa phase ;

Les modèles étudiés sont supposés invariants selon l'axe de la machine par conséquent les grandeurs dépendent seulement du temps  $t$  et la position dans l'entrefer  $\theta$ .

#### 3.2. Modélisation Perméance/Force MagnétoMotrice

##### 3.2.1. Principe

La méthode de la Perméance/Force MagnétoMotrice (PFMM) permet d'estimer l'induction radiale d'entrefer en fonction du temps et de l'espace en multipliant la force magnéto motrice stator (FMMs) et rotor (FMMr) par la perméance d'entrefer par unité de surface ( $\Lambda$ ) :

$$B_{rad}(t, \theta) = \Lambda(t, \theta) \cdot [FMM_s(t, \theta) + FMM_r(t, \theta)] \quad (3)$$

Seule la perméance d'entrefer est considérée en faisant l'hypothèse d'une perméabilité infini pour le fer. En exploitant cette approche, on ne considère que la composante radiale  $B_{rad}$  du champ magnétique. La pression radiale se réduit donc à cette expression,  $B_{tan}$  étant négligé :

$$\sigma_{rad}(t, \theta) \approx \frac{B_{rad}^2(t, \theta)}{2\mu_0} \quad (4)$$

Cette hypothèse est avérée pour les machines asynchrones avec faible entrefer où la composante tangentielle est d'amplitude très inférieure à celle radiale [5].

##### 3.2.2. Perméance

La perméance d'entrefer par unité de surface  $\Lambda$ , peut être estimée en s'appuyant sur les travaux de J-F. Brudny [3]. Les hypothèses de ce modèle considèrent les lignes de champ dans l'entrefer radiales, la perméabilité du fer infinie et le profil des encoches rectangulaire.

L'expression de la perméance  $\Lambda$  d'entrefer est décomposée en 4 termes distincts :

- un terme constant  $\Lambda_0$  ;
- un terme  $\Lambda_s$  pour l'effet de denture statorique ;
- un terme  $\Lambda_r$  pour l'effet de denture rotorique ;
- un terme prenant en compte l'interaction de la denture stator et rotor  $\Lambda_{sr}$ , tel que :

$$\Lambda(t, \theta) = \Lambda_0 + \Lambda_s(\theta) + \Lambda_r(t, \theta) + \Lambda_{sr}(t, \theta) \quad (5)$$

La perméance d'interaction  $\Lambda_{sr}$  est particulièrement importante dans le calcul des pressions radiales car c'est généralement elle qui donne les harmonique de forces à haute fréquence et à faible ordre spatial, susceptibles d'exciter les modes de structure de la machine [5].

D'autres modèles de calcul de la perméance peuvent être utilisés comme le modèle de B. Gaussens [4]. Ce modèle estime la perméance de manière plus précise en prenant en compte les effets aux bords des dents et en limitant l'effet de Gibbs propre aux séries de Fourier. Une comparaison entre les deux méthodes est illustrée sur la Figure 3.

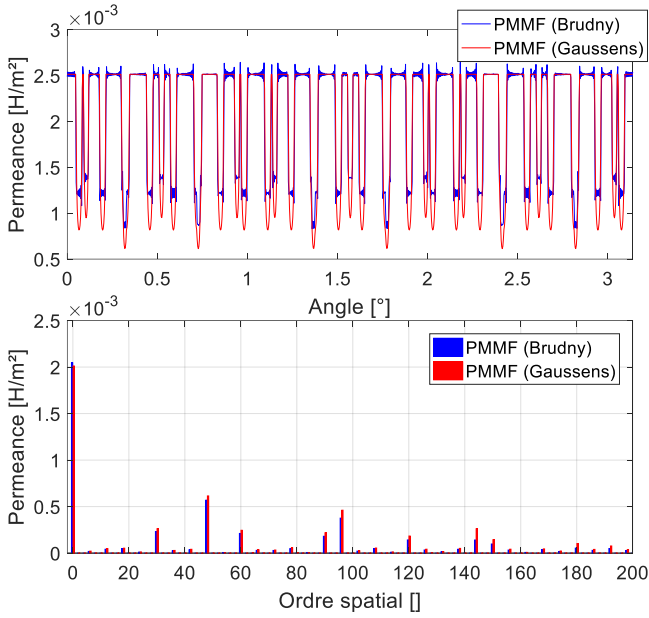


Figure 3 Comparaison des perméances d'entrefer obtenues avec les deux méthodes analytiques.

### 3.2.3. Force Magnétomotrice statorique (FMMs)

La détermination de la FMMs se fait par l'intermédiaire de la fonction de bobinage créé par un conducteur  $n$  (nommé fonction de bobinage élémentaire  $N_{\text{élem}}^{(n)}$ ) régit par l'équation (6) et représentée sur la Figure 4 où  $\varepsilon$  est l'ouverture d'encoche et  $\theta^{(n)}$  est la position du conducteur. Ce modèle suppose une perméabilité infinie dans le fer.

$$N_{\text{élem}}^{(n)}(\theta) = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\sin(k\varepsilon)}{k\varepsilon} \frac{\sin(k(\theta - \theta^{(n)}))}{k} \quad (6)$$

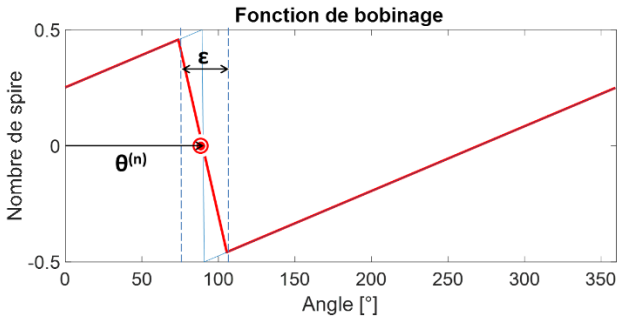


Figure 4 : Fonction de bobinage élémentaire d'un conducteur.

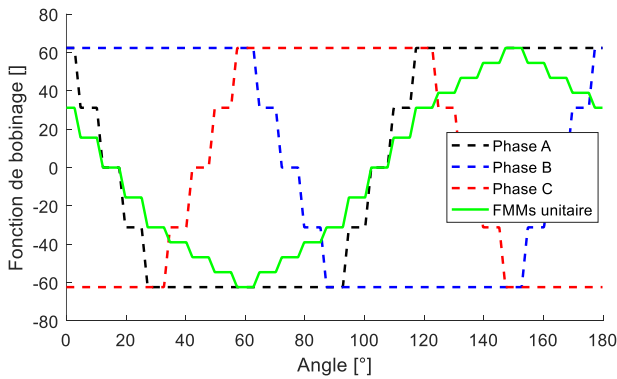


Figure 5 : Fonction de bobinage pour chaque phase et FMMs résultante pour une paire de pôle.

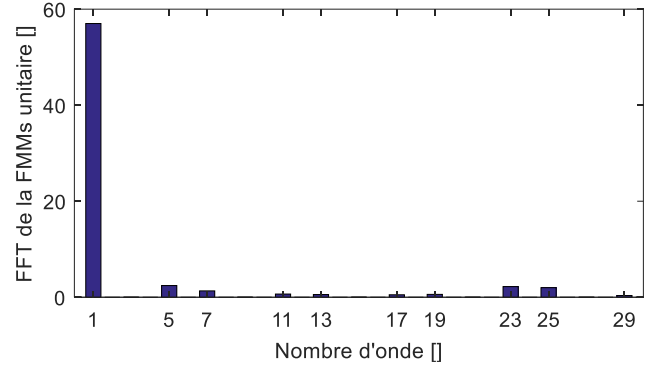


Figure 6 : Harmoniques d'espace de la FMMs.

La FMMs totale est obtenue en faisant le produit de la fonction de bobinage élémentaire de chaque conducteur du stator par le courant qui le traverse puis en faisant la somme :

$$FMM_s(t, \theta) = \sum_{n=1}^{NZ_s} N_{\text{élem}}^{(n)}(\theta) \cdot i_s^{(n)}(t) \quad (7)$$

On note que si on choisit seulement les conducteurs d'une phase, on obtient alors la fonction de bobinage d'une phase. Pour un bobinage distribué intégral, les harmoniques d'espace existent uniquement pour les ordres  $\lambda p$  tel que :

$$\lambda = 1 \pm 2q\eta \text{ where } \eta \in \mathbb{N} \quad (8)$$

soit pour un bobinage triphasé,  $\lambda = 1, -5, 7, -11, 13$  etc. comme illustré sur la Figure 6.

### 3.2.4. Force Magnétomotrice rotorique (FMMr)

La FMMr peut être estimée en utilisant la même démarche que pour le calcul de la FMMs, c'est-à-dire en multipliant la fonction de bobinage élémentaire d'une barre du rotor par le courant qui la traverse, puis en faisant la somme :

$$FMM_r(t, \theta) = \sum_{n=1}^{Z_r} N_{\text{élem}}^{(n)}(t, \theta) \cdot i_r^{(n)}(t) \quad (9)$$

Le rotor étant en mouvement, la position des conducteurs du rotor varient en fonction de l'espace et du temps dans le référentiel du stator. Pour prendre en compte cette rotation, il suffit d'ajuster la position de chaque conducteur en fonction du temps tel que :

$$\theta^{(n)}(t) = \theta_0^{(n)} + \Omega t \quad (10)$$

Avec  $\theta_0^{(n)}$  la position initiale du conducteur à  $t = 0$  et  $\Omega$  la vitesse du rotor [rad/s], tel que  $\Omega = \frac{(1-g)\omega_s}{p}$  où  $g$  est le glissement et  $\omega_s$  la pulsation fondamentale statorique.

Le fondamental et les harmoniques d'espaces de la FMMs induisent dans les barres rotoriques des courants et leurs harmoniques de pulsation  $\omega_r^\lambda$ , donnée par l'équation suivante :

$$\omega_r^\lambda = (1 - \lambda(1 - g)) \omega_s \quad (11)$$

La principale difficulté est d'estimer l'amplitude et la phase de ces courants induits. Dans cet article, on utilise un schéma monophasé équivalent (cf. Figure 7) qui permet d'obtenir les tensions et les courants uniquement liés à la pulsation du fondamental statorique  $\omega_s = \omega_r^1/g$ . Les paramètres électriques

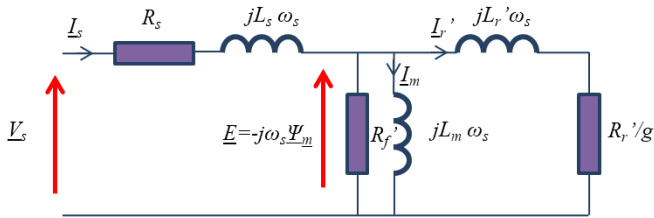


Figure 7 : Schéma monophasé équivalent.

peuvent être mesurés expérimentalement ou calculés numériquement, par la méthode des éléments finis ou la méthode des sous-domaines [8]. On détermine ainsi l'amplitude complexe du fondamental du courant rotorique  $I_r'$  dans le référentiel du stator tel que :

$$I_r' = I_s - I_m = I_s - \frac{\Psi_m}{L_m} \quad (12)$$

Pour déterminer les harmoniques de courant dans les barres, ce schéma équivalent peut être étendu aux harmoniques de temps et d'espace de la FMMs [10].

On reconstruit ensuite la distribution spatio-temporelle des courants  $i_r^{(n)}$  dans chaque barre grâce à la transformation suivante:

$$i_r^{(n)}(t) = k_{sr} |I_r'| \cos(\omega_r^0 t + \arg(I_r') + p\theta^{(n)}(t) + \varphi_0) \quad (13)$$

Avec :

- $k_{sr} = \frac{k_f N Z_s}{Z_r}$  le rapport de transformation entre le bobinage statorique et la cage rotorique, où  $k_f$  est le coefficient de bobinage statorique ;
- $\varphi_0$  l'angle pour lequel la FMMs s'annule à  $t = 0$ .

### 3.3. Modélisation par la Méthode des Sous Domaines

#### 3.3.1. Principe

La Méthode des Sous-Domaines (MSD) est une méthode semi-analytique qui permet de résoudre les équations de Maxwell appliquées aux machines électriques et d'en déduire l'induction dans l'entrefer, le couple, la force électromotrice, les forces de Maxwell, les pertes magnétiques etc. La méthode est basée sur la résolution formelle des équations de Maxwell dans l'entrefer et les encoches statoriques et rotoriques après avoir formulé un certain nombre d'hypothèses détaillées ci-dessous. En considérant ces mêmes hypothèses, la MSD est aussi précise que la Méthode des Eléments Finis (MEF) et plus rapide, ce qui rend son utilisation avantageuse lors de la conception des machines électriques pour le calcul du bruit et des vibrations d'origine magnétique.

La MSD a été proposée pour la modélisation des machines asynchrones à cage d'écureuil par [7], [8], en particulier pour le calcul des performances globales. Cependant, ces modèles n'intègrent pas les harmoniques spatio-temporelles dans l'induction d'entrefer dus aux effets combinés des FMM et des perméances statoriques et rotoriques. Or, ces effets harmoniques doivent être pris en compte dans la modélisation vibroacoustique. Dans [9], les modèles existants ont été améliorés pour inclure les effets de denture statorique et rotorique, les harmoniques d'espace dus à la discrétisation des conducteurs et l'effet de peau dans les barres relatif à chaque harmonique de courant rotorique. Le modèle [9] est donc utilisé dans cet article pour le calcul précis et rapide des pressions magnétiques radiales et tangentielles.

#### 3.3.2. Modèle et hypothèses

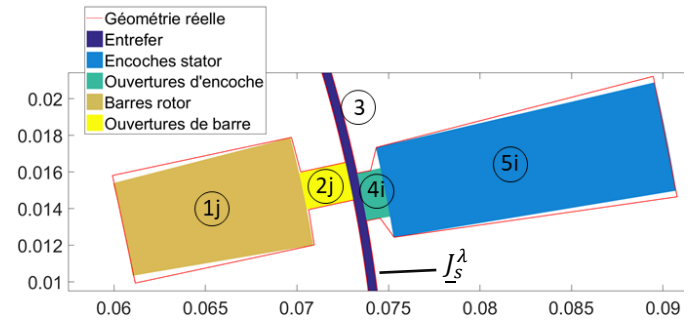


Figure 8 : Comparaison entre la géométrie réelle et le modèle de sous-domaines à géométrie polaire.

Le modèle de sous-domaines est illustré sur la Figure 8. Il se divise en cinq types de sous-domaines :

- $Z_r$  barres rotoriques (1j),  $j \in \llbracket 1, Z_r \rrbracket$ ,
- $Z_r$  ouvertures de barres (2j),
- l'entrefer (3),
- $Z_s$  ouvertures d'encoche statorique (4i),  $i \in \llbracket 1, Z_s \rrbracket$ ,
- $Z_s$  encoches statoriques (5i).

Le modèle repose sur les hypothèses suivantes :

- Le problème est stationnaire et est résolu pour chaque position du rotor. De ce fait, la vitesse angulaire et le glissement sont supposés constants, de même que les fréquences des courants statoriques et rotoriques ;
- Le problème est résolu successivement pour chaque harmonique d'espace  $\lambda$  de la FMMs, de manière à prendre en compte l'effet de peau relatif à chacune de ces harmoniques d'espace. Pour cela, le bobinage statorique est modélisé par une somme de nappes de courant  $J_s^\lambda$  placée sur le rayon d'alésage statorique. Chaque nappe de courant statorique induit ainsi une harmonique de courant rotorique à  $\omega_r^\lambda$  ;
- Le problème est 2D (les effets de bord sont négligés) et formulé en potentiel magnétique :  $\mathbf{A} = A_\chi(r, \theta, t) \mathbf{z}$  pour tout sous-domaine  $X \in \{(1j) ; (2j) ; (3) ; (4i) ; (5i)\}$  ;
- La géométrie est polaire (cf Figure 8) ;
- La perméabilité magnétique des laminations statoriques et rotoriques est infinie, la saturation est donc négligée. La perméabilité relative est constante et uniforme dans les sous-domaines ;
- La conductivité  $\sigma$  des barres rotoriques est constante et uniforme.

Les courants induits dans les barres sont calculés en résolvant l'équation de Maxwell quasi-statique (incluant la diffusion) pour le potentiel magnétique à un instant  $t$ . Cette équation devient l'équation d'Helmholtz complexe pour un problème avec une unique pulsation  $\omega_r^\lambda$  [7] :

$$\frac{\partial^2 A_{1j}^\lambda}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{1j}^\lambda}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{1j}^\lambda}{\partial \theta^2} = j\sigma\mu_0\omega_r^\lambda A_{1j}^\lambda \quad (14)$$

Ainsi, le coefficient de diffusion  $\bar{\alpha}_\lambda = \sqrt{j\omega_r^\lambda\sigma\mu_0\mu_r}$  prend bien en compte de l'effet de peau associé à chaque  $\omega_r^\lambda$ .

Pour les autres sous-domaines, le potentiel magnétique est obtenu en résolvant l'équation de Laplace complexe :

$$\frac{\partial^2 A_X^\lambda}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_X^\lambda}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_X^\lambda}{\partial \theta^2} = 0 \quad (15)$$

avec  $X \in \{(2j); (3); (4i); (5i)\}$ . Ces équations sont résolues grâce à la méthode de séparations des variables donnant une solution sous forme de série de Fourier. On obtient ensuite l'induction radiale et tangentielle en dérivant le potentiel magnétique :

$$\underline{B}_{rad,X}^\lambda(r, \theta, t) = \frac{1}{r} \frac{\partial A_X^\lambda}{\partial \theta} \quad ; \quad \underline{B}_{tan,X}^\lambda(r, \theta, t) = -\frac{\partial A_X^\lambda}{\partial r} \quad (16)$$

On en déduit le champ magnétique par la loi constitutive des matériaux linéaires :

$$\underline{B}_X^\lambda(r, \theta, t) = \mu_X \underline{H}_X^\lambda(r, \theta, t) \quad (17)$$

On applique ensuite les équations de continuité électromagnétiques entre les différents sous-domaines pour obtenir la solution finale :

$$\overline{A_X^\lambda} - \overline{A_Y^\lambda} = 0 \quad (18)$$

$$\overline{H_{\theta X}^\lambda} - \overline{H_{\theta Y}^\lambda} = j_{surf} \quad (19)$$

où  $X$  et  $Y$  sont deux sous-domaines adjacents et  $j_{surf}$  est nul à toutes les interfaces sauf à celle entre l'entrefer et le stator où  $j_{surf}$  vaut la nappe de courant  $\underline{j}_s^\lambda$ . Le modèle est plus amplement détaillé dans [9].

#### 4. COMPARAISONS DES GRANDEURS MAGNETIQUES ET ELECTRIQUES

##### 4.1. Paramètres des simulations

La comparaison des modèles est effectuée pour un point de fonctionnement. On impose des courants statoriques sinusoïdaux triphasés de valeur efficace 11.31 A et de fréquence 50 Hz. Le moteur asynchrone fonctionne en charge à une vitesse de 1425 tr/min soit un glissement de 5%.

Les symétries spatiales permettent de simuler uniquement la moitié de la machine. Le modèle PFMM et le modèle de sous-domaines simulent 20 périodes électriques du courant statorique avec un pas de discrétisation temporel de  $10^{-4}$  secondes (soit 4000 pas de temps). L'entrefer est discrétisé avec 1024 points sur  $180^\circ$ . Cette discrétisation permet d'observer des raies de force allant jusqu'à 5000 Hz et des ordres spatiaux d'ordre 1024. Ces deux modèles permettent de calculer directement le régime permanent de la machine sans passer par le régime transitoire.

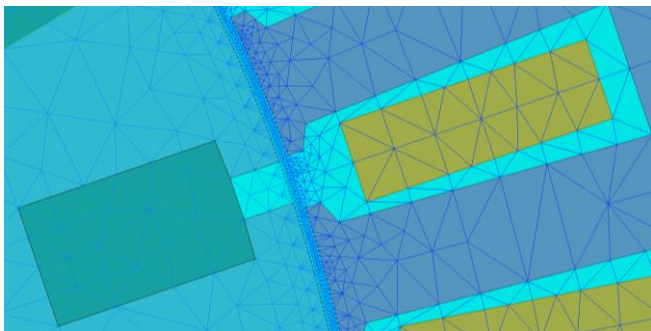


Figure 9 : Maillage obtenu avec Ansys-Maxwel2D [13].

Tableau 2 : Conditions de simulations des différents modèles exploités.

Modèles	PFMM	MSD	MEF
Discrétisation temporelle	4000	4000	4000
Discrétisation spatiale	1024	3262 inconnus	26588 triangles
Temps de calcul	30s	4075s	76822s

Ils sont comparés à la méthode des éléments finis où la perméabilité relative dans le fer est de  $10^6$  pour tendre vers une perméabilité infinie. Une attention particulière est portée sur la discrétisation du maillage dans l'entrefer avec au moins 4 éléments dans l'épaisseur afin d'obtenir des résultats précis (cf Figure 9). Contrairement aux modèles analytiques, le modèle éléments finis simule le régime transitoire. Il est alors nécessaire de simuler 250 périodes électriques pour atteindre le régime permanent, soit 50.000 pas temporels à simuler au lieu de 4000. Le Tableau 2 récapitule les différents temps de calcul et les discrétisations spatio-temporelles :

##### 4.2. Comparaison des modèles

Les résultats des trois modèles (PFMM, MSD et MEF) sont comparés pour la simulation présentée précédemment.

###### 4.2.1. Courants rotoriques

La Figure 10 présente les courants rotoriques obtenus avec les trois modèles. Le modèle des sous-domaines et les éléments finis intègrent les harmoniques de courant tandis que le modèle PFMM prend en compte seulement le fondamental des courants rotoriques. Ce dernier est estimé à partir d'un circuit monophasé équivalent dont les éléments ont été calculés à partir de la méthode des sous-domaines en simulant seulement un pas de temps. Le temps de calcul est donc quasi-instantané.

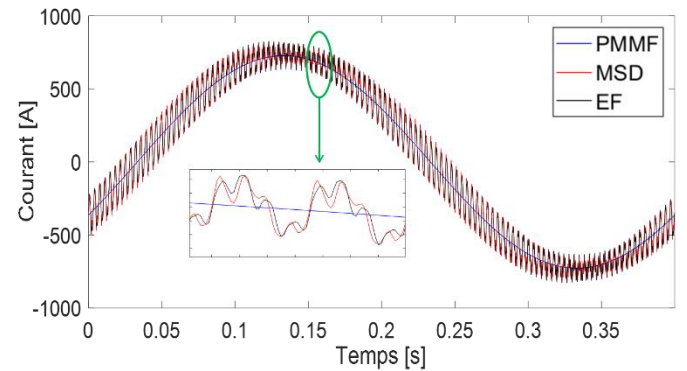


Figure 10 : Comparaison des courants rotoriques en charge ( $g=5\%$ ).

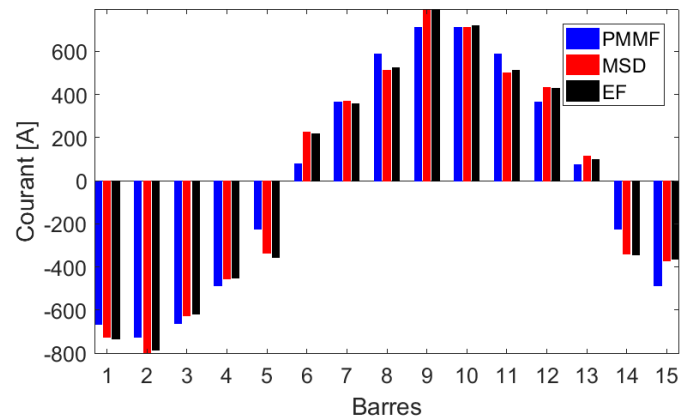


Figure 11 : Répartition des courants dans les barres rotoriques à  $t = 0$ .

Tableau 3 : Comparaison des harmoniques de courant rotorique.

Fréquence [Hz]	PFMM		MSD		MEF	
	Amp. [A]	Phase [rad]	Amp. [A]	Phase [rad]	Amp. [A]	Phase [rad]
$f_r^1 = 2.5$	<b>727</b>	-2.09	<b>735</b>	-2.09	<b>737</b>	-2.10
$f_r^7 = 282.5$			49.2	-0.27	49.7	-0.27
$f_r^{-5} = 287.5$			96.6	-1.54	97.3	-1.54
$f_r^{13} = 567.5$			27.3	-2.73	3.66	-2.81
$f_r^{-11} = 572.5$			11.7	2.17	11.9	2.22

Le contenu harmonique donné par les différents méthodes est comparé dans le Tableau 3. On observe que les courants calculés à partir de la méthode des sous-domaines sont très proches des courants obtenus avec la simulation par éléments finis. La légère différence s'explique par l'approximation de la géométrie polaire que l'on doit faire avec la MSD. Comme le modèle PFMM se limite au fondamental du courant rotorique, on observe une plus grande différence en comparaison avec la MSD et la MEF. En effet, la Figure 11 qui représente la répartition des courants dans les barres rotoriques à  $t = 0$  (cf. Figure 11), montre que le courant obtenu par la PPMF peut varier jusqu'à 150 A par rapport aux autres méthodes qui incluent les harmoniques de courant. De ce fait la FMMr obtenue contient également cette erreur. Cependant, le courant rotorique fondamental est très bien estimé avec une erreur de 1.1% sur l'amplitude et aucune erreur sur la phase.

#### 4.2.2. Induction radiale

La Figure 12 présente l'allure de la densité de flux radiale dans l'entrefer de la machine en fonction du temps et de l'espace obtenue avec les trois méthodes. La correspondance entre la densité de flux radiale obtenue avec la méthode des sous domaines et la méthode des éléments finis est quasi parfaite, tandis que celle donnée par le modèle PFMM diffère légèrement en amplitude mais possède le bon contenu fréquentiel. Les harmoniques temporels de champ sont dus à la FMMr et aux passages des encoches rotoriques. On retrouve les fréquences  $f_k$  induites au stator par la relation suivante [11] :

$$f_k = (k \frac{Z_r}{p} (1 - g) \pm 1) f_s; \quad k = 1, 2, 3 \dots \quad (20)$$

qui donne bien  $f_1 = \{662.5 \text{ Hz}; 762.5 \text{ Hz}\}$ ,  $f_2 = \{1375 \text{ Hz}; 1475 \text{ Hz}\}$  etc.

La différence d'amplitude entre la PFMM et les autres méthodes est tout d'abord due au fait que les harmoniques des courants rotoriques ne sont pas pris en compte, ce qui change la forme de la FMMr (cf. section 4.2.1). Cela provient aussi d'une mauvaise estimation de l'amplitude de la perméance rotorique (cf. Figure 3). De ce fait, on observe sur les Figure 12 et Figure 13 des effets de denture que l'on ne retrouve pas avec la MEF et la MSD. Néanmoins, le contenu harmonique est très proche de celui des autres méthodes, ce qui est suffisant pour estimer les forces radiales dans une phase de préconception visant à comparer différentes topologies de machine.

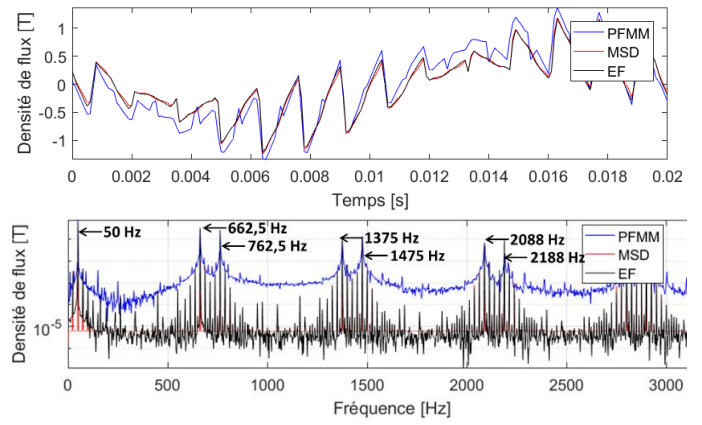


Figure 12 : Induction radiale et FFT en fonction du temps à un point donné de l'entrefer.

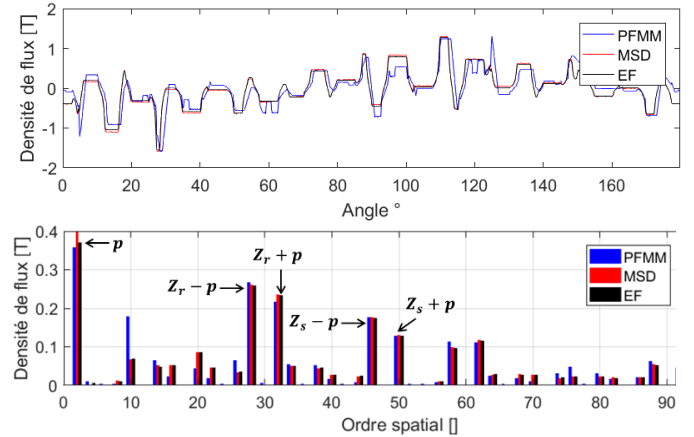


Figure 13 : Induction radiale et FFT en fonction de l'angle dans l'entrefer à  $t = 0$ .

#### 4.2.3. Pression radiale

On rappelle que la pression radiale est calculée par la méthode du tenseur de Maxwell dans l'entrefer, comme expliqué dans la section 3.1. La méthode des sous-domaines présente l'avantage d'inclure la composante tangentielle dans le calcul des pressions radiales. Par contre, la méthode PFMM néglige nécessairement la composante tangentielle dans le calcul de cette pression radiale.

La FFT2D suivant l'espace et le temps de la pression radiale obtenue par la MSD est illustrée sur la Figure 14. La MSD présente l'intérêt de donner des spectres très peu bruités comparé aux deux autres méthodes. En effet, la PFMM introduit du bruit numérique à cause de l'interpolation de la perméance et de la FMM rotoriques pour chaque pas de temps, tandis que la MEF est sensible au bruit numérique notamment dû au maillage irrégulier dans l'entrefer.

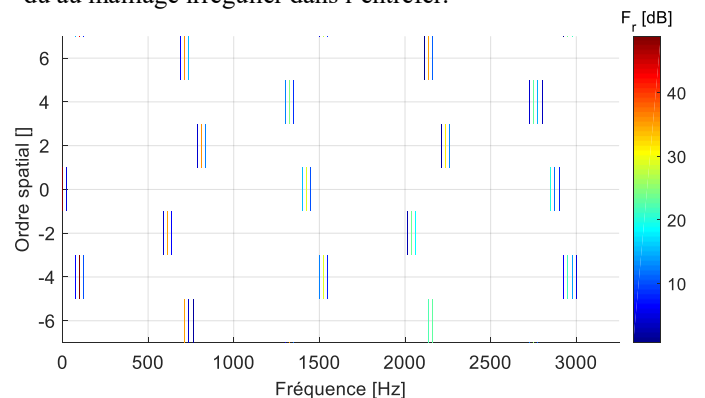


Figure 14 : FFT2D de la pression radiale obtenue par la méthode des sous-domaines.

Tableau 4 : Amplitude de 3 harmoniques de pression radiale d'ordre 2

Ordre (f, r)	Amplitude $10\log(\sigma_{rad})$ [ $N/m^2$ ]		
	PFMM	SDM	FEM
$(2f_s, 2p)$ (100 Hz, 4)	47.43	48.3	47.9
$(12.25f_s, 2)$ (612.5 Hz, 2)	38.8	35.25	37.4
$(16.25f_s, -2)$ (812.5 Hz, -2)	36.4	36.0	38.0
$(44.75f_s, -2)$ (2237.5 Hz, -2)	29.3	31.2	30.7

Les principaux harmoniques de pression sont comparés selon les différents modèles dans le Tableau 4. On a retenu le fondamental à  $(2f_s, 2p) = (100\text{Hz}, 4)$  et trois harmoniques à plus haute fréquence ( $(Z_r/p(1-g) - 2)f_s = 612.5\text{ Hz}$ ,  $(Z_r/p(1-g) + 2)f_s = 812.5\text{ Hz}$  et  $(3Z_r/p(1-g) + 2)f_s = 2237.5\text{ Hz}$ ) et de faible ordre spatial ( $r = -2$ ) qui sont susceptibles de générer des bruits et vibrations en excitant les modes de structure. En effet, il est intéressant de souligner que ces trois harmoniques haute fréquence émergent dans le spectre vibratoire (cf. Figure 15, section 5).

La différence d'amplitude est inférieure à 3 dB sur ces harmoniques sélectionnés pour les deux méthodes analytiques comparées à la MEF. Les deux méthodes sont donc bien validées numériquement.

## 5. MESURE ET SIMULATIONS VIBRATOIRES

Une mesure vibratoire est effectuée sur cette machine asynchrone à cage d'écureuil, à tension nominale (donnant le courant statorique imposé lors des simulations) pour un glissement de 5.3%. On mesure l'accélération radiale en collant un accéléromètre sur la culasse cylindrique du moteur. Le spectre de l'accélération radiale mesurée est représenté sur la Figure 15. Cette mesure fait ressortir essentiellement deux composantes à 810,5 Hz et 2232 Hz qui sont dues à deux harmoniques de pression radiale présentés dans la section 4.2.3.

On note que les valeurs des fréquences sont légèrement différentes dû au fait que le glissement expérimental est 5.3% au lieu de 5%. Un glissement de 5.3% aurait ainsi pu être choisi pour les simulations mais il aurait introduit de l'étalement spectral dans les FFT2D, qui diminuerait la clarté des illustrations.

On remarque également que le fondamentale de pression à  $(2f_s, 2p) = (100\text{Hz}, 4)$  n'apparaît pas dans le spectre de l'accélération, probablement car elle est filtrée par la fonction de transfert mécanique de la structure associée au mode 4.

Afin d'obtenir une meilleure comparaison entre les modèles analytiques et les résultats expérimentaux, une simulation vibratoire est effectuée sur le logiciel MANATEE, un outil dédié à la simulation multi-physiques des machines électriques [12]. Ce logiciel inclut des modèles analytiques rapides, notamment la méthode des sous-domaines et la PMMF basée sur la perméance de B. Gaussens [4]. Il permet également d'importer la densité de flux depuis n'importe quel logiciel de modélisation électromagnétique. Ainsi, on calcule et compare l'accélération radiale due aux forces électromagnétiques pour chacune des méthodes.

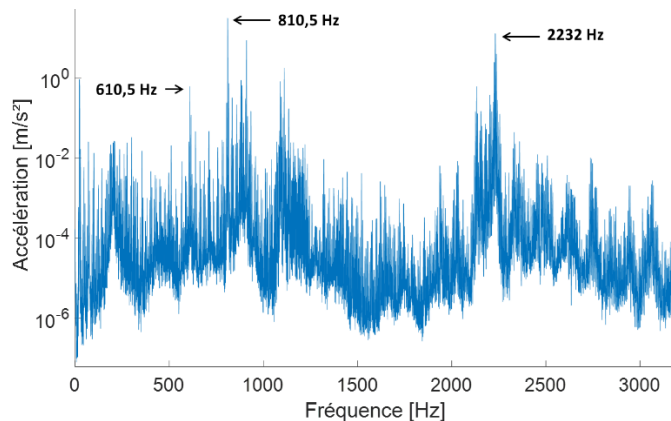


Figure 15 : Mesure vibratoire en charge (glissement à 5.3%).

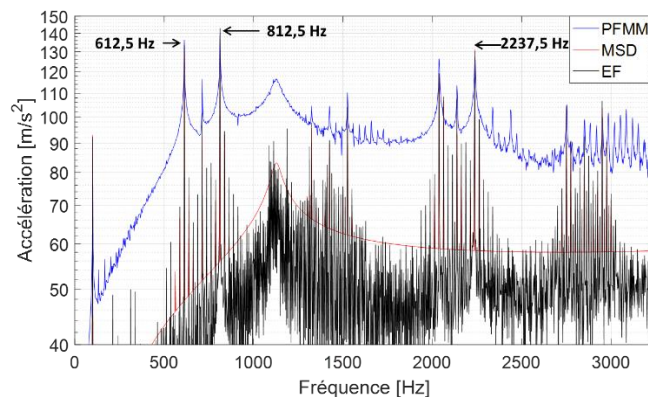


Figure 16 : Comparaison du spectre vibratoire obtenu en charge (glissement à 5%) pour chacun des modèles.

La comparaison est illustrée sur la Figure 16, le but étant de retrouver qualitativement les résultats expérimentaux par la simulation. L'estimation correcte des amplitudes nécessite généralement un recalage des modèles mécaniques qui n'est pas l'objet de cette étude. On remarque que les principaux harmoniques sont bien prédits par la simulation multi-physique, à l'exception des harmoniques à 910.5 Hz et à 1111 Hz. Les vibrations sont donc essentiellement dues aux harmoniques de force électromagnétiques donnés par les modèles analytiques.

## 6. CONCLUSIONS

Cet article compare deux méthodes analytiques (Perméance/Force MagnétoMotrice (PFMM) et Méthode des Sous-Domaines (MSD)) permettant d'estimer le contenu spatio-temporel des forces radiales dans les machines asynchrones à cage d'écureuil à vide et en charge. Ces deux méthodes analytiques offrent de plus un très bon compromis entre temps de calcul et précision par rapport à la Méthode des Eléments Finis (MEF), que l'on a utilisé pour la validation.

Les deux méthodes reposent chacun sur des hypothèses de modélisation qui sont parfois limitantes. De manière générale, la méthode PFMM offre le meilleur compromis temps de calcul/précision pour l'estimation de la force radiale dans l'entrefer. Cependant, l'influence de l'induction tangentielle est nécessairement négligée. D'autre part, le calcul de la force magnéto-motrice rotorique nécessite de connaître le schéma monophasé équivalent de la machine étudiée. Ce schéma peut par exemple être calculé à partir de la MSD.

La MSD s'avère plus précise car elle est basée sur la résolution directe des équations de Maxwell et permet ainsi d'évaluer les deux composantes de l'induction d'entrefer. De plus, elle inclut directement le calcul du fondamental et des harmoniques de courant rotorique. Elle permet également de



limiter le bruit numérique dans les spectres de force et d'accélération.

La MSD et le PFMM sont donc deux approches privilégiées pour le calcul rapide et précis des bruits et vibrations d'origine magnétique dans les machines électriques.

## 7. REFERENCES

- [1] J. Le Besnerais et Q. Souron, "Effect of magnetic wedges on electromagnetically-induced acoustic noise and vibrations of electrical machines," in *2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, 2016, pp. 2217–2222.
- [2] F. Dubas et C. Espanet, "Analytical Solution of the Magnetic Field in Permanent-Magnet Motors Taking Into Account Slotting Effect : No-Load Vector Potential and Flux Density Calculation," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 5, pp. 2097–2109, 2009.
- [3] J.F.Brudny, "Modélisation de la denture des machines asynchrones. Phénomène de résonnance," *J. Phys. III Fr.*, no. February, pp. 52–55, 1997.
- [4] B. Gaussens, E. Hoang, O. De La Barrière, J. Saint-Michel, P. Manfe, M. Lécrivain et M. Gabsi, "Analytical armature reaction field prediction in field-excited flux-switching machines using an exact relative permeance function," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 1, pp. 628–641, 2013.
- [5] E. Devillers, M. Hecquet, J. Le Besnerais, et M. Regniez, "Tangential effects on magnetic vibrations and acoustic noise of induction machines using subdomain method and electromagnetic vibration synthesis," in *2017 IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)*, 2017, pp. 1–8.
- [6] E. Devillers, J. Le Besnerais, T. Lubin, M. Hecquet, et J. P. Lecointe, "A review of subdomain modeling techniques in electrical machines : performances and applications," in *ICEM International Conference on Electrical Machines*, 2016.
- [7] T. Lubin, S. Mezani, et A. Rezzoug, "Analytic Calculation of Eddy Currents in the Slots of Electrical Machines: Application to Cage Rotor Induction Motors," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 47, no. 11, pp. 4650–4659, 2011.
- [8] K. Boughrara, N. Takorabet, R. Ibtouen, O. Touhami, et F. Dubas, "Analytical Analysis of Cage Rotor Induction Motors in Healthy, Defective and Broken Bars Conditions," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 2, no. c, pp. 1–1, 2014.
- [9] E. Devillers, J. Le Besnerais, T. Lubin, M. Hecquet et J. P. Lecointe, "An improved 2D subdomain model of squirrel cage induction machine including winding and slotting harmonics at steady state", *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 54, N° 2, 01/2018.
- [10] A. Hubert, "Contribution à l'étude des bruits acoustiques générés lors de l'association machines électriques-convertisseurs statiques de puissance. Application à la machine asynchrone," Université Technologique de Compiègne, 2001.
- [11] G. Joksimovic, M. Djurovic et J. Penman, "Cage rotor MMF : winding function approach," *IEEE Power Eng. Rev.*, vol. 21, no. 4, pp. 64–66, 2001.
- [12] MANATEE, "Magnetic Acoustic Noise Analysis Tool for Electrical Engineering," *Build v1.06.05*, 2018. [Online]. Available: [www.manatee-software.com](http://www.manatee-software.com).
- [13] ANSYS, "Maxwell 2D v18," 2018. [Online]. Available: <http://www.ansys.com/products/electronics/ansys-maxwell>.