HAL open science

Monographies de géométrie constructive

David-Georges Emmerich

▶ **To cite this version:**

David-Georges Emmerich. Monographies de géométrie constructive. [Rapport de recherche] 521/88, Ministère de l'environnement et du cadre de vie / Comité de la recherche et du développement en architecture (CORDA); Ecole nationale supérieure d'architecture de Paris-La Villette. 1977. ⟨hal-01903237⟩

HAL Id: hal-01903237

https://hal.science/hal-01903237v1

Submitted on 24 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

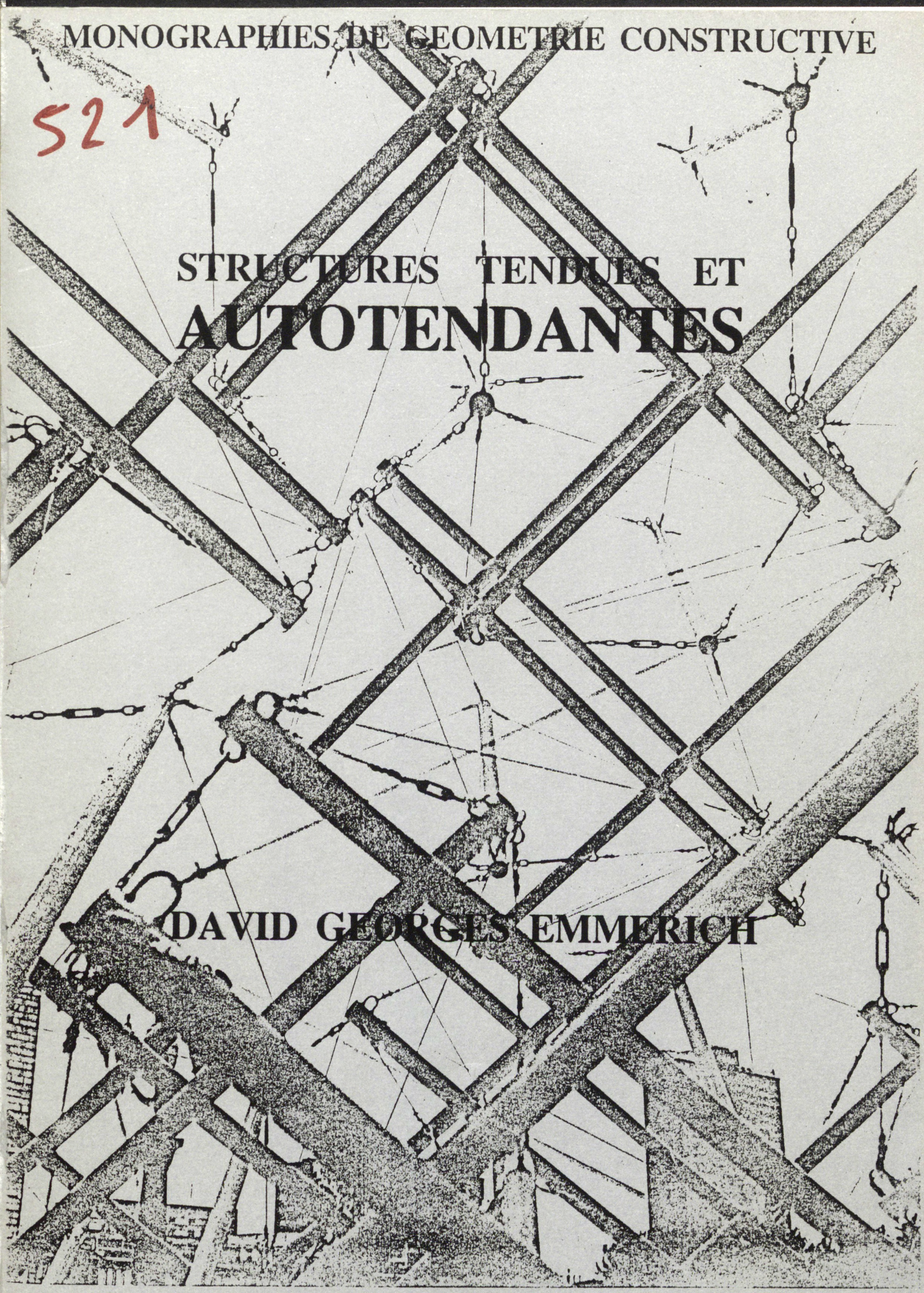
Autorisation HAL

HAL Authorization

MONOGRAPHIES DE GEOMETRIE CONSTRUCTIVE

521

STRUCTURES TENDUES ET AUTOTENDANTES



DAVID GEORGES EMMERICH

Ecole d'Architecture de Paris la Villette

Le présent ouvrage est issu du rapport de fin d'étude d'une recherche remise en 1977 au secrétariat du comité de la recherche et du développement en Architecture (C.O.R.D.A.), en exécution du programme général de recherche architecturale mené par le Ministère de l'Environnement et du Cadre de vie avec la Direction Générale de Recherche Scientifique et Technique (D.G.R.S.T.) depuis 1972.

CONTRAT N°76 73 035 00 202 75 01

Tous droits réservés par l'auteur © 1988

INTRODUCTION

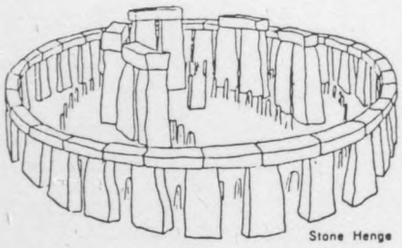
Pour comprendre l'importance du développement des structures autotendantes dans l'architecture, réduite jusqu'à maintenant à des modes de construction monolithiques et relativement lourds, on doit évoquer la véritable rupture technologique provoquée en matière d'habillement par la découverte des méthodes de tissage et l'abandon consécutif de la peau de bête.

Indéniablement, à un moment ou à un autre de la préhistoire , l'expansion des humains aurait été bloquée sans cette invention révolutionnaire si elle avait continuée d'être conditionnée par la prolifération simultanée des animaux. Aujourd'hui, l'évolution de toute la société, désormais urbaine et hautement industrialisée, paraît être bloquée par les tares d'un mode de production et de consommation d'espace qui est resté dérivé du rural et de l'artisanal.

Après la période moderniste qui réduisait la science de la construction à celle de la résistance des matériaux, l'âge post-moderne doit faire renaître la science de la résistance des formes, pour concevoir des infrastructures urbaines, des systèmes méccano, des jeux de construction et même d'autoconstruction . Une architecture à deux degrés, fondée sur la participation effective des usagers, individuels ou collectifs.

Fondée sur les méthodes industrialisées, cette nouvelle architecture répondant et correspondant aux possibilités de notre époque passe par l'étude systématique de formes porteuses adéquates: autoportantes, légères, répétitives, démontables , modifiables... et de leurs composants: standard, polyvalents, réemployables... Les structures autotendantes satisfont à tous ces critères.

DU MASSIF VERS L'ARTICULE


Stone Henge

L'évolution des techniques constructives se poursuit inéluctablement depuis que l'homme a quitté les cavernes, qu'il n'a occupées d'ailleurs que provisoirement après être descendu des arbres. Ces antécédants doubles si diamétralement opposés dans le choix de ses premiers modes d'habitat déterminent aujourd'hui encore son activité constructive. Sorti de son antre et devenu bâtisseur, il persiste toujours à recréer dans la masse sa caverne artificielle tout en rêvant de retrouver le foisonnement de son milieu aérien. Ceci explique peut-être que les techniques évoluent, malgré les détours et rechutes, du lourd vers le léger, du massif vers l'articulé.

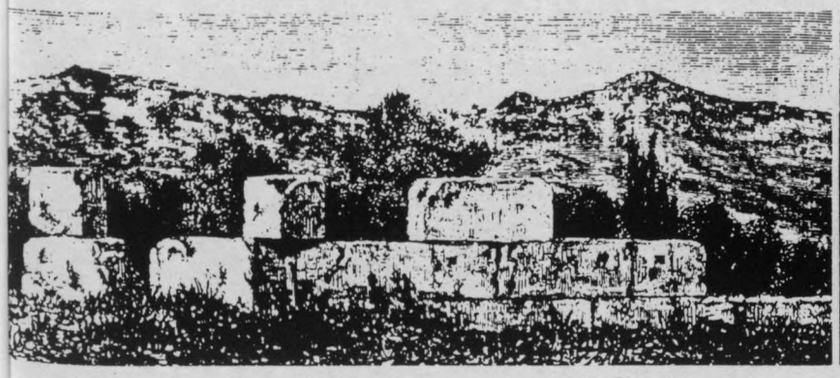
Masse et gravitation sont des données inséparables. Cependant, la gravitation en soi n'est pas une donnée structurale, mais une propriété physique appartenant directement aux matériaux donc indépendante du fait que ceux-ci soient organisés en structure ou laissés en amas. Et, aussi longtemps que construire consistait dans l'amassage de matériaux - certes, dans des appareillages judicieux qui restaient, néanmoins, des emplilements et dont la cohérence n'était assurée que grâce à l'attraction terrestre - le poids était un lourd fardeau à porter aussi bien pour l'homme que pour le bâtiment.

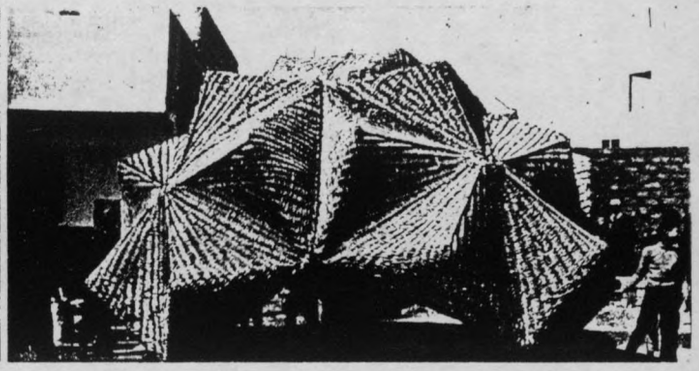
Jusqu'à tout récemment, l'art de construire consistait à placer les éléments dans l'alignement direct ou indirect de cette force d'attraction engendrée par leur propre masse. Cependant, le cumul de poids propre provoquait vite une "descente de charge" si importante que finalement chaque nouvel élément posé en haut de la pile aurait écrasé celui qui était en bas. Le rapport entre contrainte de rupture et poids spécifique devenait primordial dans ce genre de constructions, comprimées et gravitationnelles. Ce qui explique après une longue période d'inventions de formes constructives, suivie d'un indéniable appauvrissement, l'irrésistible ascension de la résistance des matériaux liée à la recherche de matériaux de plus en plus résistants.

Bien que ces systèmes aient vite atteint leurs limites, ils restaient en vogue jusqu'à présent d'une manière prépondérante. Ces édifices avaient, en effet, des avantages. Etant composés, mais en fait non liaisonnés organiquement, seule la pesanteur maintenant en position les éléments, on ne se préoccupait pas des attaches, ni d'ailleurs des sollicitations extérieures au système, celles-ci étant négligeables par rapport au poids mort.

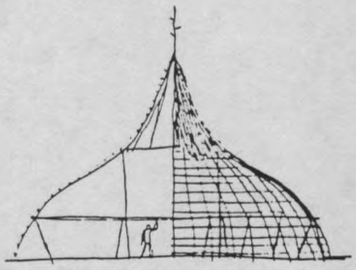
Cette lignée de structures, qu'on qualifierait volontiers de proto-structures, commençait par le premier gros bloc de pierre posé sur d'autres, le dolmen, continuait à travers les ordres classiques de colonne-architrave pour arriver en ligne droite jusqu'à l'architecture contemporaine de poteau-traverse, à l'hégémonie des ossatures trirectangulaires obtenues au prix de matériaux de résistance maximale, par rapport à une réflexion constructive minimale.

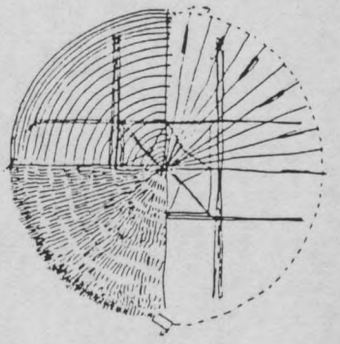
Cependant, l'homme n'oubliait pas complètement ses antécédents arboricoles. Il existait, en effet, parallèlement une autre lignée de structures où la pesanteur ne jouait aucun rôle, mais qui laissait peu de vestiges et encore moins de ruines spectaculaires. C'était l'art de construire des huttes de branches et de roseaux à partir duquel se développa la vannerie, puis le tissage.



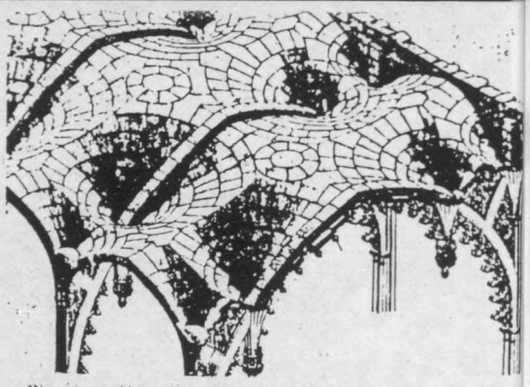


Contrairement à la méthode précédente, là les éléments étaient légers et assemblés organiquement par des noeuds et ligatures, des combinaisons subtiles d'éléments souples, des arrangements comme le tressage et le tissage, qui privaient les éléments de leur liberté de mouvement produisant ainsi des constructions cohérentes. Ce n'est pas sans raison, qu'outre la structure, les mots: technique, texture et aussi architecture ont une racine commune. Et, en effet, il s'agit enfin de véritables structures composées réellement dans le sens fort du terme, où le rapport contrainte de rupture-poids propre est très favorable, témoignage du fait qu'elles étaient confectionnées d'un minimum de matériaux même peu résistants et au prix d'un considérable effort mental.





Les cordes et les tissus, matières premières des tentes des peuples nomades, comme aujourd'hui les câbles et les membranes renforcées de fibres, composants essentiels des structures tendues actuelles, sont issus de cette sorte de technique, fondée sur la collaboration et la solidarité des membrures pour former des ouvrages qui à l'opposé du massif tendent vers la ligne ou la surface.



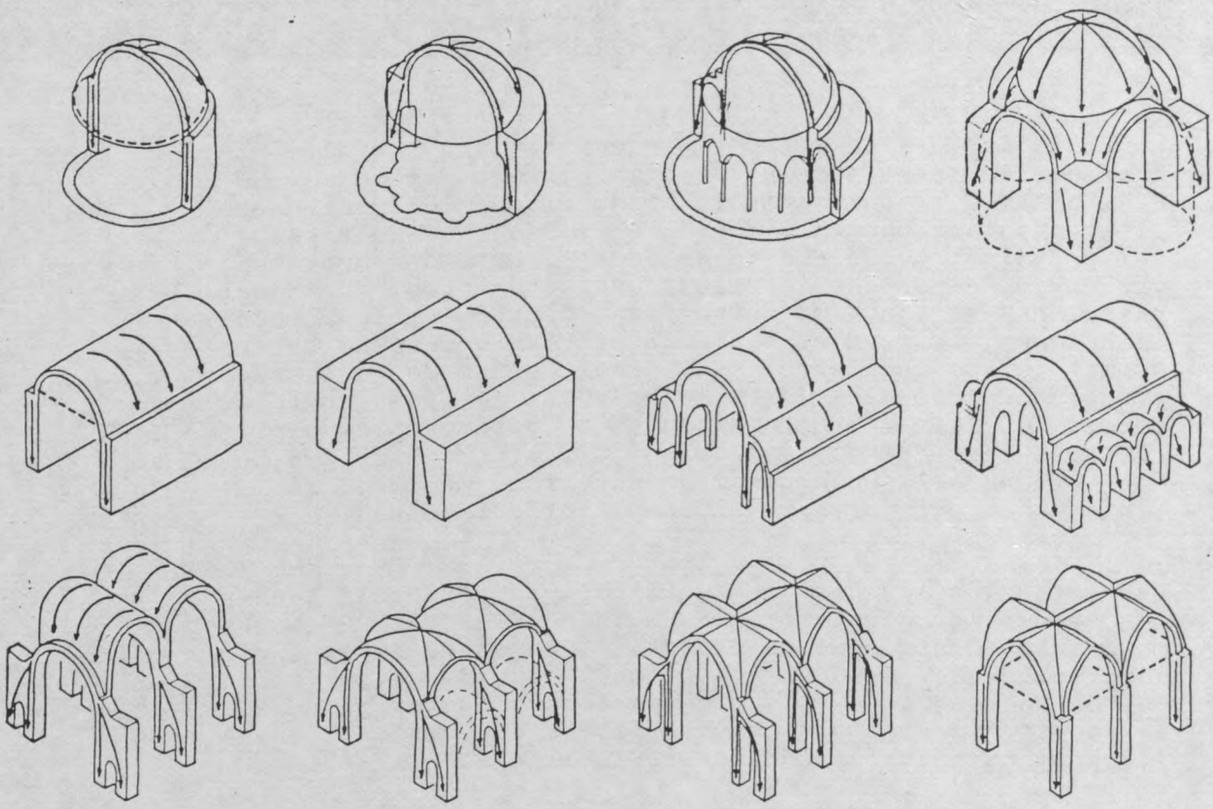
Westminster Abbey, Henry VII's Chapel

RESISTANCE DES FORMES ET LEGERTE

Nonobstant les avantages évidents des techniques synergétiques, curieusement la plupart des constructions ont aujourd'hui la forme d'un prisme orthogonal où les éléments massifs, à moins d'être coulés d'une seule pièce, n'ont l'un pour l'autre aucune utilité du point de vue statique. Afin de mieux apprécier la permanence de cette technique monolithique, en régression même par rapport aux structures maçonnées, on doit rappeler encore une fois que l'homme primitif était troglodyte,et qu'il lui a fallu un certain temps pour comprendre que seul le trou lui était nécessaire et non la masse.

Pourtant depuis longtemps, et déjà avec des matériaux pondéraux, il cherchait à se libérer des lourdes servitudes des masses au fond inutiles. Avant même d'avoir été capable d'élaborer des matériaux plus résistants, il cherchait d'abord des formes plus résistantes. à la fois par l'allègement des sections porteuses et par l'emploi de configurations globalement résistantes.

De par leur facilité même les édifices circulaires ont précédé les oblongs. Coniques, puis sphériques, dans ces coupoles les éléments travaillaient à la compression; leur matériau, la pierre, n'ayant pratiquement pas de résistance à la traction. Mais, malgré la matière friable, en alliant les deux méthodes d'allègement -



Développement des formes structurales d'après Mainstone

segmentation et convexité - certaines périodes de l'histoire de l'architecture ont approché l'absolu par la complexité de leur conception: en remplaçant la matière par la matière grise.

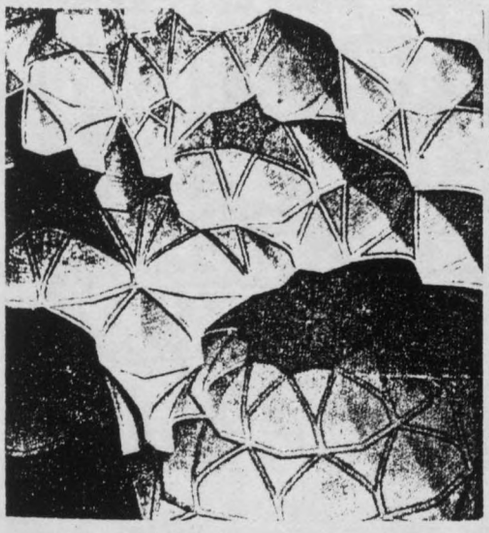
Les formes de révolution à l'origine simples se subdivisaient, s'intersectaient, puis s'entrelaçaient; composées de plis, de lobes, de surfaces gauches et même de polyèdres. Les maîtres gothiques des époques tardives ou leurs collègues sarrasins contemporains, par exemple, utilisaient un répertoire morphologique d'une richesse inégalée. La légerté et l'ingéniosité de leurs structures est à peine croyable. L'homme semblait alors vaincre la pesanteur. Il paraissait avoir découvert comment paver le ciel.

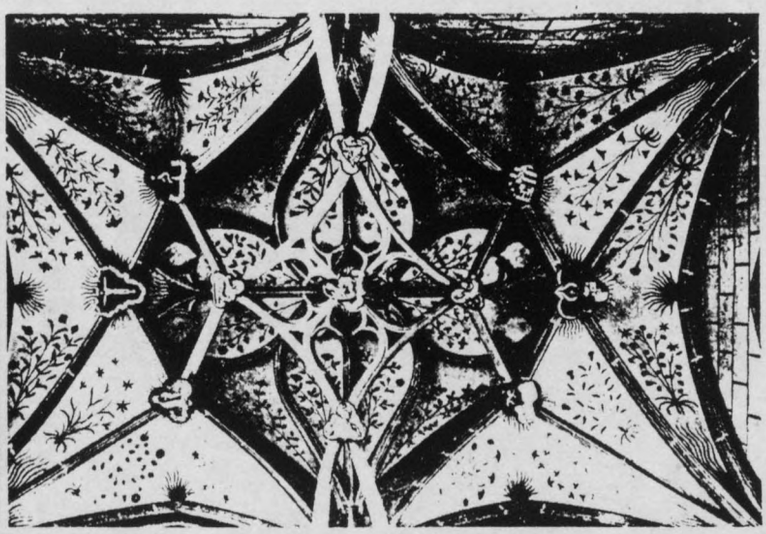
Mais, cette évolution s'arrêta brutalement. La force de frappe des canons - un autre progrès technique - a eu raison des minces dallages de pierre et l'architecture recule vers le massif et l'indifférencié. Dans le passé, il arrivait maintes fois aux techniques, qu'on pouvait même qualifier de culture, par le savoir et la richesse d'expériences qu'elles détenaient, de succomber sous la contre attaque du lourd et de l'inarticulé.

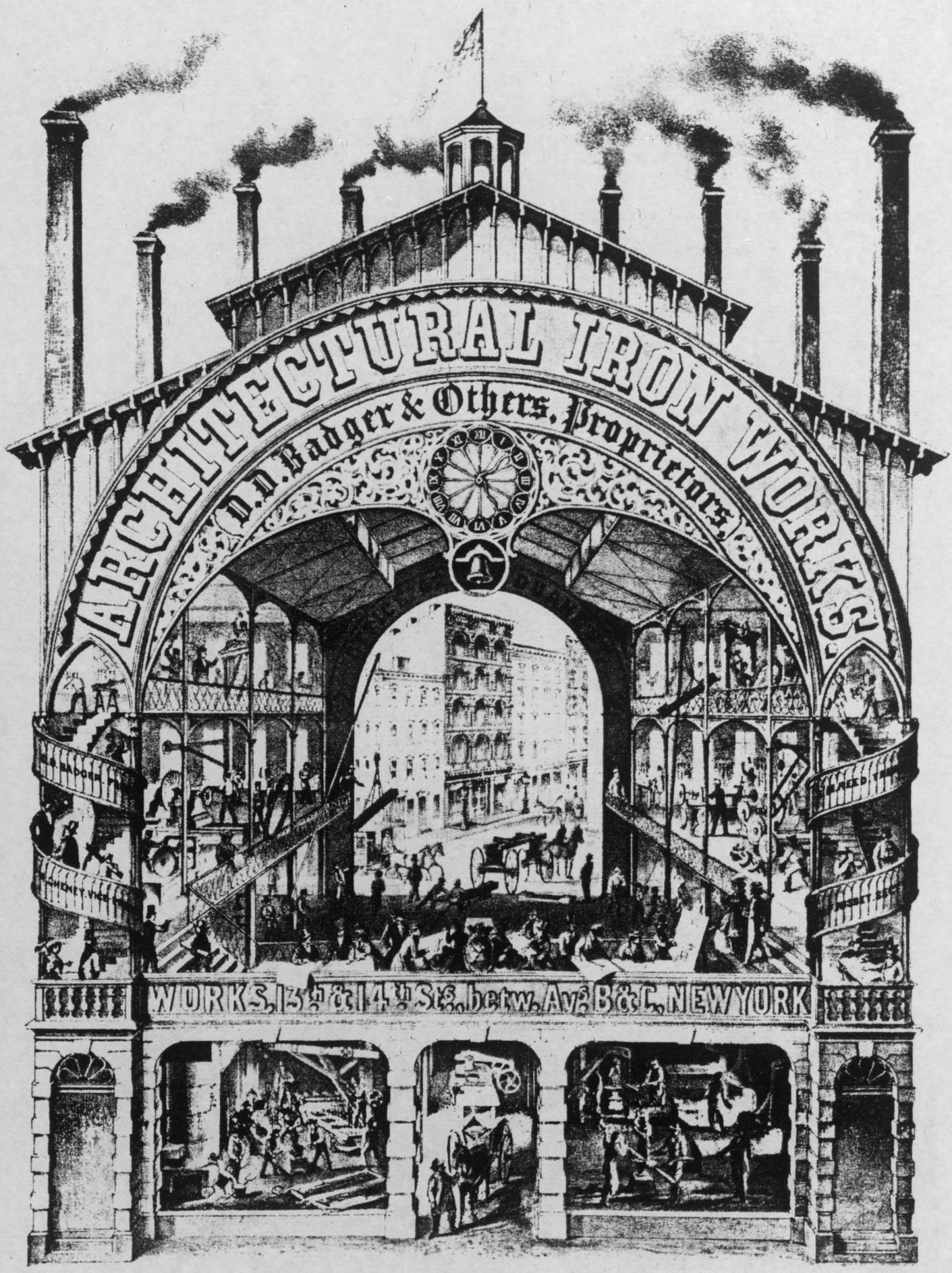
L'allègement des sections est obtenu par des parois nervurées - contreforts, arc doubleaux, voûtes d'arêtes - donc, par des segmentations de toutes sortes, qui associent lignes et surfaces et qui se substituent à l'épaisseur tout en conservant et même augmentant l'inertie propre aux formes articulées.

Parallèlement, à la place des formes de translation, comme on l'a vu dissociées et monolithiques, on adopte plutôt les formes de rotations qui ont une solidité naturelle par leur convexité et par leur courbure. Là, bien que composé d'éléments isolés, l'ensemble se maintient grâce à l'action concertée de tous ses composants, d'où une nouvelle économie de matériaux donc de masses.

Dans une forme fermée, la solidarisation d'une multitude d'éléments rend la structure infiniment plus ferme que dans les systèmes ouverts où les composants sont simplement juxtaposés ou superposés sans effet synergique, c'est à dire, sans pouvoir s'épauler ou se consolider.






ARCHITECTURAL IRON WORKS
D.D. Badger & Others, Proprietors
WORKS, 13th & 14th Sts. betw. Avs. B & C, NEW YORK

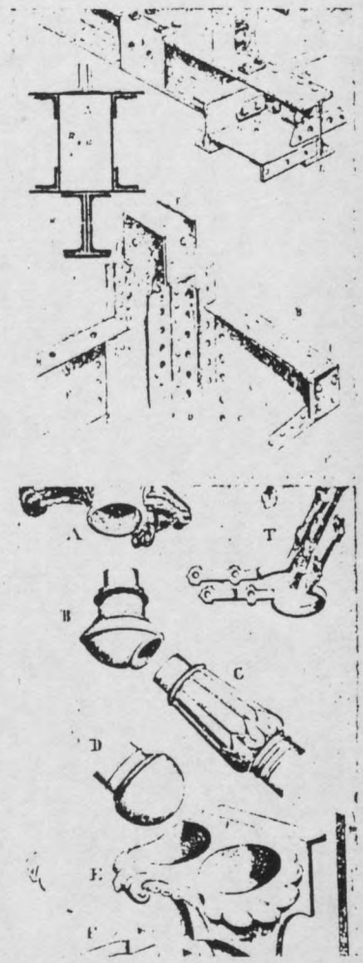
C'est ainsi que, du point de vue structural, la Renaissance avec ses lourdes poutraisons à cassettes était un recul par rapport à l'ogival et ses voussures ciselées. La Renaissance, cependant, avec son appareillage correct et ses percées généreuses était supérieure à la platitude et à l'opacité des édifices classisants contre lesquels la voix des architectes les plus conscients du siècle précédent s'élevait; avec pour conséquence de remplacer finalement les maçonneries routinières et pesantes par une nouvelle technique: celle du fer et du verre.

RESISTANCE DES MATERIAUX ET STRUCTURES TENDUES

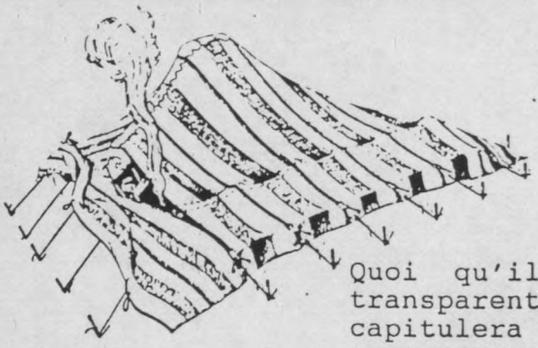
Depuis le début du XIXème siècle, l'architecture de fonte, de fer puis d'acier a produit des oeuvres remarquables tout en restant attachée, sauf quelques rares exceptions, à un répertoire de formes dérivées du classicisme. Certes, les éléments tendus, où les propriétés de résistance du métal se révèlent par excellence, étaient employés très tôt dans les fermes de grande portée. Puis, ces ouvrages d'une grande légerté ont subi une éclipse. Aujourd'hui, la construction métallique utilise en général l'acier dans des systèmes où le travail des membrures est indifférencié et dont l'origine remonte plutôt à la charpente en bois et à l'ossature en colombage.

Pendant la première période, quand la matière était relativement coûteuse, on cherchait l'économie par la légerté. Mais, après les pièces moulées ou forgées avec tout le savoir-faire de l'artisan, ce sont les produits de laminage ou étirage - et pourtant pas de sciage - qui se sont généralisés. Les profils nécessairement oblongs imitaient, cependant, par réminiscence l'ancien matériau de charpente, le bois, de formes toujours orthogonales. Fers-plats, équerres, U ou IPN ne faisaient que se substituer aux planches, chevrons, tasseaux, etc...

Les profilages empruntés au bois dictaient des structures rappelant les charpentes en bois, bien que ces compositions fussent primitives et bien qu'avec le métal les constructeurs disposassent d'un matériau isotrope travaillant indifféremment dans tous les sens et aussi bien, et même mieux, à la traction qu'à la compression. En outre, le métal étant malléable à souhait pour produire des formes à inertie variable et des assemblages orientables sous tous les angles, il était désormais possible de composer de véritables mécanismes porteurs, jusqu'alors impossibles à réaliser en bois ou en pierre. Mais, pendant longtemps le métal n'a pas trouvé son propre langage de forme par lequel ses possibilités supérieures auraient pu s'exprimer.



Assemblages encastré et orientable, Viollet-le-Duc.



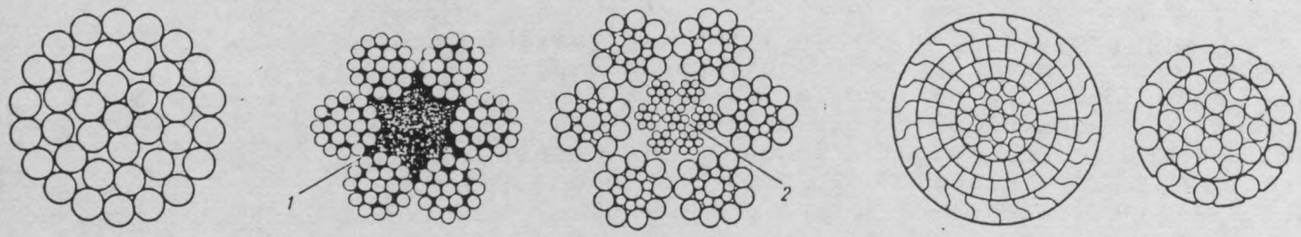
Quoi qu'il en soit, cette architecture aérienne et transparente, qui florissait pendant le XIXème siècle, capitulera à son tour, près d'un siècle après son avénement, cette fois devant la menace des bombes d'aviation, au profit des lourdes dalles de béton: "ce bloc monolithique dont les résistances sont de tout point de vue supérieures à toutes les fatigues", comme l'a défini un de ses inventeurs, Hennebique. Cette technique providentielle signifiait, en effet, le retour du massif et du gravitationnel.

Le béton armé a, cependant, la particularité et le mérite d'avoir différencié, en principe, le travail des deux matériaux composants: le béton résistant à la compression et l'armature à la traction. Le béton précontraint exalte encore plus les aptitudes et les avantages du métal tendu.

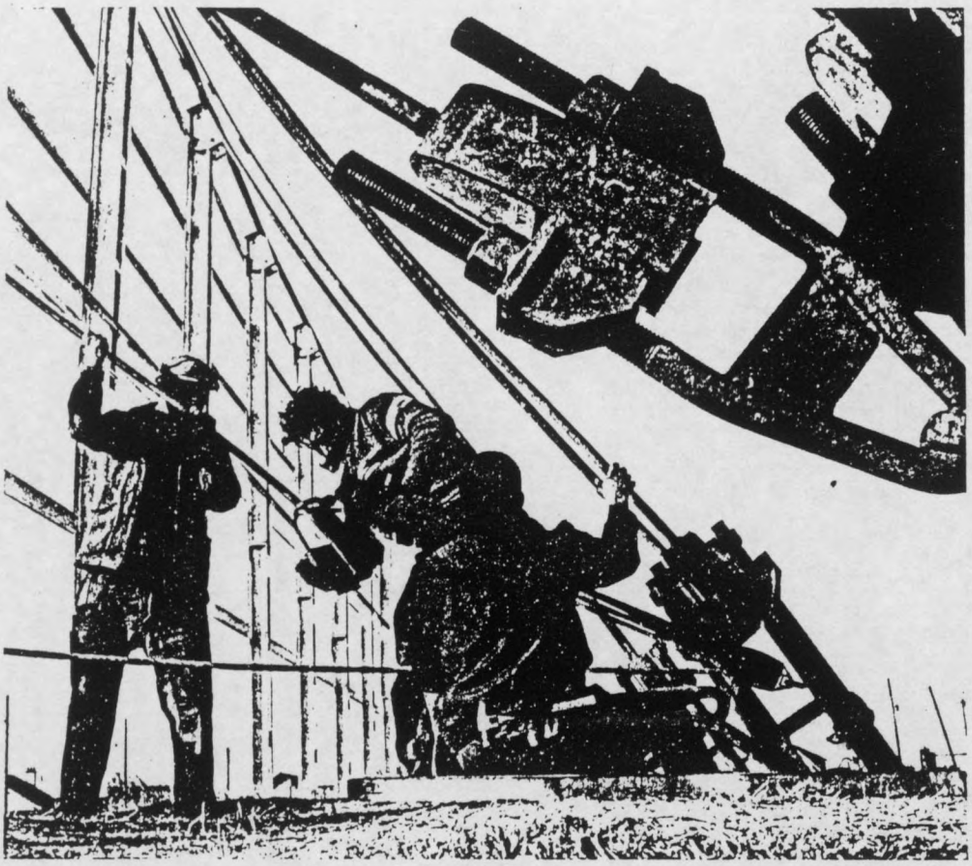
Pendant ce temps, les ouvrages sont devenus de plus en plus importants en hauteur et en envergure. Mais, à défaut de formes constructives nouvelles et adéquates, cet accroissement dimensionnel n'était possible que par l'élaboration de matériaux de plus en plus haute résistance. L'amélioration du béton, cette matière pierreuse ayant atteint ses limites extrêmes, les progrès les plus notables étaient obtenus au niveau des métaux.

La mise au point des câbles de haute résistance a permis de décupler en quelques décades la portée des ponts suspendus, à l'origine en chaînes, déjà supérieure à celle des autres systèmes même métalliques. La chaînette n'est pourtant qu'une forme de suspension dont l'équilibre dépend encore de la gravitation et de ses ancrages au sol. Une autre conséquence notable est le développement des voiles tendues par haubannage de câbles. Cependant, si les systèmes de couverture plus récents ont éliminé par les contre-courbures les inconvénients d'être gravitationnels, ils n'ont pas réussi à se débarrasser des lourds ancrages au sol.

La technique qui rend une structure tendue indépendante et de la gravitation et du sol, donc autoportante , n'a pas encore pénétré le domaine du bâtiment et des ou-



Diverses sections de cables



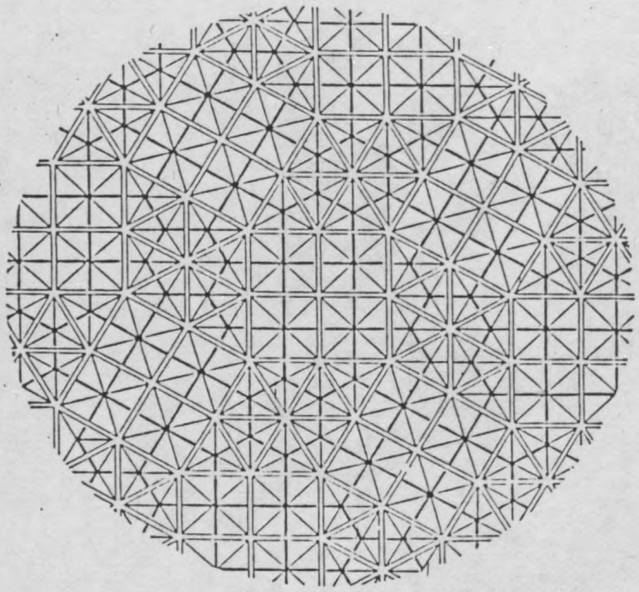
Photos G. Ehrmann.

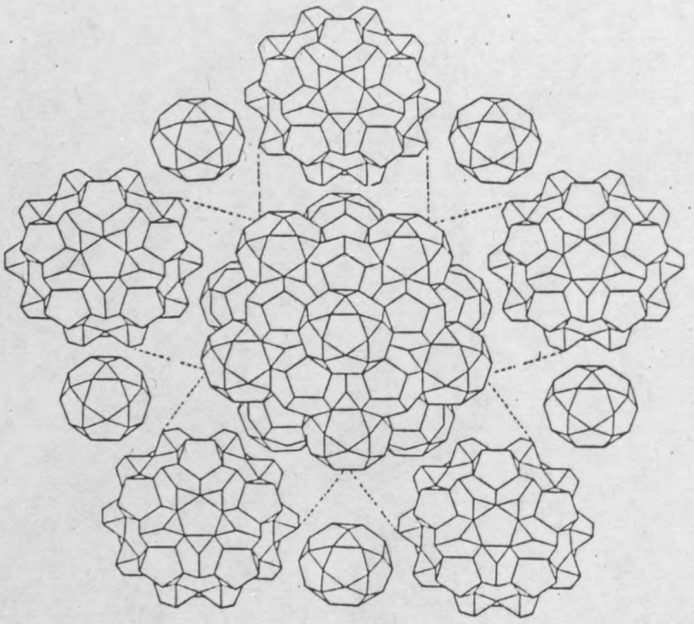
Ancrage d'un système Yawerth

vrages d'art. Pourtant, la production architecturale changera de fond en comble quand la haute résistance des matériaux existants s'alliera avec l'adoption de formes constructives plus complexes que celles d'une corde à linge ou d'une tente bédouine.

Dans le domaine des structures tendues tout comme dans le cas des ouvrages en maçonnerie, ce sont des incidences complexifiant la forme qui augmentent la rigidité structurale et non l'épaisseur de la matière. Confirmant une fois de plus la loi générale selon laquelle plus on augmente la complexité du dessin plus on accroît le rendement de la matière; en tendant vers une limite - celle de l'immatérialité.

Cette tendance vers l'absolu, certes asymptotique , atteint quasiment son but dans les structures autotendantes où l'espace est entièrement défini par des lignes presque immatèrielles. Ce résultat est obtenu évidemment, là aussi, grâce à l'alliance de la matière, de haute résistance cette fois, et d'une géométrie constructive, une stéréométrie, aussi complexe, sinon plus, qu'à la haute époque médiévale.





Equipartitions planaires et polyédriques

LES SYSTEMES STEREOMETRIQUES

L'étude des systèmes stéréométriques est tout à fait comparable à la linguistique. Si le langage de l'espace se restreint à trois phonèmes, sommet-face-arête, ce sont leurs assemblages, les sept polygones en tant que syllabes et quelques douzaines de configurations de base qui constituent le vocabulaire avec lequel on peut construire des phrases, c'est à dire des systèmes constructifs plus complexes.

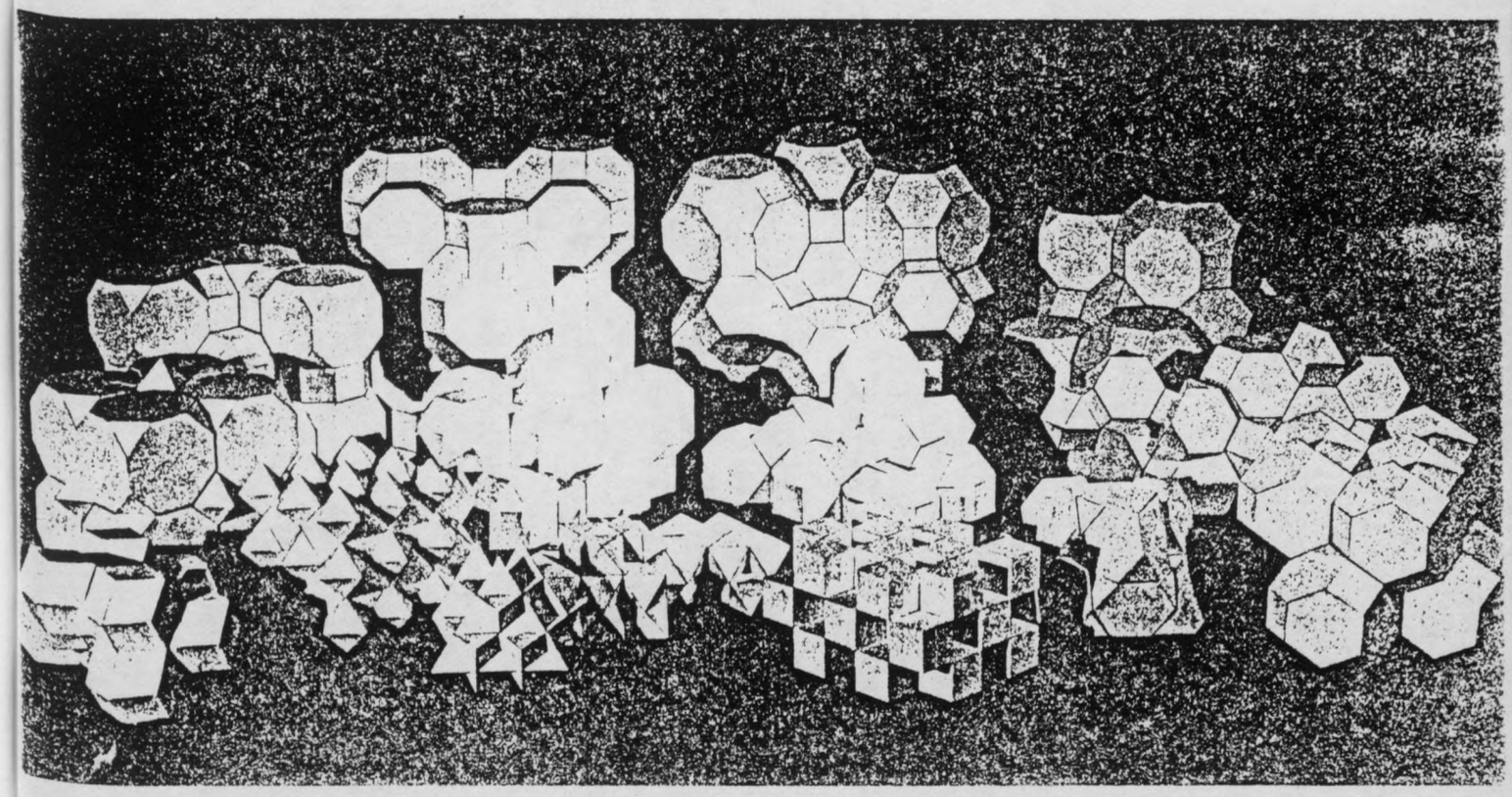
Dans la série "Monographie de Géométrie Constructive", nous avons réuni une première somme de ces formes particulièrement intéressantes pour le constructeur, sous le nom d' "Equipartitions". Des deux tomes, l'un est consacré aux "Tessellations et réseaux planaires", l'autre aux "Solides convexes et empilements".

La recherche struturale exige, en effet, la connaissance des formes plus complexes que les cinq corps classiques - pyramide, prisme, cône, cylindre, sphère. Certes, la segmentation de ces formes simples engendre déjà une quantité infinie de configurations. Heureusement, l'introduction du critère d'égalité ou de régularité des entités - noeuds, segments, régions - réduit à un nombre fini les possibilités d'équipartition dans chaque famille morphologique. Ce qui permet d'entreprendre l'inventaire des formes stéréométriques en les classant suivant une méthode fondée sur la morphogénèse telle que les unes dérivent des autres suivant un processus de générations et de différenciations successives qui va naturellement du simple au complexe.

Les formes se construisent, en effet, par des mouvements possibles dans l'espace, par une sorte d'autoconstruction, allant du simple au complexe: points, lignes, surfaces, volumes, réseaux, etc. Entre ces formes qui se créent progressivement, on peut établir une sorte de généalogie, quasi darwinienne. Les diverses catégories, régies par la même loi de composition, peuvent être caractérisées par des méthodes morphologiques strictes. En y ajoutant des critères métriques tels que: rectitude des lignes, planarité des surfaces, régularité, homothétie des assemblages, etc... on obtient des systèmes stéréométriques dont les diverses classes: trames, polyèdres, doubles nappes, empilements contiennent un nombre défini de formes individualisées.

A l'intérieur de chaque groupe, les formes sont classées suivant leur degré de régularité commençant par celles parfaitement homogènes, allant vers les configurations comportant deux ou plusieurs éléments hétérogènes.

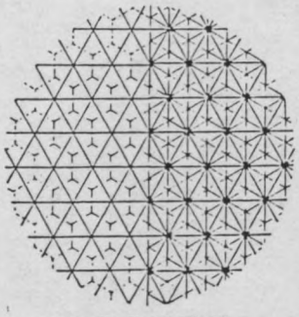
Au delà des formes convexes, donc simplement connexes, il existe des configurations doublement ou multiplement connexes - tores, surfaces périodiques et autres hyperespaces - qui sont composées d'éléments droits ou gauches, mais douées également d'une certaine régularité ou répétitivité. Ces conditions coïncident tout naturellement avec les critères de la standardisation des composants, pierre de touche de toute industrialisation.



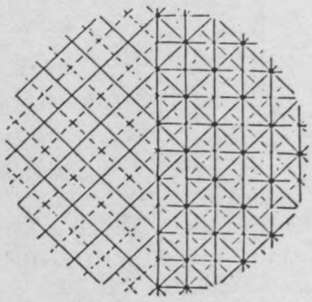
Empilements réguliers

CLASSIFICATION DES SYSTEMES ARTICULES

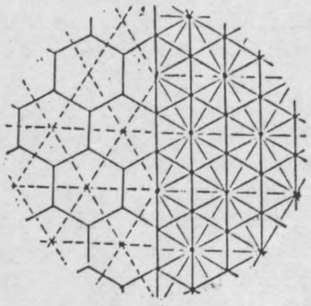
Ces combinaisons sont à considérer comme des trames abstraites, à base desquelles se réalisent des structures en les matérialisant en totalité ou en partie seulement. Une fois le réseau et sa densité choisis, on peut en découper une tranche ou un volume quelconque pour en obtenir par exemple un plancher, une coupole, une charpente ou une ossature. Cette tranche d'espace délimitée peut être alors exécutée par différentes techniques: la matière des éléments, leurs moyens d'assemblage de même que l'échelle de leur utilisation étant en principe indépendants de l'arrangement stéréométrique. De ce fait, une grande variété de structures peut dériver de la même configuration.



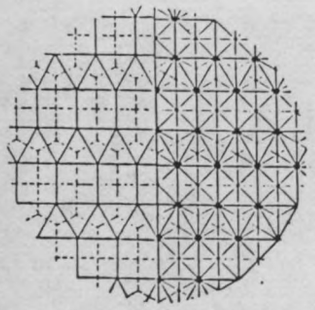
333333



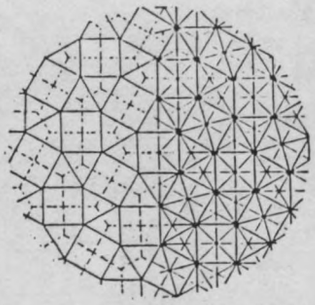
4444



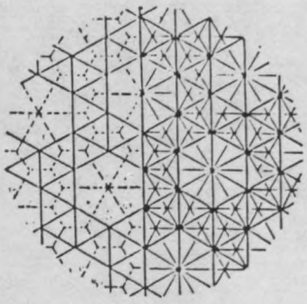
666



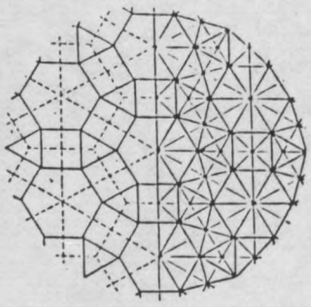
33344



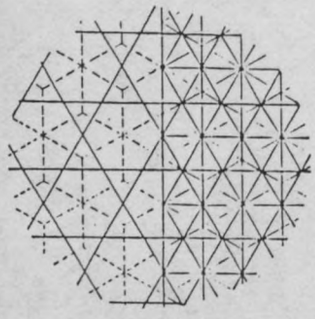
33434



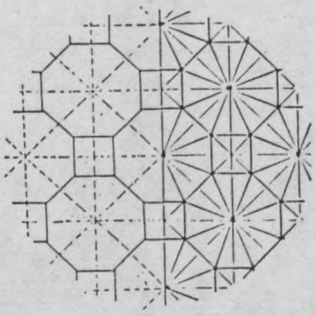
33336



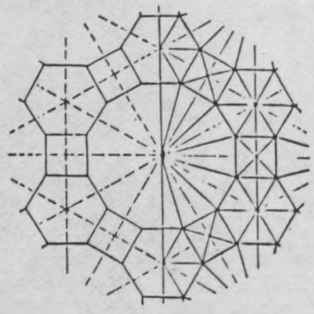
3464



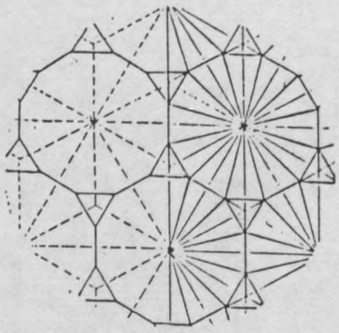
3636



488

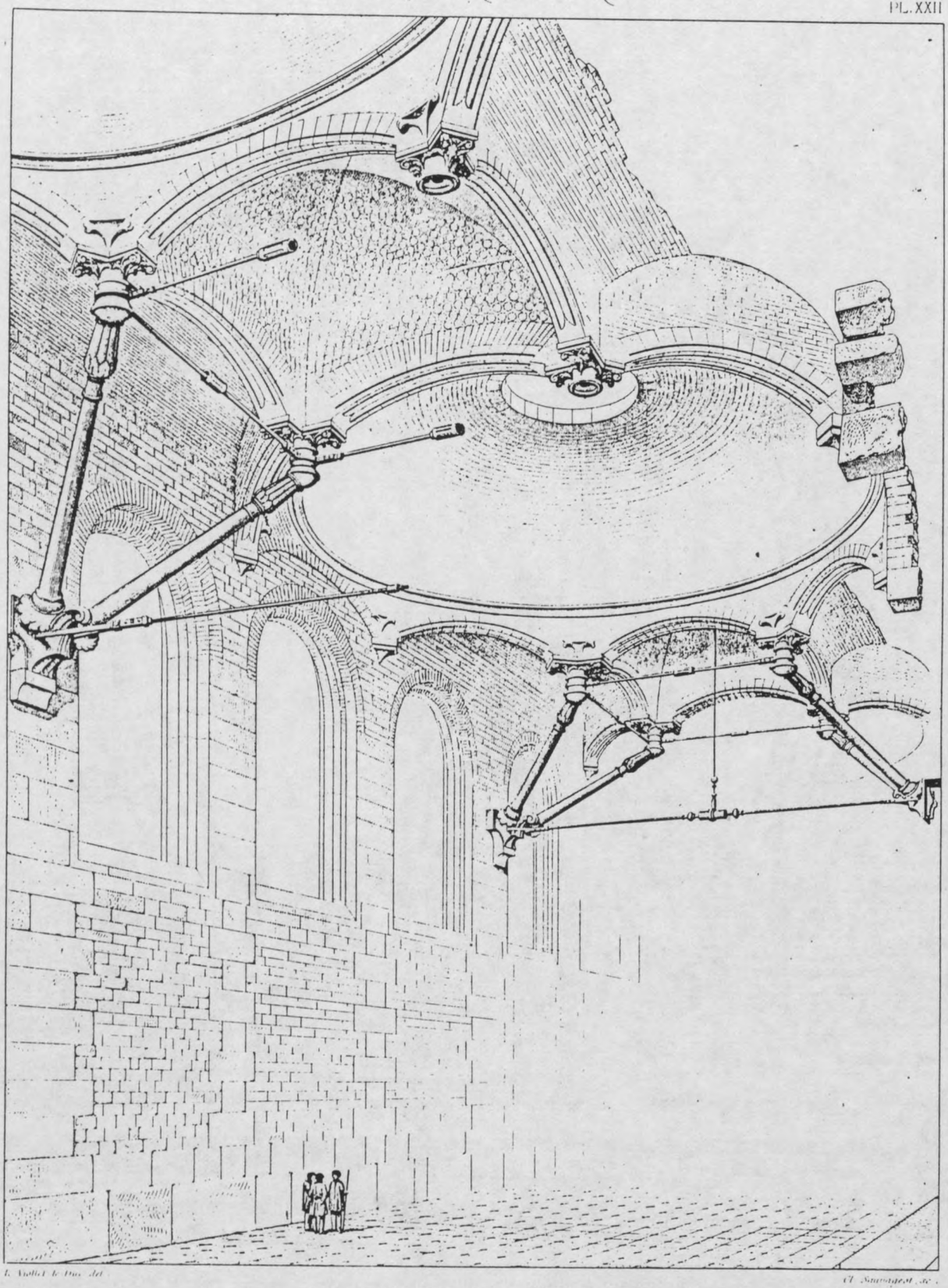


4612



3 12 12

Réseaux double nappe

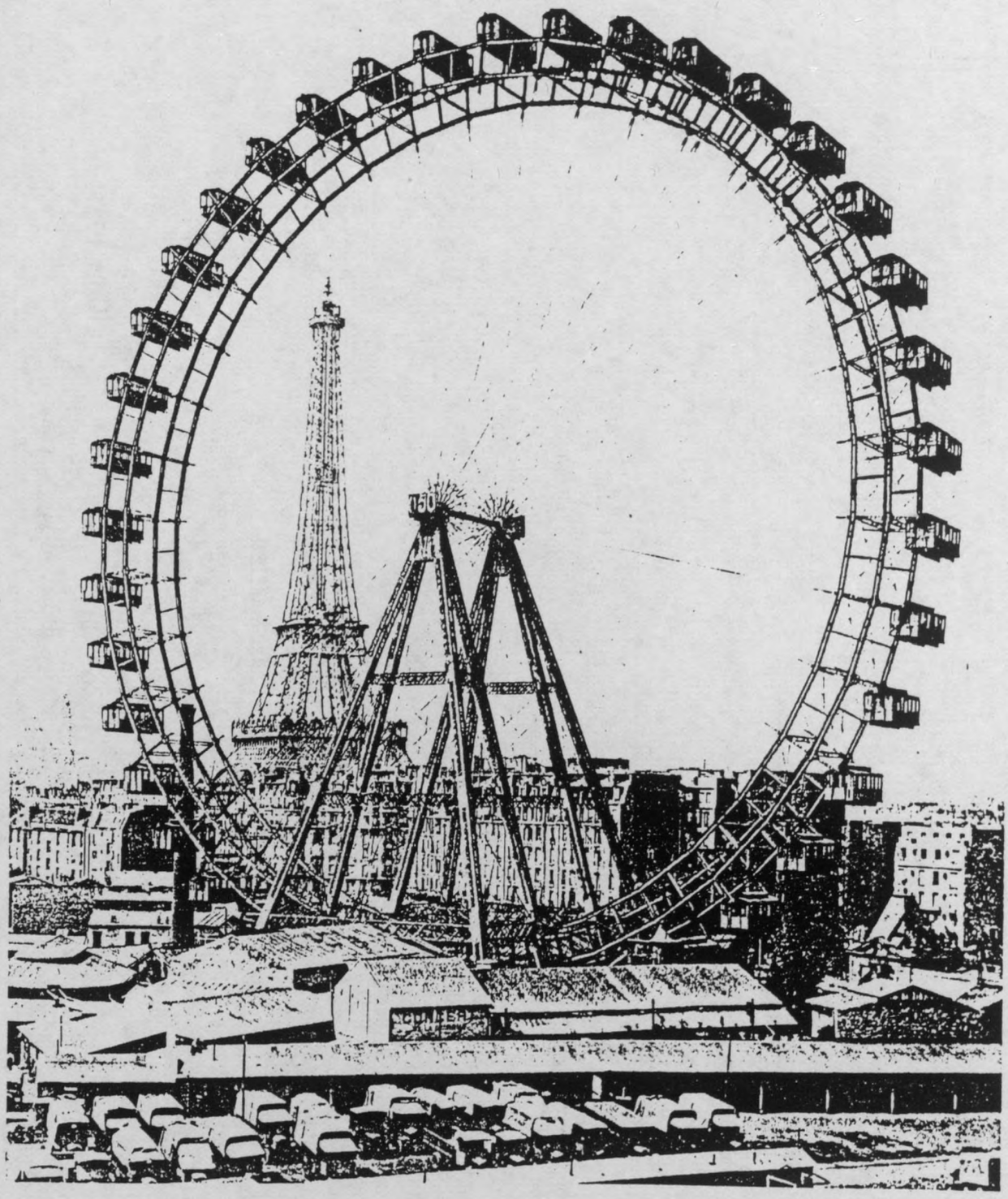


E. Viollet le Duc del. Cl. Sauvageot sc.

MAÇONNERIE

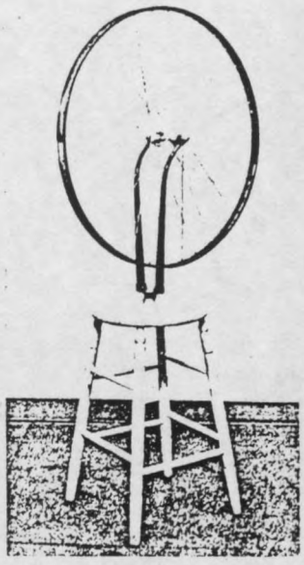
A. MOREL Editeur Imp. Lemercier Paris

Fermes polyédriques, Viollet-le-Duc.



La « grande roue » à l'Exposition universelle de 1900 à Paris, *par Slitckins (ing.), Walter B. Basset et la Société des Forges et Aciéries de Haumont. Acier. Diamètre : 93 m. Aujourd'hui détruite.*

Ce répertoire morphologique ne donne encore que des schémas géométriques parmi lesquels certains sont directement applicables comme forme structurale, mais la plupart devrait être complétée encore par une segmentation secondaire qui contrevente les compartiments en les transformant en autant de simplex stables, afin d'obtenir une structure spatiale articulée et néanmoins rigide.



Marcel Duchamp

Parmi les simplex réticulés autostables pouvant être produits finalement à base de ce répertoire, on peut distinguer dans chaque classe morphologique quatre catégories:

- Les structures indifférenciées, où les membrures subissent des renversements d'efforts, donc travaillent alternativement, tantôt en compression, tantôt en traction et de ce fait toutes les barres doivent être rigides. La plupart des réseaux triangulés dits tridimensionnels appartiennent à cette catégorie.

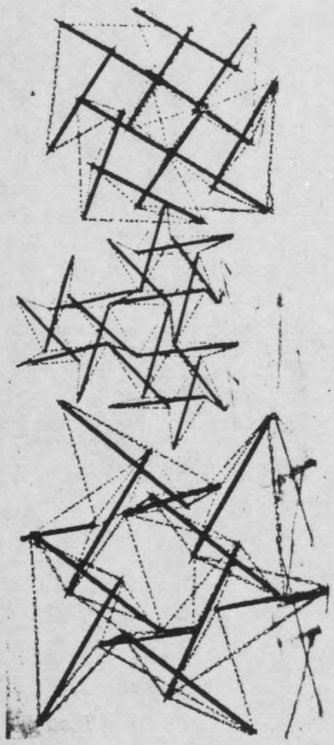
- Les structures différenciées, où les membrures sont en permanence soit comprimées soit tendues; les barres comprimées et les tendues formant des réseaux continus. Tels les fermes Polonceau, les stellations haubannées, les parapluies.

- Les structures semi-autotendantes, où les membrures ont un travail différencié, les barres comprimées étant partiellement dissociées, les tendues formant un réseau continu. Roues de bicyclette, lenticulaires et fuseaux, par exemple.

- Les structures autotendantes à membrures différenciées, où toutes les barres comprimées sont dissociées et suspendues sans aucun contact entre elles dans un réseau de tirants.

Cette dernière catégorie de structures, objet du présent ouvrage, est la plus intéressante aussi bien techniquement qu'économiquement. Une construction qui est composée essentiellement d'éléments tendus n'est influencée en effet que par des forces de traction. Ses membrures ne subissant ni efforts de flexion, ni flambages, ni moments de torsion secondaires, la résistance spécifique du matériau peut être exploitée dans sa totalité. Ne pas dépendre du flambage signifie ne pas être limité dimensionnellement. De ce fait, le poids propre au lieu de s'augmenter relativement avec l'accroissement du volume, diminue, ce qui entraîne une conséquence extraordinaire: plus une structure tendue est grande, plus elle est économique.

LES STRUCTURES AUTOTENDANTES



Les structures autotendantes se composent de barres et de tirants assemblés de telle manière que les barres restent isolées dans un continuum de tirants. Tous ces éléments sont rigidement écartés et en même temps solidarisés par précontrainte obtenue par la mise en tension interne des tirants sans nécessité d'appuis et d'ancrage extérieurs; l'ensemble se maintient solidement tout comme une structure autoportante d'où la dénomination "autotendante".

Les structures autotendantes sont donc des systèmes stéréométriques décomposables en membrures rectilignes, dont en principe un quart est rigide et les trois quart flexibles, et où les éléments sont assemblés par des joints mobiles. De même que dans une émulsion où les particules solides sont en suspension dans un milieu liquide, dans une structure autotendante les barres rigides flottent, en principe sans contact entre elles, dans un continuum de tirants. A base d'éléments en grande majorité déformables, on construit donc une structure indéformable. Le poids des éléments tendus étant quasi négligeable par rapport aux comprimés, la construction d'un volume autotendant consomme, en comparaison à toute autre technique, infiniment moins de matériau.

Ces structures peuvent être utilisées principalement de trois manières: à petite échelle comme des éléments de construction, mâts, nappes, coupoles... pour couvrir des grandes portées; à échelle moyenne comme ossature sur laquelle sont tendues des parois planes ou des surfaces minima pour former des habitacles; enfin, à grande échelle comme superstructure porteuse de réseaux, de volumes ou autres aménagements pouvant constituer des tissus urbains spatiaux et en même temps flexibles.

La mobilité, ou l'adaptabilité de ces structures quasi souples et malgré tout rigides est un autre avantage. Le chemin de la flexibilité passe, évidemment, par l'allègement qu'on obtient non seulement en utilisant des matériaux de faible poids, mais avant tout par l'emploi de systèmes constructifs complexes tels les solides et les hypersolides et leur assemblage par juxtaposition, pénétration, entrelacement, et de ce fait, d'une capacité de portée supérieure.

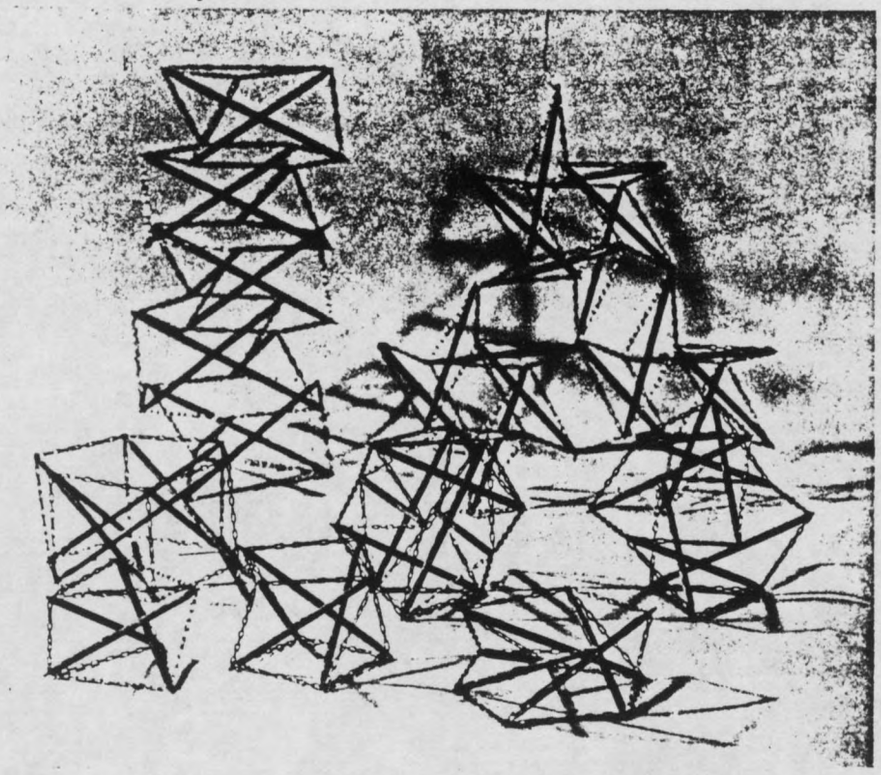
Bâtir le maximum d'espace avec le minimum de matière, cela signifie pratiquement qu'on peut repousser la limite des portées de plusieurs centaines de mètres ou bien réduire le poids d'une habitation à quelques centaines de kilogrammes. Et naturellemnt, on peut aussi

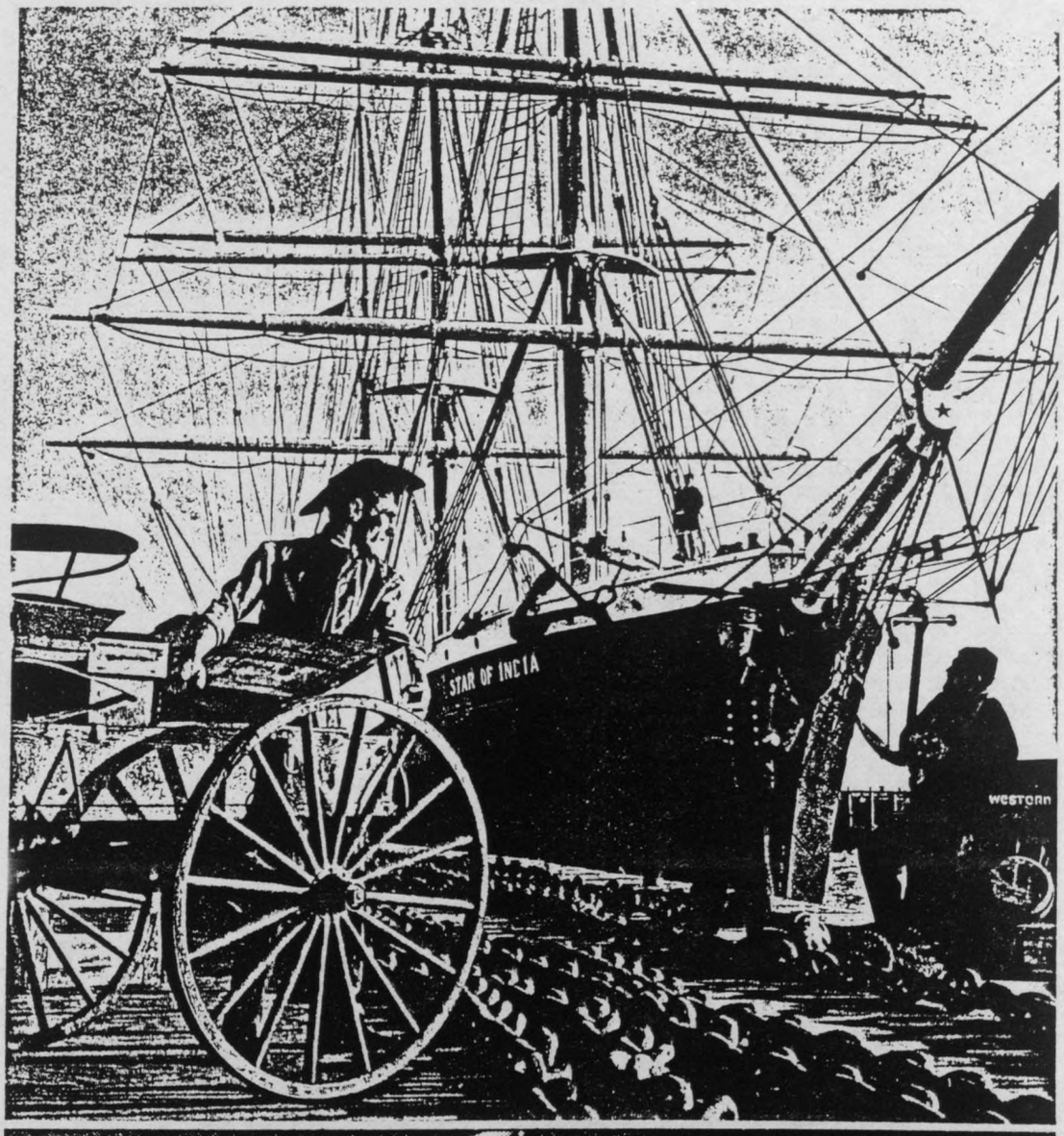
couvrir des distances intermédiaires par une structure très solide au point de pouvoir supporter des charges, ou autres efforts, considérables suspendues à l'intérieur.

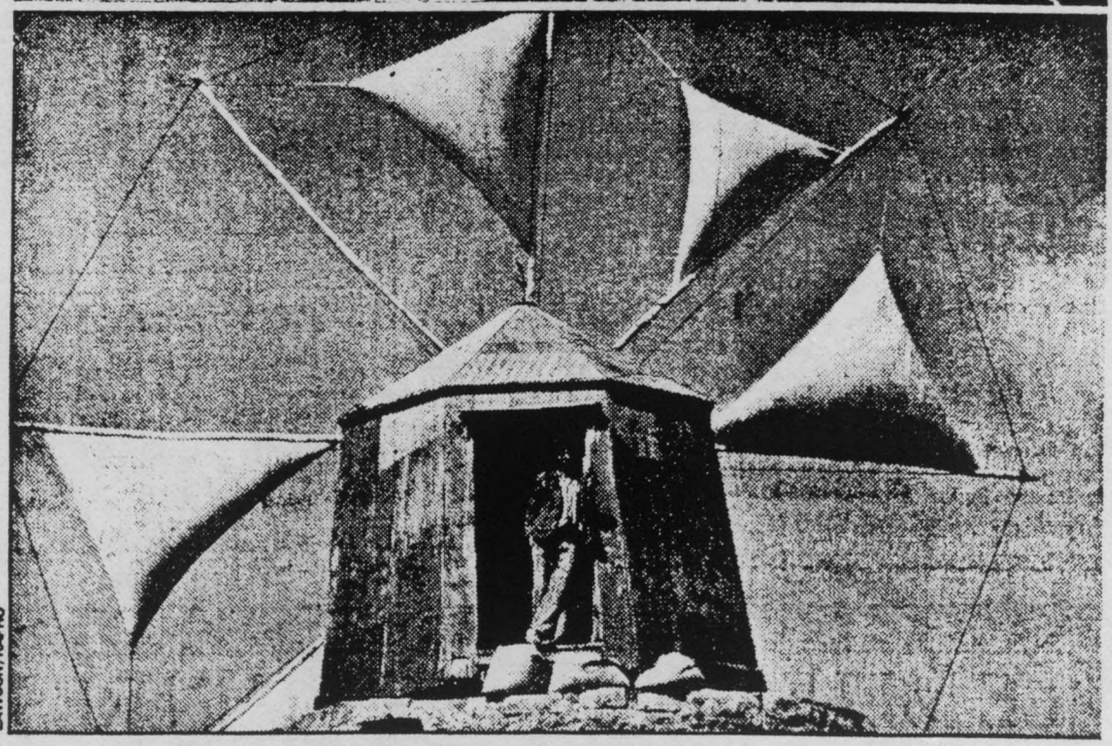
A l'aide de ces structures composées de lignes quasi immatérielles, associées, certes, à des membranes à double courbure inverse - un autre composant quasi sans épaisseur - on peut envisager dés maintenant la protection climatique des villes et des champs dans les régions trop chaudes ou trop froides, avec toutes les conséquences révolutionnaires que cela peut entrainer pour l'urbanisme et pour l'agriculture.

Un ouvrage important et pourtant démontable pourrait porter d'autres réseaux, autant de terrains artificiels suspendus sous sa voûte ou sur les sommets de ces maillons; il servirait ainsi de superstructure à une agglomération spatiale prête à être aménagée avec une grande liberté, les espaces étant exémpts de l'encombrement des points d'appuis et le sol de tout obstacle.

Ce serait, en effet, la technique rêvée pour une architecture spatiale et un urbanisme flexible où l'homme pourrait retrouver à nouveau en remontant dans les hauteurs de ces espaces abondants, le foisonnement de son milieu ancestral.

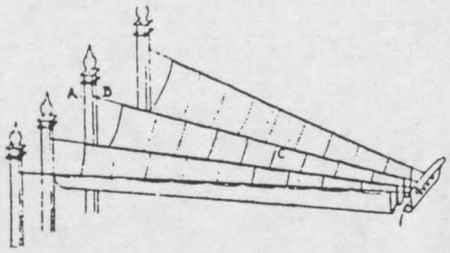




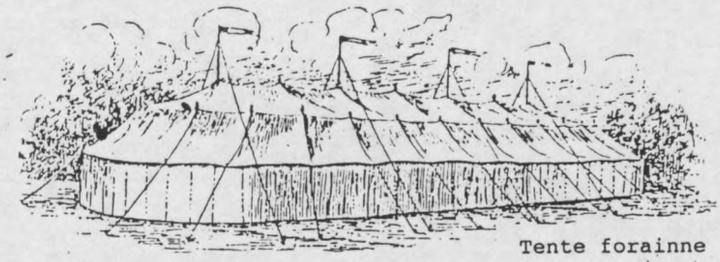


LAWSON/RAPHO

STRUCTURES TENDUES ET AUTOTENDANTES



Velum romain

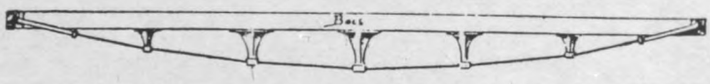


Tente forainne

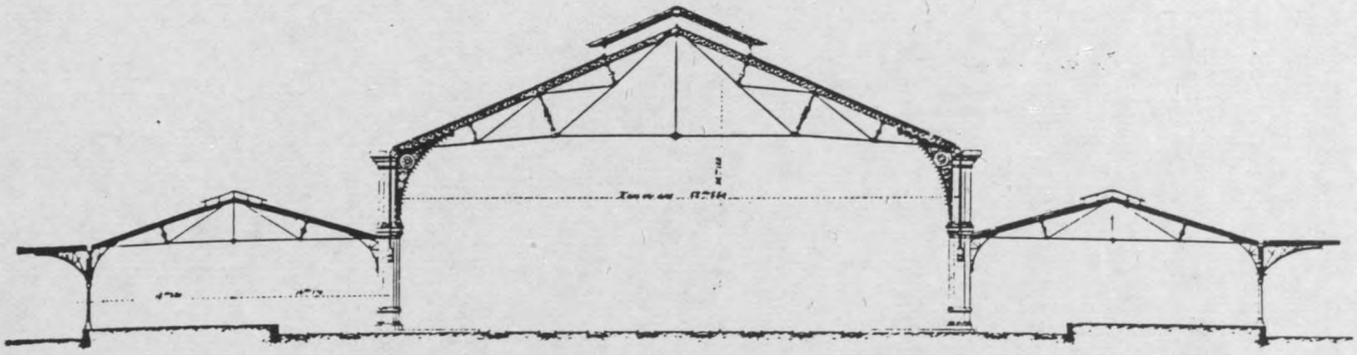
Les structures tendues composées de barres de compression, d'une part, et d'un système de tendeurs, d'autre part, existent depuis longtemps. Certaines formes primitives avaient été utilisées dans le passé à une autre échelle ou pour un autre usage que la construction. La composition la plus simple et fort ancienne est l'arc, l'arme de propulsion assemblée d'une barre courbe et d'un tirant unique. De ce système archaïque dérivent certains types de ponts. Quelque peu plus complexes sont les mâtures et les gréements des bateaux, tels les grands voiliers; les roues à pales des moulins à vent de certaines régions; les mécanismes des dévidoirs employés dans la filature; ceux des parapluies et des chaises pliantes; et beaucoup d'autres ustensiles connus depuis longtemps. Dans les édifices des nomades ainsi que dans les installations temporaires on utilisait également une combinaison de mâts de compression et de tirants, voir les systèmes de haubannage des tentes, des jeux de manège des fêtes foraines, les grands chapiteaux de cirque, sans oublier les velums des arênes de l'époque romaine. La roue de bicyclette est un autre archétype semblable qui n'a pas manqué d'inspirer les constructeurs, voir les grandes roues allant jusqu'à une centaine de mètres de diamètre, comme celle de l'Exposition Universelle de Paris, portant plusieurs dizaines de wagons, la charge d'un train entier.

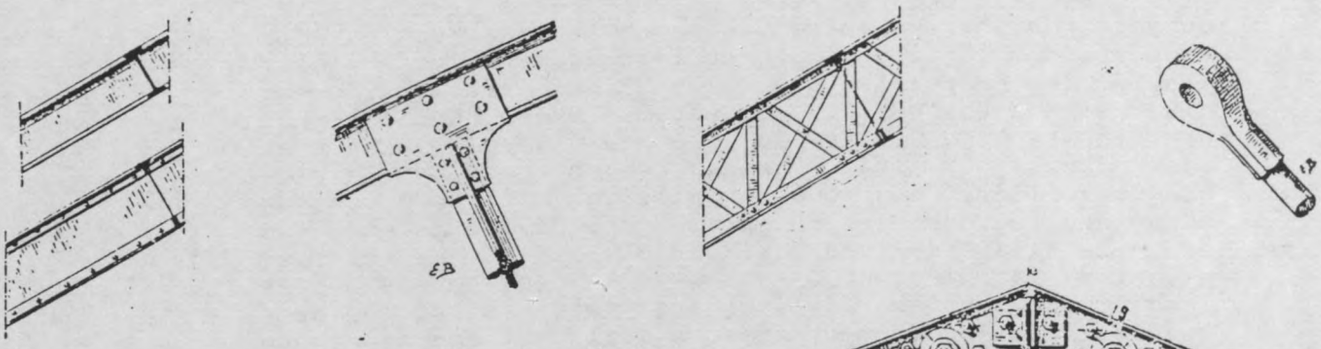
Dans le bâtiment au sens strict, de remarquables structures appelées encore aujourd'hui fermes Polonceau, d'après leur inventeur, ont été employées en France depuis 1837 pour couvrir des halls de chemin de fer et autres espaces de grande portée. A peu près dans le même temps, des systèmes semblables étaient proposés par Robert Stephenson et Eugène Flachat. Ces structures constituées de bielles et de tirants sont d'une étonnante légerté bien qu'elles soient composées en plan donc sujettes au déversement, c'est à dire gauchissement. Cet inconvénient était reconnu par Viollet-le-Duc et en principe éliminé par l'utilisation de couples de bielles en "V" proposée en 1872 pour un projet non réalisé mais publié dans ses Entretiens et qui montre, en outre, un schéma général polyédrique et non planaire. Bien que les

Poutre sous-bandée.

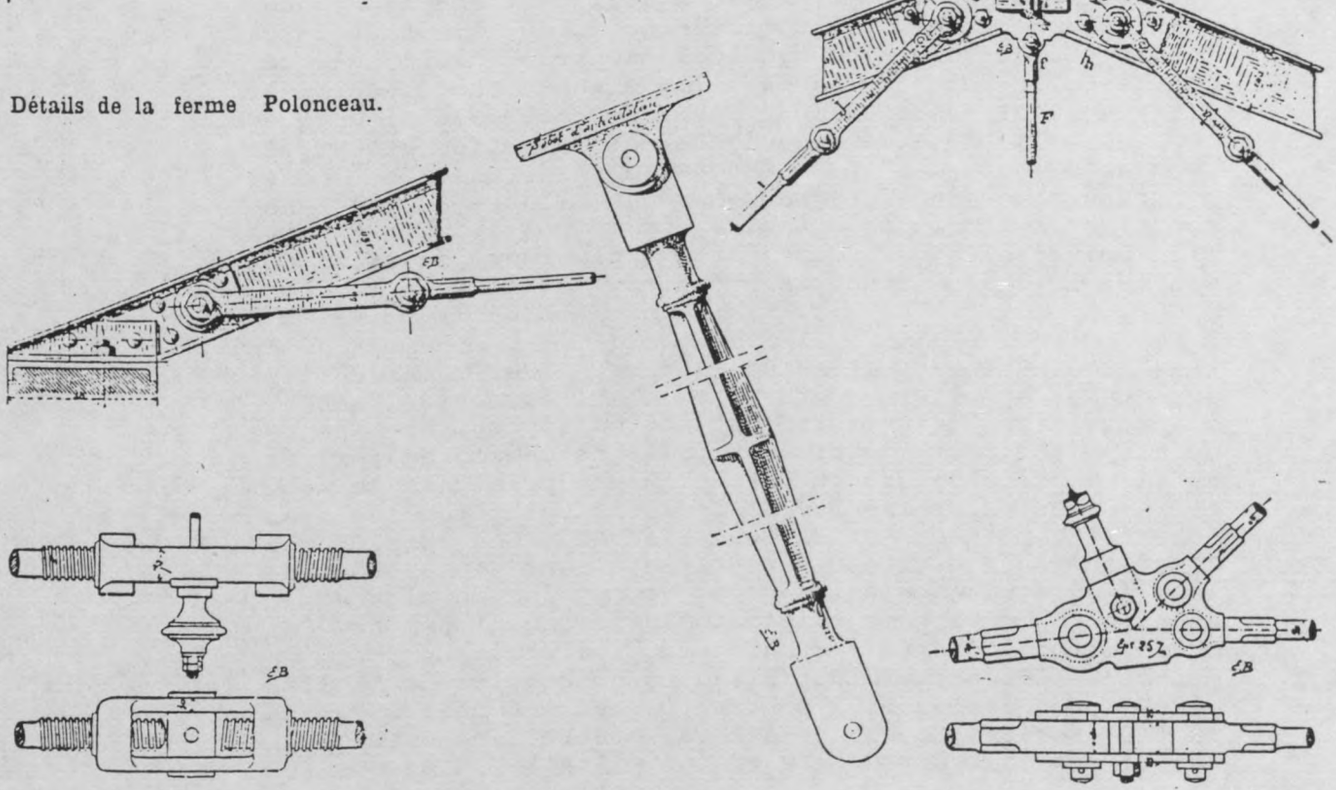


Poutre en bois sous-bandée.



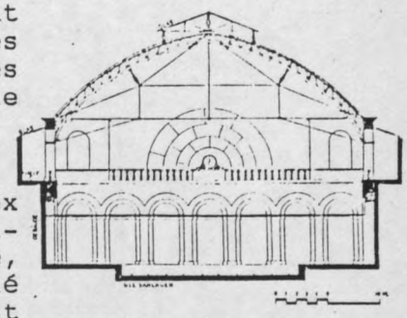


Détails de la ferme Polonceau.



Ferme Polonceau.

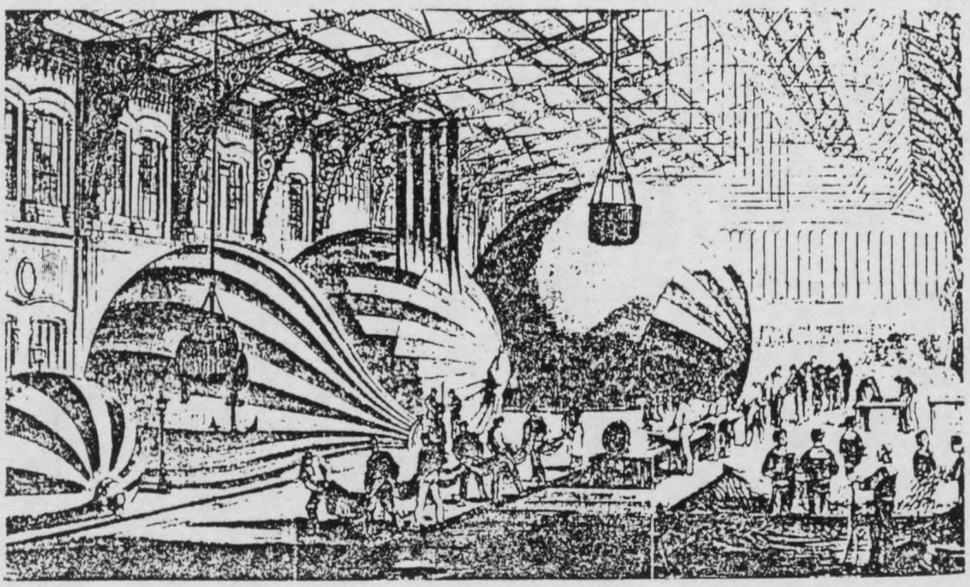
structures de Camille Polonceau et de Viollet-le-Duc soient encore sensibles au renversement d'efforts qui entraînerait en effet leur dislocation, elles peuvent être considérées comme les ancêtres directs des structures autotendantes, étant construites de barres articulées à leurs extrémités et assujetties à une série de membrures de tension.



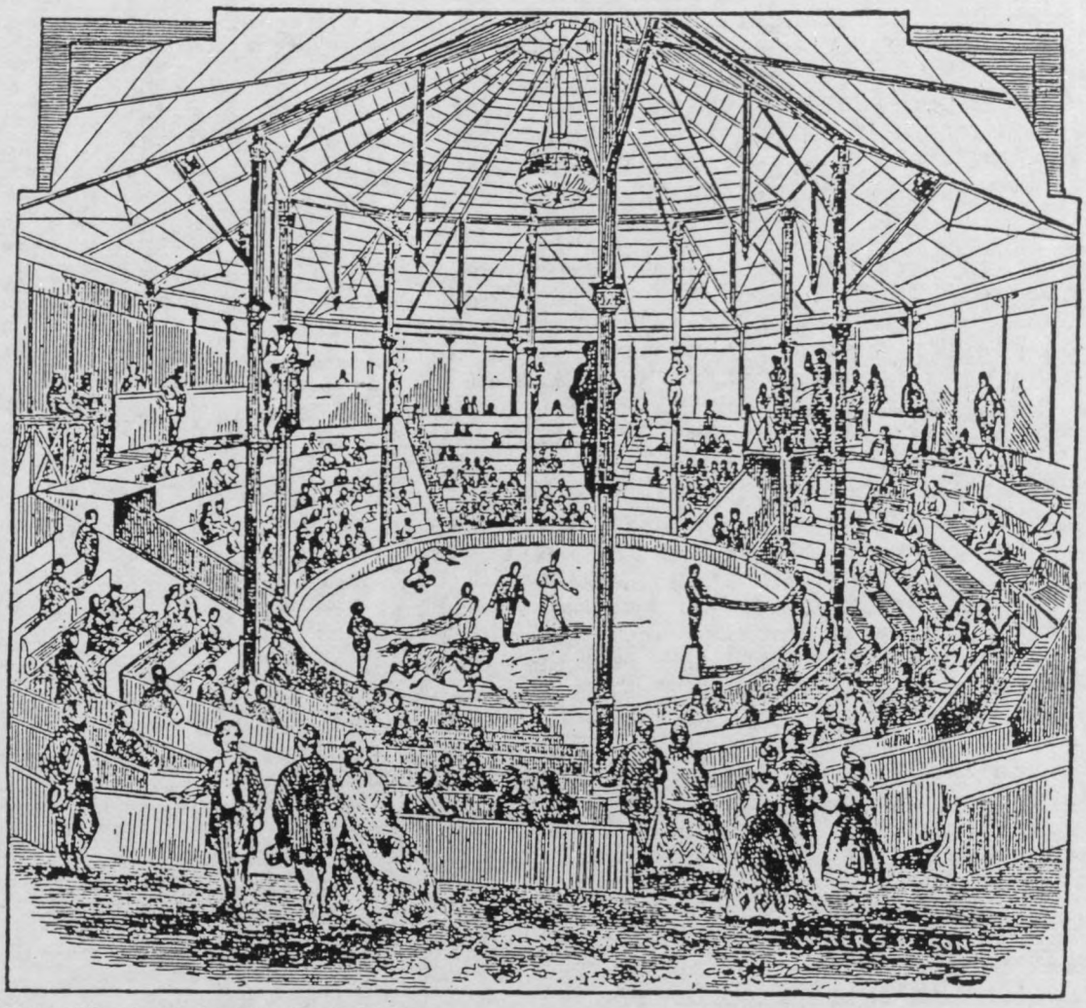
Gare de l'Est Gare de Strasbourg, Paris 1847

Les fermes Polonceau sont composées à base d'un simplex appelé à l'origine poutre sous-bandée, qui est constituée d'un arbalètrier soutenu au milieu par une bielle, ou poinçon, dont l'autre bout tend un tirant vérouillé aux deux extrémités de l'arbalètrier. L'ensemble est comparable, en effet, à un arc avec une flèche engagée entre l'arbalètrier et la corde; un pas de plus par rapport à l'arc simple tendu. La distance entre les points soutenus étant limitée par la résistance de la poutre, on jouait sur la forme. On multipliait donc les simplex pour composer une demi-ferme à trois bielles, dont une avec une longueur double, pour obtenir finalement en trois étapes une ferme assemblée de deux chevrons à quatre appuis chacun, avec six bielles comprimées, toutes les autres membrures étant des tirants. Ce système dont la portée dépassait cinquante mètres, était remarquable par sa légerté, certes, mais également par cette hiérarchie introduite dans sa composition, grâce à laquelle avec les éléments fléchis ou comprimés de petite dimension et avec une majorité d'éléments tendus on obtenait une envergure qui dépassait toutes les structures jusqu'alors connues.

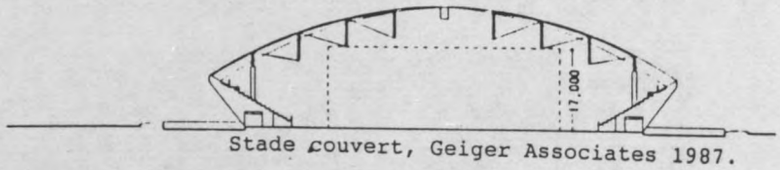
Dans ces grandes fermes, l'arbalètrier même était composé de profilés par sous-ensembles croisillonnés; les bielles en fonte façonnées suivant des sections à inertie variable: compacte à l'extrémité et avec les ailettes au milieu; les assemblages sur plaque à manchons



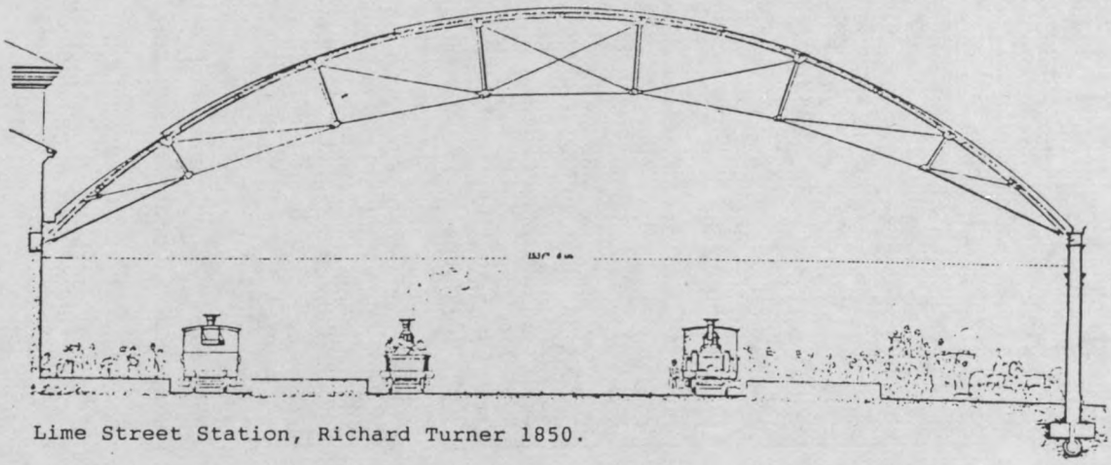
Gare d'Austerlitz



Hyppotheatron de New-York 1864



Stade couvert, Geiger Associates 1987.

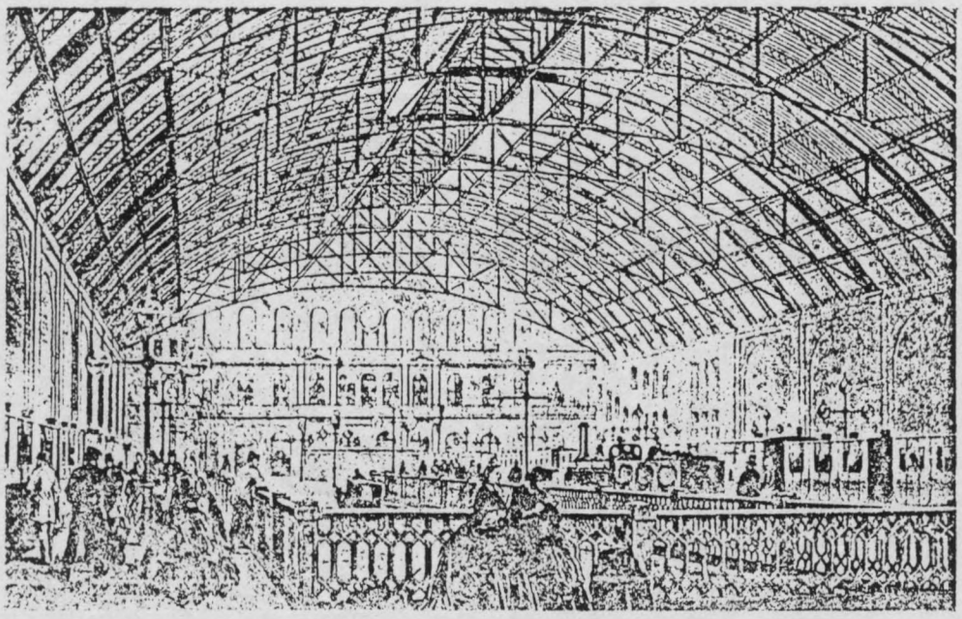


Lime Street Station, Richard Turner 1850.

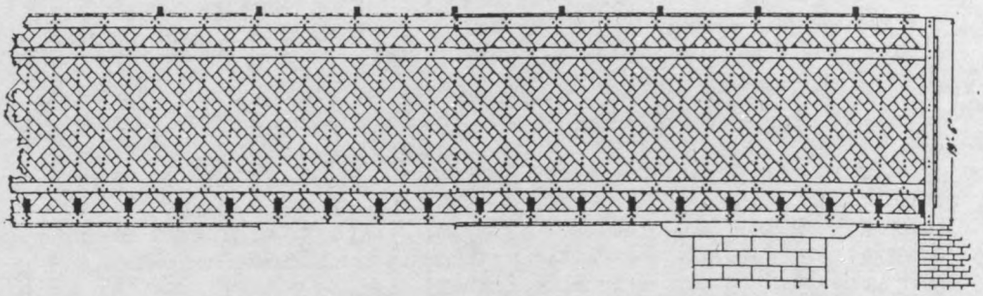
moisés par vices taraudées ou boulonnage étaient de véritables pièces de mécanique qui assuraient la parfaite coaxialité des directions; ainsi que les dispositifs de mise en tension - moufles ou lanternes - qui réglaient la précontrainte de l'ensemble. Elaboré et simple à la fois, le système Polonceau constitue, malgré son défaut: la planarité - l'exemple à suivre pour le développement des systèmes porteurs à l'âge industriel.

Utilisé d'abord pour la couverture des halls de gare, ce système n'était pas le seul à avoir utilisé comme point de départ les poutres sous-tendues. A peu près à la même époque, l'anglais Richard Turner les emploie non pas en juxtaposition et subordination, mais en les entrelaçant pour construire sa Lime Station. La même idée est employée par ses compatriotes Hawkshaw pour la gare de Charing Cross, à Londres et par Stephenson à Campden, celui-ci en une interprétation radioconcentrique, première édition des multi-roues de bicyclette.

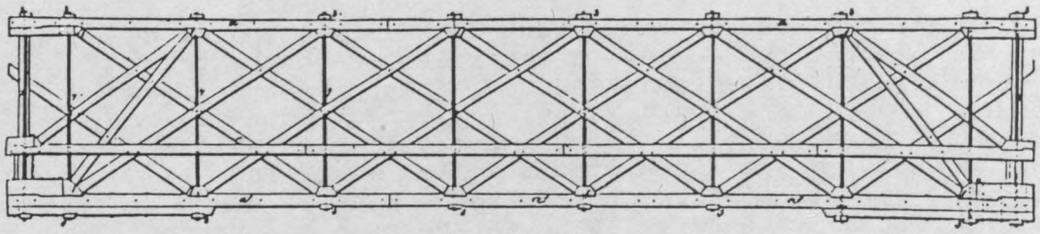
Bien qu'un bon nombre de ces grands espaces couverts sans point d'appuis intermédiaire - marchés, expositions, halles - survivent toujours, témoignant par leur légèrté, transparence et précision de l'existence plus que centenaire d'une architecture fondée sur les éléments tendus, ces structures ont été pratiquement abandonnées en raison d'une prétendue insécurité qui ne paraît plus valable aujourd'hui. Les moyens de destruction actuels, au contraire, rendent les lourdes constructions de béton armé bien plus dangereuses par la force d'écrasement de leur poids que les treillis tendus légers, qui, de plus, résistent mieux en face des efforts dynamiques.



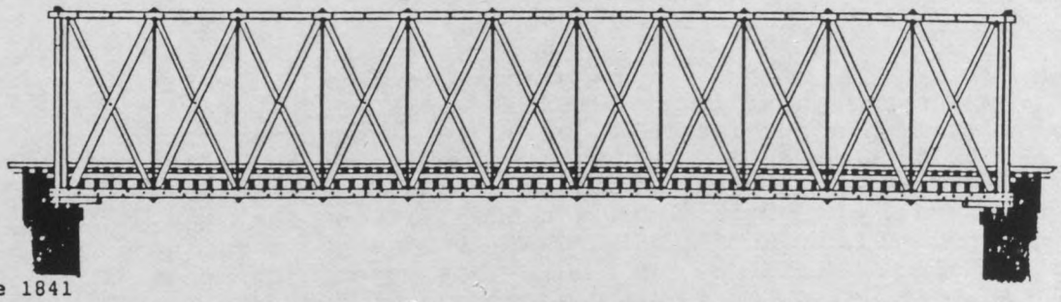
Charing Cross Station, John Hawkshaw 1862.



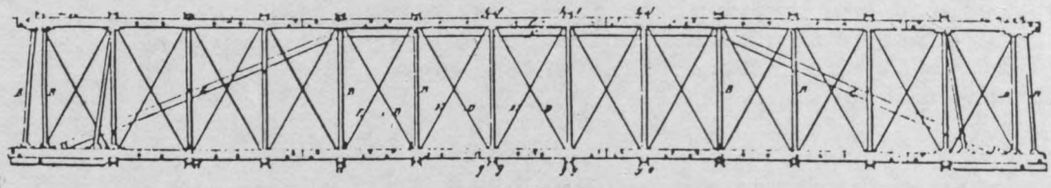
Town 1820



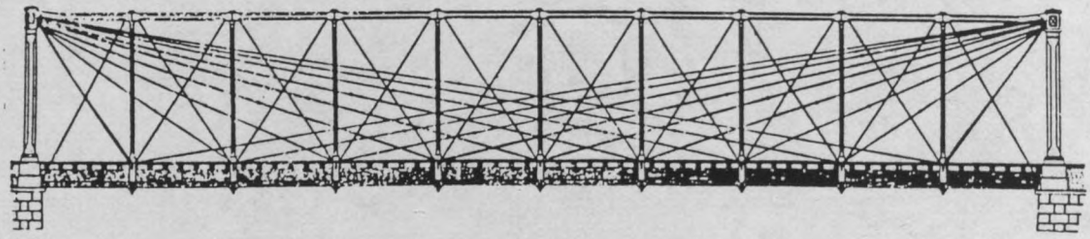
Howe 1840



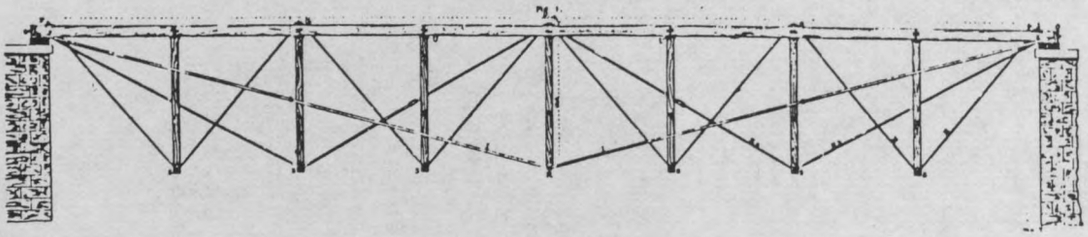
Howe-Stone 1841



Pratt 1842



Bollmann 1850



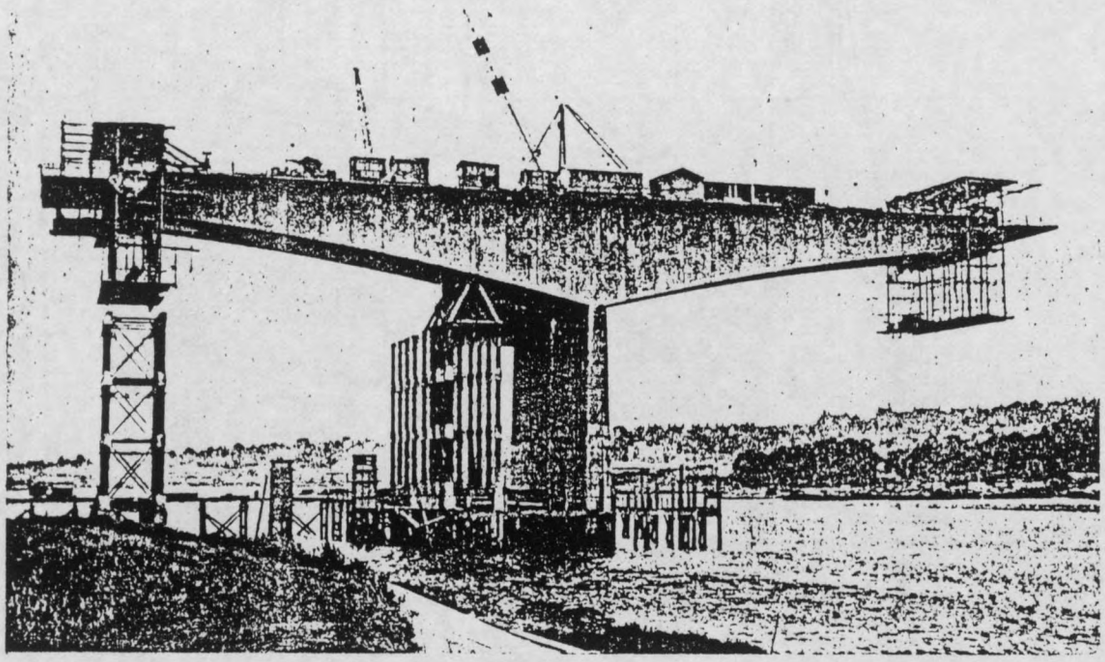
Fink 1851

Pont-Poutres

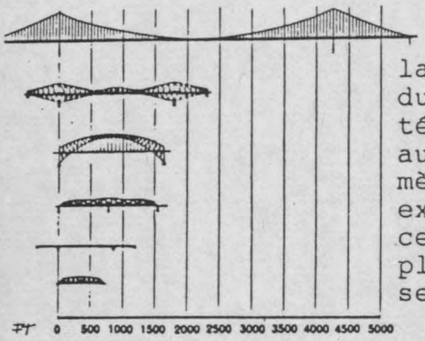
Pour la construction des ponts de chemin de fer surtout, vers le milieu du XIXème siècle, dans divers systèmes de ponts-treillis en forme de poutre, on employait également des membrures tendues. La poutre Town, la plus ancienne, ainsi que celle de Howe étaient composées de simplex à croix de St André avec des tirants verticaux. Inversement, celle de Pratt est constituée de croisillonnements tendus et de bielles verticales, qu'on peut interprêter également comme un système simplement ou multiplement entrelacé de simplex en forme de poutre sous-tendues. Le pont Wendel-Bollman superpose croisillonnement et sous-tensions; celui de Fink entrelace plusieurs poutres sous-tendues, éliminant complètement des membrures rigides dans la zone inférieure.

Mais tout comme les couvertures contemporaines, ces ponts-treillis complexes et perfectionnés, qui impliquaientune nette différenciation des éléments selon leur travail et du fait aussi que pratiquement toute la gamme des produits métallurgiques entrait dans leur exécution, restaient des cas d'espèces et bientôt ils cédaient la place au profit des poutres triangulées à membrures indifférenciées et plus tard au profit des poutres caissons monolithiques; illustrant là aussi un certain reflux intellectuel et esthétique.

Les ponts suspendus caténoïdes qui se sont développés parallèlement d'abord en employant des chaînes puis les câbles, malgré l'accroissement des portées n'ont pas évolué du point de vue conception formelle. A l'époque des premiers ponts métalliques suspendus, quand ils ne franchissaient encore que des distances de l'ordre de cent mètres, Navier a eu, certes, raison de déclarer que



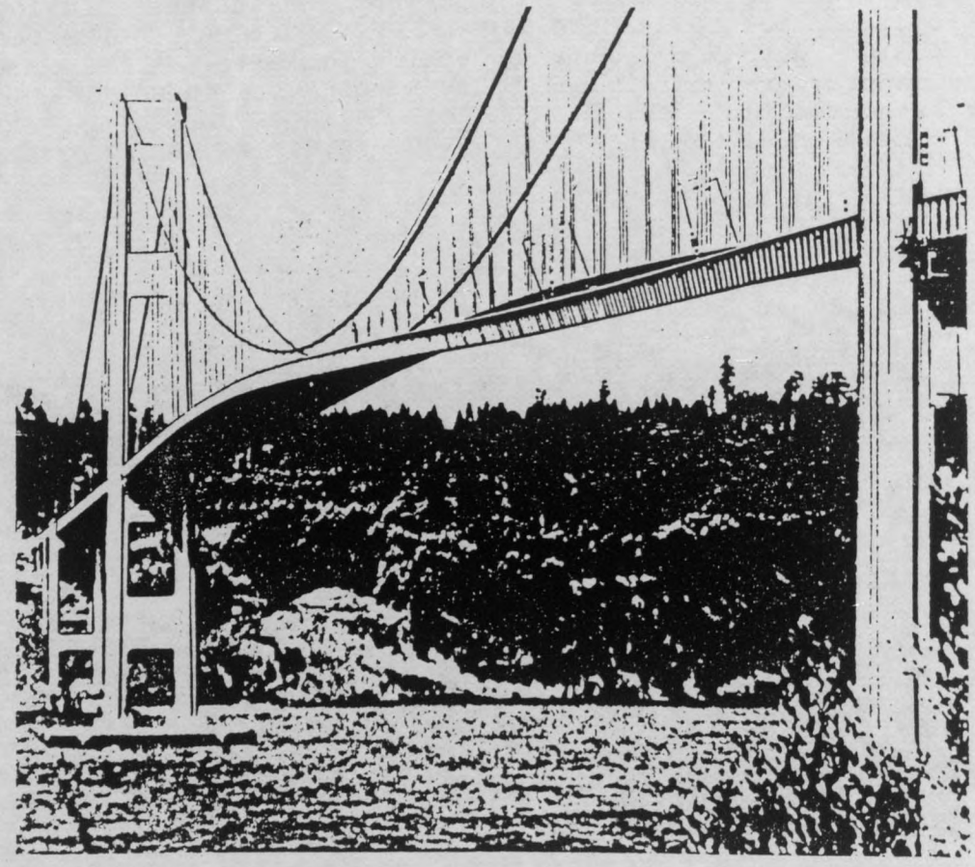
Pont-caisson



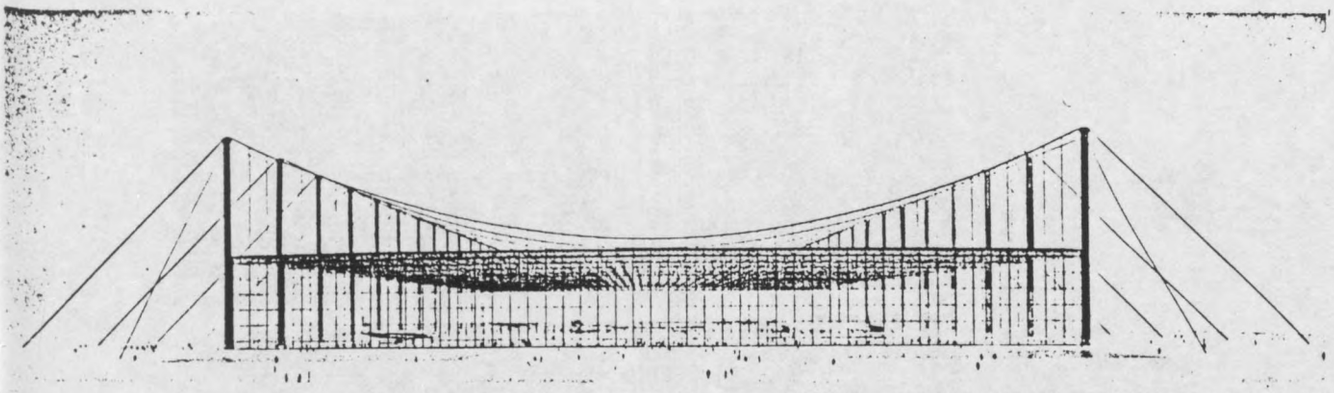
la difficulté de ces constructions diminue quand l'étendue devient plus grande, préconisant en 1820, des portées au delà de cinq cents mètres. Aujourd'hui, grâce aux câbles de haute résistance les mille cinq cents mètres sont atteints; portée qui semble être la limite extrême des ponts suspendus, mais, probablement, pas celle des ponts tendus autoportants d'une conception plus complexe, où balancement et torsion seraient absents.

Procédant par extrapolation directe du schéma du pont suspendu, on peut transformer le tablier en l'élargissant en une dalle sans limite dans le sens transversal. Certes, il faut la supporter par une multitude de caténoïdes suspendue sur autant de mâts haubannés et ancrée au sol ou à une autre infrastructure lourde. Malgré ces inconvénients, c'est ce système qui parait se répandre actuellement sous diverses formes et sous l'appellation de technique de pointe: probablement à cause des nombreux points d'appuis et d'ancrages indispensables à sa stabilité.

Pourtant, depuis le tournant du siècle des structures tendues autoportantes d'une extrême légerté ont été, et sont encore, employées pour la construction de certains véhicules où le poids est un lourd handicap: les pre-



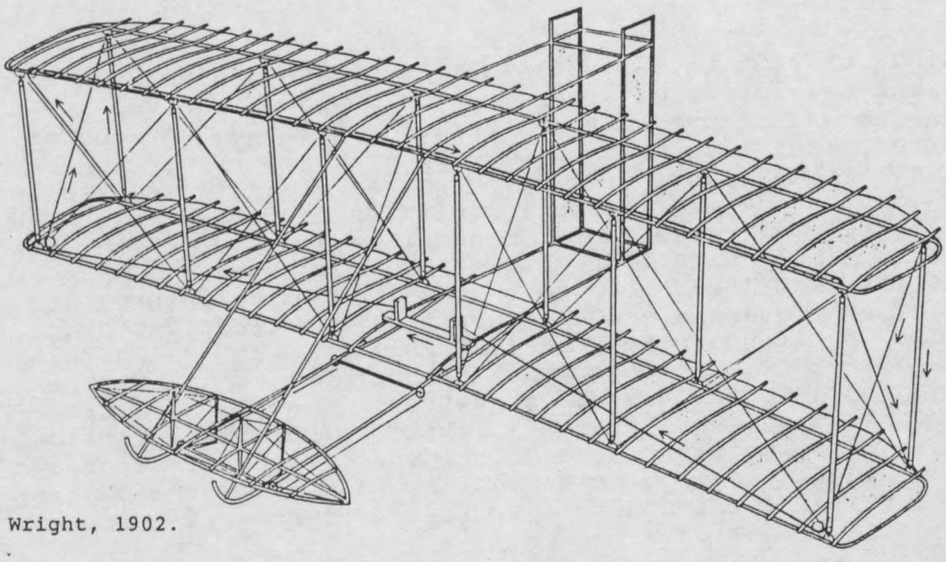
Pont de Tacoma



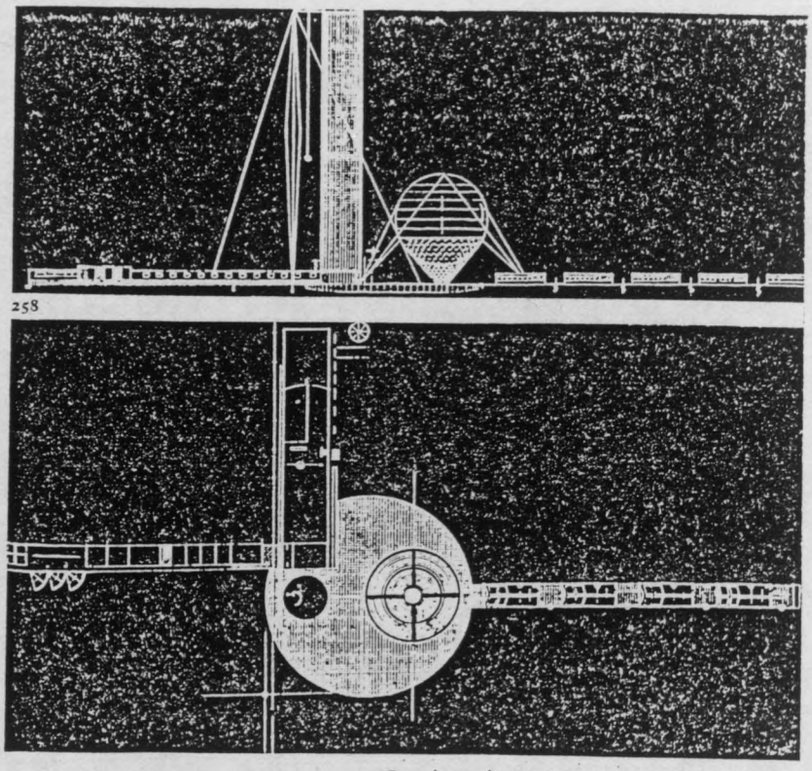
Couverture suspendue, Peter Pran.

miers avions biplans et monoplans avec leurs empennages composés de barres d'aluminium et de cordes de piano. Aujourd'hui, les ULM et autres véhicules ultra-légers, sans oublier les voiliers, sont bâtis sur ce principe.

L'environnement industriel, celui des véhicules et des machines, cependant, ne manquait pas d'influencer l'architecture contemporaine. Pendant que les uns s'inspiraient des paquebots pour créer des immeubles "radieux", d'autres étaient frappés par ces objets mobiles et de ce fait légers. Dans des projets pour la plupart surréalistes, dans des compositions quasi abstraites, certains intégraient des antennes haubannées, des réseaux de tirants, des treillis... Parallèlement aux mouvements dits d'avant-garde qui prônaient l'éclatement de l'image picturale classique dans les décompositions ou points, lignes et surfaces prenaient leur liberté suprématiste ou futuriste, les architectes aussi se sont lancés sinon dans l'étude de structures nouvelles, mais dans une tentative "constructiviste".



Wright, 1902.



Projet d'Institut par Léonidov.

Désormais, la ligne tendue et sans volume entrait dans le répertoire formel du rendu architectural en remplacement des ordres classicisants - du moins provisoirement. Bizarrement, un certain courant qui n'est pas moins "rétro" que les autres tendances pastiches, croit faire avancer la construction en réalisant actuellement l'imitation de ces rendus.

Mais, les tentatives constructivistes des années 20 n'avaient pas d'autres signification du point de vue technique que de préparer le terrain pour l'évacuation des formes architecturales périmées et parasitaires. Cependant, comme pour confirmer cette règle par l'exception, il convient de mentionner ici afin de respecter la chronologie, les recherches rapportées dans le livre de Laszlo Moholy Nagy "Von Materiel Zu Architektur", paru à l'origine en 1929, réédité en 1968. Cet ouvrage présente deux photographies d'une exposition constructiviste qui avait eu lieu à Moscou en 1921 montrant une "structure d'équilibre" (Gleichgewichtkonstruktion) d'un certain Johansen. Cette curieuse structure, assemblée de trois barres et de sept tirants, était manipulable à l'aide d'un huitième tirant détendu, l'ensemble étant déformable. Cette configuration labile est très proche de la protoforme autotendante à trois barres et neuf tirants de notre invention.

die ausstellung der russischen konstruktivisten in moskau 1921

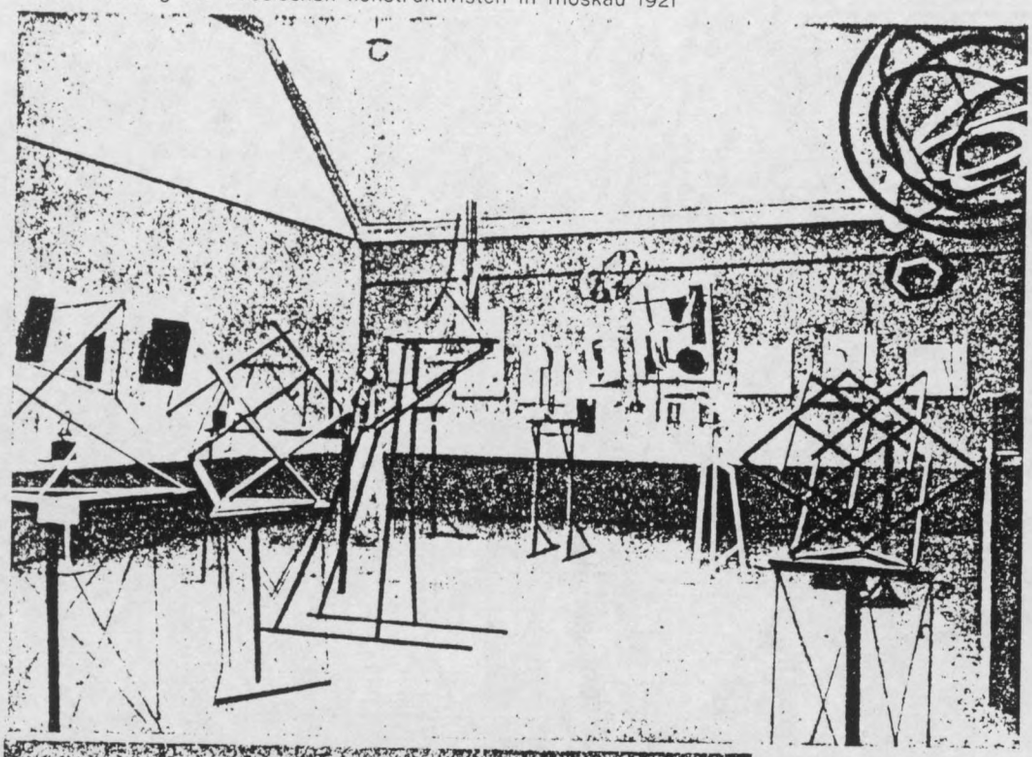
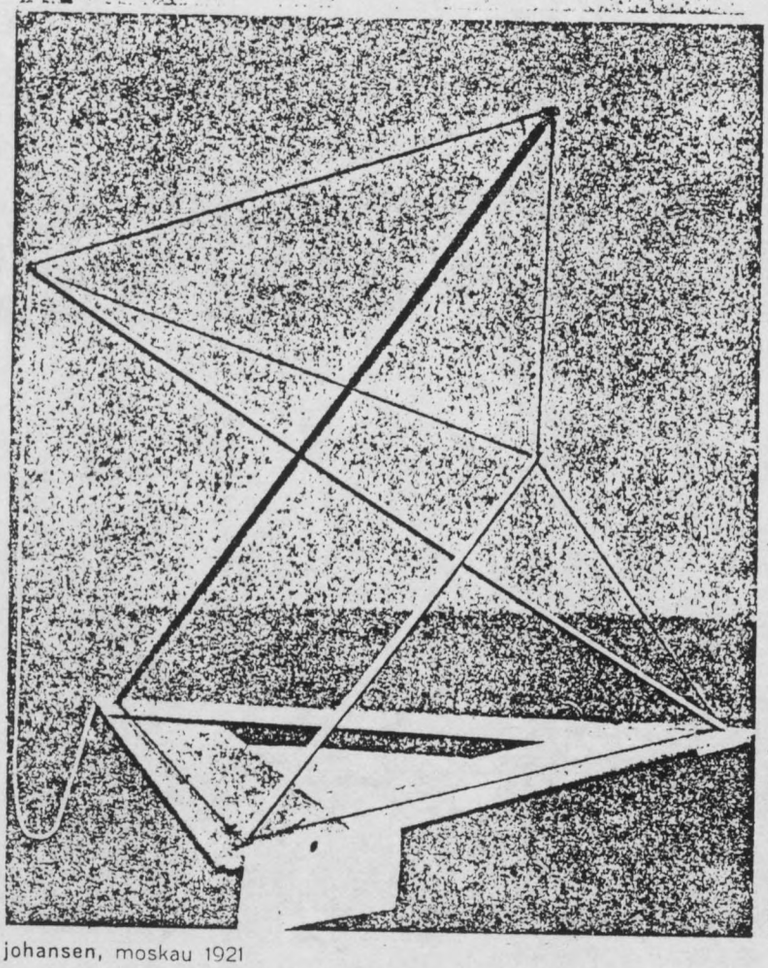


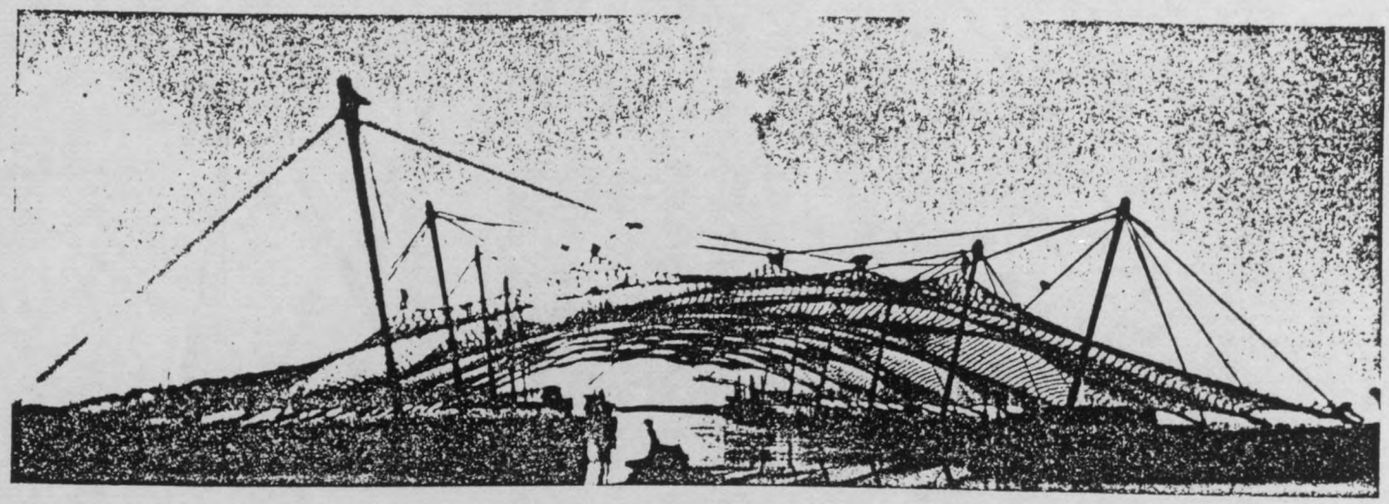
foto: buch neuer künstler

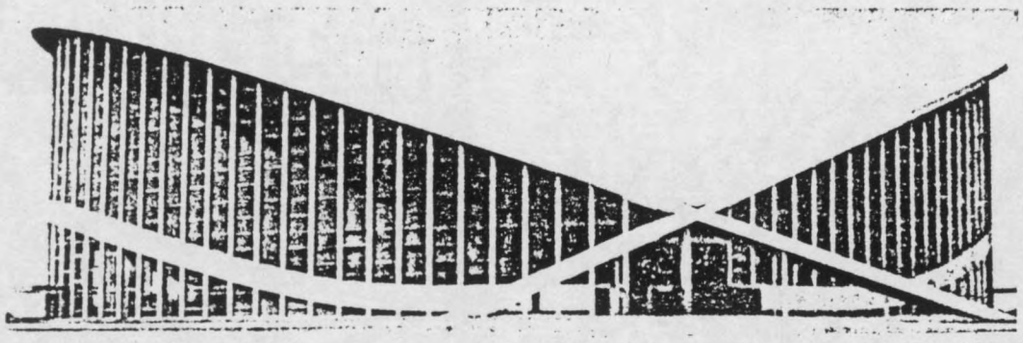


johansen, moskau 1921
gleichgewichtskonstruktion (zieht man an dem faden, gerät die plastik in eine andere, gleich wie die erste, ausbalancierte stellung). Exposition constructiviste, Moscou 1921.

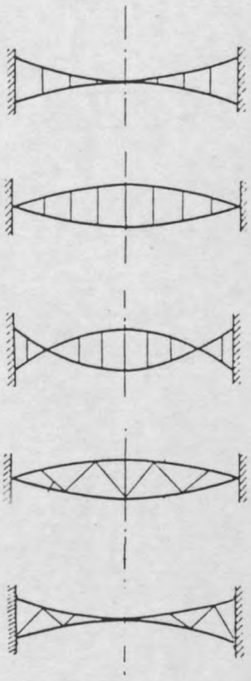
Max Bill : Composition

Frei Otto : Structures tentes.



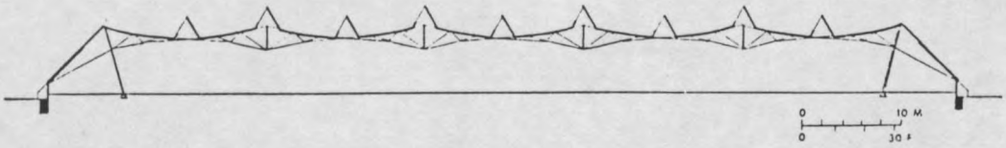


Stade de Raleigh, Nowicky 1950.

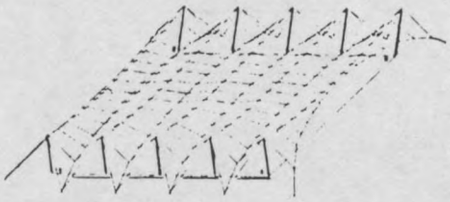


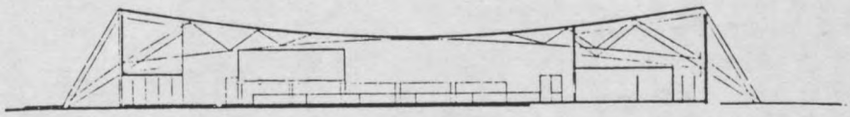
Depuis, avec l'apparition des câbles d'acier de haute résistance et des ponts suspendus modernes, des couvertures tendues de grande portée sont devenues courantes dans le bâtiment; telles les réalisations de Frei Otto, Sarger et Yawerth qui sont au fond des tentes, de forme caténoïde ou à double courbure. Dans ces structures aussi un réseau de câbles soutenu par des mâts et tendu, est amarré par ses extrémités au sol par des ancrages puissants. Les très importantes masses que ces derniers nécessitaient sont cachées dans le sol ou dans l'infrastructure, en quelque sorte comme est immergée sous l'eau la plus grande partie d'un iceberg.

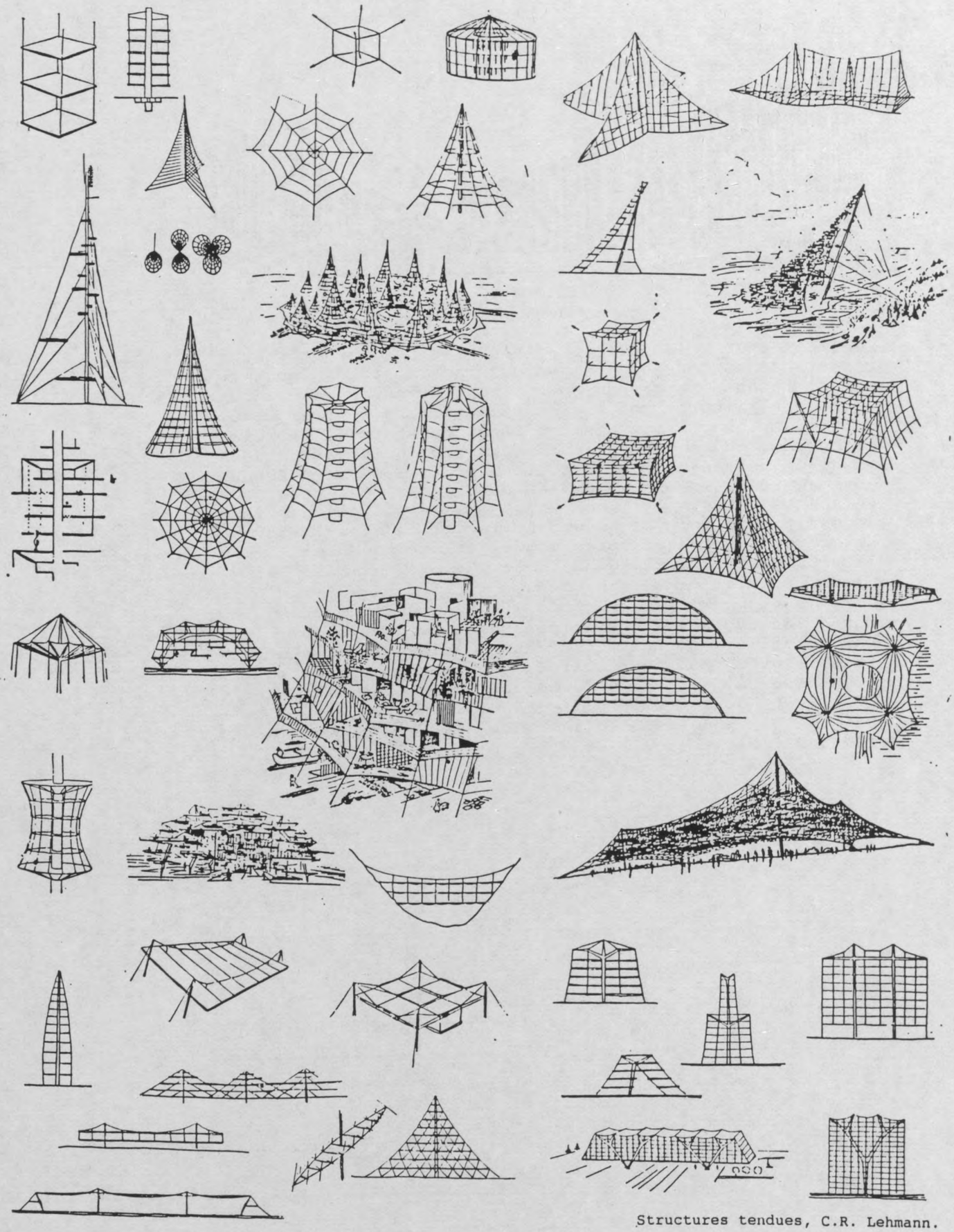
Dans les voiles à double courbure inverse construites par Lafaille, Nowicky et d'autres, l'ancrage s'effectuait sur un pourtour solide; de même pour les tentes modernes où, bien qu'elles procèdent pour bloquer le flottement de la toile par des lignes caténoïdes alternativement positives et négatives, l'amarrage reste indispensable.



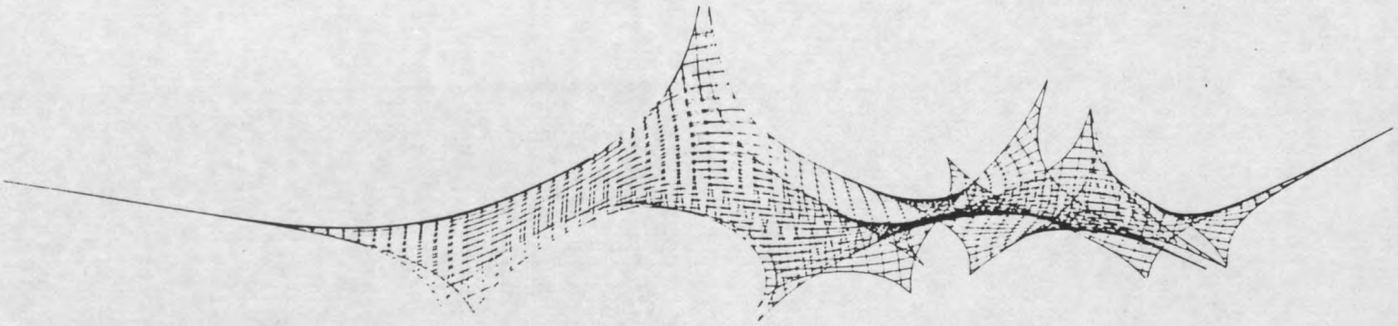
Systèmes Yawerth

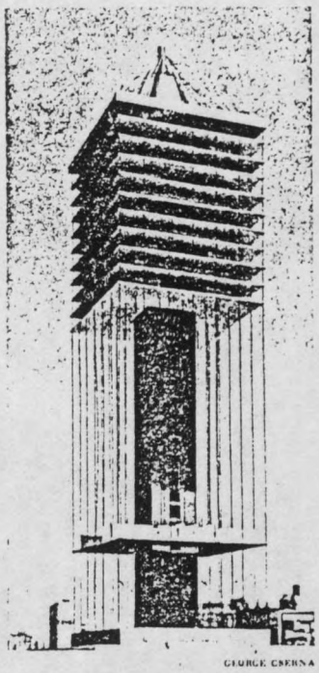






Structures tendues, C.R. Lehmann.

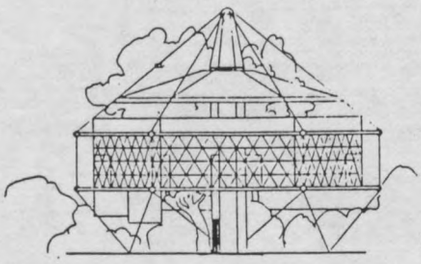


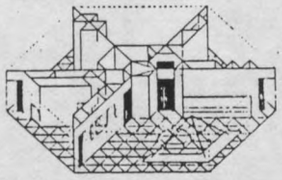


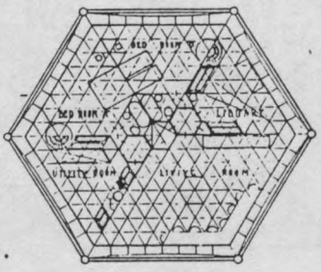
Non seulement les couvertures de grande portée, mais certains immeubles de grande hauteur dérivent également de la tente la plus primitive. Celle-ci est, au fond, un haubannage composé d'un mât et d'au moins trois tendeurs: la matérialisation de quatre vecteurs non coplanaires formant une pyramide triangulaire autour d'un barre centrale. Evidemment, on peut multiplier en long et en large, ou d'une manière circulaire le nombre des mâts et des tendeurs pour obtenir une grande diversité de ces édifices habituellement mobiles, car légers, pliables, facilement transportables. Mais, on peut également multiplier le sol en suspendant des planchers autour d'un mât formant noyau central comportant circulations et conduits verticaux par des câbles périphériques qui se substituent ainsi aux points d'appuis habituels.

Des bâtiments de forme très diverses étaient construits depuis la dernière guerre sur ce principe allant des immeubles de hauteur relativement faible jusqu'aux gratte-ciels. Toutefois, comme il s'agit toujours d'une conception modifiée de la tente primitive, les ancrages sont inévitables ce qui rend ces structures, pourtant plus sûres que les autres dans les zônes sismiques, encore trop fragiles.

Décidément, le salut des bâtisseurs ne se trouve pas dans la simplicité, même dans le domaine des structures tendues. Tout comme les cathédrales qui étaient construites de petits matériaux et par des sous-ensembles, qui étaient des voussures autostables et de relativement faible dimension, aujourd'hui aussi la solution se trouve dans les configurations autoportantes qui assemblées forment des ouvrages importants.

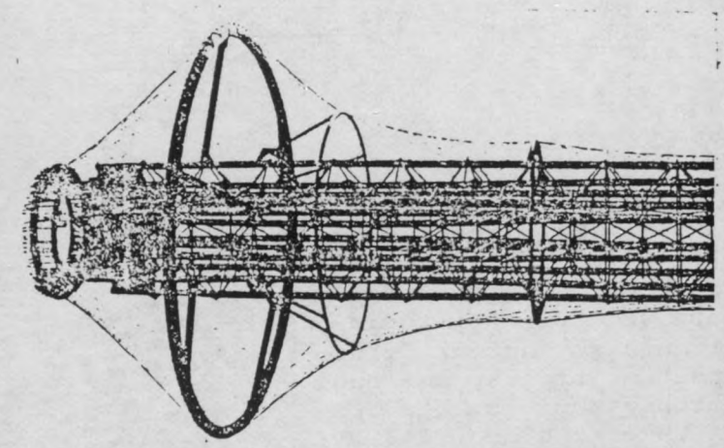


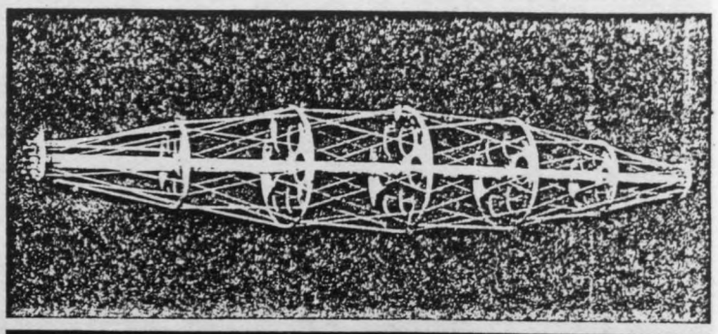


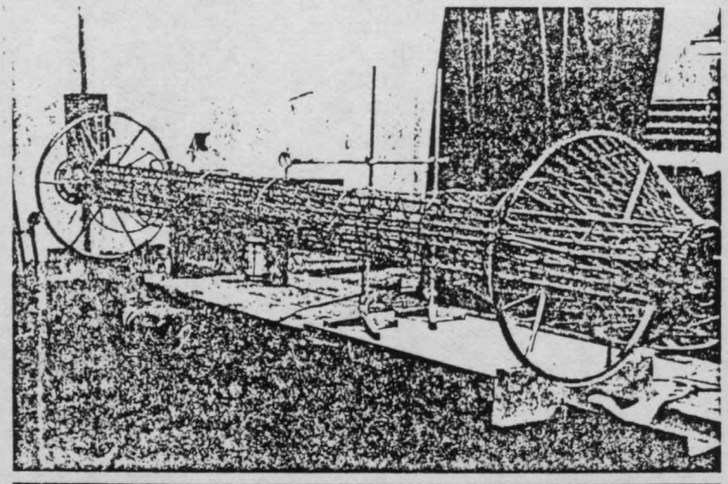


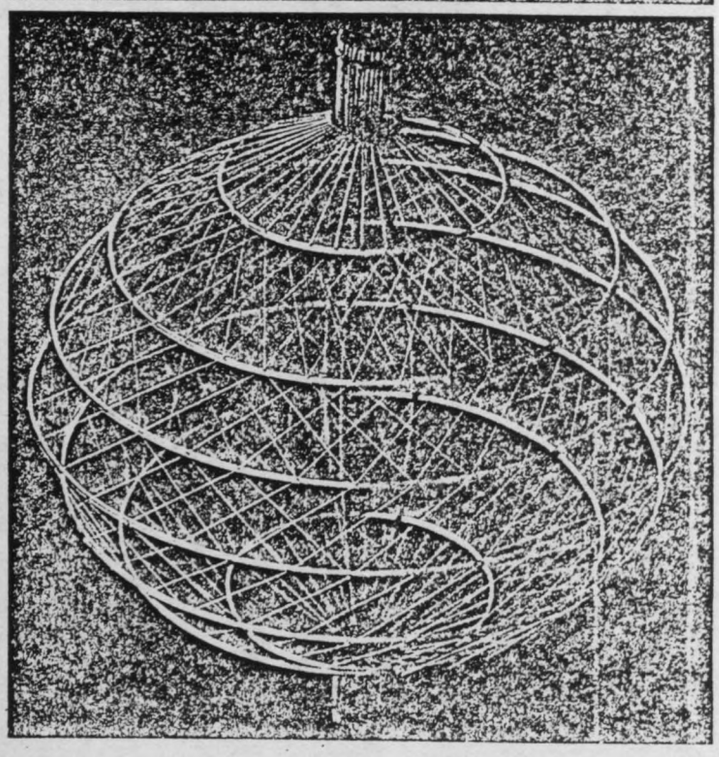
Dymaxion House, R.B. Fuller.

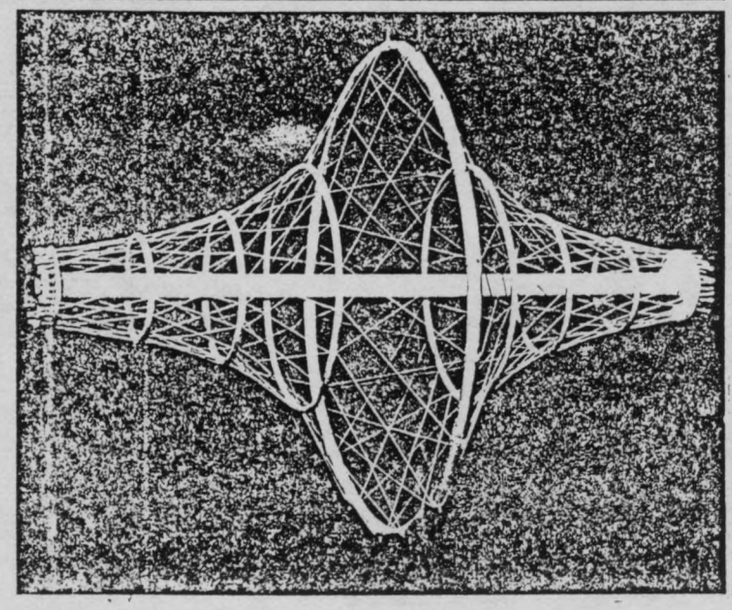
Variations sur la roue de bicyclette, R. Le Ricolais.

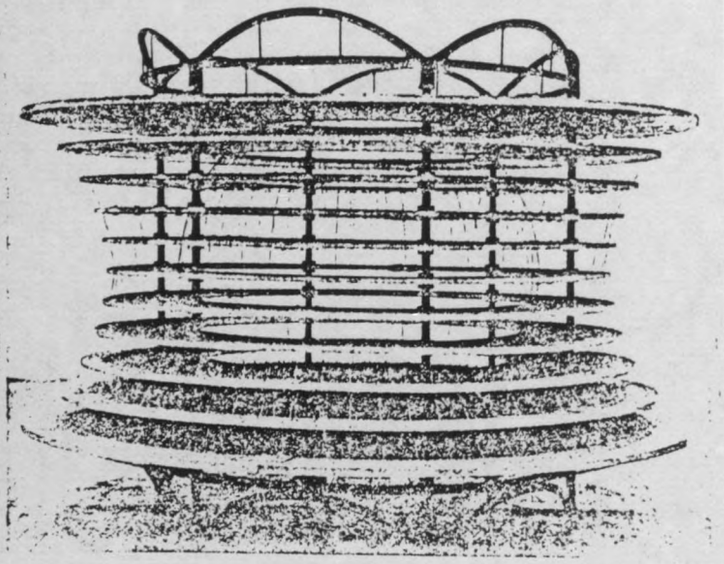


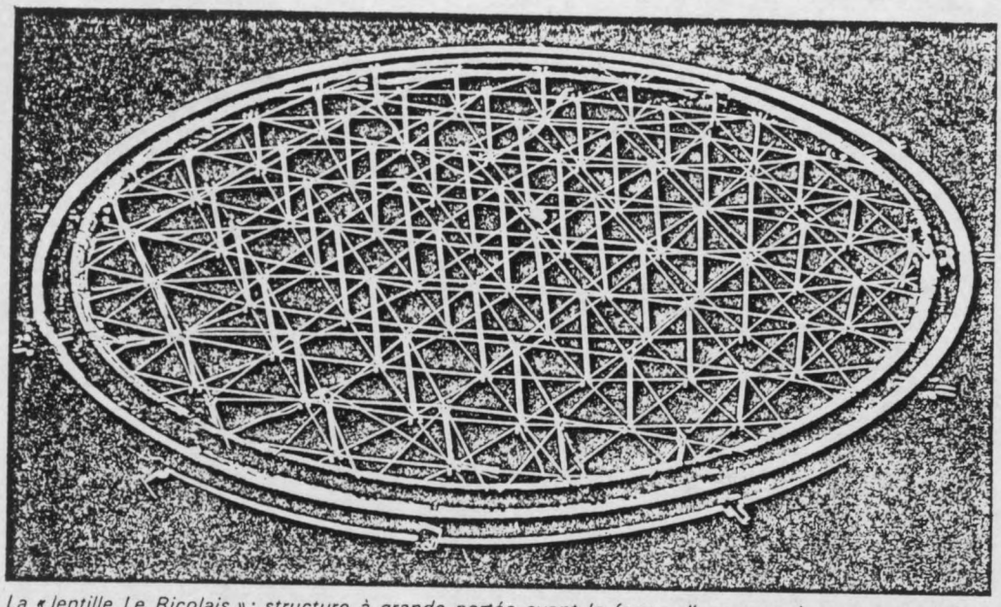


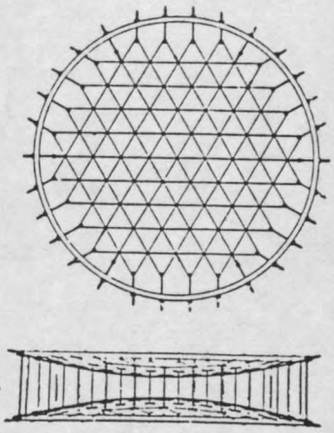






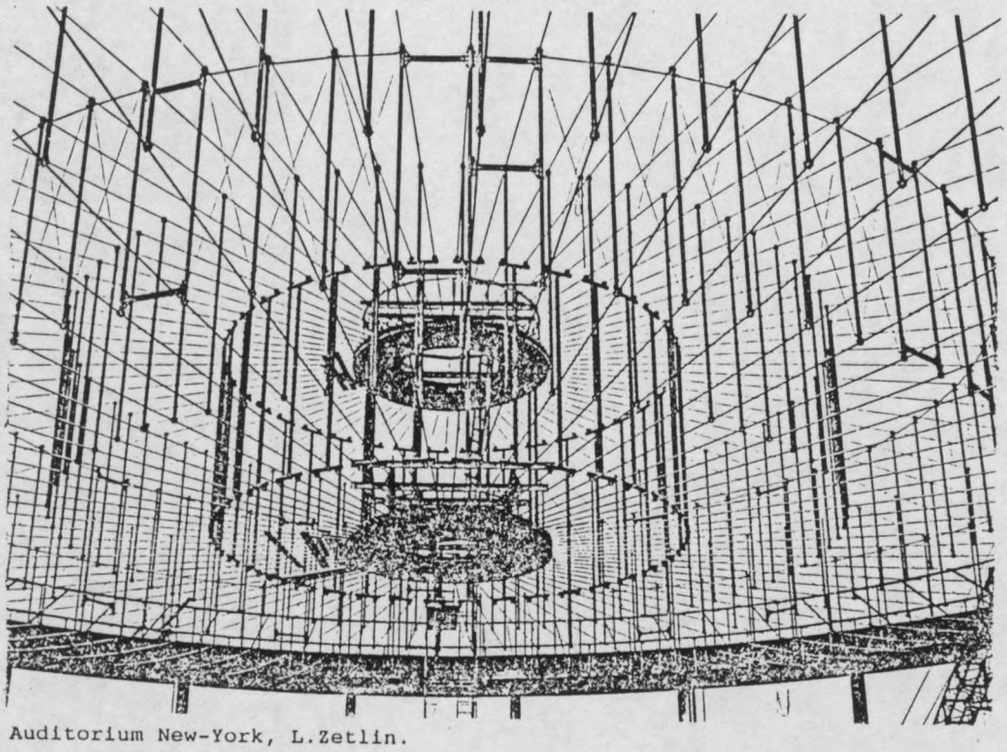






La « lentille Le Ricolais »: structure à grande portée ayant la forme d'une roue à moyeux multiples. Modèle réduit

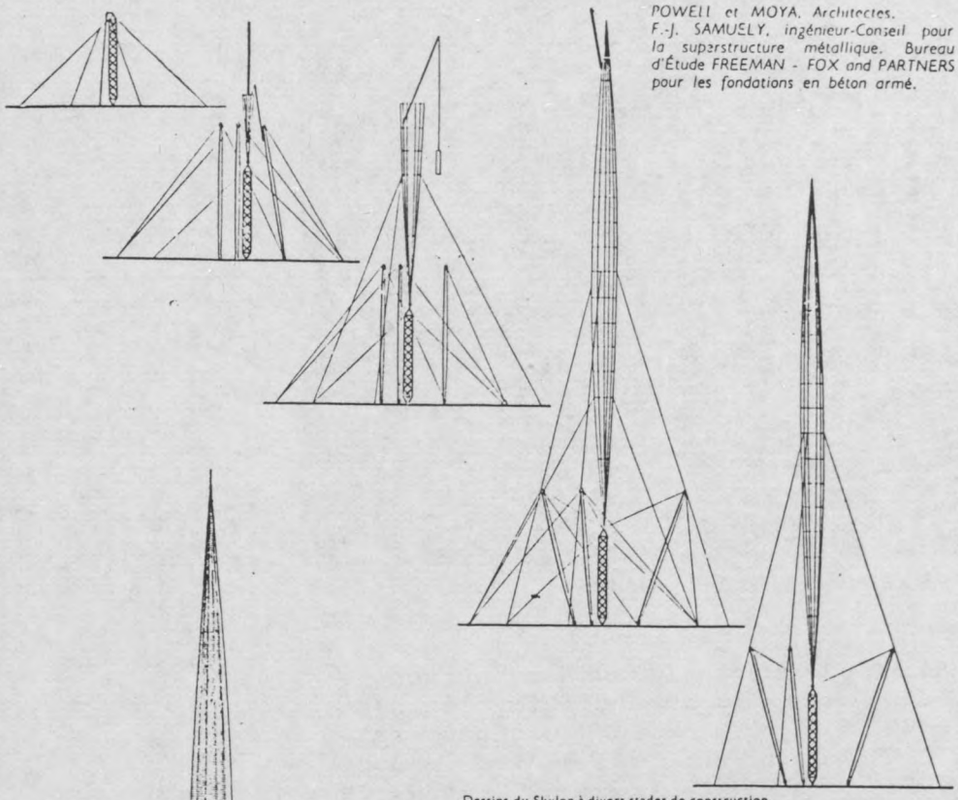
Ce qui est fondamentalement original dans la structure autoportante la plus répandue: la roue de bicyclette et ses dérivés, c'est que deux ou plusieurs organes travaillant à la compression - moyeux et jantes - sont reliès uniquement par l'intermédiaire d'une série de tendeurs, les rayons. Quelle que soit la transformation que l'on fasse subir à ce système - en l'allongeant, l'applatissant ou en le faisant bomber, tel R. Le Ricolais dans ses recherches et comme le faisait déjà John



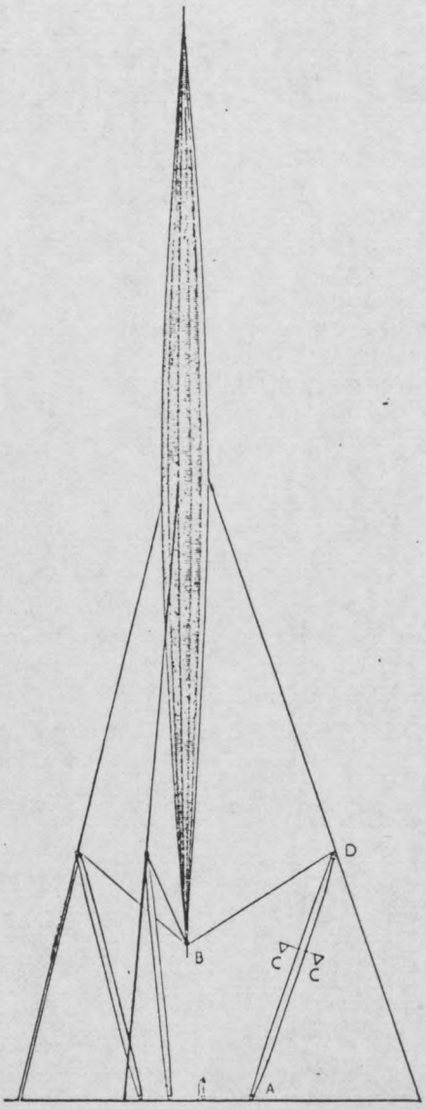
Auditorium New-York, L.Zetlin.

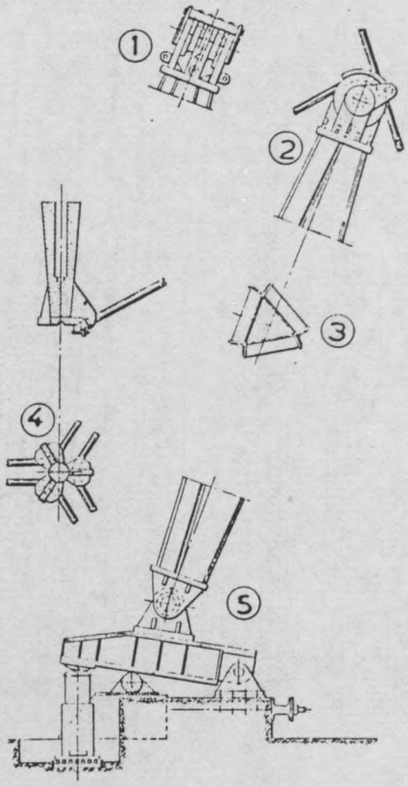
SOUTH BANK EXHIBITION. LE SKYLON

POWELL et MOYA, Architectes. F.-J. SAMUELY, ingénieur-Conseil pour la superstructure métallique. Bureau d'Étude FREEMAN - FOX and PARTNERS pour les fondations en béton armé.

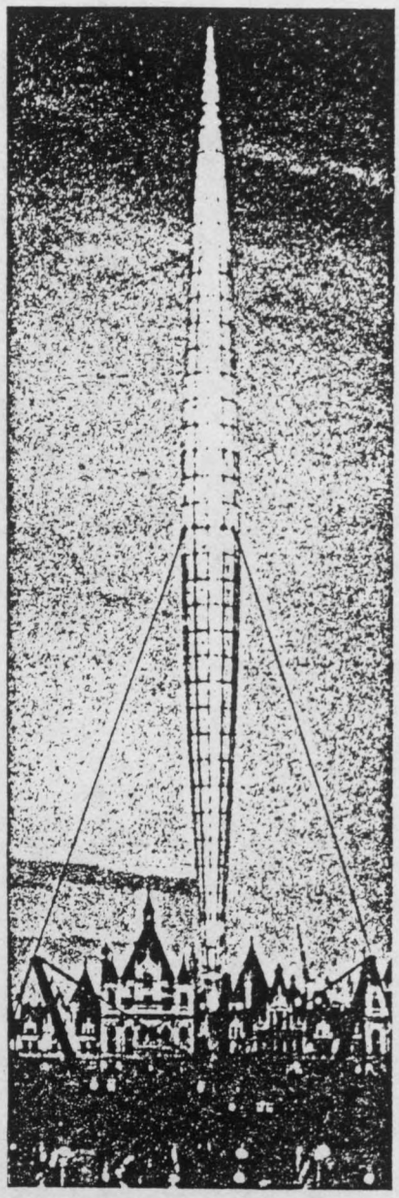


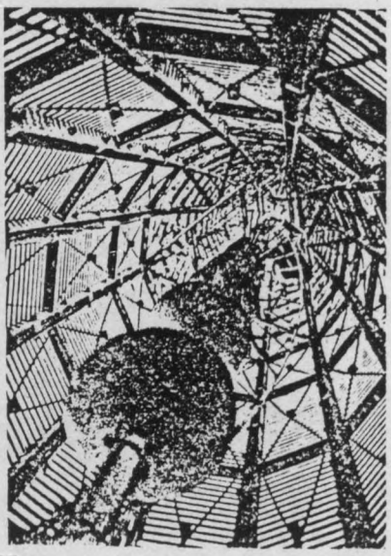
Dessins du Skylon à divers stades de construction.
Ci-dessous : Détails des pylônes de support.
1 et 2 - Sommet (D), trois câbles d'acier sont ancrés derrière chaque support et passent par une poulie ; 3 - Coupe transversale (C-C) ; 4 - Nœud d'intersection des câbles (B) ; 5 - Articulation de base d'un pylône (A), au moyen d'un appareil hydraulique on peut orienter ces pylônes de manière à assurer la stabilité du Skylon. A droite : vue de nuit et détail de la charpente intérieure, ossature métallique, finition en louvres d'aluminium poli.





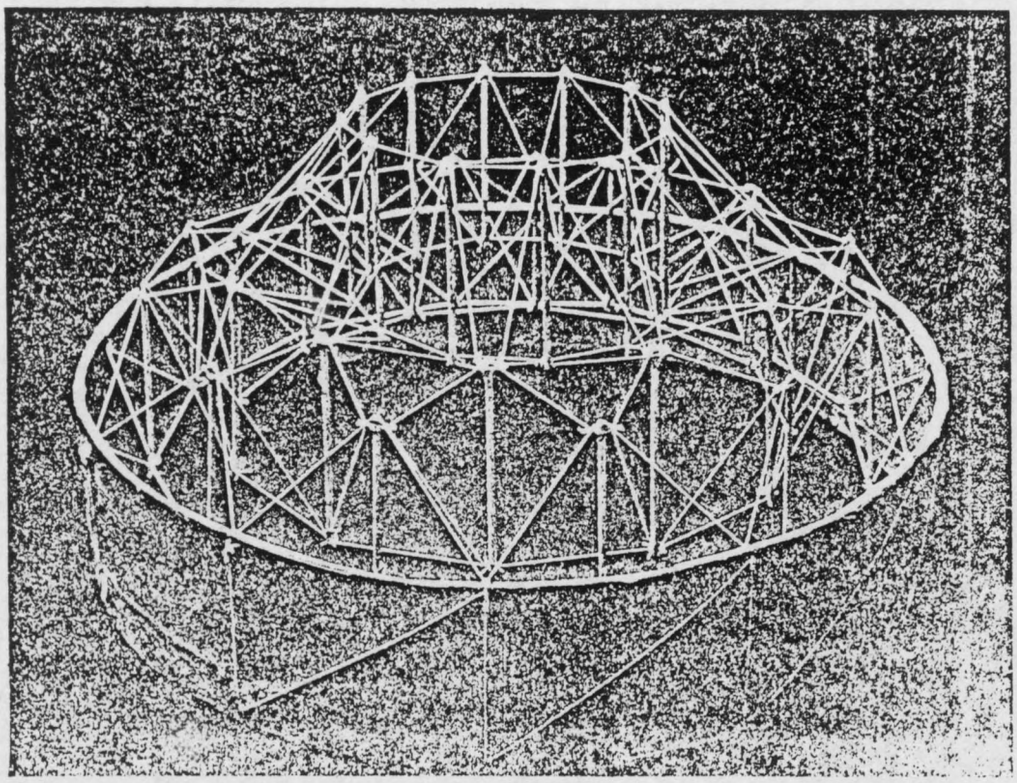
Dimensions : hauteur totale : 91 m 50, diamètre maximum : 4 m 10. Distance entre les bases des pylônes de support : 21 m 35
Poids approximatif : 28 tonnes.

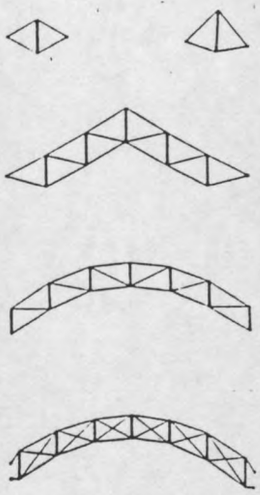




Cliché Ossature Métallique

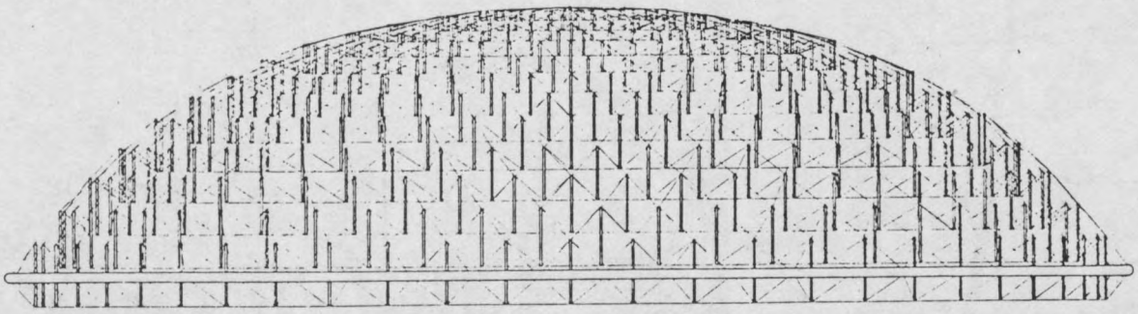
Aspension tensegrity, R.B. Fuller.



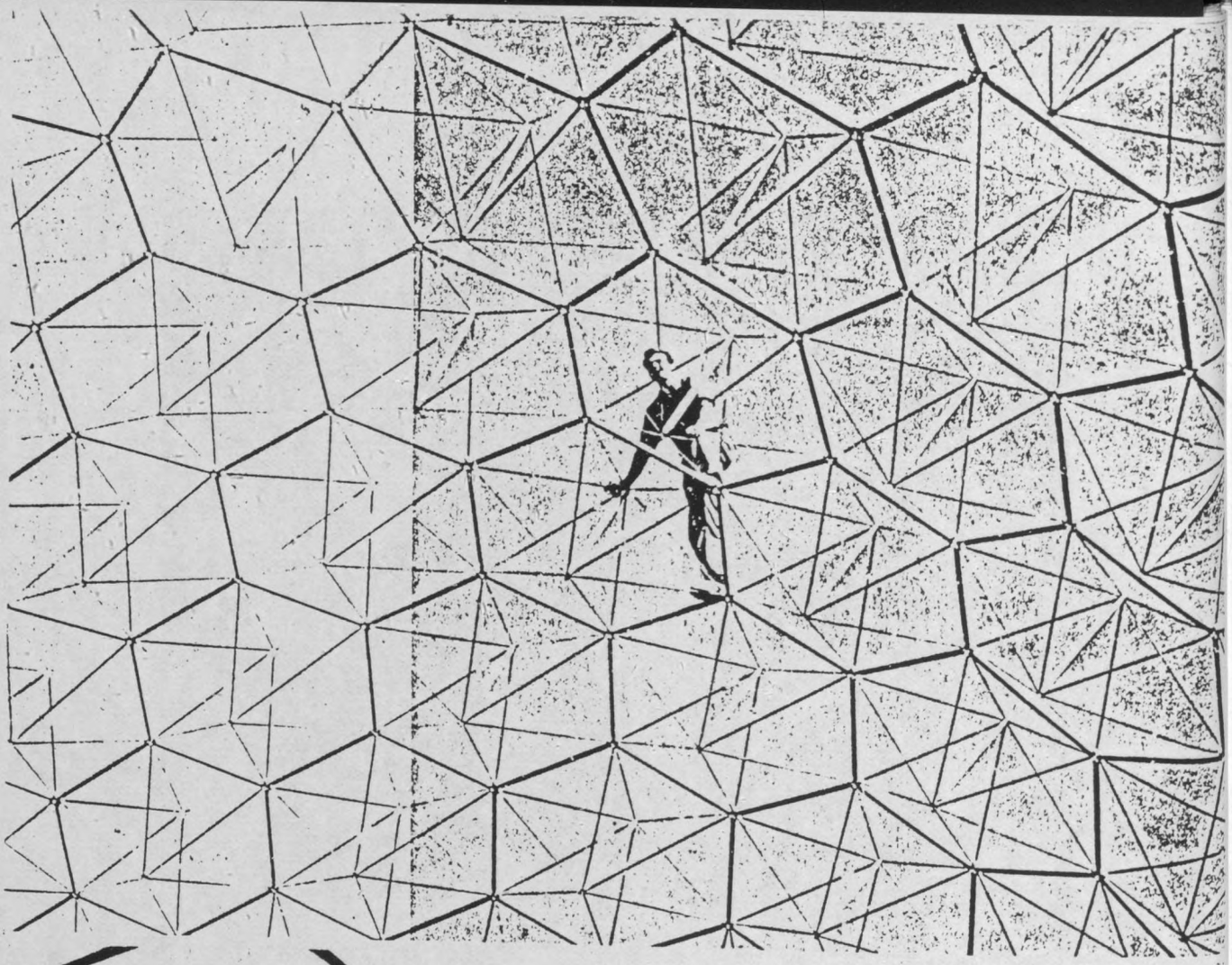


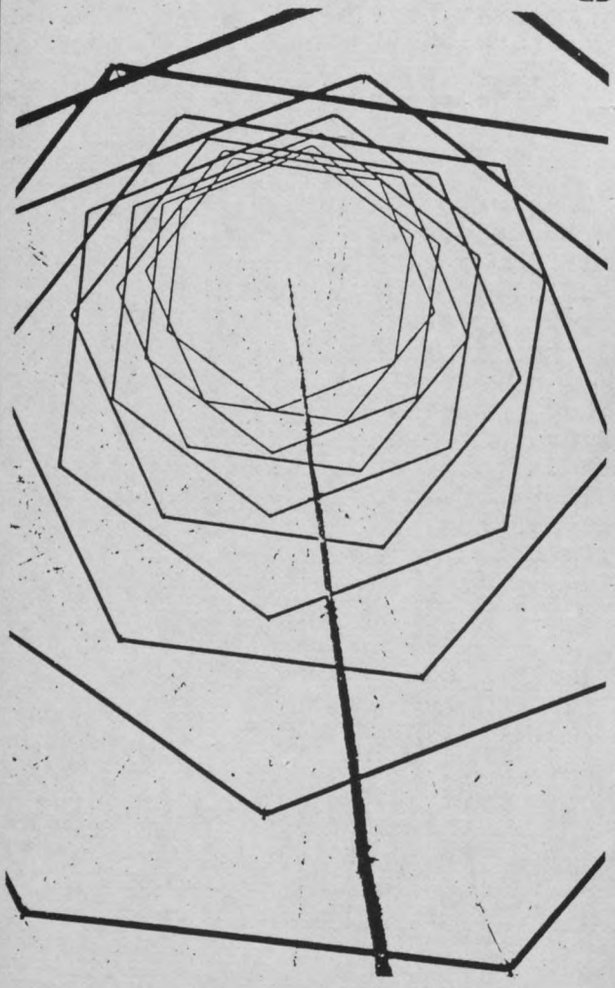
Hawkshaw en 1862 dans sa gare de Charing Cross à Londres, puis Fuller dans son "aspension" structure - il lui reste cette caractéristique essentielle: la discontinuité des éléments de compression situés à l'intérieur d'un pourtour continu rigide.

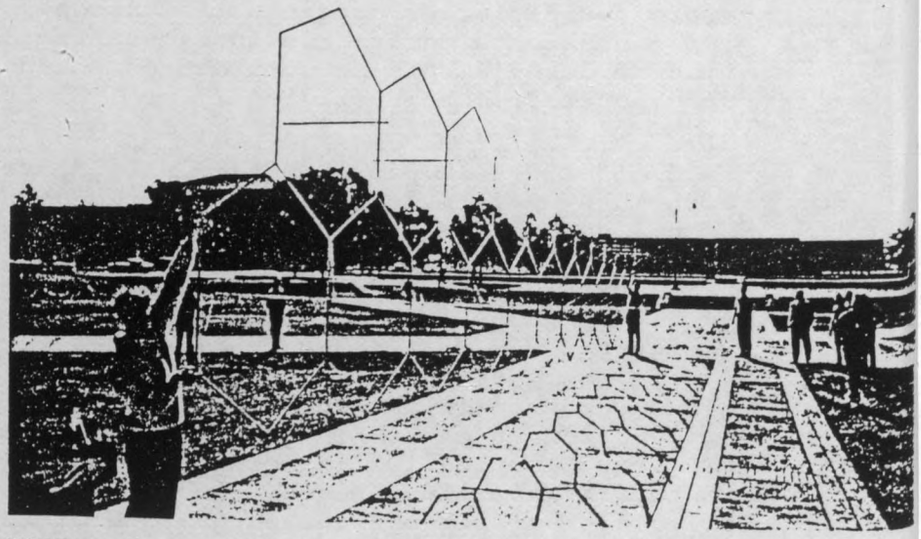
L'application la plus spectaculaire de cette sorte de structure partiellement disconnectée a été toutefois le signal du Festival de Londres construit en 1950 par F.J. Samuelly avec Powel et Moya où un "cigare" de 91,50 m de hauteur et de 4 m de diamètre semblait flotter, apparamment libéré de l'effet de la gravitation. Un exploit comparable a été réédité en 1958 par le signal de la "Porte des Nations", à l'entrée principale de l'Exposition Universelle de Bruxelles, dû à André Paduart avec P. Guillensen et J. Konig où trois éléments en forme de "V" semblaient défier la pesanteur. Ces deux structures, toutefois, n'étaient pas autoportantes étant amarrées au sol, celui-ci remplissant en quelque sorte le rôle de la jante solide périphérique d'une roue.

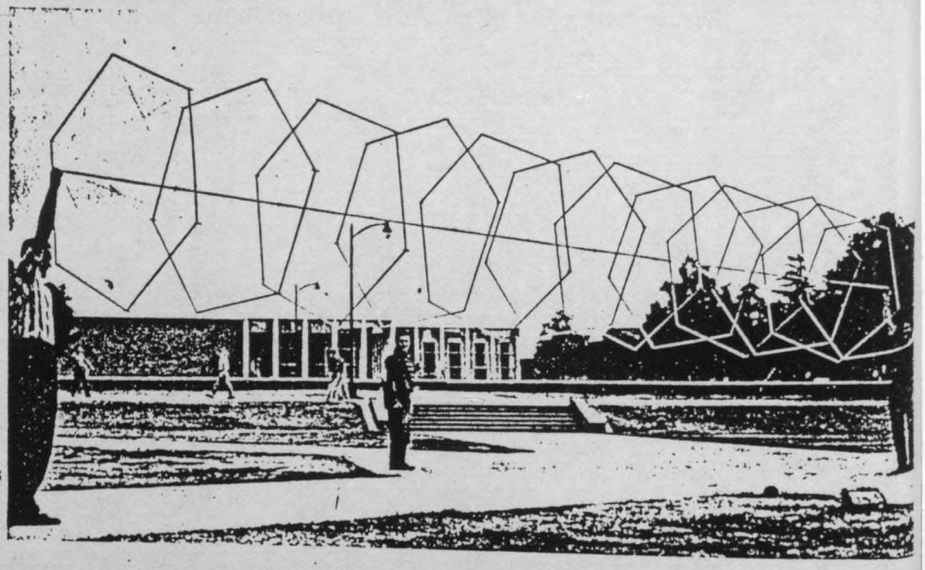


Gernot Minke









Jeffrey Lindsay, Los Angeles

Assemblages de bipyramides hexagonales

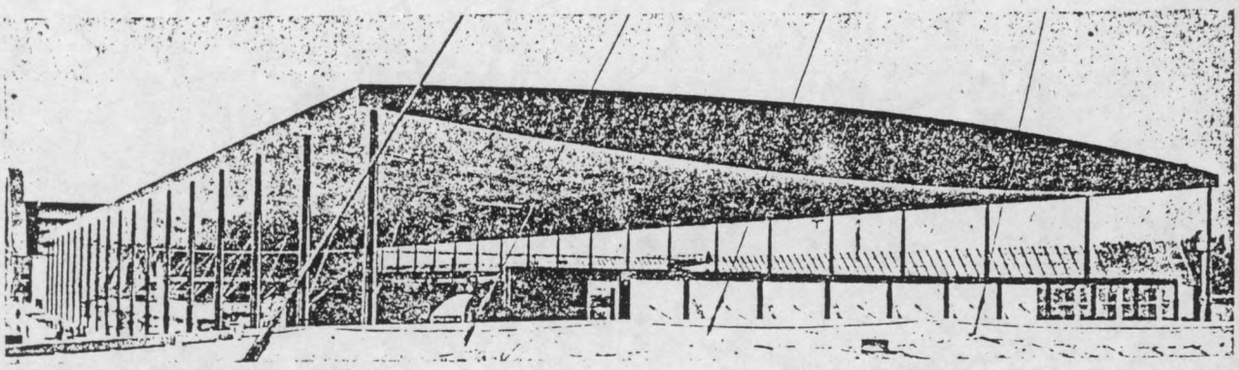
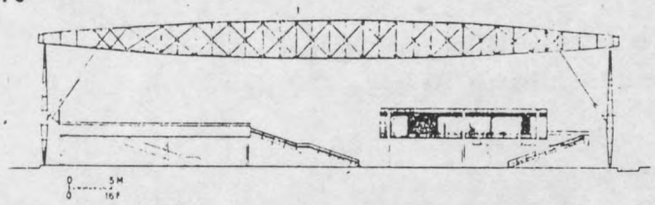


Photo R. d'Ursel

PAVILLON DES TRANSPORTS

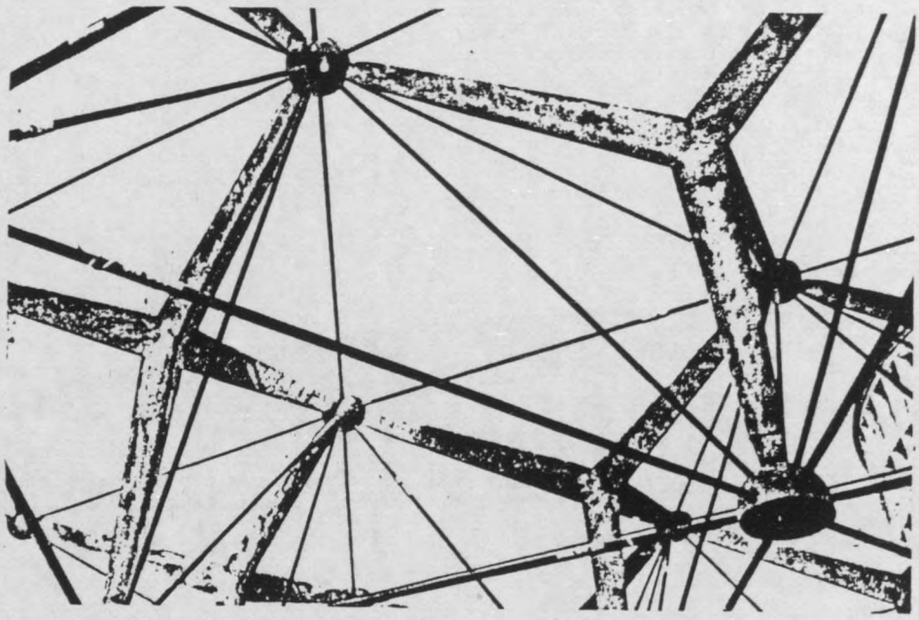
A. LIPSKI, INGÉNIEUR

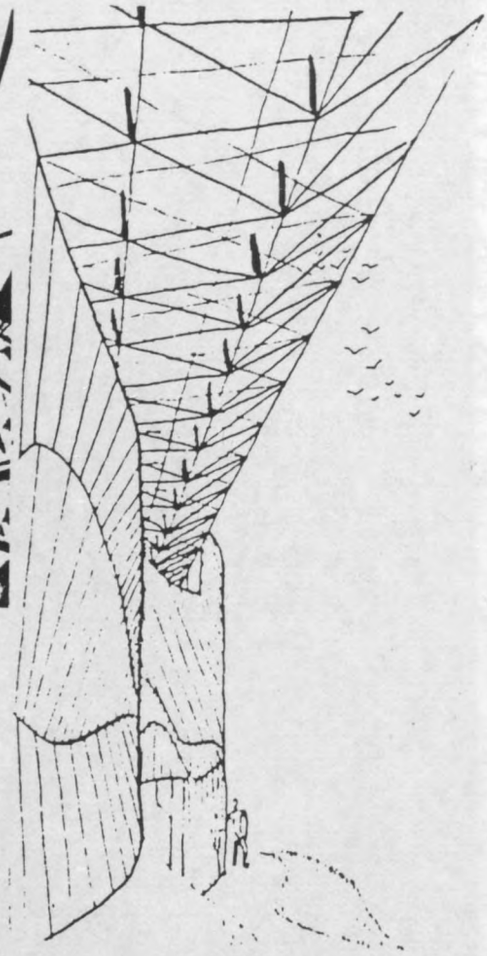


Il n'en reste pas moins que ces réalisations fascinantes, jointes à la vogue des constructions tendues de la fin des années 50, posaient aux constructeurs-chercheurs, tel un rébus irrésolu, le problème: comment composer des structures où les éléments rigides soient disconnectés les uns des autres tout en étant indépendants de tout ancrage au sol, donc autoportants au même titre que la roue de bicyclette.

Parmi les très nombreuses recherches qui, vues rétrospectivement, semblaient se déclencher comme une sorte de compétition internationale - suite à l'impulsion donnée par les autres réalisations tendues de l'exposition de Bruxelles, voir le remarquable pavillon du Transport dû à Lipski - on doit citer d'abord les recherches de Jeffrey Lindsay, fondées sur la juxtaposition et la superposition des roues de bicyclette polygonales réalisées à l'University of California, en 1957 et également le projet, non réalisé, du pavillon polonais pour Bruxelles, par Jerzy Soltan, Lech Tomaszewsky et Oscar Hansen où apparait, pour la première fois, comme simplex d'un réseau tridimensionnel, le quadripode tétraédrique tendu, l'étoile à quatre branches mais sous une forme inutilement monolithique. La même configuration était utilisée par l'auteur dans un projet d'habitation adaptable, en 1959, avec des barres articulées.

Le même volume tendu est repris la même année par Fuller pour construire son premier mât dit de "Tensegrity" composé, toutefois, de quadripodes dissociés en deux "V", semblables à ceux du portique d'entrée de l'exposition de Bruxelles. Peu après, en 1961, il transposait ces principes en réalisant une coupole géodésique, mais, qui composée en une simple couche, ne pouvait éviter le contact latéral entre les barres.

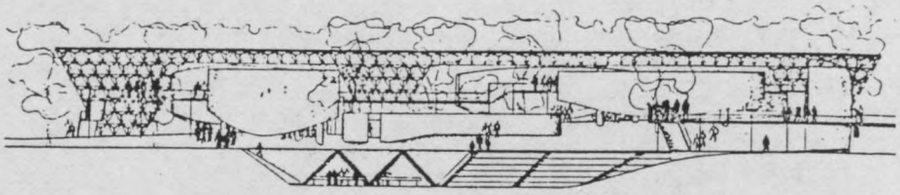


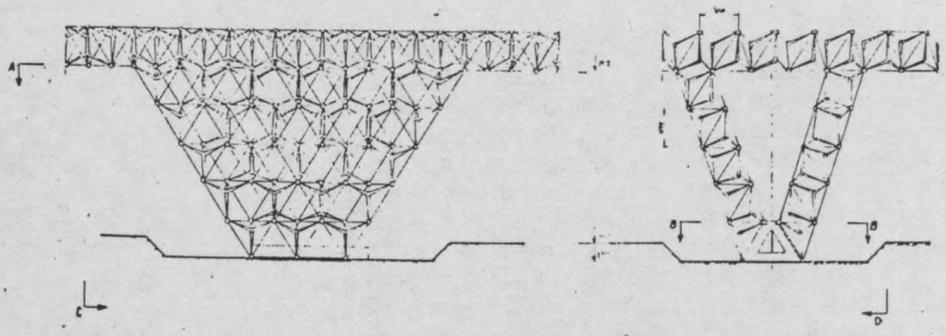


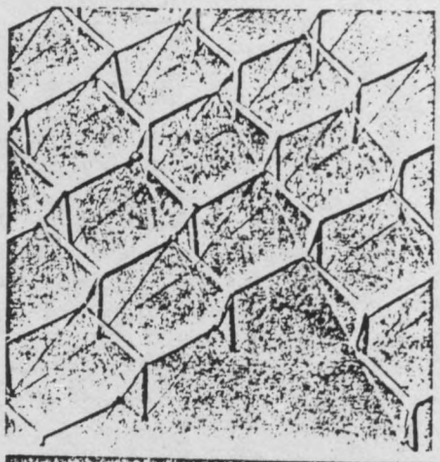
Der polnische Ausstellungspavillon für die Weltausstellung Brüssel 1958

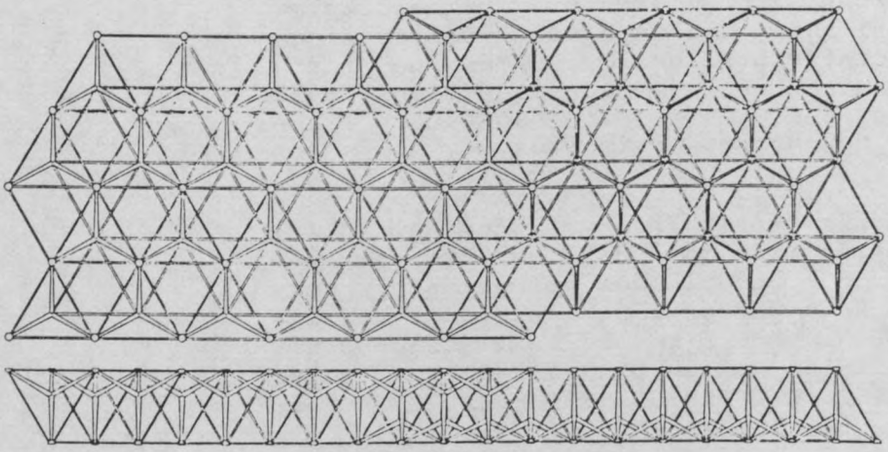
T. Babicz, Wł. Fangor, Z. Ihnatowicz,
S. Soltan, L. Tomaszewski,

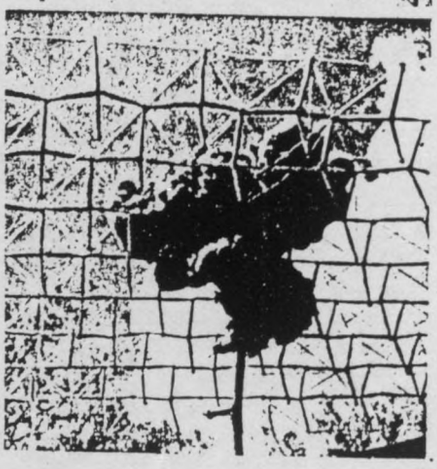
BAUWELT 1957 HEFT 52





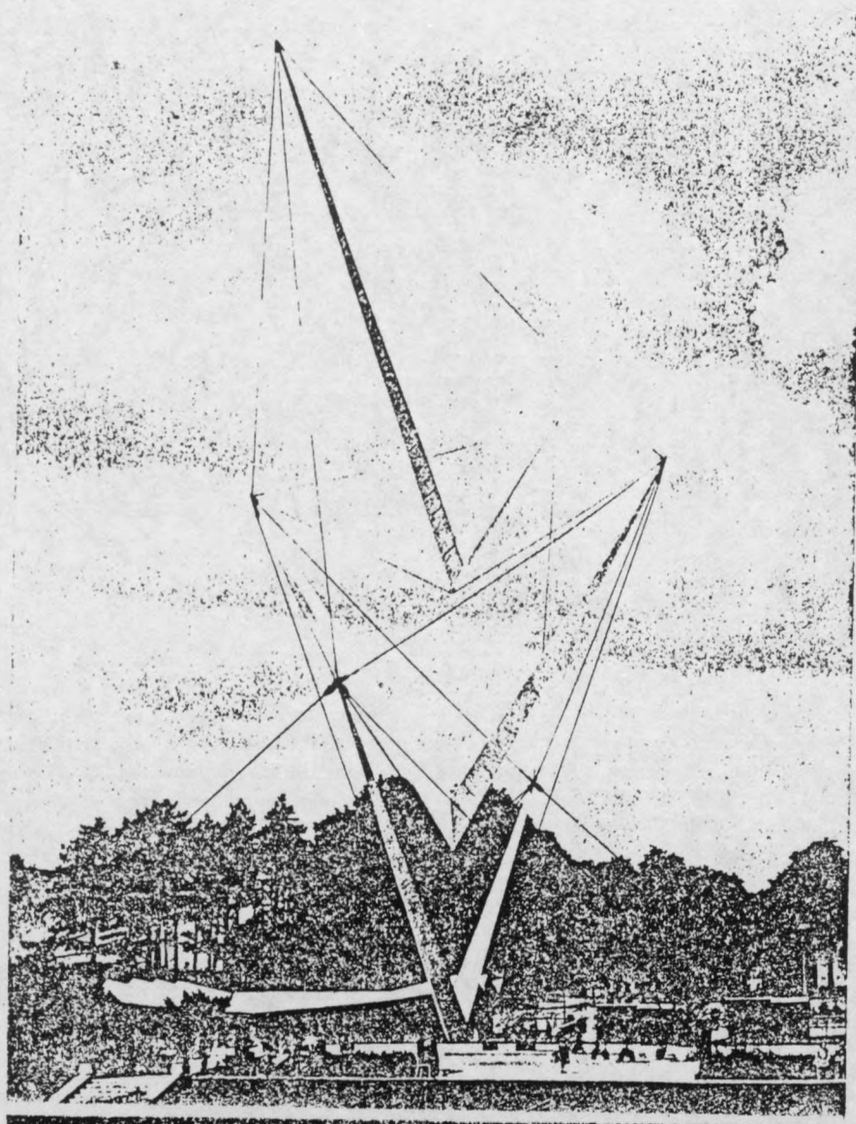


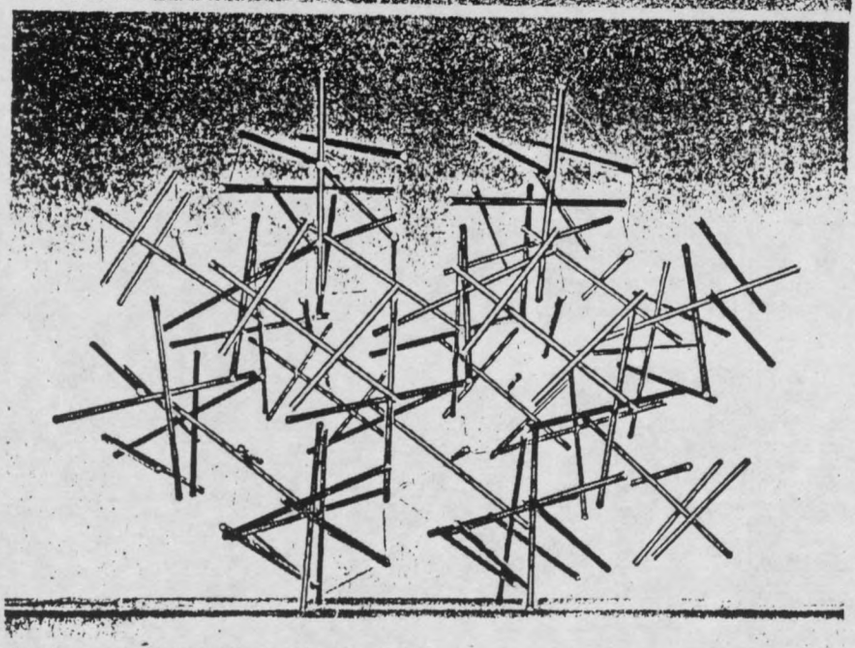




Projet de pavillon d'exposition polonaise, Bruxelles 1958.

Signal d'entrée, Bruxelles 1958.

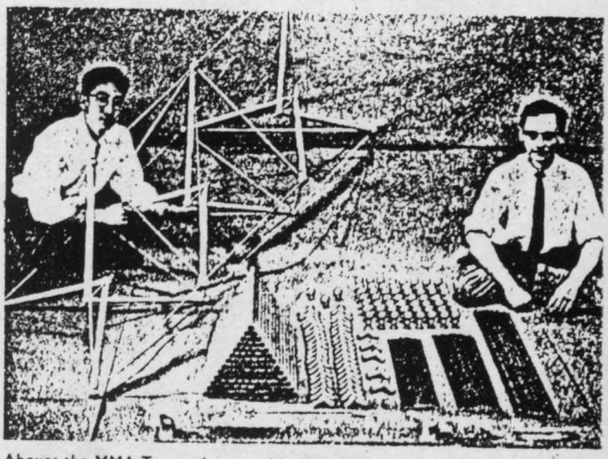




Sculpture, Kenneth Snelson. 1959.

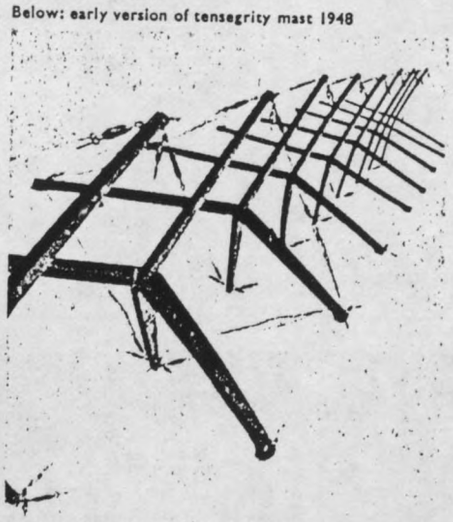
Tensegrity Mast, R.B. Fuller 1959.

The Buckminster Fuller Tensegrity Mast for the 1959 exhibition in the garden of the Museum of Modern Art

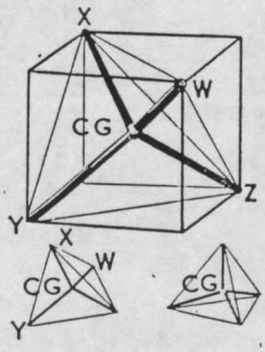


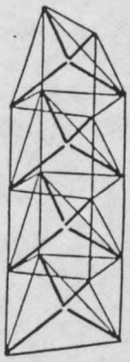
Above: the MMA Tensegrity mast kit 1959. At left is Shoji Sadao and (right) Edison Price who are co-designers. The tension members are $\frac{1}{16}$in. monel rods, compression members 1in. aluminium tube

Below: early version of tensegrity mast 1948

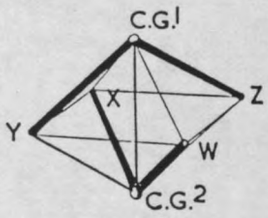


We put a steel sphere at CG of cube which is also CG of tetrahedron and run steel tubes from CG to four corners WXYZ of negative tetrahedron





Every tetrahedron's centre of gravity (CG) has four radials from the CG to the four corners of the tetrahedron

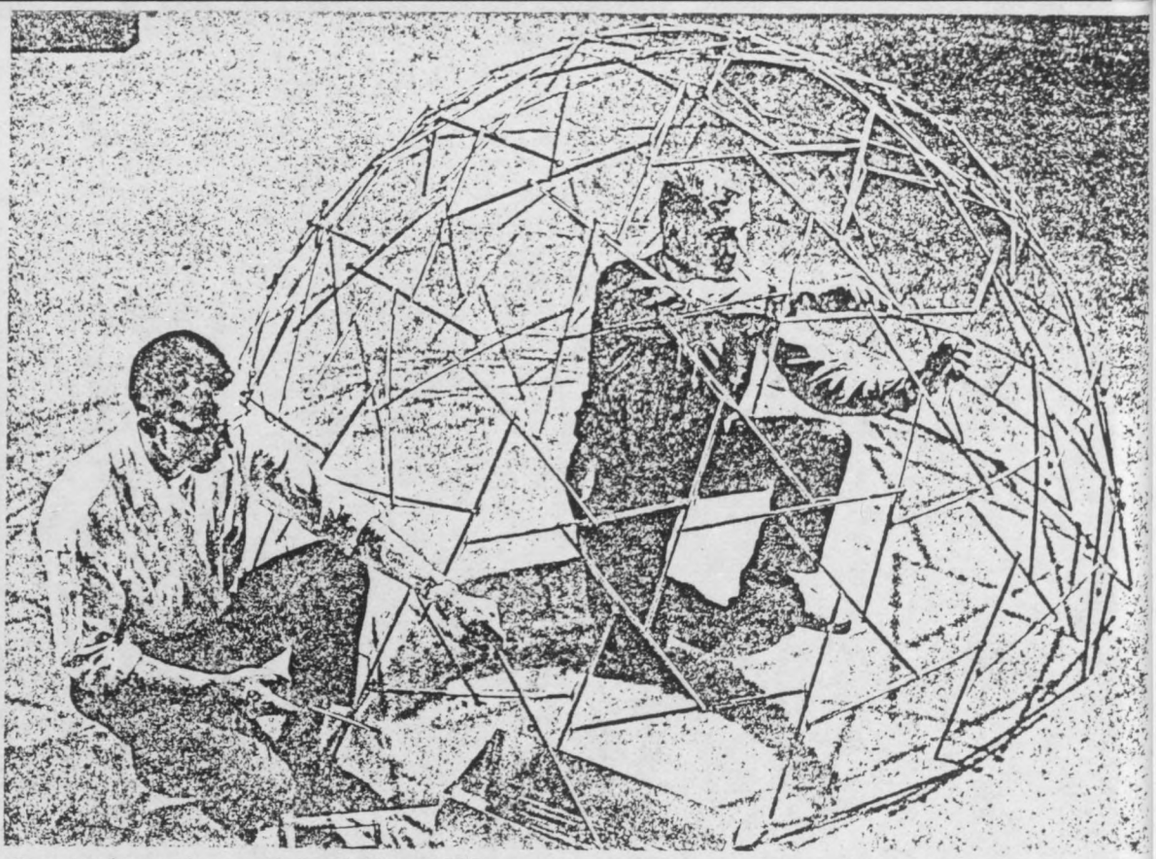


The junction between two tetrahedra. The system is non-redundant, a basic discontinuous-compression, continuous-tension, or 'tensegrity' structure
Ball joints CG^1 and CG^2 are pulled toward one another by vertical tension stay, thus thrusting universally jointed legs outwardly, their outward thrust being stably restrained by finite sling closure Y, X, Z, W

Buckminster Fuller

8ft. tensegrity sphere, half assembled, showing its adaptability as environment control structure. Southern Illinois University

Architectural Design July 1961



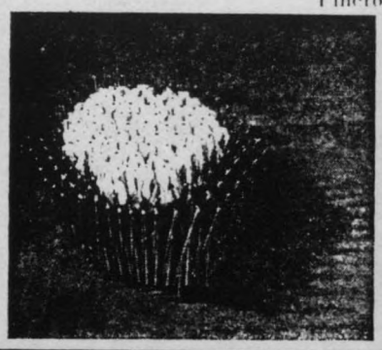
Tensegrity sphere, R.B. Fuller 1961.

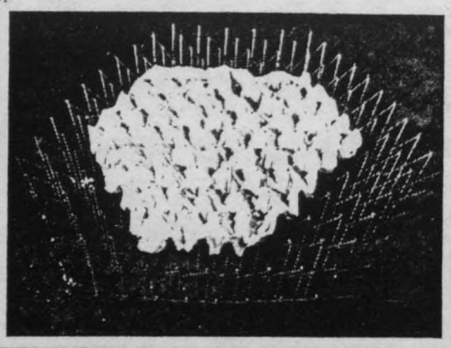
A major attraction at the recent UIA student exhibition was a space-framing system that unfolds to 100-ft diameter from a bundle of bars only 10 ft in length and 6 ft in diameter. Working model of the "Spatial Reticular Structure" is shown on these pages with the young Spanish designer, Emilio Perez Piñero.

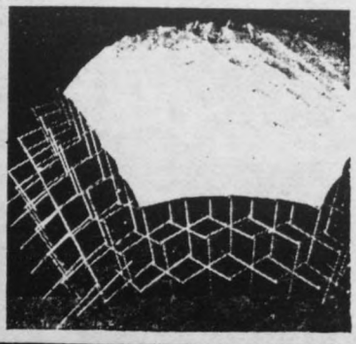
The structure is composed of rigid bars and flexible wire cables, the bars working in compression and the cables in tension. Bars are joined to form an accordion-like framework that is capable of being folded or unfolded in every direction.

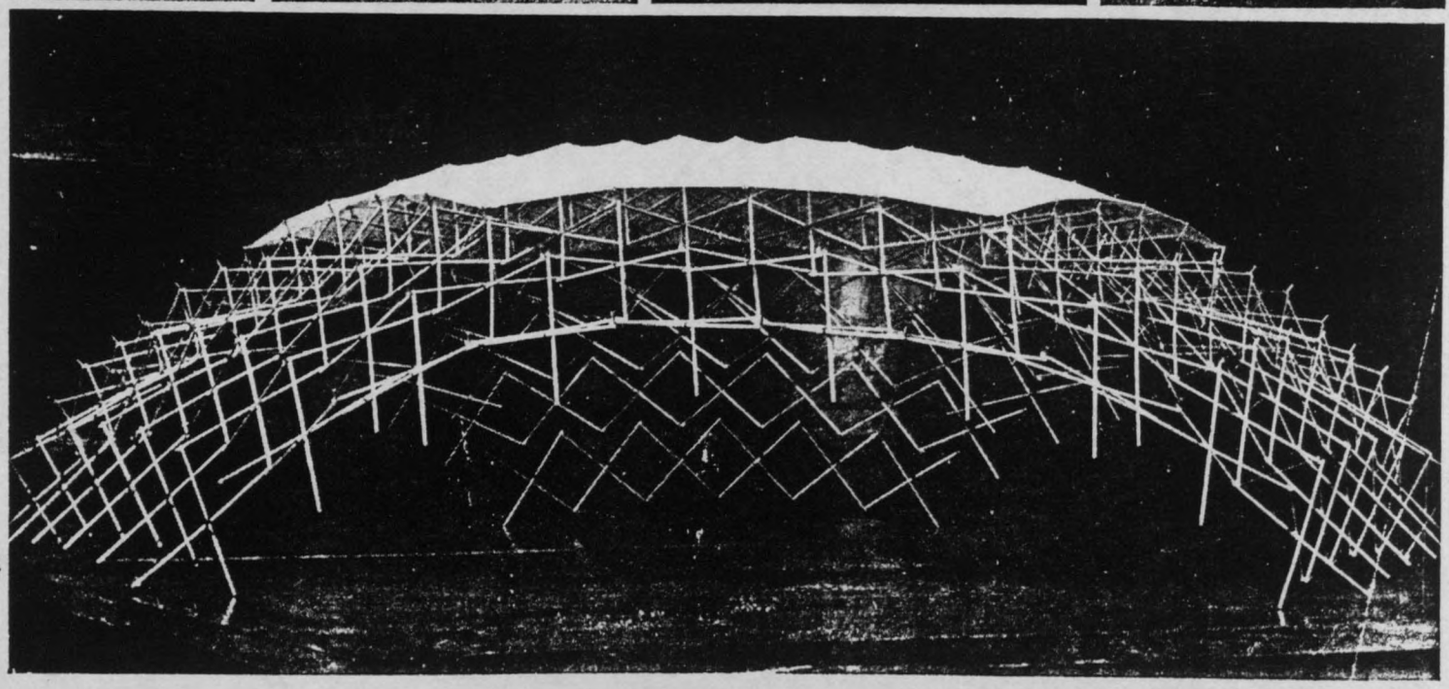
Coupole dépliable,

Emilio Perez Pinero, UIA 1961.





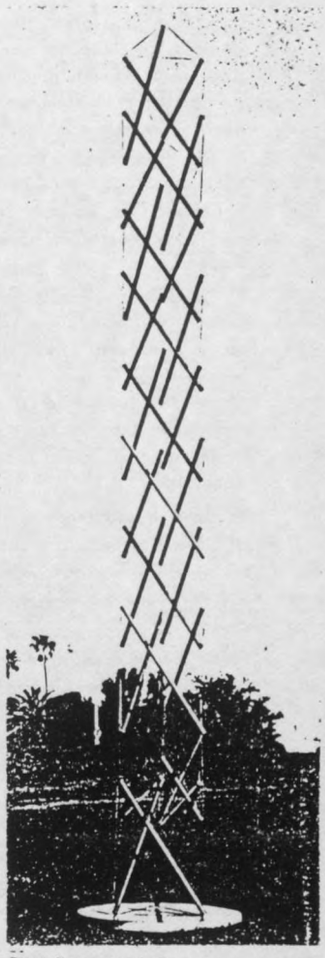




A la même époque, outre l'icosaèdre, quelques "équilibriums" primitifs étaient publiés par ses éléves ou des chercheurs gravitant autour de lui. Parmi eux le sculpteur américain Kenneth Snelson, après avoir assemblé des croix de St André rigides dans une composition semi-dissociée primitive, réalisait, en 1959, un empilement irrégulier, puis dés 1963 un mât signal dérivé de l'icosaèdre et d'autres combinaisons où les barres de compression étaient réellement isolées; et qui ont été exposées en tant qu'objets d'arts plastiques.

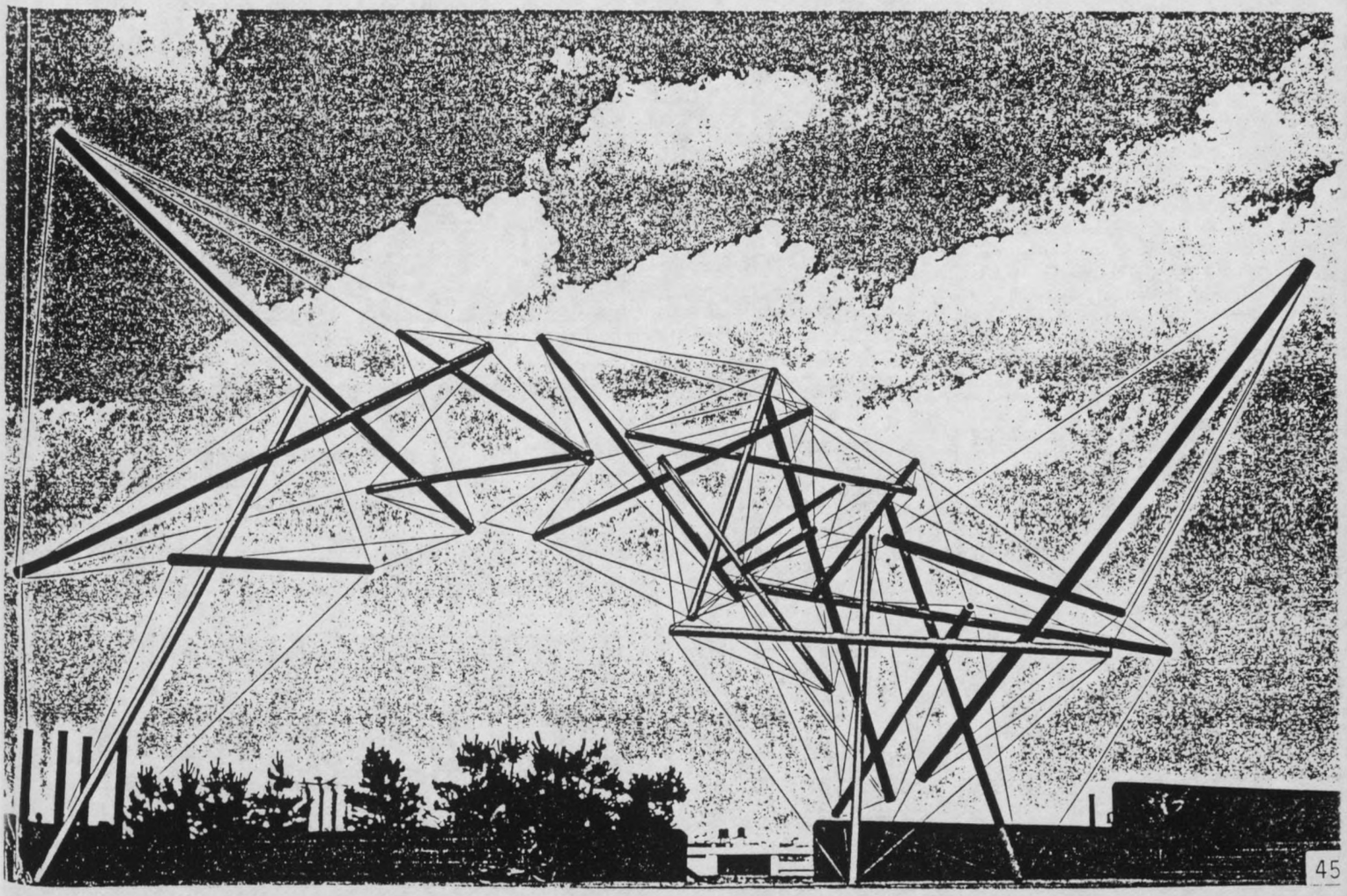
A peu près en même temps, un autre simplex le tripode articulé, connu depuis longtemps comme chaise pliante, était utilisé par l'espagnol Perez Pinero pour construire un dôme pliant. Dans cette structure mobile à double nappe, les barres se rencontrent, certes, par leurs sommets et même par leurs points médians. Neanmoins, par sa conception autoportante et par ses solutions de détails, cette réalisation constitue un exemple pour les potentiels des structures tendues.

Rétrospectivement, ces années constituaient une période féconde aussi bien pour la recherche architecturale que structurale, si on tient même à les distinguer. L'écroulement des certitudes en béton d'un certain modernisme incitait les alors jeunes architectes à chercher d'autres solutions.



Black Tower, 1962-67
The Tampa Museum.

Kenneth Snelson



ANPASSUNGSFÄHIGE ARCHITEKTUR

Alle hier gezeigten Studien, so gegensätzlich sie auch erscheinen mögen, sind Anwendungsbeispiele für das gleiche Prinzip. Immer geht es darum, die gebaute Starrheit unserer Städte aufzulockern, gleichzeitig aber die Stadt als menschlichen Lebensraum zu intensivieren, beides mit Hilfe neuer Techniken für das Bauen.

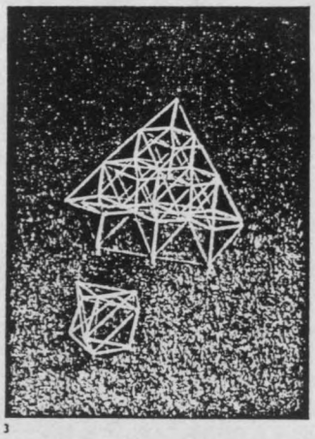
Es ist aber unzureichend, nur theoretische Überlegungen anzustellen, ohne ergänzende praktische Versuchsarbeit für die Herstellung von Elementen, für die physikalische und chemische Überprüfung neuer Konstruktionen und für Versuche der Variabilität.

Schließlich muß untersucht werden, wie diese neuen Baumethoden und Konstruktionen das wirtschaftliche und gesellschaftliche Leben beeinflussen.

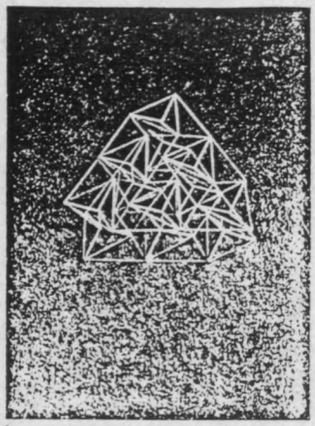
Solche Versuche und ergänzende Forschung übersteigen die finanziellen Kräfte des einzelnen oder privater Gruppen. Nur die Regierungen haben Budgets, dies zu ermöglichen. Wir rufen die Regierungen auf, Mittel für Forschung und Erprobung bereitzustellen.

Diese Publikation verfolgt darüber hinaus den Zweck, den Architekten und Bewohnern zu zeigen – jeder Mensch ist ein Bewohner –, daß es in allen Ländern Sucher gibt. Es liegt gleichermaßen im Interesse der Fachleute wie der Bewohner, sich zu dieser Suche zusammenzuschließen und sie voranzutreiben.

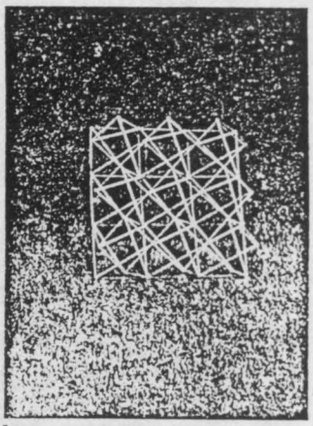
Das Material für diesen Beitrag über „Anpassungsfähige Architektur" wurde vom Büro Ruhnau in den Jahren 1960/1961 gesammelt. 1963 erfolgte die Sichtung, Bearbeitung und Zusammenstellung durch Dipl.-Ing. Winfried Terhürne. 1965 Veröffentlichung in der Zeitschrift „der architekt".



3

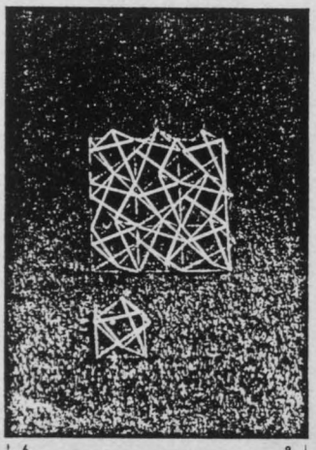


4

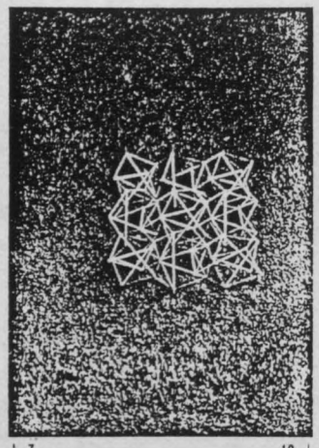


5

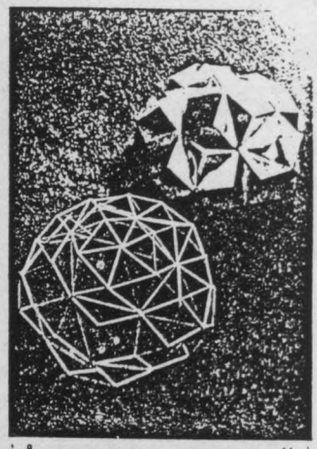
Zu 3: Nicht „gesättigtes" Gefüge, abgeleitet aus Oktaeder-Tetraeder-Netz, aus einem einzigen Typ von Druckstab und Zugband zusammengesetzt – Zu 4: Gefüge aus unterbrochenen Druckstäben, wiederhergestellt mit Hilfe von Untereinheiten der vorigen nach Auseinanderspannung und Drehung in bezug auf eine Senkrechte – Zu 5: Gefüge aus zwei starren, untereinander unterbrochenen Flächen, zusammengesetzt aus linksgedrehten Gleichgewichtssystemen – Zu 6: Gefüge aus unterbrochenen starren Fasern, zusammengesetzt aus abwechselnd links und rechts (gedrehten) Gleichgewichtssystemen – Zu 7: Gefüge aus ganz unterbrochenen Druckstäben und zusammengesetzt wie zu 6 – Zu 8: Das gleiche räumliche Gewölbe, eines aus Druckstäben, das andere aus Flächen konstruiert – Zu 9: Zwei Gewölbe, das eine wie bei 8 und ein größeres aus denselben Elementen einheitlicher Flächen – Zu 10: Senkrechter Blick auf das größere Gewölbe – Zu 11: Gewölbe im Schnitt



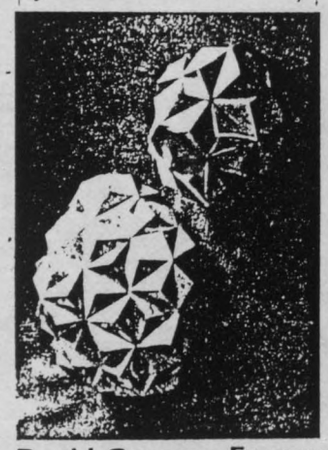
↑ 6 9 ↓

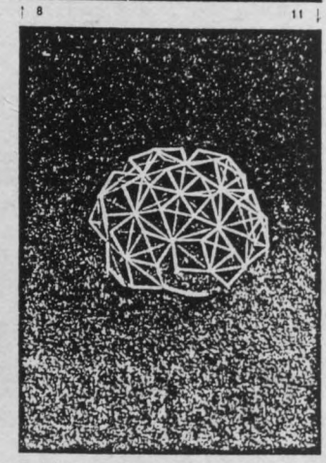


↑ 7 10 ↓



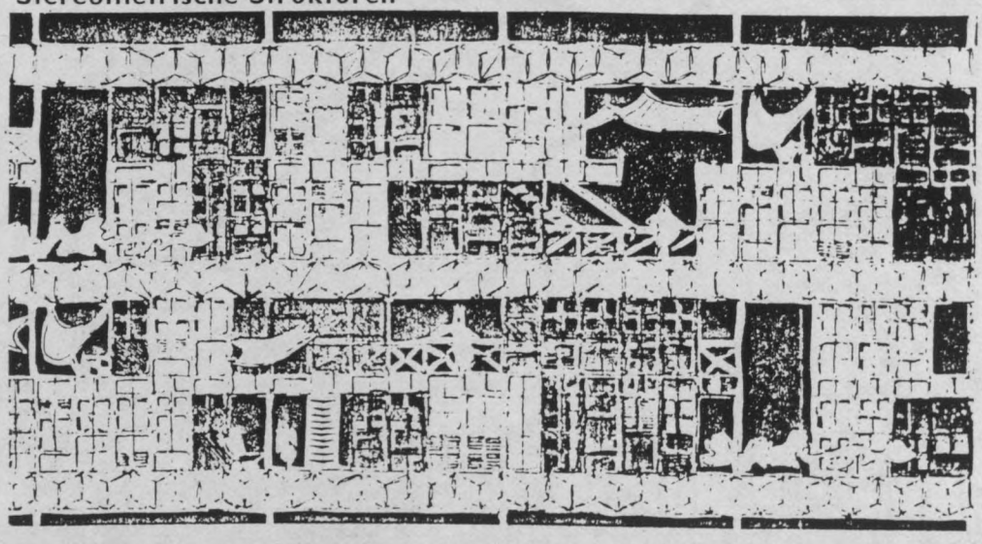
↑ 8 11 ↓

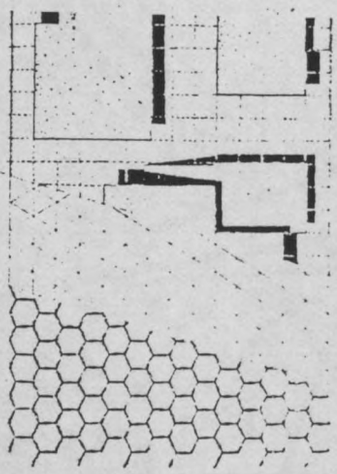




David Georges Emmerich, Paris: Architecture mobile, Emmerich 1958-60, numéro spécial "Der Architekt".

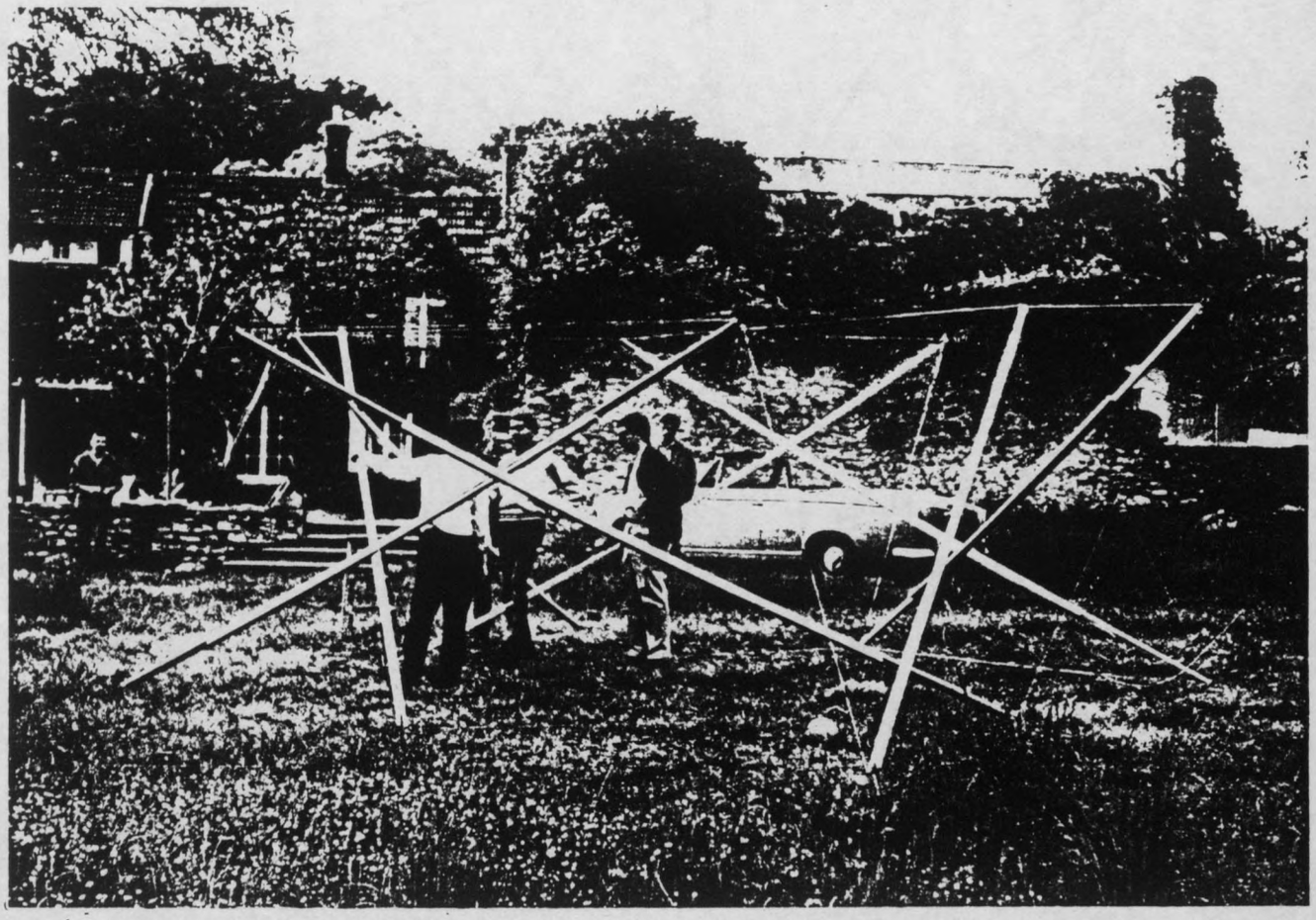
Stereometrische Strukturen





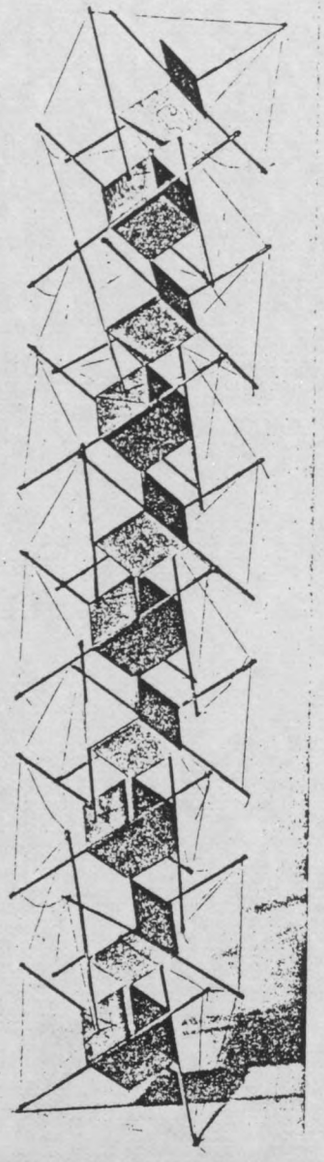
Faisant parti dés sa fondation, en 1956, du Groupe d'Etude d'Architecture-Mobile, GEAM - où figuraient entre autres, Oscar Hansen, Günther Günschel, Frei Otto, Eckhart Schulze-Fielitz, Jerzy Soltan - je participais à toutes les manifestations organisées: expositions itinérantes, colloques et publications par la présentation des résultats de mes recherches. Le GEAM a suscité d'autres mouvements, tels l'Archigramme anglais et le Métabolisme japonais, puis les autres prospectivistes ou alternativistes, tous très différents, mais tous orientés vers les technologies nouvelles. Par ces activités pendant l'existence de ce groupe, et et par des séminaires de pédagogie active organisés à l'exemple de K. Wachsmann dans les écoles françaises et étrangères, mes recherches structurales sur les compositions autotendantes seront largement diffusées.

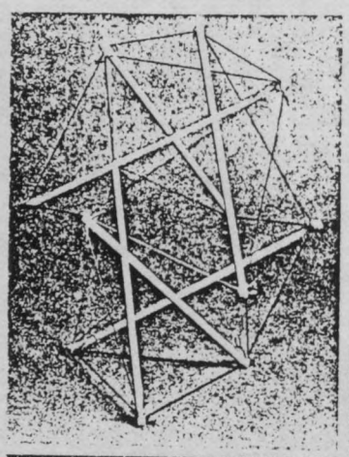
Et en même temps, en vue de leur protection, plusieurs brevets d'invention étaient obtenus. Ainsi, l'acte de naissance officiel des structures autotendantes a été enregistré le 27 juin 1959 à 10h 6mn au Ministère de l'Industrie, Service de la Propriété Industrielle, 26, Rue de Léningrad à Paris, où a été déposé un premier

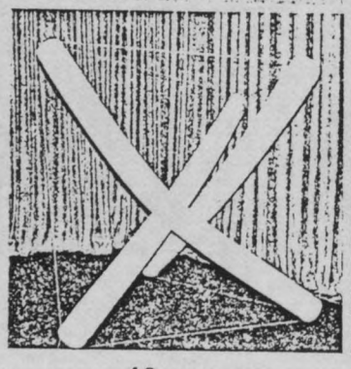


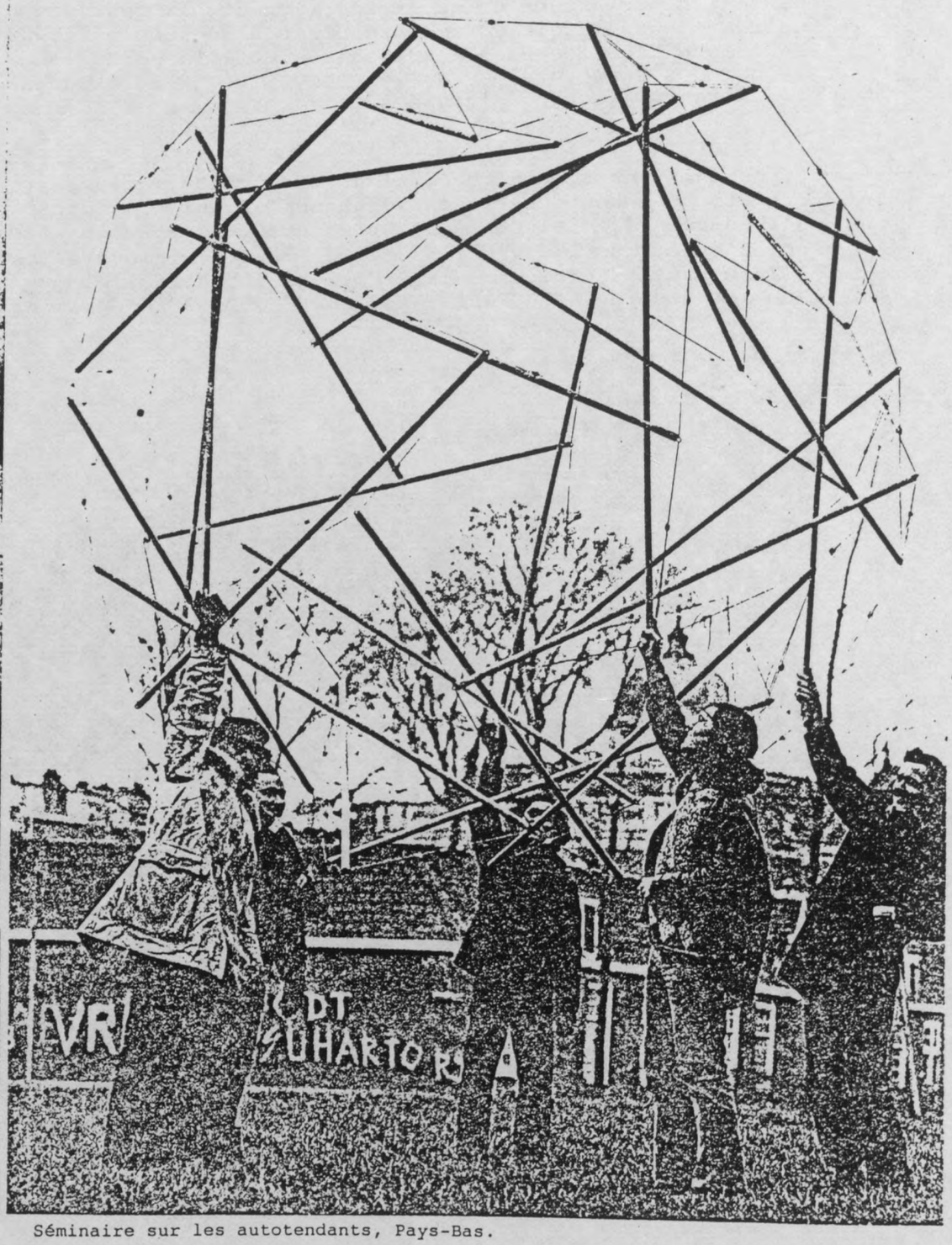
Groupe de recherche "Hors concours", ENSBA 1960.

In de Groep '67 van de Academie van Bouwkunst te Amsterdam trachten wij te komen tot een iedere dubbelzinnigheid uitsluitend systeem, dat het mogelijk maakt, om bij wijze van spreken, een stad te bouwen met niet meer gegevens dan enkele codes.
De definitie van het begrip matrix luidt als volgt: de plaats waar iets ontstaat, zijn vorm aanneemt, en/of zichzelf ontwikkelt naar zekere voorwaarden. Om de uit het voorbeeld van het mikadospel (afb. 1) blijkende onregelmatigheden, die een exacte bepaling van de ruimte moeilijk maken, te elimineren, leggen we ons nu enkele beperkingen op. In navolging van o.a. de Franse hoogleraar D. G. Emmerich stellen wij: de matrix ontstaat door het in gelijke onderdelen verdelen van een ruimte door middel van punten, lijnen, vlakken of volumina. Wij kiezen déze voorwaarde voor de matrix enerzijds om economische redenen: het creëren van gelijke onderdelen opent de mogelijkheid van prefabricage, industriële produktie. Maar anderzijds stelt deze keuze ons vooral in staat om herkenbaarheid van en oriëntatie in de omgevende ruimte te versterken.

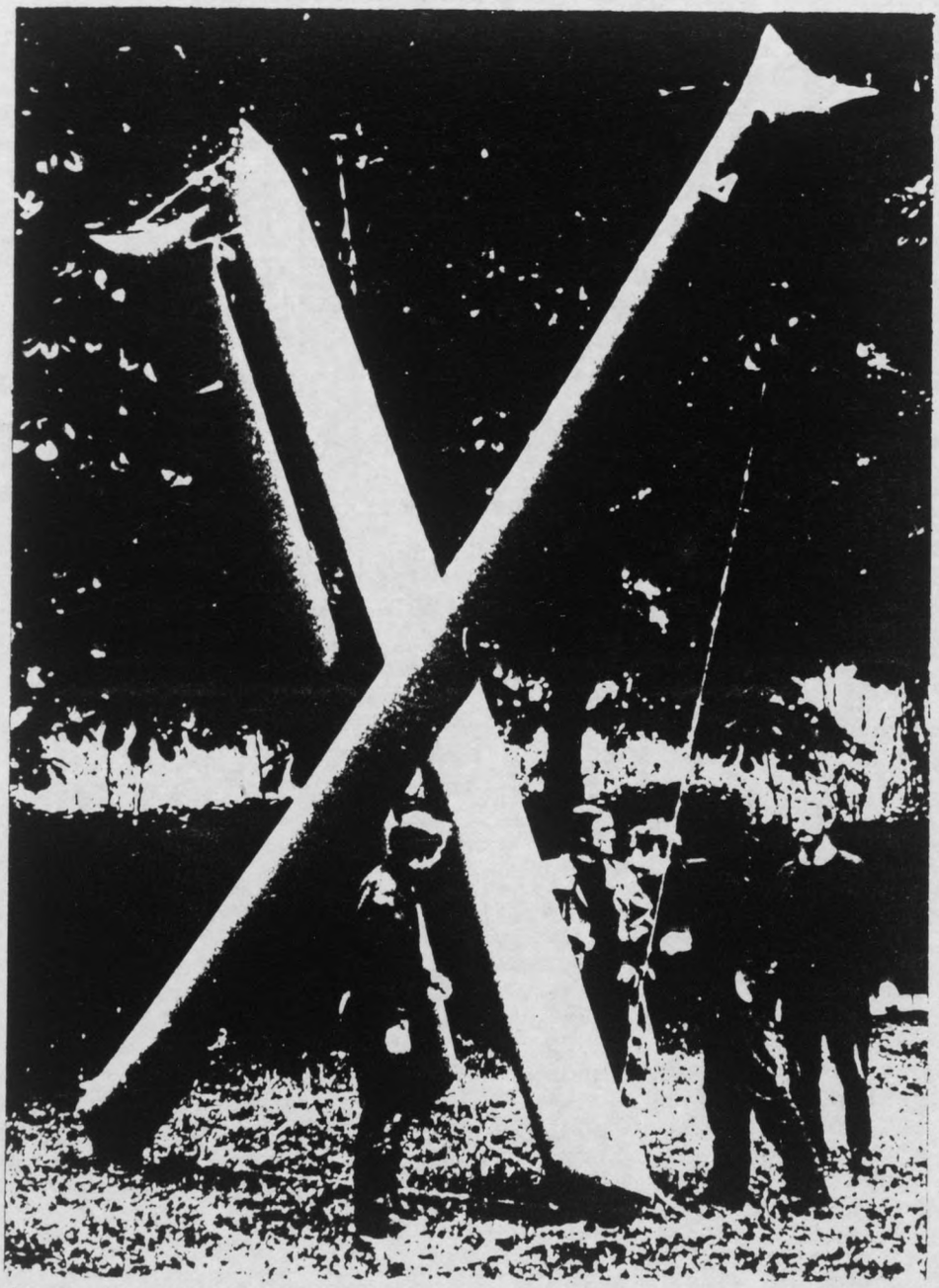








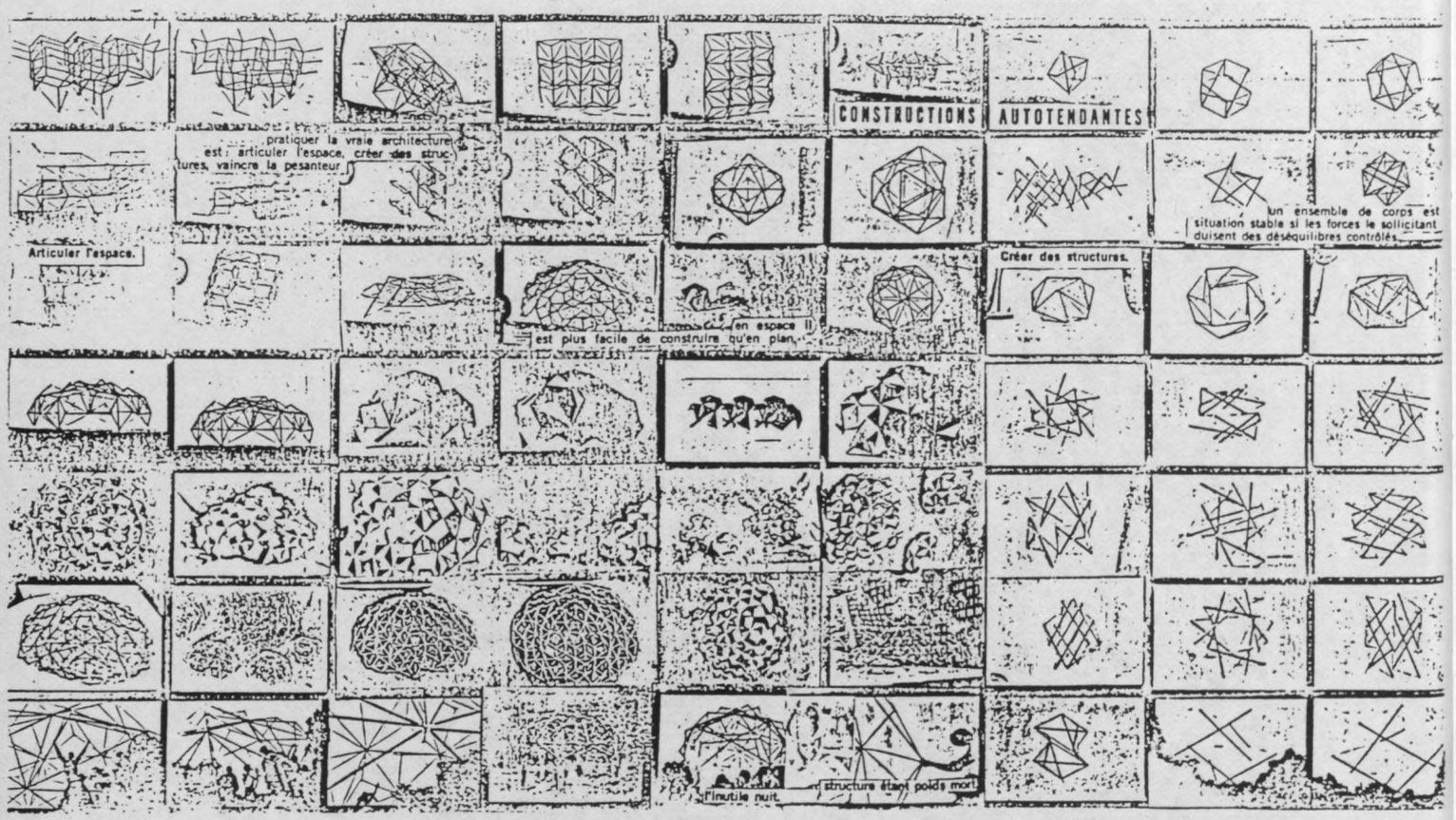
Séminaire sur les autotendants, Pays-Bas.



Groupe de recherche "Hors concours", ENSBA 1966.

brevet d'invention concernant des "Organes d'assemblage pour charpente, en particulier pour l'industrie du bâtiment". Ce document décrit une structure où "un câble traversant les éléments et les organes d'assemblage intermédiaires court tout le long de la charpente ainsi constituée et est arrimé à ses extrémités, assurant ainsi la solidarisation des divers éléments et la constitution d'une charpente en forme de chaîne à laquelle on peut donner des dispositions très variées".

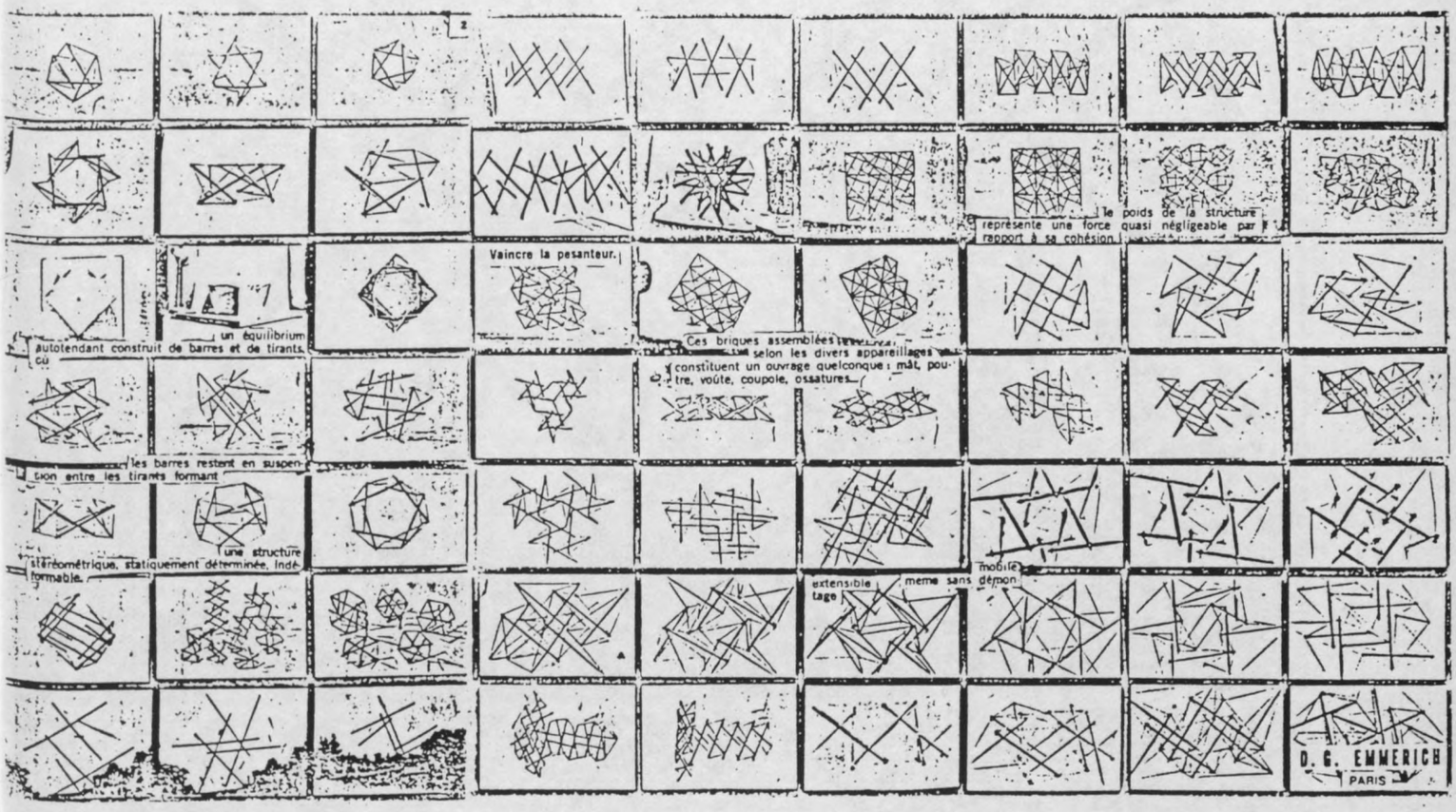
Cimaise d'Exposition, Maison des Beaux-Arts, Paris 1962.



Rédigé dans des termes trop généraux par un agent de brevet, ce premier brevet, délivré sous le n°1.238.308 a été suivi de deux autres brevets d'invention d'une nature plus spécifique utilisant le terme "autotendant". Déposés tous les deux à la date du 10 avril 1963, l'un délivré sous le n°1.377.290 a pour titre "Construction des réseaux autotendants" et concerne la composition spatiale des charpentes à double ou multiples couches; le second délivré sous le n°1.377.291 a pour titre les "Structures linéaires autotendantes" et s'étend à la construction des mâts, ponts et en général aux pièces oblongues droites ou courbes.

Pendant ce temps, suite à nos contacts développés dès sa création, en 1962, avec le Centre Technique Industriel de la Construction Métallique (CTICM), le soutien de cet organisme nous a permis de prendre des brevets dans les pays européens industrialisés les plus importants. Au cours de 1964, des brevets internationaux ont été obtenus à base des deux actes français, en Italie, Allemagne et Angleterre.

En fait, entre ces deux dates, 1959-1964, pratiquement toutes les combinaisons autotendantes étaient découvertes et inventoriées. Outre les réseaux et coupoles appelés stéréométriques élaborés pendant les années précé-

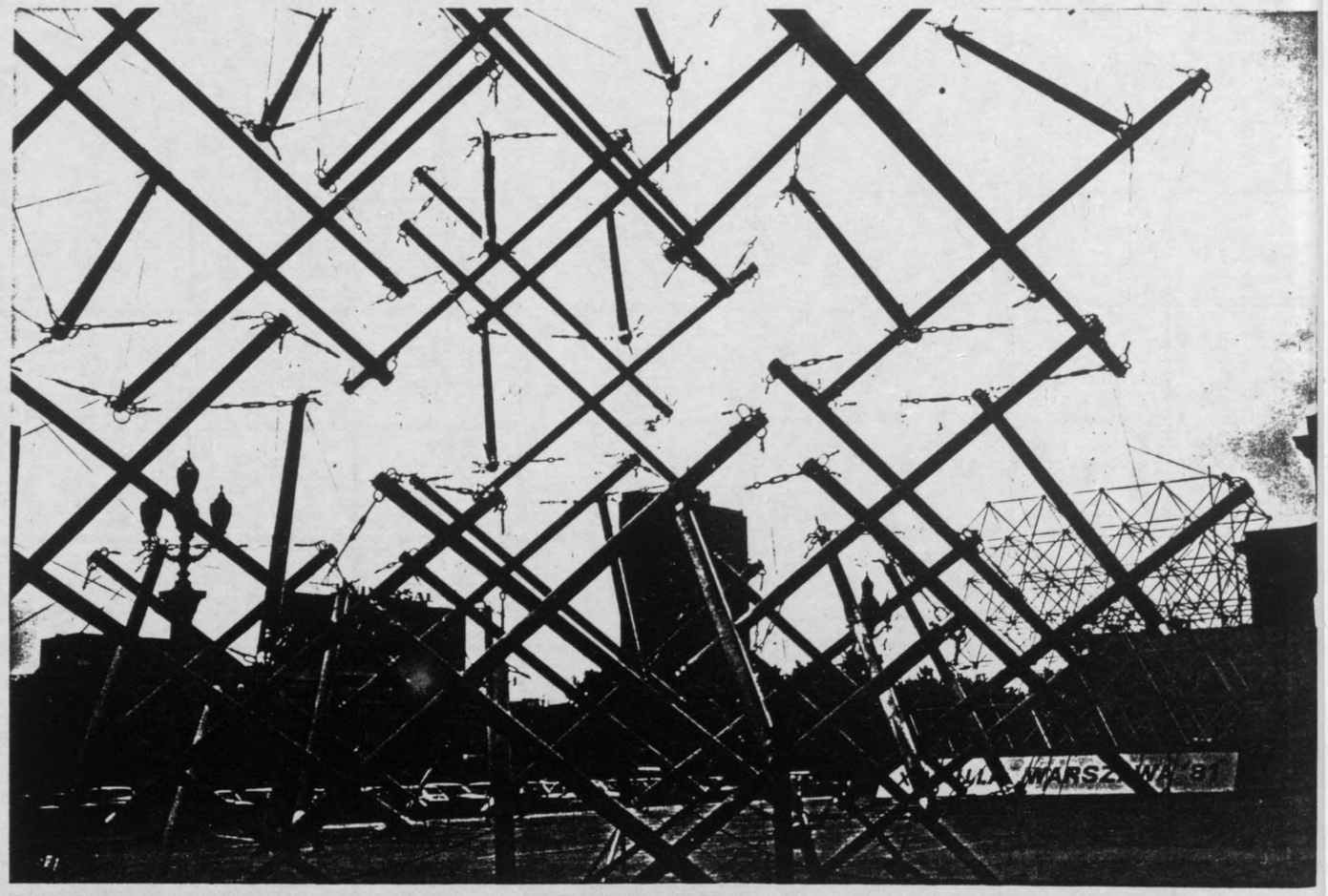


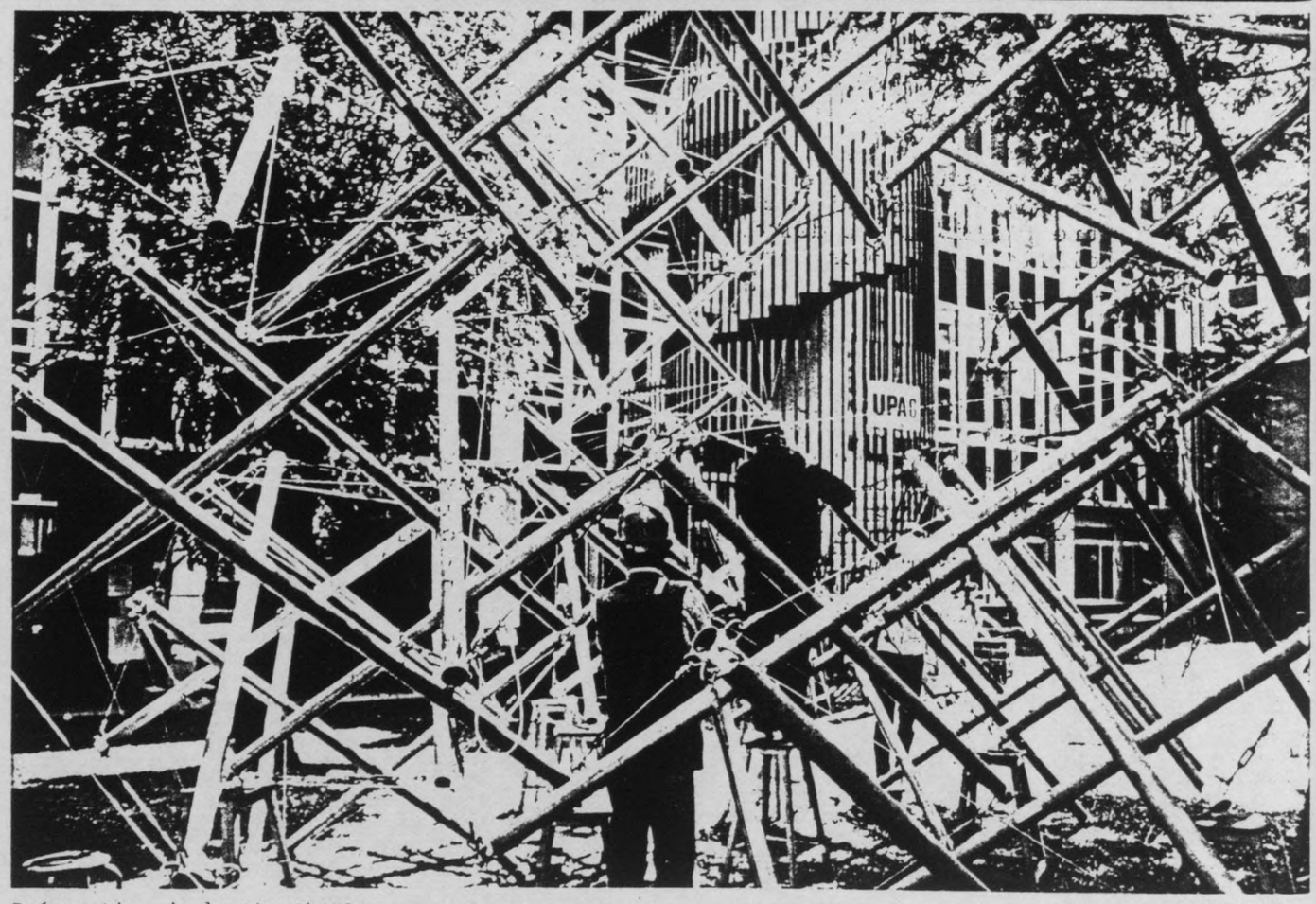
dentes, des douzaines de combinaisons autotendantes étaient exposées en 1962 à la Maison des Beaux Arts. Ces compositions permettaient la construction des mâts, tours, ponts, voûtes, coupoles et ossatures: pratiquement tous les organes d'un bâtiment, ce qui aurait été capable d'alimenter en programmes un laboratoire de recherche structurale pendant de longues années. Si toutefois un laboratoire de ce genre avait existé.

Pendant cette période, un seul essai et encore très partiel a été entrepris. Il était effectué dans le laboratoire de résistance de la Fédération Nationale du Bâtiment, par des ingénieurs peu enclins à comprendre le sens de ces recherches: le but étant non pas d'éprouver la résistance des matériaux employés, d'ailleurs largement connue, mais la résistance des formes statiques nouvelles.

Cette incompréhension était due à la dichotomie dans la formation des deux parties prenantes de l'art de construire: d'un côté les architectes dépourvus des connaissances leur permettant de concevoir des techniques nouvelles, et de l'autre côté des ingénieurs dressés seulement à dimensionner les ouvrages conventionnels que les architectes leur soumettent. Ils rejetaient d'emblée

Empilement autotendant pliable, · Congrès UIA 1981 Varsovie.





Préparation de la structure

et par à priori les structures autotendantes ou plus exactement leur validité à l'échelle du bâtiment en tant qu'ossatures porteuses et capables de supporter des charges utiles.

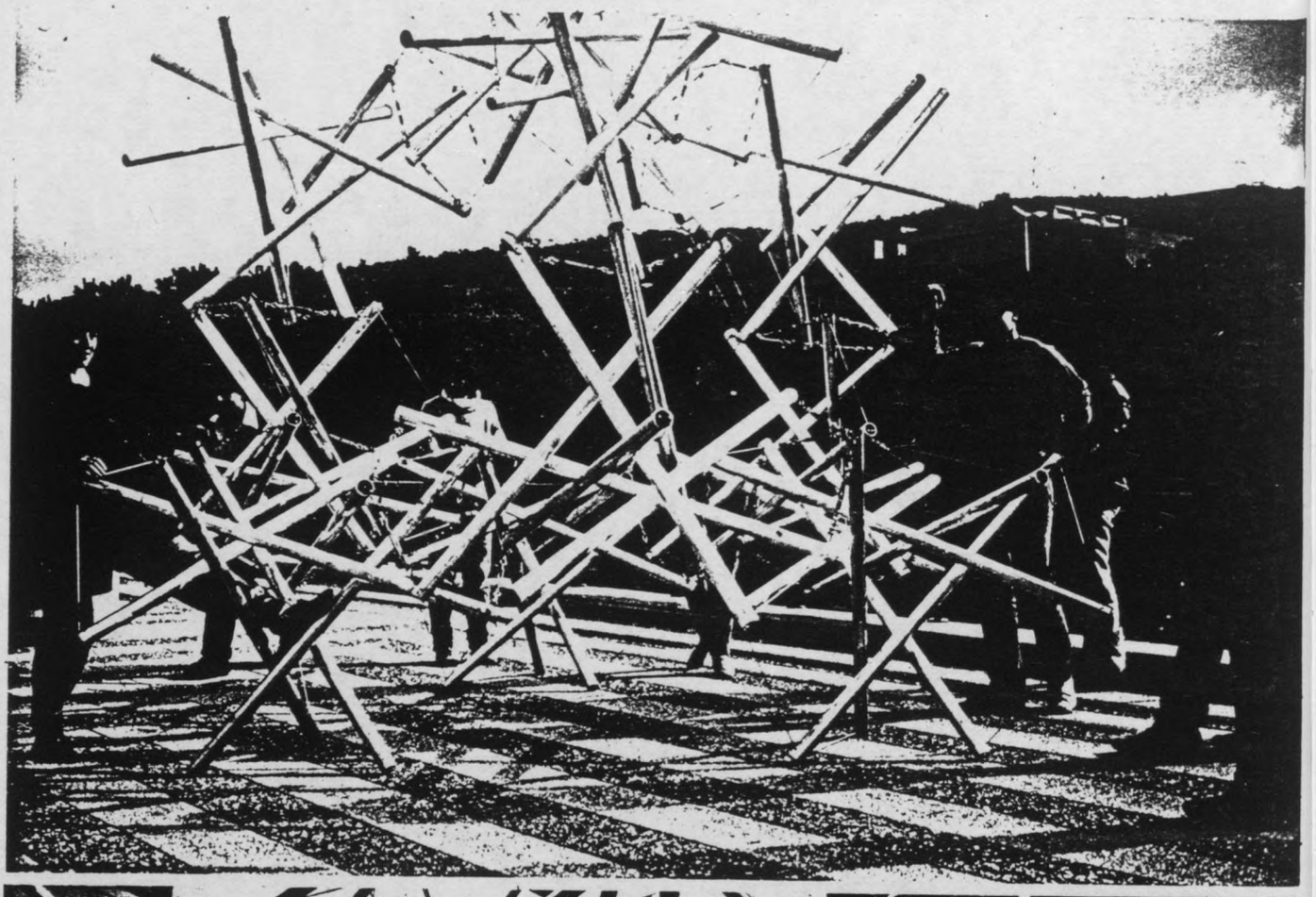
C'était essentiellement, la non conformité du dénombrement des barres par rapport au nombre des joints d'assemblage - qui ne correspondait pas à la formule en usage pour définir l'indéformabilité des charpentes triangulées, ces arrangements n'étant pas triangulés - qui servaient d'argument pour nier leur stabilité; ceci malgré les maquettes nombreuses et tangiblement indéformables. Les mêmes avatars survenaient en matière de calculs qui, fondés sur des programmes linéaires inadéquats, ont abouti à des résultats aberrants, prédisant la ruine du système sous l'effet d'une sollicitation même insignifiante.

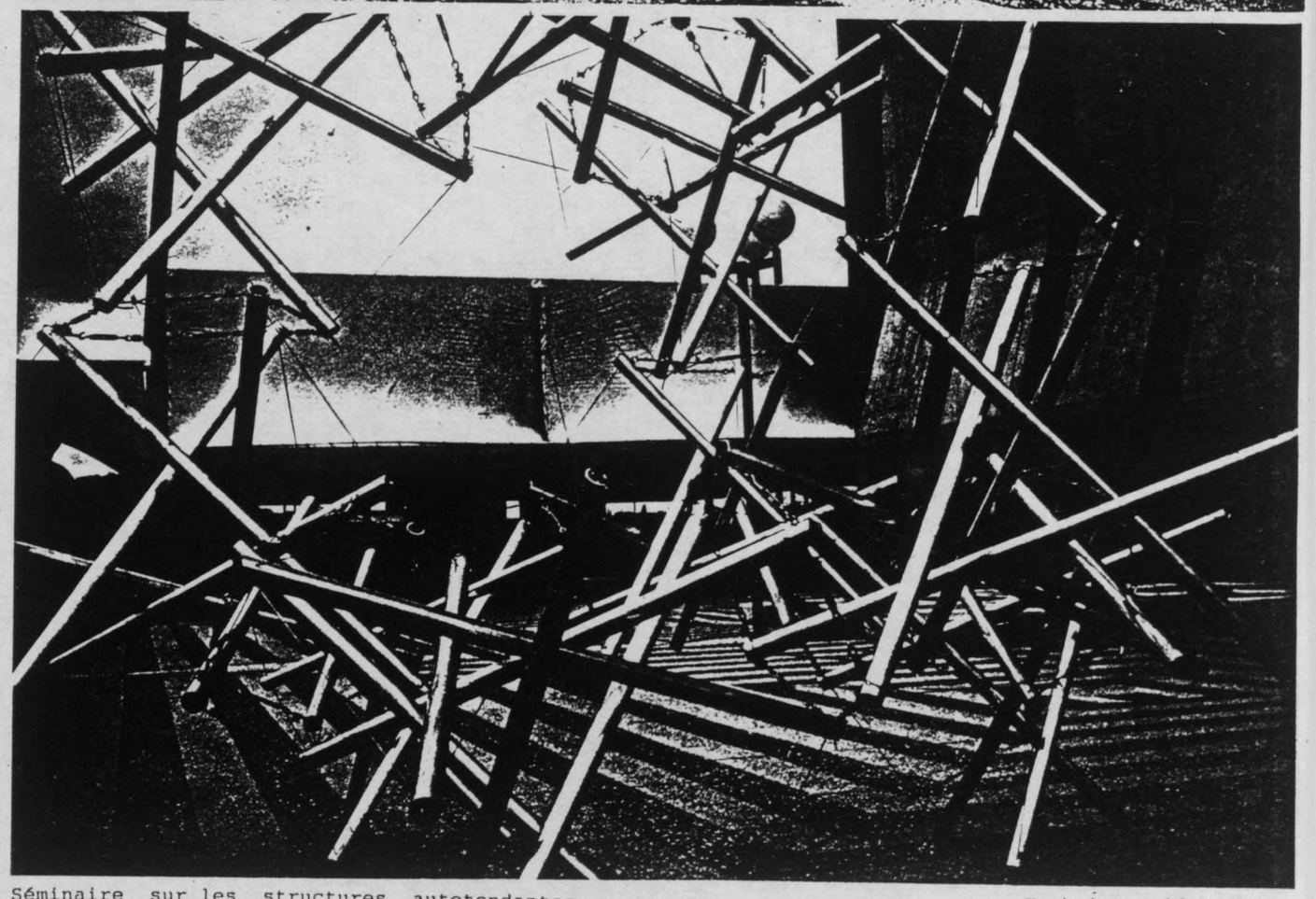
L'existence de compositions statiques semblables étaient cependant connues par les spécialistes et classées comme systèmes treillis "critiques ou surcritiques" - "instantaneously rigid" dans la littérature anglo-saxone - qu'il convenait évidemment d'éviter dans la pratique.

Parmi les scientifiques intéressés par les possibilités constructives de ces systèmes inorthodoxes et rebels aux analyses alors existantes, il faut citer Raymond Siestrunk et Jean Tardiveau, qui, en 1975, ont présenté, proposée par Maurice Roy à la section Mécanique de l'Académie des Sciences de Paris, une note ayant pour titre "Efforts et déformations dans les assemblages en treillis critiques et surcritiques en élasticité linéaire". Cette communication a ouvert la voie à toute une série de thèses universitaires sur ce sujet.

Nommé à l'Ecole Nationale Supérieure des Beaux Arts pour créer, dès 1964, un atelier de recherche structurale, j'ai animé d'abord un groupe "hors concours" avec la participation des élèves intéressés des divers ateliers. Les résultats de cette brève période d'activités, improvisées plutôt qu'organisées, étaient recueillis dans "Exercices de Géométrie Constructive" édité en 1970 par le Centre de Diffusion de l'ENSBA et réimprimé en 1985 par les Editions de la Villette. Une partie importante des travaux concerne les structures autotendantes, réalisées en acier, aluminium, bambou et même en gonflable.

Lors de la 1ère Conférence Internationale sur les Structures Spatiales, en publiant sous le titre "Réseaux" une importante communication, j'ai pris le parti de diffuser plus largement la méthode même de construction des autotendants. Cet article amplement illustré par des figures et photographies de modèles,





Séminaire sur les structures autotendantes, Technion Haifa, 1986.

fut alors le seul à s'occuper de structures autotendantes; souvent cité en référence depuis l'édition en volume des "Conférences Papers", Blackwell Scientific Publications, Londres 1966, dans les monographies sur les structures spatiales, généralement sans autre précision.

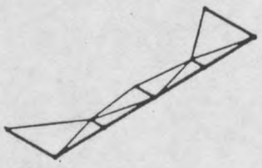
Il serait fastidieux d'énumérer les démarches entreprises durant la décade 1965-75 auprès d'organisations diverses en vue de développer ces techniques. Les quelques tentatives de réalisation restaient autant d'expériences avortées; tant par l'inadéquation de la législation technique que par les particularités de mes commanditaires de "fortune". Ce n'est qu'en 1976, dans le cadre d'un contrat CORDA (Comité de la Recherche et du Développement en Architecture) qu'était accepté un programme portant sur les "Systèmes stéréométriques et structures autotendantes". Les résultats de ces recherches étant présentés dans un rapport en 1977, le présent ouvrage n'est autre que la mise en forme de son contenu pour une diffusion plus large.

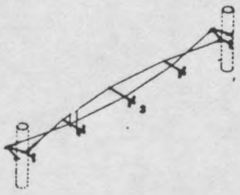
Plus récemment, était accordé par le MULT, un autre contrat de recherche sur les "Possibilités d'Application des Structures Autotendantes" et rendu en 1985.

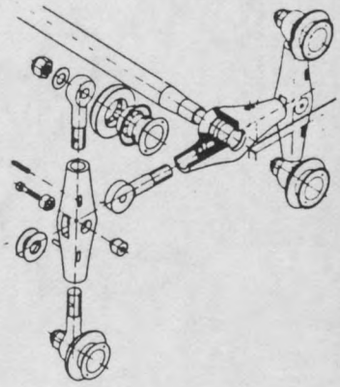
Entre temps, à l'occasion du XIVème Congrès de l'UIA, en 1981, un empilement autotendant a été élaboré pour être préfabriqué, prémonté, transporté puis déployé en une heure devant le Palais de la Culture à Varsovie. Il a été remonté en 1982, lors de l'exposition Inter-UP, au Palais des Etudes à l'ENSBA, puis proposé en 1983 au Concours de la Défense, recueillant le succès qu'on pouvait attendre.

Un autre type d'empilement autotendant fut enfin réalisé, en 1986, lors d'un séminaire intensif sur les structures tendues, organisé sous ma direction, par un groupe d'étudiants en architecture du Technion de Haifa.

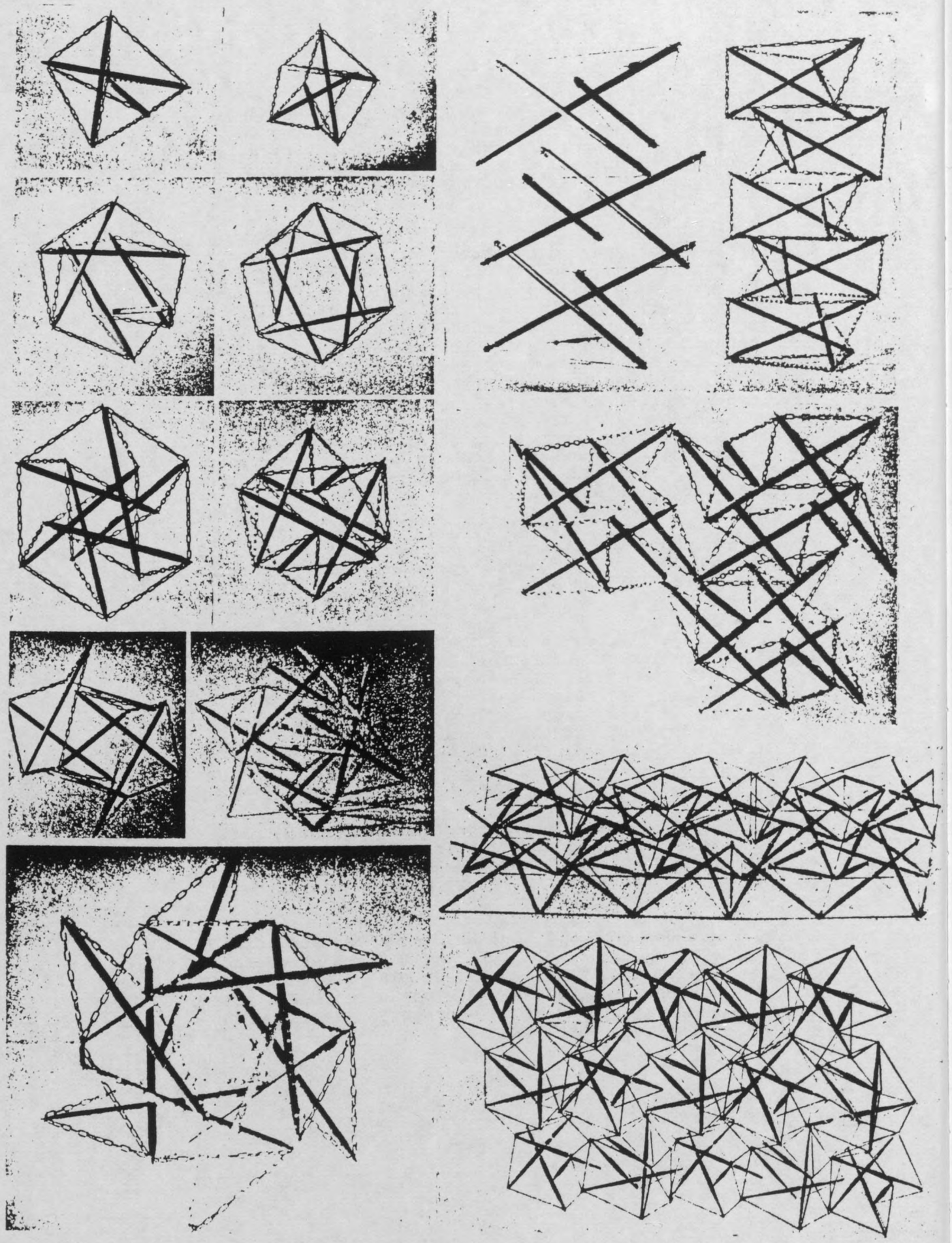
L'historique des constructions autotendantes se termine par ces ultimes exploits, certainement non sans lendemain, vu la réapparition de plus en plus fréquente des structures tendues, même si leur principe constructif n'est pas comparable au degré d'évolution de la conception des techniques autotendantes.



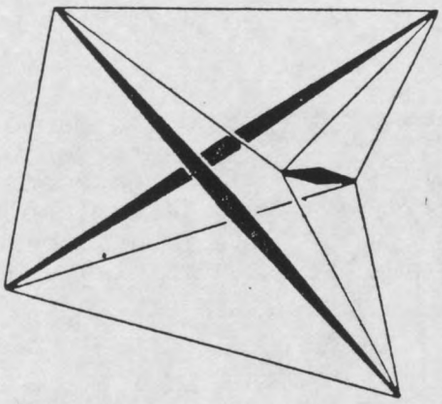




Simplex autotendants et assemblages



LA TECHNIQUE AUTOTENDANTE

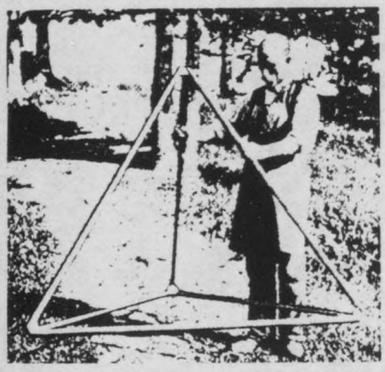


LES STRUCTURES SPATIALES ARTICULEES

La tendance actuelle de la construction favorise le monolithisme aussi bien dans le métal que dans le béton, bien que la véritable construction industrialisée, dont on peut attendre tôt ou tard l'effet bénéfique pour la production, soit fondamentalement opposé au monolithisme. En effet, industrialisation signifie fabrication en série de relativement petits éléments standard, qui peuvent être assemblés rapidement, à sec, donc sans colle ni soudure, et dans des formes variées. Si la fabrication d'éléments de structure en soi n'est plus un problème, l'assemblage en reste un, étant donné que le monolithisme actuel est la conséquence de l'orthogonalisme des formes non seulement dans le tracé général des structures, mais également dans le profilage des éléments qui sont, excepté le tube, tous fabriqués à l'équerre.

Certes, il est très aisé de découper le tube en longueurs identiques et obtenir ainsi une excellente barre de compression du fait de ses propriétés géométriques nettement supérieures à celles d'un profilé orthogonal. Mais, à cause de ces mêmes propriétés - par l'absence même des méplats - l'assemblage des formes arrondies est d'autant plus difficile sous des angles quelconques. De plus, les joints par encastrement ou par soudure ne font que rétablir, pour ainsi dire artificiellement, le monolithisme qu'on cherchait précisément à éviter. Les raccords fixes provoquent en outre dans les charpentes des moments secondaires non négligeables. Enfin, il n'existe pratiquement aucune méthode valable pour calculer la répartition des efforts dans une structure complexe à noeuds encastrés.

Alexander Graham Bell 1907



Cette situation est la cause principale qui peut expliquer, du point de vue technique, la lenteur du développemnt des structures spatiales. On pourrait attendre, en effet, qu'elles deviennent ces fameux "jeux de construction" avec lesquels on construira des bâtiments aussi librement qu'avec un "méccano", à condition de résoudre le problème des joints d'assemblages articulés, et du choix adéquat des formes qui doivent être d'une géométrie constructive indéformable.

D'une manière générale, des structures composées d'éléments oblongs peuvent être classées comme déformables, strictement indéformables et hyperstatiques de degré déterminable. Si les premières exigent l'emploi de joints soudés et encastrés, les autres sont parfaitement stables avec des joints articulables.

Evidemment, il y a tout avantage à choisir ces combinaisons à géométrie stable, car non seulement une telle structure est assemblable et démontable par des raccords mobiles et par pièces effectivement détachées mais, une fois l'encastrement éliminé, aucun effort de flexion ni de torsion ne peut plus se produire, seulement les efforts directs de compression ou de traction. De ce fait, la structure devient aussi facilement calculable.

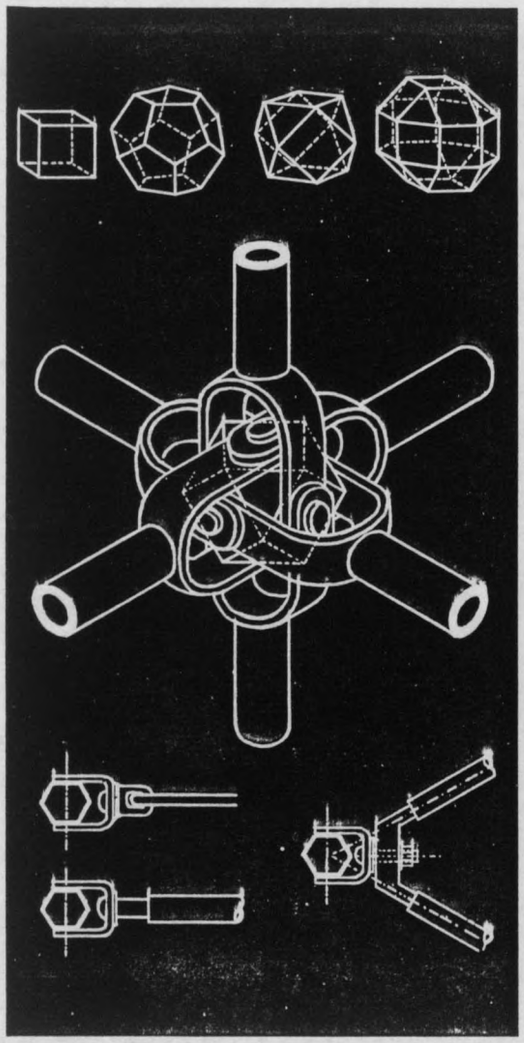
Un joint articulable, sorte de multi cardan, par exemple, pourrait résoudre les problèmes d'ajustage en éliminant les découpes compliquées et il permettrait également la rencontre des membrures, plus exactement de leurs axes géométriques, dans un centre unique, condition idéale pour le calcul. Enfin, ce serait en même temps un noeud universel, ses branches étant orientables, donc utilisable pratiquement dans tous les réseaux. Il est breveté en France depuis 1966 sous le N°1.469.641.

Cependant, si parmi la grande quantité de systèmes stéréométriques matérialisés de membrures linéaires, on peut trouver nombre de compositions indeformables, la plupart de celles-ci sont constituées de telle manière que les sollicitations externes diverses provoquent dans les membrures des renversements d'efforts. Cela signifie que toutes les membrures doivent pouvoir travailler aussi bien à la compression qu'à la traction, avec tous les inconvénients que cela comporte. Et on sait qu'un élément oblong travaillant à la compression et qui est donc susceptible de flambage, doit être dimensionné avec une section, dans certains cas, plusieurs dizaines de fois plus grande qu'un élément travaillant à la traction.

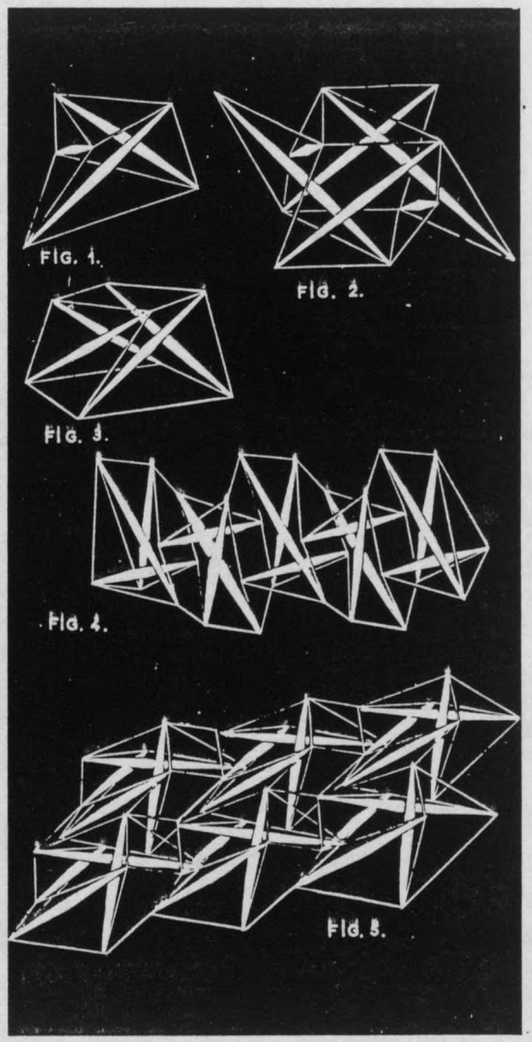
Or, parmi les combinaisons indéformables, il en existe un certain nombre où il ne se produit pas de renversement d'efforts, où quelque soit la direction des sollicitations externes, les efforts internes dans les éléments resteront toujours de même nature, soit compression, soit traction. Cela signifie que les membrures travaillant en permanence à la traction ne doivent plus être dimensionnées pour subir le flambage.

Cette situation ne peut être obtenue qu'en rompant toute continuité entre les éléments travaillant à la compression, lesquels comme mus par une apparente force de lévitation semblent flotter dans l'espace, soustendus toutefois par les éléments de traction.

On imagine l'importance de l'économie de matière réalisable par ces structures privilégiées si on considère que les combinaisons isostatiques de cette espèce se contentent d'un quart de barres de compression, où donc trois membrures sur quatre sont des tirants.



Un nœud universel.



Les équilibriums élémentaires et leurs combinaisons les plus simples.

LES PRINCIPES DE CONSTRUCTION DES AUTOTENDANTS

En principe, une structure autotendante se compose de deux ou plusieurs solides polyédriques qui peuvent être identiques ou différents. Le rôle de ces polyèdres est comparable à celui des briques ou des moellons qui assemblés suivant un appareillage adéquat constitueront un ouvrage ou un élément de construction quelconque, mât, nappe, arche, coupole, etc...

Il existe une analogie remarquable entre la stéréochimie synthétisant un réseau cristallin à partir de molécules isolées et la construction d'un réseau stéréométrique à partir de polyèdres isolés. Dans chacune, il faut choisir convenablement éléments et combinaisons.

Une structure autotendante est composée également de polyèdres mais d'un type particulier où le renversement d'efforts entre membrures comprimées et tendues ne se produit pas: quelque soit l'attaque externe, l'ensemble reste équilibré. Les membrures de chaque équilibrium sont des barres et des tirants, les barres travaillant à la compression étant isolées entre elles et les tirants travaillant à la traction formant une configuration polyédrique continue.

Les avantages de tels ensembles notamment, indéformabilité, résistance, légerté, sont connus depuis longtemps. Comme il a été évoqué précédemment,le gréement haubanné des voiliers, l'hélice des moulins à vent méditerranéens, de même que leur inverse la roue de bicyclette, sans oublier les empennages des premiers avions, peuvent être considérés comme les ancètres des structures autotendantes, étant globalement indéformables et où, cependant, certains éléments solides étaient déjà imbriqués isolément à l'aide de tension. Les fermes Polonceau, inventées en 1837, étaient également d'une conception très proche bien qu'elles fussent irréversibles et sujettes à déversement dans le plan. Les structures préconisées par Viollet-le-Duc dans les Entretiens ont non seulement énoncé l'emploi des polyèdres, mais ont cherché à extrapoler en volume les caractéristiques des charpentes tendues.

Plus récemment, certaines combinaisons autotendantes primitives étaient utilisées individuellement en tant qu'élément plastique, tels les signaux du Festival de

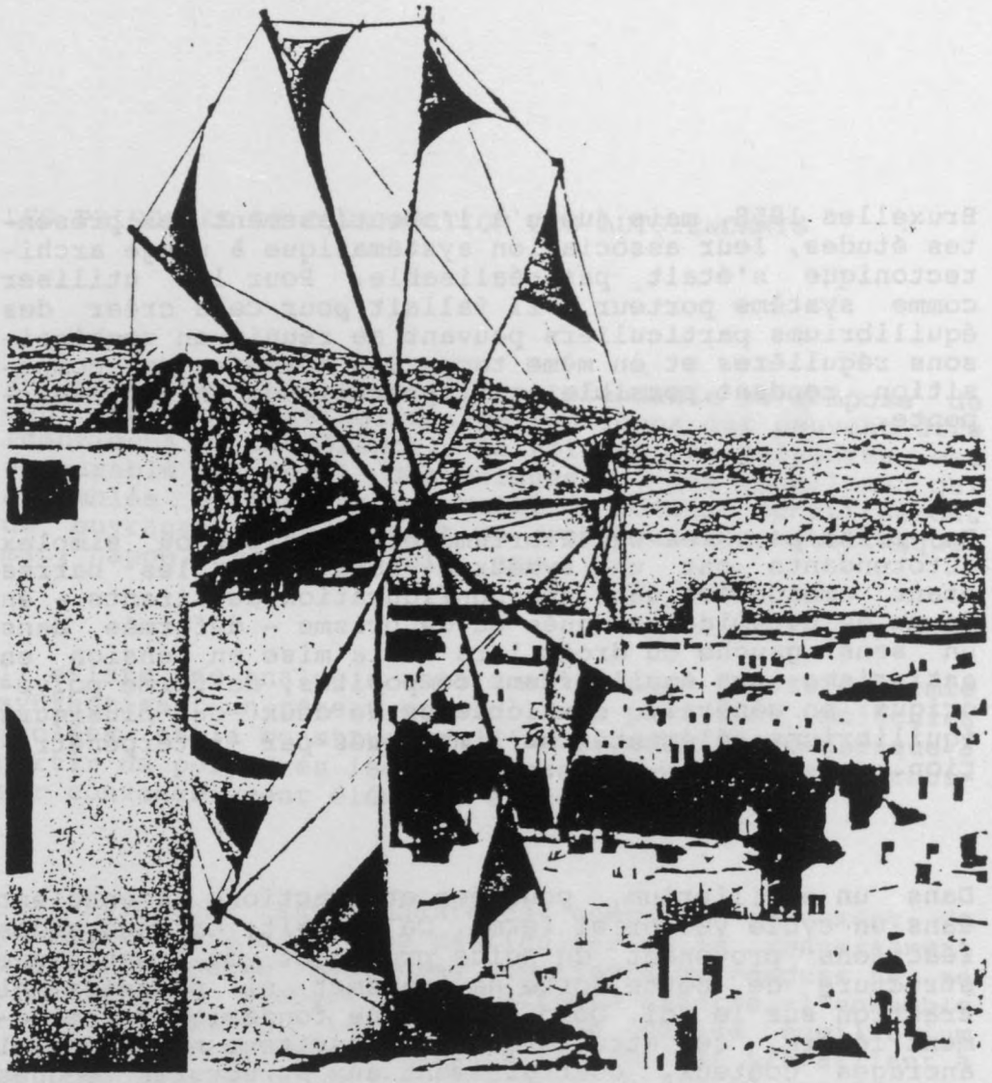
Bruxelles 1958, mais jusqu'à l'aboutissement des présentes études, leur association systématique à usage architectonique n'était pas réalisable. Pour les utiliser comme système porteur, il fallait pour cela créer des équilibriums particuliers pouvant se réunir en combinaisons régulières et en même temps des méthodes de composition rendant possible leur appareillage en une charpente.

En principe, les équilibriums élémentaires ou simplex autotendants ont une symétrie rotatoire, les barres étant embauchées dans une configuration de tirants - en forme de pyramide tronquée ou de prisme - déformée dans un sens gauche ou droit lors de la mise en tension en antiprisme. Des équilibriums composites, de forme polyédrique en général, sont obtenus de deux ou plusieurs équilibriums élémentaires imbriqués par interpénétration.

Dans un équilibrium, poussées et tractions s'annulent dans un cycle vectoriel fermé. De ce fait, en dehors des réactions provenant du poids propre et du vent, une structure de cette sorte ne transmet ni poussées ni traction sur le sol. Donc à part une fondation relativement légère, ces structures ne nécessitent ni culées ni ancrages coûteux, contrairement aux structures tendues habituelles.

Une structure autotendante en forme de mât, réseau double nappe ou empilement, est bâtie par la combinaison de plusieurs équilibriums qui sont des solides ayant une symétrie rotatoire et dont les arêtes sont constituées de barres et de tirants. Deux équilibriums sont réunis par une maille de jonction commune, qui est une face polygonale composée de tirants : base en cas de superposition ou face latérale en cas de juxtaposition.

Dans un assemblage les noeuds sont situés sur deux ou plusieurs niveaux, où les nappes reliant les noeuds sont compoées uniquement de tirants, les liaisons entre ces nappes étant réalisées par des barres et un nombre égal de tirants. Les membrures se joignent uniquement par leurs extrémités dans les noeuds, lesquels reçoivent en principe l'extrémité d'une seule barre. Toutes les membrures sont rigidement écartées et en même temps solidarisées sous l'effet d'une précontrainte qui est réalisée par la mise en tension interne de la configuration de tirants, sans nécessité d'ancrage ou autre transmission d'effort extérieur, de même que dans une structure autoportante, d'où notre dénomination "autotendante".



SIMPLEX TENDUS ET AUTOTENDANTS

Ces charpentes anciennes, connues parfois depuis fort longtemps, peuvent être incorporées dans une classification. Partant des polyèdres les plus primitifs, comportant le nombre le plus faible d'articulations, il est possible de réinventer en quelque sorte tous les simplex polyédriques autostables tendus.

Le tétraèdre, le premier de tous les volumes avec ses quatre sommets et autant de faces, peut être déjà transformé en structure différenciée à l'aide d'une stellation comprimée qui rend ses six arêtes tendues. Immédiatement après, suit le bitétraèdre, archétype des bipyramides: ces corps donnent naissance au premier type de structures semi-autotendantes, les "roues de bicyclette" où les éléments comprimés sont dissociés en deux groupes au moins et les tirants forment une configuration continue. L'inverse de ce système produit les "parapluies" qui sont des combinaisons à barres différenciées, où les barres comprimées forment un continuum et les tendeurs deux groupes. Les formes involuées des prismes, de même que celles des antiprismes sont également transformables à l'aide d'une stellation centrale en systèmes différenciés; utilisés depuis des temps immémoriaux, comme mâture de tente, chaise pliante, dévidoir de fil, etc...

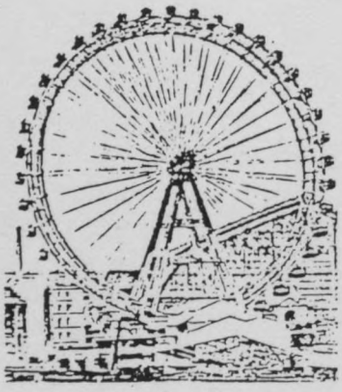
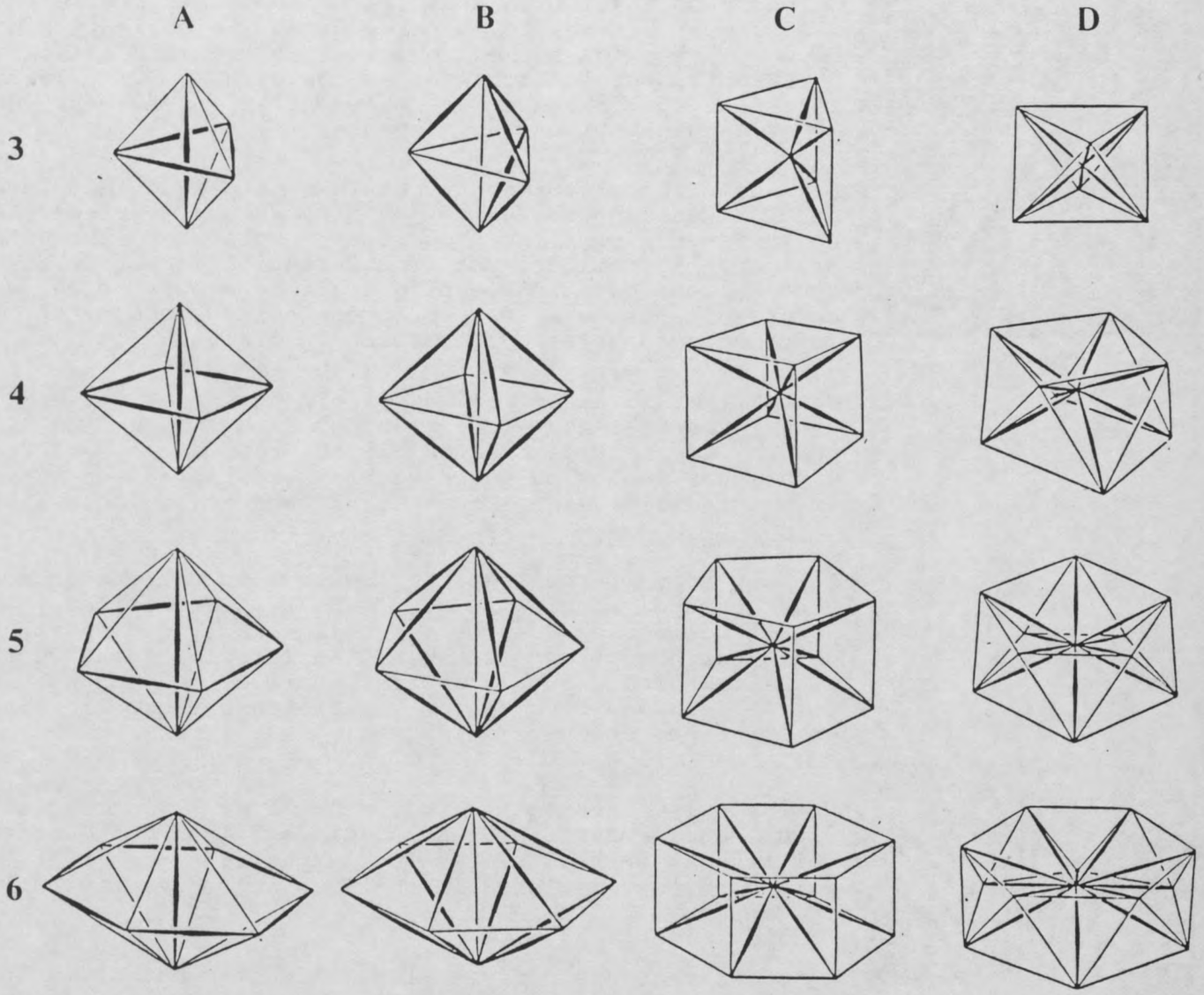
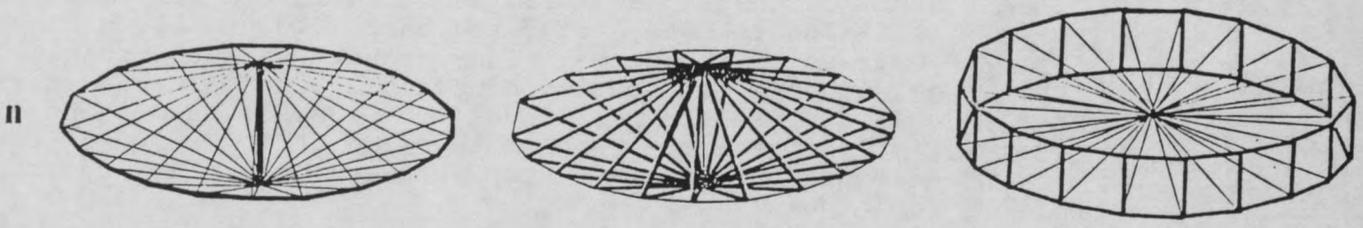
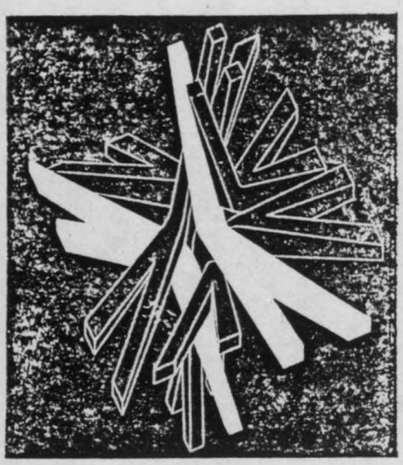


PLANCHE I



Dans la planche synoptique I ces entités statiques autostables ou simplex tendus primitifs sont représentés, rangés horizontalement selon une symétrie d'ordre 3, 4, 5, 6; verticalement la colonne "a" montre les "roues de bicyclette"; "b" les parapluies"; "c" les stellations prismatiques; "d" les stellations antiprismatiques. En poursuivant la série des polygones de n côtés jusqu'à l'infini on s'approche évidemment des formes circulaires.





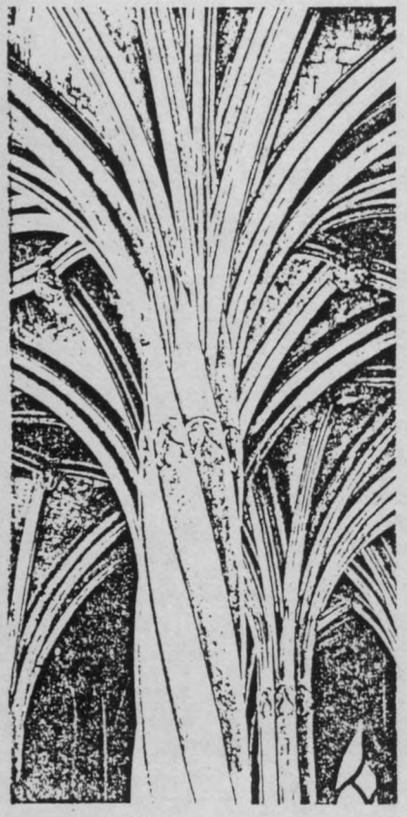
Konrad Wachsmann

D'autres extrapolations consistent à multiplier les "moyeux" ou leurs inverses; ou bien le nombre des "jantes" polygonales aussi bien dans les roues de bicyclette que que leurs inverses, les parapluies. On obtient ainsi deux classes de formes nouvelles, les lenticulaires, d'où sont issus les systèmes de couvertures circulaires les plus performantes actuellement et les fuseaux oblongs à usage de ponts ou antennes.

Les assemblages stéréométriques des corps qui immédiatement suivent en complexité les bipyramides, prismes et antiprismes, sont leurs composés: notamment, les antiprismes bipyramidés. La transformation par étape de ce type de configurations expliquerait le mieux, bien que ce ne soit pas la méthode qui mena à leur découverte, le fonctionnement statique des simplex élémentaires.

Cette famille de formes composée d'un antiprisme et de deux pyramides peut être transformée à l'aide d'un mât central servant de moyeu à une "bi-roue de bicyclette" ayant deux jantes polygonales rigides, toutes les autres arêtes radiales et obliques étant tendues (colonne a).

Partant des bi-roues de bicyclette, on obtient un nouveau groupe appelé "toupies" en remplaçant les deux jantes solides par des barres obliques rigides enjambant deux par deux les triangles antiprismatiques. Cette transformation, qui dissocie entre elles toutes les barres solides, rend toutes les arêtes du corps initial, en principe, tendues (colonne b).



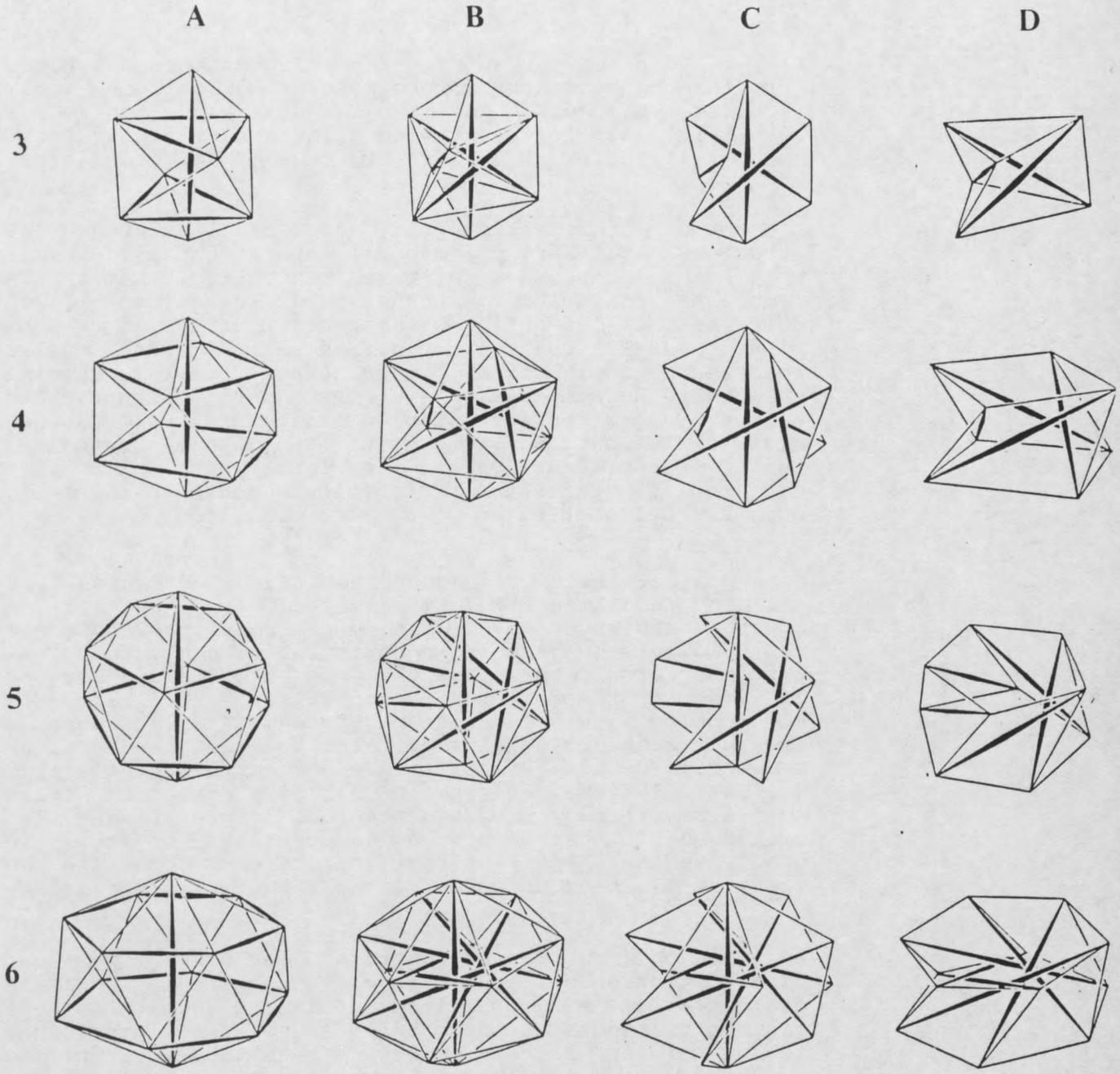
St. Séverin

En principe seulement, car à cause de l'introduction d'un sens rotatoire dans la disposition des barres, certaines membrures se révèlent superflues. En fait, il existe deux solutions alternatives selon les membrures éliminées.

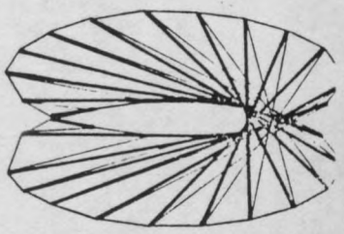
Le premier groupe dérivé, les "hélices", est obtenu par la suppression de tous les tirants obliques en position perpendiculaire aux barres obliques et ceux des deux ceintures polygonales, donc exactement la moitié de tous les tirants initialement présents (colonne c).

Le deuxième groupe dérivé, qui donne les autotendants antiprismatiques les plus simples de leur espèce - les archétypes - est obtenu par l'élimination et du mât central et des deux haubannages radiaux ainsi que par la suppression des obliques perpendiculaires aux barres; donc là aussi par l'élision de la moitié des membrures initiales tendues, plus une barre. Outre les barres de compression obliques, les archétypes autotendants ne gardent que les deux ceintures polygonales et un tirant oblique par barre rigide, étant ainsi parmi tous les simplex stables les plus légers, où le rapport entre éléments tendus et comprimés est le plus favorable (colonne d).

PLANCHE II



Si les hélices se présentent déjà comme des entités stables assez étonnantes où les barres semblent flotter autour d'un axe, les autotendants élémentaires sont les plus remarquables parmi tous les simplex stables du fait de leur extrême simplicité et de leur aptitute à entrer dans des compositions très variées - linéaires, planaires, polyédriques, spatiales - bref, par leur facilité combinatoire.



CARACTERISTIQUES DES SOLIDES AUTOTENDANTS

L'étude des solides autotendants élémentaires est basée sur les connaissances morphologiques des solides semi-réguliers simples et les diverses classes de polyèdres réguliers. Ces formes stéréométriques sont pratiquement toutes transformables en structures autotendantes.

L'hypothèse initiale était de supposer l'existence de structures polyédriques minima, statiquement déterminées, aux noeuds desquelles se rencontrent le moins de membrures possibles dont une seule travaillant à la compression, les autres à la traction. L'équilibre d'un point dans l'espace étant défini par au moins quatre forces non coplanaires, en principe, trois tirants et une barre de compression seulement sont incidents à un sommet. Chaque configuration sommitale considérée isolément correspond au fond à un haubannage ordinaire. Quand, exceptionnellement, les forces sont coplanaires dans une combinaison, trois forces sont suffisantes, dont une de compression et deux de traction.

Dans un équilibrium, chaque élément de compression est incident seulement à deux sommets où il n'est pas en contact avec un autre élément de compression. Tandis que les éléments de traction constituent un continuum, qui peut donc être matèrialisé de manière flexible. Lors de la mise en tension, ou précontrainte, une barre de compression isolée ne peut pas transmettre la compression aux éléments voisins qui sont tous des tendeurs, ni provoquer de flexions ou torsions étant assujettie par des articulations mobiles. D'où l'élimination de toute surépaisseur due au besoin éventuel d'inertie dans les trois quarts des membrures structurales environ; le quart restant, pouvant être réalisé pour combattre au mieux le flambage en forme de barre à inertie variable.

La mise en forme par précontrainte est obtenue par une mise en tension qui peut être provoquée par l'élongation des barres ou le raccourcissement des tendeurs. La configuration tendue est comparable à un filet à provisions tendu par un certain nombre de baguettes qui ne se touchent pas. Le plus simple de ces filets n'a que six noeuds, cinq mailles et trois barres.

Lors de la mise en tension, la configuration souple qui, en principe, suit la forme d'un solide régulier, afin d'être constructible d'éléments standard, n'épouse pas toujours la forme polyédrique originale, mais subit, tout en gardant intactes les connections structurales, une déformation continue qui est rotatoire. La forme obtenue est dite homéomorphe au polyèdre original; le déplacement des sommets étant hélicoïdal.

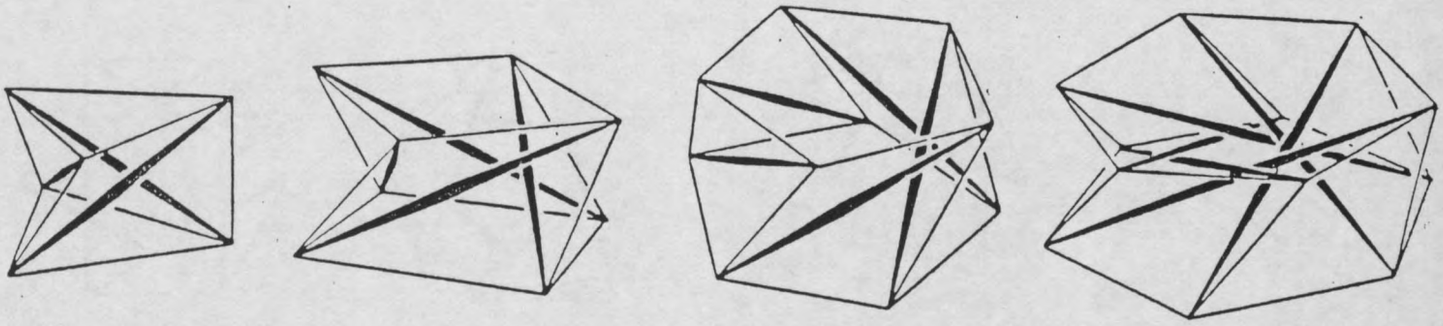
Les solides autotendants élémentaires peuvent être classés, suivant cette tendance rotatoire, en deux catégories : les structures monoaxiales, ou hélicoïdales, avec un axe de symétrie rotatoire unique et leurs combinaisons également monoaxiales, d'une part, et les structures polyédriques régulières et semi-régulières avec plusieurs axes de symétrie homothétiques équivalents qui deviennent autant d'axes de rotation, d'autre part.

Les autotendants de la première catégorie ont la forme de solides simples à un axe principal : prisme, antiprisme, pyramide tronquée, ou des formes composites obtenues par la pénétration axiale partielle ou complète de deux solides simples.

Dans un équilibrium élémentaire, la déformation homéomorphe se caractérise par une tendance des sommets de la face supérieure à se déplacer par rapport à la base suivant une trajectoire hélicoïdale et par un gauchissement des faces quadrilatères latérales. Le déplacement dans le sens des aiguilles d'une montre est dextrogyre, dans le sens inverse lévogyre. Dans un équilibrium composite dérivé de l'interpénétration de solides d'orientation opposée, cette action peut être compensée ou en partie annulée. C'est le cas d'un équilibrium inactif ou "racémique" par analogie avec la chimie.

En principe, à chaque sommet d'un équilibrium se rencontrent une seule barre de compression et au moins deux tirants. La barre prend toujours une position diagonale sur une maille latérale quadrangulaire. En cas d'équilibrium composite, les barres relient les mêmes sommets qu'elles reliaient à l'origine dans les corps élémentaires.

Entre les mailles supérieures, le nombre des tirants est au moins égal au nombre des barres, mais on peut en rajouter et réaliser toutes les liaisons possibles entre les sommets et arriver à la triangulation latérale de la configuration des tirants. L'ensemble saturé devient un deltoèdre polygonal ou antiprisme. Un tel équilibrium a des liaisons saturées. Il y a évidemment des états intermédiaires.



RIGIDITE DES SIMPLEX AUTOTENDANTS

La forme générale des autotendants élémentaires est un antiprisme; solide comparable à un prisme dont les deux bases polygonales ont subi une dérotation relative. Un simplex de n côtés se compose de deux n-agones tendus et de n-tirants obliques, d'une part, et de n-barres de compression, en principe obliques, d'autre part; donc au total : de 3n tirants et de n barres.

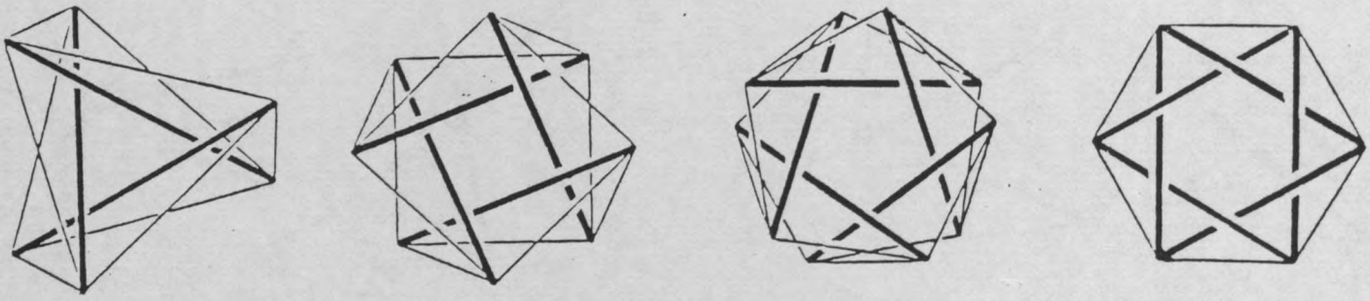
La forme idéale de ces solides serait, évidemment, l'antiprisme régulier à faces triangulaires équilatérales. Mais, ceci n'est possible qu'en cas de tétrapode; les trois autres simplex - tripode, pentapode et hexapode - s'ils sont constitués de tirants identiques ne trouvent leur équilibre que sous une forme modifiée. L'antiprisme régulier, en effet, peut être modifié par les opérations suivantes :

Translation : en variant la distance entre les deux bases, donc l'élancement du solide.

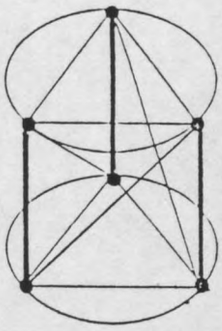
Dilatation : en variant les diamètres des deux bases donnant au corps une allure de pyramide tronquée.

Rotation : en variant le degré de dérotation relative des bases.

Les deux premières opérations modifient la hauteur et le profil, mais n'ont pas d'influence décisive sur la rigidité. Par contre, la dérotation des bases, qui peut être la même quelque soient la hauteur et le profil choisis, a une influence primordiale. En principe, plus forte est la dérotation, plus grande est la rigidité du simplex.



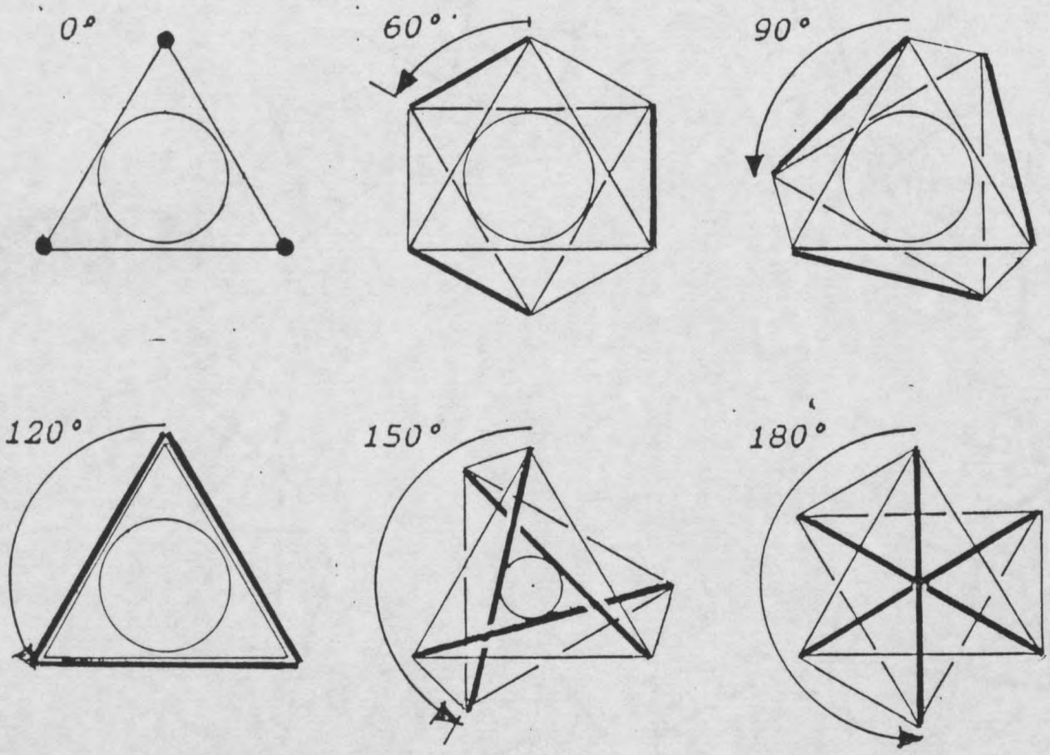
En choisissant les formes les plus régulières, les angles de dérotation par rapport à la génératrice verticale d'un prisme sont les suivants: "a" étant la dérotation des arêtes latérales tendues et "b" celle des barres de compression.



	a	b
Tripode	30°	150°
Tétrapode	45°	135°
Pentapode	54°	126°
Hexapode	60°	120°

Ces valeurs correspondent à des situations optimales de régularité ou de combinabilité. L'équilibre, c'est à dire la rigidité, intervient entre deux limites de dérotation, minimale et maximale.

En examinant, par exemple, le processus de dérotation dans un tripode, on constate que partant de la forme prismatique à 0° de dérotation, où les barres sont verticales, et passant par des stades de 60° et 90° de dérotation, où les barres occupent une position oblique correspondant à l'arête saillante d'un antiprisme, et jusqu'à 120°, où les barres deviennent les diagonales d'un prisme, la structure reste instable. Ce n'est qu'à partir du point critique de 120° et jusqu'à 180° - l'autre point critique provoquant la rencontre des barres et au delà duquel on passe dans la forme énantiomorphe - que la structure est rigide.



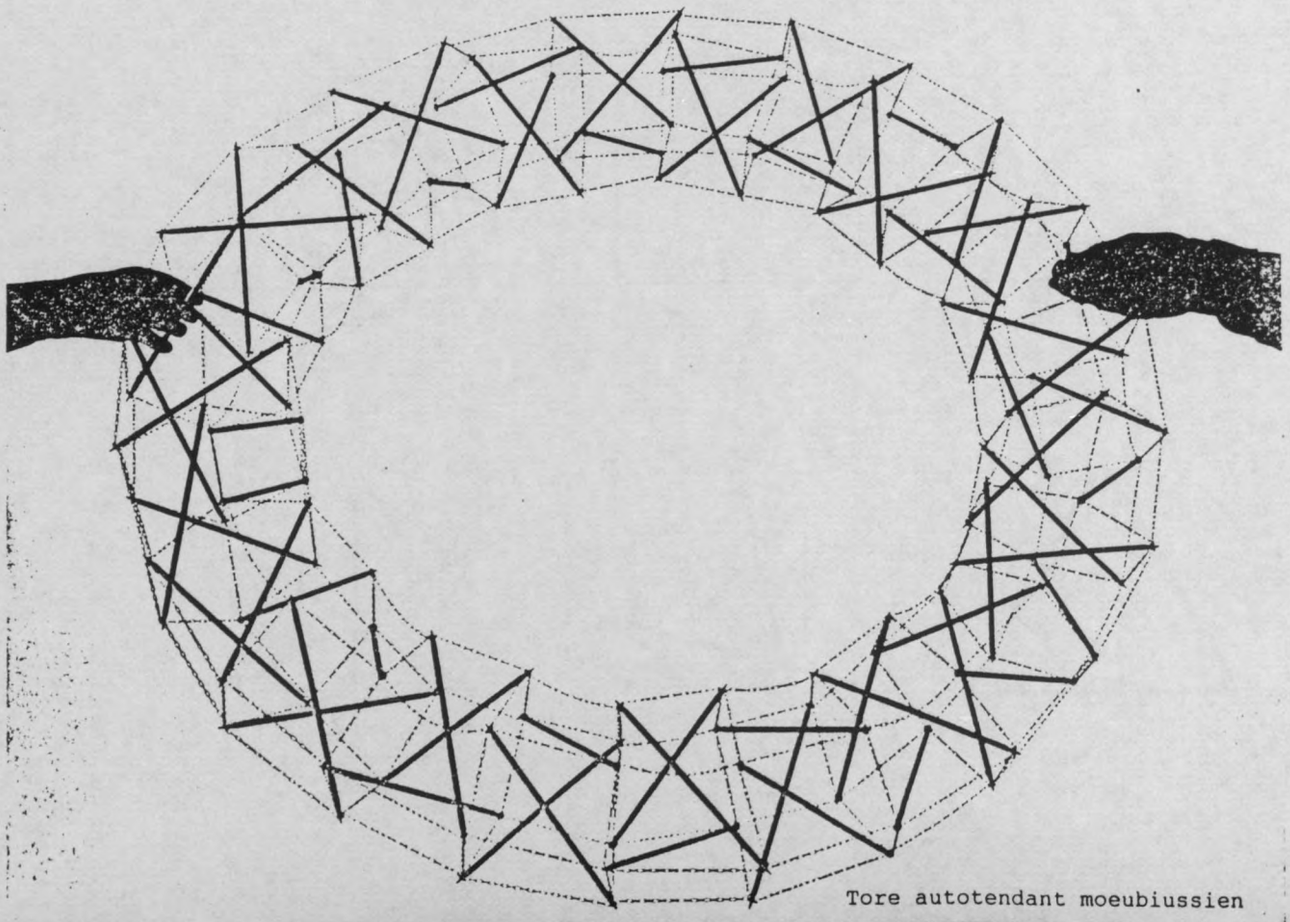
Curieusement, bien que ces données figurent déjà dans notre "Exercice de Géométrie Constructive" édité en 1970, ce problème de dérotation continue de faire l'objet de nombreuses études analytiques sous forme de doctes thèses. Pourtant, un des exercices exécutés sous notre direction et publié dans l'ouvrage cité sous le titre "Tore" précisait déjà les limites critiques et la position optimale de la rigidité du tripode. De plus, il a été avancé que ces limites, c'est à dire la dérotation minimale, peut être considérablement réduite sous certaines conditions. Notamment, en provoquant le blocage de la dérotation par une contre-torsion. La réduction de la dérotation en deçà de la limite inférieure admise dans un simplex individuel peut être obtenue :

en cas de structure oblongue ouverte en stabilisant les deux bases par des moyens extérieurs au système;

en cas de juxtaposition de plusieurs structures par la création de rouages autobloquants en alternant le sens de rotation des structures voisines;

ou bien, en cas d'une structure torique, sorte de couronne ou anneau, où la dérotation des simplex est compensée par une torsion inverse du tore.

Bien que chacune des deux premières possibilités mériteraient un développement plus ample, on se restreint ici à l'élaboration de la dernière - voir le chapitre consacré aux configurations et hypersimplex toriques.

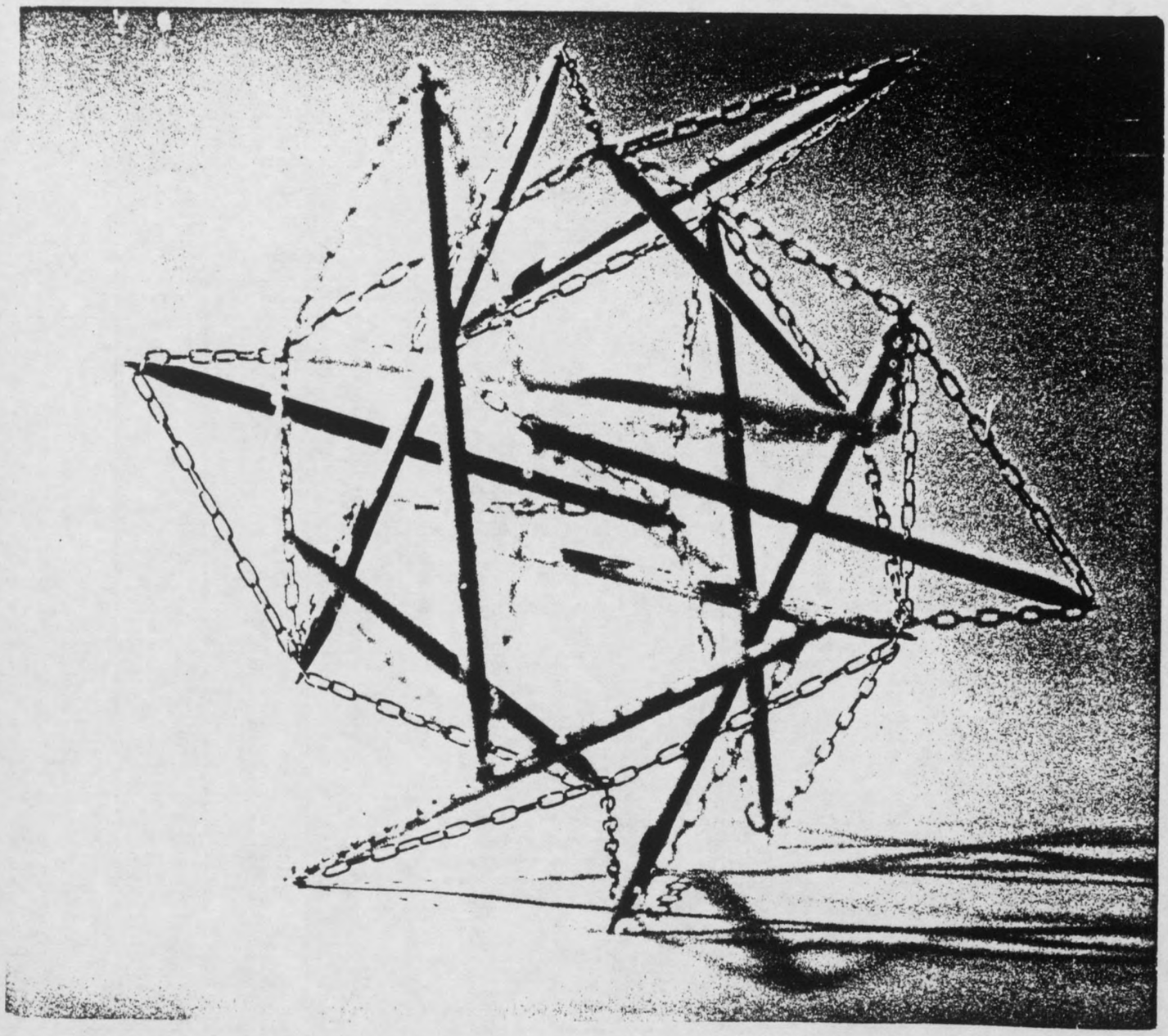


Tore autotendant moeubiussien

« NUL ENTRE ICI
QUI N'EST
GEOMETRE »
ACADEMIA

AUTOTENDANTS MONOAXIAUX

ELEMENTAIRES
COMPOSITES



AUTOTENDANTS MONOAXIAUX

ELEMENTAIRES
COMPOSITES

TABLEAU 1 AUTOTENDANTS ELEMENTAIRES MONOAXIAUX

N°	Nom	sous-ensemble		Nombre des Noeuds	Nombre des tendeurs	Nombre des barres	monogyre	racémique
	Antiprismes (archétypes)							
1	triangulaire			6	9	3	•	
2	carré			8	12	4	•	
3	pentagonal			10	15	5	•	
4	hexagonal			12	18	6	•	
	Toupies doubles							
5	hexagonale	toupie	triangulaire	14	18	7		•
6	octogonale		carrée	18	24	9		•
7	décagonale		pentagonale	26	30	13		•
	Interpénétrations							
8	stella octangula tronquée	antipyramide	triangulaire	12	18	6		•
9	interpénétration carrée		carrée	16	24	8		•
10	pentagonale		pentagonale	20	30	10		•
11	hexagonale		hexagonale	24	36	12		•
	Prismes							
12	hexagonal	antiprisme	triangulaire	12	18	6		•
13	octogonal		carré	16	24	8		•
14	décagonal		pentagonal	20	30	10		•
	Anneaux							
	triangulaire (icosaèdre)	antipyramide	triangulaire	12	24	6		•
15	carré		carrée	16	32	8		•
16	pentagonal		pentagonale	20	40	10		•
17	hexagonal		hexagonale	24	48	12		•
18	octogonal		octogonale	32	64	16		•
	Pénétrations							
19	carrée	antipyramide	carrée	16	24	8		•
	pentagonale (dodécaèdre)		pentagonale	20	30	10		•
20	hexagonale		hexagonale	24	36	12		•
21	octogonale		octogonale	32	48	16		•

Les simplex autotendants élémentaires et leurs assemblages composites dérivés directement par l'imbrication partielle ou complète de deux simplex identiques au long d'un axe commun ont été élaborés et présentés ici groupés en six classes appelées :

- antiprismes,
- toupies doubles,
- interpénétrations,
- prismes,
- anneaux,
- pénétrations.

Les cinq dernières classes constituent les autotendants composites.

Ces types d'assemblages sont à l'origine de diverses compositions de forme oblongue droite, ou courbe: mâts et tores. Tout en étant utilisables tel quel, ils peuvent être considérés comme des exercices pour découvrir des modes de liaisonnement possibles et également le comportement mécanique qui en résulte.

Les caractéristiques des structures autotendantes à axe unique sont rassemblées dans le tableau 1 avec indications des sous-ensembles en cas de formes composites, du nombre de noeuds, tendeurs et barres de compression et du caractère rotatoire: monogyre ou racémique.

Chaque structure est représentée sur une planche individuelle par le schéma stéréométrique montrant l'enveloppe polyédrique; une vue perspective de la structure et trois vues orthogonales dont une parallèle à la base; un homéogramme montrant sous une forme étalée les membrures avec numérotation des noeuds; une matrice d'incidence annexe précisant les liaisons, les barres étant marquées par les cases pochées pleines, les tendeurs par des demi-cases.

AUTOTENDANTS ELEMENTAIRES

ARCHETYPES ANTIPRISMATIQUES

Ces structures dérivent des roues de bicyclette polygonales en passant par des toupies autotendantes. Il n'existe qu'une demi-douzaine de structures de cette classe parmi lesquelles trois sont réellement simples : celles qui ont la forme antiprismatique à base triangulaire, carrée et pentagonale.

En suivant la transformation par étapes d'une roue de bicyclette polygonale, le comportement des simplex obtenus sera plus évident : le mécanisme statique d'une roue de bicyclette même triangulaire comprend une jante polygonale composée de barres de compression, un moyeu axial tendu par un haubannage bipyramidal. Dans une deuxième étape, cette structure primitive, déjà autoportante, est transformée par la dissociation du polygone de ceinture en basculant les barres au long des haubans de sorte qu'elles occupent une position diagonale; la toupie hélicoïdale obtenue est une véritable structure autotendante où toutes les barres sont isolées. Dans une troisième étape, les haubannages pyramidaux sont substitués par des chaînages polygonaux qui complètent une configuration antiprismatique de tendeurs où la position des barres imbriquées reste inchangée, la structure garde son indéformabilité. Les figures analytiques sur les pages gauches présentent les formes stéréométriques et les structures correspondantes aux trois étapes de la transformation.

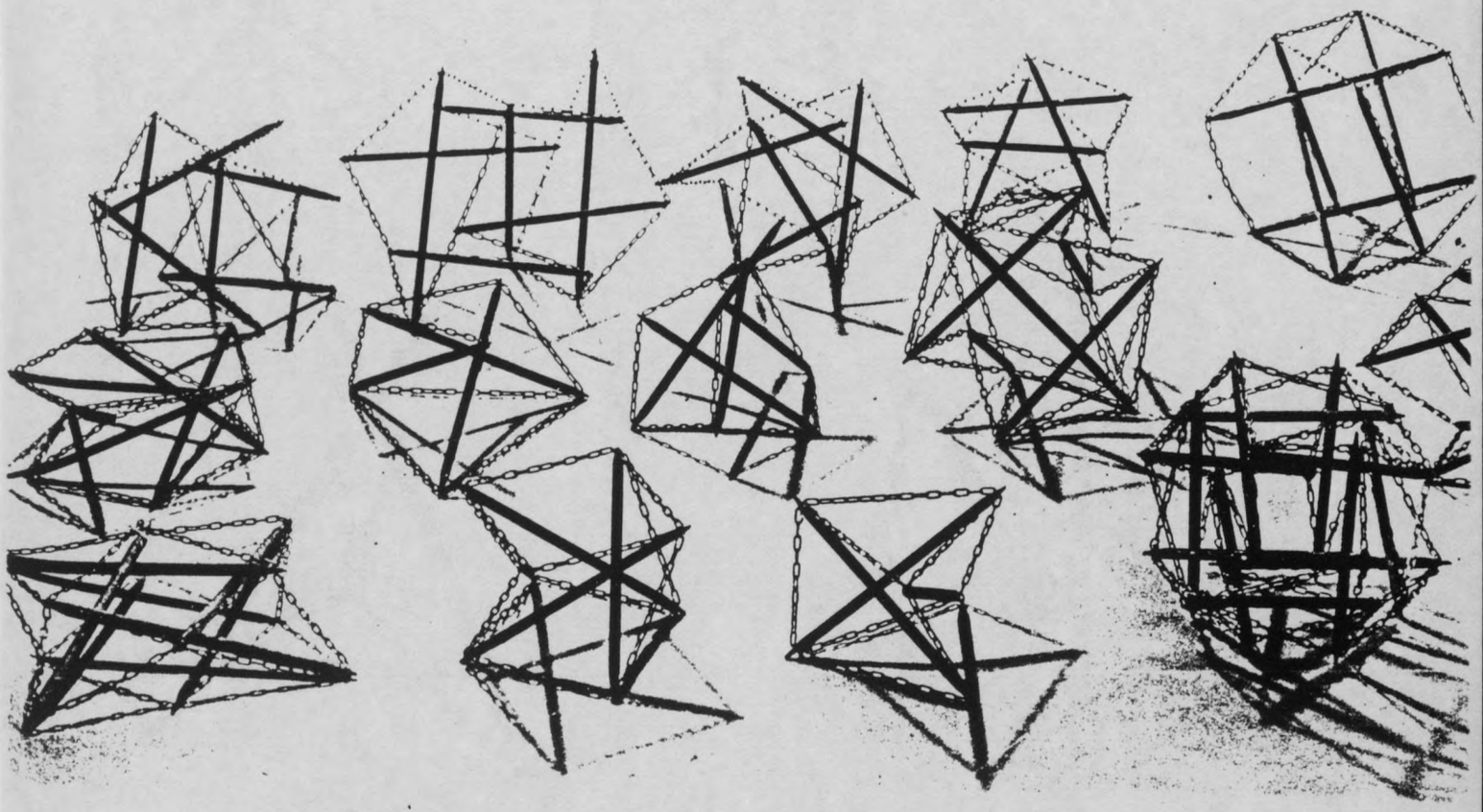
Les autotendants antiprismatiques élémentaires ont des bases polygonales et des faces latérales quadrangulaires qui sont déformées en forme de losange spatial dont la grande diagonale est occupée par la barre de compression. Cependant, avec cette disposition seules trois structures ayant comme base le triangle, le carré et le pentagone sont facilement constructibles. Elles constituent les trois syllabes les plus importantes du langage autotendant. Les configurations de six, huit, dix... côtés sont considérées comme des multiples provenant de l'interpénétration des trois archétypes.

Pour construire un équilibrium antiprismatique hexagonal, ou d'un nombre plus grand de côtés, les barres de compression doivent être embauchées diagonalement mais dans le sommet opposé du losange voisin et non du même

losange. Cette disposition "à double pas" rend la configuration non convexe. De ce fait, sur l'homéogramme, ou diagramme Schlegel, les connections ne peuvent plus être présentées sans recouvrement comme dans un graphe convexe.

Recherchant toujours la standardisation des éléments, dans ces configurations simples et à plus forte raison dans les plus complexes qui suivront, la longueur des tendeurs et des barres est en principe identique. Toutefois, l'équilibrium le plus simple de tous, le triangulaire, s'il est réalisé avec des arêtes identiques prendra la forme de l'octaèdre où les barres se touchent par leur point médian; il est donc préférable de le construire de tendeurs de deux longueurs.

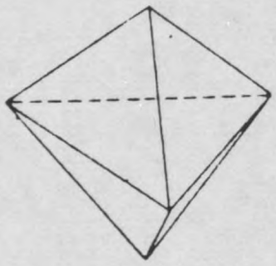
C'est le cas également des structures dites antipyramidales, qui ont plus exactement une forme d'antipyramide tronquée, où les tendeurs des bases, inférieure et supérieure, sont évidemment de longueurs différentes. Ces formes ne présentent pas, cependant, une classe structuralement distincte; antiprismes et antipyramides étant déformables les uns dans les autres.



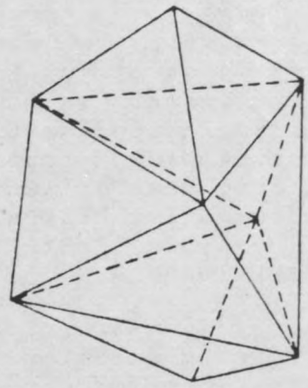
Autotendants élémentaires et leurs composés simples

1 ANTIPRISME TRIANGULAIRE 3333

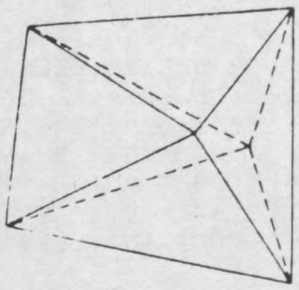
DOUBLE PYRAMIDE TRIANGULAIRE



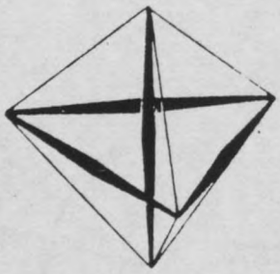
ANTIPRISME TRIANGULAIRE + 2 PYRAMIDES



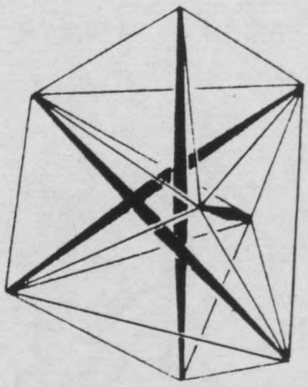
ANTIPRISME TRIANGULAIRE



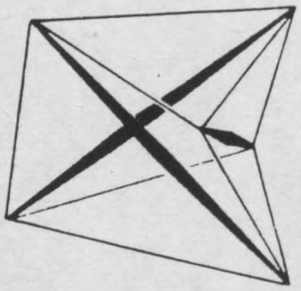
ROUE DE BICYCLETTE

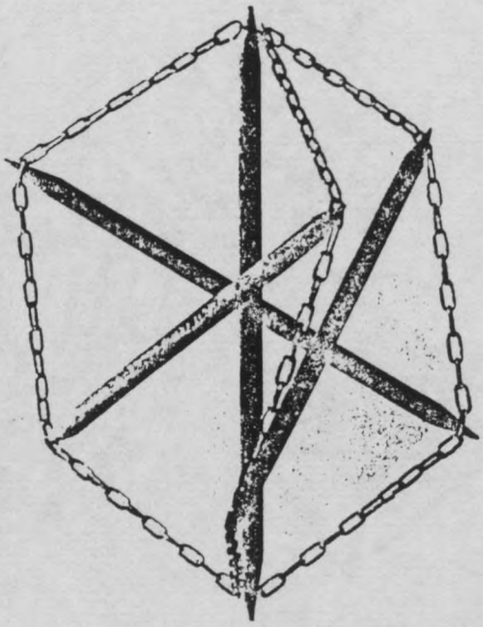


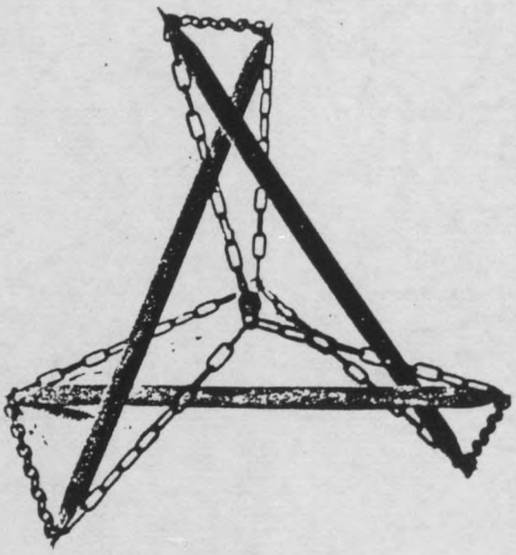
TOUPIE

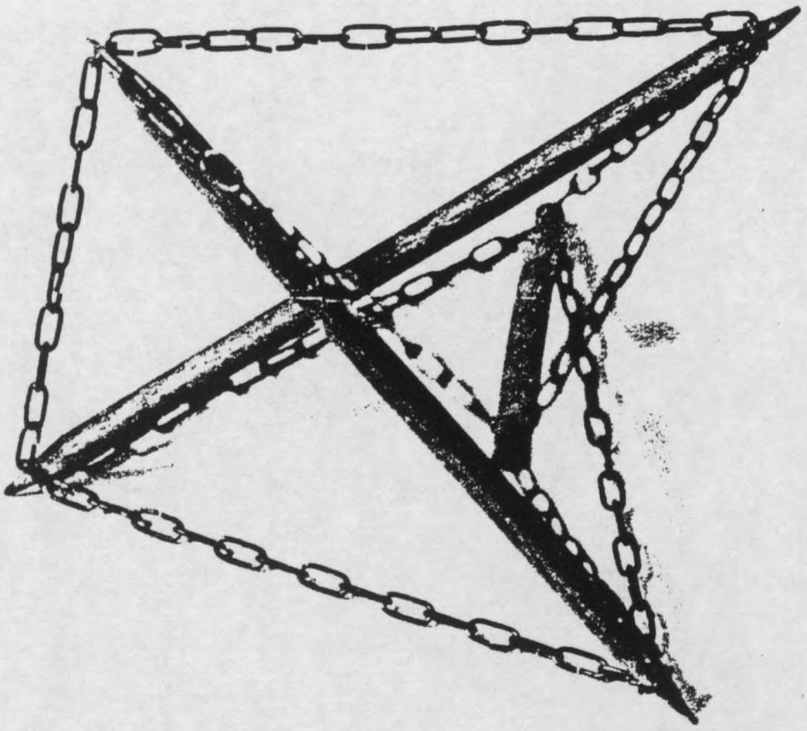


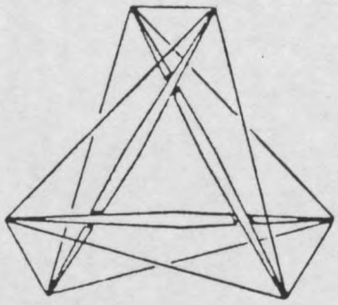
AUTOTENDANT A 3 BARRES

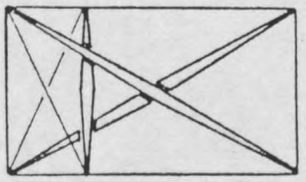


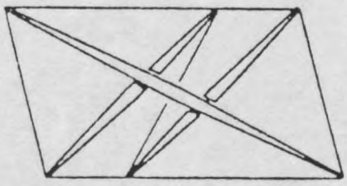


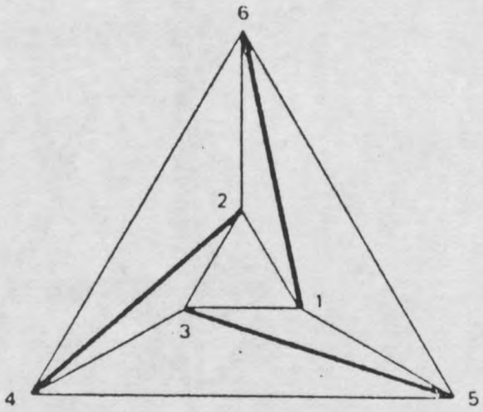


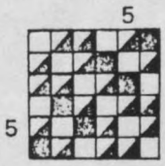






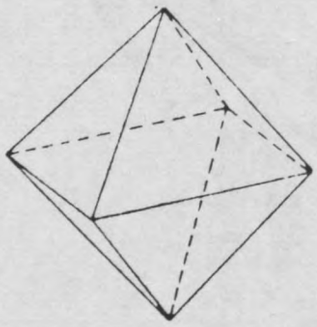



6
2
1
3
4
5

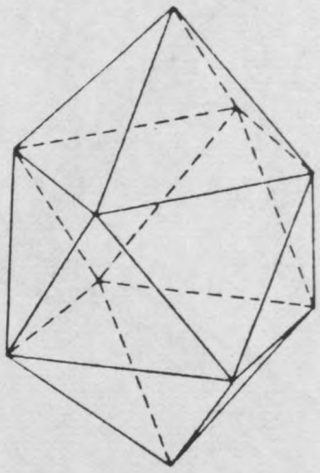

5
5

2 ANTIPRISME CARRE · 5554

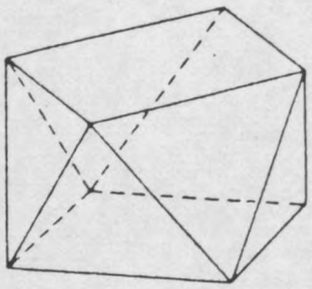
DOUBLE PYRAMIDE CARREE



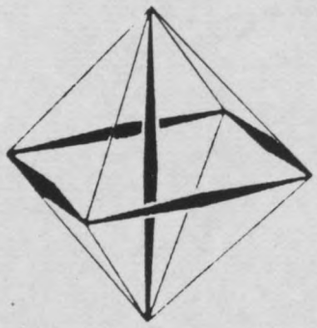
ANTIPRISME CARRE + 2 PYRAMIDES



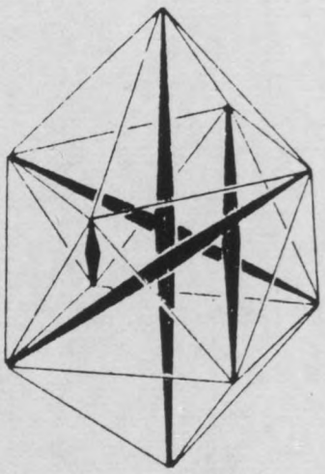
ANTIPRISME CARRE



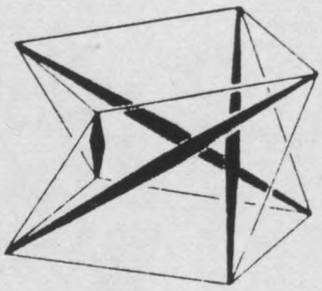
ROUE DE BICYCLETTE

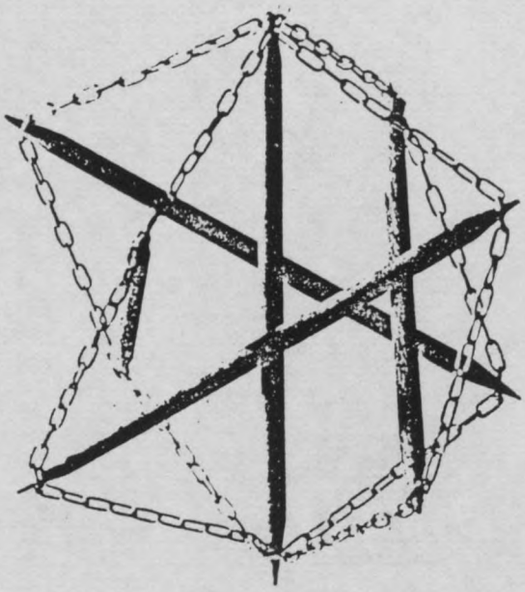


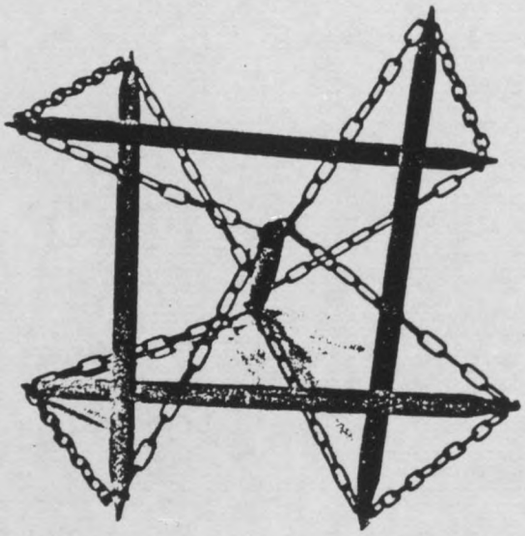
TOUPIE

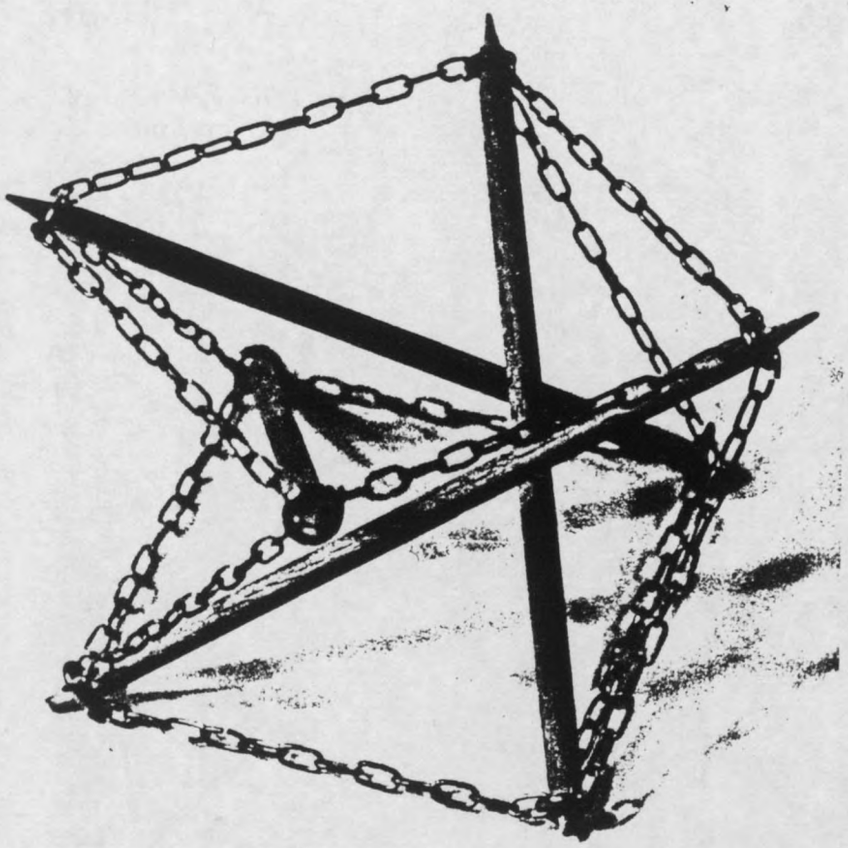


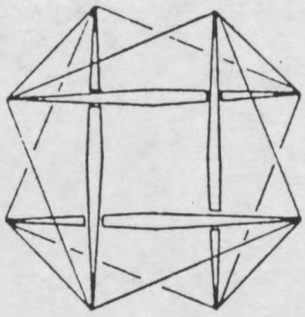
AUTOTENDANT A 4 BARRES

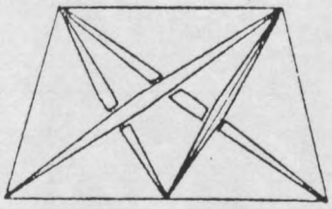


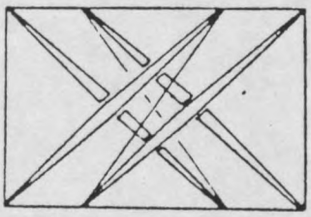


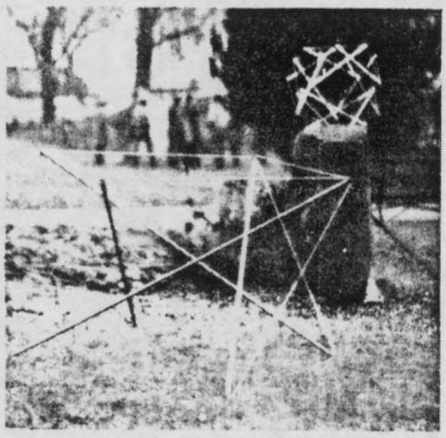


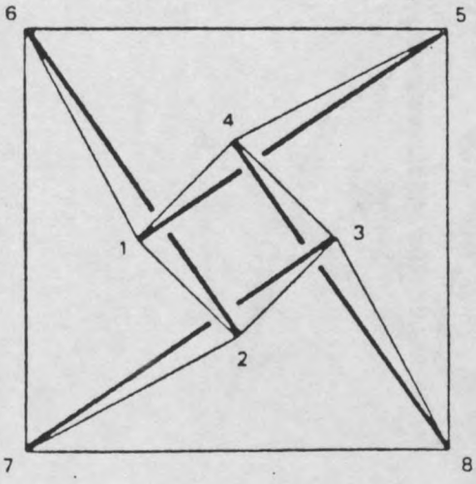


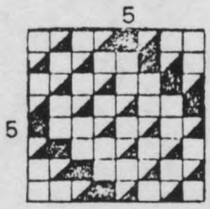






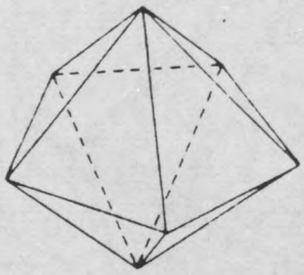



6
5
4
1
3
2
7
8

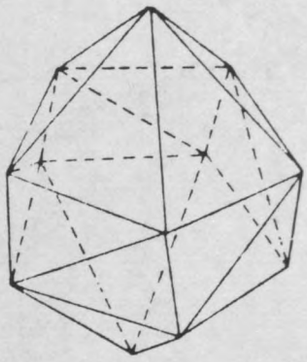

5
5

5 ANTIPRISME PENTAGONAL 5555

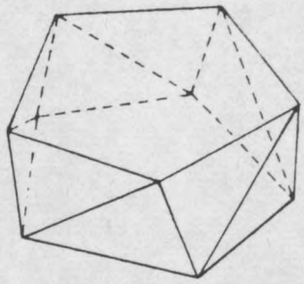
DOUBLE PYRAMIDE PENTAGONALE



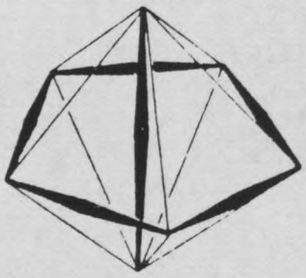
ANTIPRISME PENTAGONAL +2 PYRAMIDES



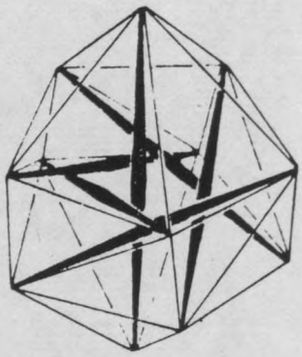
ANTIPRISME PENTAGONAL



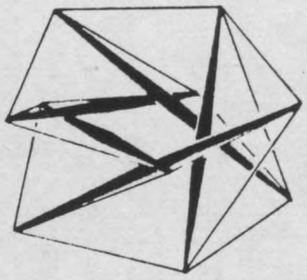
ROUE DE BICYCLETTE

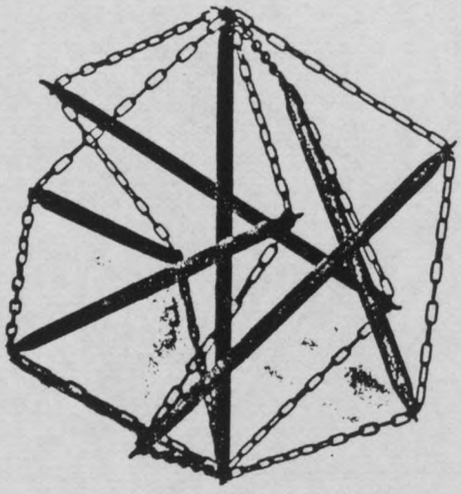


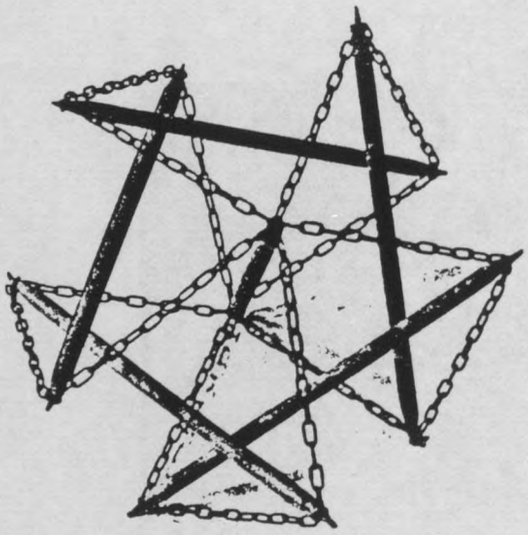
TOUPIE

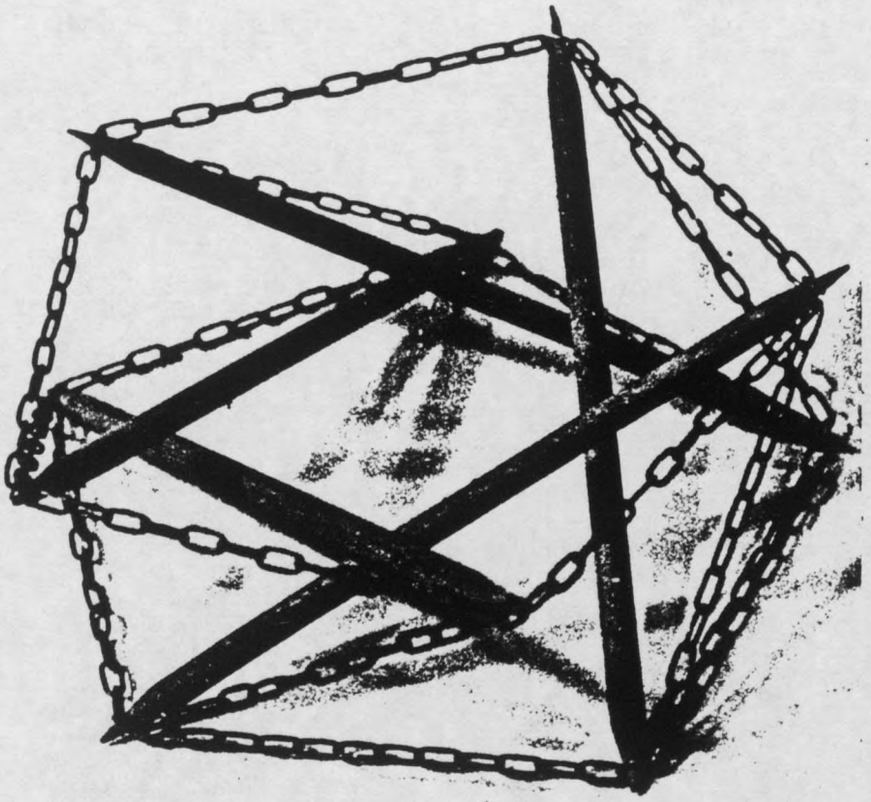


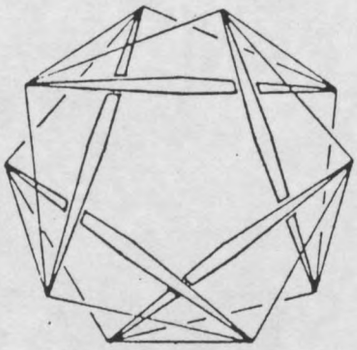
AUTOTENDANT A 5 BARRES

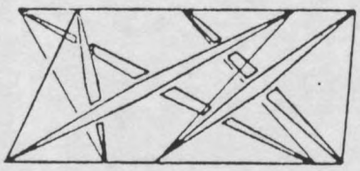


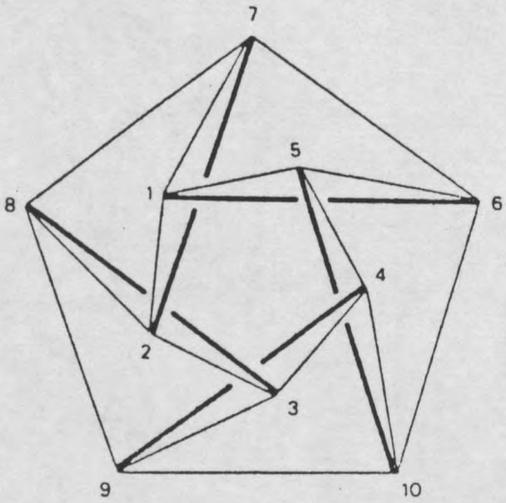


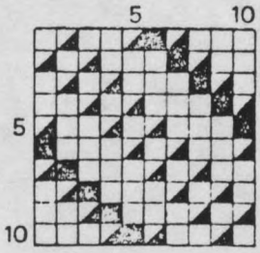






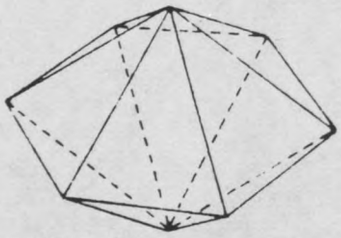



7
5
1
8
6
4
2
3
9
10

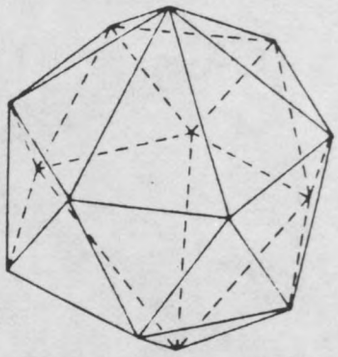

5
10
5
10

4 ANTIPRISME HEXAGONAL · 5536

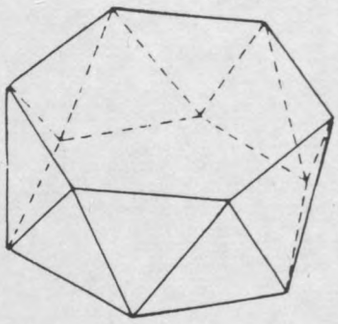
DOUBLE PYRAMIDE HEXAGONALE



ANTIPRISME HEXAGONAL + 2 PYRAMIDES



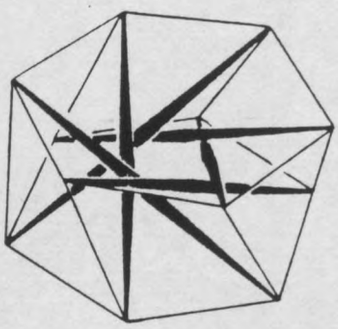
ANTIPRISME HEXAGONAL

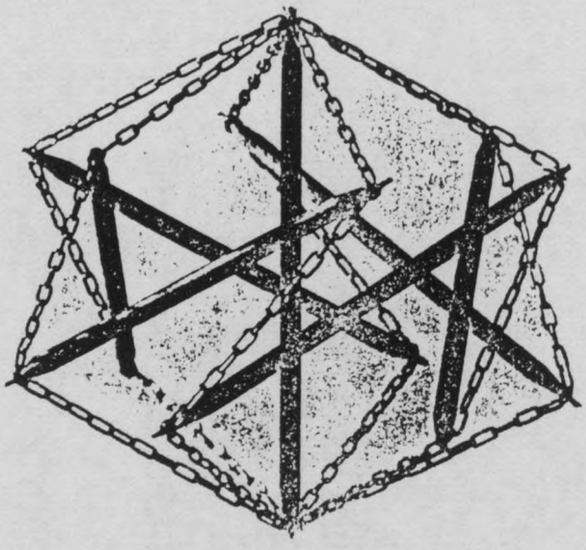


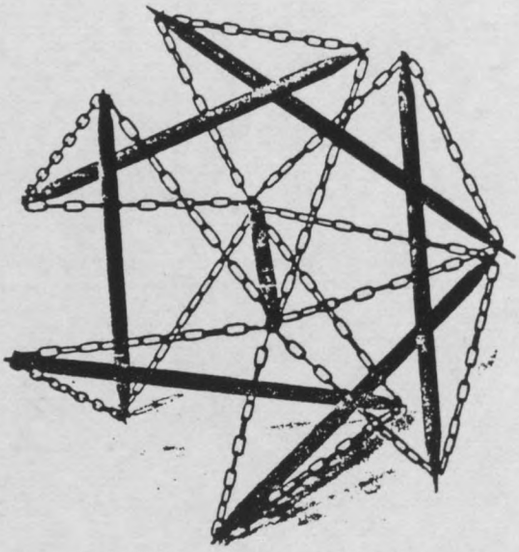
ROUE DE BICYCLETTE

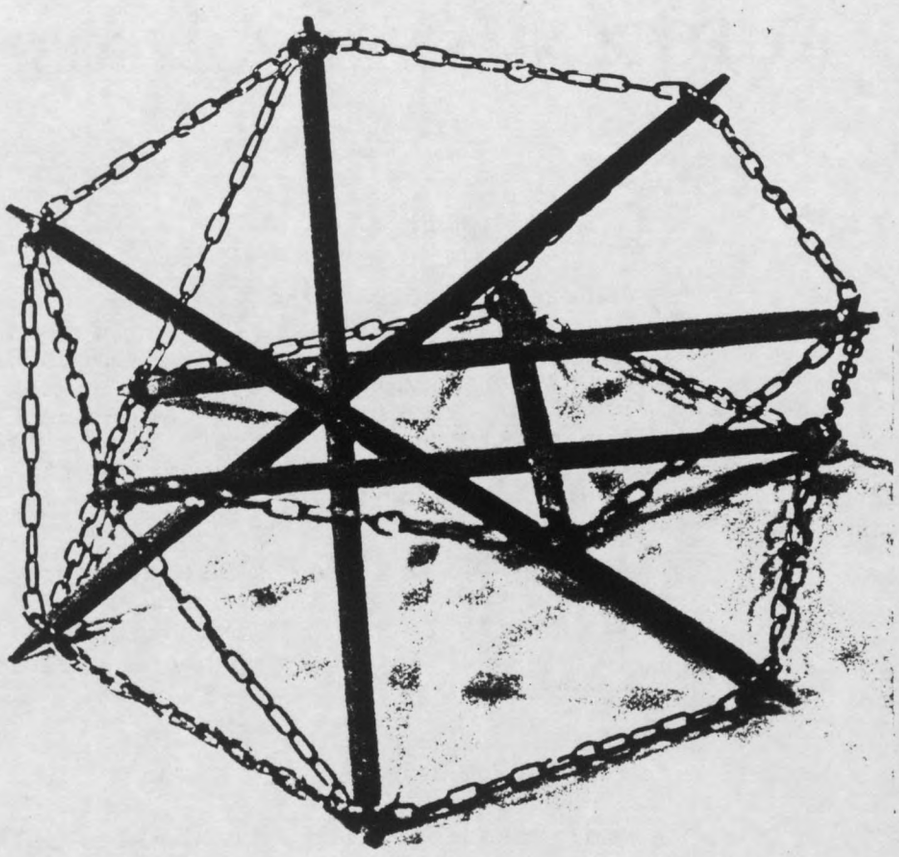
TOUPIE

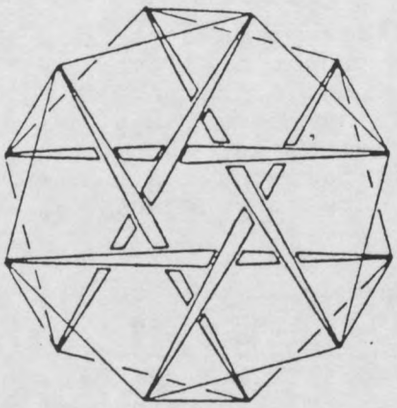
AUTOTENDANT A 6 BARRES

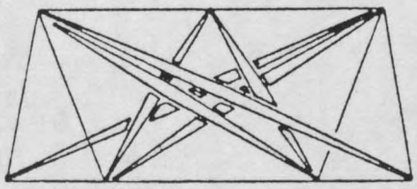


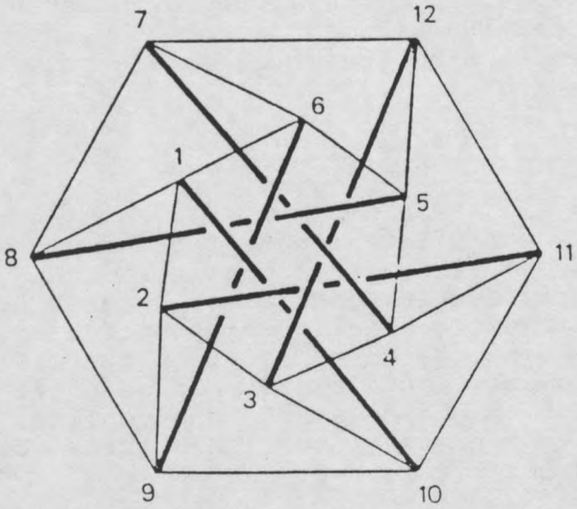


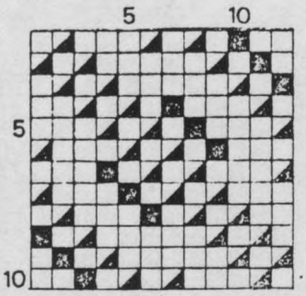









7
12
6
1
5
8
11
2
4
3
9
10


5
10
5
10

AUTOTENDANTS COMPOSITES

TOUPIES DOUBLES

A part les toupies hélicoïdales simples déjà rencontrées lors de l'analyse par étapes des simplex antiprismatiques, on peut construire également des hélices doubles à rotation inverse où les barres sont imbriquées alternativement suivant une diagonale gauche et droite, tout en tournant autour d'un axe. Les mailles du filet de haubannage sont hexagonales et certains noeuds contiennent seulement deux tendeurs.

En attendant, ces toupies doubles introduisent la prochaine classe de configurations qui sont obtenues en les transformant par l'élimination de l'axe central et par la substitution des haubans pyramidaux par deux chaînages polygonaux.

INTERPENETRATIONS

Les transformations des doubles hélices produisent des structures où deux autotendants de rotation inverse, l'un lévogyre l'autre dextrogyre, sont interpénétrés complètement de sorte que les sommets de leurs bases se trouvent réunis dans des polygones communs sur deux plans parallèles. Les mailles latérales sont des polytopes pentagonaux et la configuration reste convexe.

La première interpénétration en forme de stella octangula est remarquable par le fait que ses articulations reproduisent le réseau isotropique, c'est à dire l'empilement compact. Les autres forment des structures périphériques qui avec le nombre de côtés croissant s'approchent d'une enceinte quasi circulaire. L'interpénétration carrée est particulièrement adaptée à un usage architectural en tant que habitacle ou volume polyvalent de plus grande dimension.

PRISMES

Composés également par l'interpénétration complète de deux antiprismes élémentaires. Ces configurations sont très voisines des précédentes, dont elles se distinguent essentiellement par une organisation plus uniforme. Les mailles latérales sont des carrés où les barres sont imbriquées diagonalement à double pas. D'une configuration très simple, bien que de graphe non convexe, ces structures ont l'inconvénient d'avoir des barres qui se croisent par points intermédiaires.

ANNEAUX

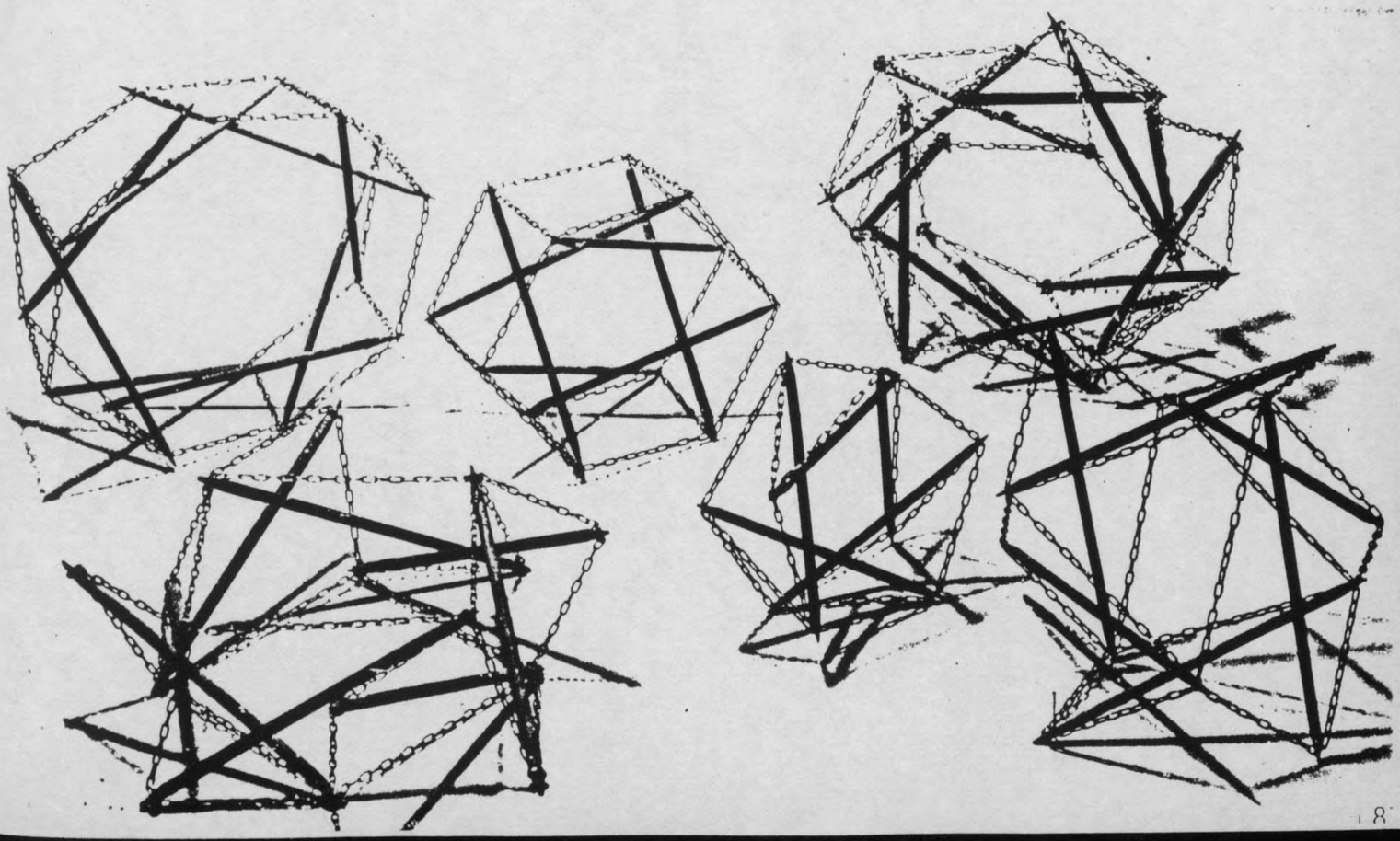
Obtenus par la pénétration profonde mais incomplète de deux antipyramides tronquées de rotations opposées. L'enveloppe latérale en forme de demi-anneau est composée de triangles équilatéraux et de losanges non planaires dont la grande diagonale est occupée par la barre de compression. Les arêtes sont toutes identiques. Ces structures ont la forme globale d'un polyèdre applati, excepté l'anneau triangulaire qui est, en fait, l'icosaèdre.

Bien que ces anneaux aient un aspect quasi torique, leurs graphes s'inscrivent dans un ruban cylindrique convexe simple. Avec quelques liaisons supplémentaires, on obtiendra aisément un tore dont l'enveloppe se compose de triangles équilatéraux et isocèles.

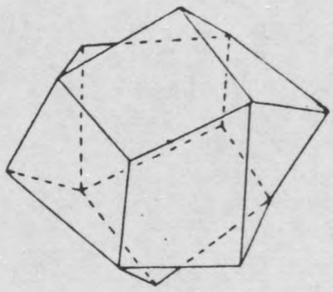
PENETRATIONS PARTIELLES

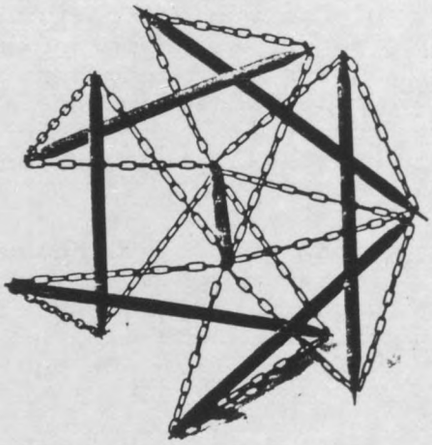
Obtenues par la pénétration partielle faible de deux antipyramides tronquées de rotations opposées. Ces structures ressemblent aux anneaux, toutefois, les mailles latérales de l'enveloppe sont composées de pentagones dans lesquels les barres sont imbriquées à double pas. Toutes les arêtes sont identiques. Les premières structures de la série sont des ellipsoïdes oblongues, les autres des applaties, la pénétration des antiprismes pentagonaux étant, en fait, le dodécaèdre.

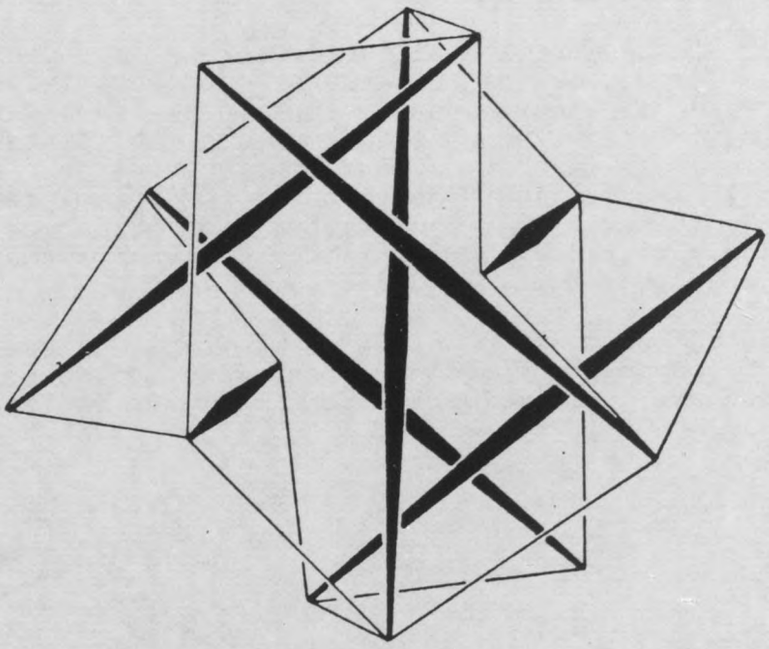
Ces pénétrations partielles ont servi d'exemple d'assemblage pour la composition des mâts pénétrés. Ces combinaisons présentent, par ailleurs, une excellente rigidité.

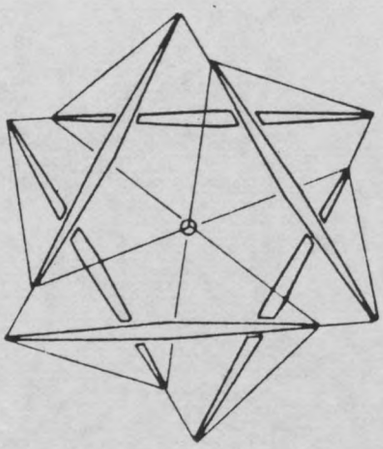


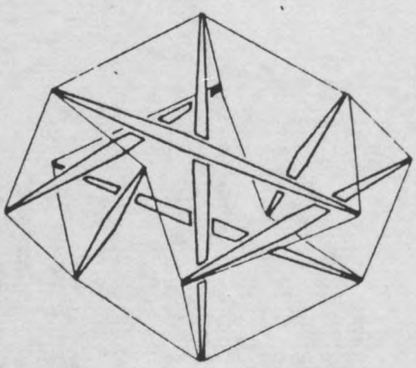
5 TOUPIE HEXAGONALE

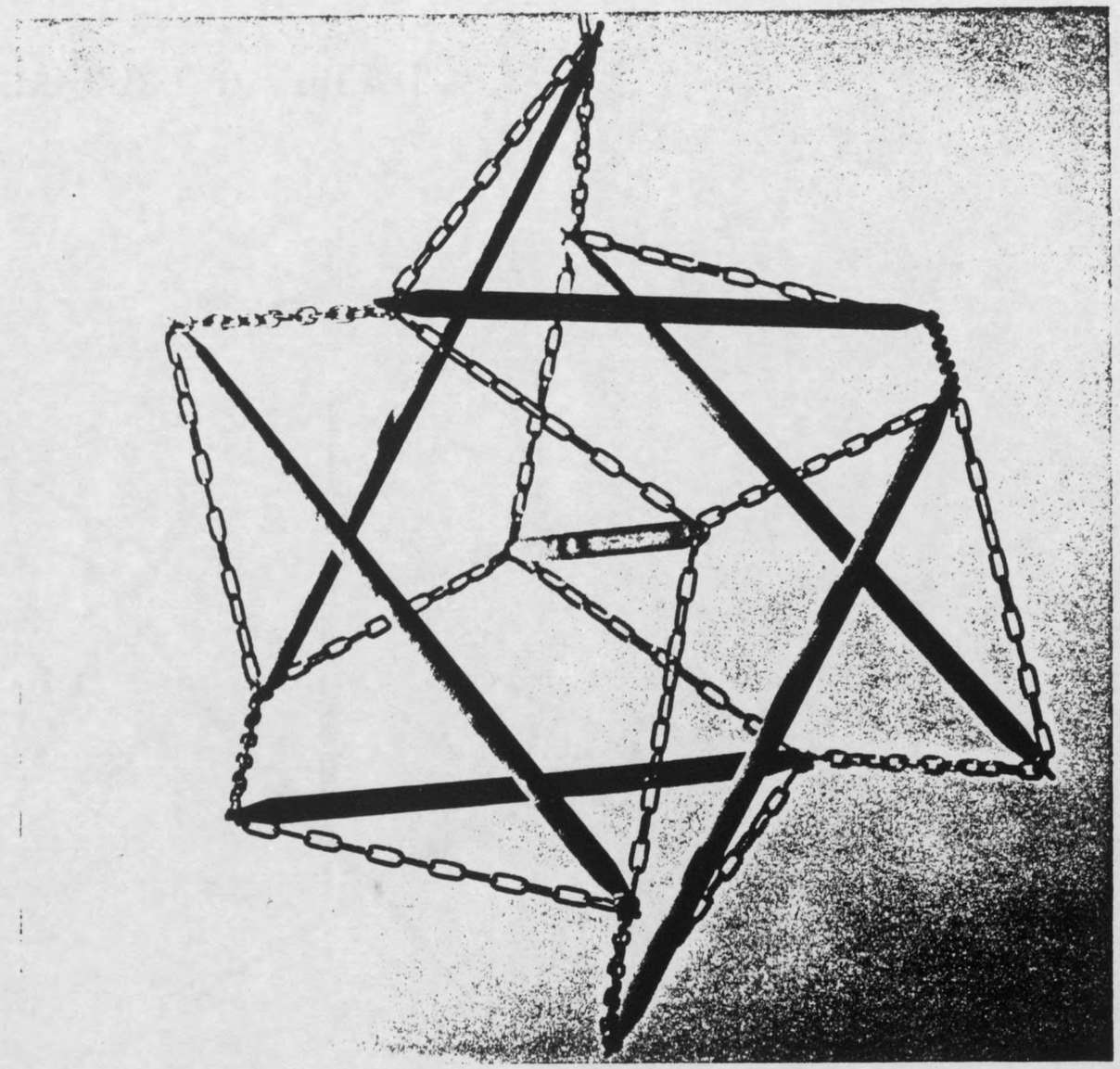


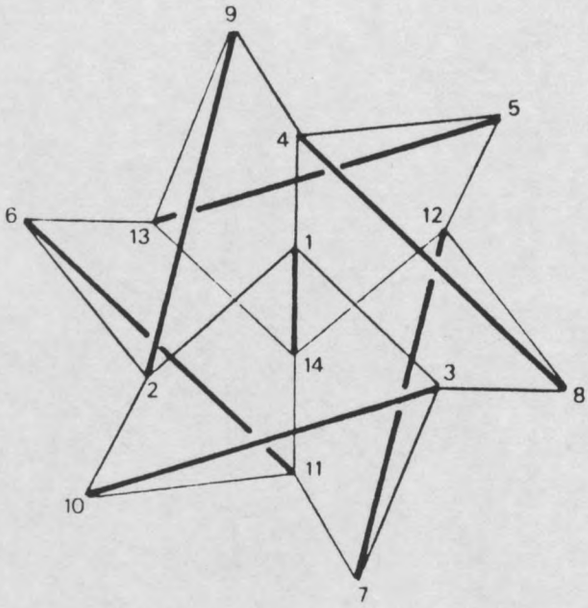


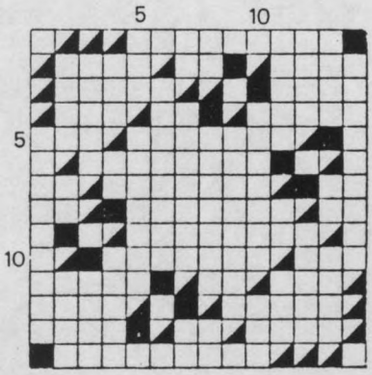




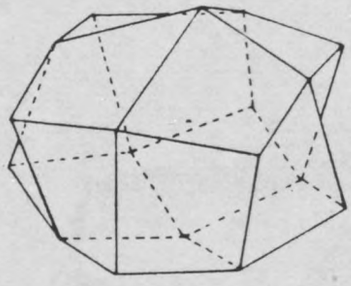


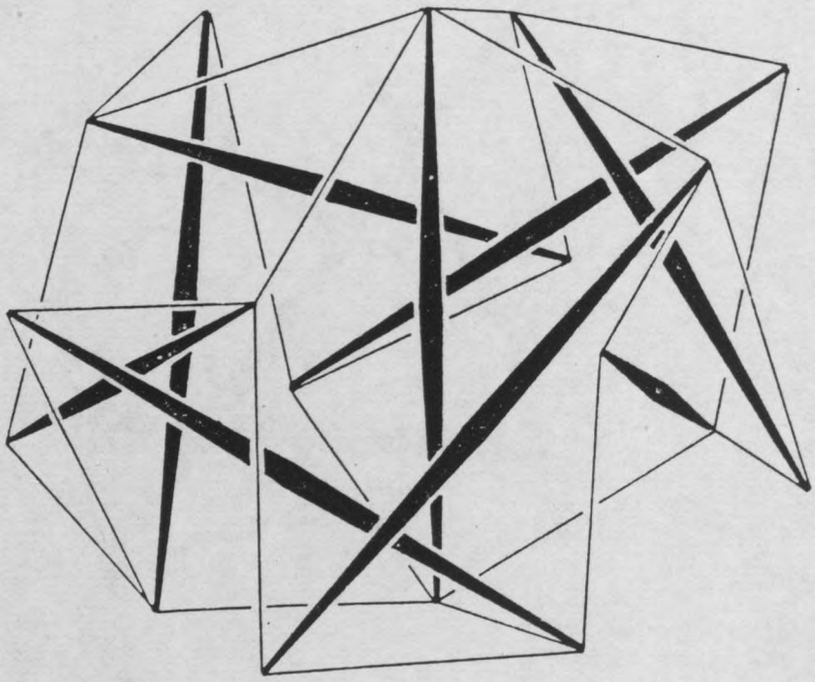


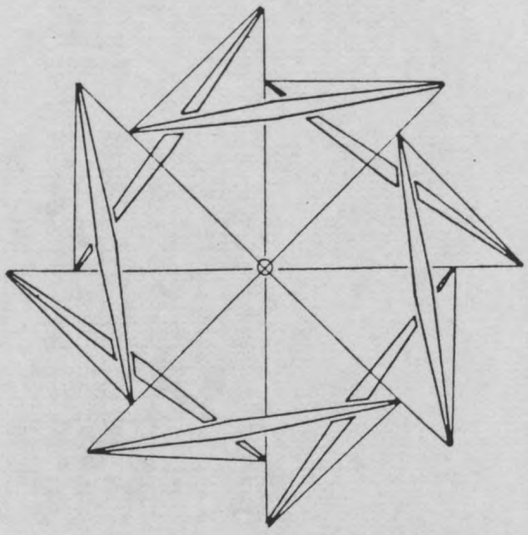

9
5
4
6
13
12
1
14
2
3
8
11
10
7

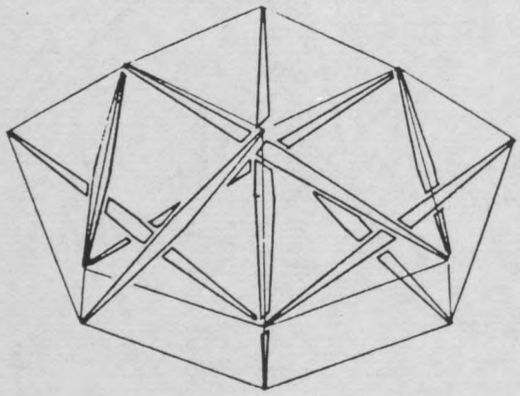

5
10
5
10

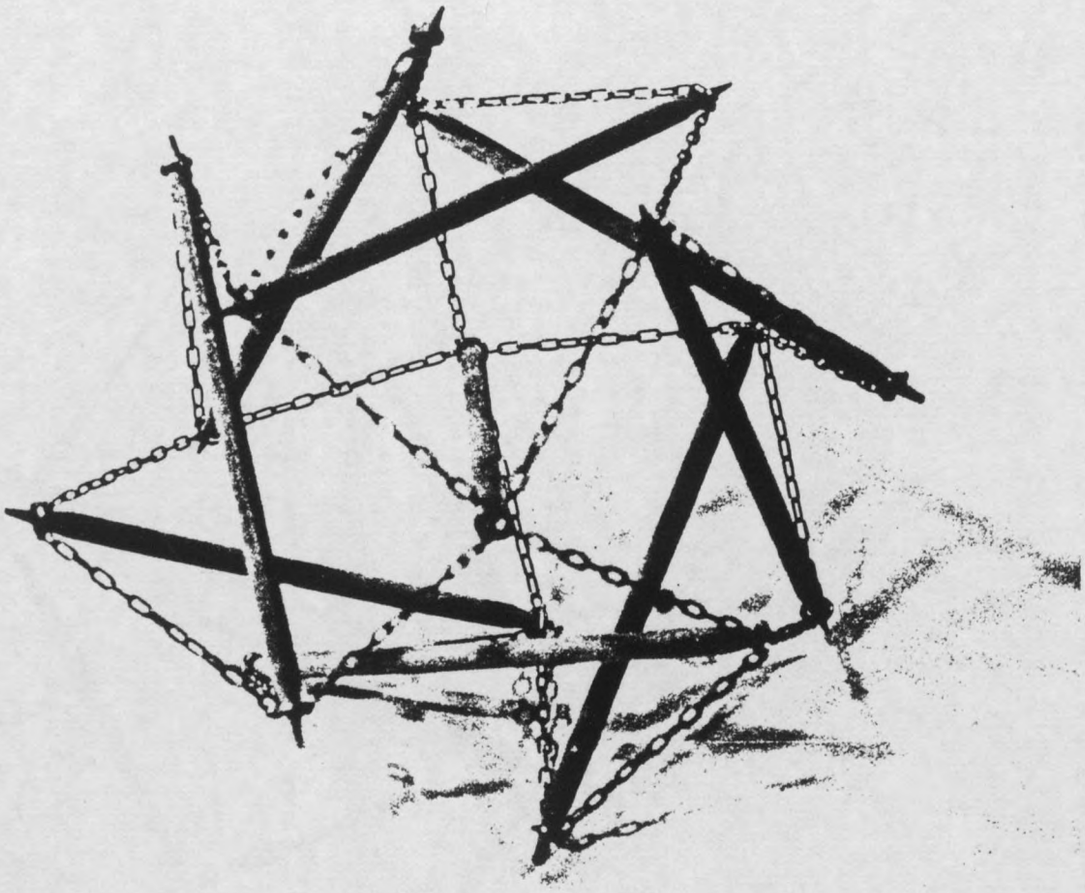
6 TOUPIE OCTOGONALE

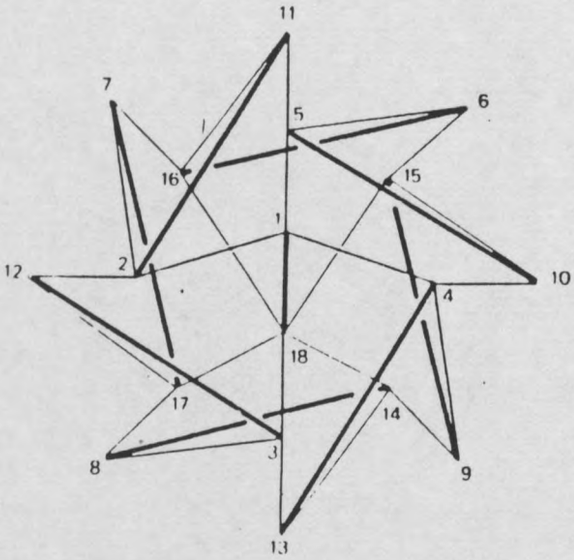


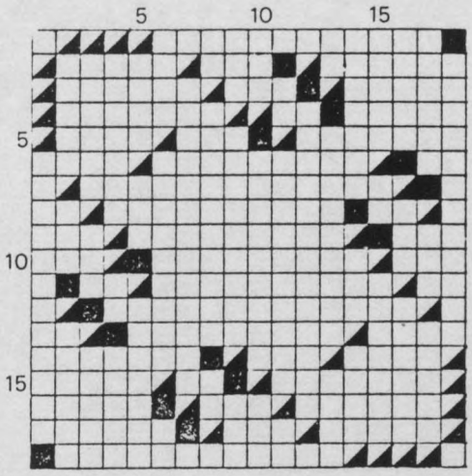




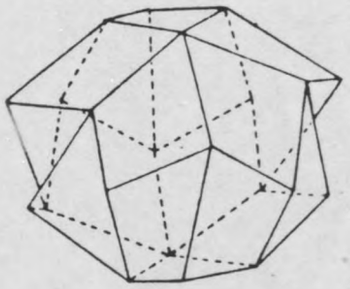


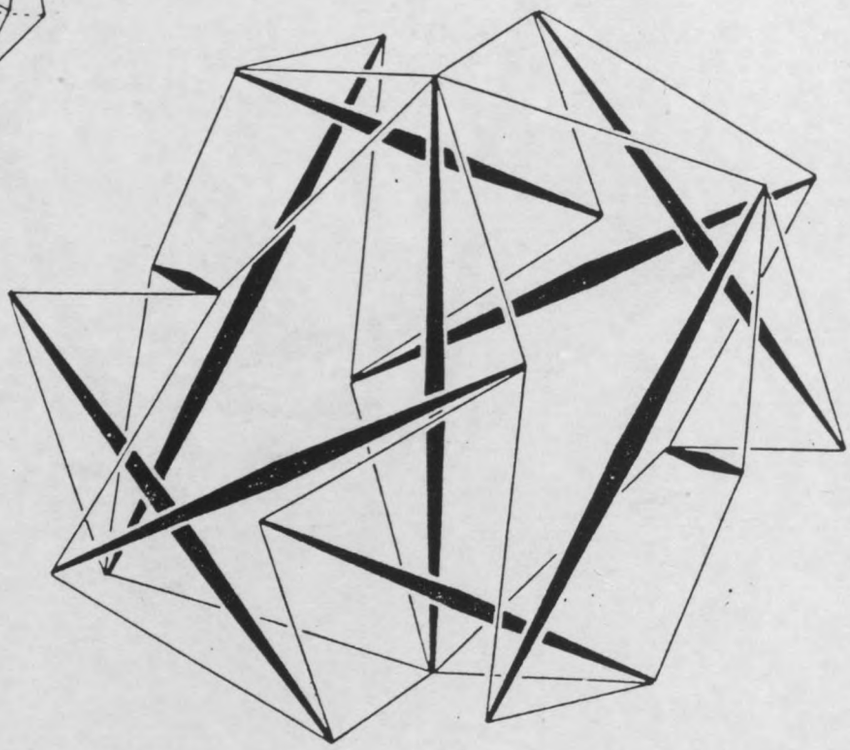


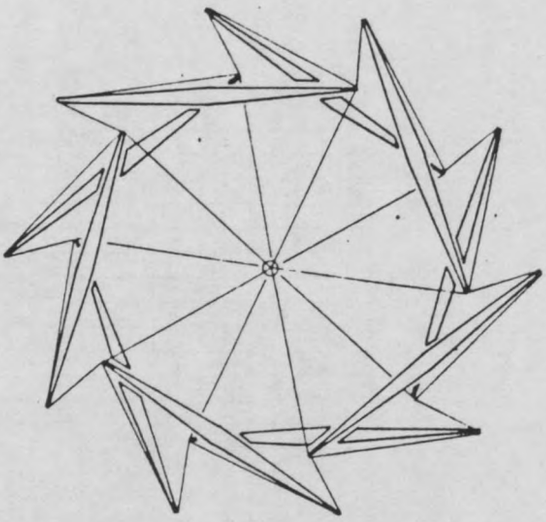

11
7
6
5
16
15
1
12
2
10
4
18
17
14
8
3
9
13

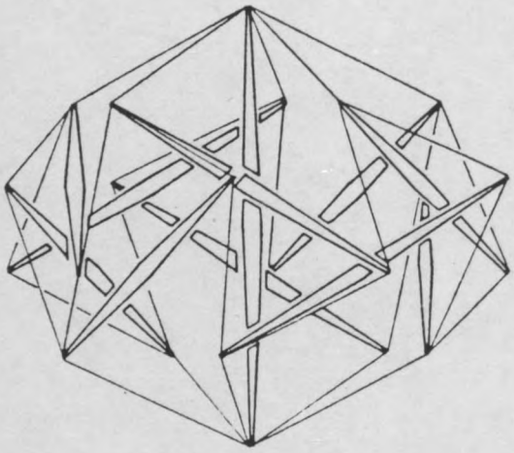

5
10
15
5
10
15

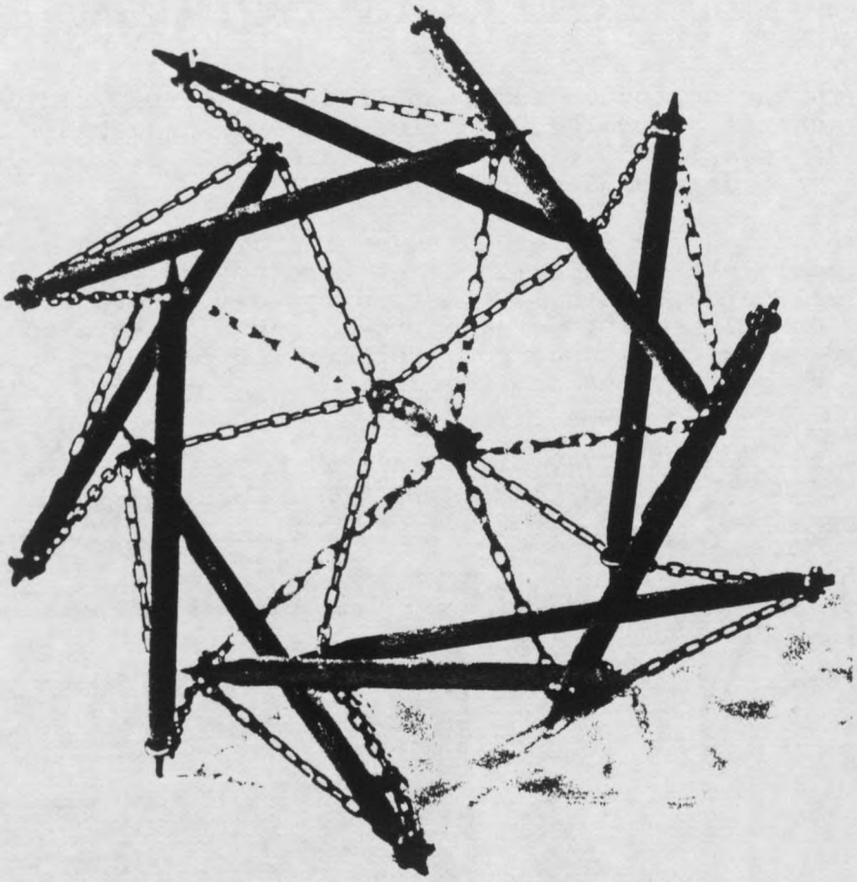
7 TOUPIE DECAGONALE

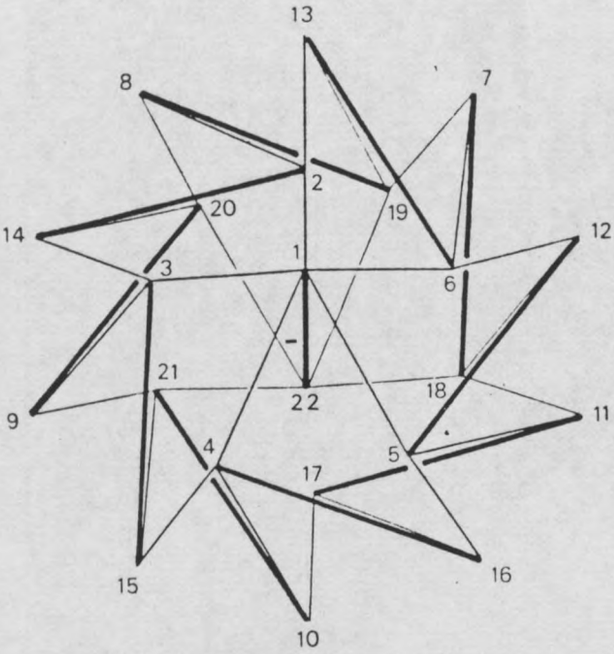


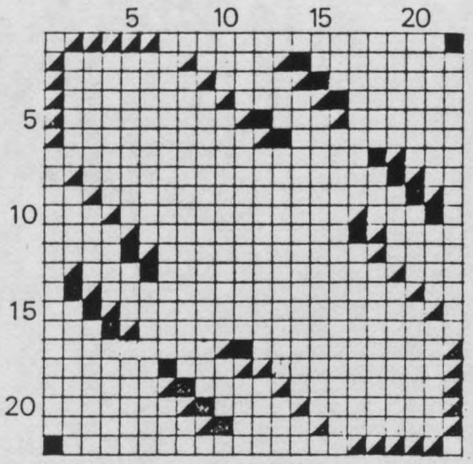









13
8
7
2
20
19
14
12
1
3
6
21
22
18
9
11
4
5
17
15
16
10


5
10
15
20
5
10
15
20

AEROTOR - GENERATEURS EOLIENS

Cette invention fondée sur l'utilisation des bipyramides autotendantes appelées toupies a été brevetée le 4.6.1980 sous le m° 2.484.027, et présentée au concours "Energie de demain" à Nancy.

La réalisation des éoliennes de petite dimension à usage individuel est depuis longtemps résolue à l'aide des hélices à pales, mais la construction des générateurs à grande échelle, qui pourraient fournir une masse d'énergie amplement suffisante pour suppléer au pétrole, présente des difficultés non résolues.

Jusqu'aujourd'hui, tous les projets de grandes éoliennes multipales (de 20 à 50 m de diamètre) ont pour des raisons de résistance des matériaux abouti à des échecs. Il existe, en effet, trois difficultés majeures:

- les pales géantes, autant de consoles encastrées, dépassent rapidement la limite de résistance des matériaux;

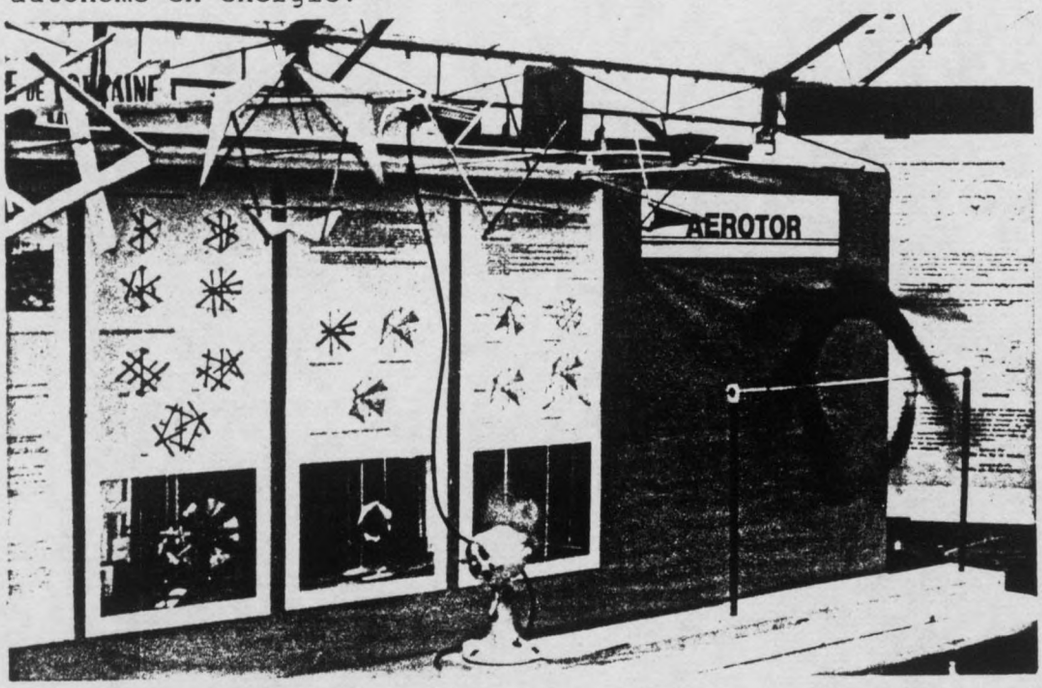
- l'orientation permanente des rotors exigent des machineries lourdes et complexes;

- l'ensemble, d'un poids excessif, nécessite une infrastructure passive très importante qui pertube d'autant plus le régime du vent.

L'avantage d'une structure autotendante dérivée d'un polyèdre plutôt que d'un disque planaire, est que, outre sa meilleure résistance aux déformations, une structure en volume n'a pas besoin d'être orientée en fonction du vent.

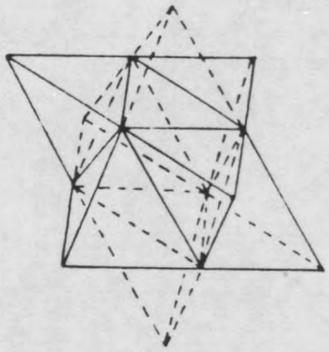
Dans cette solution, les barres ne travaillent plus en porte-à-faux, mais comme des barres à deux appuis articulés, ce qui permet de réduire d'emblée par quatre la section résistante d'où une économie de poids. De plus, les éléments à deux appuis, contrairement aux consoles, subissent incomparablement moins de vibrations, principale cause de la fatigue précoce des hélices jusqu'à maintenant expérimentées.

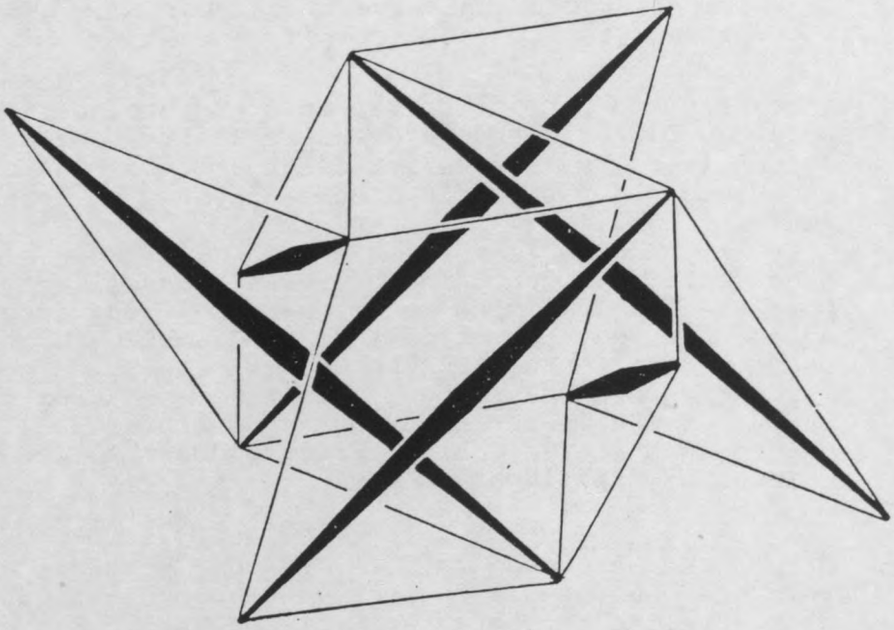
Grâce aux autotendants, il est donc possible de concevoir des générateurs éoliens de grande dimension, capables d'alimenter tout une ville ou une région en énergie. On peut envisager également la production d'éoliennes individuelles en kit pour rendre un établissement autonome en énergie.

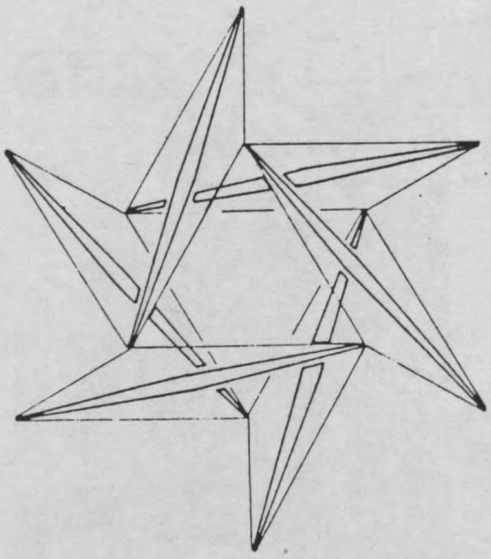


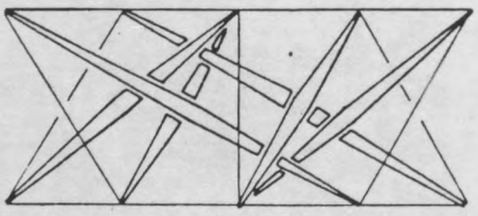
8

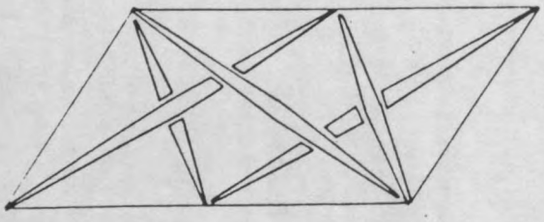
INTERPENETRATION D'ANTIPYRAMIDES TRIANGULAIRES STELLA OCTANGULA TRONQUEE

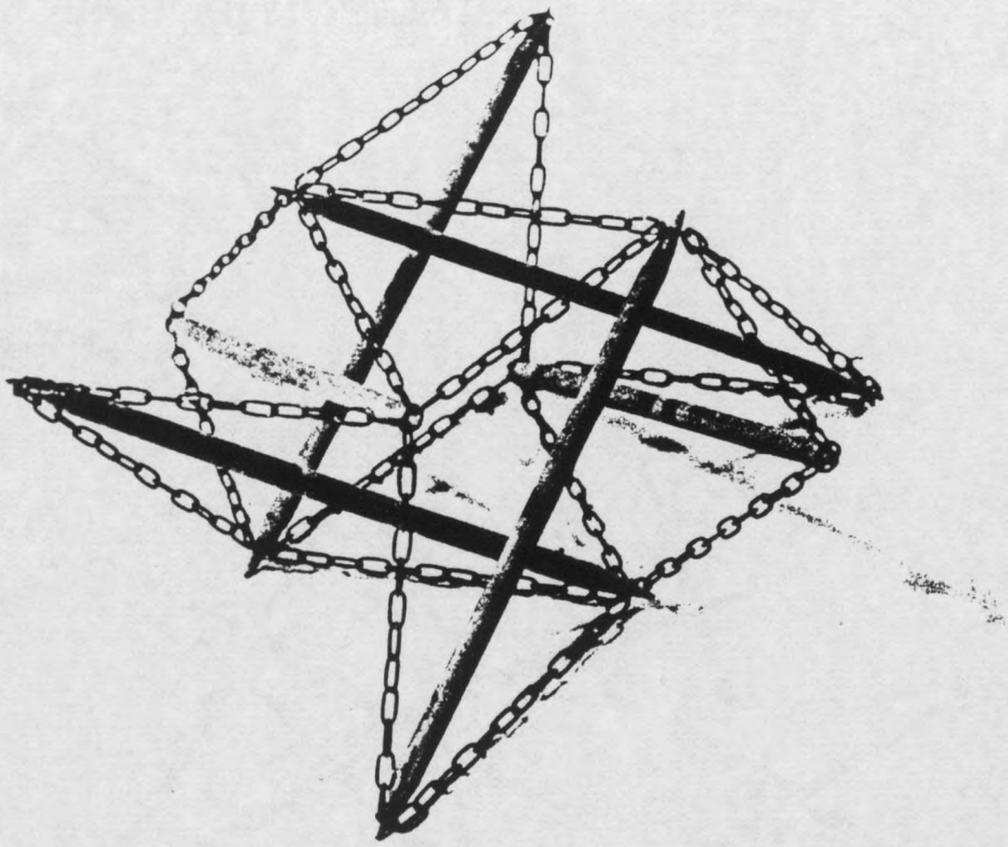


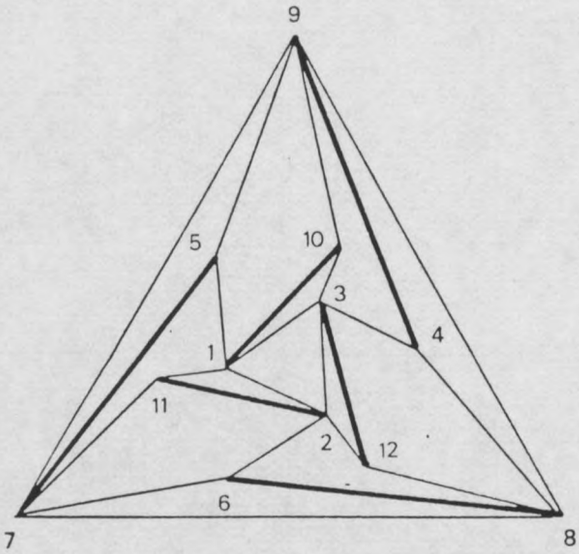


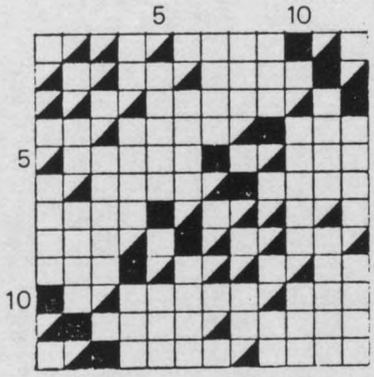






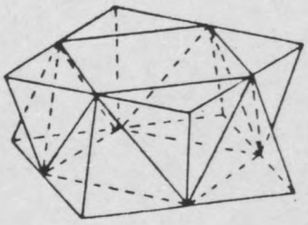


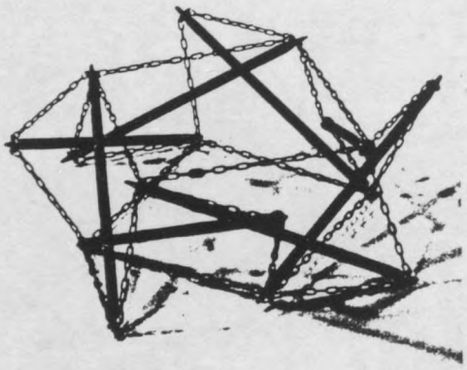

9
5
10
3
4
1
11
2
12
6
7
8

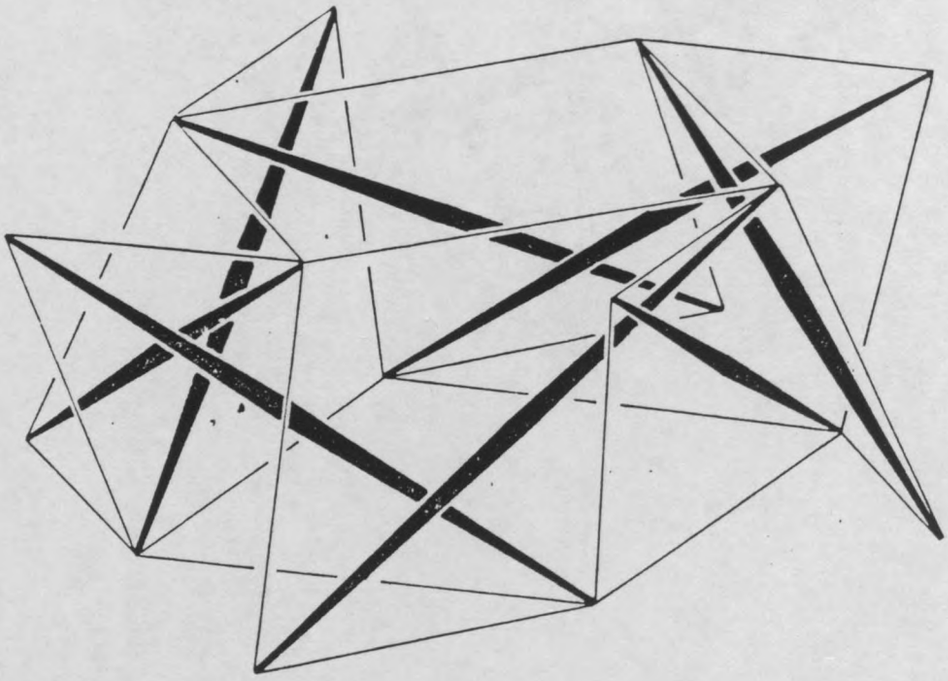

5
10
5
10

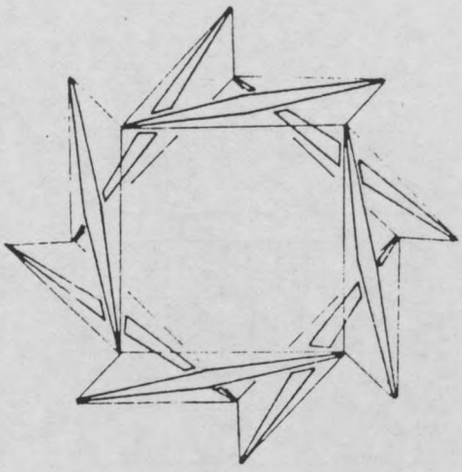
9

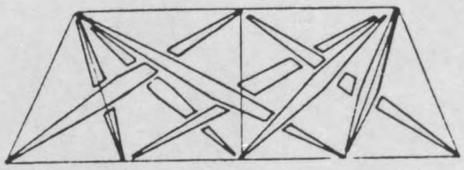
INTERPENETRATION D'ANTIPYRAMIDES CARREES

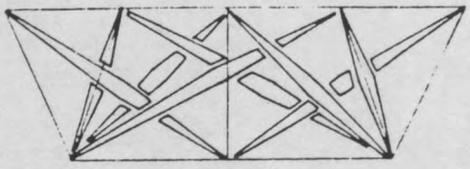


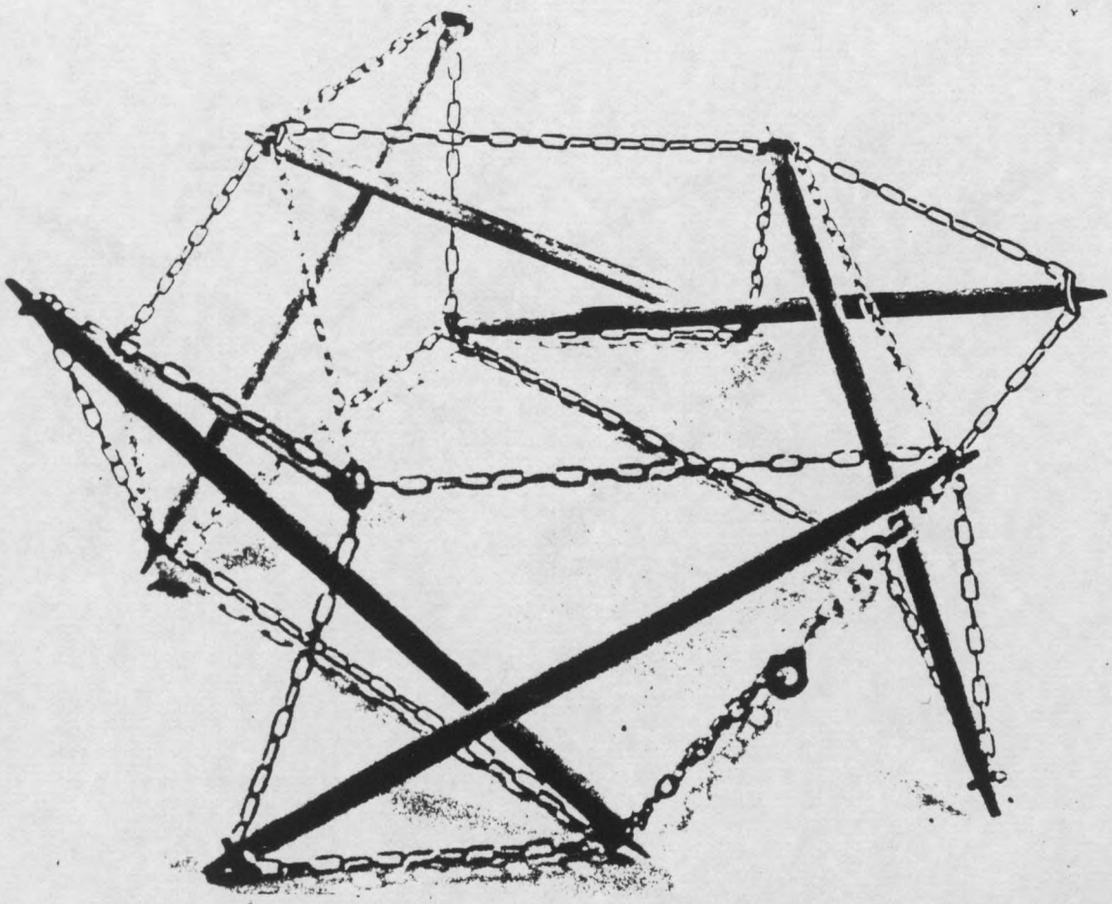


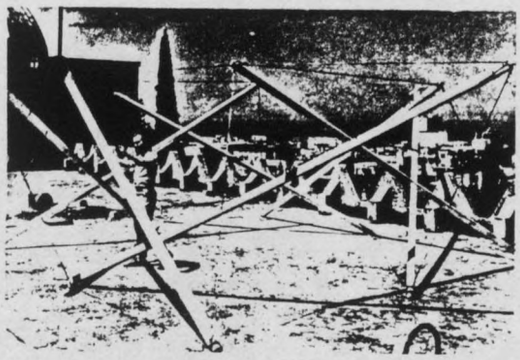


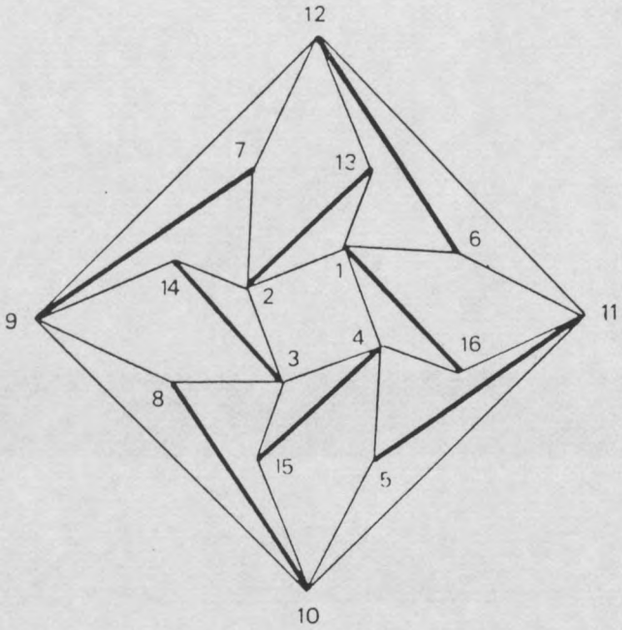


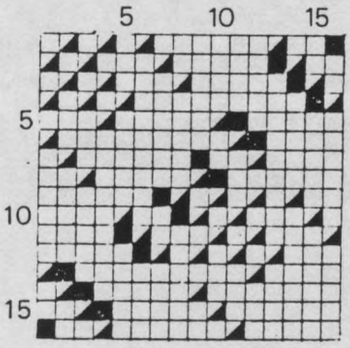


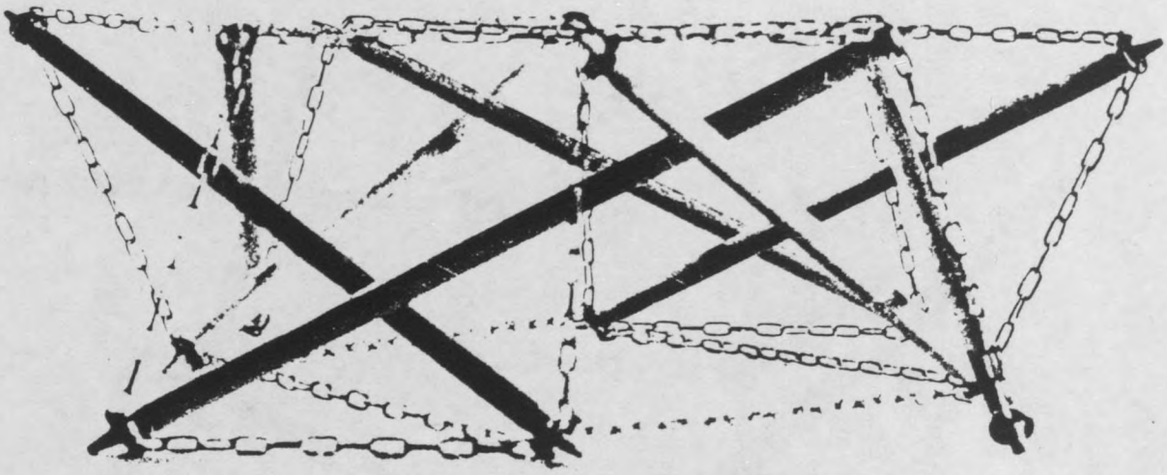


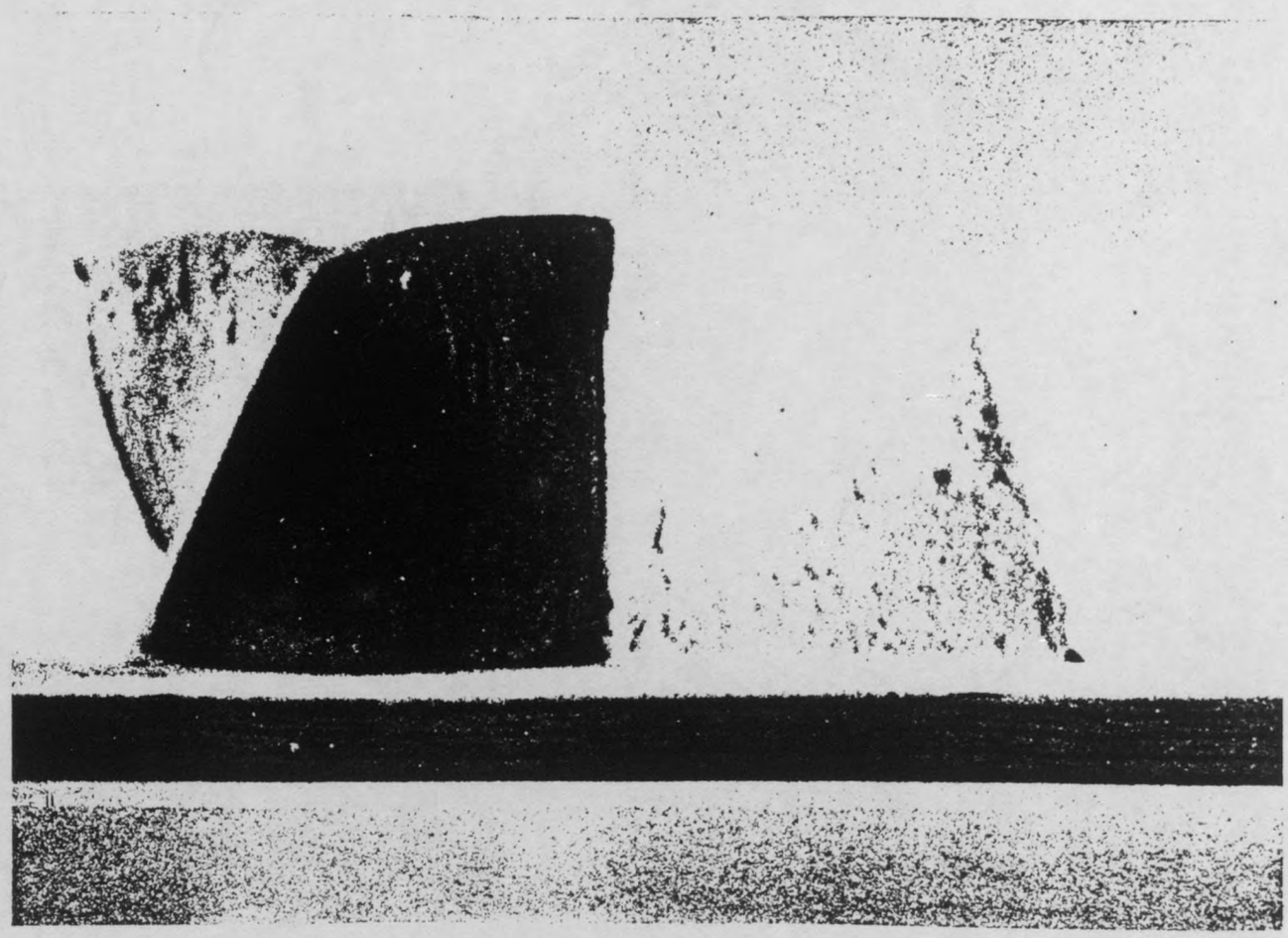





12
7
13
6
1
14
2
9
11
4
16
3
8
15
5
10

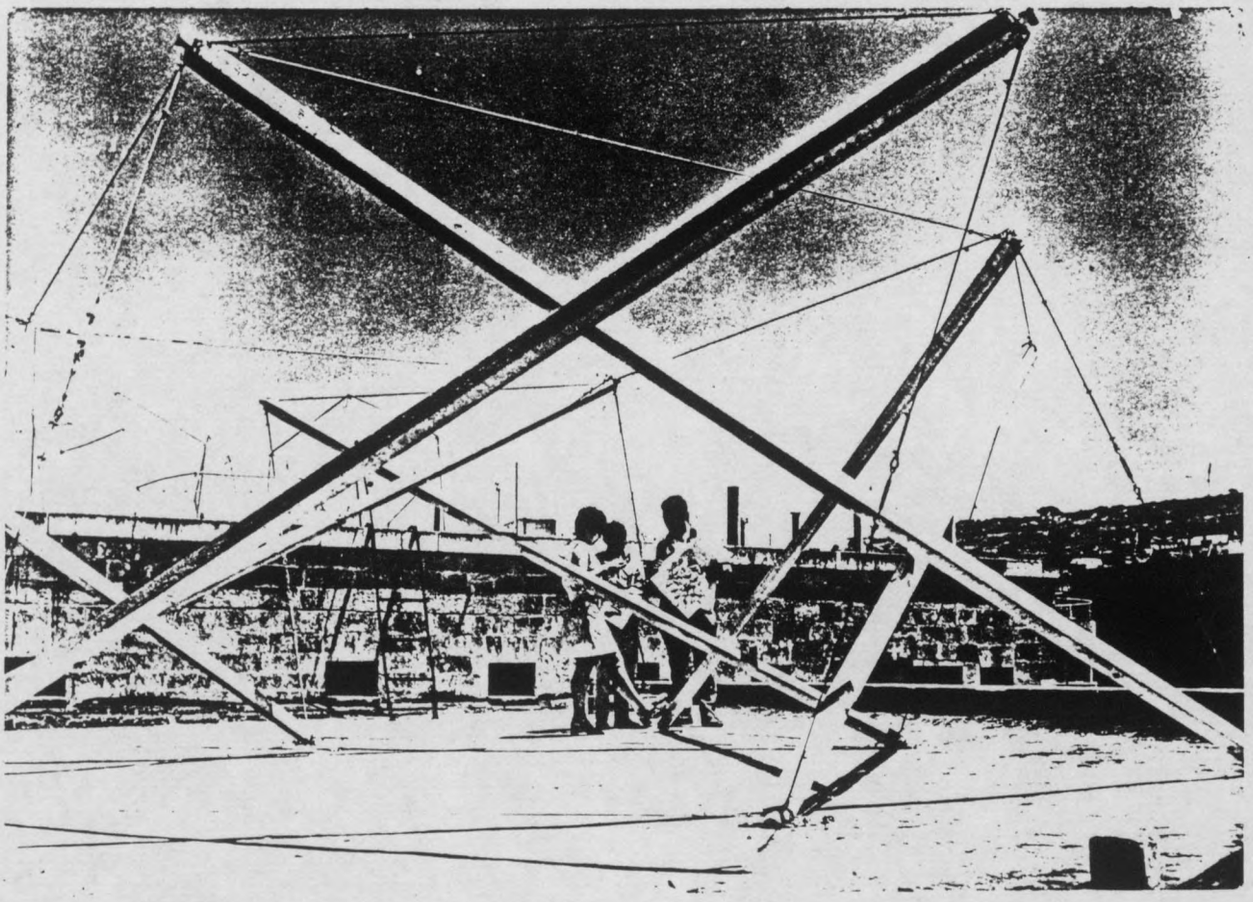

5
10
15
5
10
15





ABRIS D' URGENCE

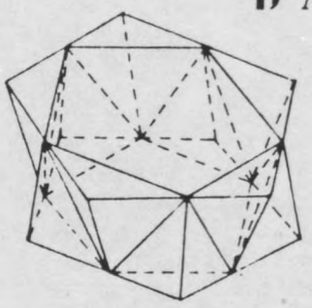
Pour construire des volumes simples et de relativement faible dimension, à usage d'habitation, ou autres, on peut utiliser directement des formes élémentaires anti-prismatiques ou leurs dérivées par interpénétration: par exemple, la forme appelée "interpénétration carrée", composée de huit barres et de vingt quatre tirants. Un modèle grandeur était construit la première fois en 1963 par un groupe d'étudiants de l'ENSBA et un autre en 1971 par ceux du Technion. Ce dernier avait environ 7 mètres de côté et 50 m2 de surface habitable. Pour l'enveloppe extérieure, composée de huit PH identiques, on préconisait une variante avec parois rigides, outre la solution de voiles souples. Cette technique, consistait à tendre un grillage métallique ou en matière plastique entre les tirants, puis à projeter soit un mortier de ciment ou de plâtre armé ou encore un isolant expansé sur les faces tendues. Après le durcissement, ces surfaces gauches à double courbure étant devenues autoportantes, les barres de la charpente peuvent être démontées et réutilisées.

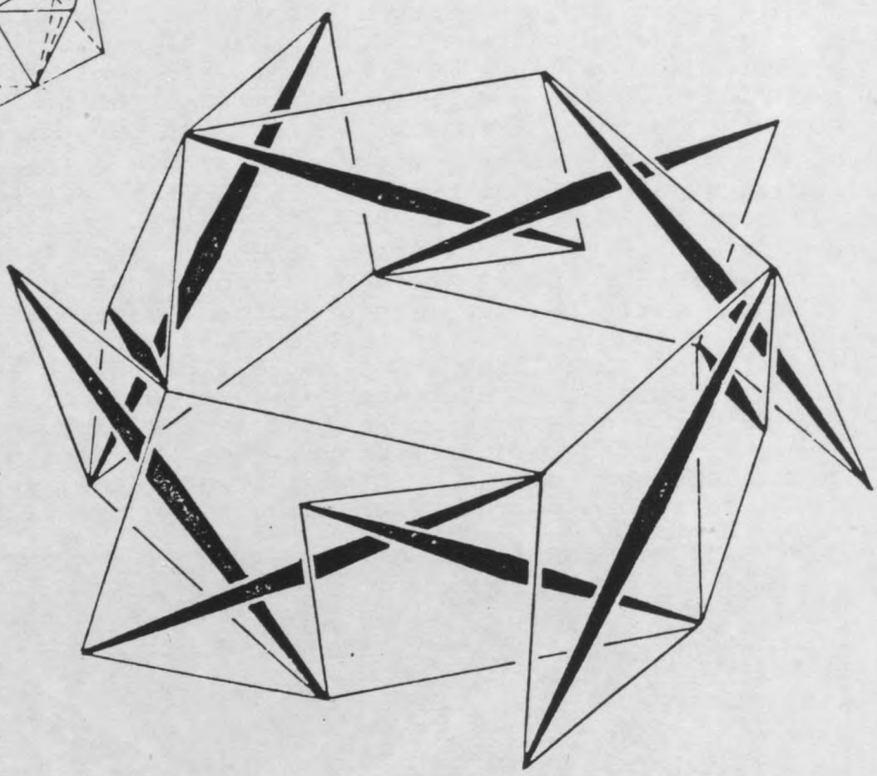


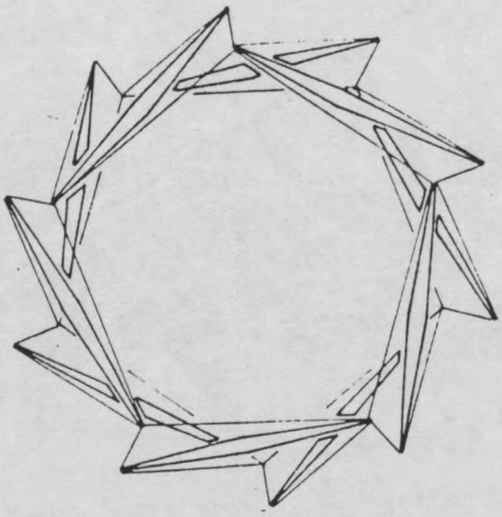
Séminaires de structures légères, Technion Haifa 1971.

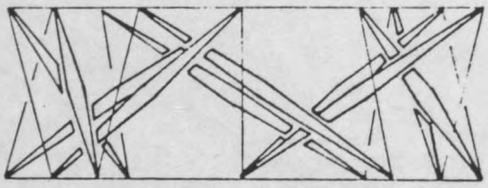
10

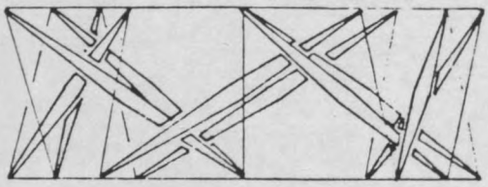
INTERPENETRATION D'ANTIPYRAMIDES PENTAGONALES

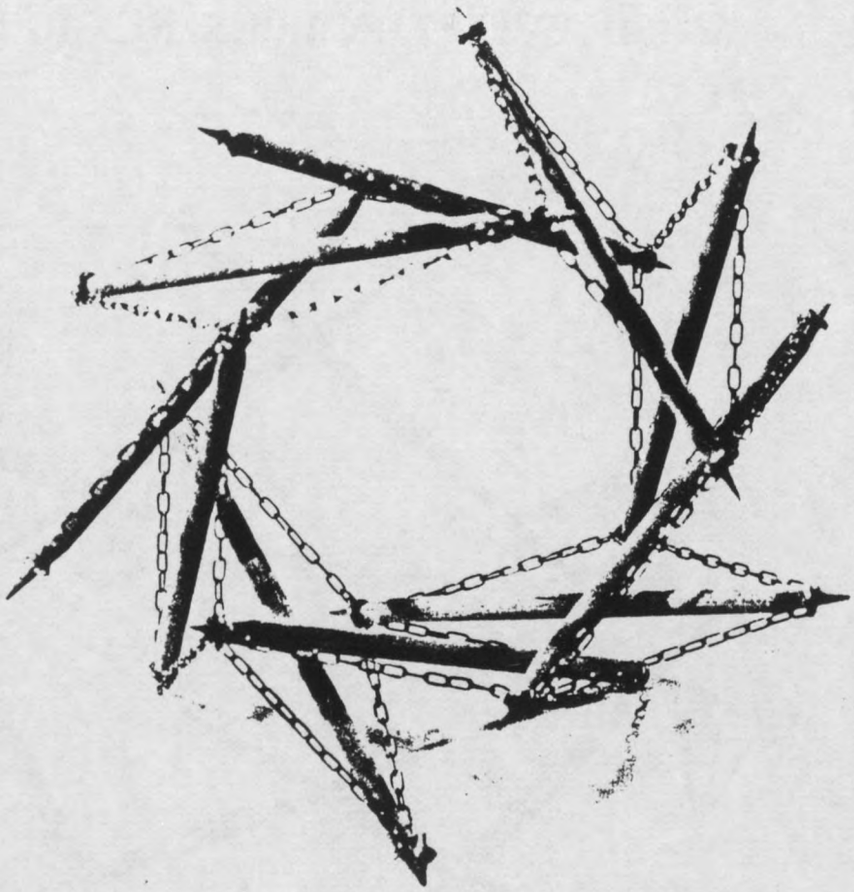


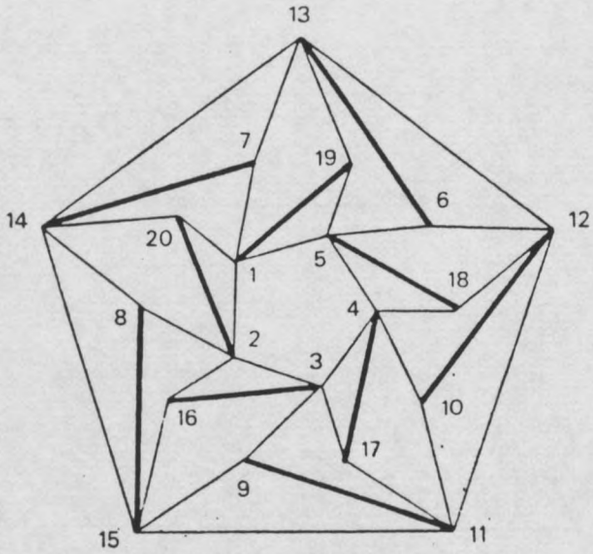


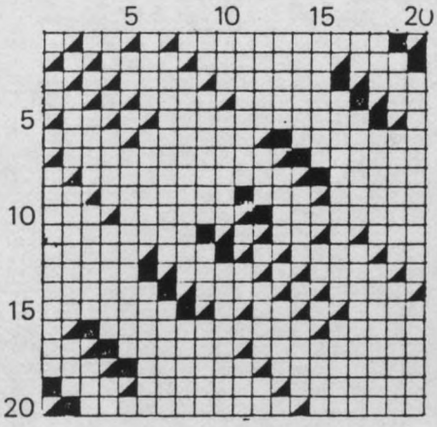






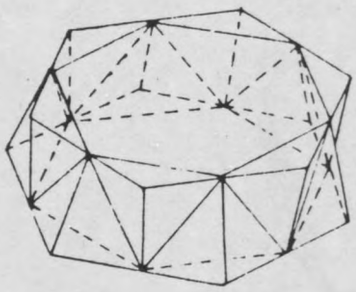


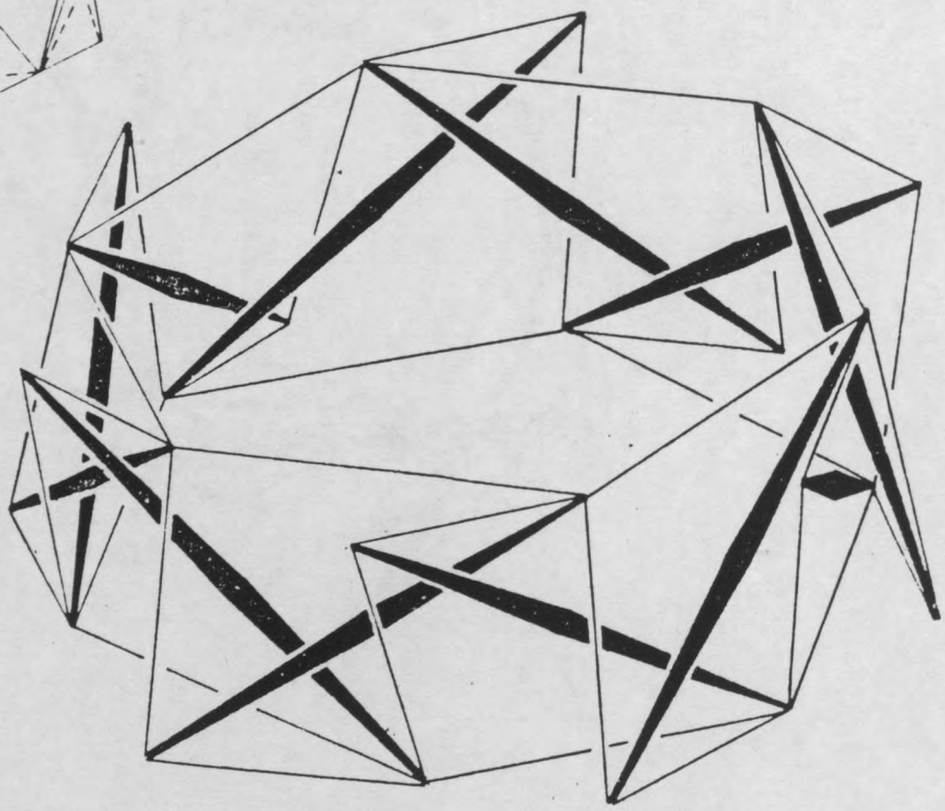

13
7
19
6
14
12
20
1
5
18
8
4
2
3
10
16
17
9
15
11

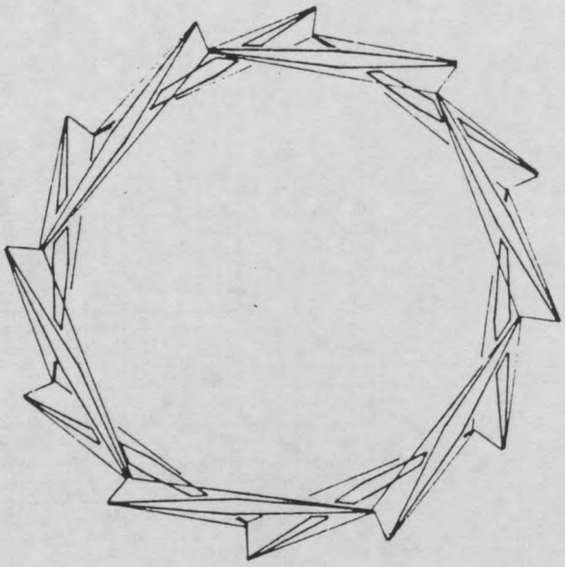

5
10
15
20
5
10
15
20

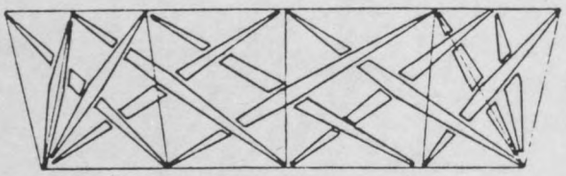
11

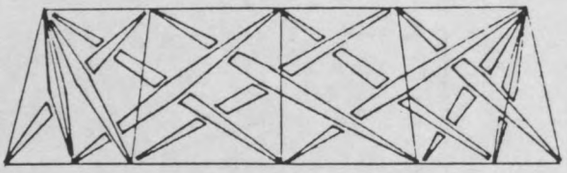
INTERPENETRATION D'ANTIPYRAMIDES HEXAGONALES

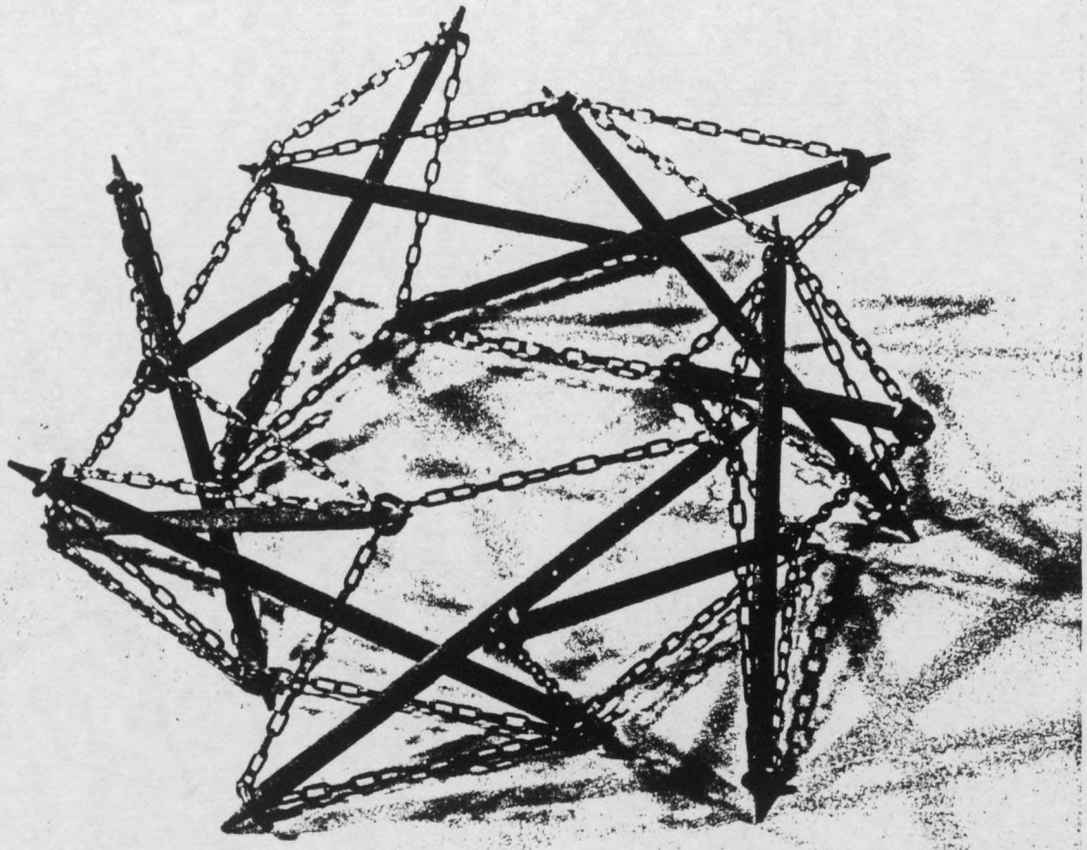


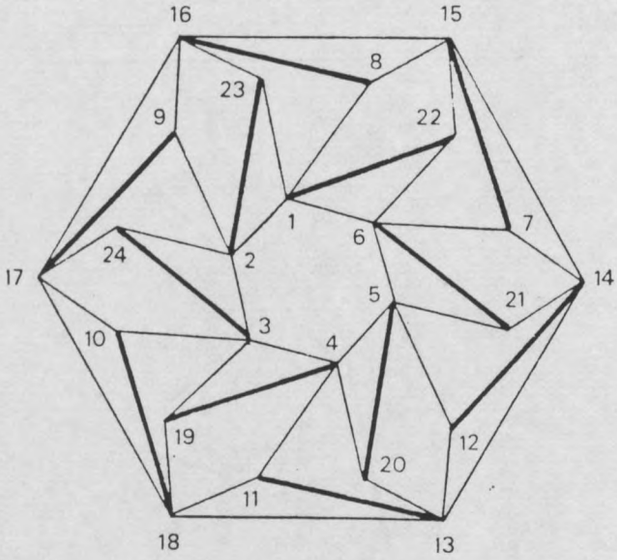


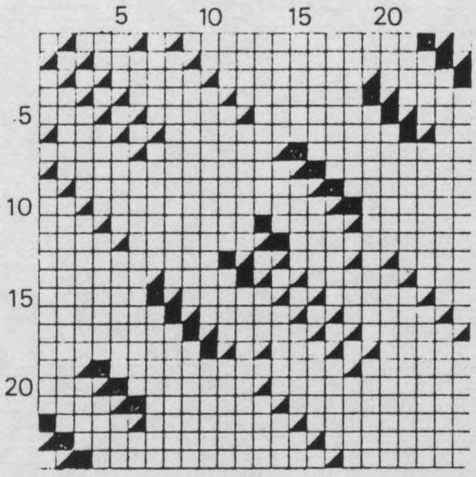






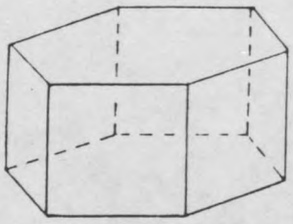


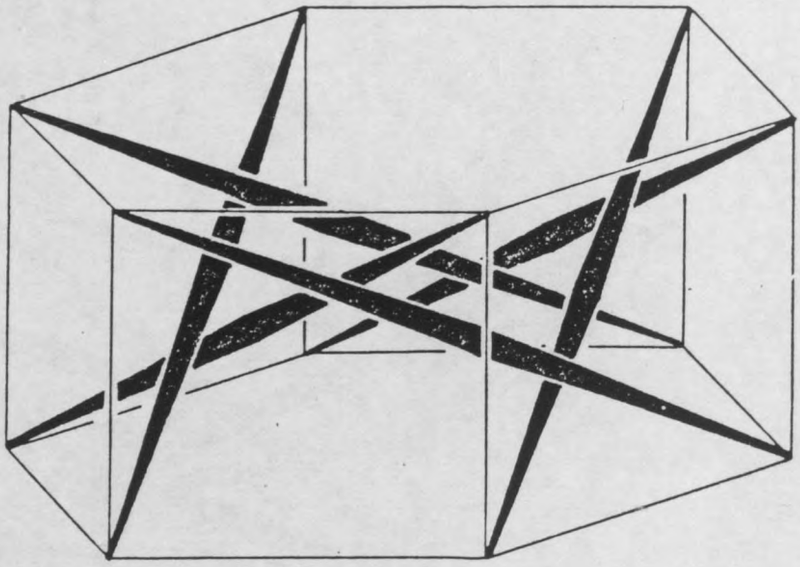

16
15
8
23
9
22
1
7
6
24
2
17
14
5
21
3
10
4
19
12
20
11
18
13

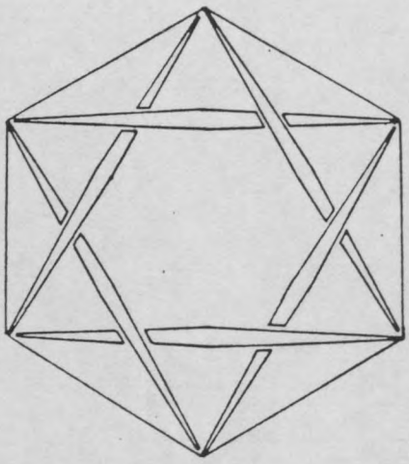

5
10
15
20
5
10
15
20

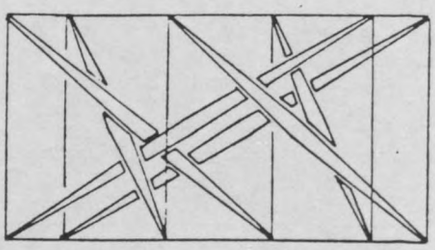
12

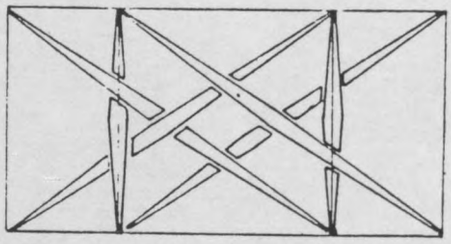
PRISME HEXAGONAL 446

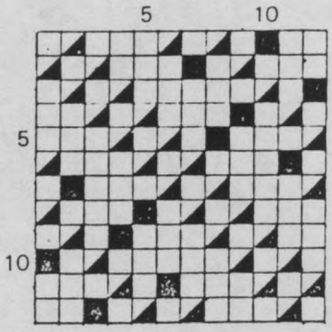


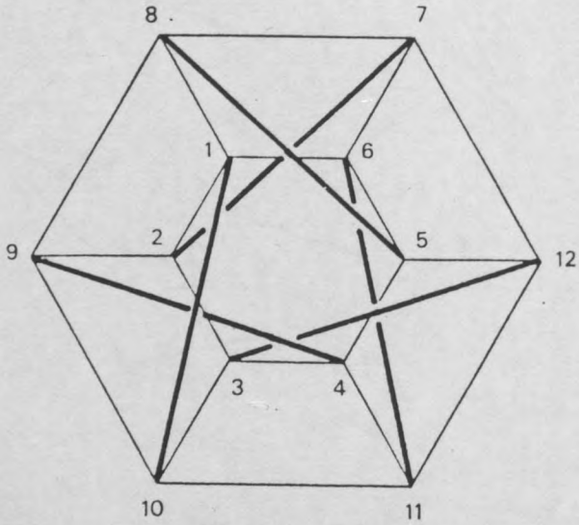


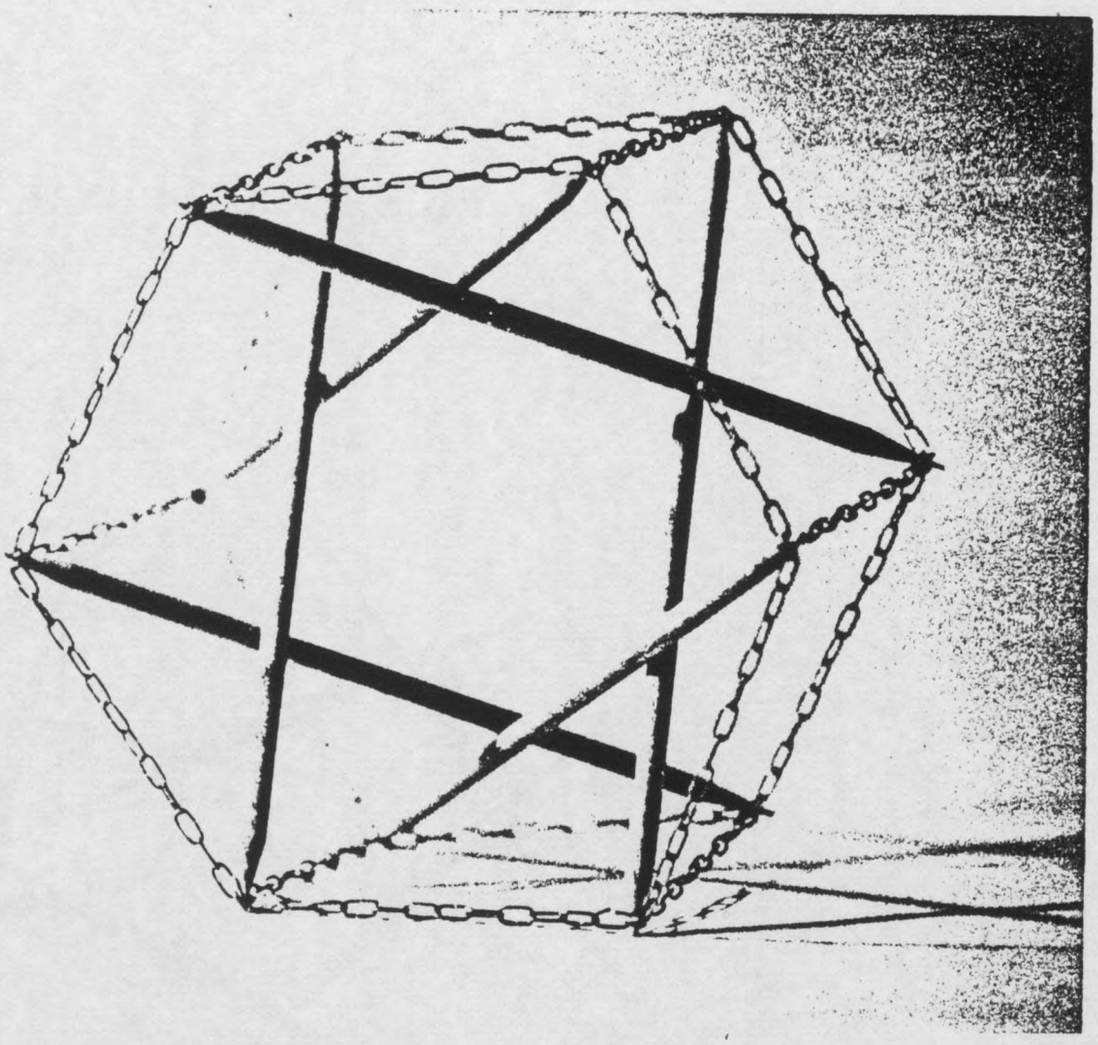


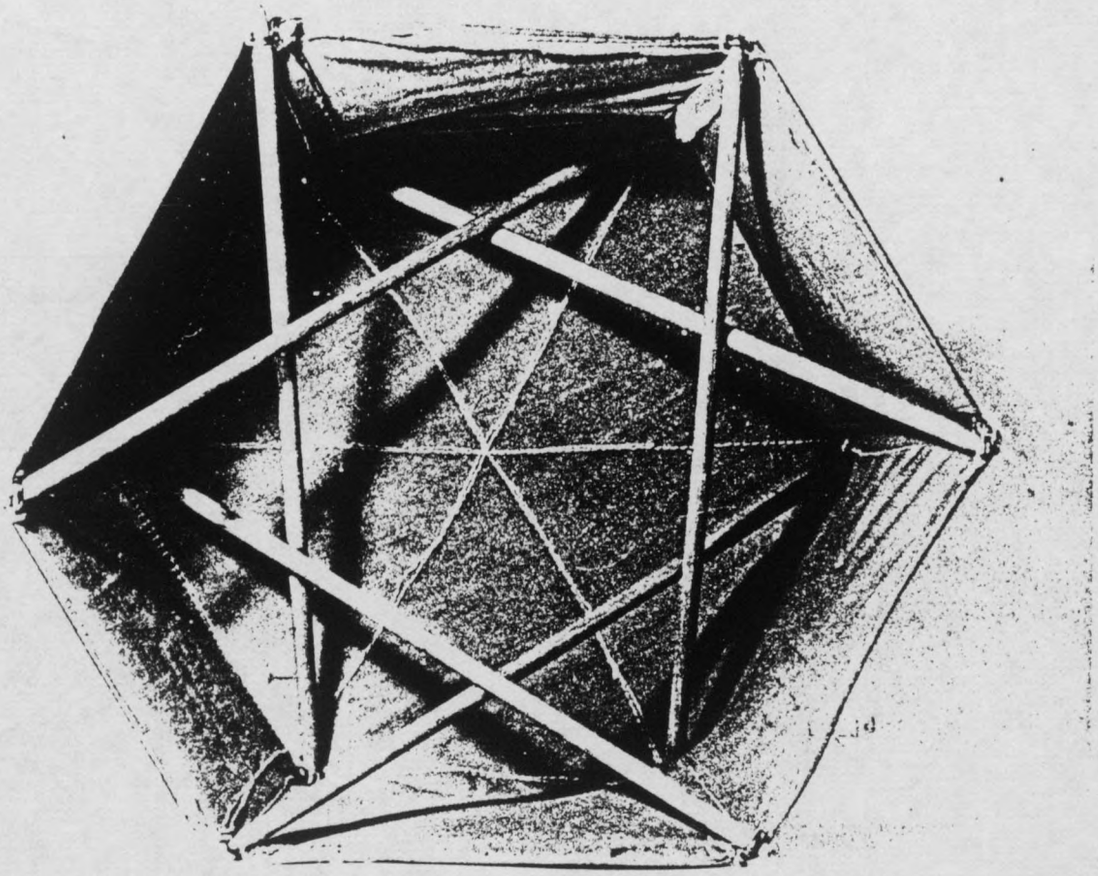




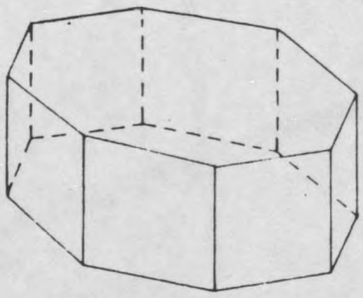


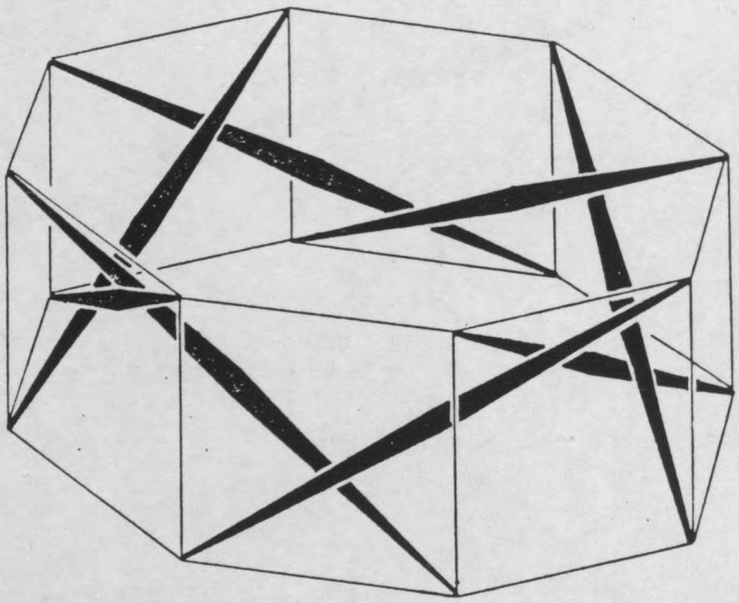


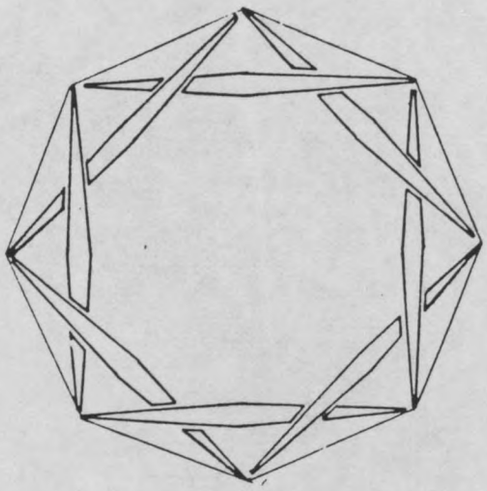


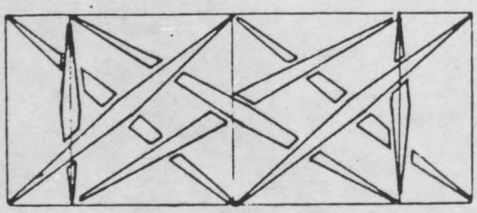


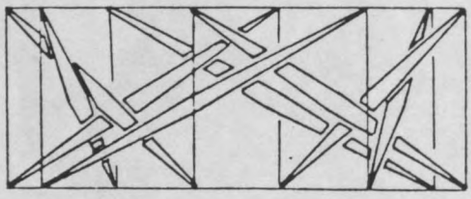
45 PRISME OCTOGONAL 448

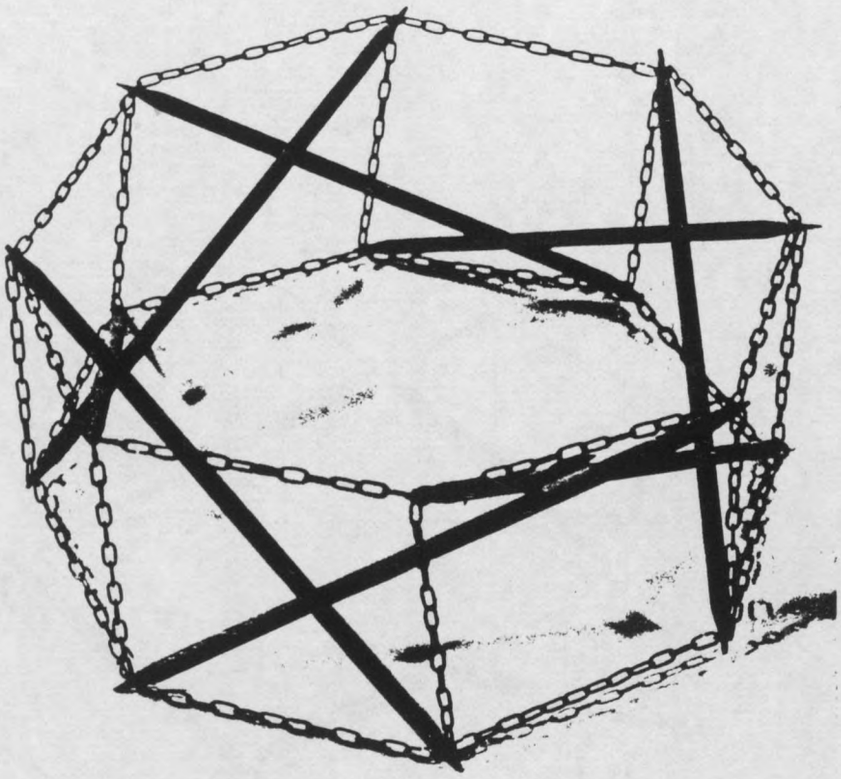


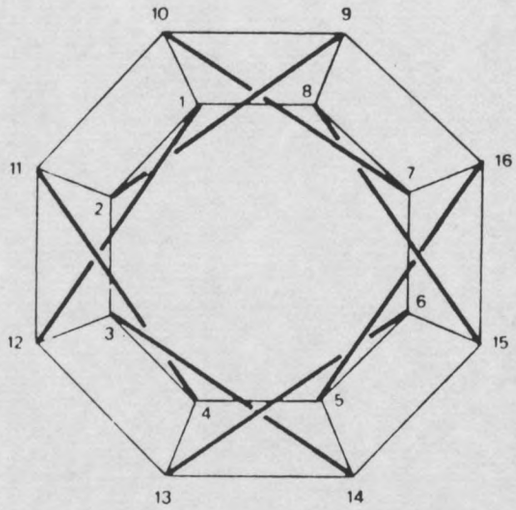


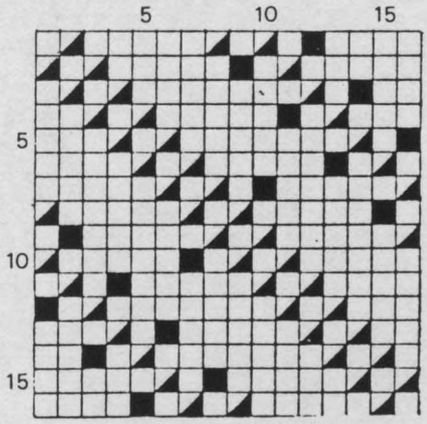




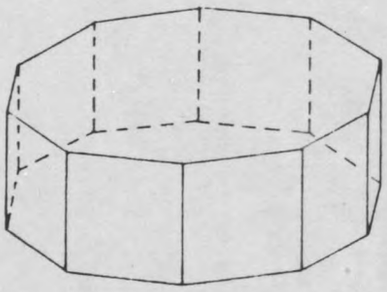


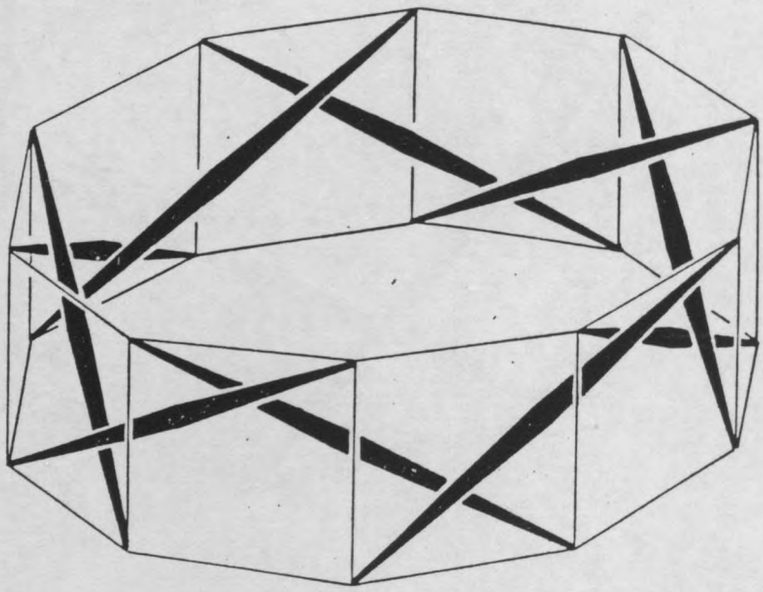


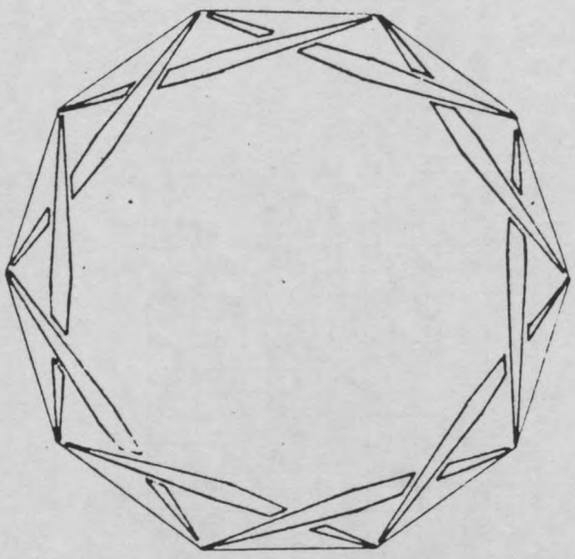

10
9
1
8
11
16
7
2
6
12
3
15
4
5
13
14

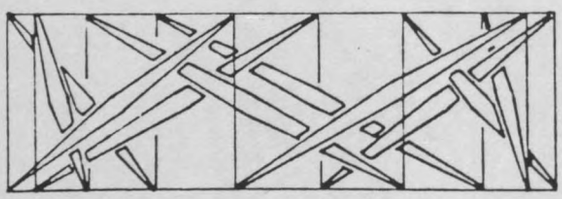

5
10
15
5
10
15

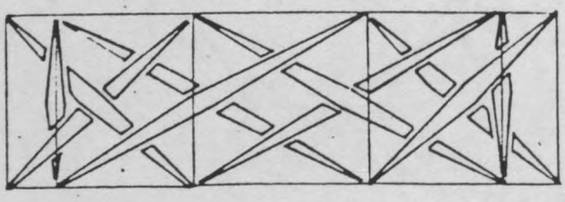
44 PRISME DECAGONAL 4410

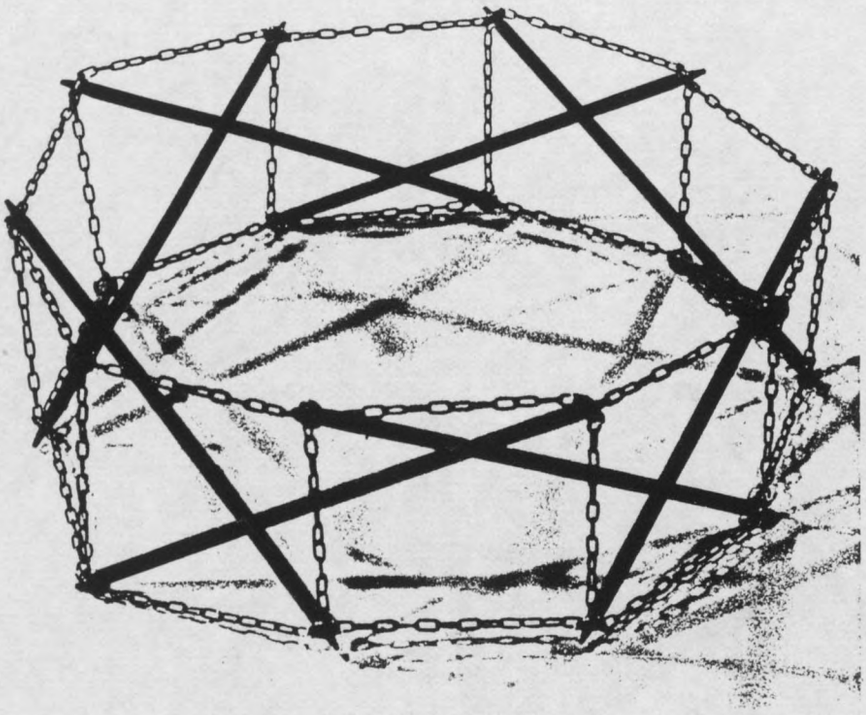


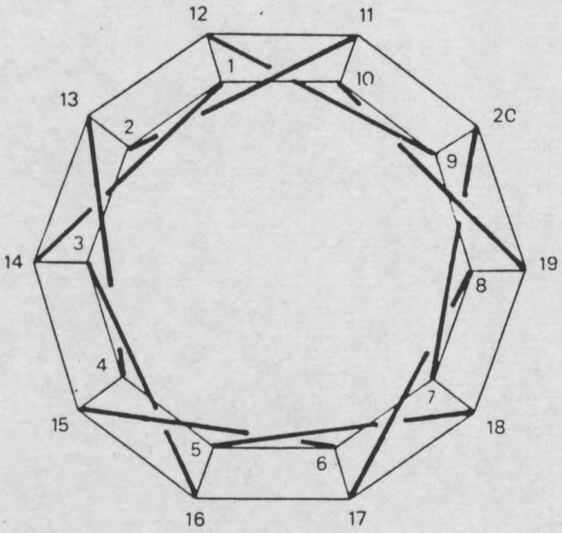


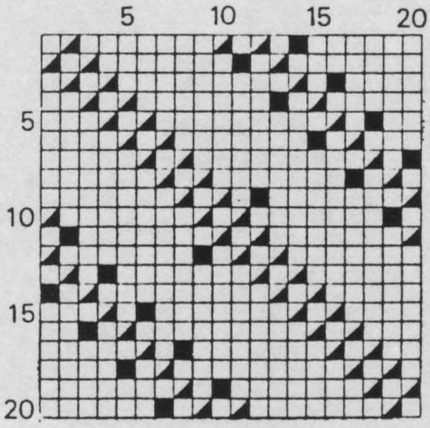






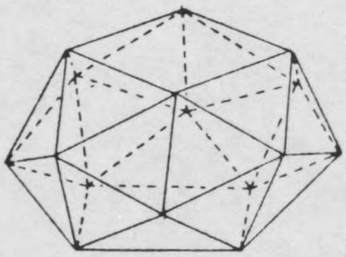


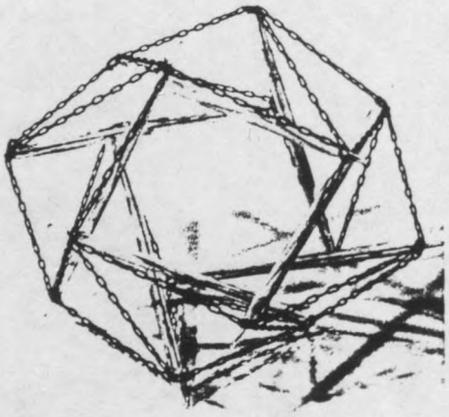

12
11
1
10
13
2
20
9
14
3
19
8
4
7
15
18
5
6
16
17

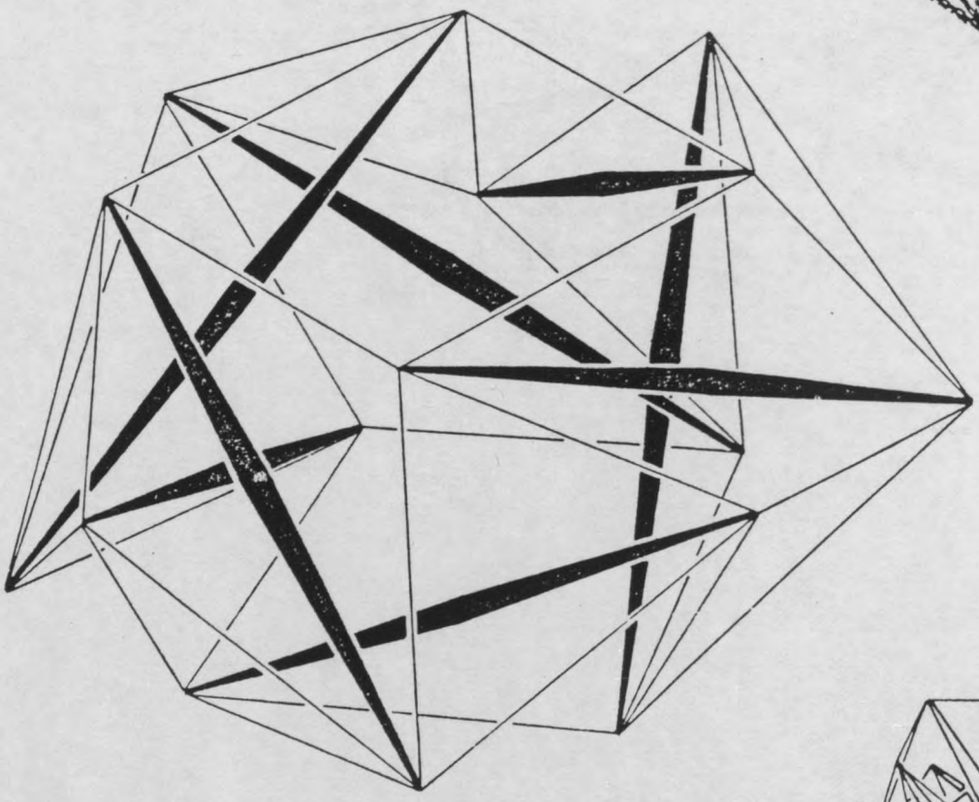

5
10
15
20
5
10
15
20

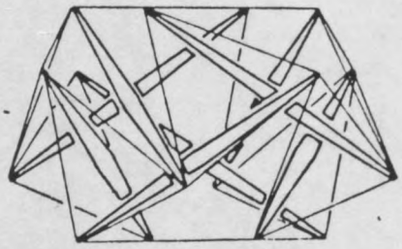
15

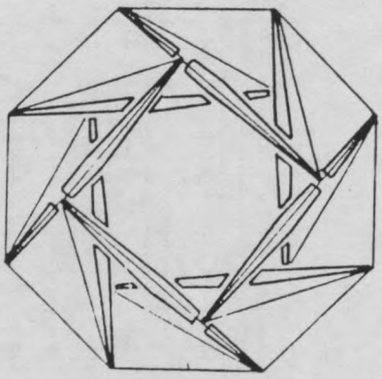
ANNEAU CARRE

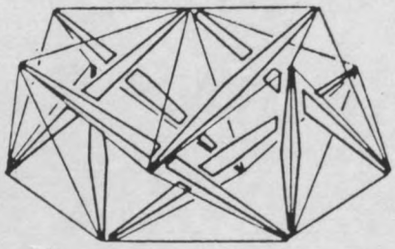


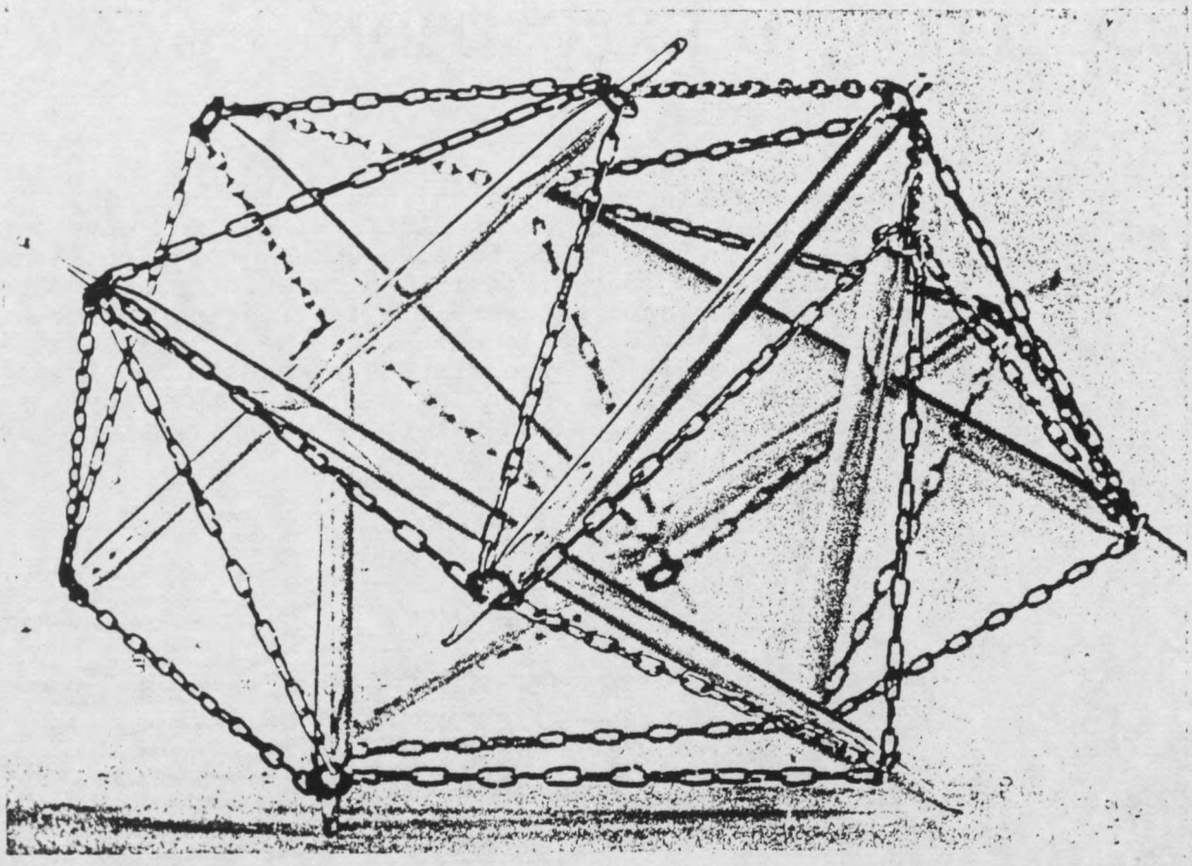


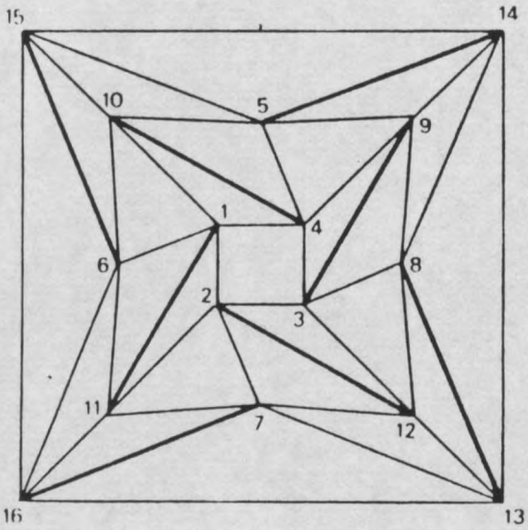


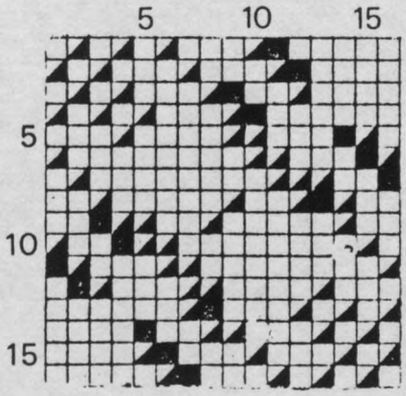






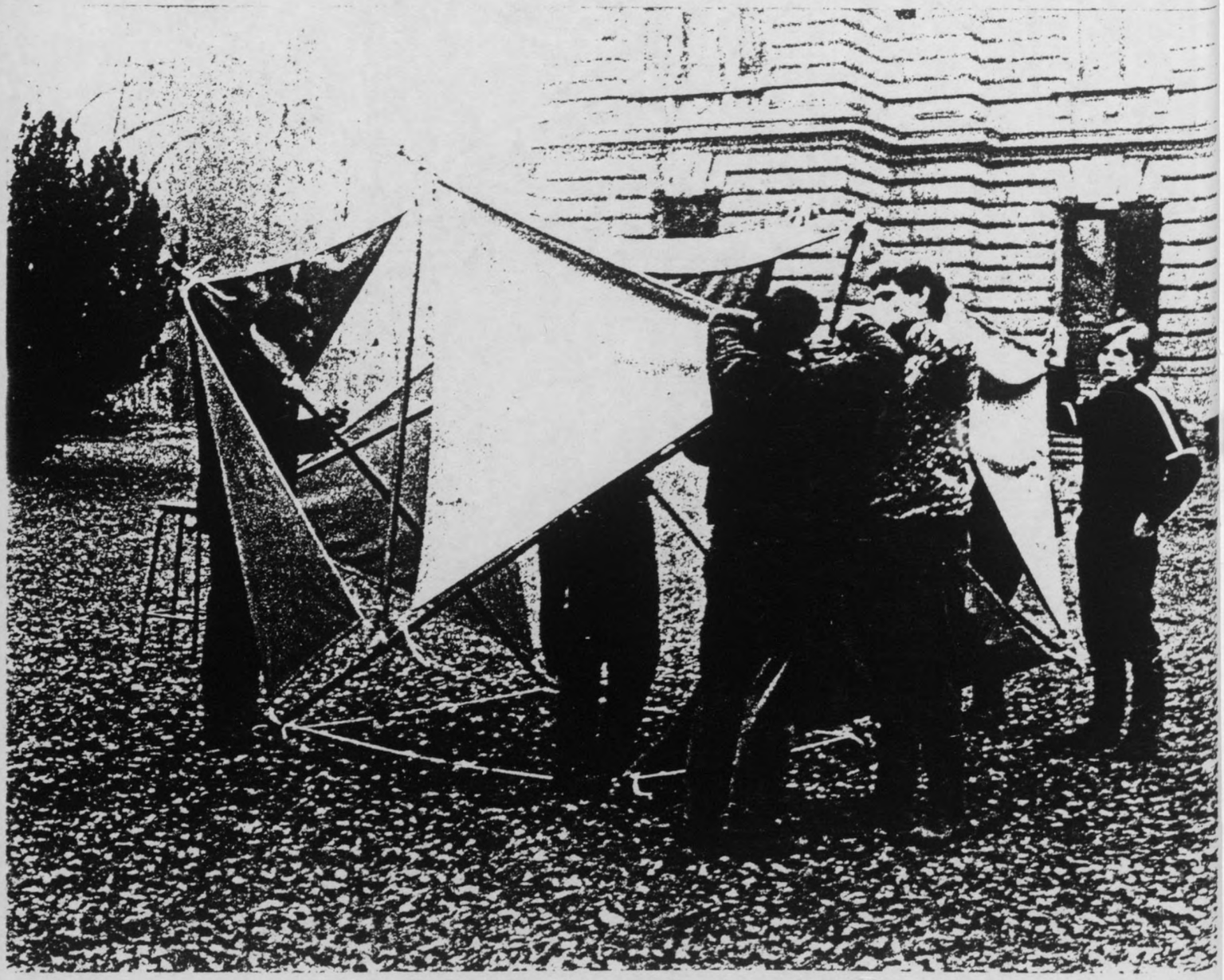


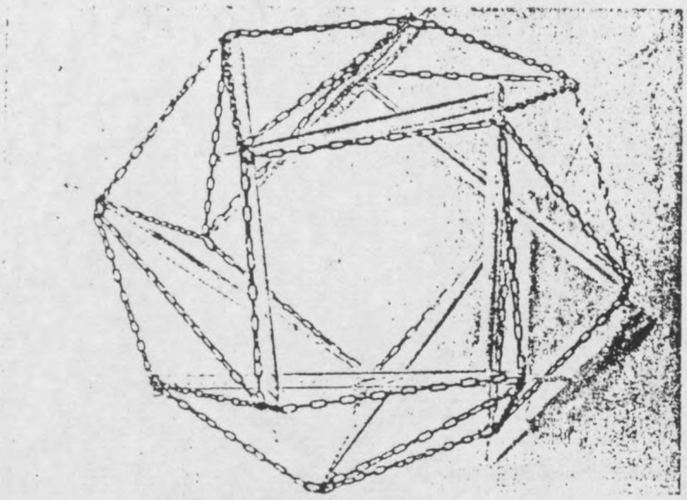

15
14
10
5
9
1
4
6
8
2
3
11
7
12
16
13

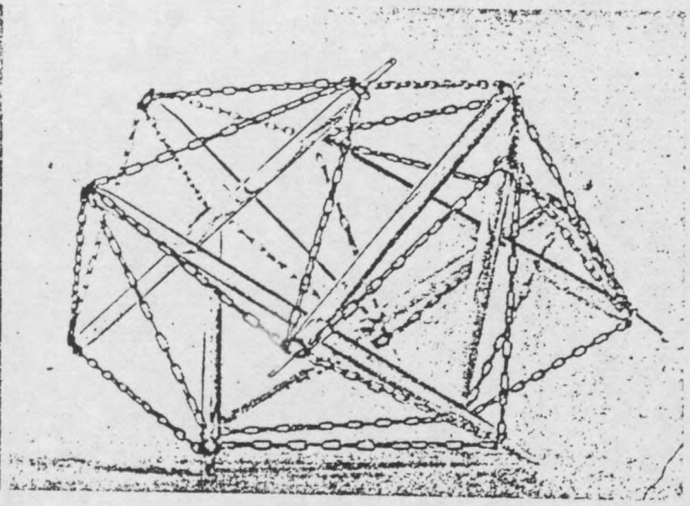

5
10
15
5
10
15

PAVILLONS D' EXPOSITION

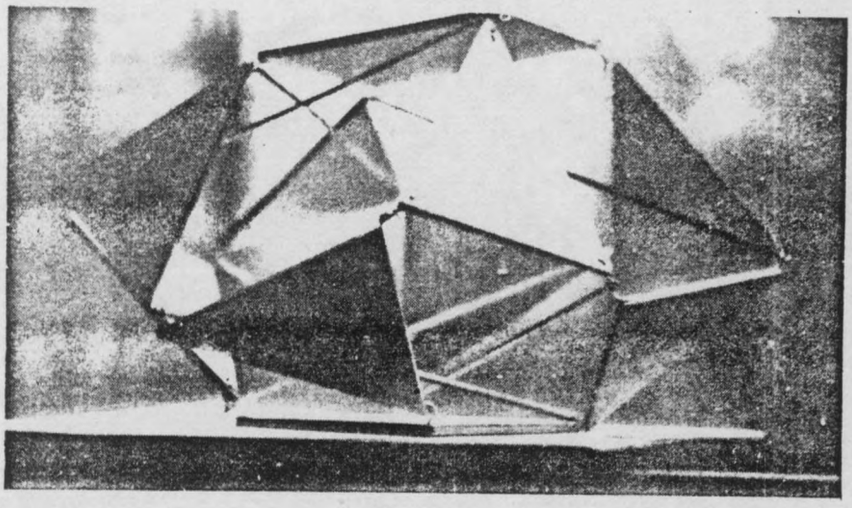
Certaines structures bâties en anneau, de même que les solides appelés "polyèdres mixtes" ont une enveloppe composée à la fois de surfaces gauches et de polygones réguliers. Dans ces compositions relativement simples, les surfaces planes se prêtent à la création d'écrans, d'ouverture et de passages. Lors d'un séminaire à Strasbourg, en 1967, une structure appelée "hexicosièdre" était modélisée selon les diverses techniques de réalisation possibles en vue de la construction d'un pavillon d'exposition itinérante.

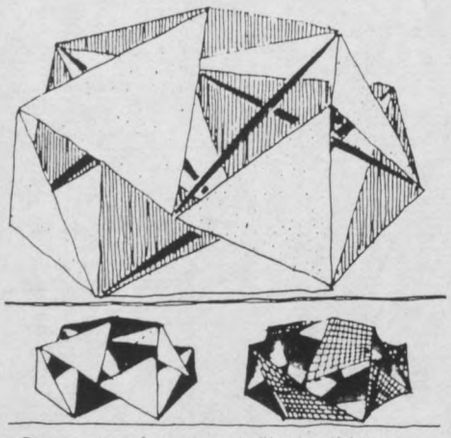




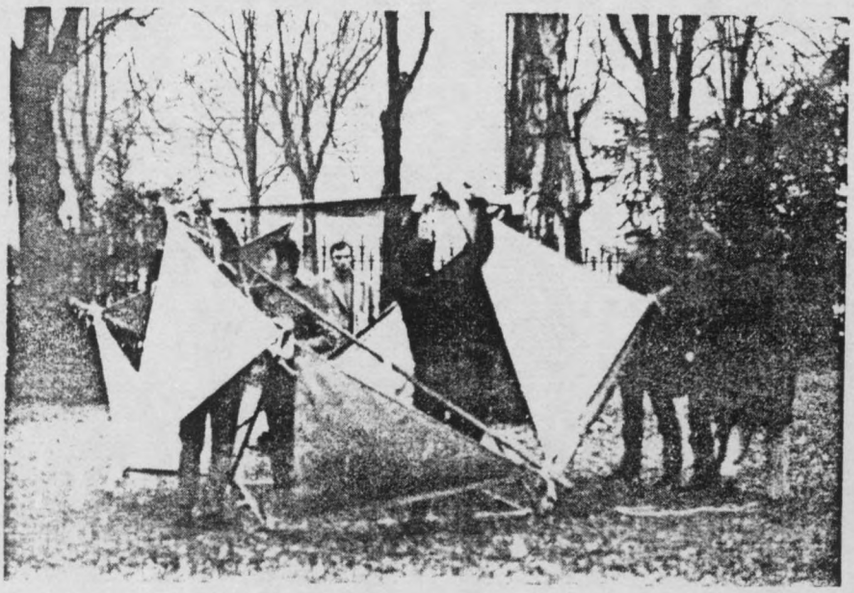


HEXICOSIEDRE



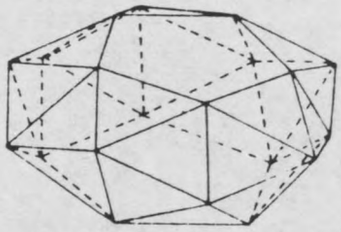


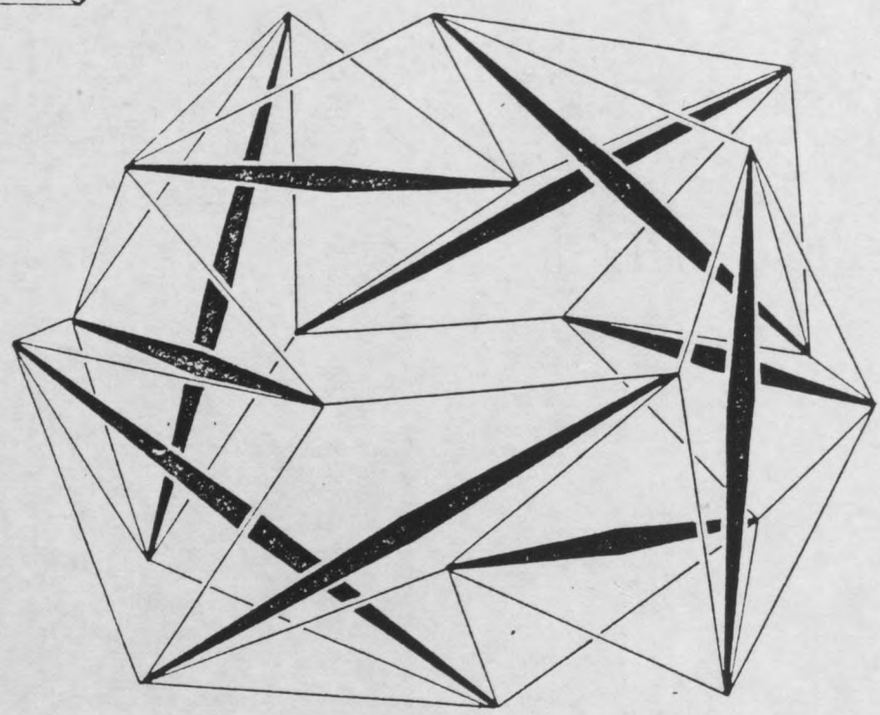
Diverses transformations de l'hexicosiedre :
a. barres de compression et membranes souples.
b. câbles de tensions et parois rigides.
c. Paraboloïdes-hyperboliques rigides.

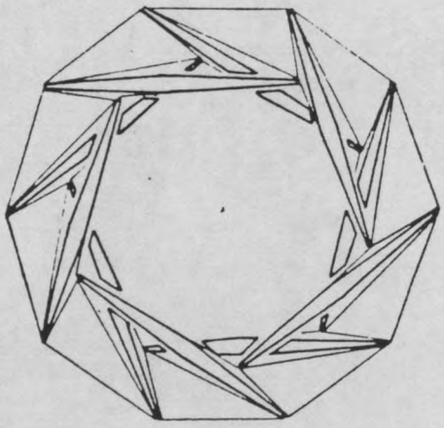


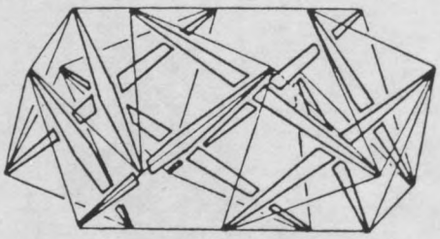
Réalisation — bambou et toile — par les étudiants du séminaire de structures, organisé par ENIS et Beaux-Arts de Strasbourg, déc. 1967

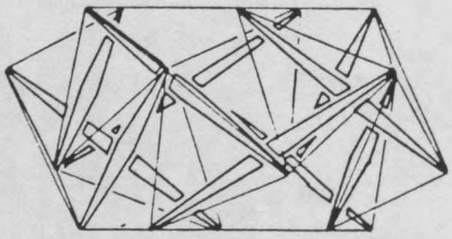
46 ANNEAU PENTAGONAL

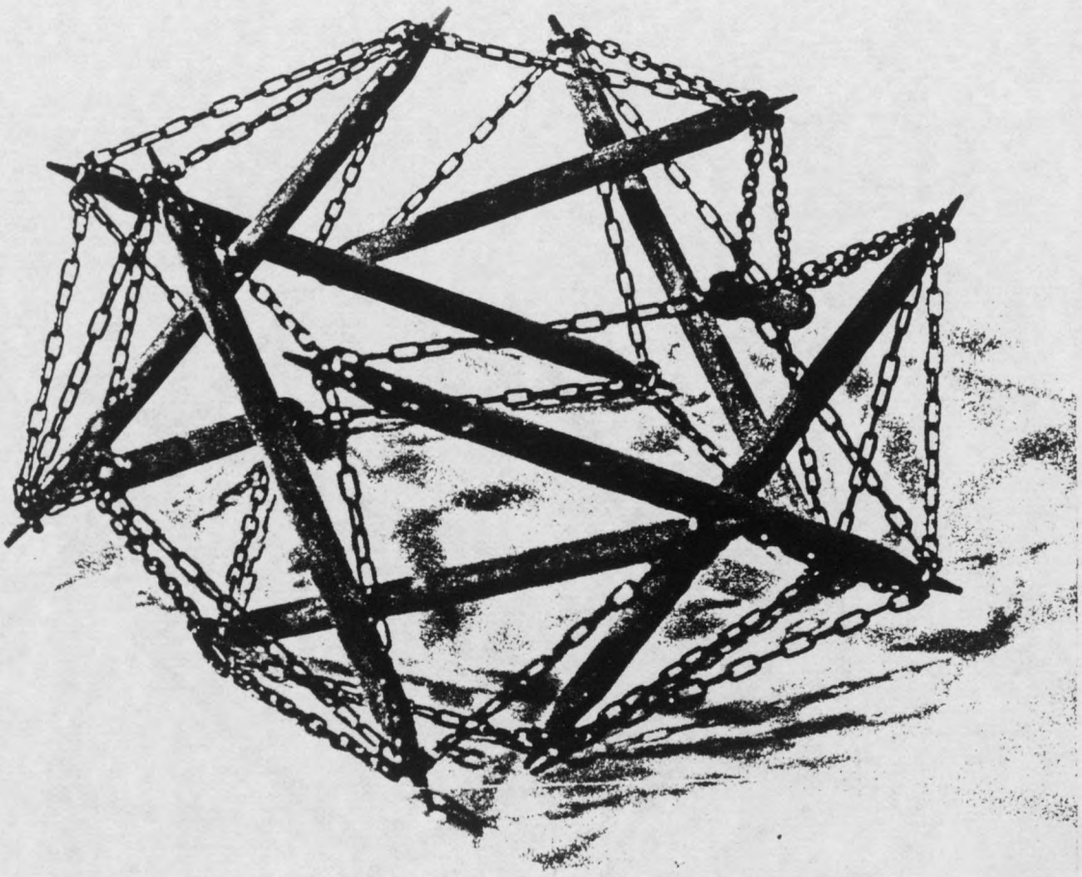


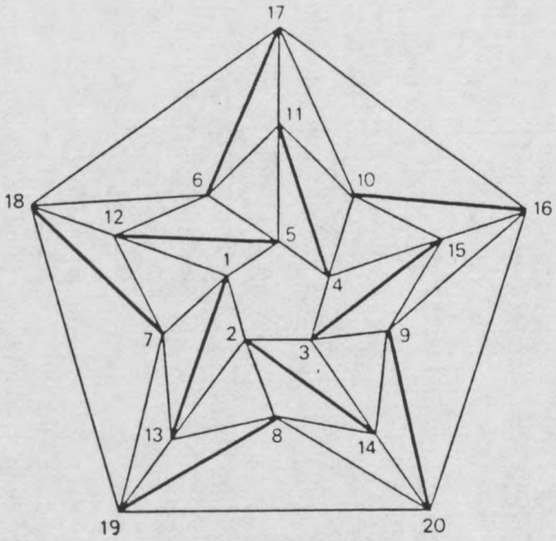


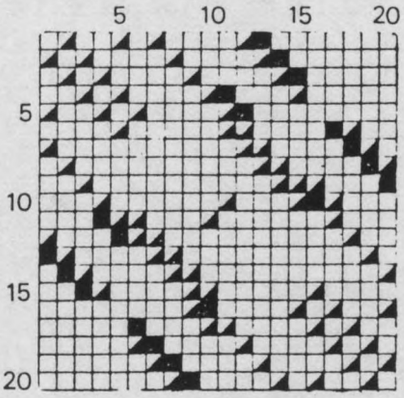




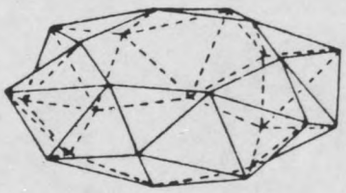


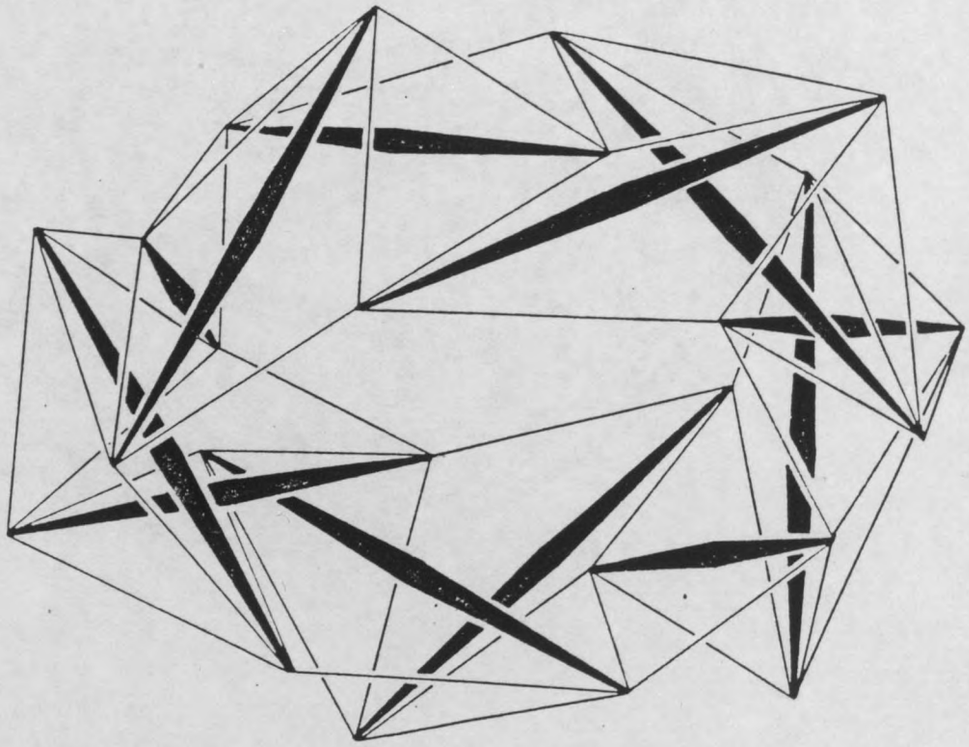


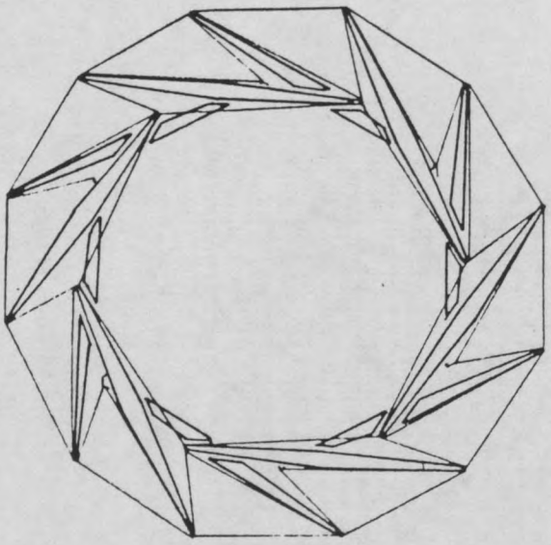

17
11
6
10
18
16
12
5
15
1
4
7
2
9
3
13
8
14
19
20

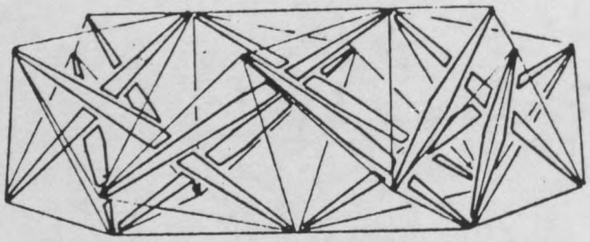

5
10
15
20
5
10
15
20

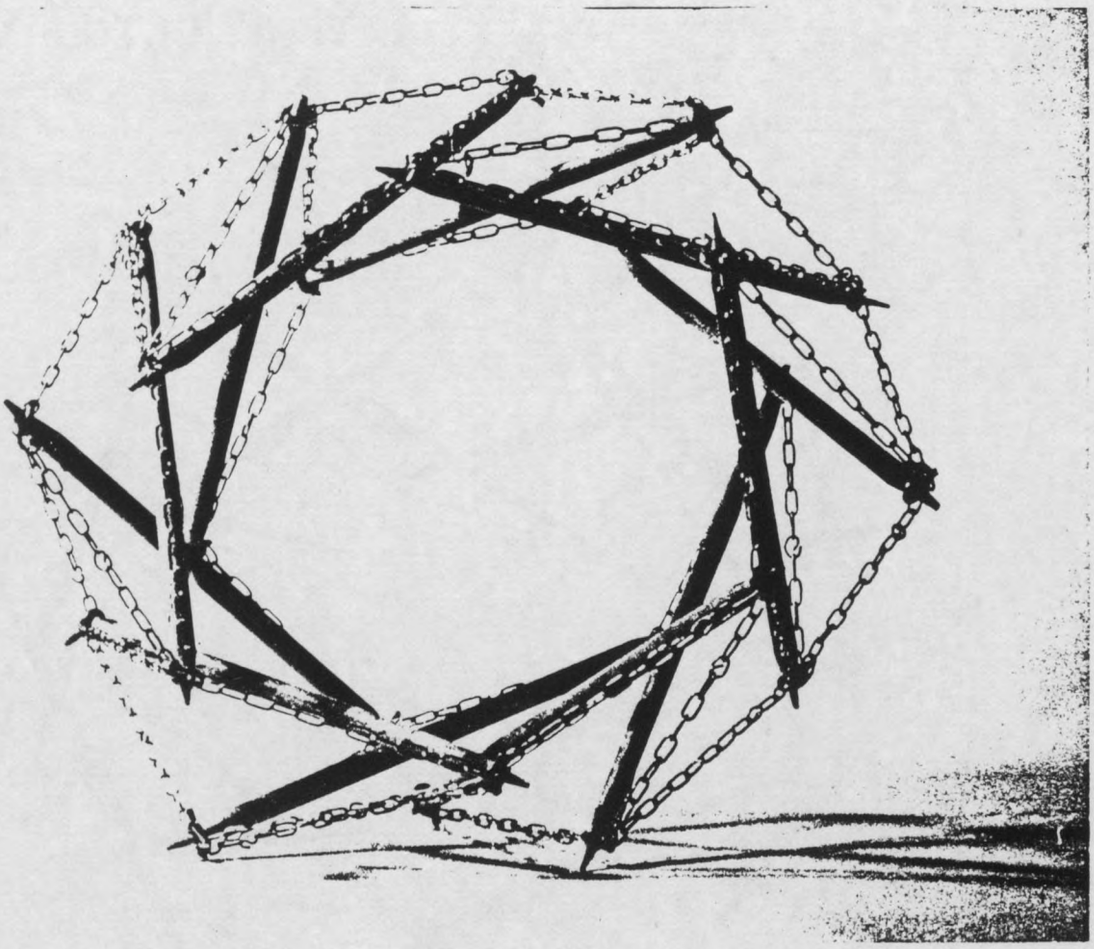
47 ANNEAU HEXAGONAL

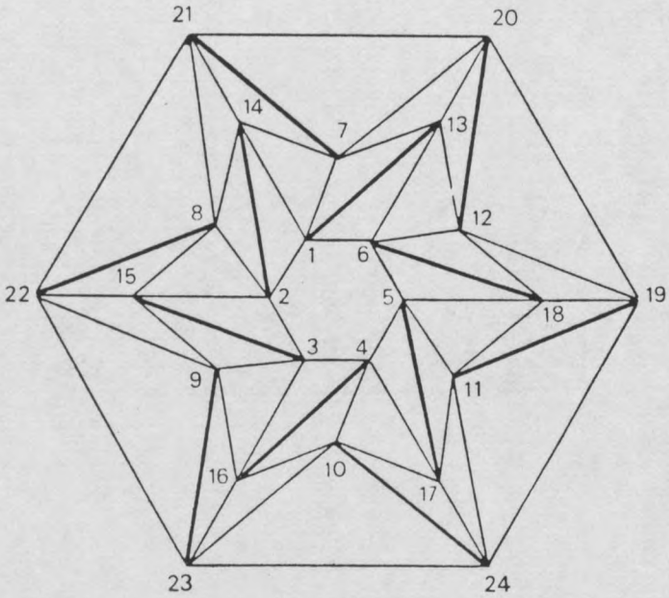


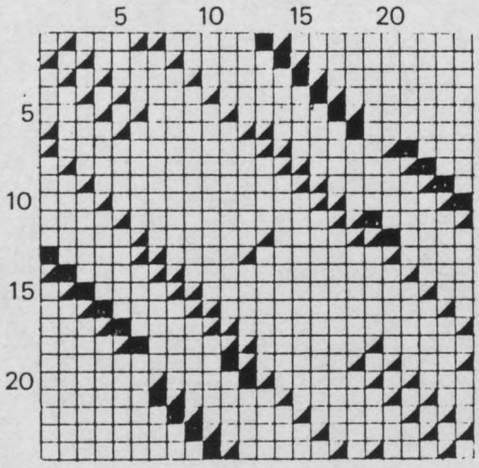




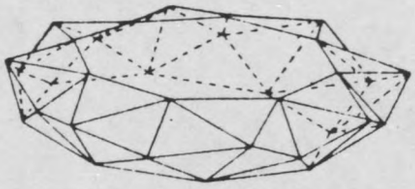


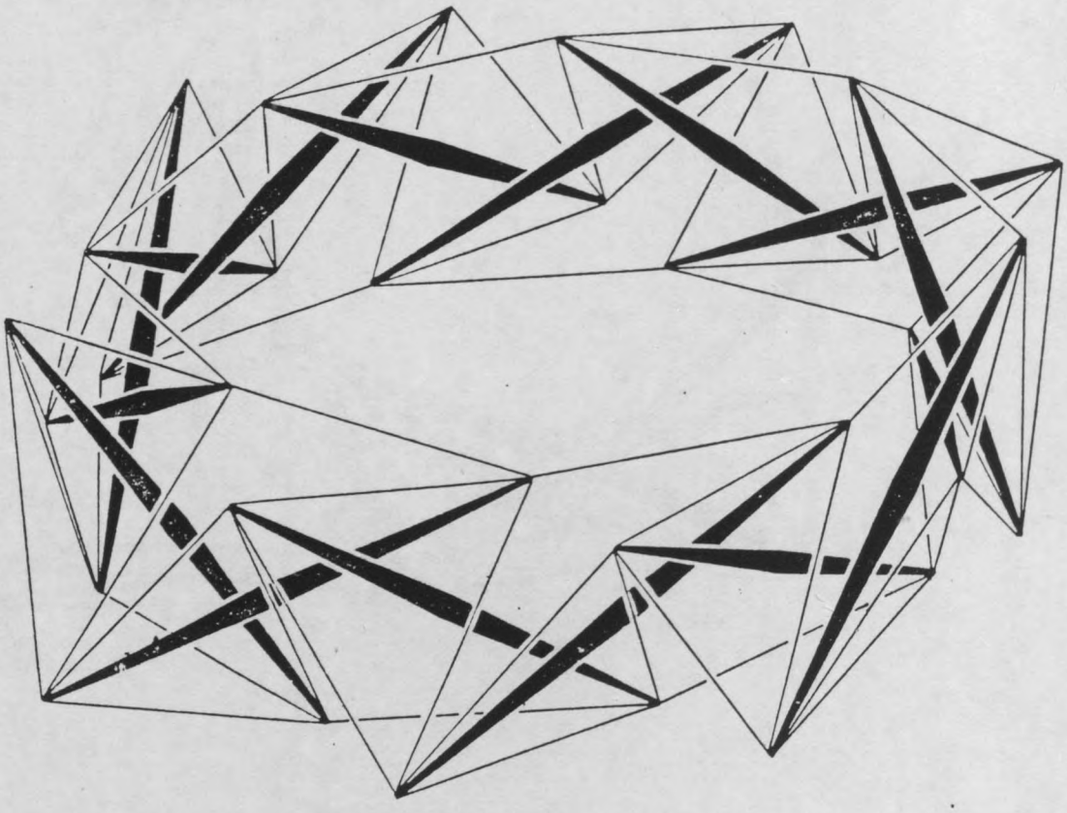


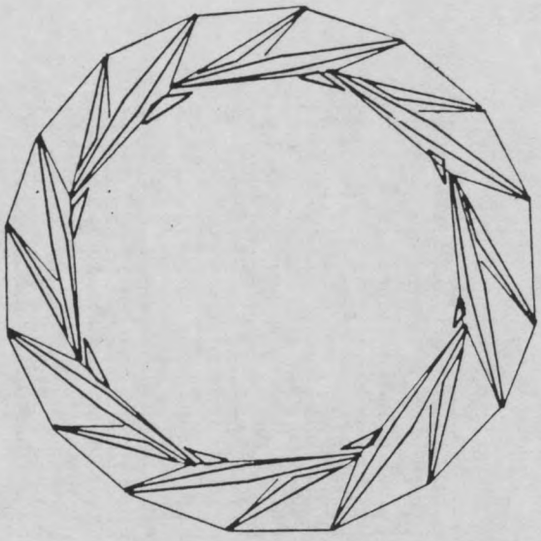

21
20
14
7
13
8
12
1
6
22
15
2
5
19
18
3
4
9
11
16
10
17
23
24

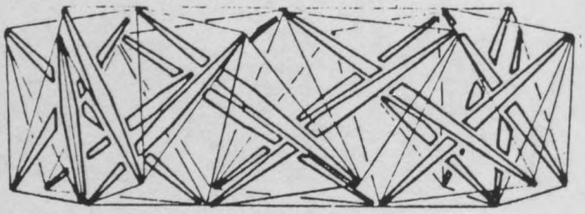

5
10
15
20
5
10
15
20

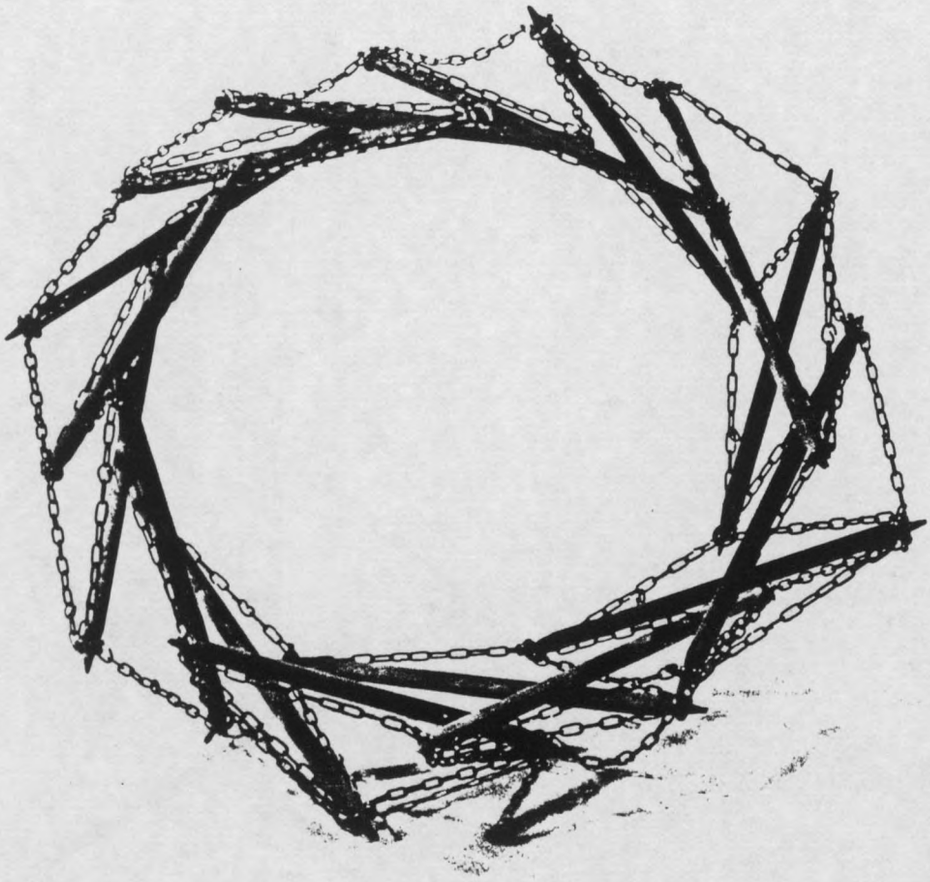
18 ANNEAU OCTOGONAL

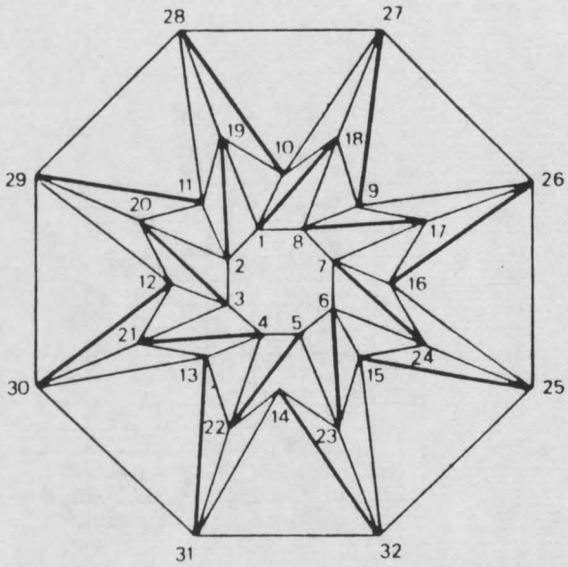


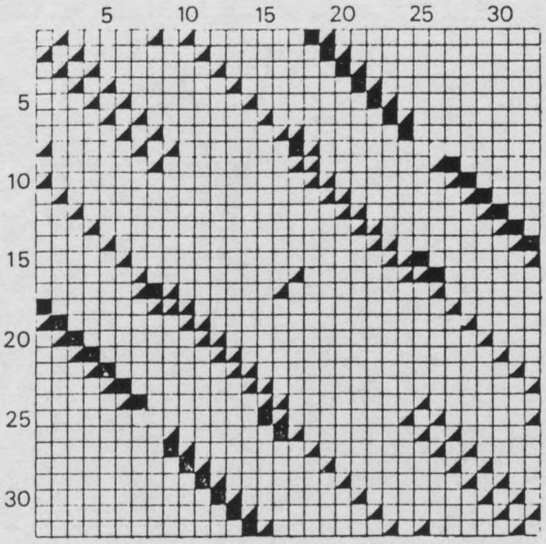






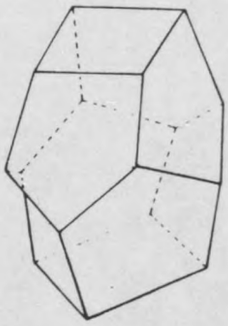


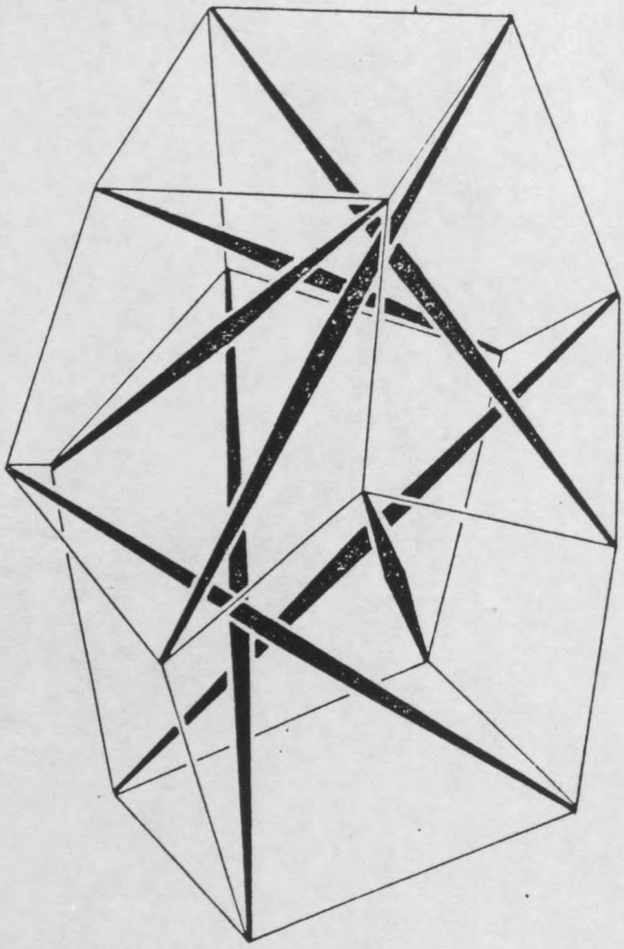

28
27
29
26
30
25
31
32
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

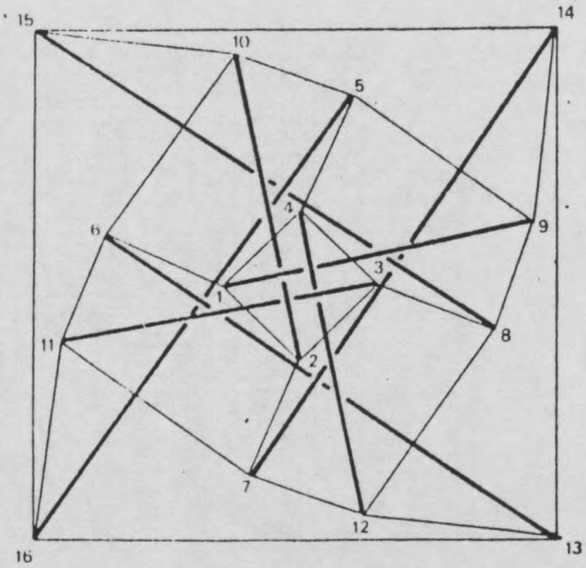

5
10
15
20
25
30
5
10
15
20
25
30

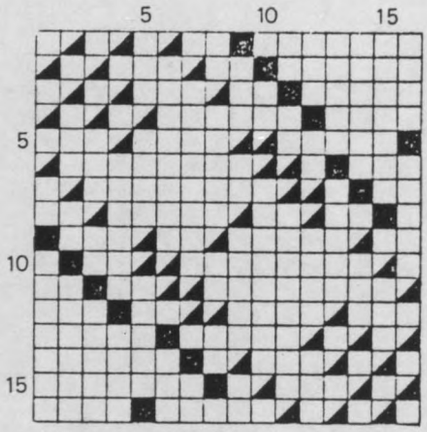
19

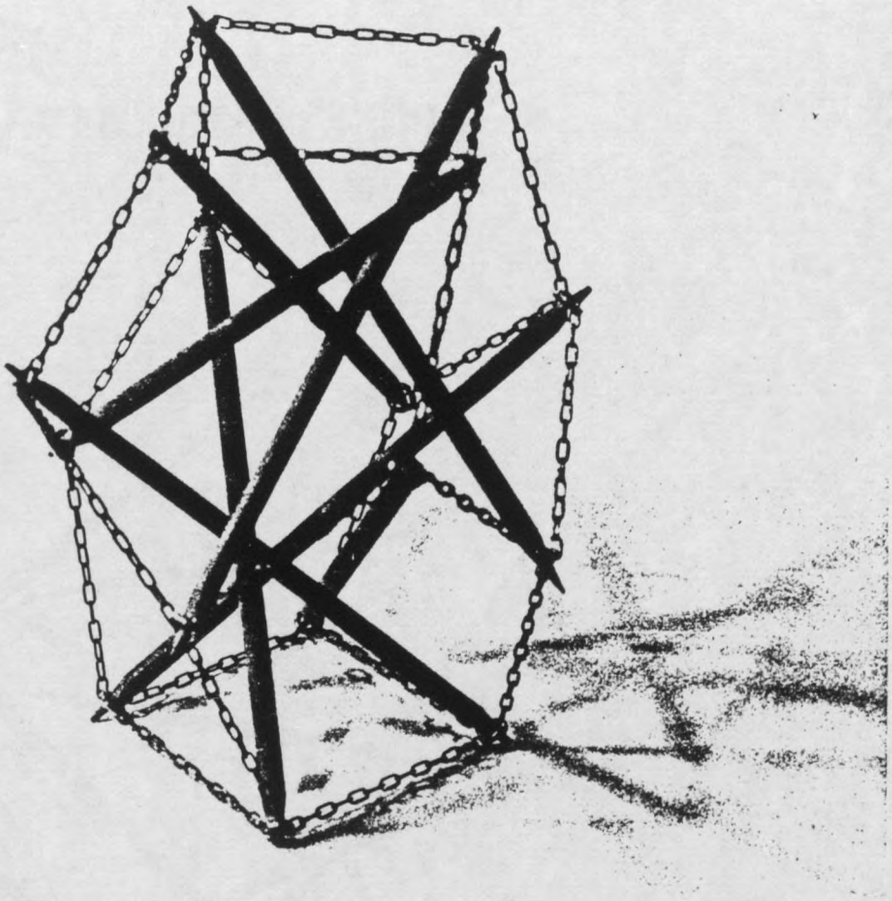
PENETRATION CARREE 2×4B

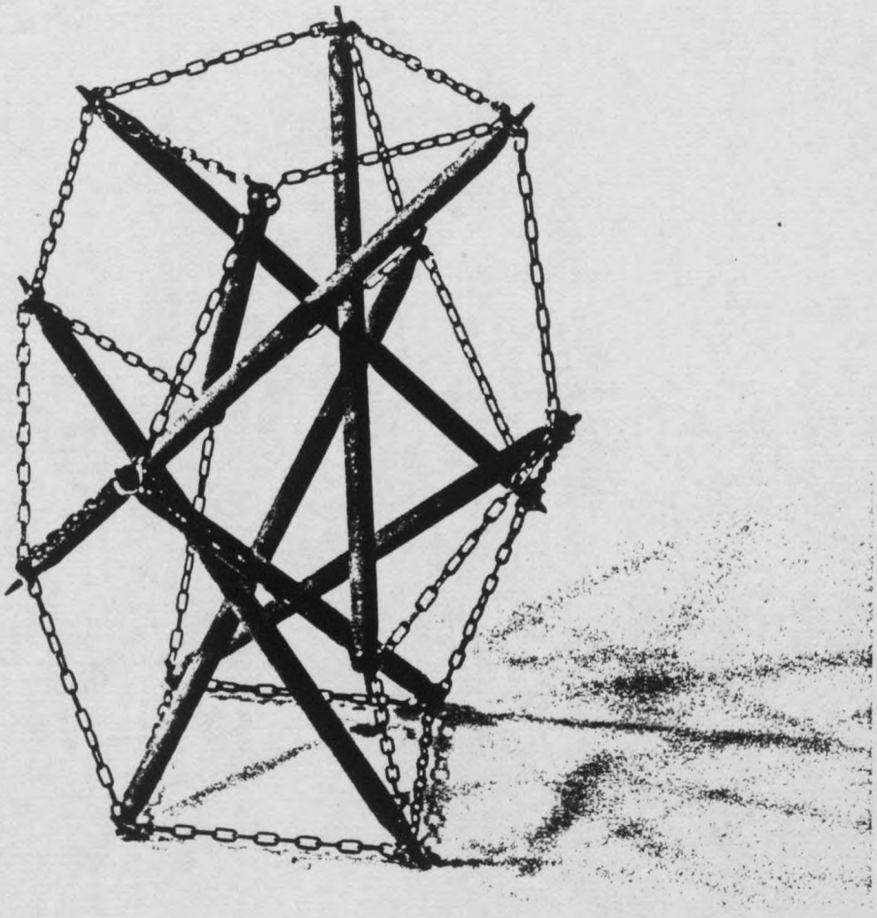






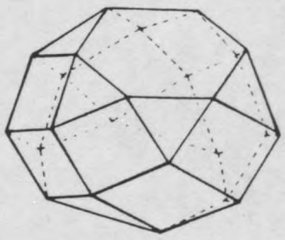


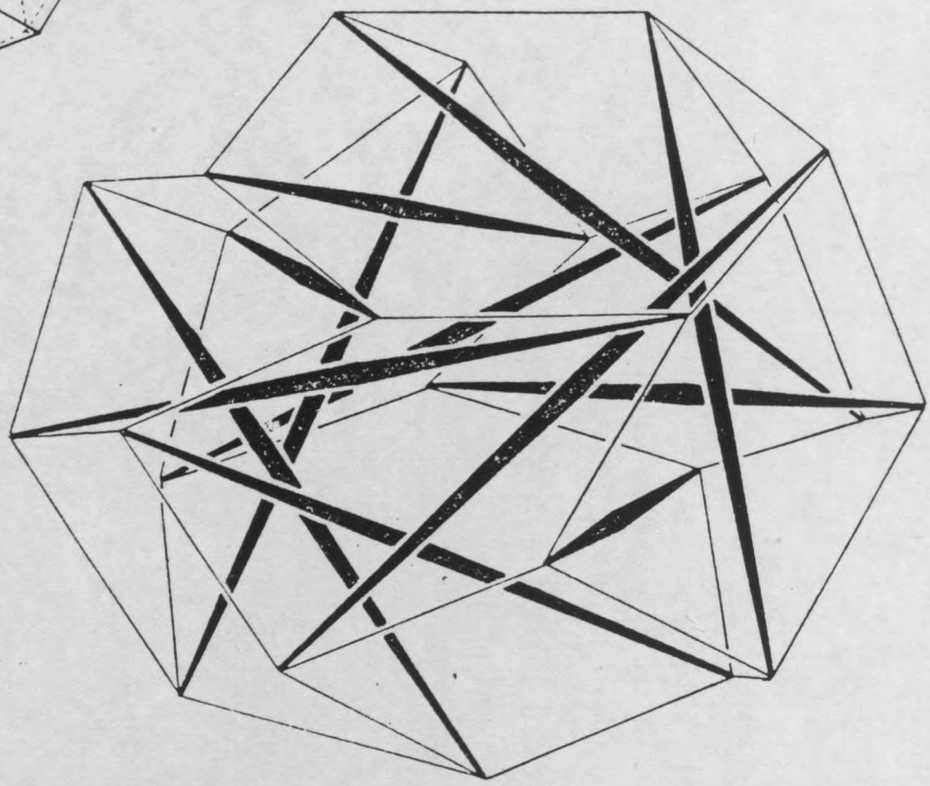


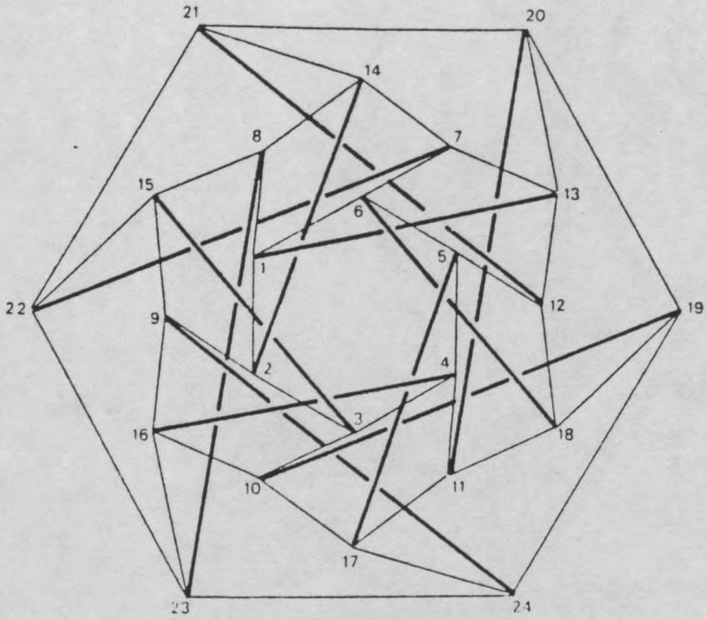


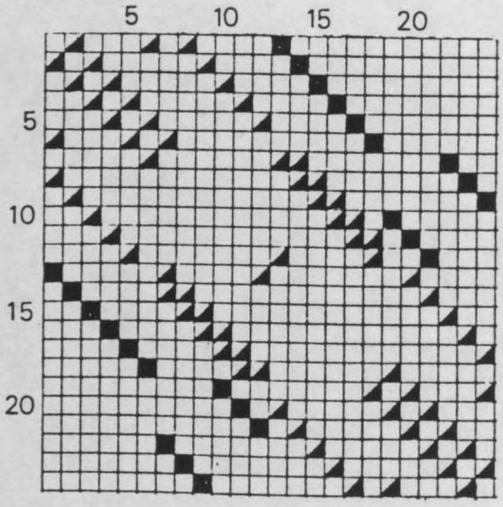
20

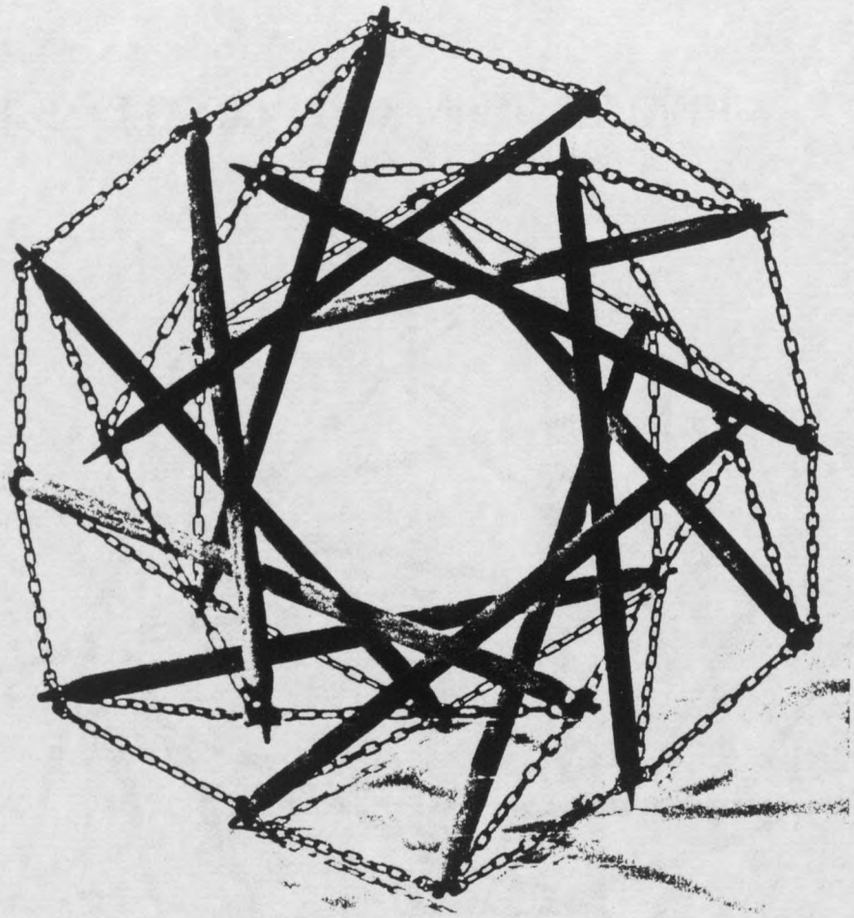
PENETRATION HEXAGONALE 2×6B

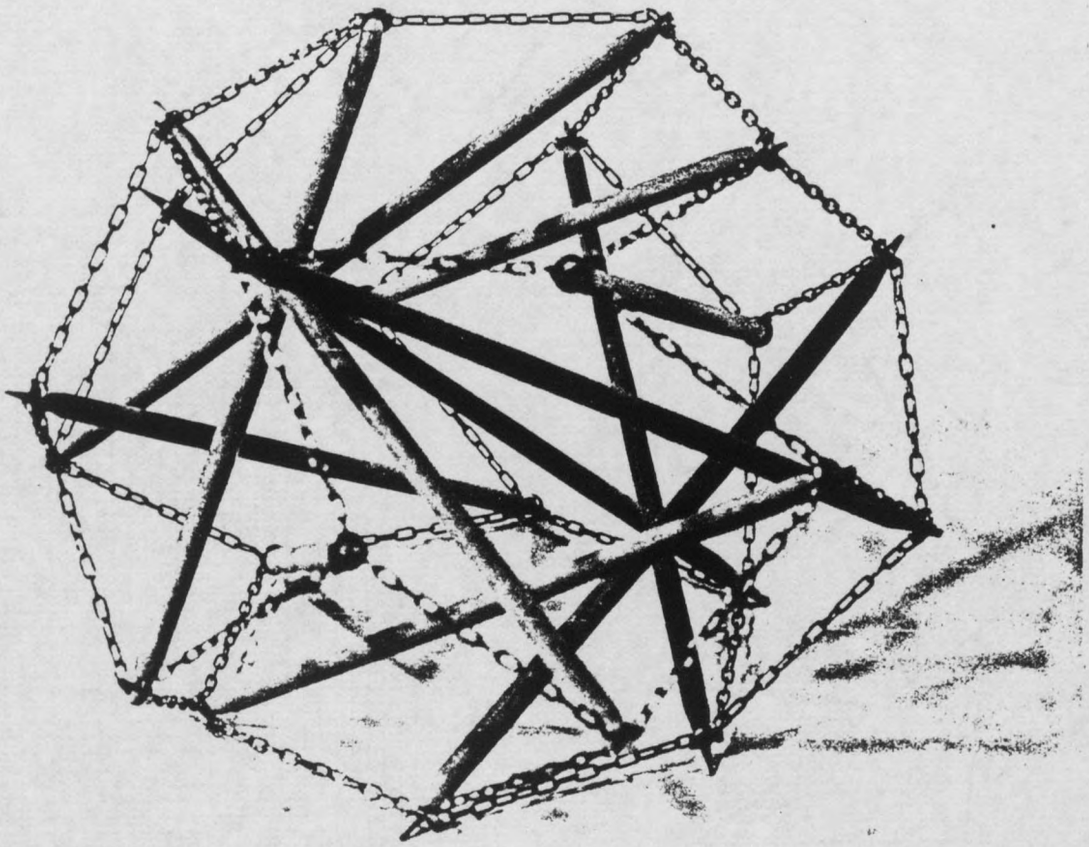




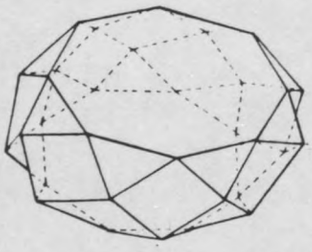


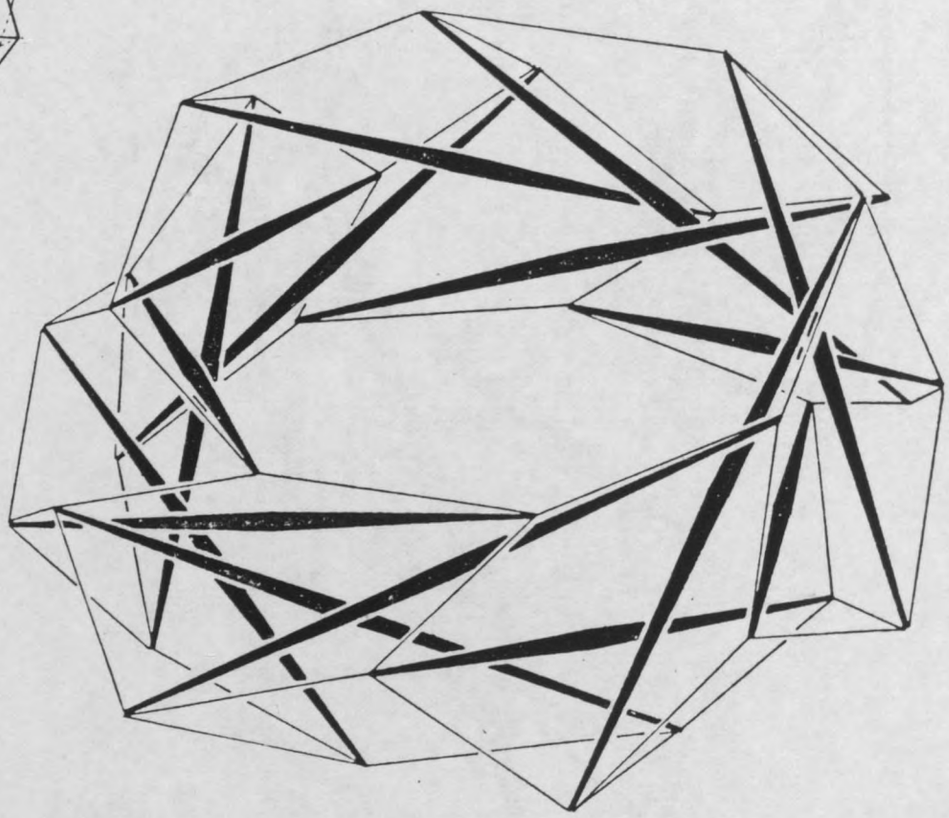


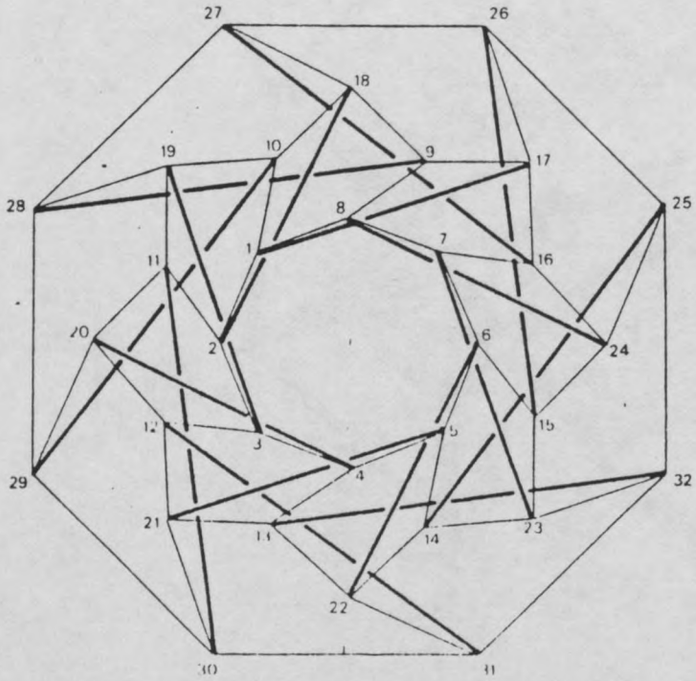


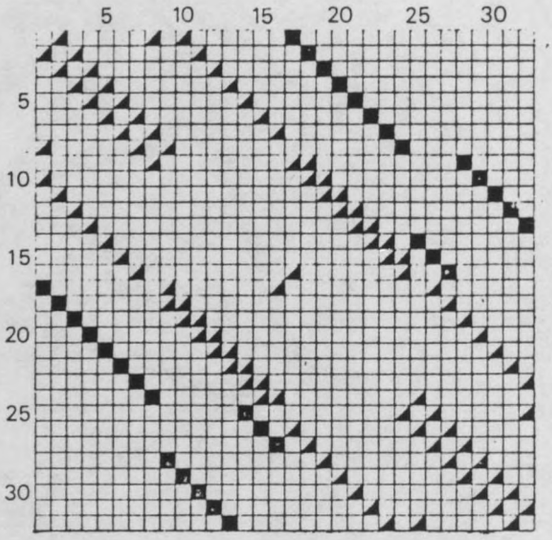


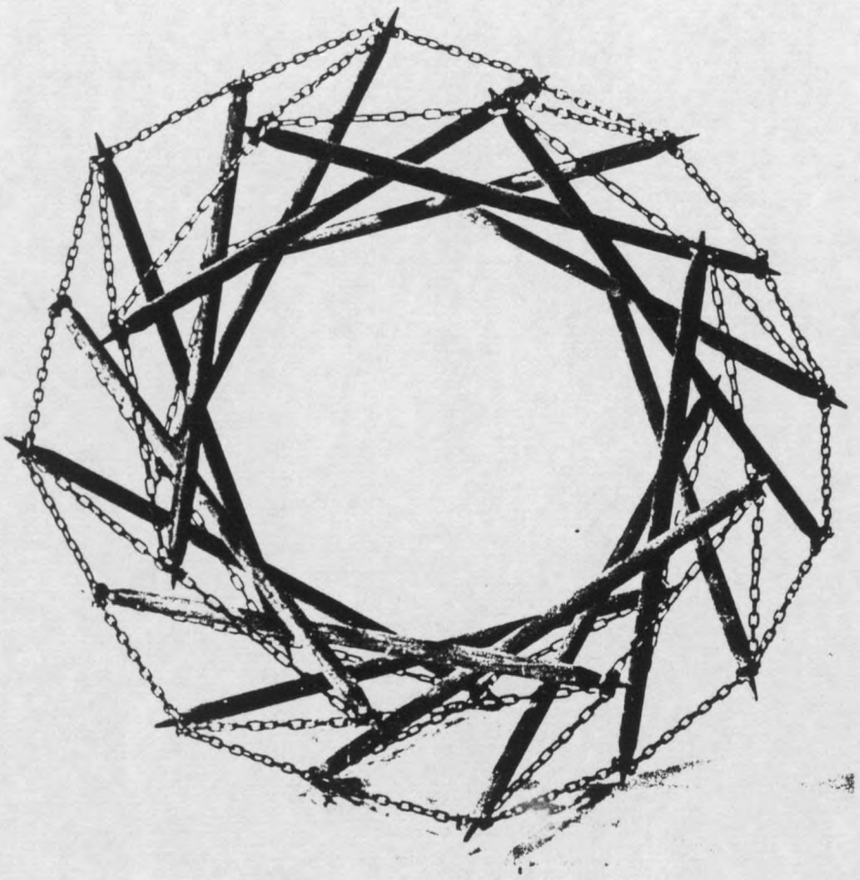
24 PENETRATION OCTOGONALE 2×8B

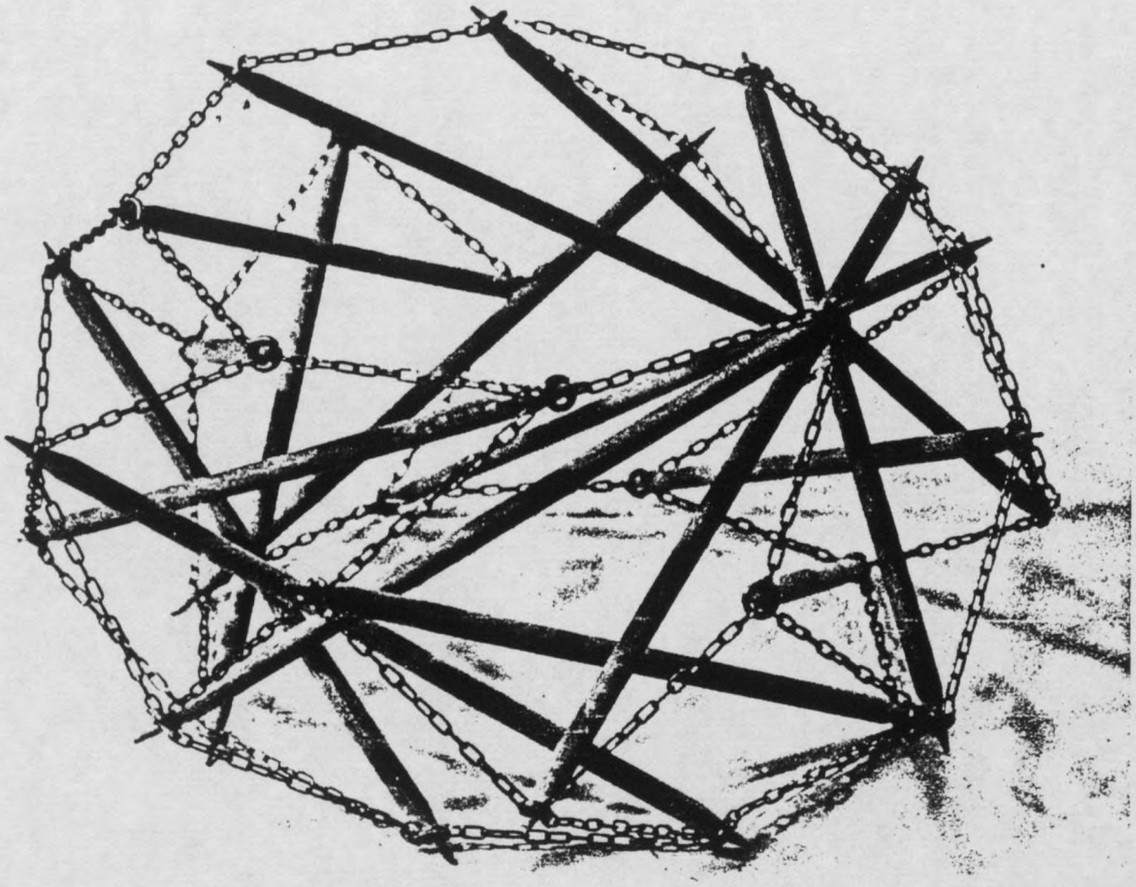




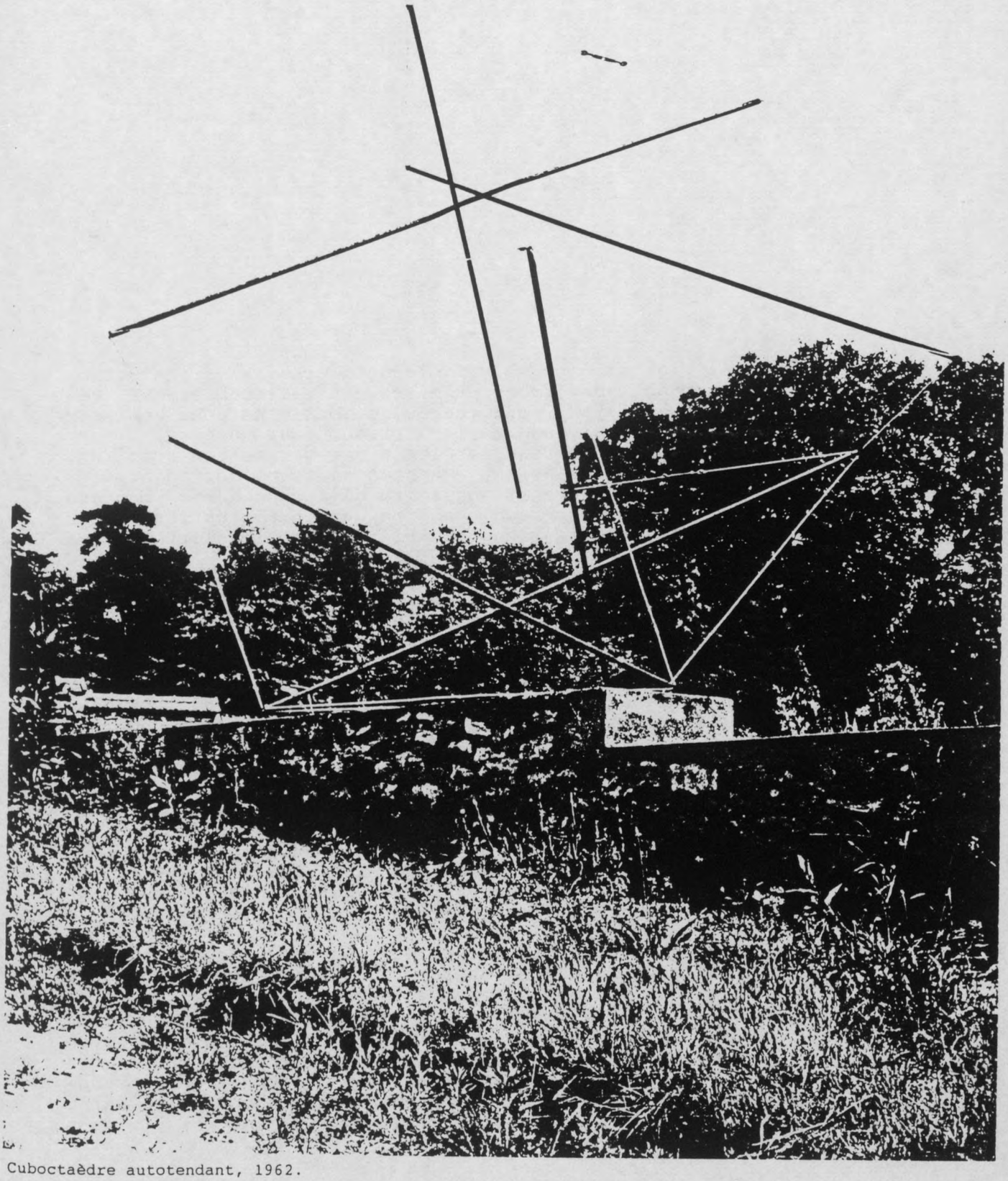








POLYEDRES AUTOTENDANTS



Cuboctaèdre autotendant, 1962.

POLYEDRES AUTOTENDANTS

Parmi les cinq polyèdres platoniques, la construction autotendante des trois premiers est réalisable. Le tétraèdre, n'ayant que quatre sommets, ne peut contenir que deux barres, nombre insuffisant pour un équilibrium. Dans l'octaèdre régulier les trois barres se croisent formant une stellation, quant à sa forme dérégularisée, c'est l'antiprisme triangulaire déjà rencontré. Le cube enfin, se déforme également en antiprisme carré; il est toutefois réalisable comme bi-roue de bicyclette ayant deux jantes triangulaires et un axe.

Les deux platoniques restants ainsi que les treize solides archimédiens sont tous réalisables et trois d'entre eux ont même deux solutions allomorphes donnant les dénommés pseudo. C'est le cas du cuboctaèdre où les deux dispositions expriment la différence entre les deux empilements les plus compacts, l'un et l'autre composés par l'accolage à l'aide d'un polygone de jonction et sans aucune pénétration de deux antipyramides élémentaires, mais les unes de rotations opposées, les autres identiques. Les deux autres cas sont le dodécaèdre et l'icosidodécaèdre formés d'antipyramides pentagonales. Ces structures ont un axe principal unique par rapport à la forme polyédrique pure et à l'origine sans axe préférentiel; elles deviennent, de ce fait, anisotropes.

Tous les autres polyèdres sont isotropes, ou multidirectionnels, les sous-ensembles étant assemblés dans toutes les directions selon tous les axes de symétrie du polyèdre d'origine. Ces sous-ensembles sont homéomorphes aux trois archétypes antiprismatiques de base triangulaire, carrée et pentagonale exclusivement. Ils sont entrelacés de telle sorte que chaque barre appartient à deux sous-ensembles adjacents. Cette situation d'entrelacement a inspiré l'arrangement de certains types de mâts et de réseaux.

L'imbrication diagonale des barres dans les mailles du continuum tendu peut être directe quand la barre enjambe la maille immédiatement voisine, à double pas ou même à triple pas. Selon le cas, le nombre des tendeurs unitaires dans l'itinéraire reliant les deux sommets de la même barre est deux, trois, quatre ou cinq. Le nombre minimal des tendeurs incidents à un sommet est trois et au maximum quatre. On peut, évidemment, rajouter des tendeurs supplémentaires et saturer les connections jusqu'à la réalisation de toutes les arêtes polyédriques.

Dans certains cas, la configuration autotendante minimale subit une déformation giratoire de faible importance, consistant dans le gauchissement des faces et un déplacement relatif des sommets. Cette légère déformation peut être redressée par des tendeurs supplémentaires qui correspondent aux cordes situées dans le plan des mailles polygonales.

Parmi les polyèdres autotendants, les deux platoniques sont racémiques étant auto-énantiomorphes. Tous les autres sont monogyres, par conséquent ils existent sous deux formes énantiomorphes : gauche et droite.

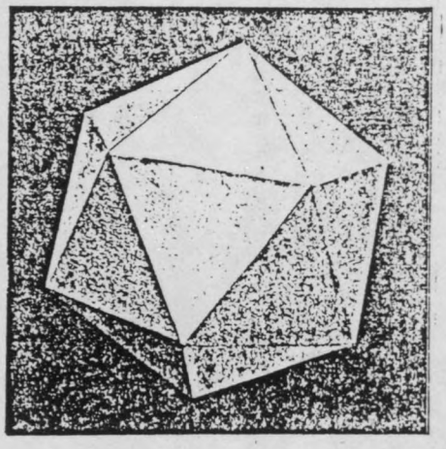
Les caractéristiques des polyèdres autotendants sont résumées dans le tableau 2 et leurs données graphiques réunies sur les planches individuelles correspondantes.

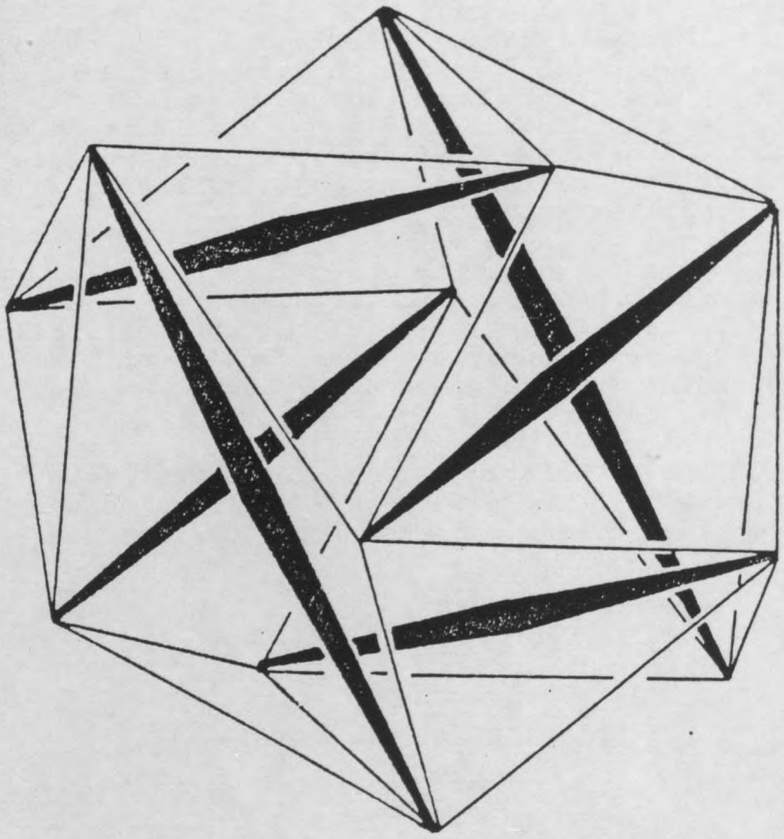
TABLEAU 2 POLYEDRES AUTOTENDANTS

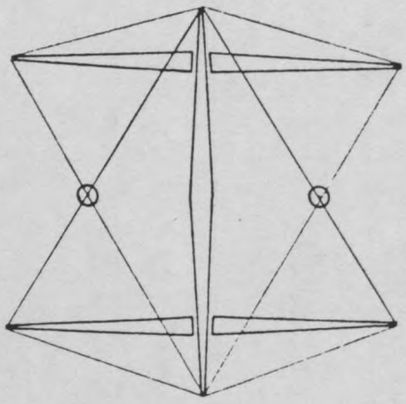
N°	Nom	code	nombre de			monogyre	racémique	anisotrope
			sommets	tendeurs	barres			
	Platoniques							
1	icosaèdre	33333	12	24	6		•	
2	dodécaèdre	555	20	30	10		•	•
	Archimédiens							
3	cube adouci	33334	24	60	12	•		
4	pseudo cube adouci	33334	24	48	12	•		
5	cuboctaèdre	3434	12	18	6		•	•
6	pseudo cuboctaèdre	3344 3434	12	18	6	•		•
7	rhombicuboctaèdre	3444	24	48	12	•		
8	dodécaèdre adouci	33335	60	90	30	•		
9	petit rhombicosidodéca.	3454	60	120	30	•		
10	icosidodécaèdre	3535	30	60	15	•		
11	tétraèdre tronqué	366	12	18	6	•		•
12	tétrakaïdécaèdre	466	24	36	12	•		
13	icosaèdre tronqué	566	60	90	30	•		
14	grd rhombicuboctaèdre	468	48	72	24	•		
15	cube tronqué	388	24	36	12	•		
16	grd rhombicosidodéca.	4610	120	180	60	•		
17	dodécaèdre tronqué	31010	60	90	30	•		

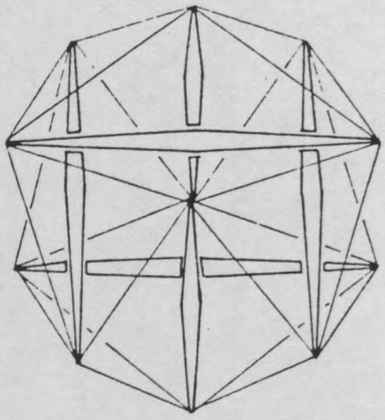
1

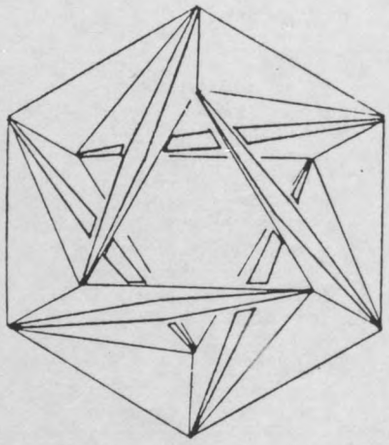
ICOSAEDRE 55555

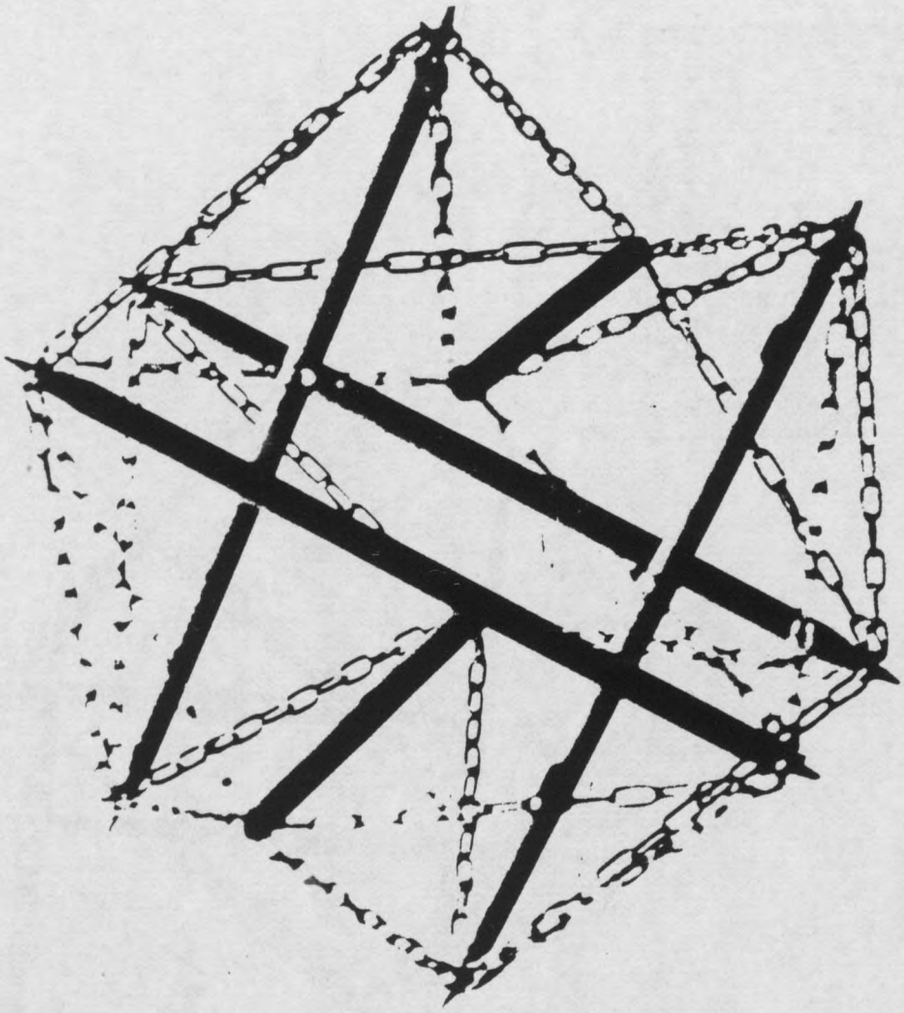


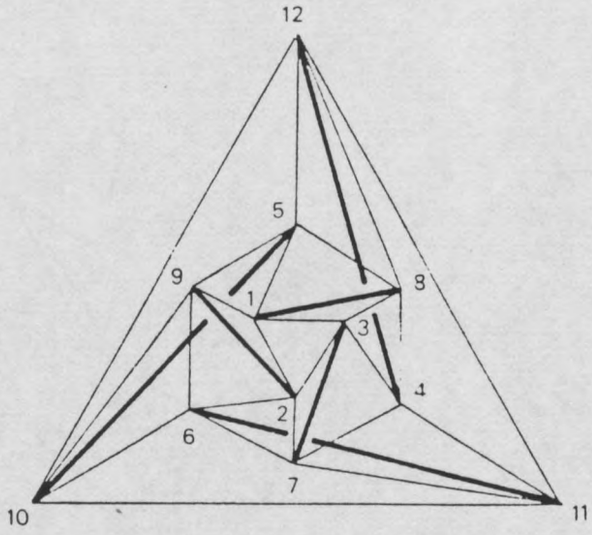


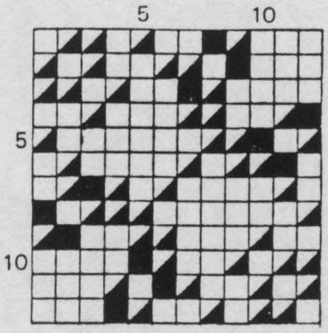






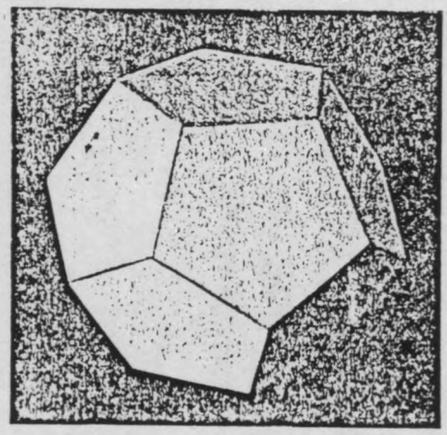


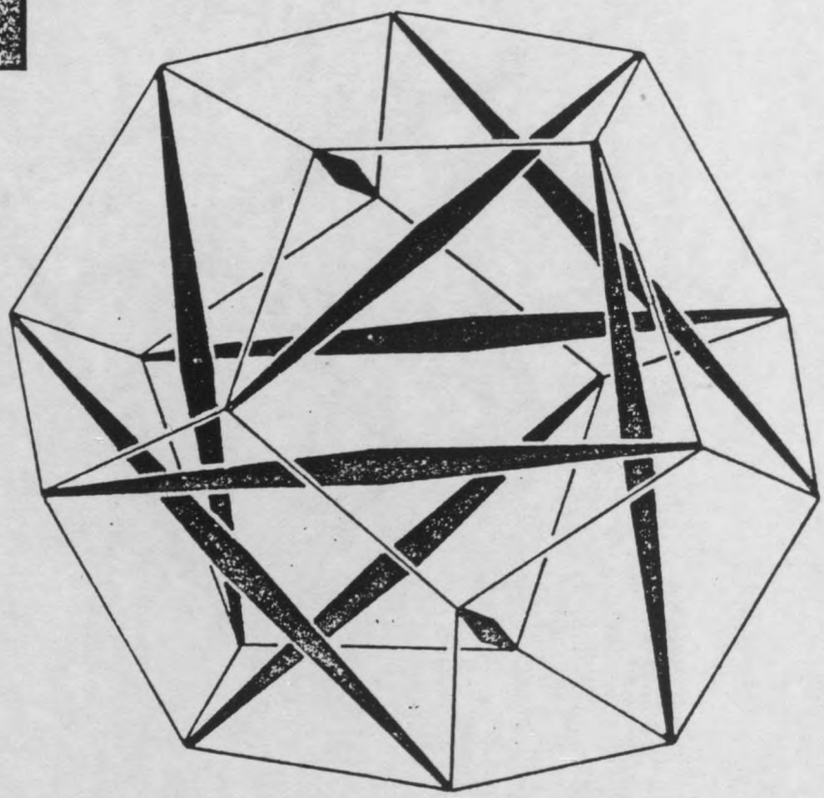

12
5
9
1
8
3
4
2
6
7
10
11

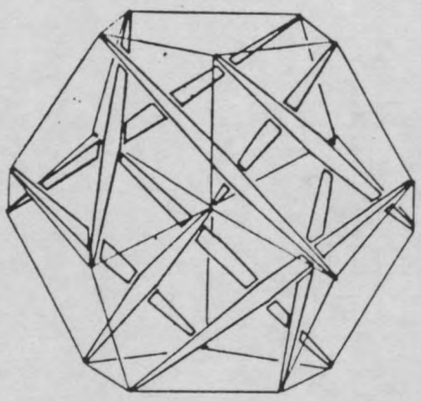

5
10
5
10

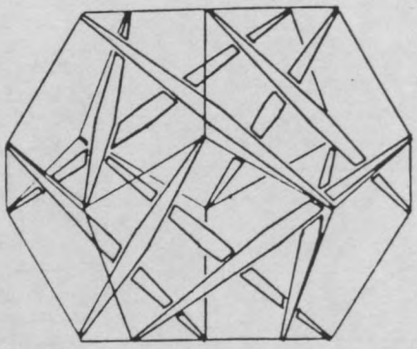
2

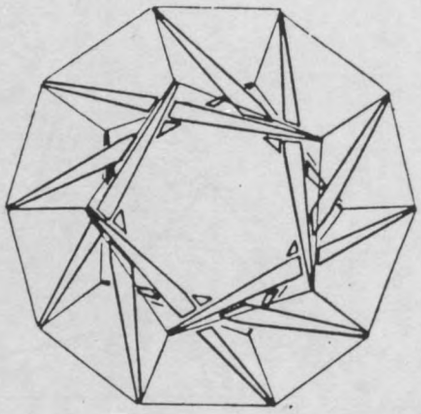
DODECAEDRE 555

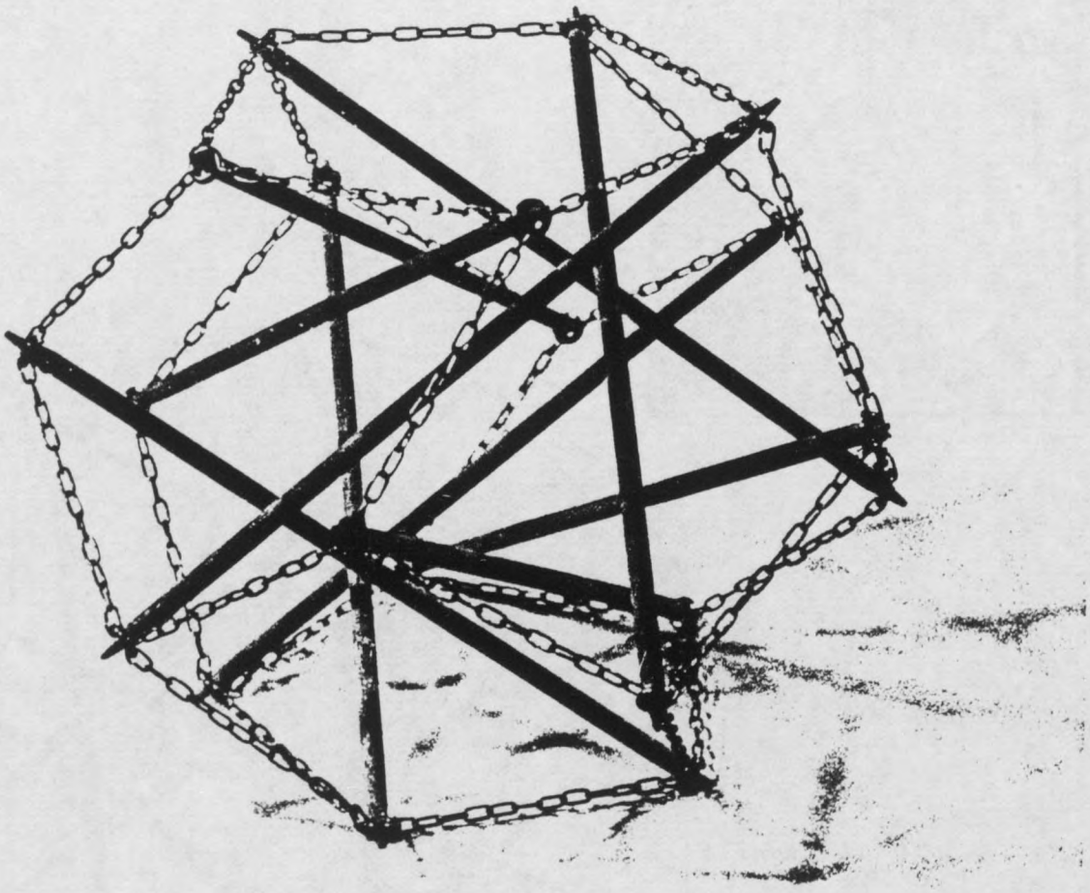


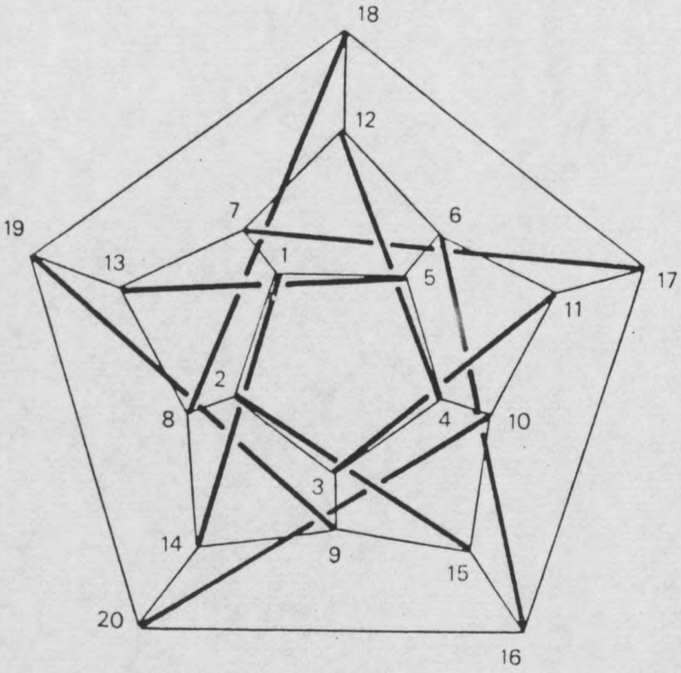


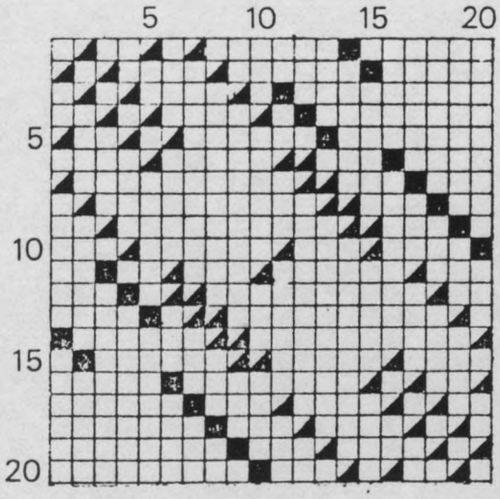






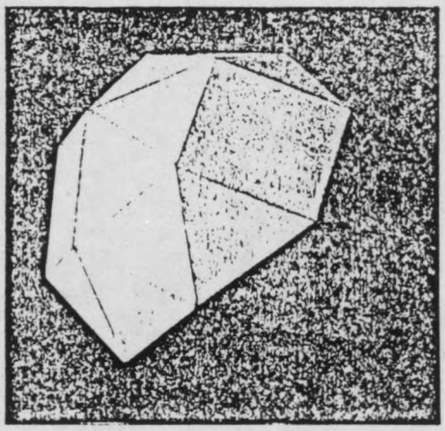


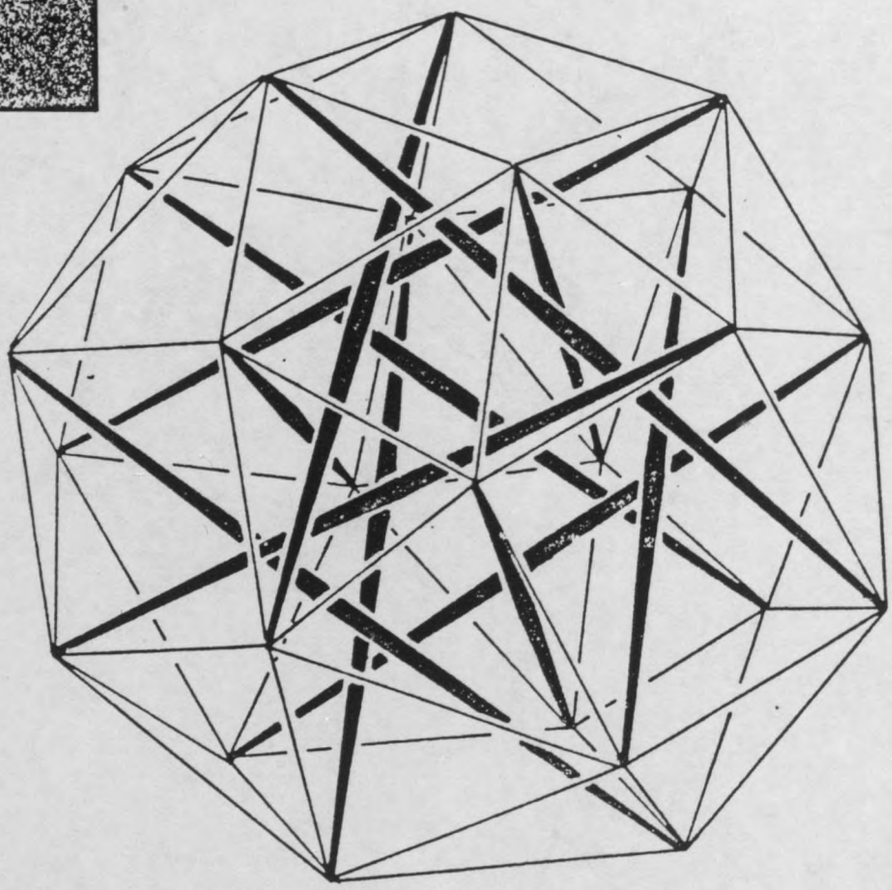

18
12
19
7
6
13
1
5
17
11
2
8
4
10
3
14
9
15
20
16

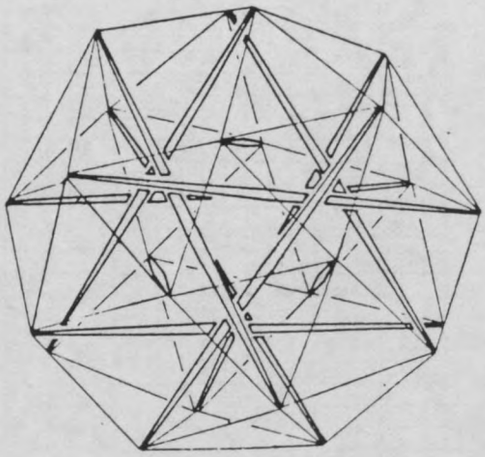

5
10
15
20
5
10
15
20

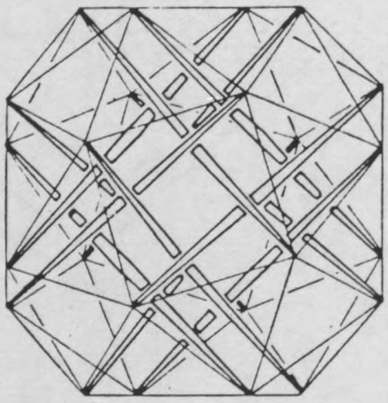
5

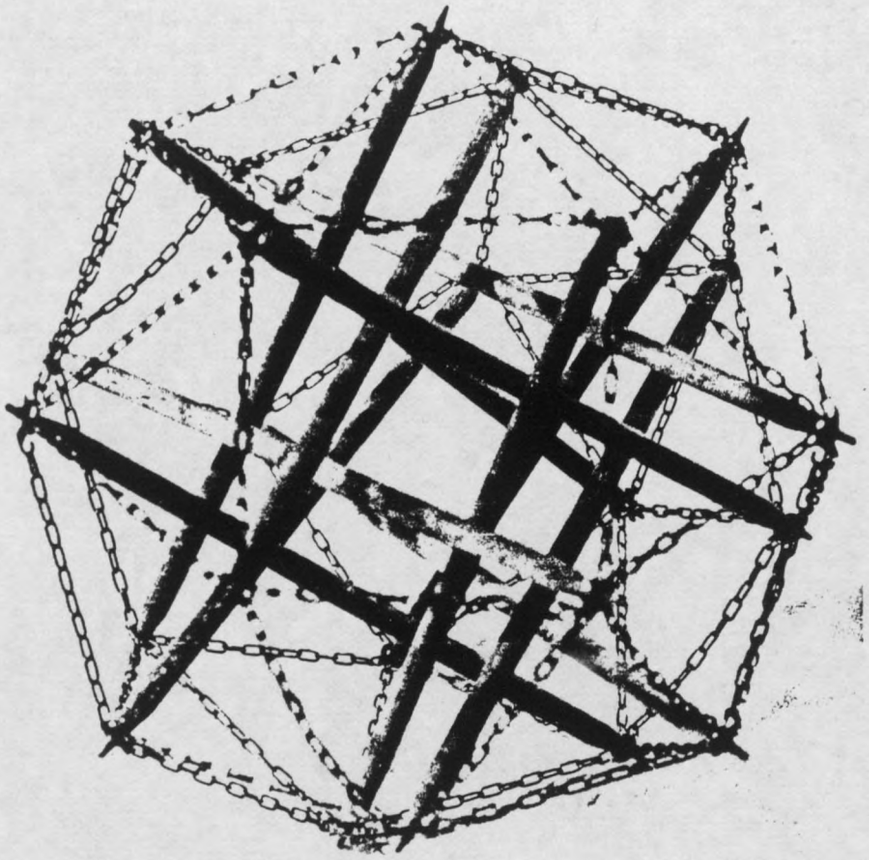
CUBE ADOUCI 55554

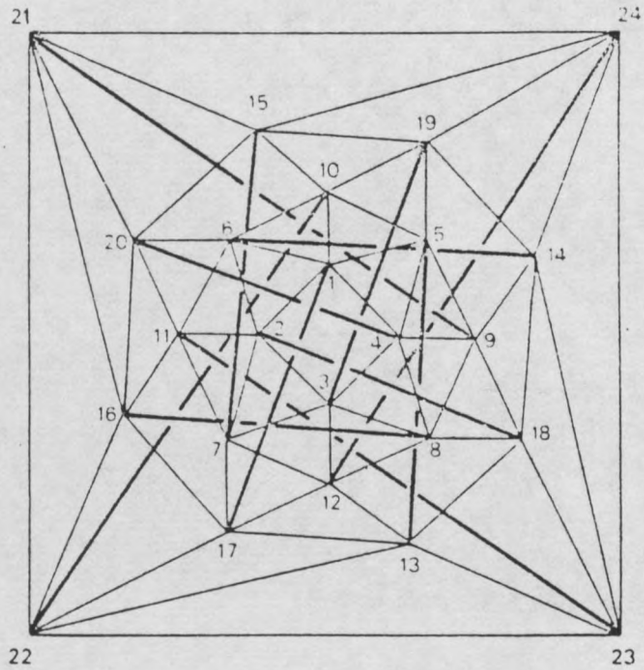


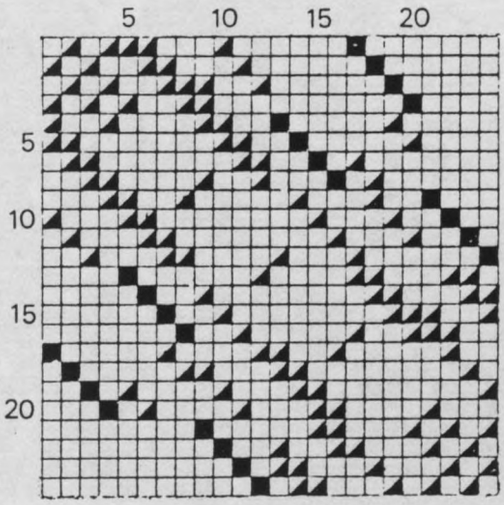


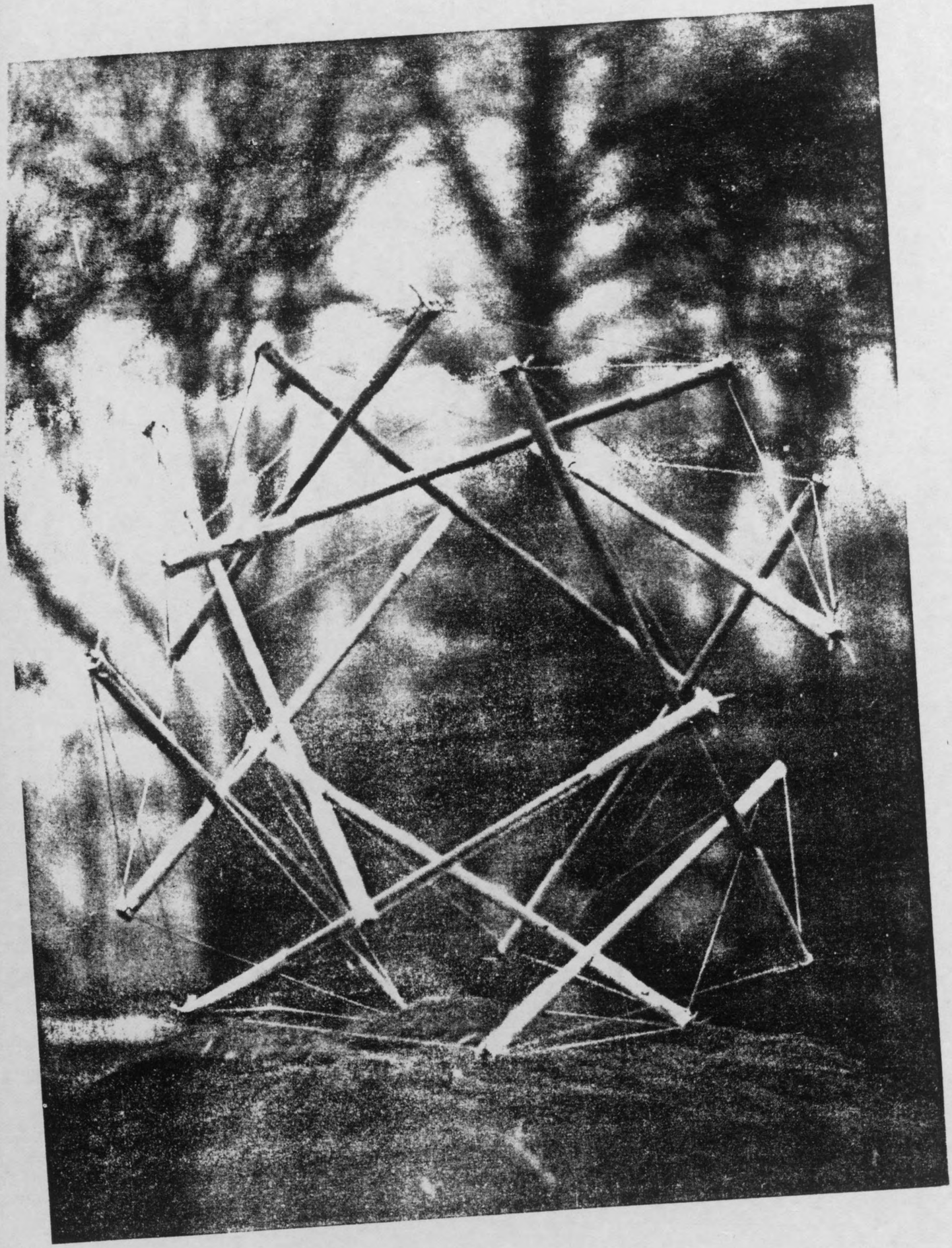


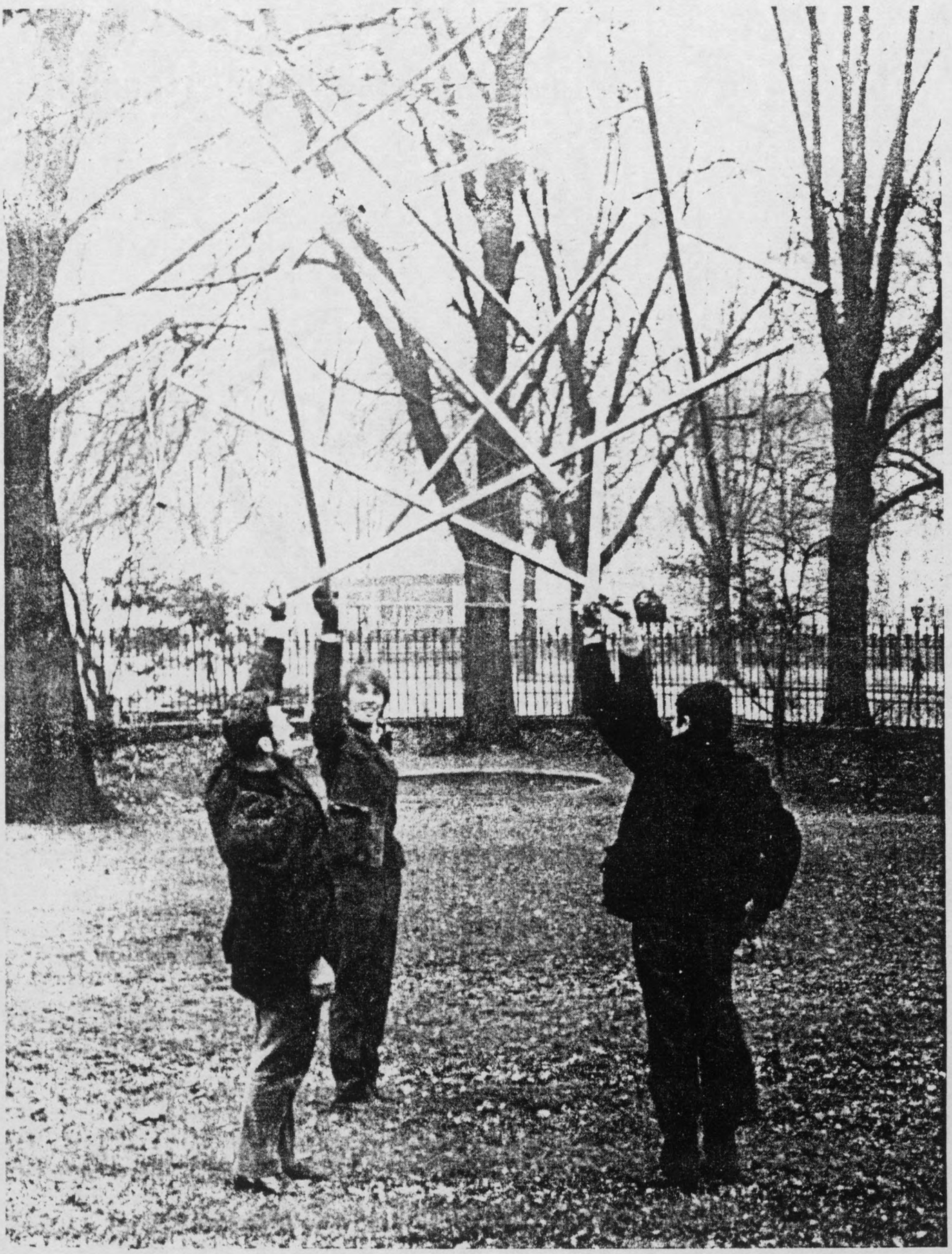





21
24
15
19
10
20
6
5
14
1
11
2
4
9
3
16
18
7
8
12
17
13
22
23

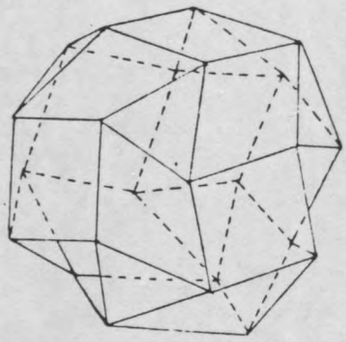

5
10
15
20
5
10
15
20

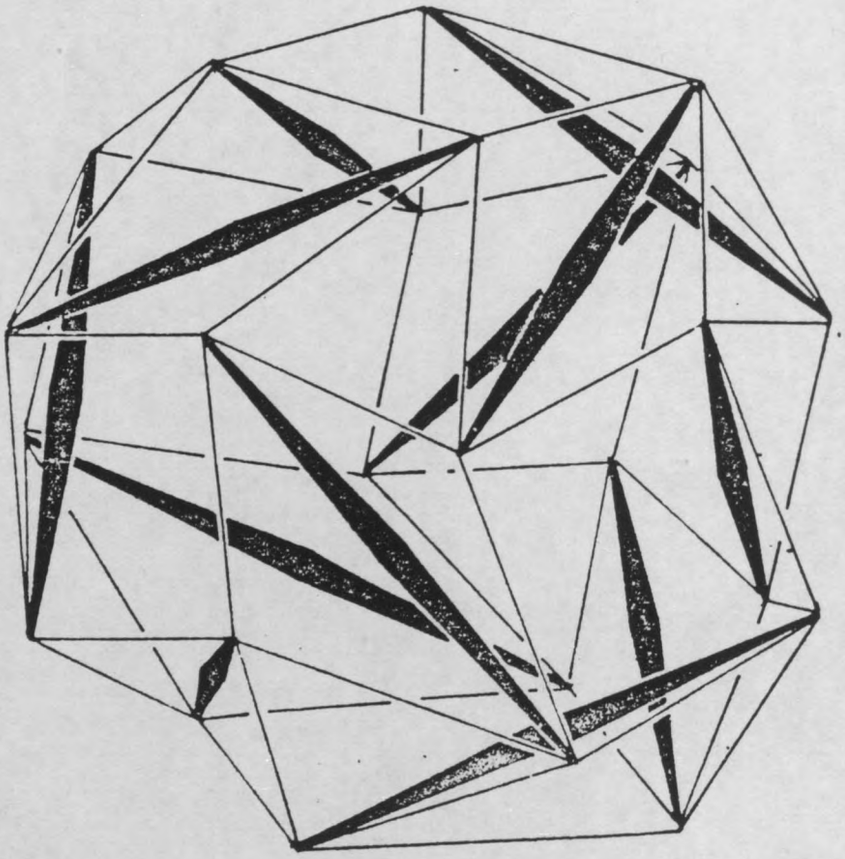


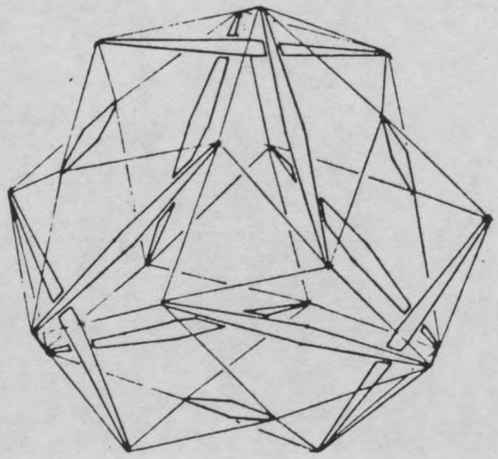


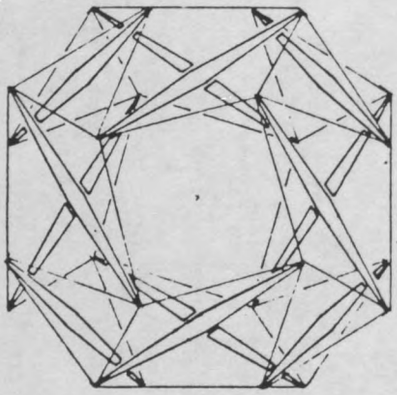
Séminaire Strasbourg, 1967.

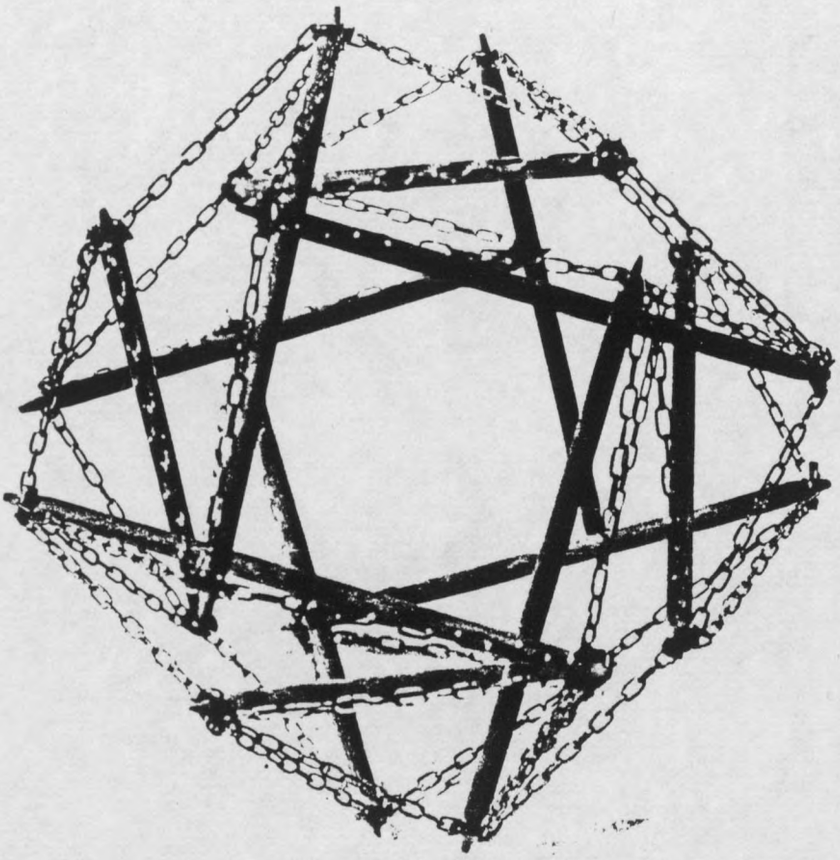
4 PSEUDO CUBE ADOUCI 55554

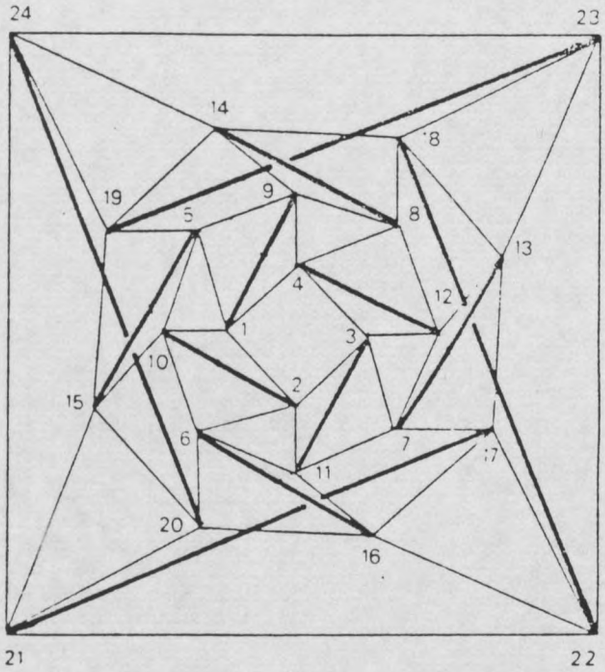


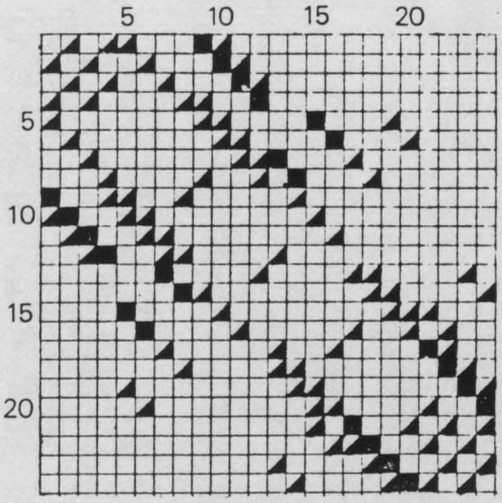






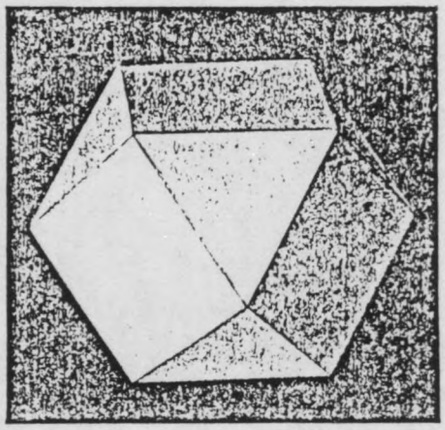


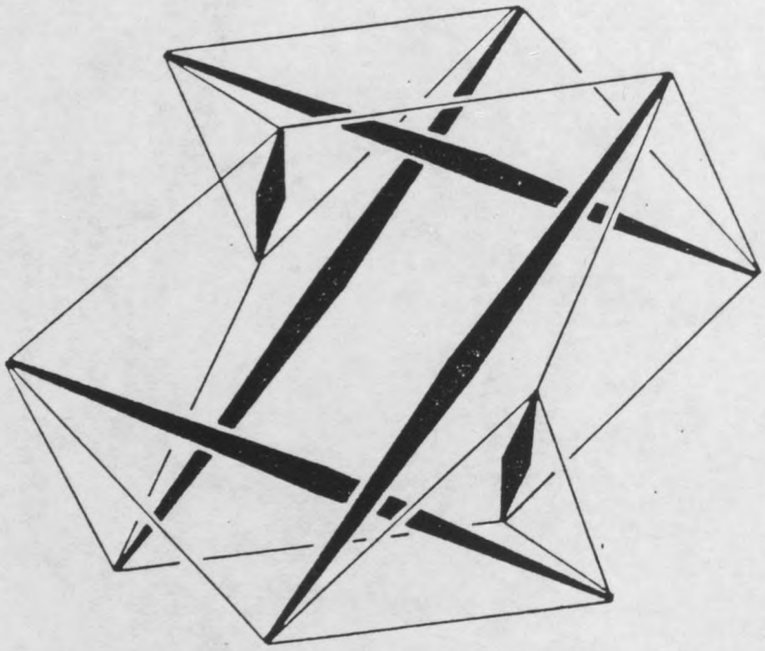

24
23
14
18
19
9
5
8
13
4
12
1
3
10
2
15
6
7
17
11
20
16
21
22

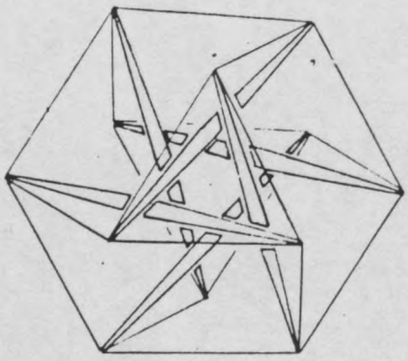

5
10
15
20
5
10
15
20

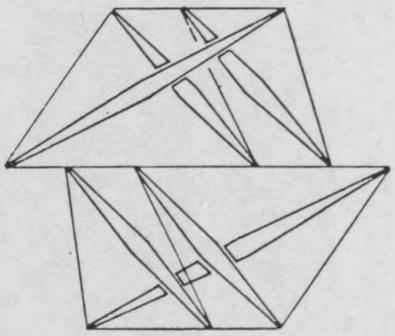
5

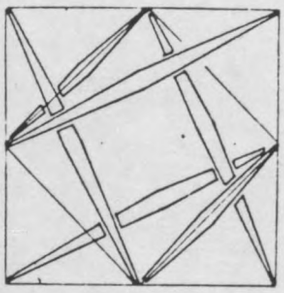
CUBOCTAEDRE 3434

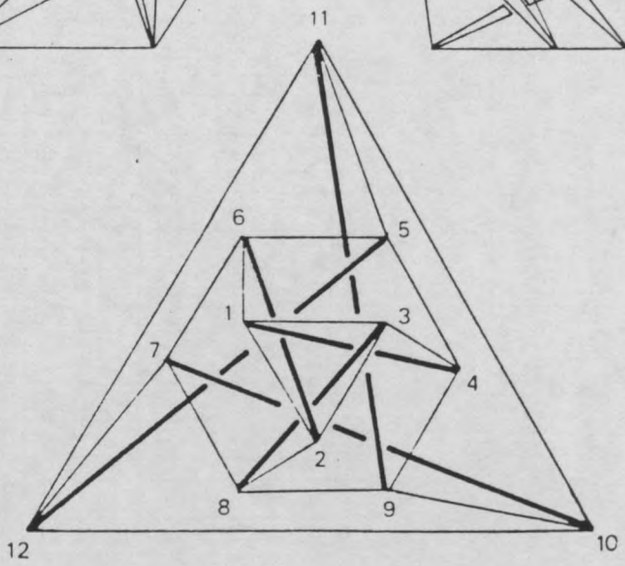


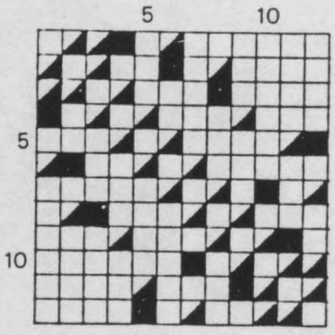


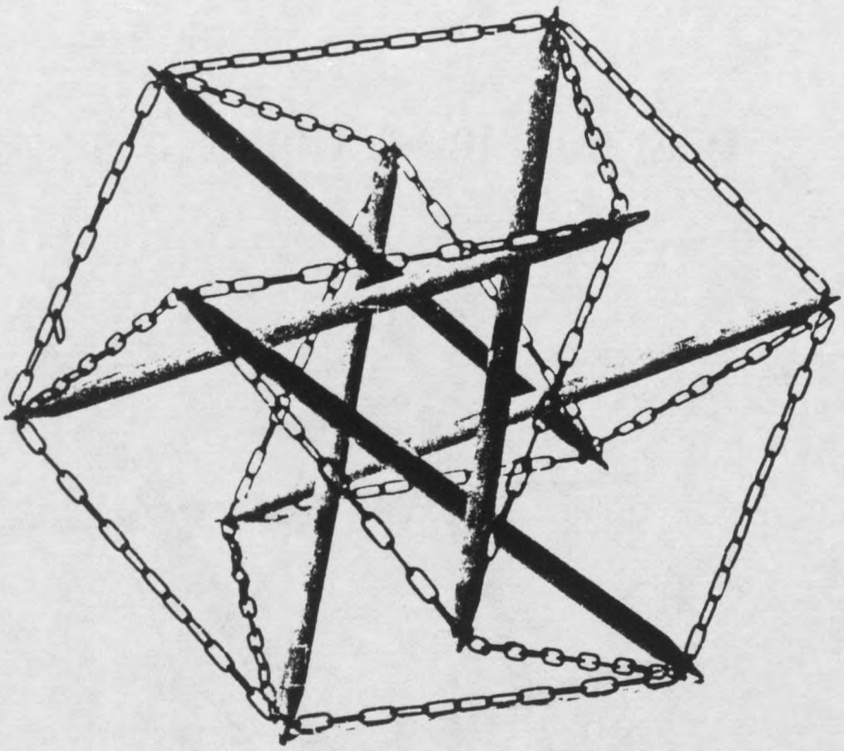


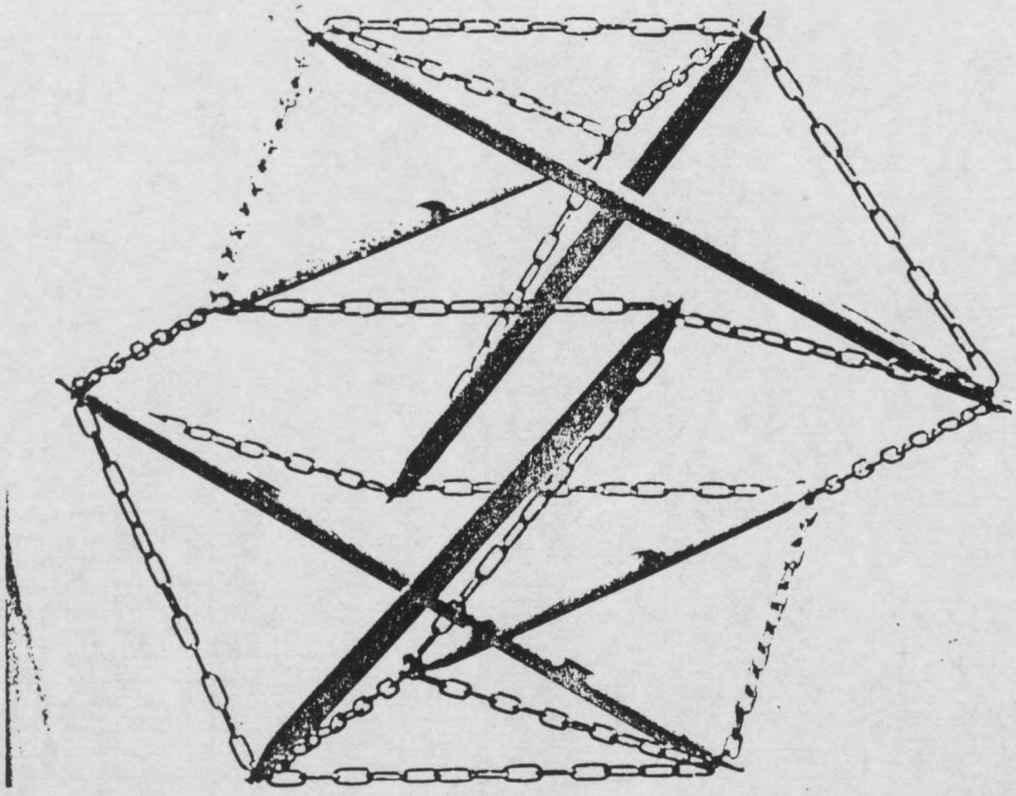




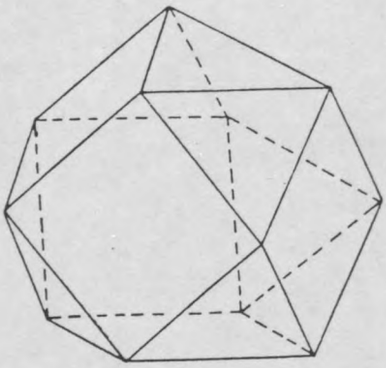


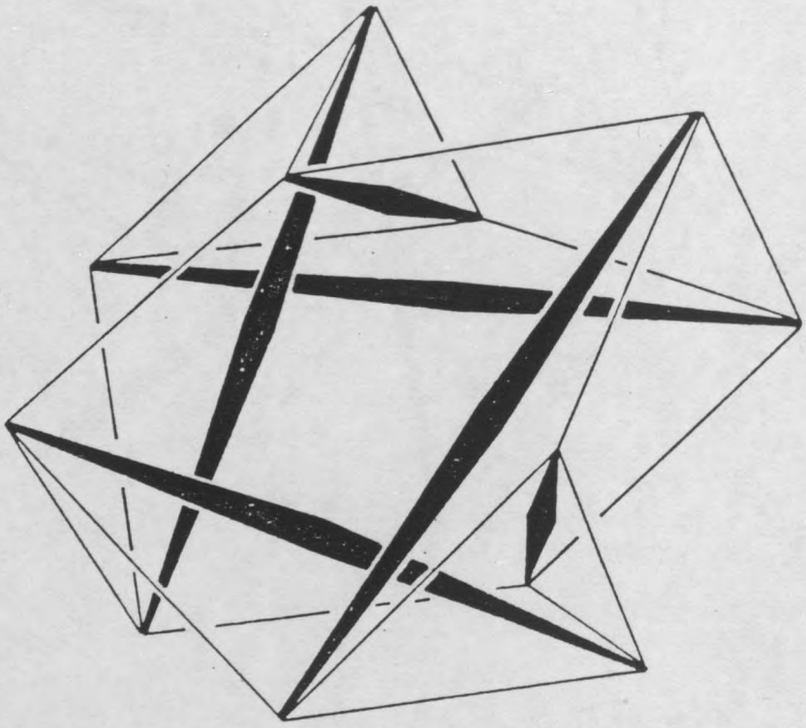


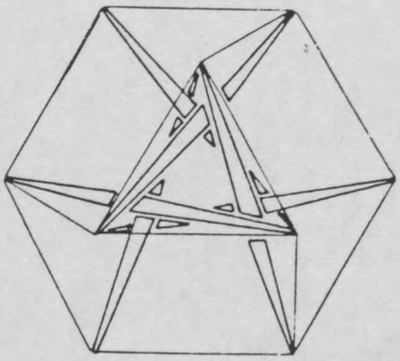


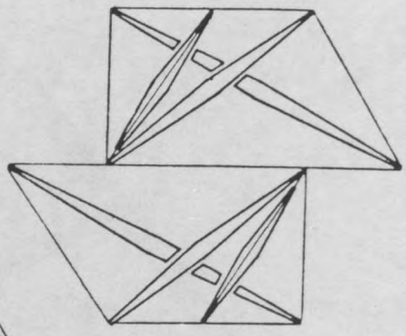


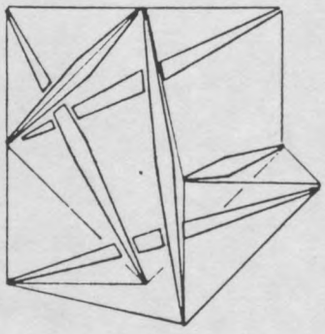
6 PSEUDO CUBOCTAEDRE 5544 5454

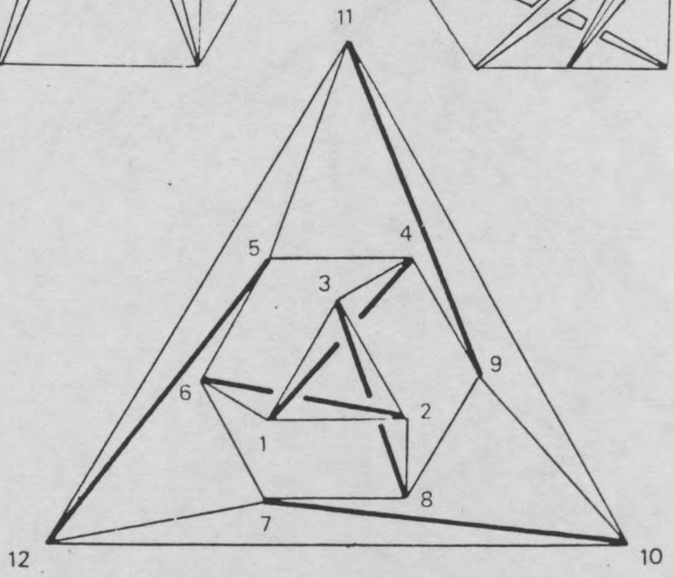


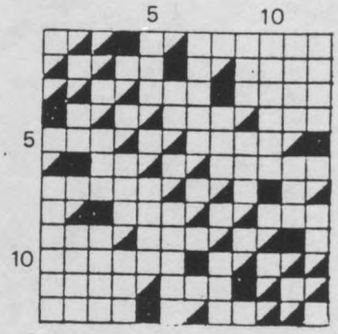


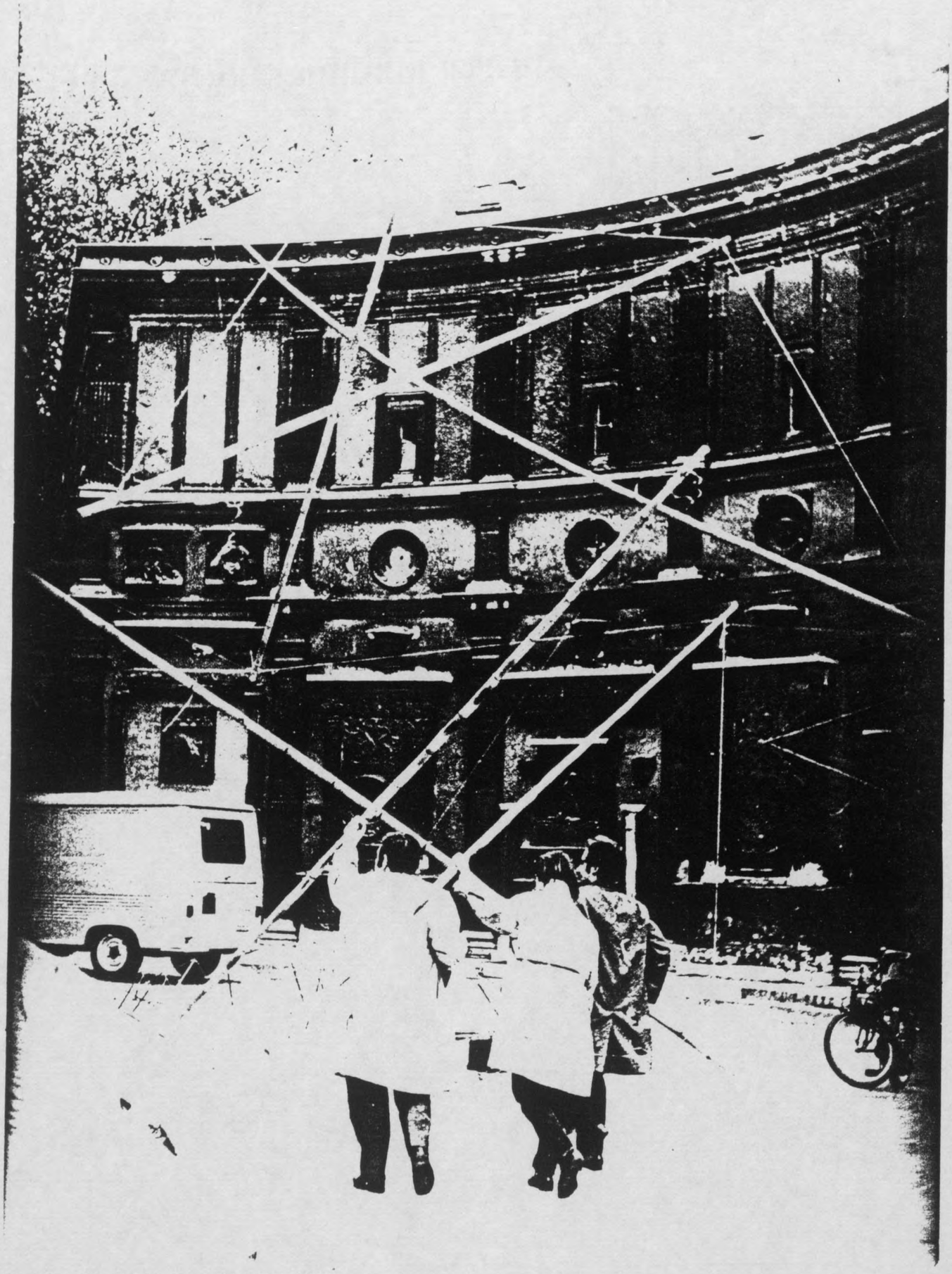






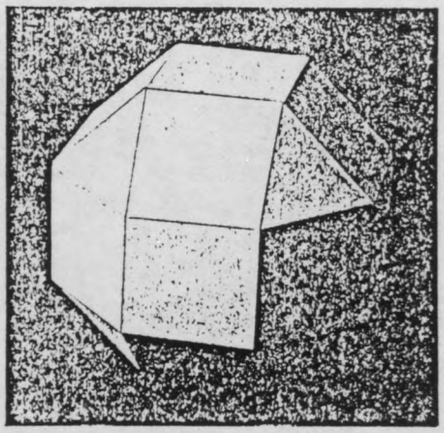


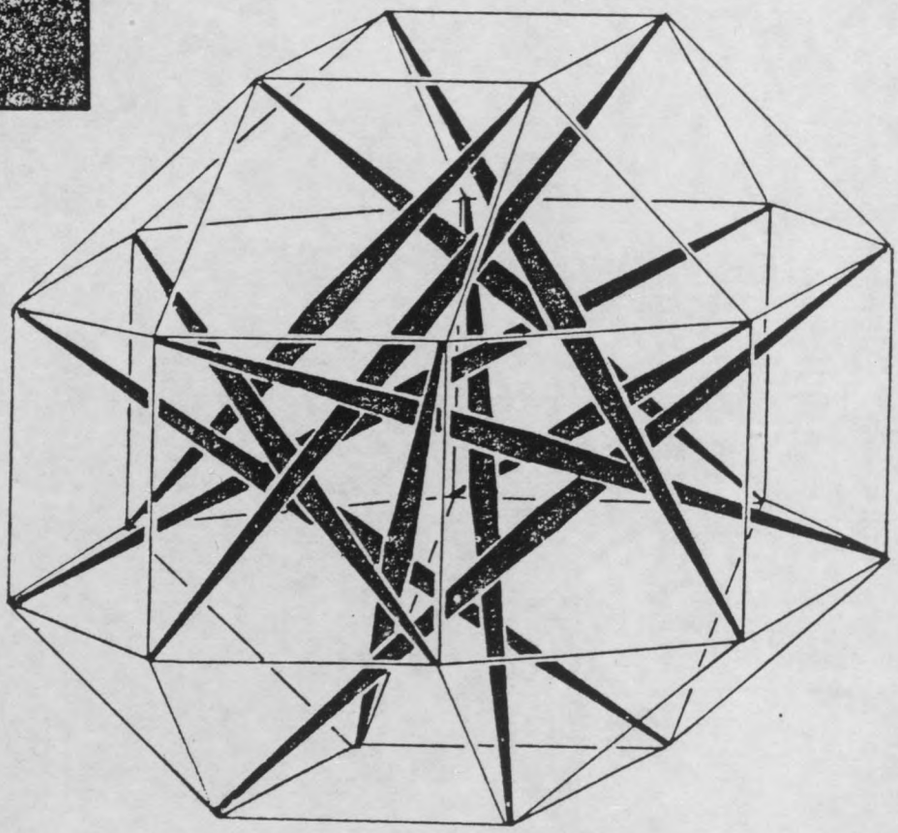


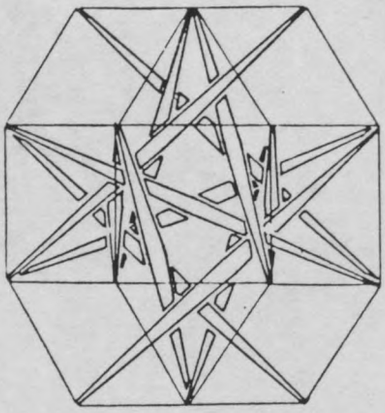


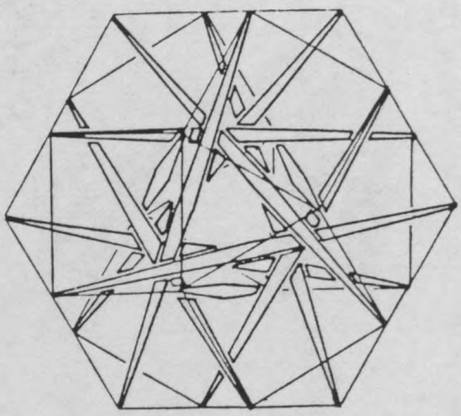
Pseudo cuboctaèdre en bambou, 1969.

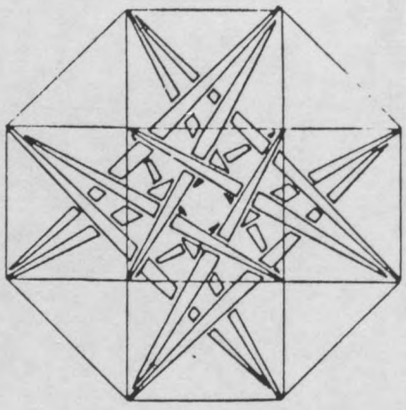
7 PETIT RHOMBICUBOCTA 3.4.4

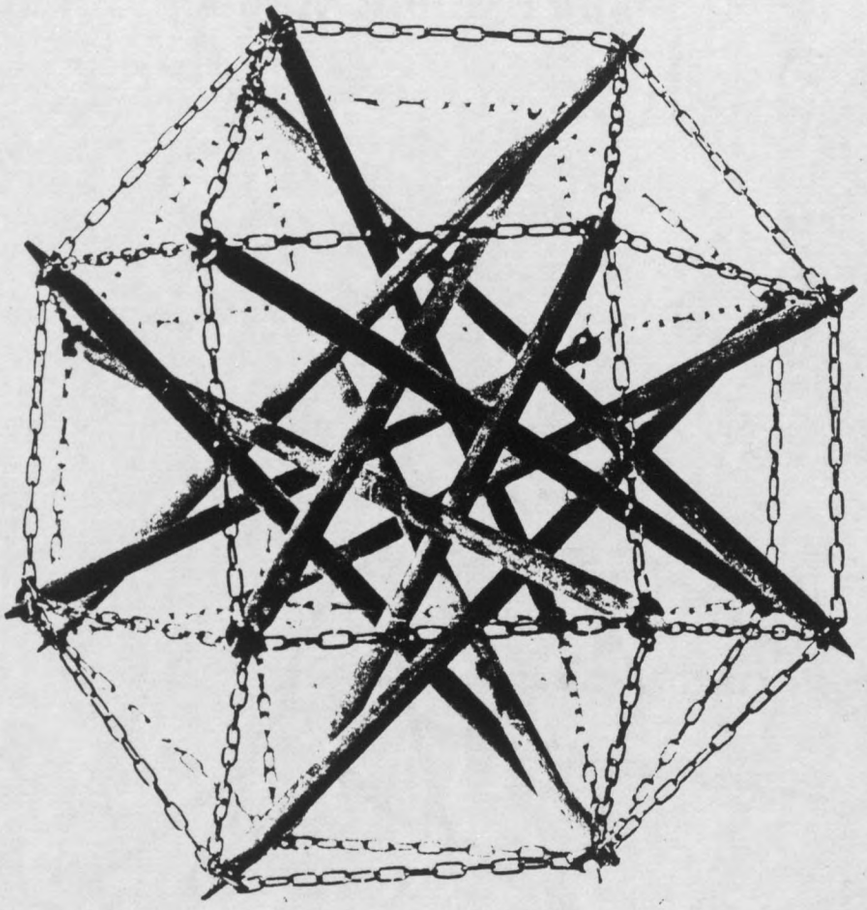


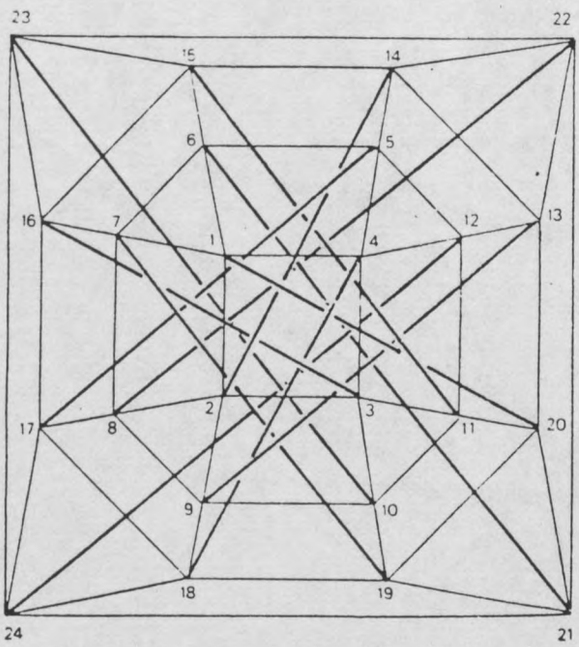


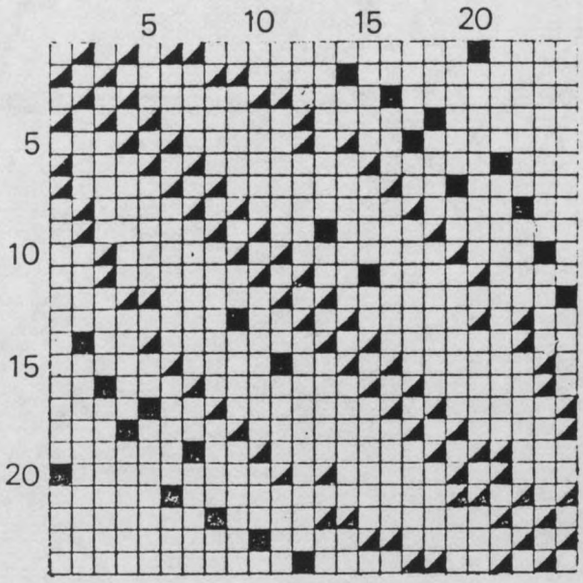






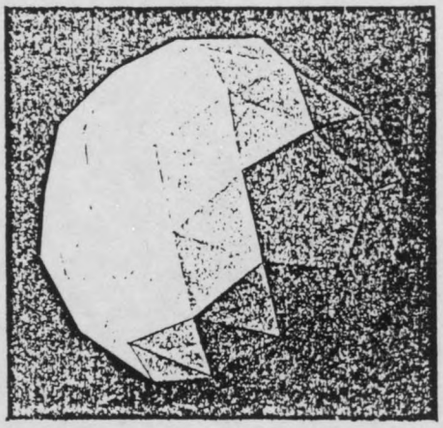


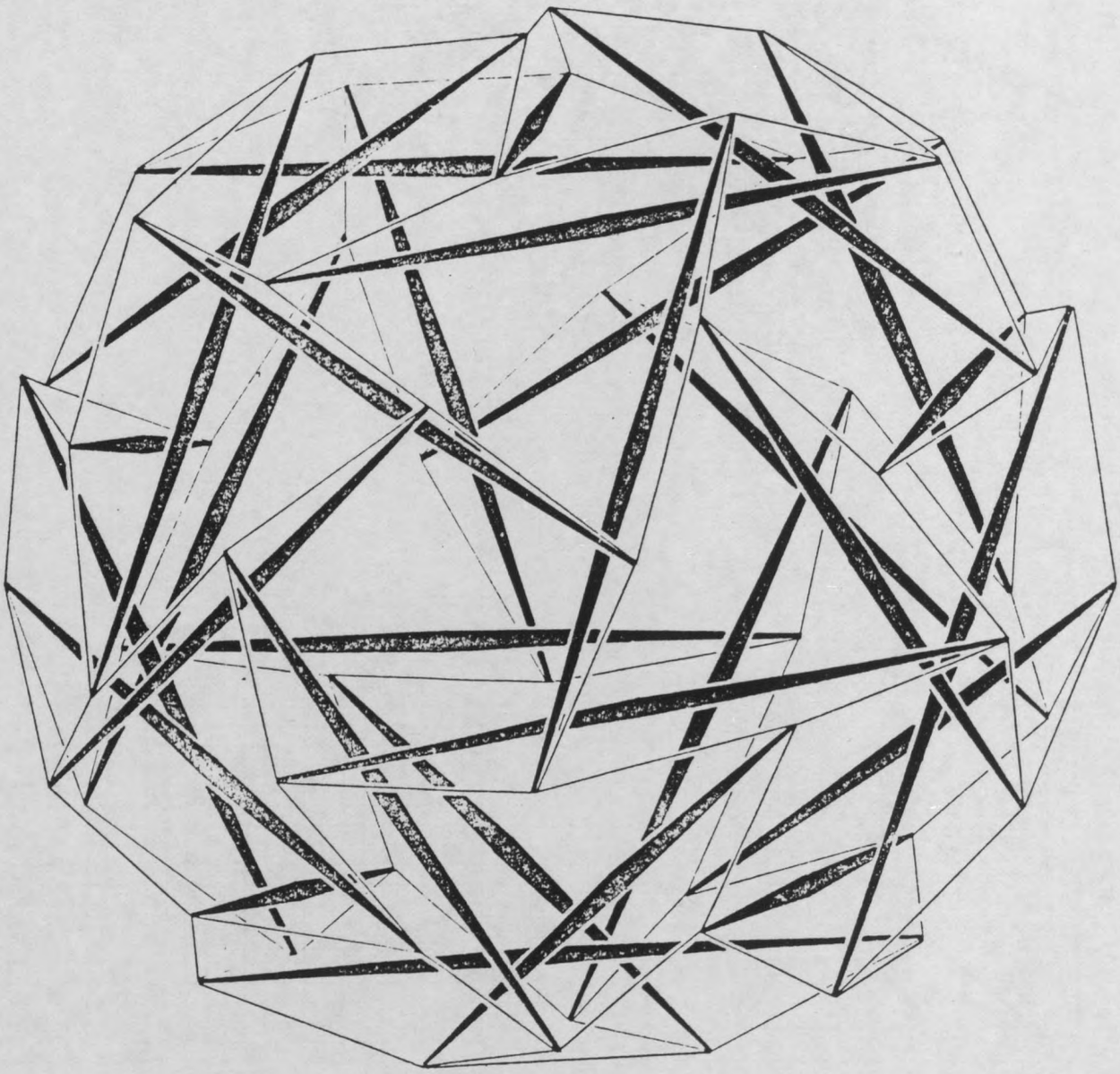

23
22
15
14
6
5
16
7
1
4
12
13
2
3
17
8
11
20
9
10
18
19
24
21

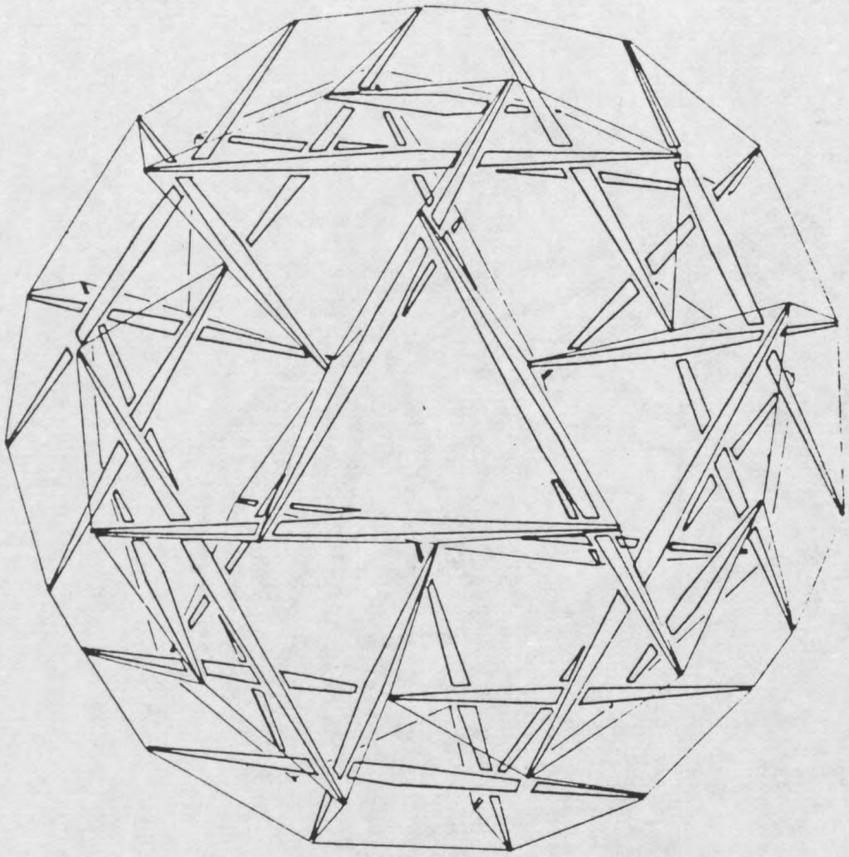

5
10
15
20
5
10
15
20

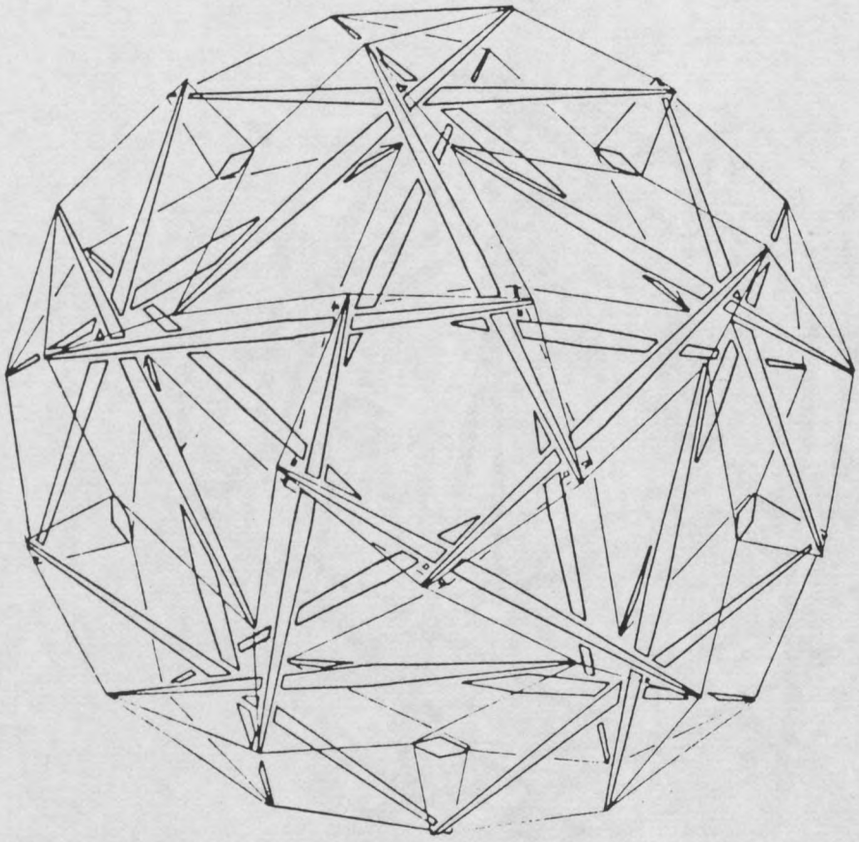
8

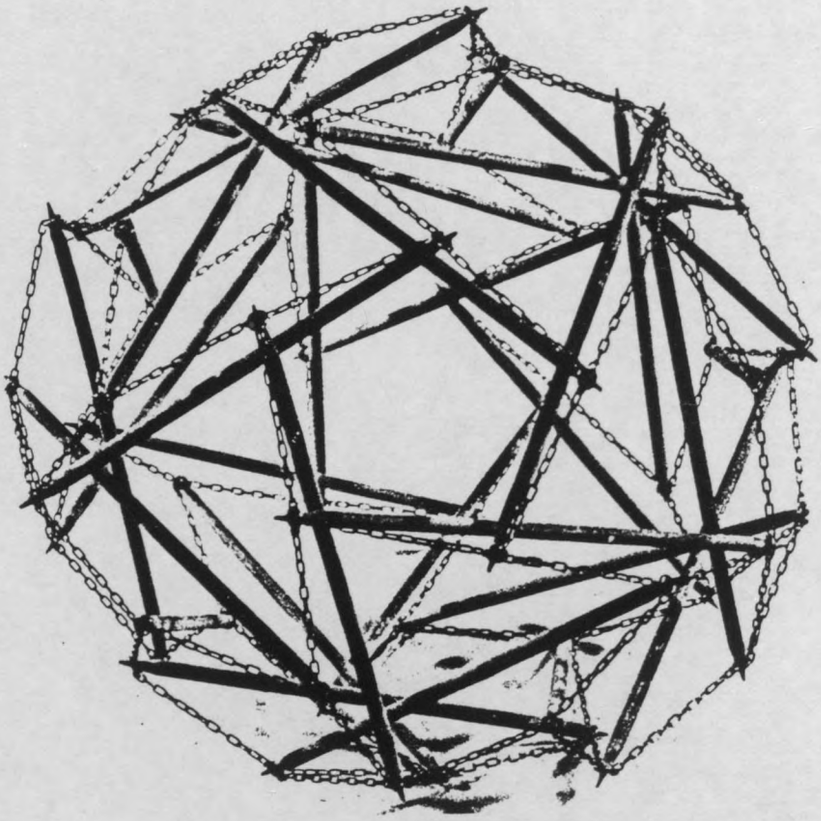
DODECAEDRE ADOUCI 55555

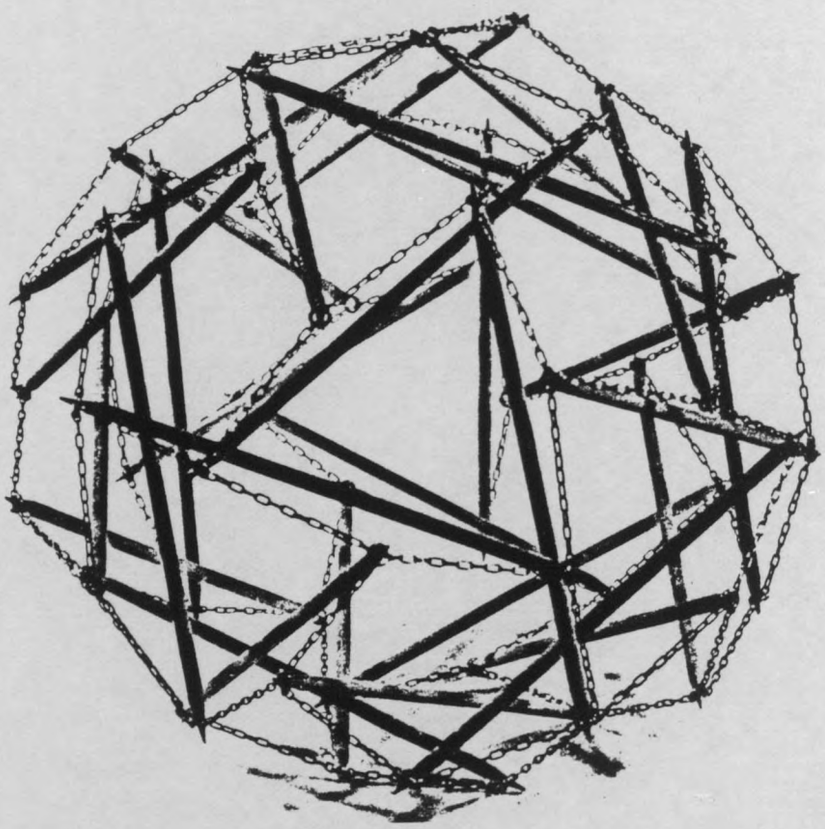


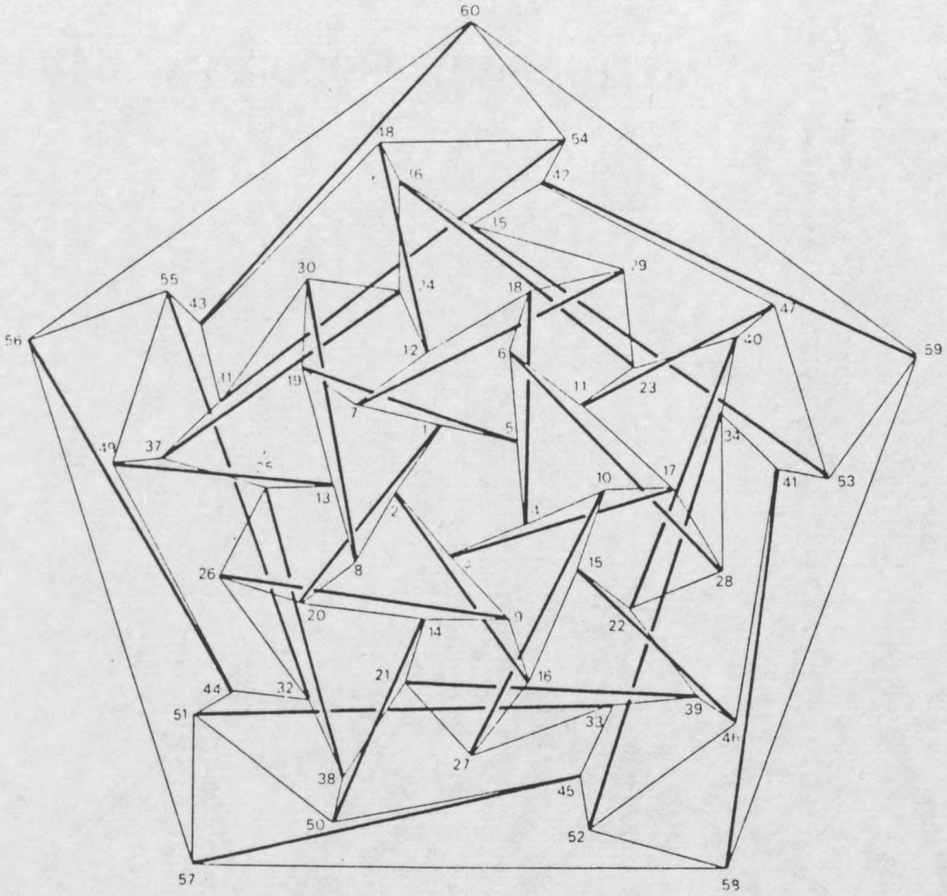


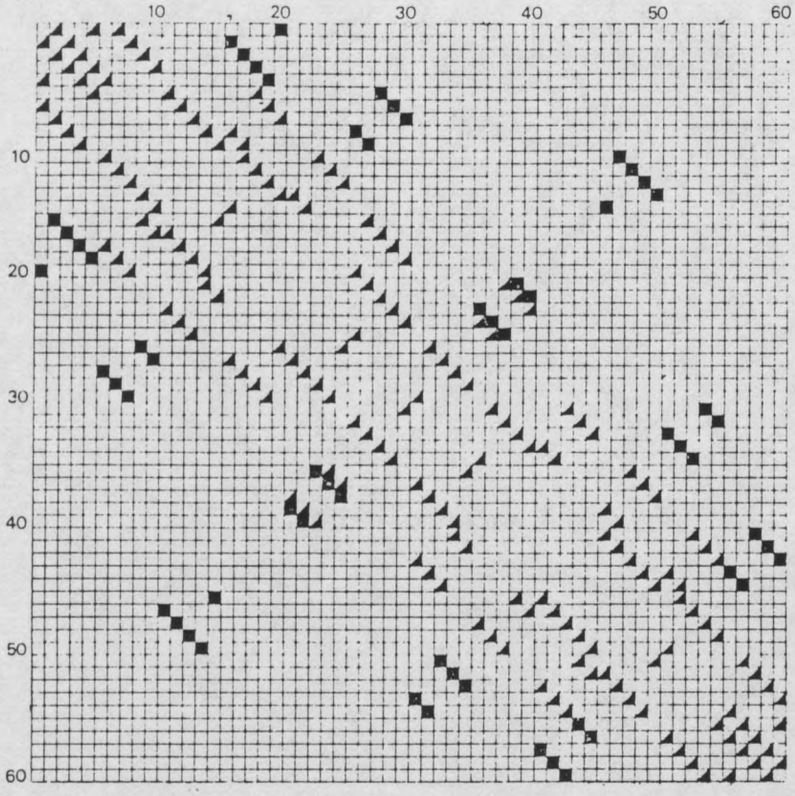






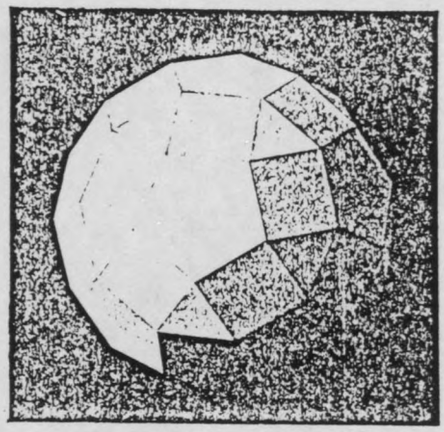


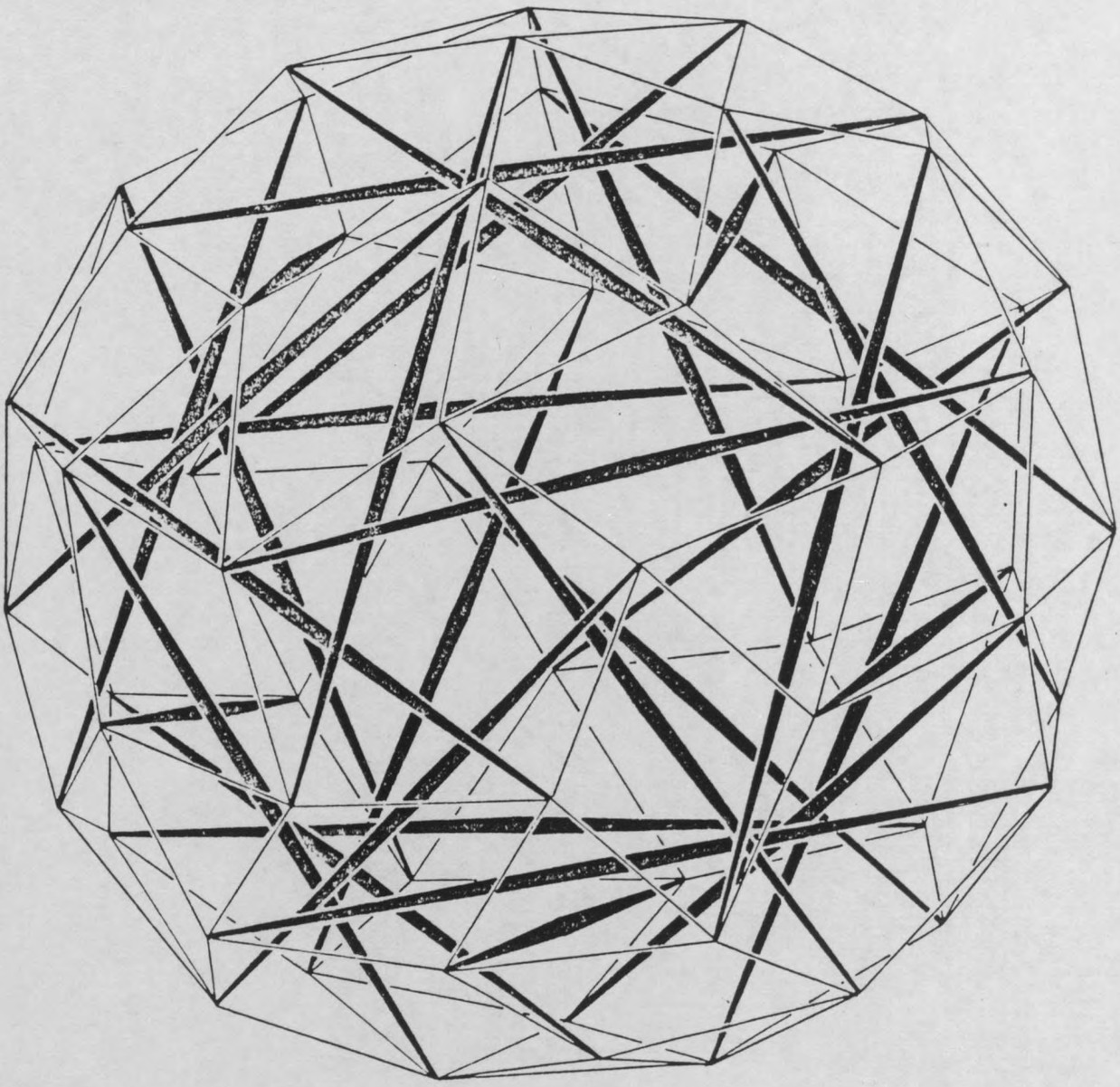


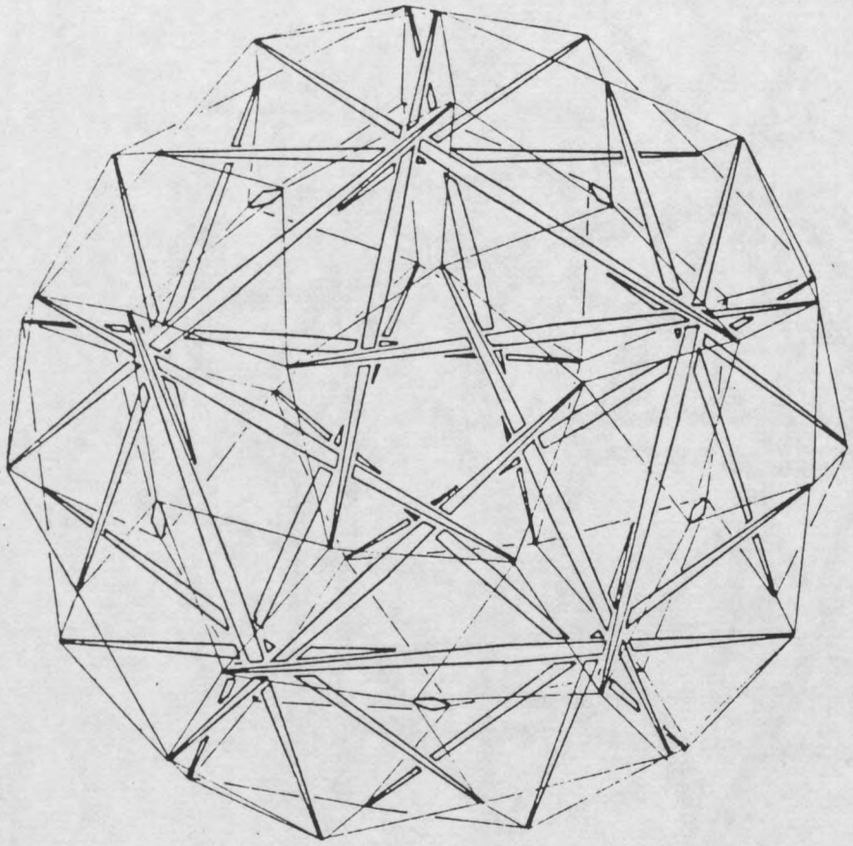

10
20
30
40
50
60

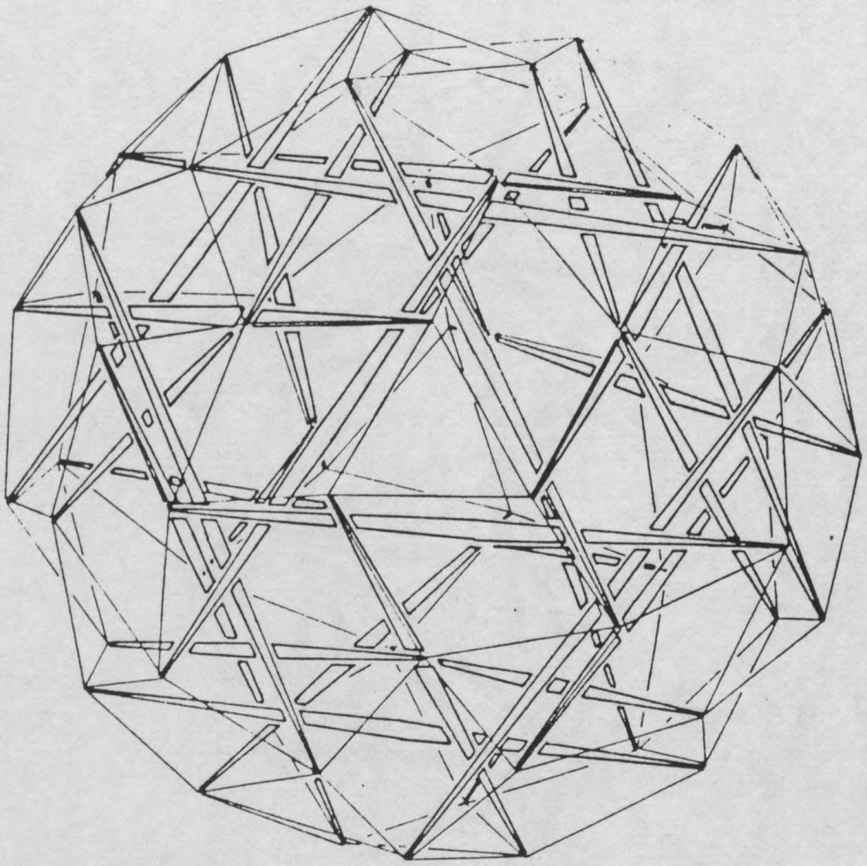
9

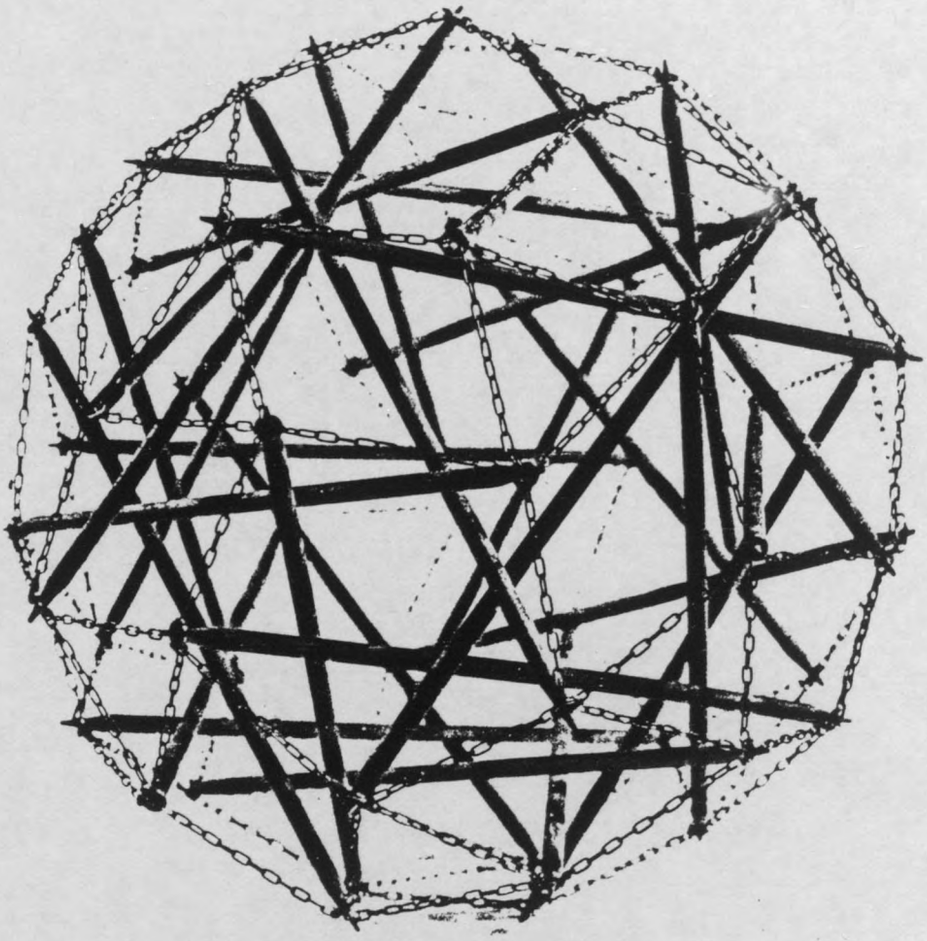
PETIT RHOMBICOSIDODECA 3.4.3.4

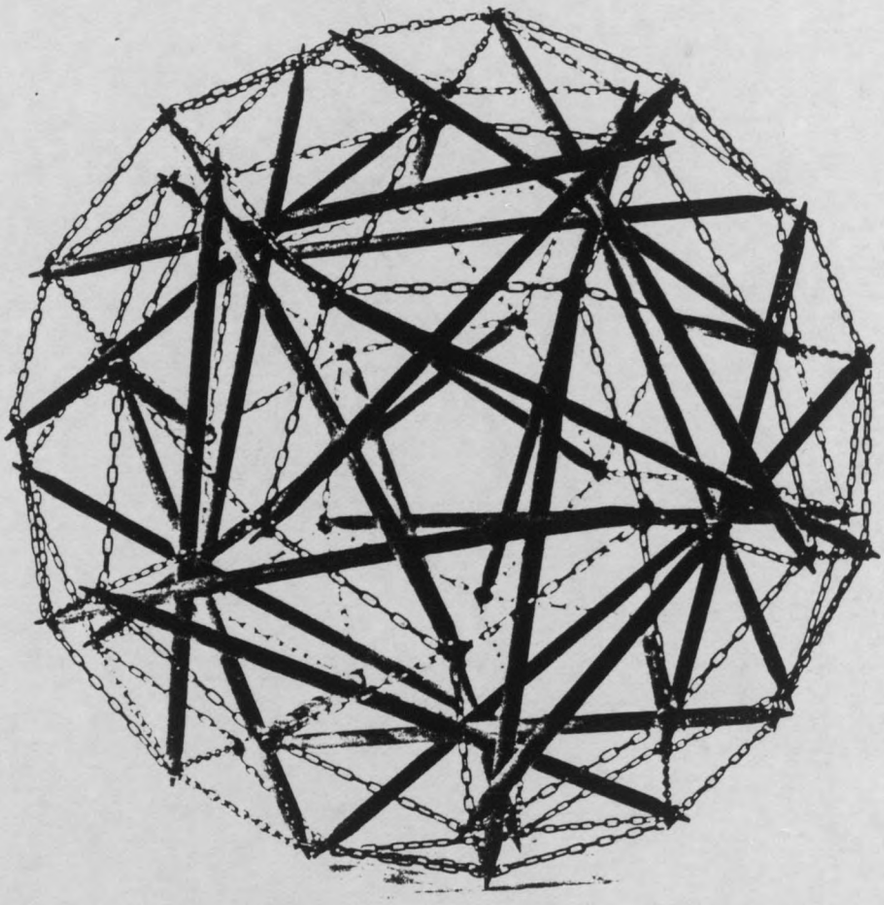


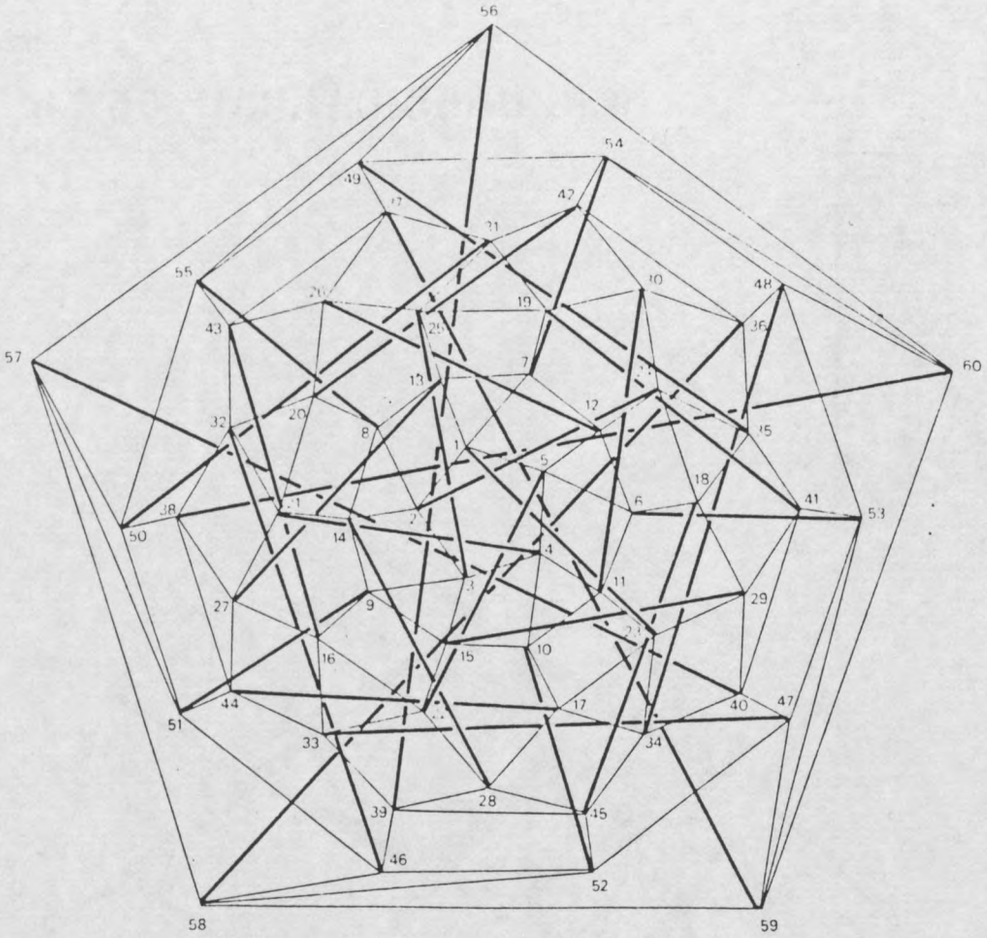


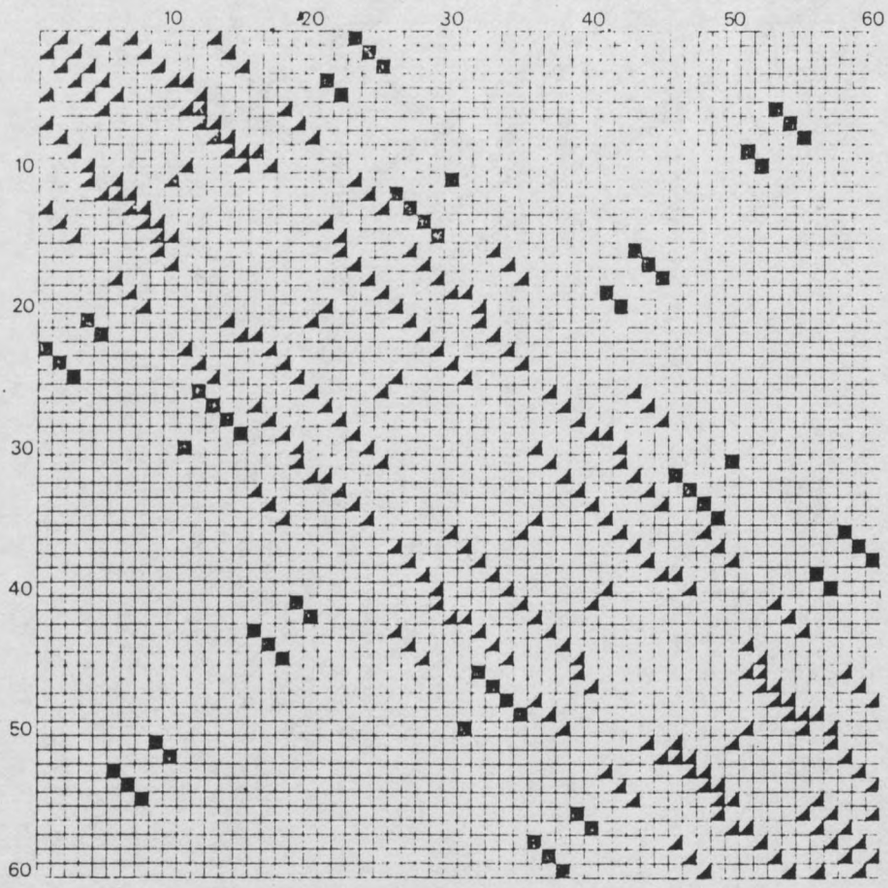




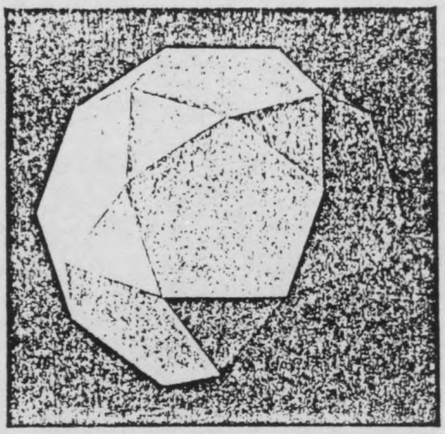


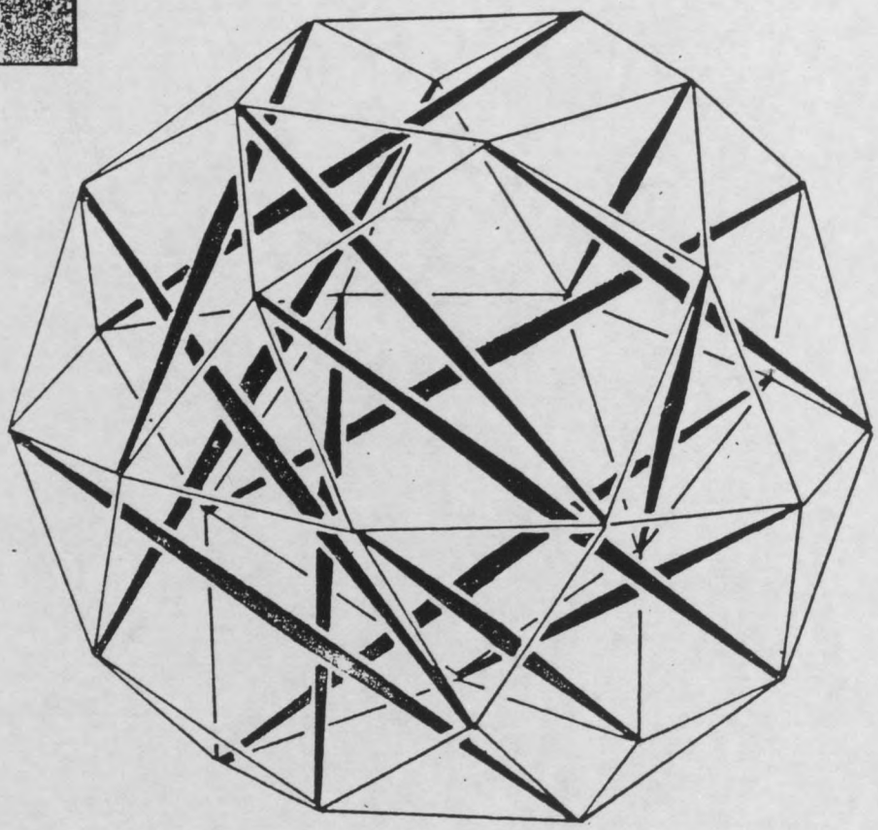


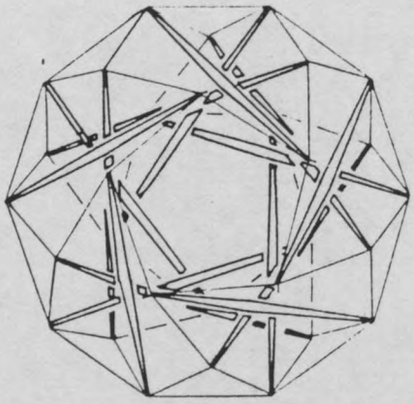


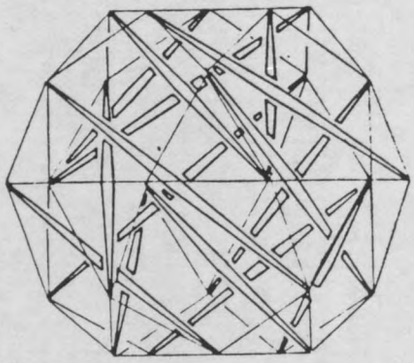


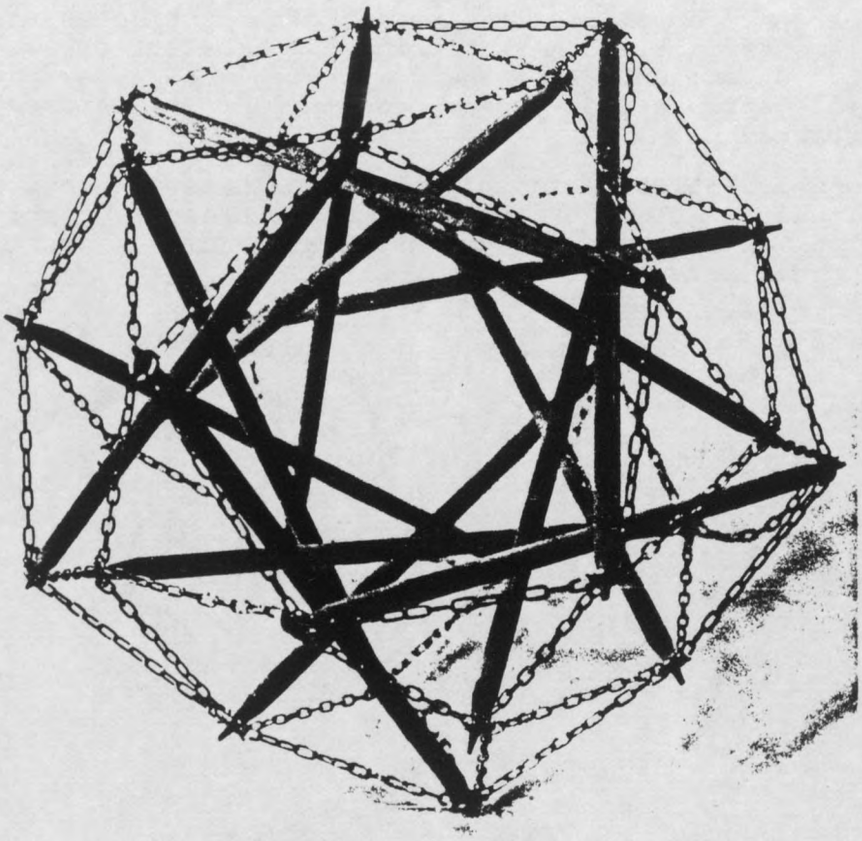
10 ICOSIDODECAEDRE 5535

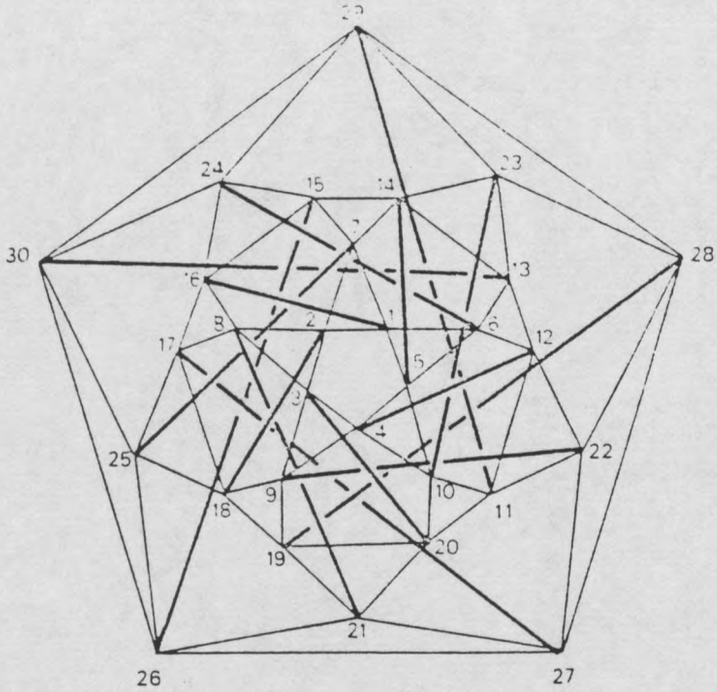


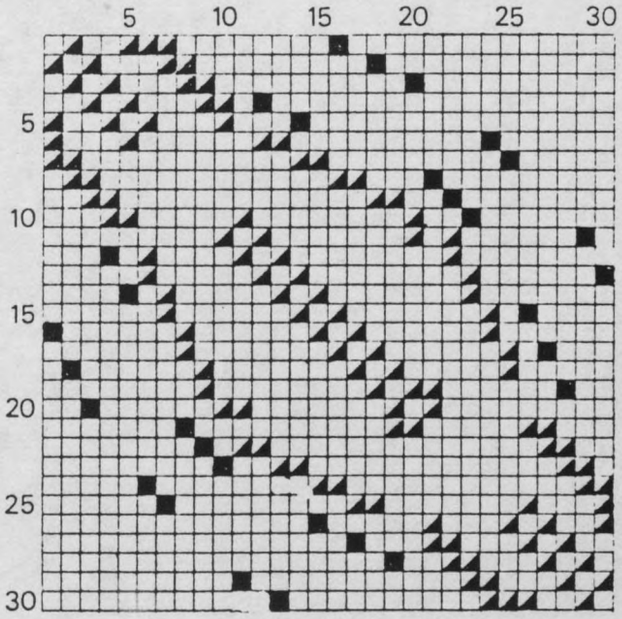








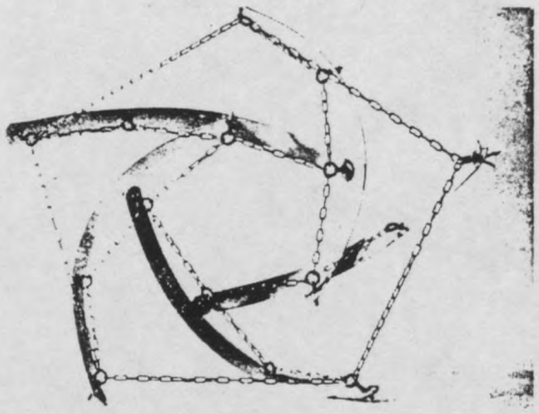

24
15
14
23
30
28
13
8
2
1
6
12
17
5
3
4
25
22
9
10
18
11
19
20
21
26
27

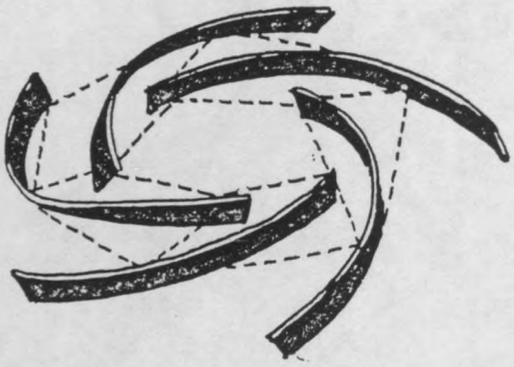

5
10
15
20
25
30
5
10
15
20
25
30

THEATRE MOBILE

Les barres de compression peuvent être remplacées par des éléments de flexion semblables à l'arbalètrier dans un arc. On obtient ainsi une structure incassable, particulièrement adaptée comme ossature pour bâtiments provisoires.

Le projet avait comme forme générale un hyperdodécaèdre: les lobes complémentaires étant des pentapodes à cinq ressorts arqués qui, assemblés deux à deux, constituaient des lames de torsion.

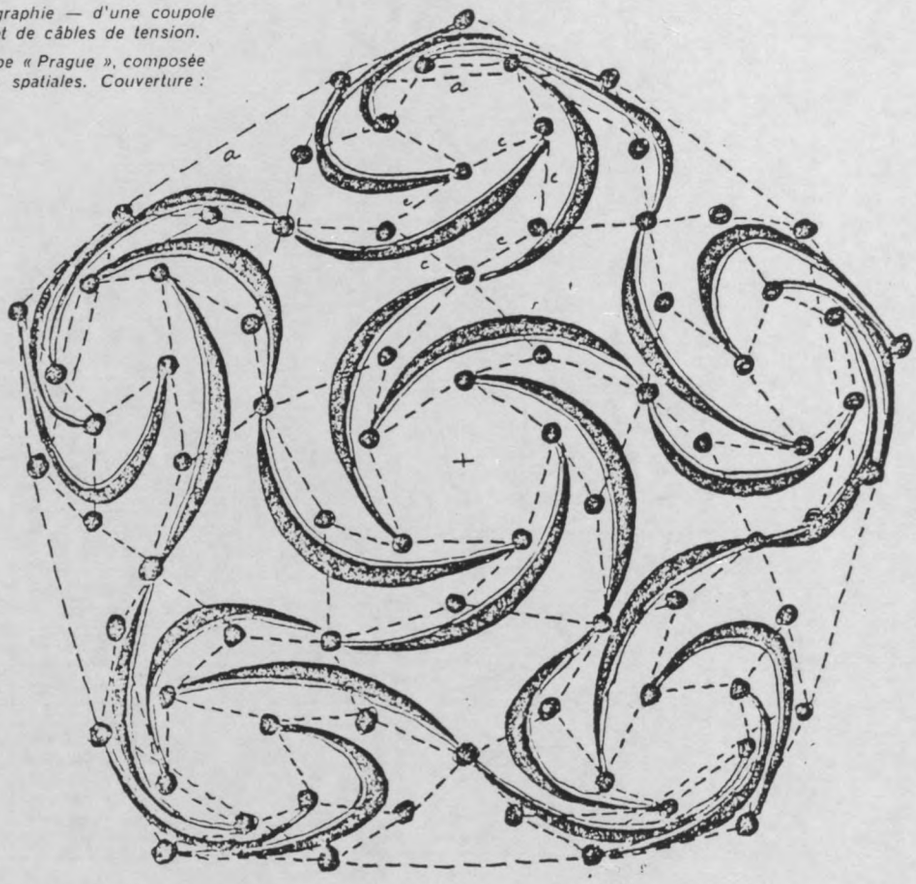


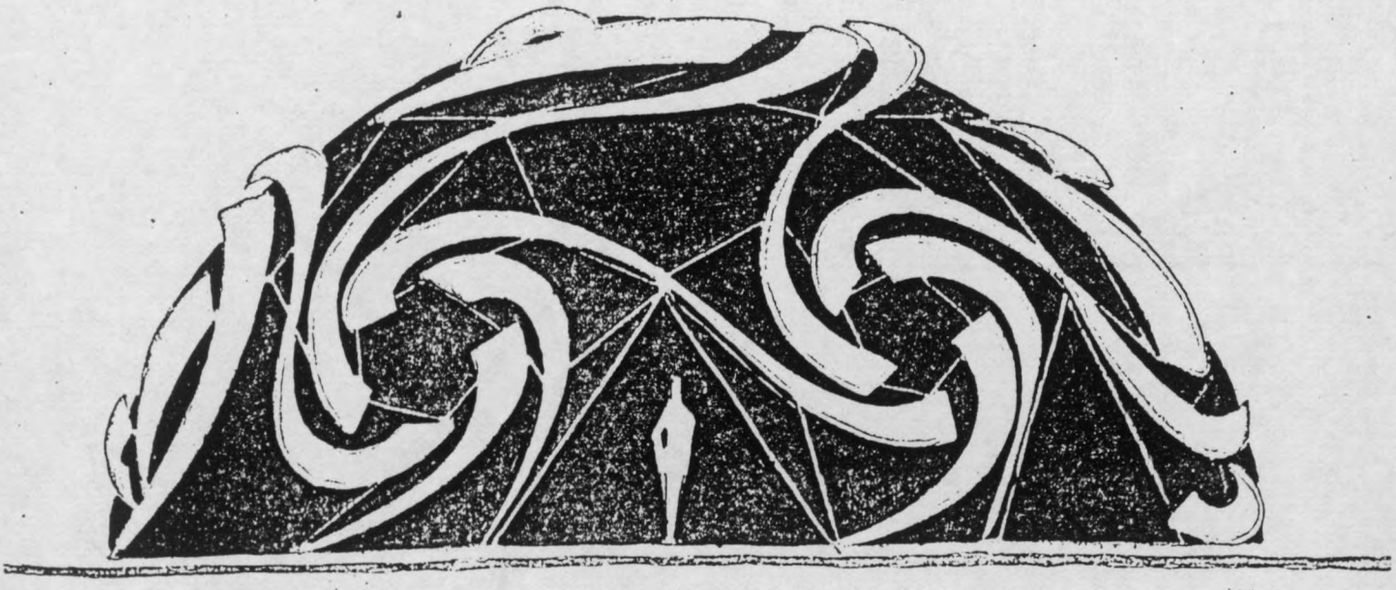


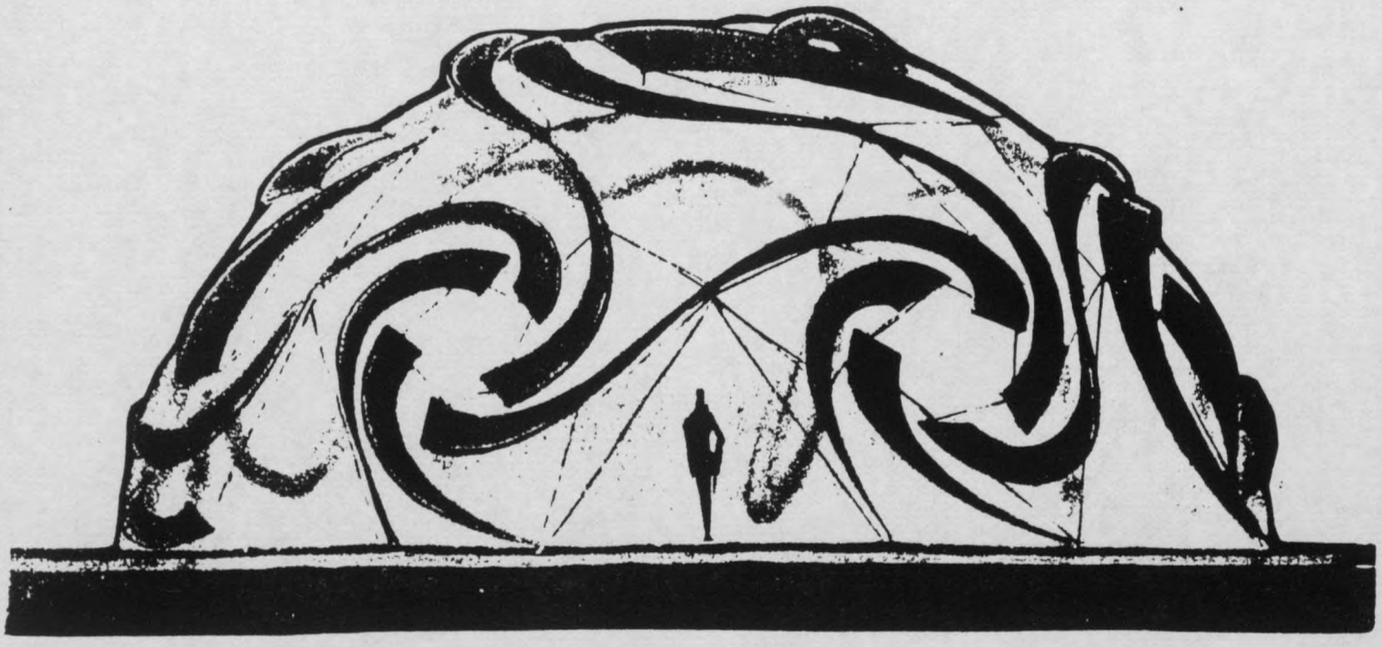
Un sous-ensemble auto-tendant ressorts-tirants ; vue de la maquette.

Schéma de montage — homéographie — d'une coupole composée de lames de flexion et de câbles de tension.

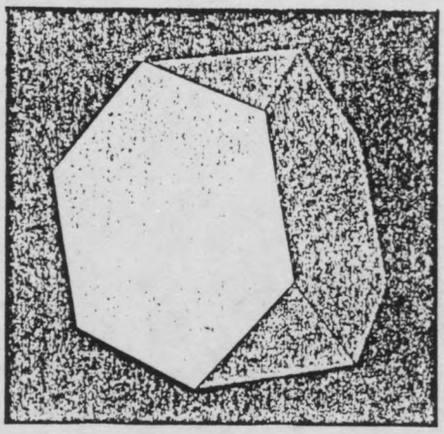
Vue d'une coupole incassable, type « Prague », composée de lames flexibles à courbures spatiales. Couverture : membrane souple.

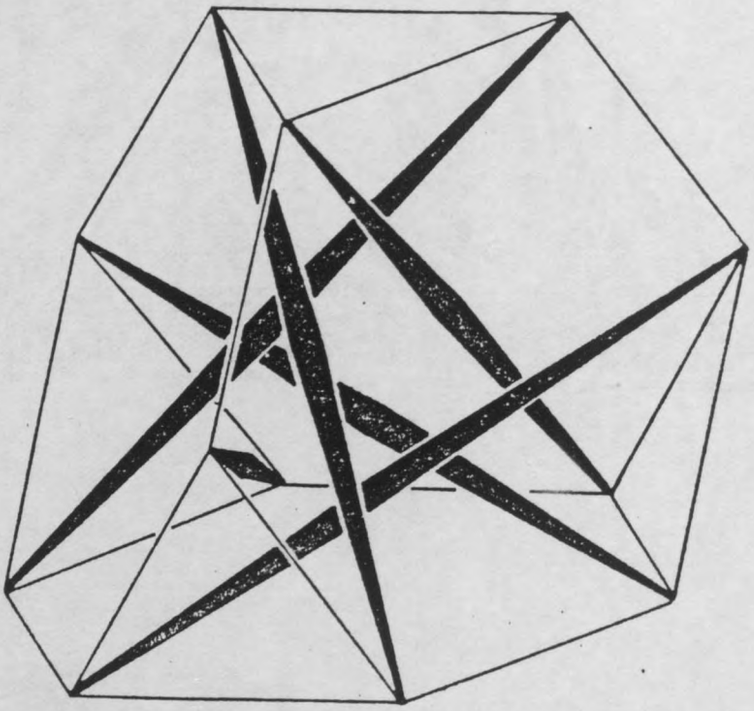


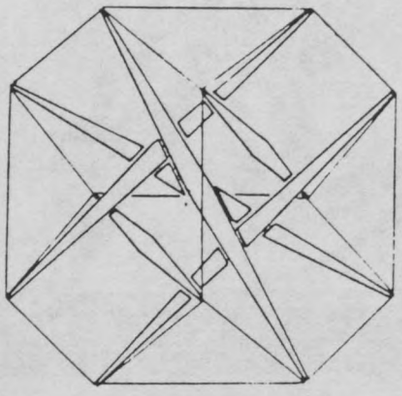


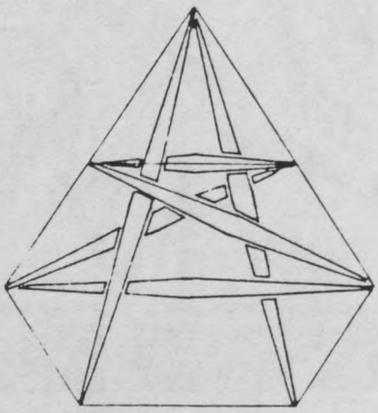


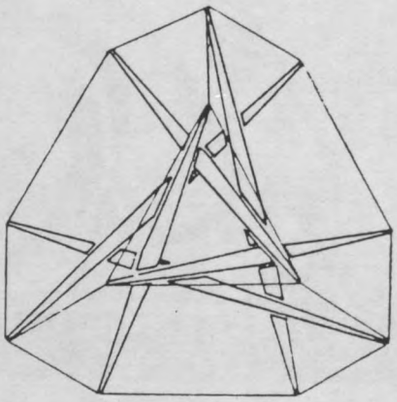
11 TETRAEDRE TRONQUE 566

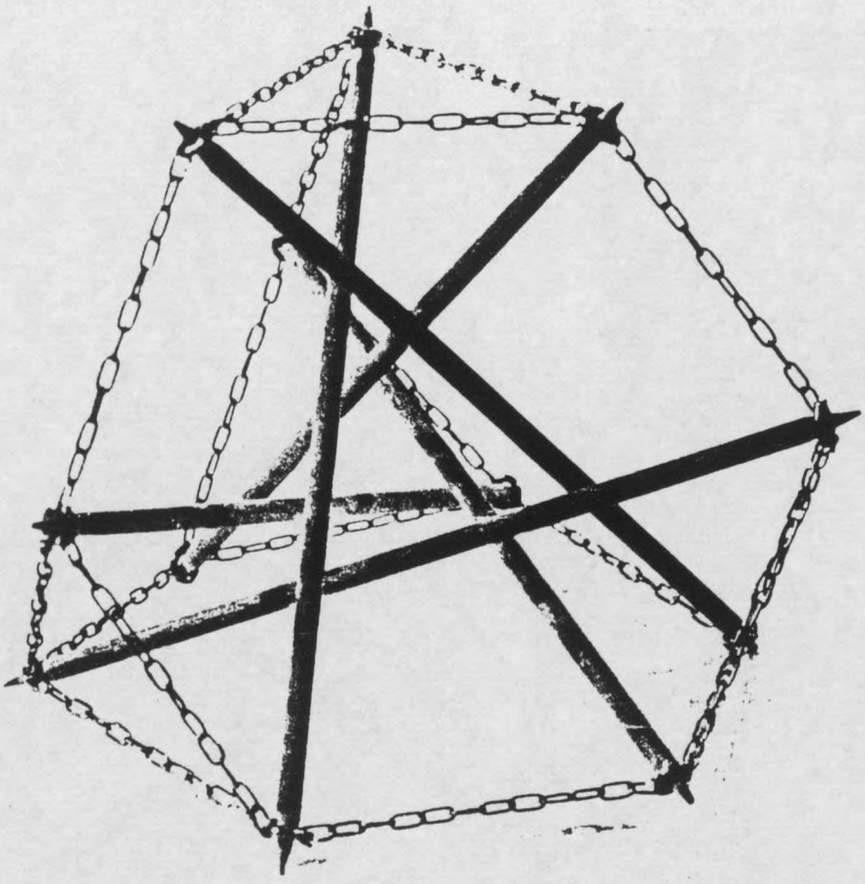


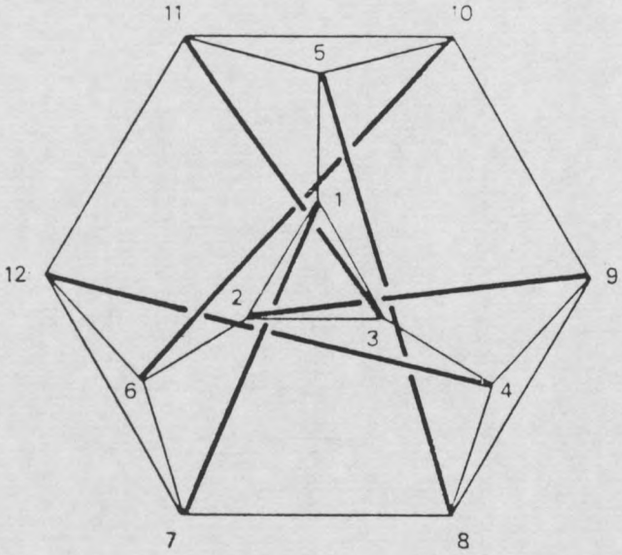


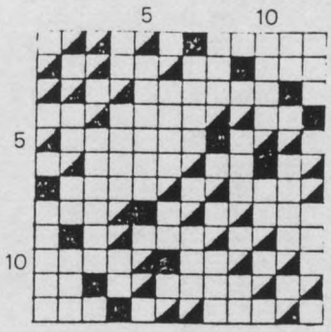




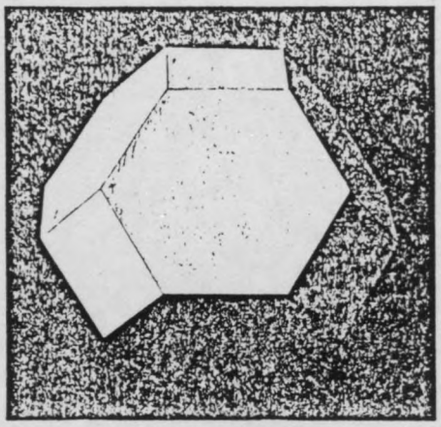


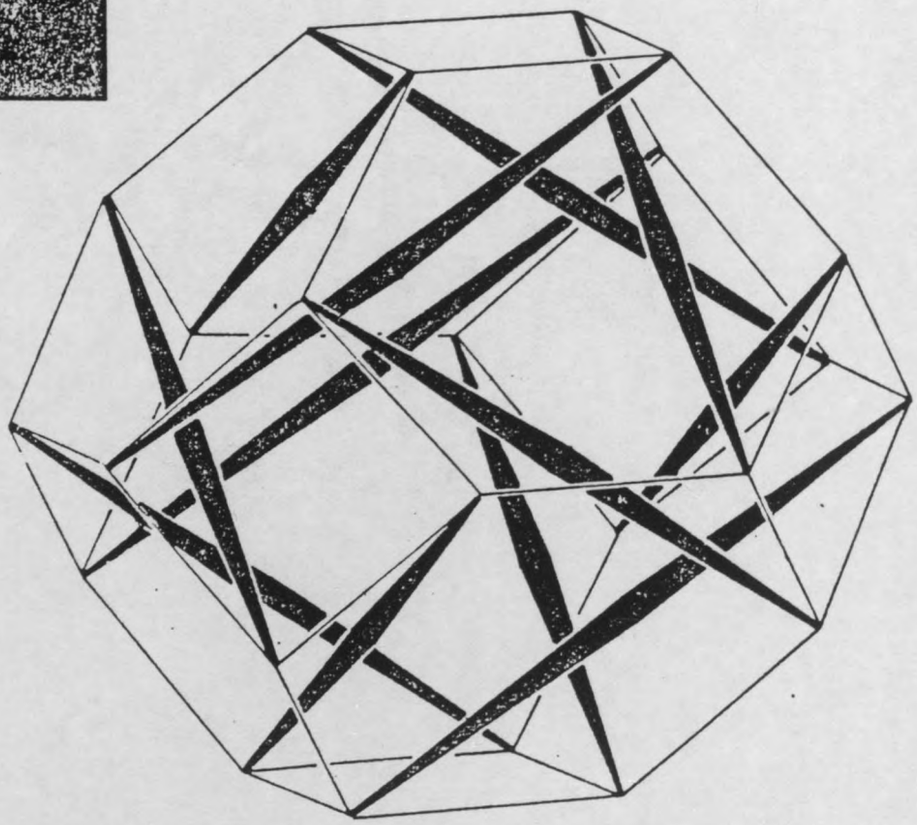


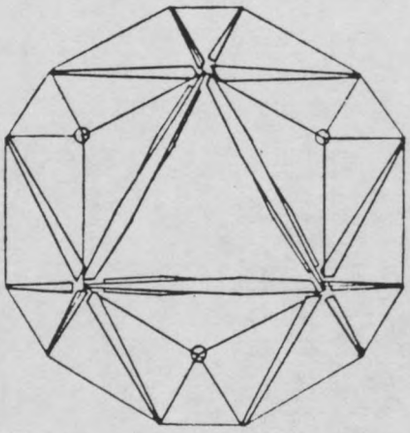

11
10
5
1
12
9
2
3
6
4
7
8

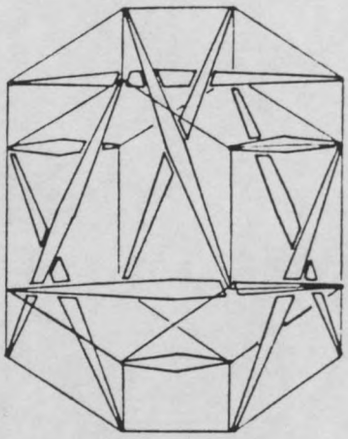

5
10
5
10

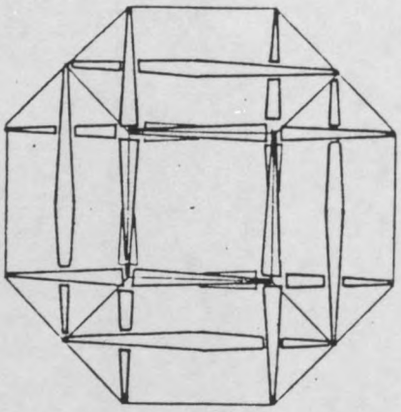
12 TETRAKAIDECAEDRE 466

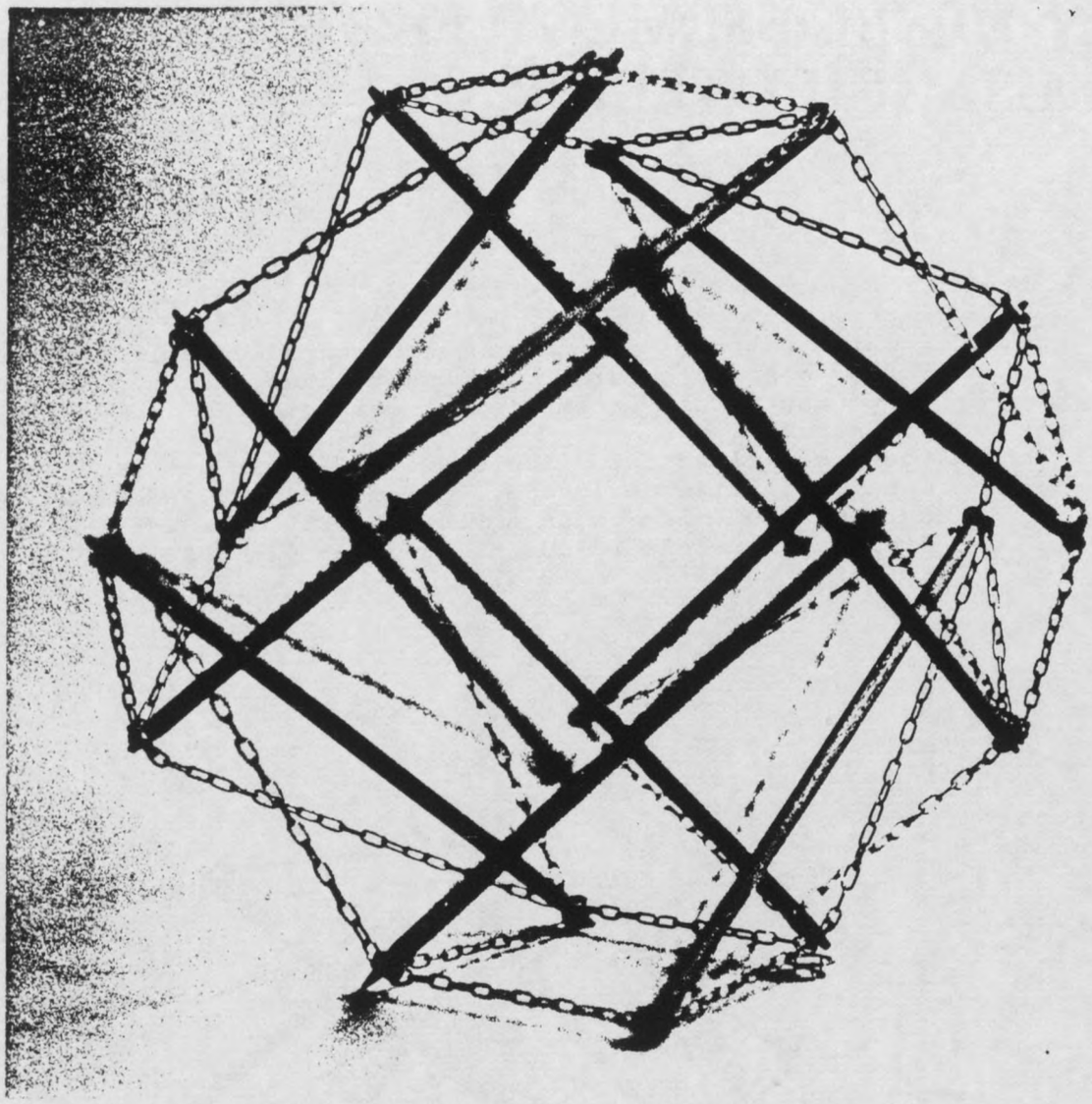


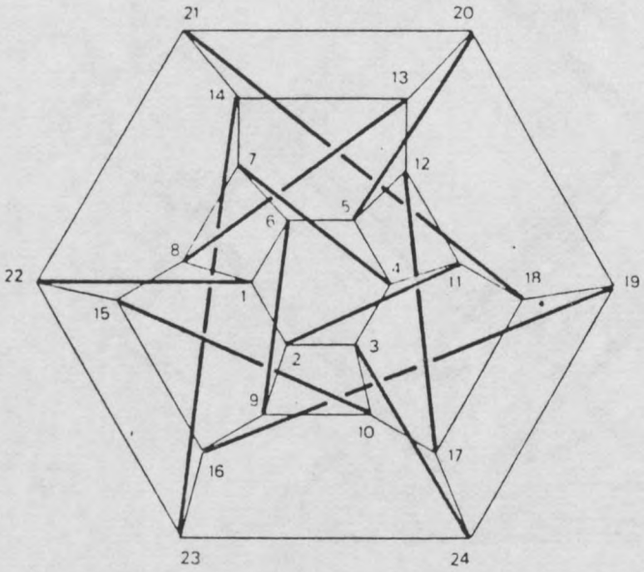


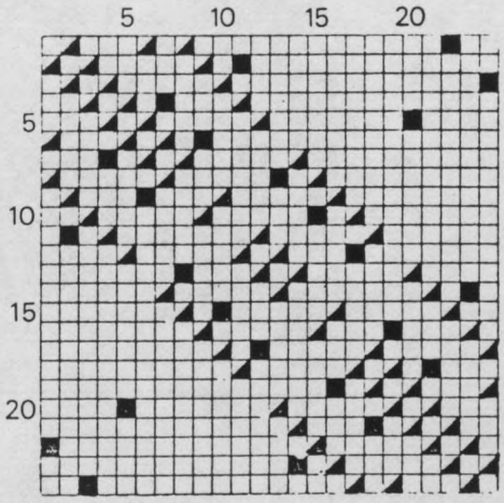








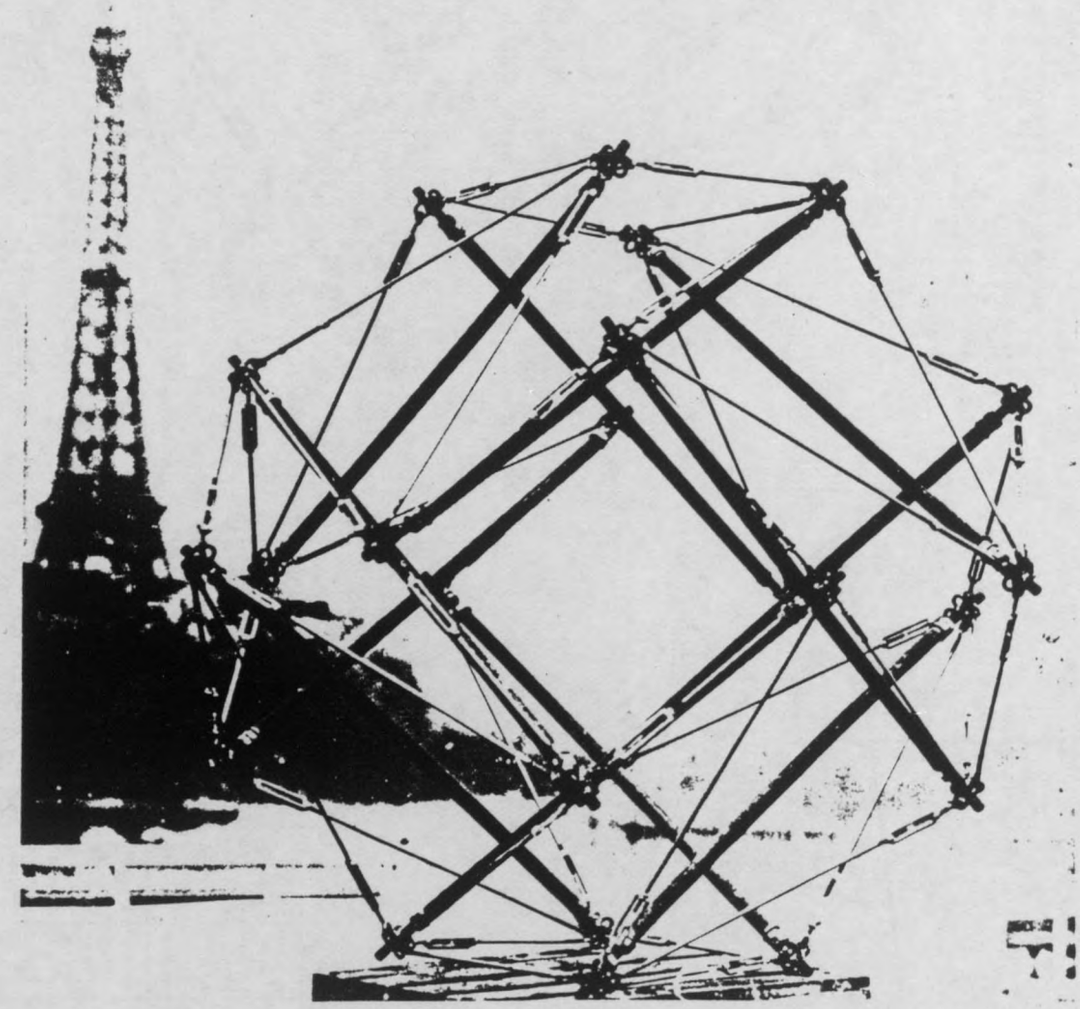

21
20
13
14
7
12
5
6
8
4
11
18
22
19
1
15
2
3
9
10
17
16
23
24

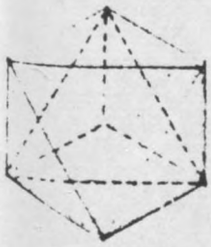

5
10
15
20
5
10
15
20

UN ETABLISSEMENT FLOTTANT A USAGE HOTELIER

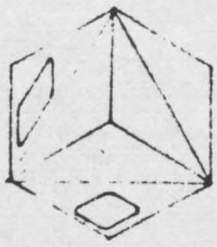
L'unité d'espace est une sorte de capsule habitable, en forme d'hexadécaèdre, composant avec des tétraèdres complémentaires, un empilement compact.

Les habitacles sont d'abord assemblés par groupe de six dans une unité de levage. Six de ces groupes composent sur quatre niveaux un noyau de forme générale octaédrale, auquel se rajoutent quelques éléments supplémentaires.



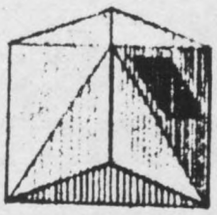


PLAN

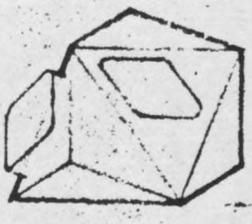


TOITURE

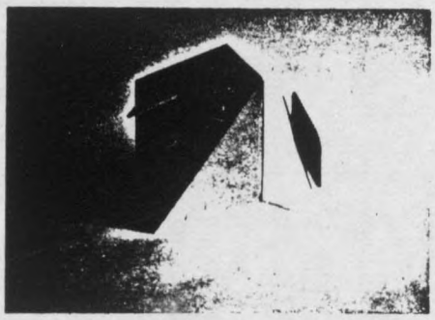
VUE SUR PORTE

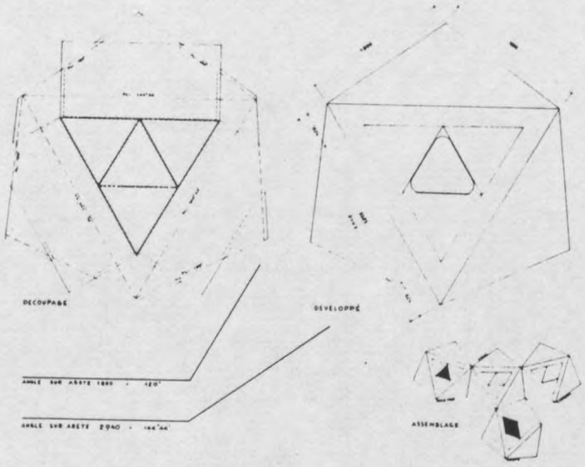


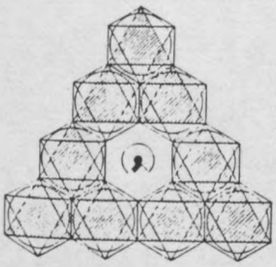
VUE SUR ANGLE



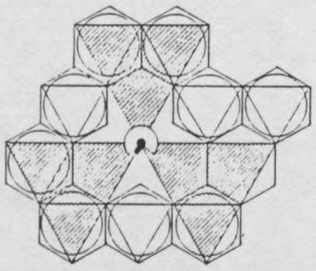
COUPE



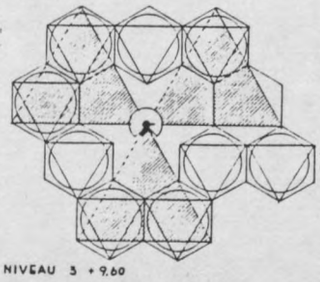




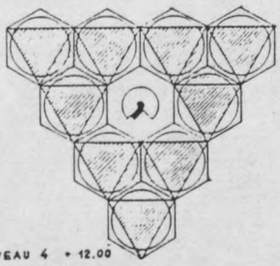
NIVEAU 1 + 4.80



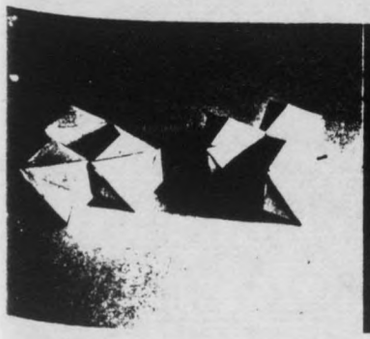
NIVEAU 2 + 7.20

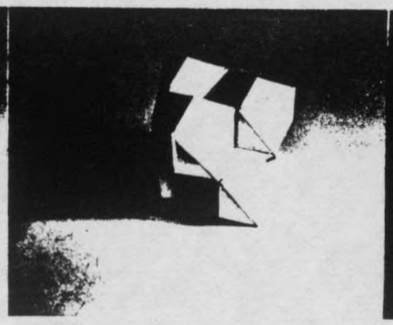


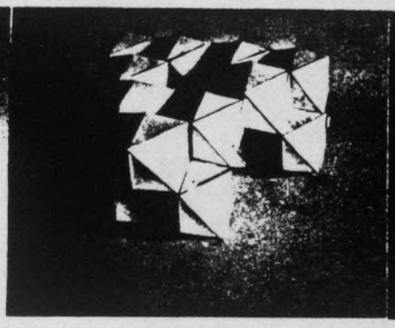
NIVEAU 3 + 9.60

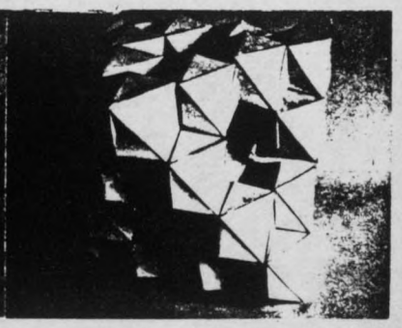


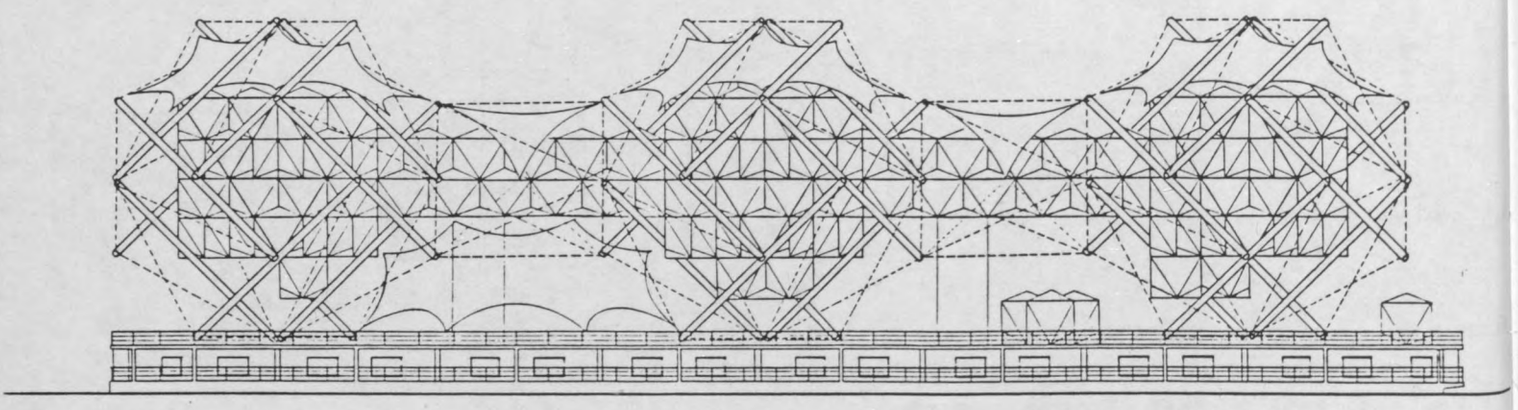
NIVEAU 4 + 12.00

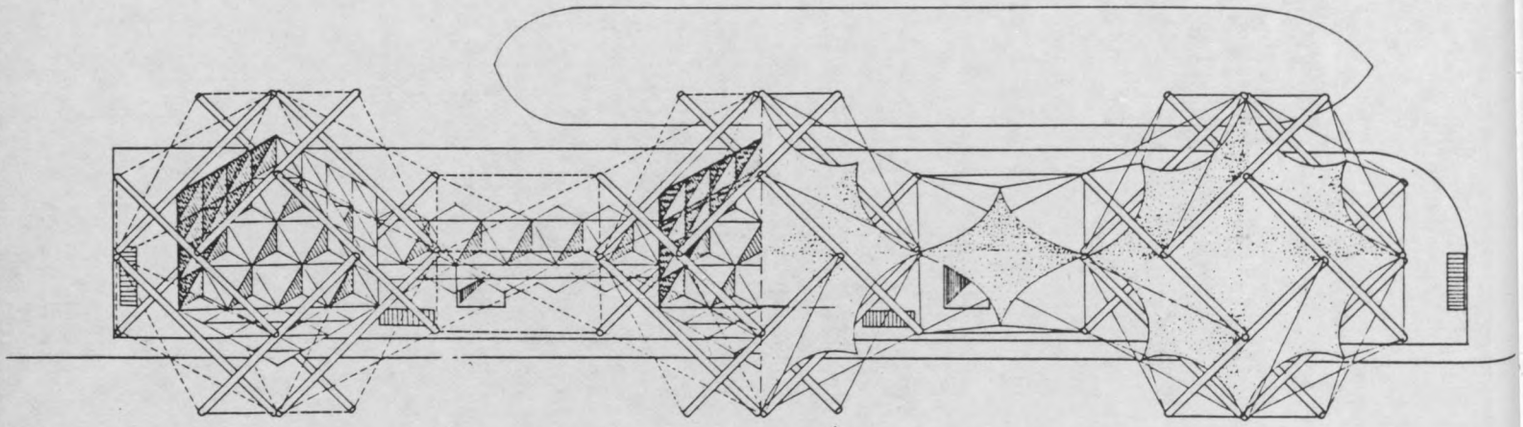




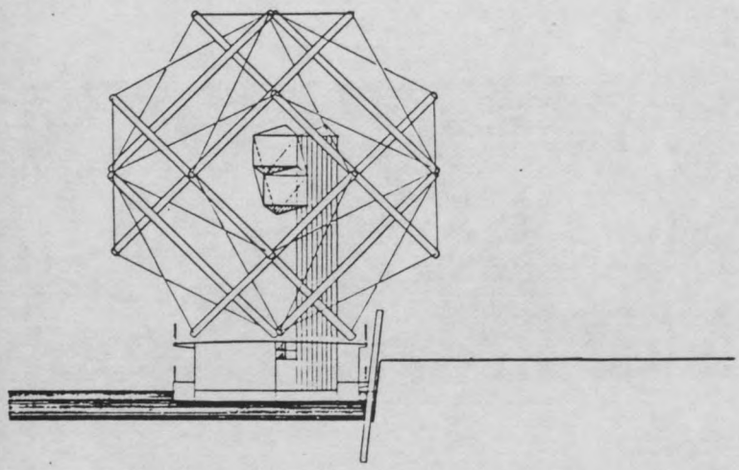


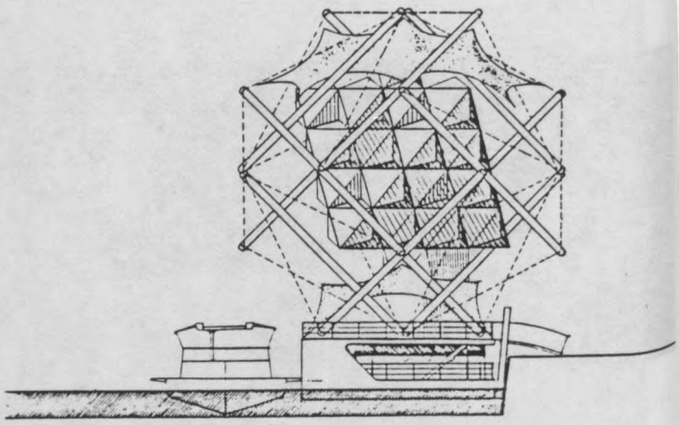


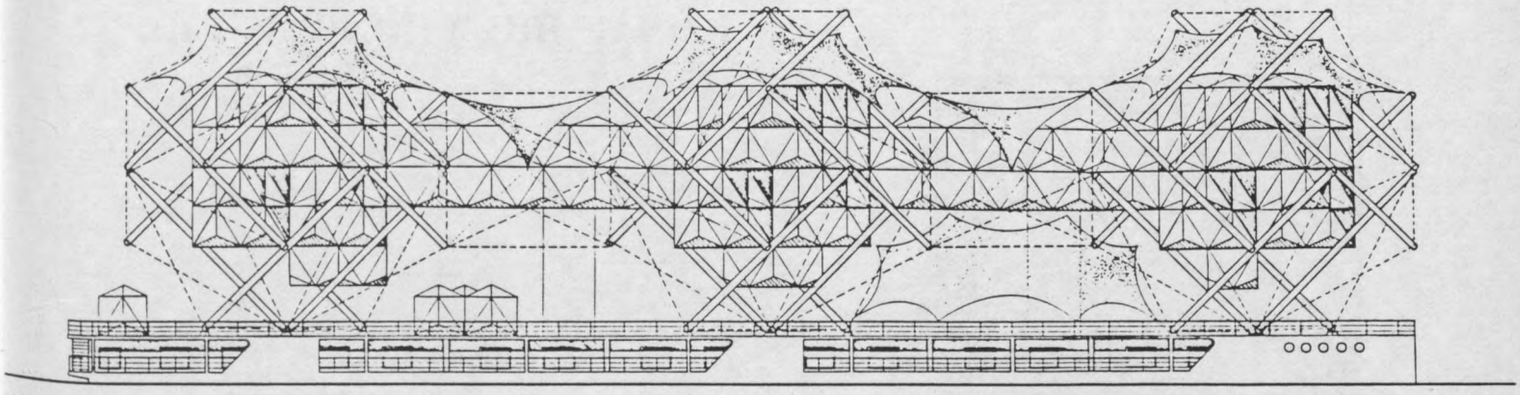




Coupe transversale et élévations transversales et longitudinales. Plan et vue supérieure.





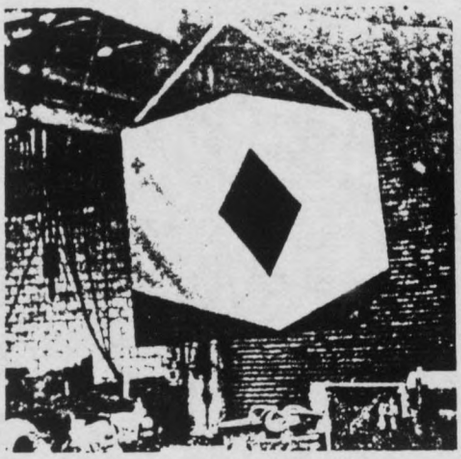


Quarante à cinquante habitacles sont donc suspendus dans une structure porteuse autotendante ayant la forme générale d'un tétracaïdécaèdre. Constituée de 12 mâts de charge et de 48 tirants, elle prend appui sur quatre points, laissant au sol quasi toute la surface libre. Les quatre points d'ancrage sont des rotules de type cardan.

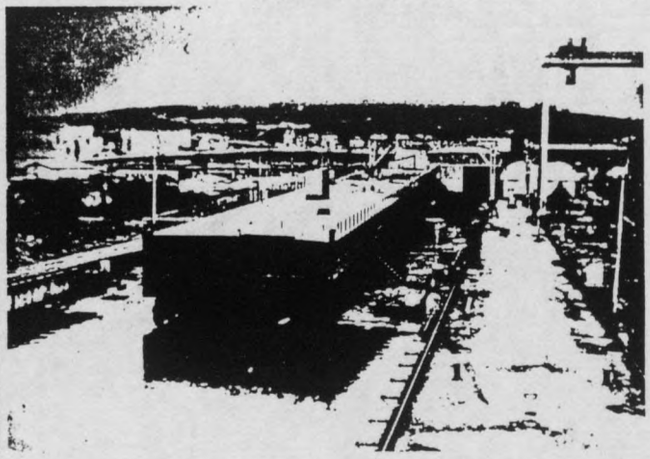
Dans ce projet, trois équilibriums, dans lesquels sont suspendus au total 120 à 150 habitacles, sont placés en ligne sur un ponton de 80 m de long et de 12 m de large. Les aménagements sur le pont supérieur sont aussi constitués par des moyens mobiles: voiles tendues pour les grandes surfaces, habitacles groupés pour les autres.

La construction de semblables édifices sur la terre ferme, et non pas en ligne mais en étendue ou en composition spatiale, est, de toute évidence, encore plus aisée.

Essai de suspension d'un habitacle en tôle d'acier.



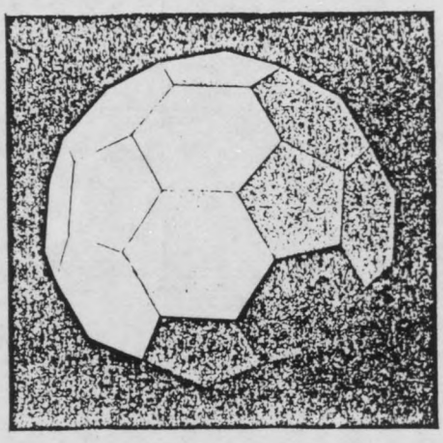
Vue du ponton en construction dans un chantier naval.

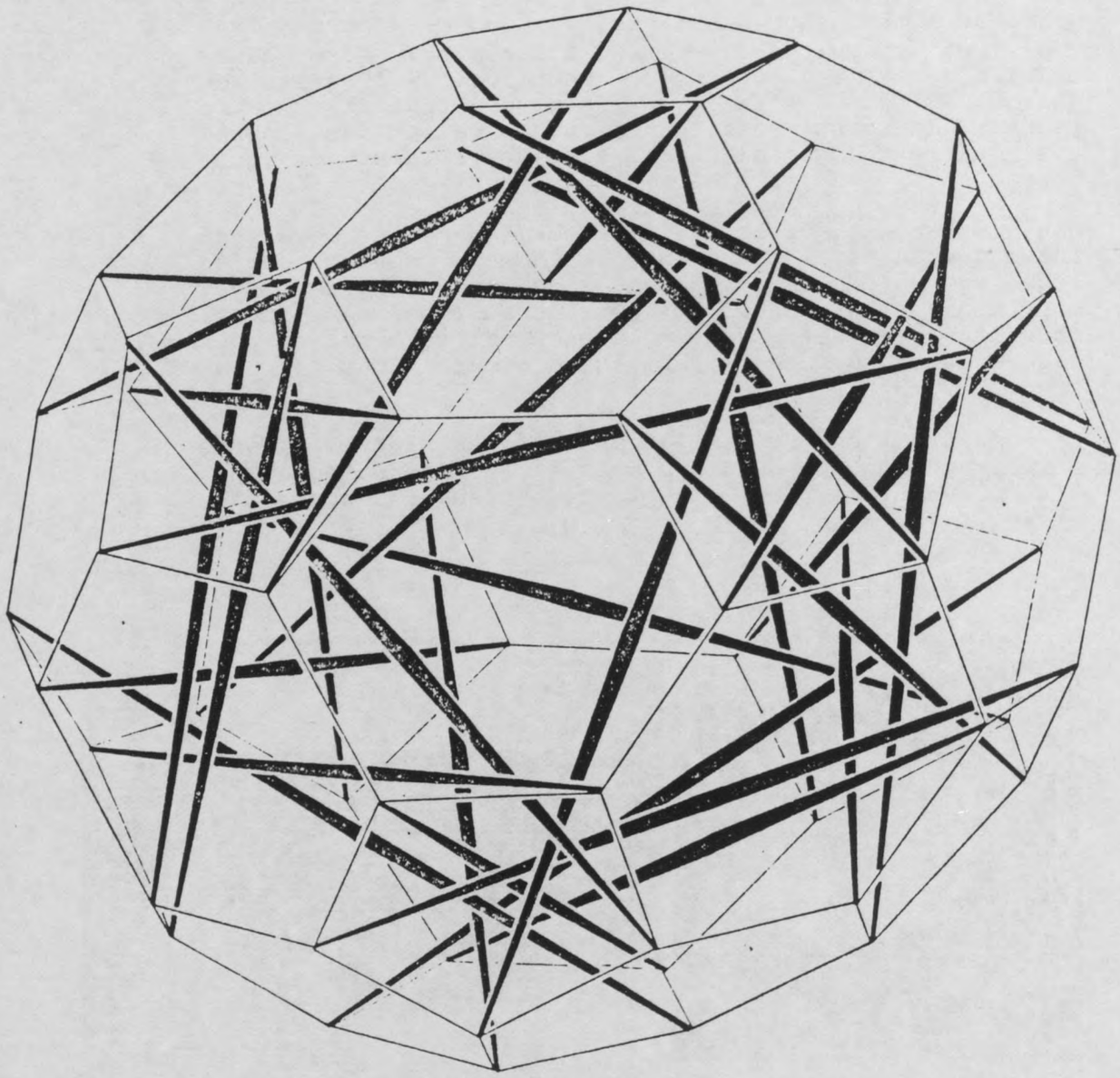


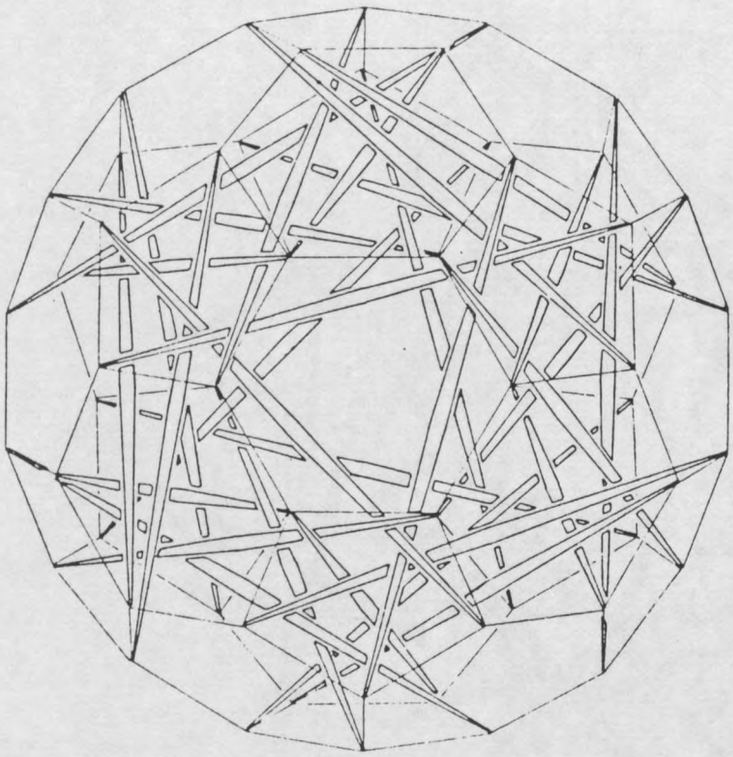
Paris 1970

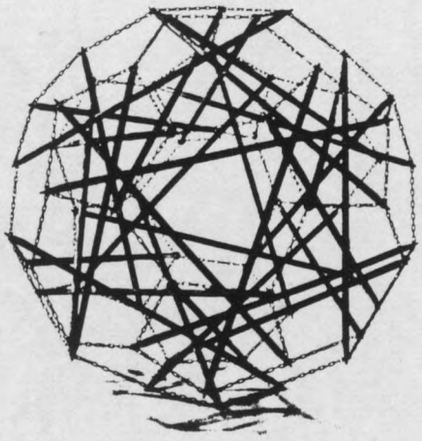
15

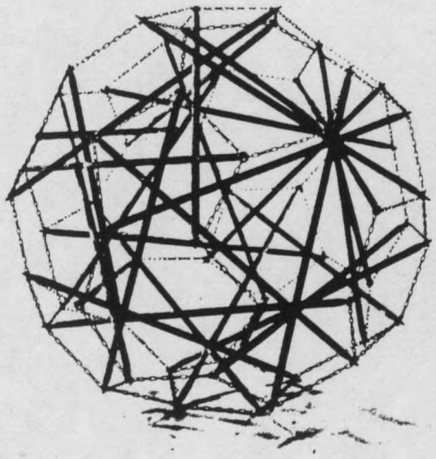
ICOSAEDRE TRONQUE · 566

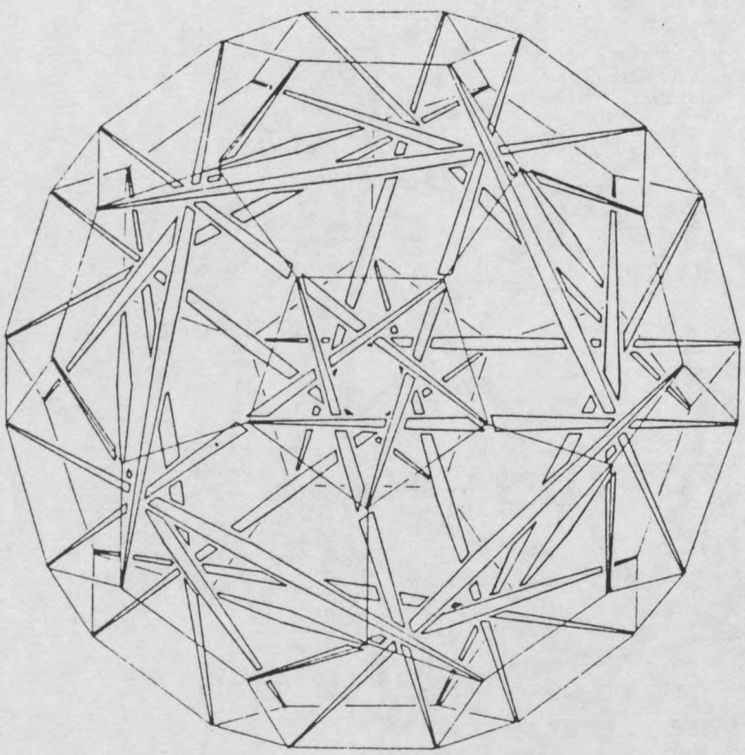


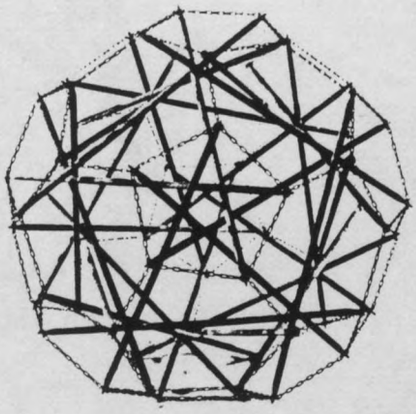


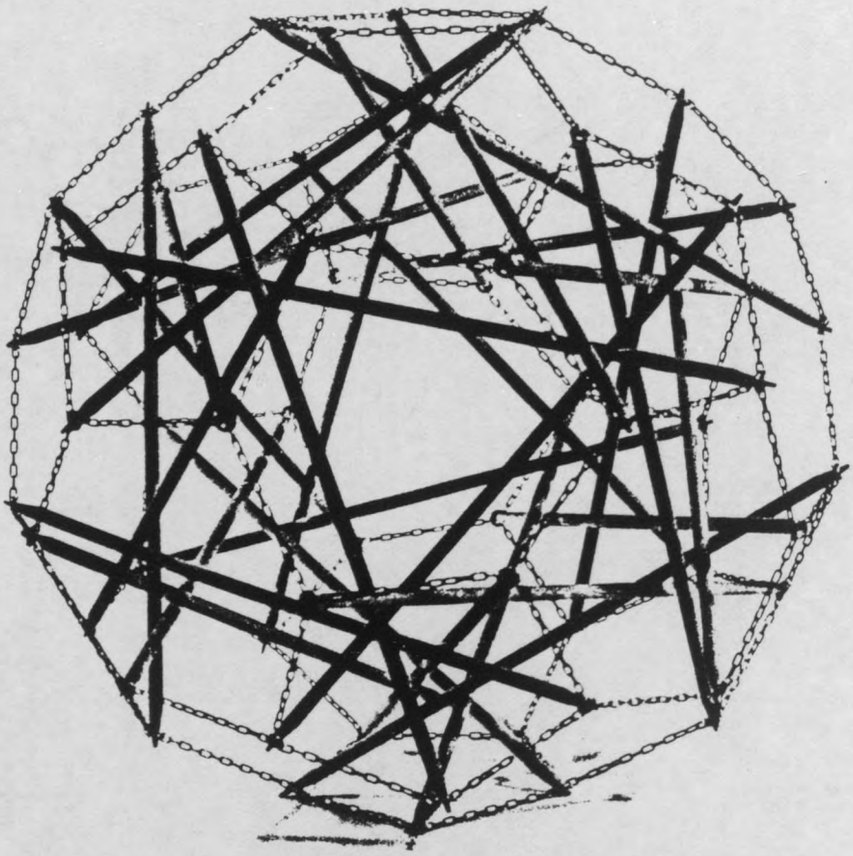


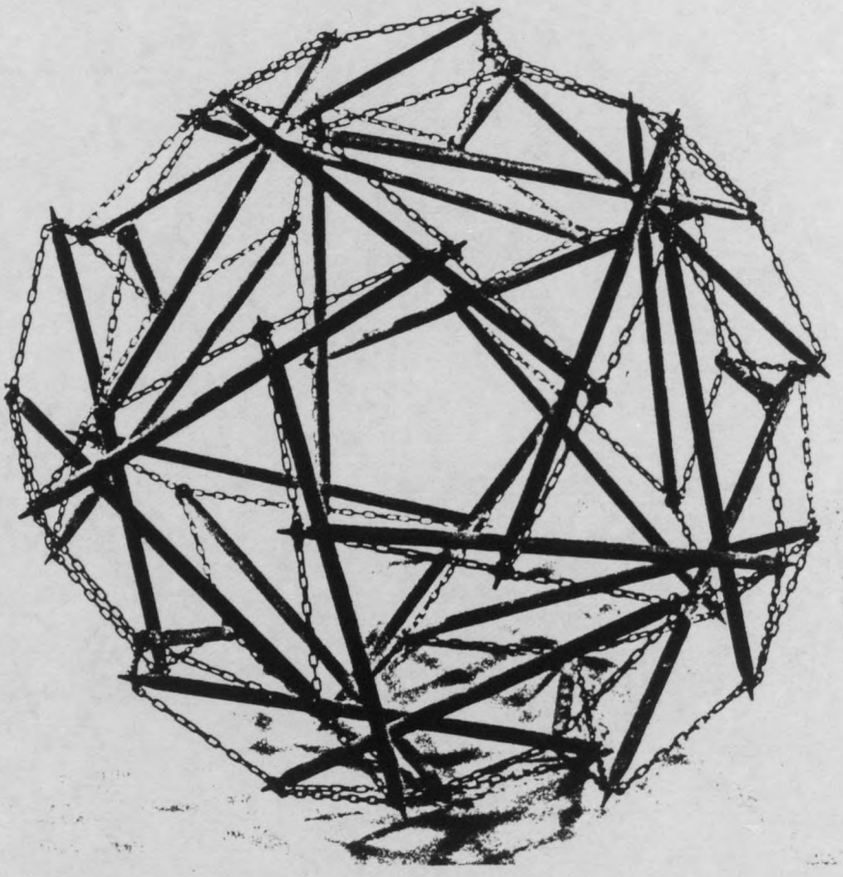


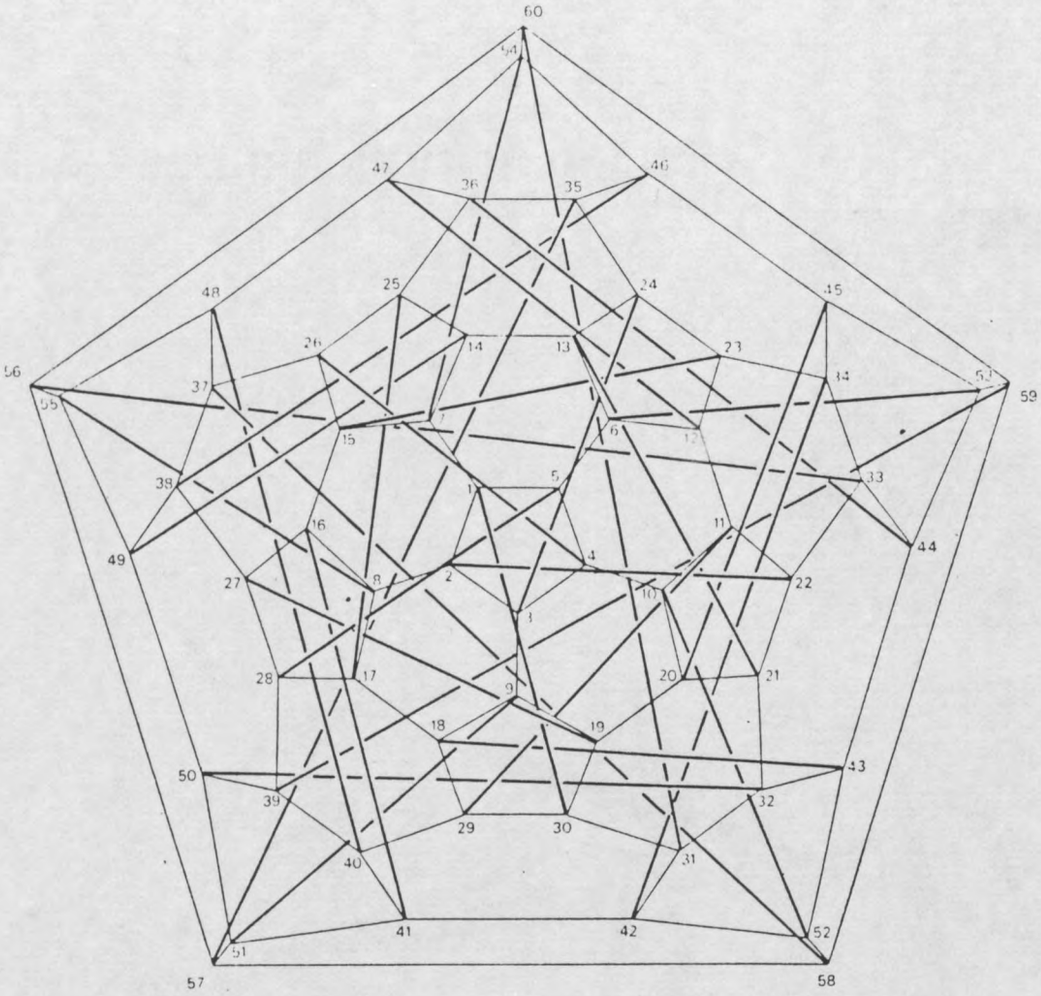


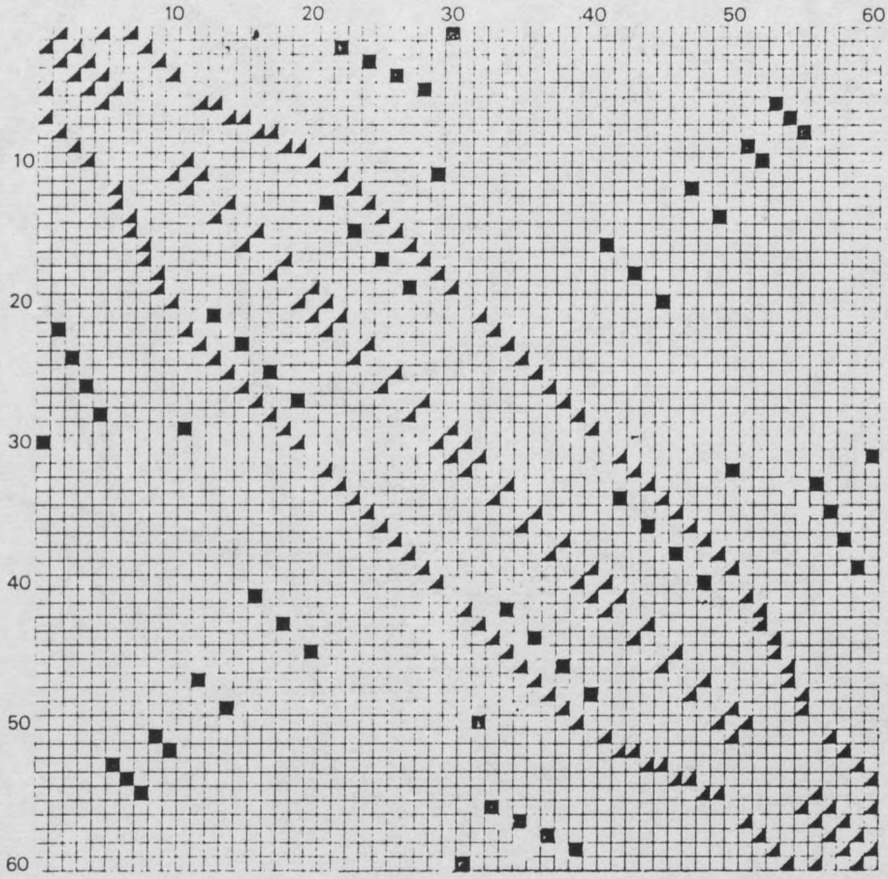




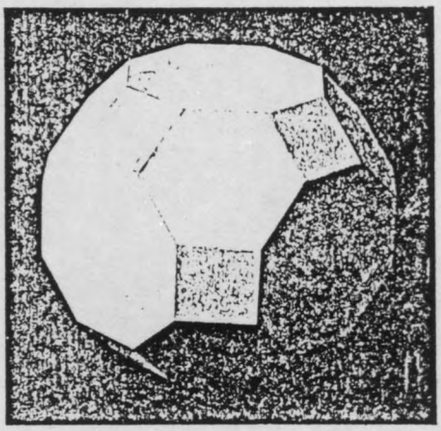


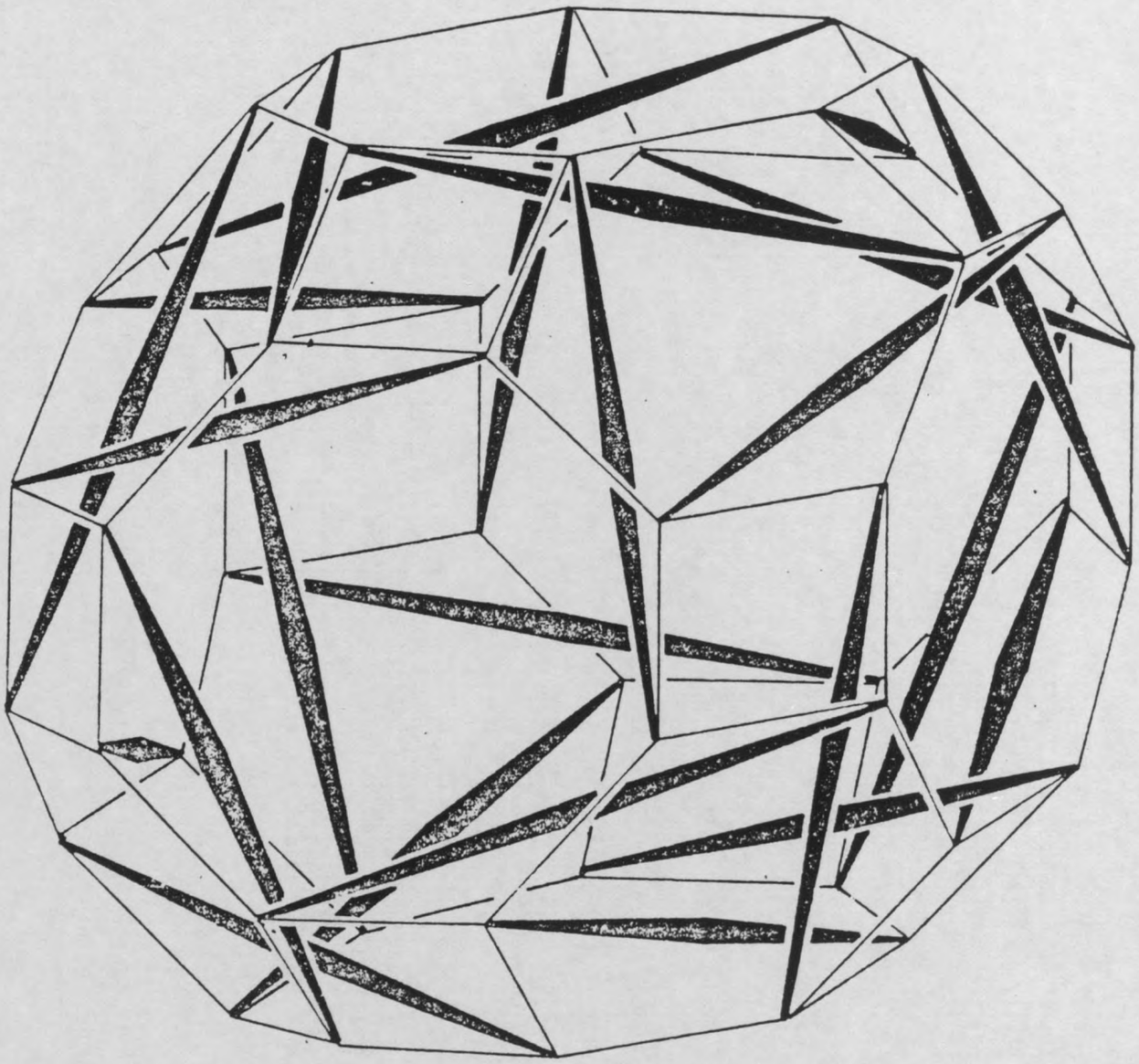


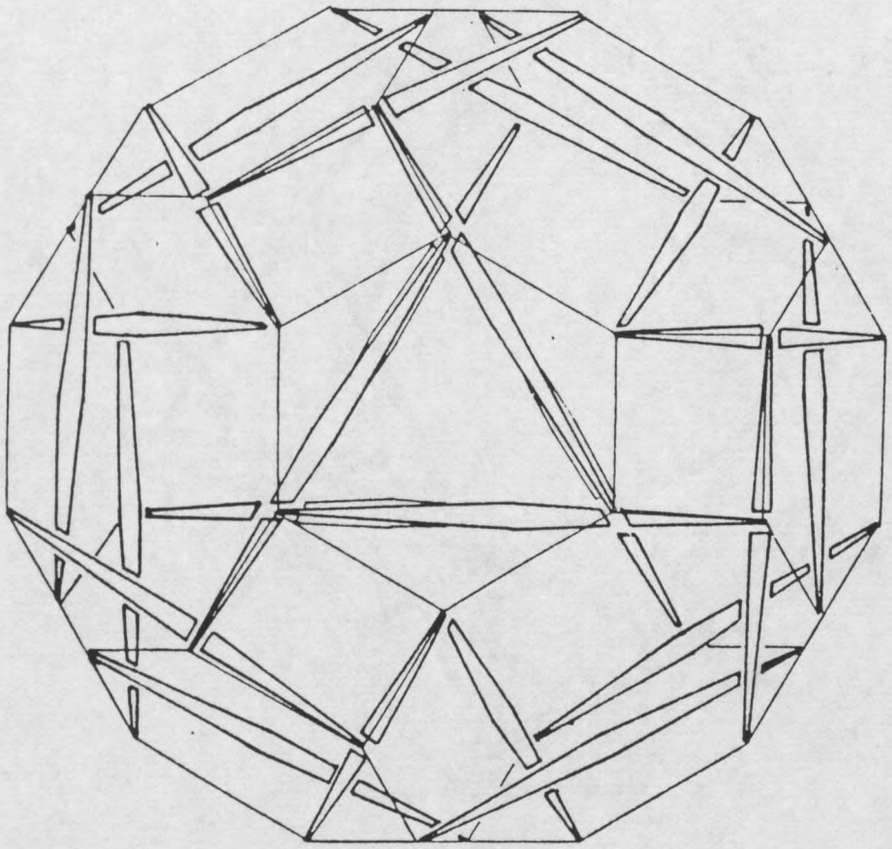

60
54
47
36
35
46
48
25
24
45
26
14
13
23
56
37
34
59
55
15
6
12
38
5
33
1
16
11
44
49
4
27
8
2
10
22
3
7
28
17
20
21
9
18
19
50
43
39
32
29
30
40
31
41
42
52
51
57
58

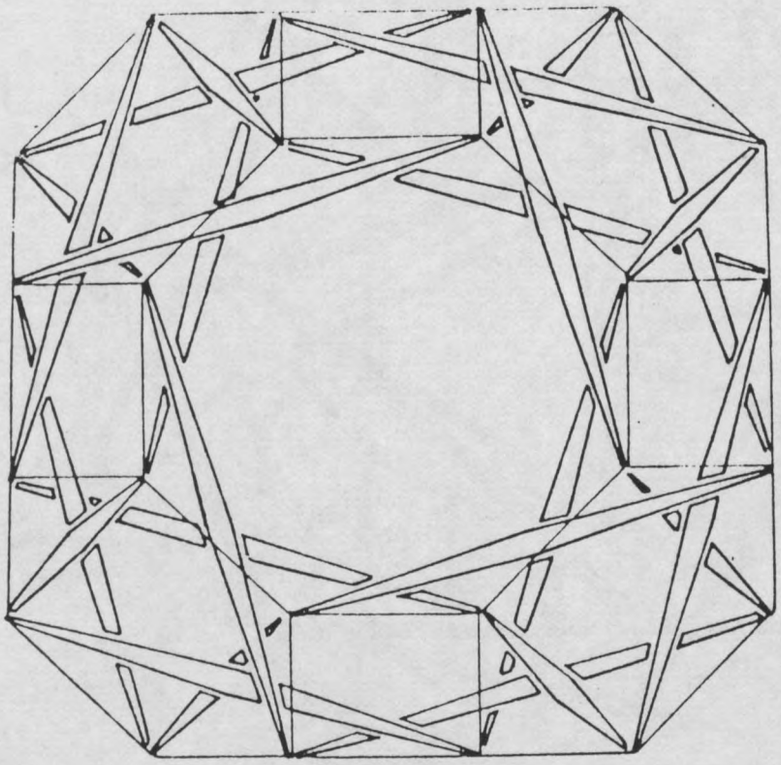

10
20
30
40
50
60

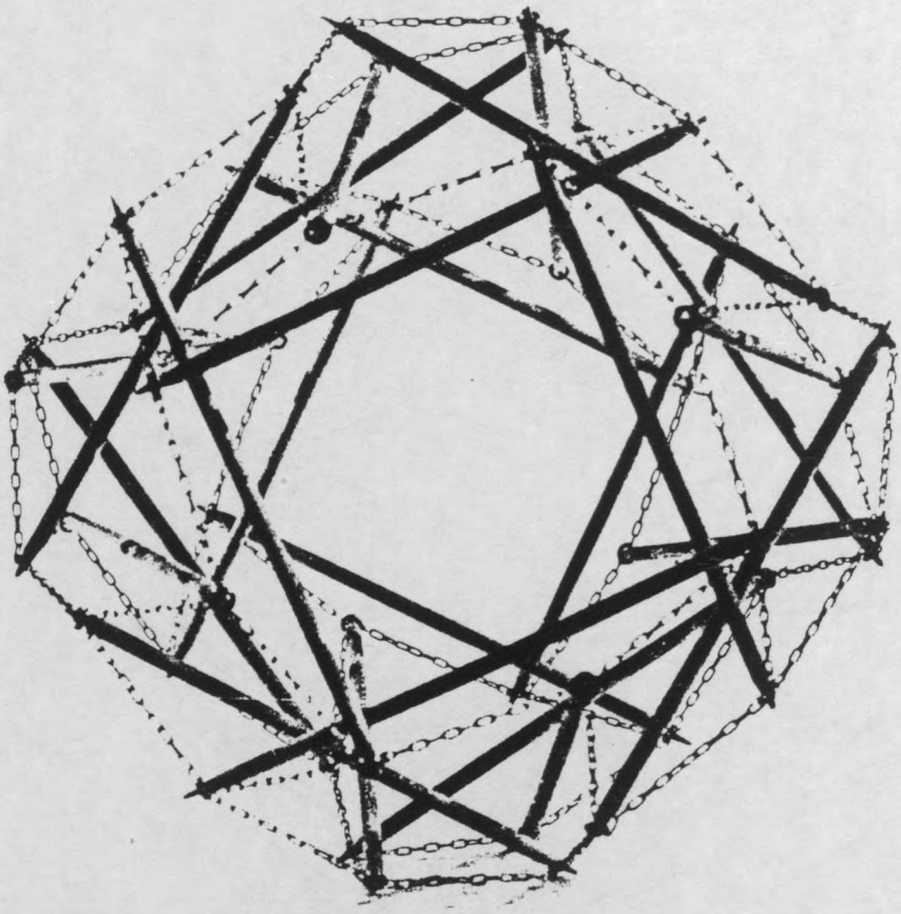
44 GRAND RHOMBICUBOCTA 468

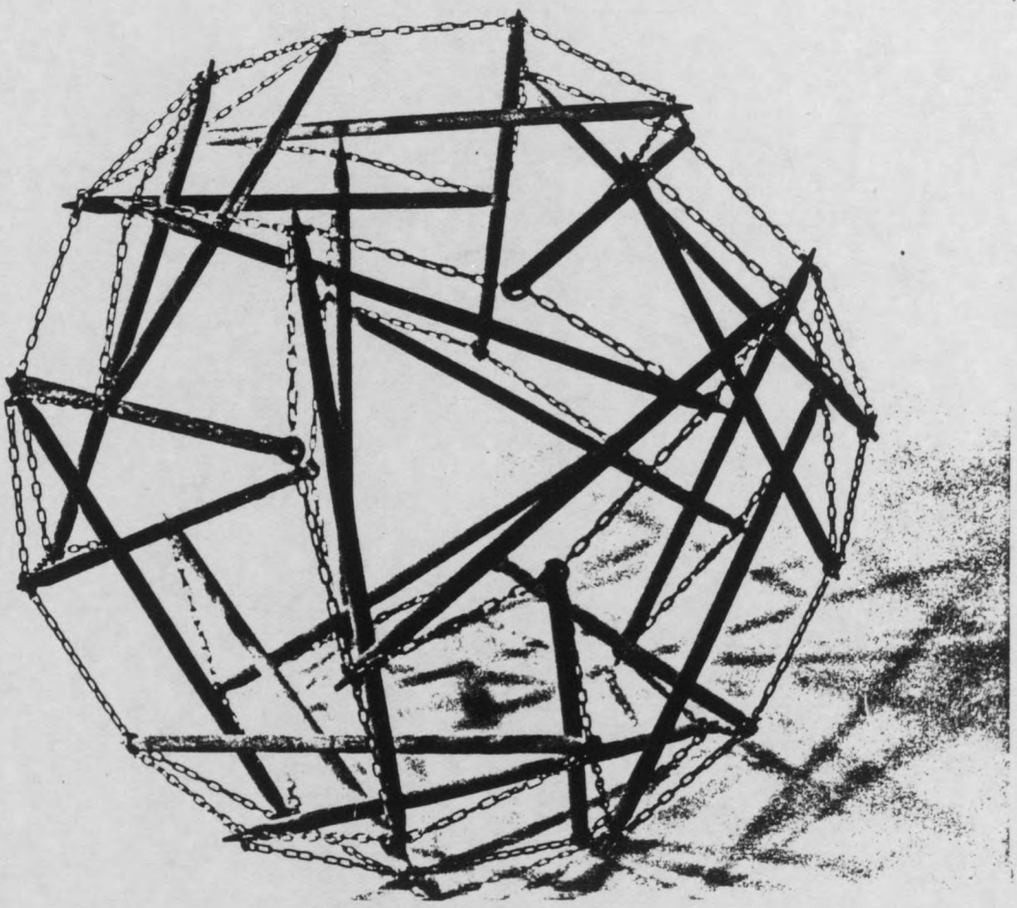


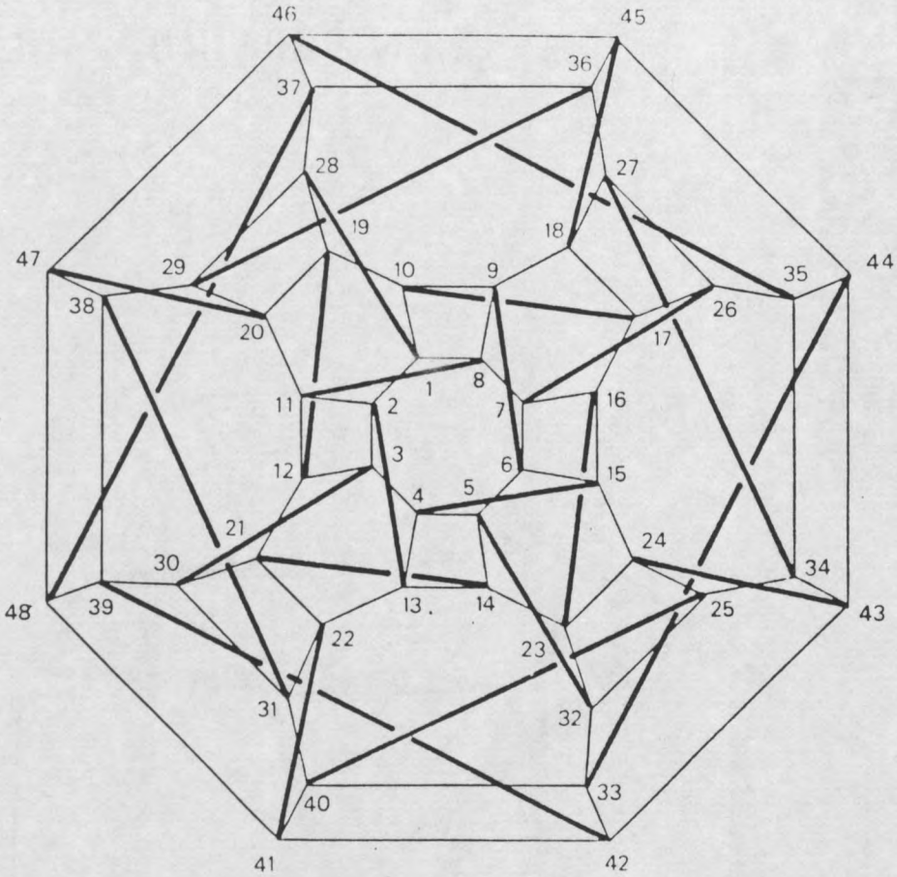


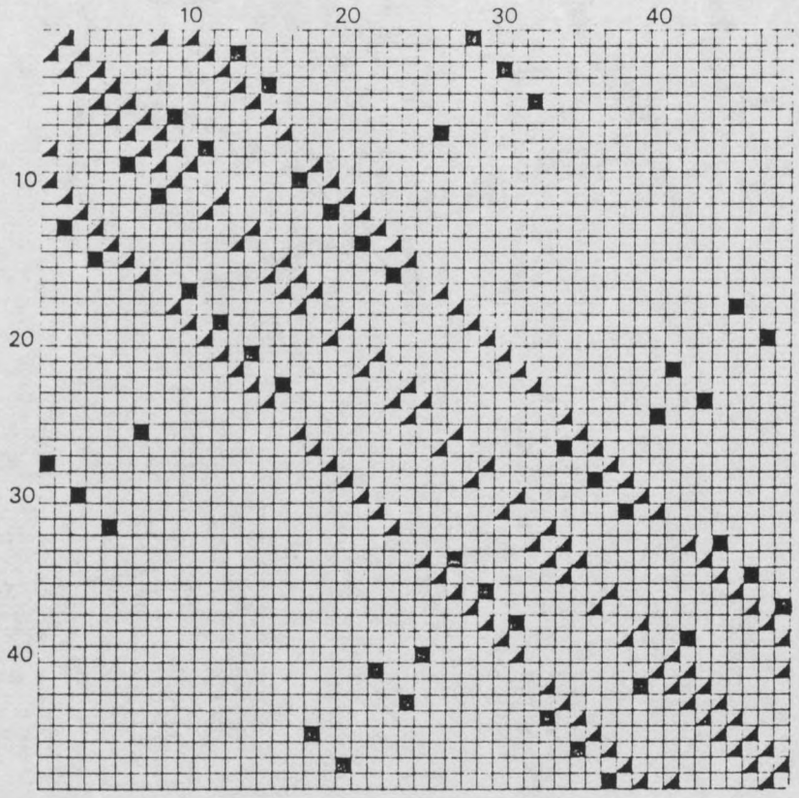




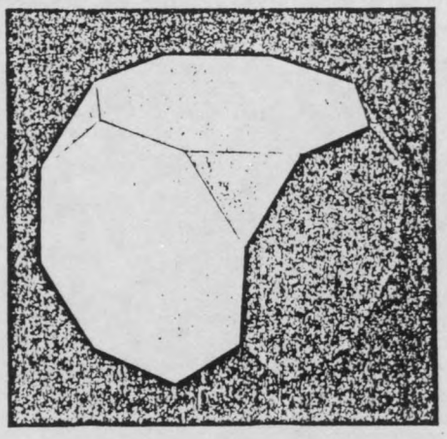


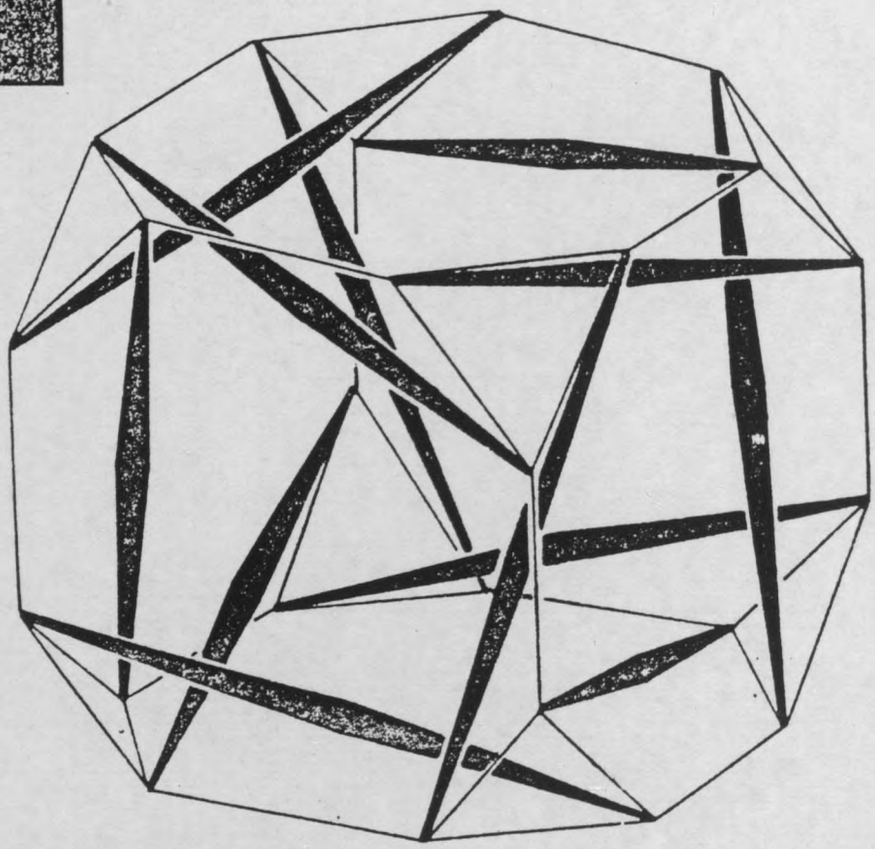


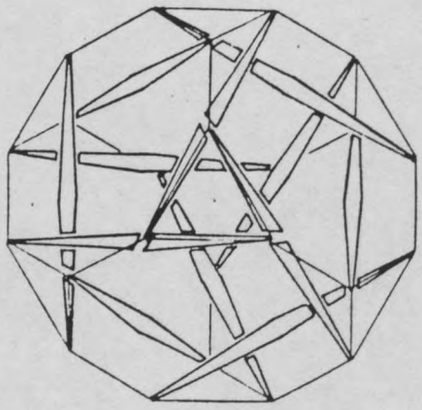

46
45
36
37
28
27
19
18
47
29
10
9
35
44
38
26
20
17
1
8
11
2
7
16
3
6
12
15
4
5
21
24
30
34
48
39
13
14
25
43
22
23
31
32
40
33
41
42

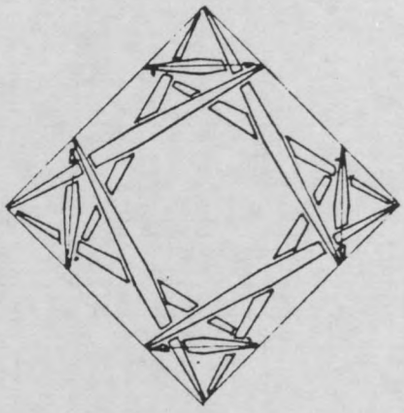

10
20
30
40
10
20
30
40

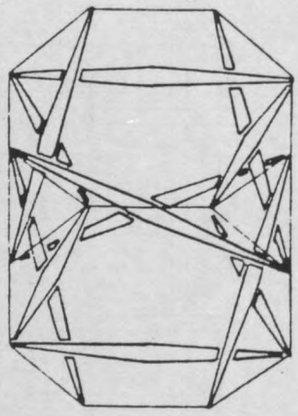
45 CUBE TRONQUE 588

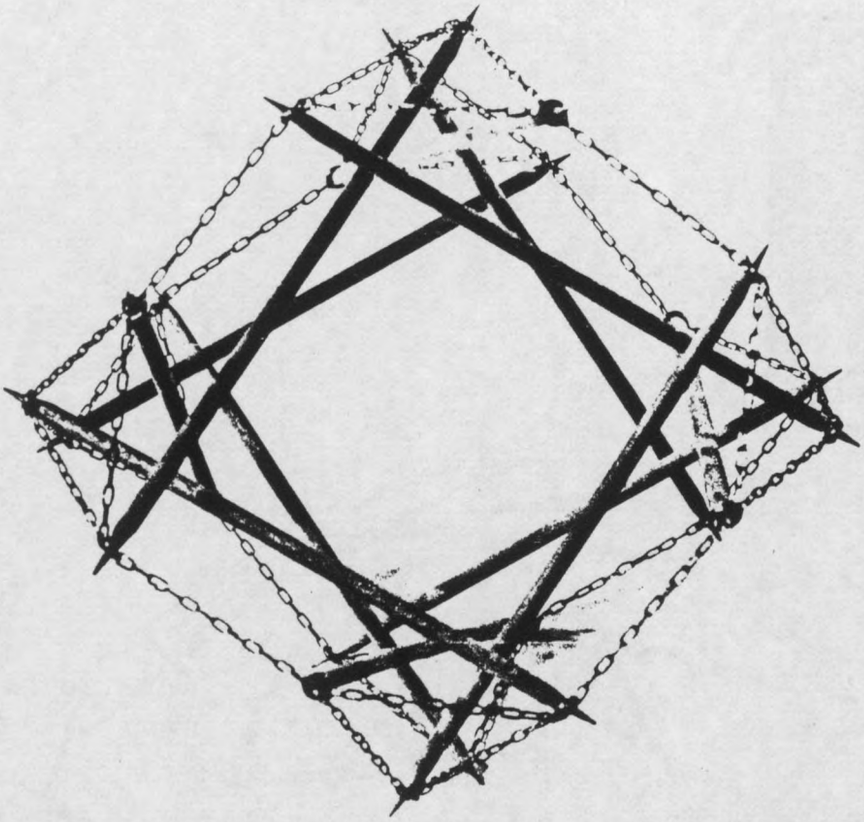


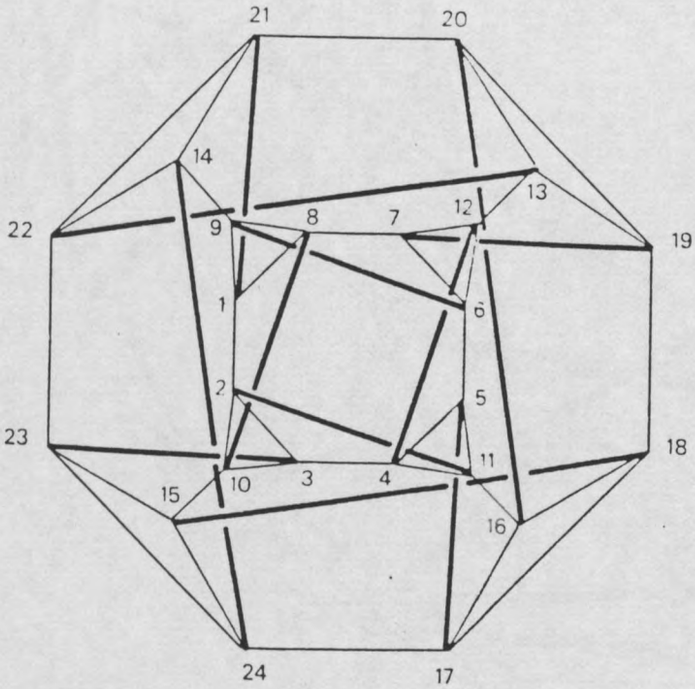


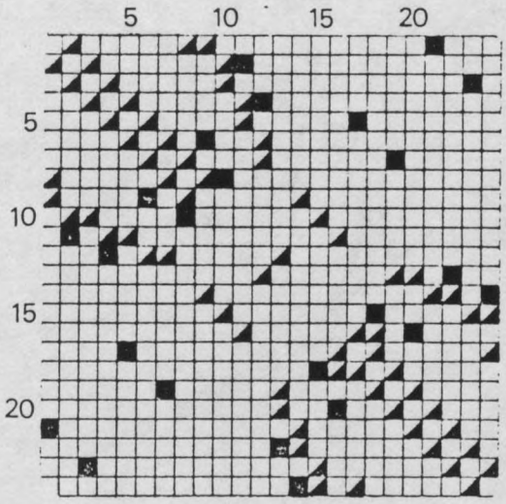




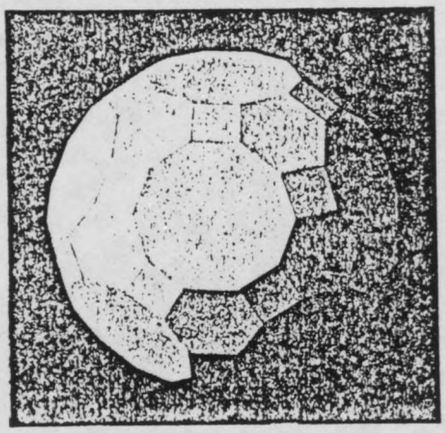


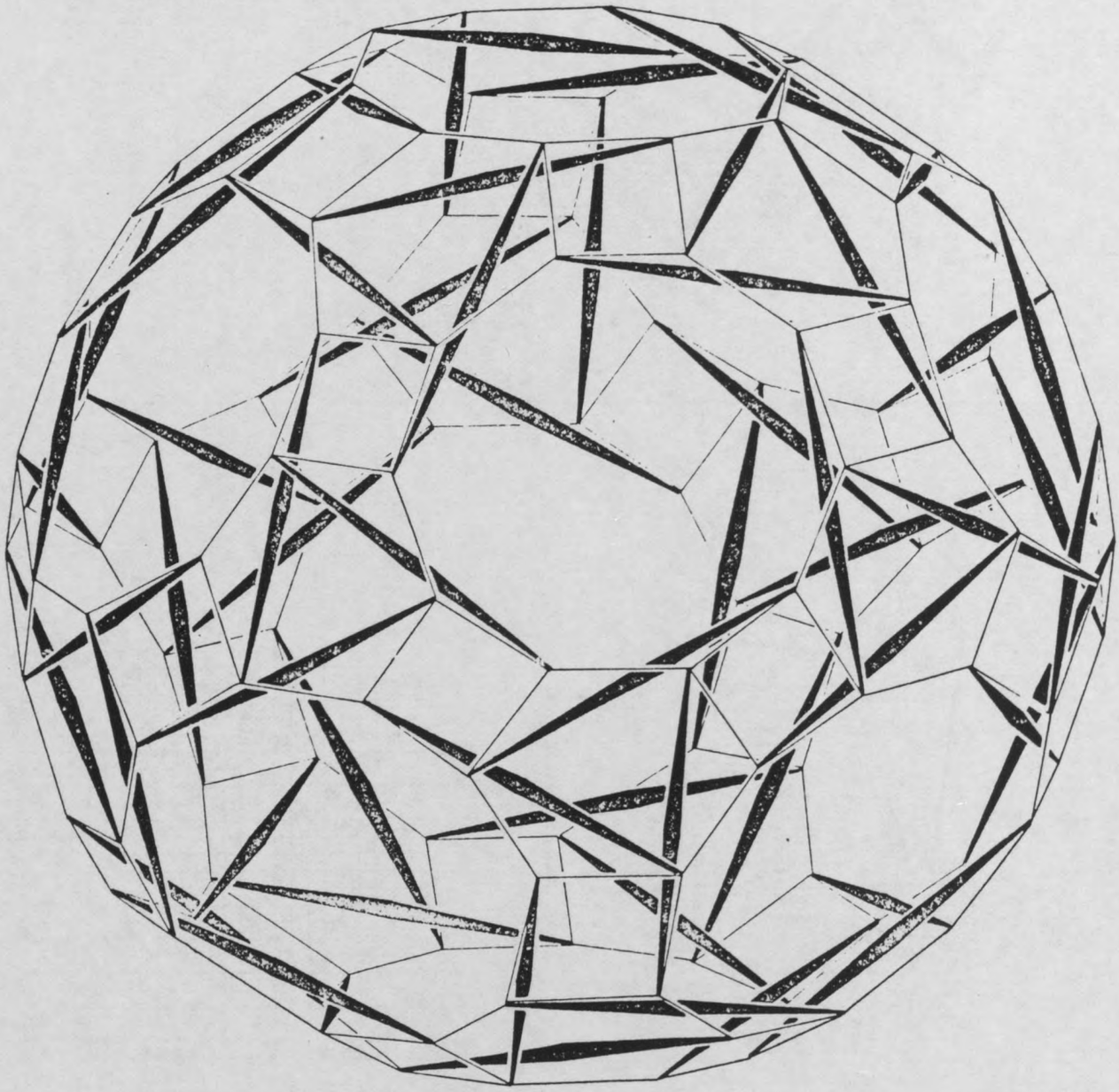


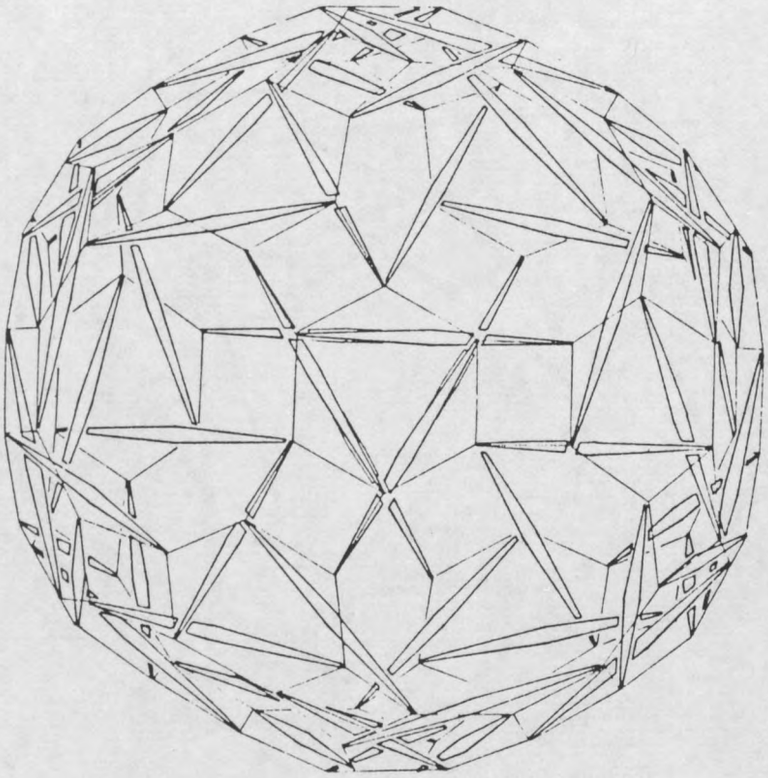

21
20
14
13
22
9
8
7
12
19
1
6
2
5
23
18
11
10
3
4
15
16
24
17

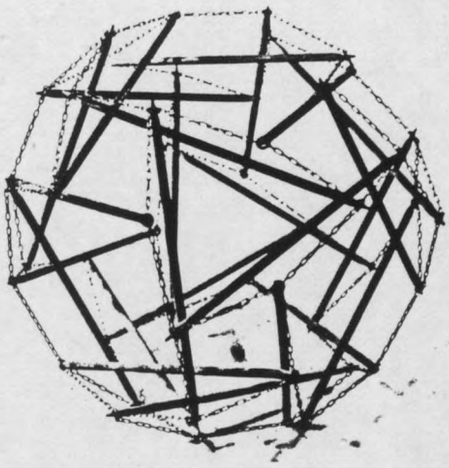

5
10
15
20
5
10
15
20

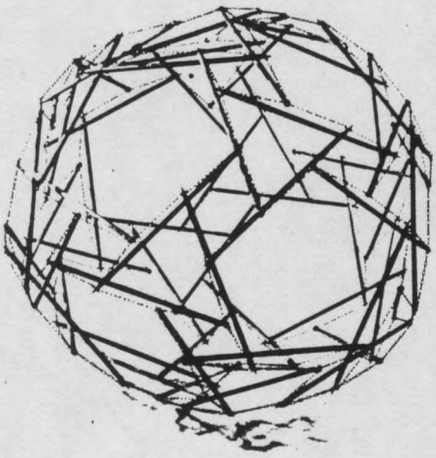
46 GRAND RHOMBICOSIDODECA 4640

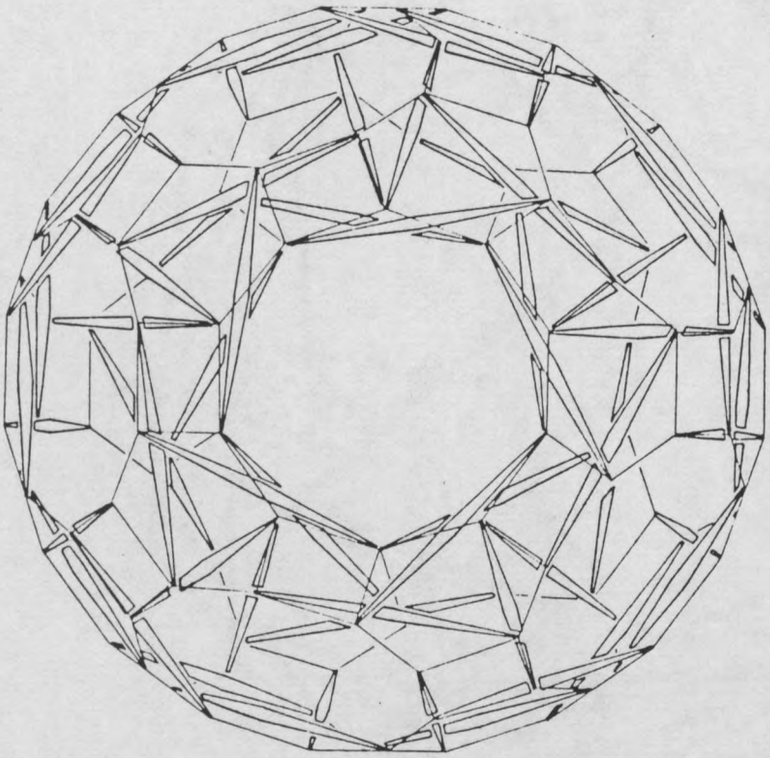


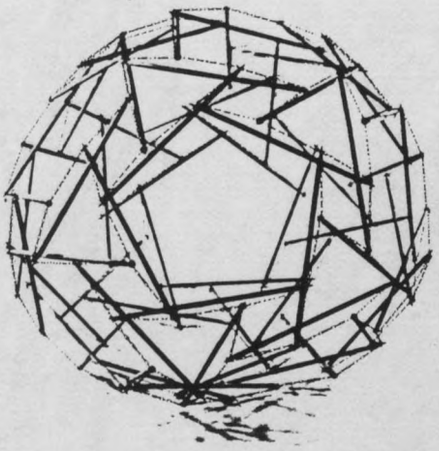


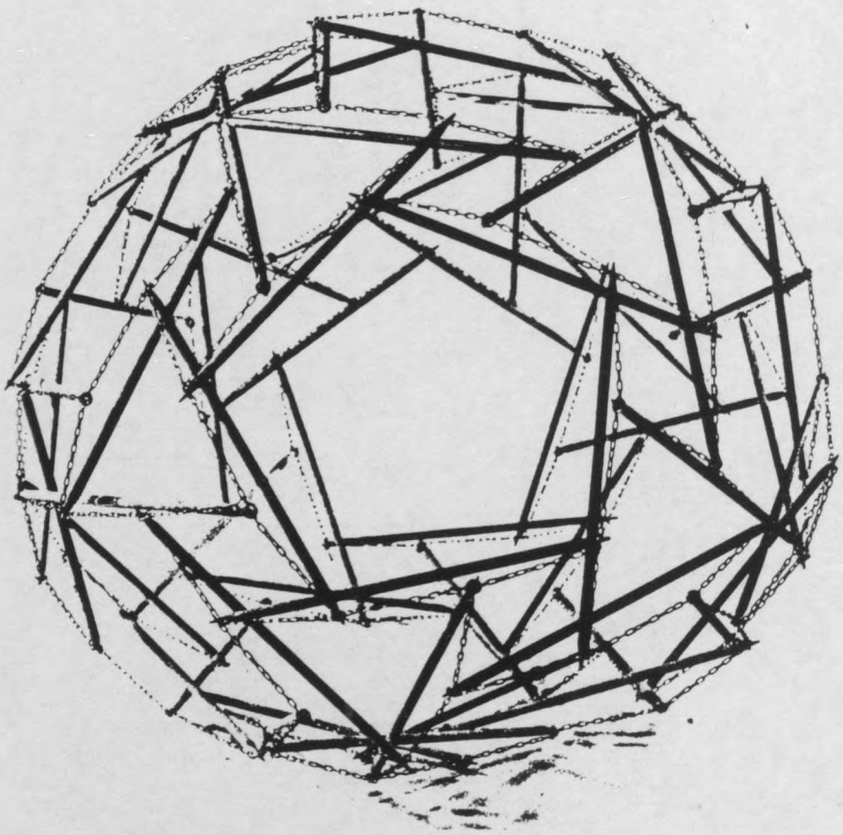


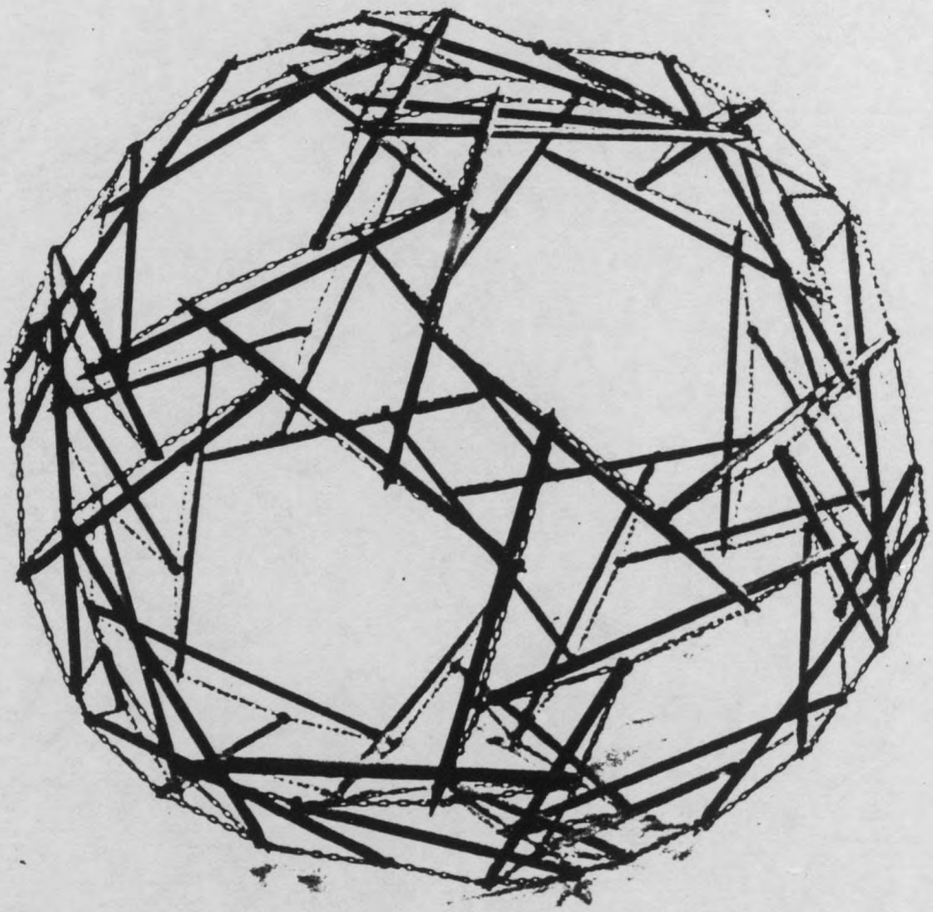


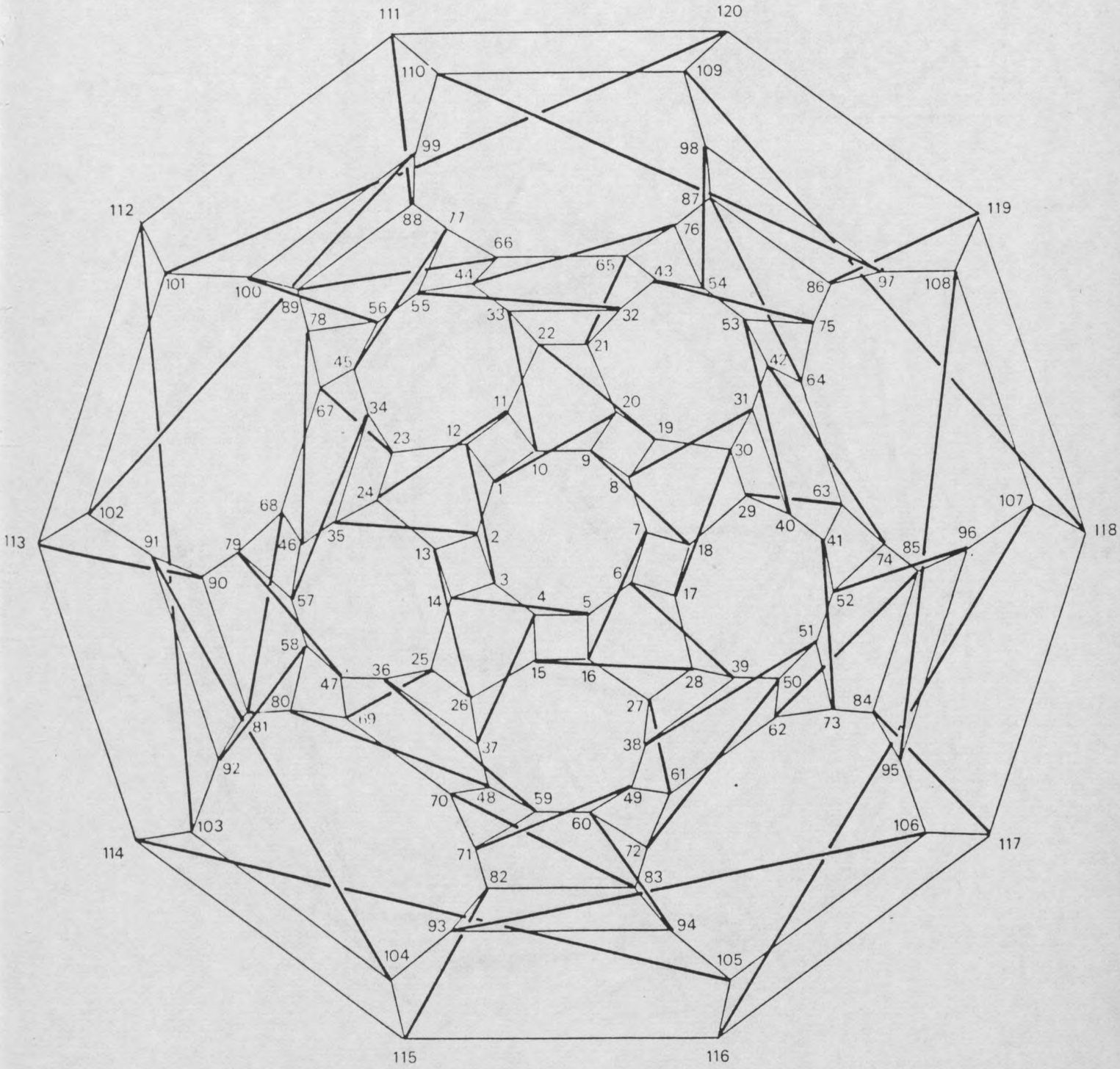




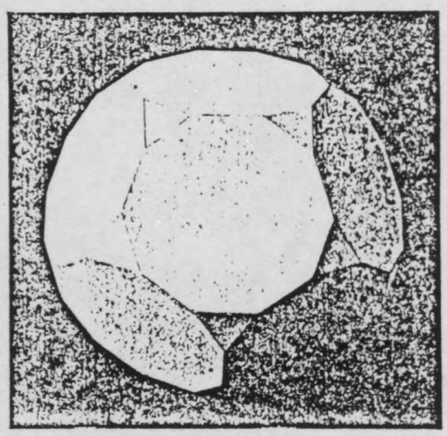


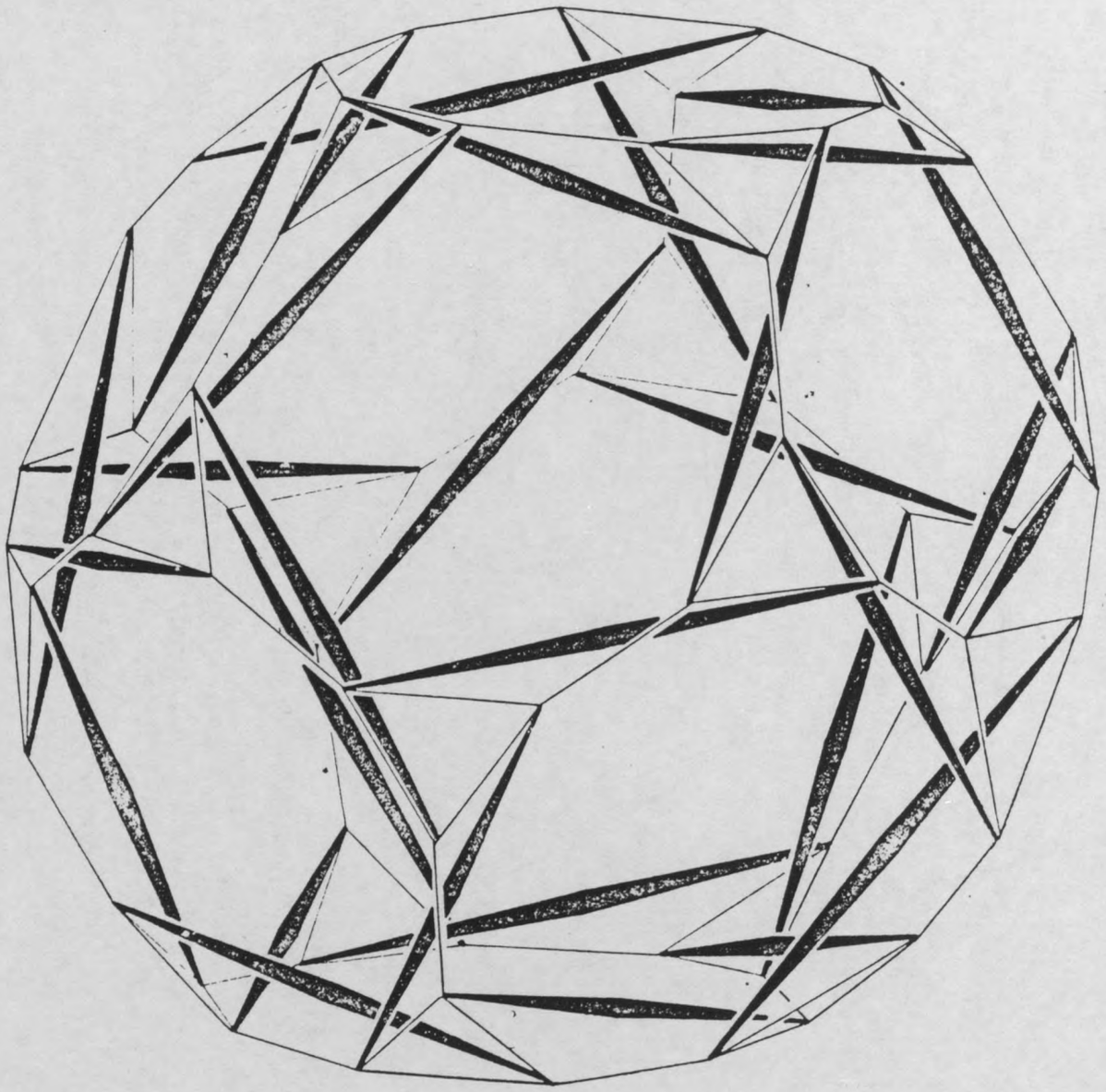


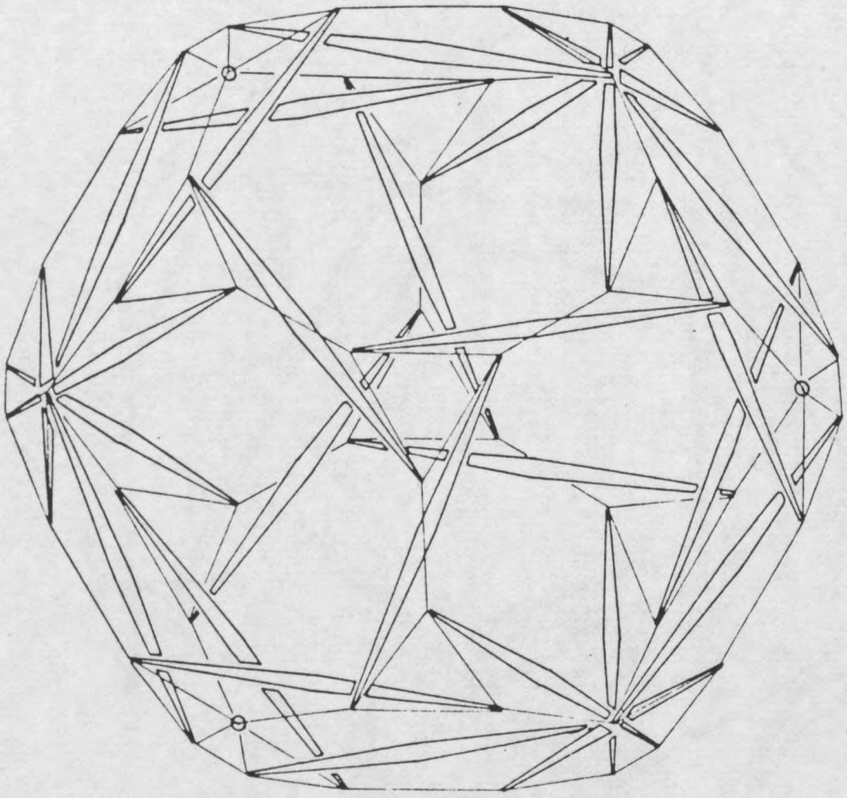


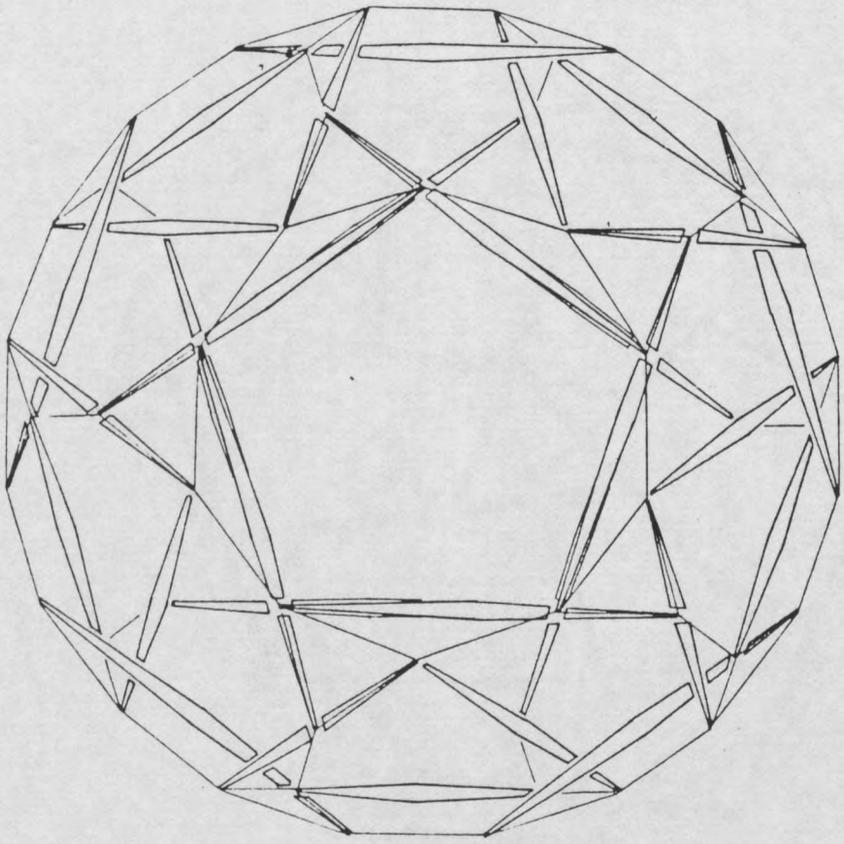

111
120
110
109
99
98
112
119
88
77
87
76
66
65
44
43
54
101
100
86
97
108
89
78
56
55
33
32
53
75
22
21
45
42
64
67
34
11
20
31
23
12
19
30
10
9
1
8
24
63
68
29
40
107
102
35
2
7
41
96
113
91
79
46
13
18
85
74
118
90
3
6
57
14
4
5
17
52
51
58
25
36
15
16
39
47
28
50
80
26
27
84
69
81
62
73
37
38
92
61
95
70
48
59
49
60
103
106
114
71
72
117
82
83
93
94
104
105
115
116

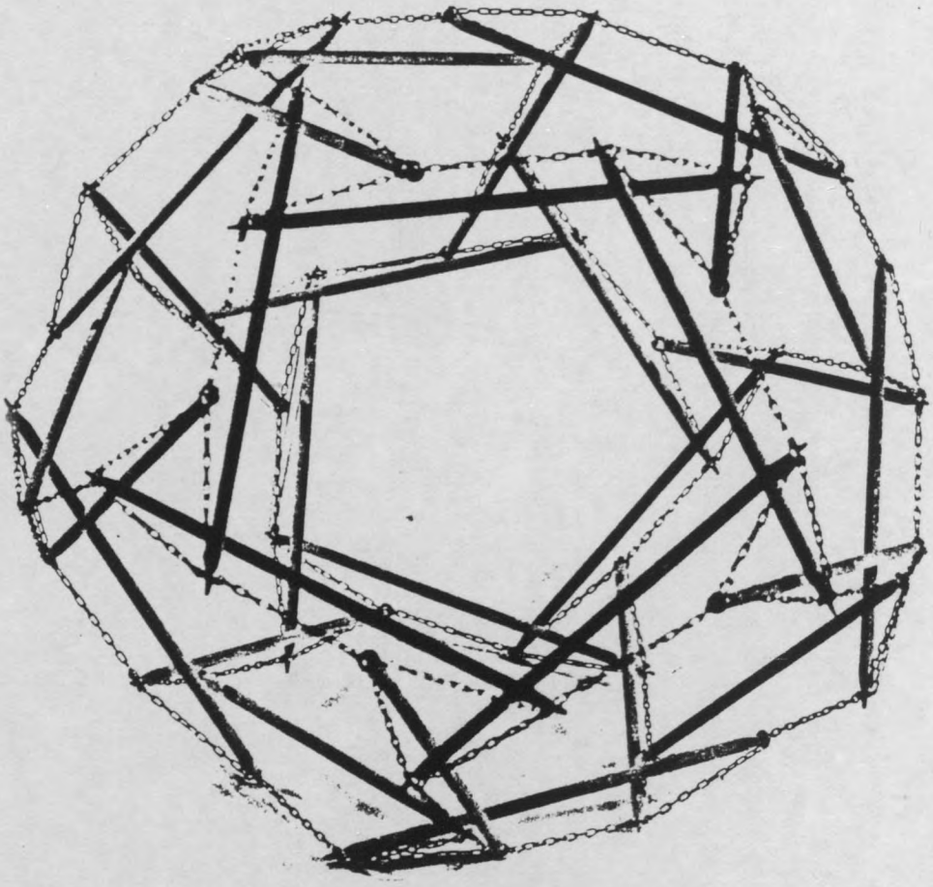
17 DODECAEDRE TRONQUE 3 10 10

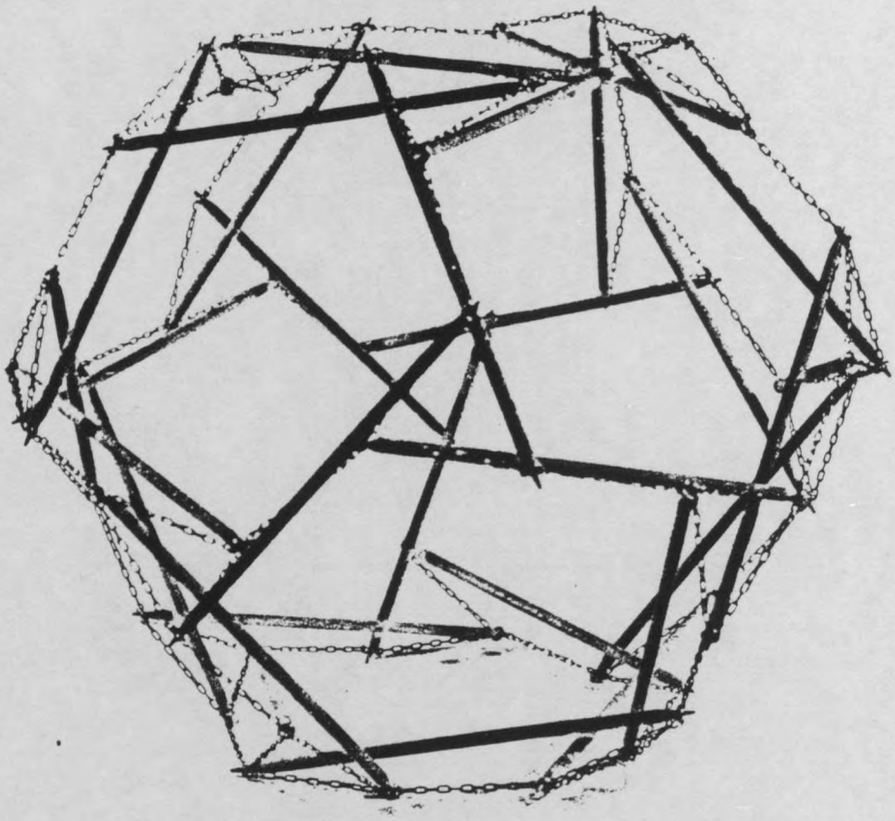


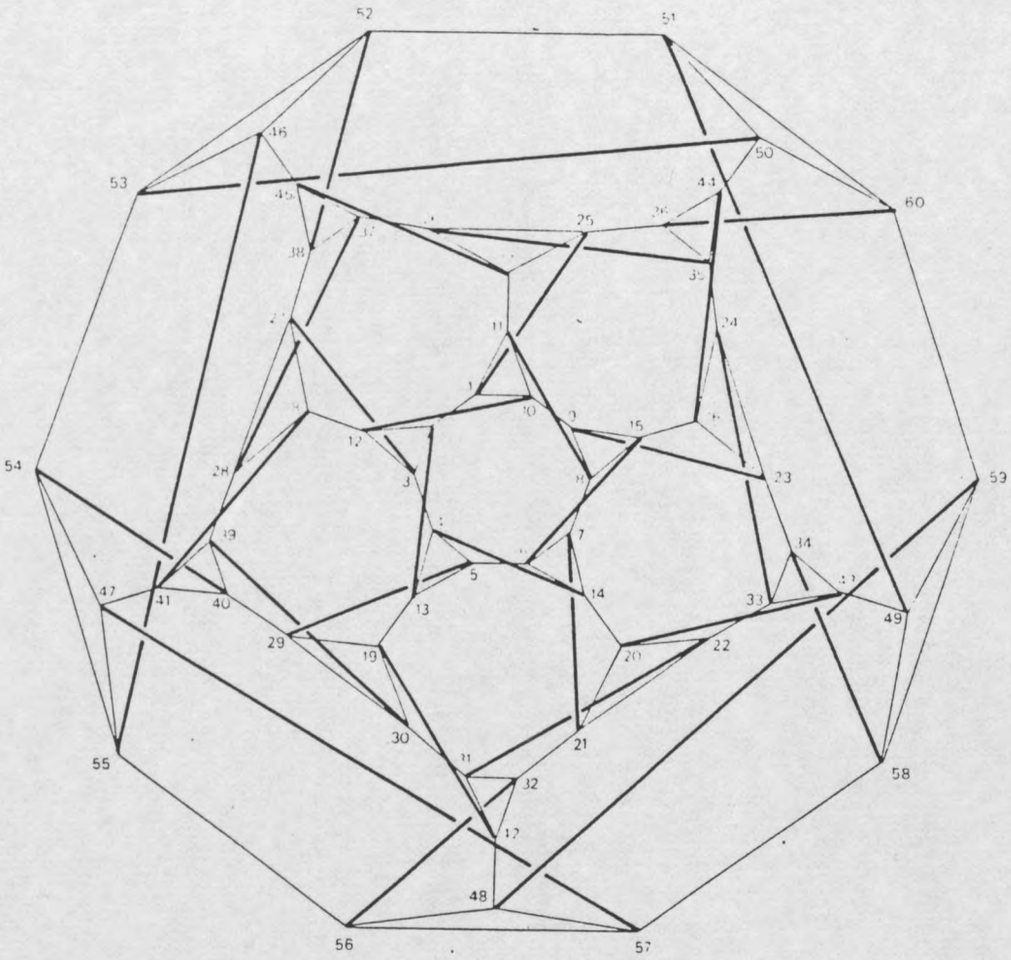


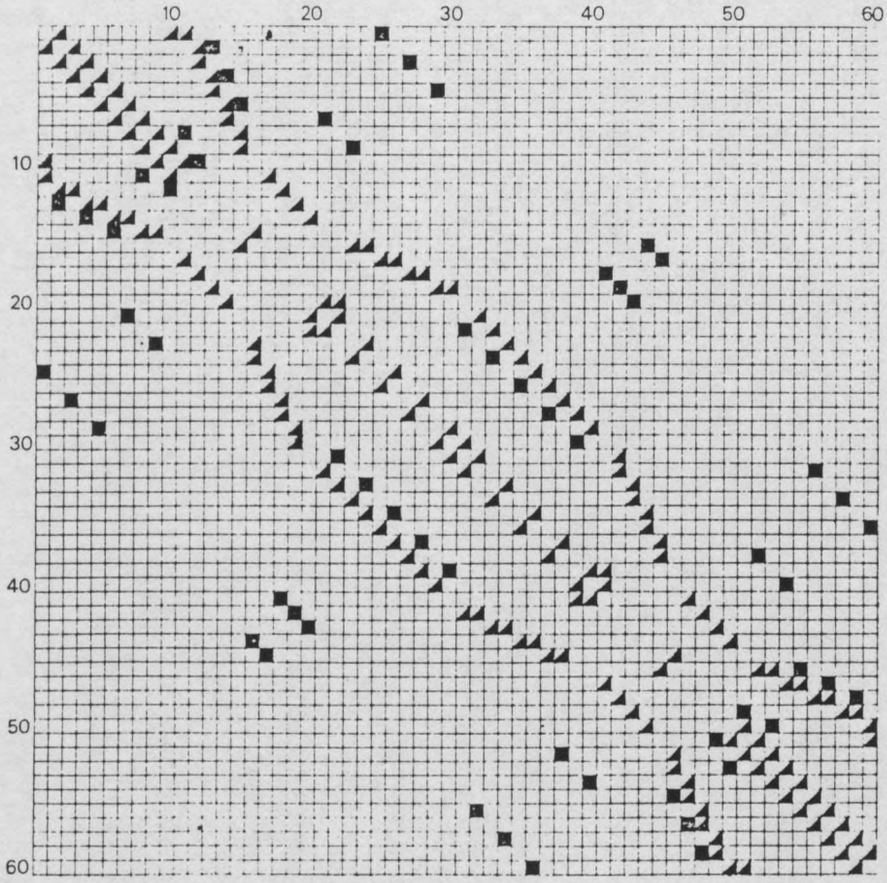




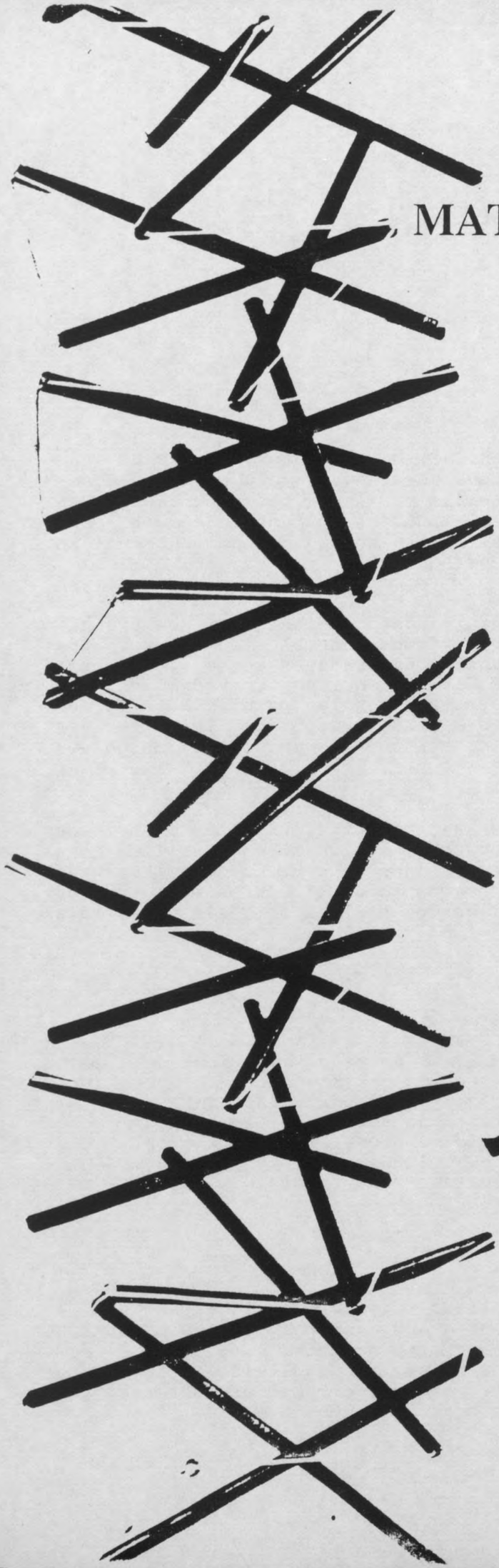


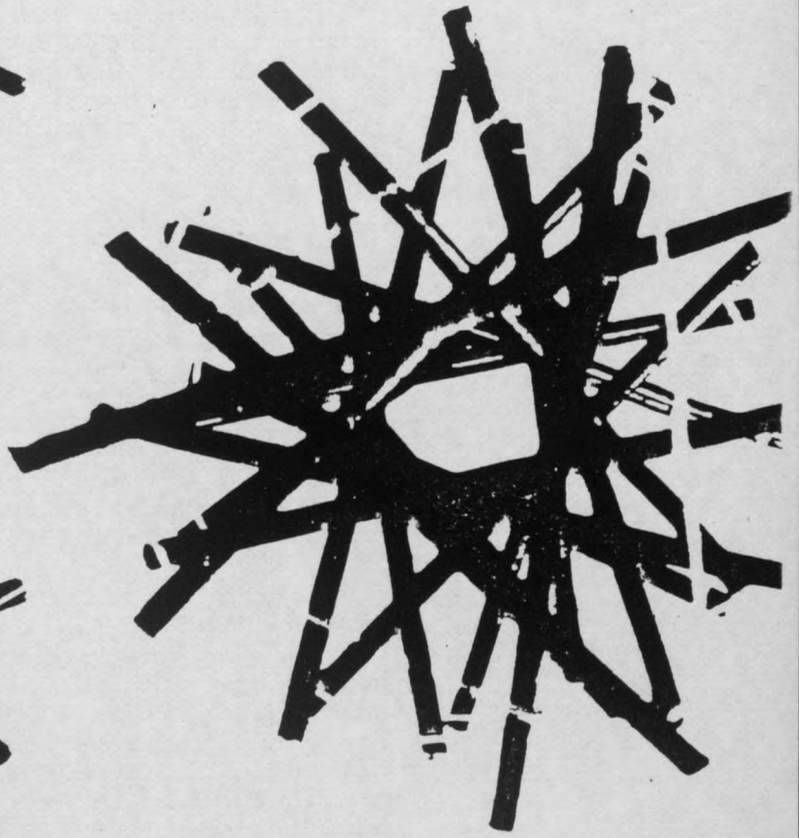



52
51
46
50
53
44
60
25
38
35
24
54
28
23
59
34
47
41
40
5
14
33
49
13
29
19
20
22
30
21
55
58
32
48
56
57


10
20
30
40
50
60

MATS AUTOTENDANTS





MATS AUTOTENDANTS

Le principe de construction des mâts est fondé sur l'assemblage de solides autotendants élémentaires monoaxiaux qui sont superposés par leurs bases et assemblés par juxtaposition, pénétration ou entrelacement pour former une structure linéaire oblongue, suivant un axe droit ou éventuellement courbe.

Parmi les solides autotendants élémentaires seuls quelques uns peuvent être aisément assemblés en ligne. Notamment, les configurations classées comme : antiprismes, anneaux et pénétrations, qui sont, évidemment, des formes ayant deux bases polygonales parallèles. De ce fait, elles sont aptes à être superposées, tels les fûts d'une colonne, pour constituer des structures oblongues droites ou courbes.

Chaque sous-ensemble autotendant étant doté d'un sens rotatoire droit ou gauche, selon qu'on a utilisé des corps tournant uniquement dans un sens ou dans les deux alternativement, on obtient des structures monogyres ou racémiques. L'assemblage des solides se réalise de trois manières:

JUXTAPOSITION

Assemblage adjacent simple à l'aide d'un polygone de jonction planaire commun à deux solides mitoyens, dont l'un doit être en dérotation par rapport à l'autre afin que les sommets des deux bases ne coïncident pas. La dérotation est choisie de sorte que le polygone de jonction, obtenu par la superposition des bases, soit régulier. Ce mode d'assemblage peut être considéré comme issu de la composition des deux formes du cuboctaèdre, régulier et pseudo.

PENETRATION

Assemblage où les solides voisins sont interpénétrés à un degré plus ou moins grand. Le polygone de jonction est non planaire avec des sommets situés sur deux niveaux. Ce type de connection dénivelée trouve son origine dans les assemblages composites obtenus par pénétration partielle dont le dodécaèdre.

ENTRELACEMENT

Assemblage réalisé également par pénétration mais où une partie des deux polyèdres est commune; certaines barres, notamment, appartiennent à la fois à deux sous-ensembles voisins. Les sommets de la ceinture de jonction se situent sur trois ou plusieurs niveaux. Ce mode d'assemblage organique dérive plus particulièrement de la configuration du cube tronqué, et par extrapolation des prismes triangulaires et polygonaux tronqués, qui sont également constructibles comme autotendants mais qui ne figurent pas dans cet ouvrage.

Une autre méthode d'approche de la construction des mâts est de partir d'une tessellation dont une bande rectangulaire est enroulée pour former un polyèdre cylindrique. La même tessellation peut donner naissance à plusieurs mâts suivant le nombre de mailles utilisées pour former le polygone de base. La largeur du ruban doit être évidemment d'au moins trois mailles et peut aller environ jusqu'à vingt quatre, au delà de quoi la convexité de la structure devient probablement insuffisante. Dans les sommets de cette enveloppe d'allure cylindrique, les barres sont alors embauchées suivant une certaine règle rythmique. La ligne de découpage de la bande est de préférence parallèle à un des axes de symétrie de la tessellation, si on veut obtenir une structure étagée. Toutefois, la découpe peut être oblique et la structure sera alors de forme cylindrique mais d'organisation hélicoïdale. En cas de découpe d'une enveloppe conique par des lignes convergentes, la structure sera spiraloïde.

La combinaison de volumes autotendants en chaîne peut s'étendre aux solides moins simples. Pratiquement tous les polyèdres peuvent être juxtaposés ou interpénétrés pour former des structures oblongues de silhouette même globuleuse ou ondulée, qui ont, évidemment, une trame plus difficilement développable.

A base de ce qui précède, une quantité quasi infinie de structures cylindriques , enroulées autour d'un axe droit ou courbe - ouvertes ou closes - pourrait être construite. Ces études se restreignent aux compositions de mâts les plus simples et également aux structures toriques autotendantes leur correspondant. Excepté le seul hélicoïdal, ces mâts sont composés de sous-ensembles élémentaires qui, selon les modes d'assemblages, peuvent être classés dans les catégories suivantes :

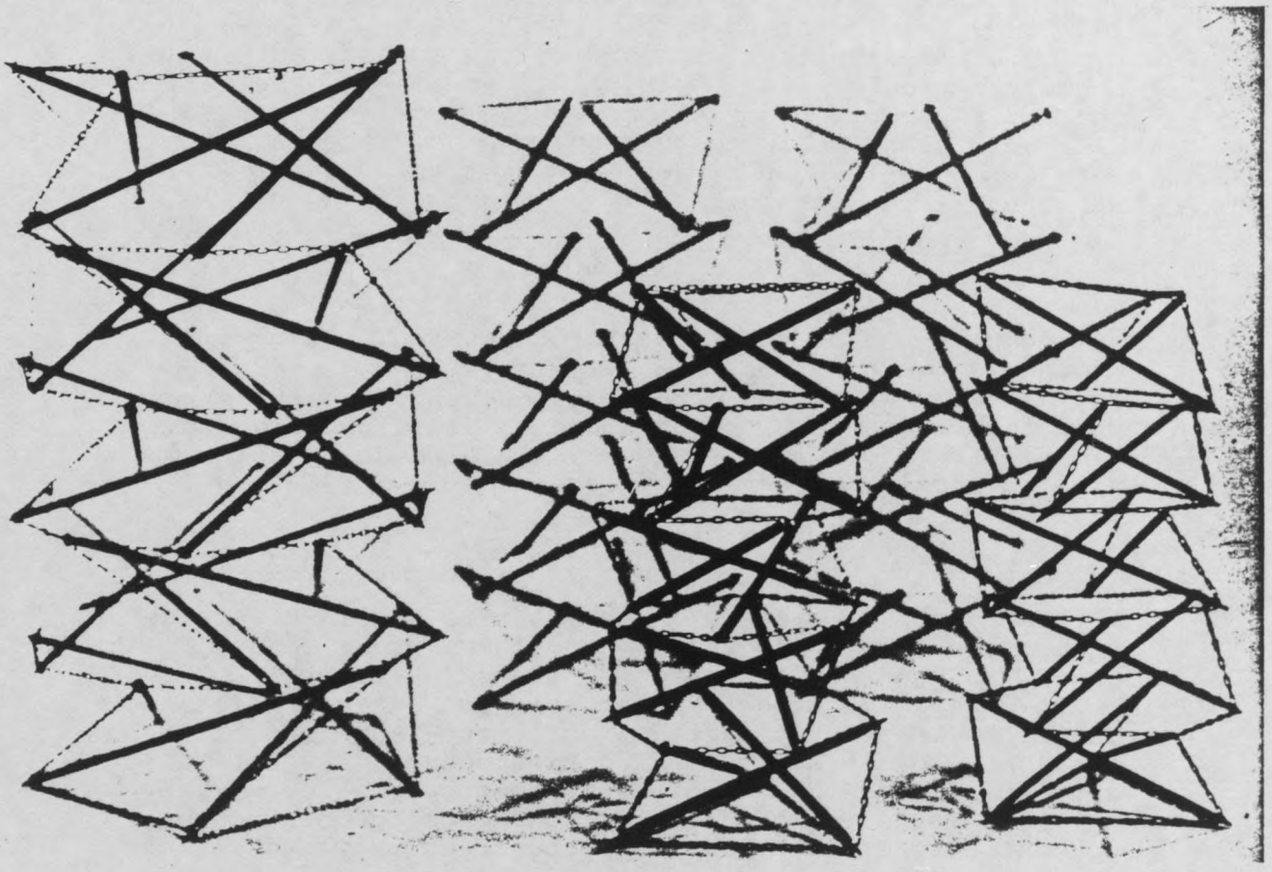
MATS JUXTAPOSES

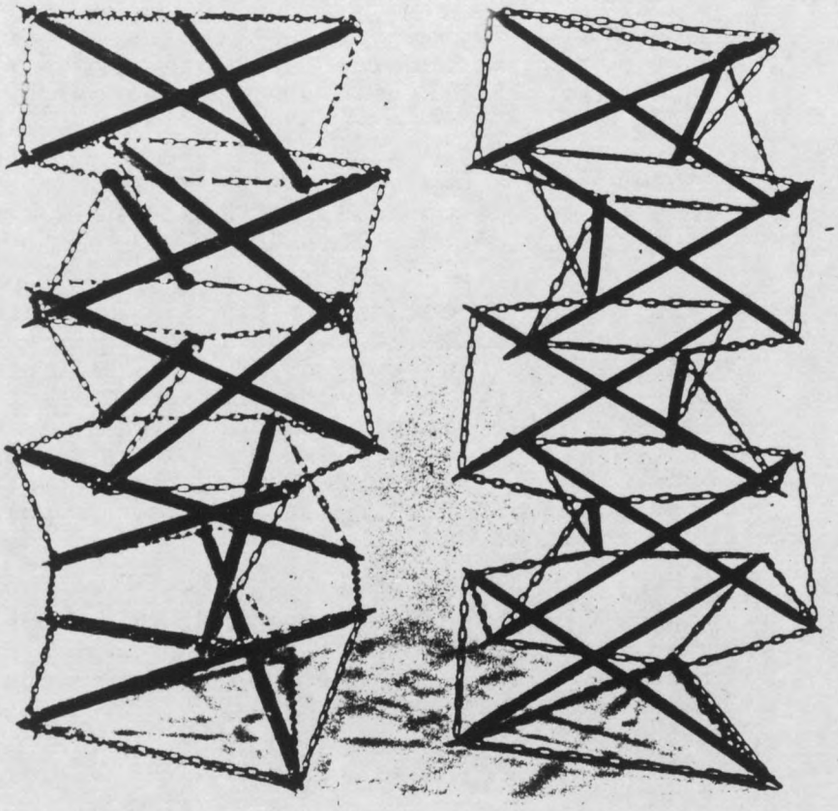
Cette classe de structures, construites par la superposition des archétypes antiprismatiques élémentaires, se divise en deux sous groupes :

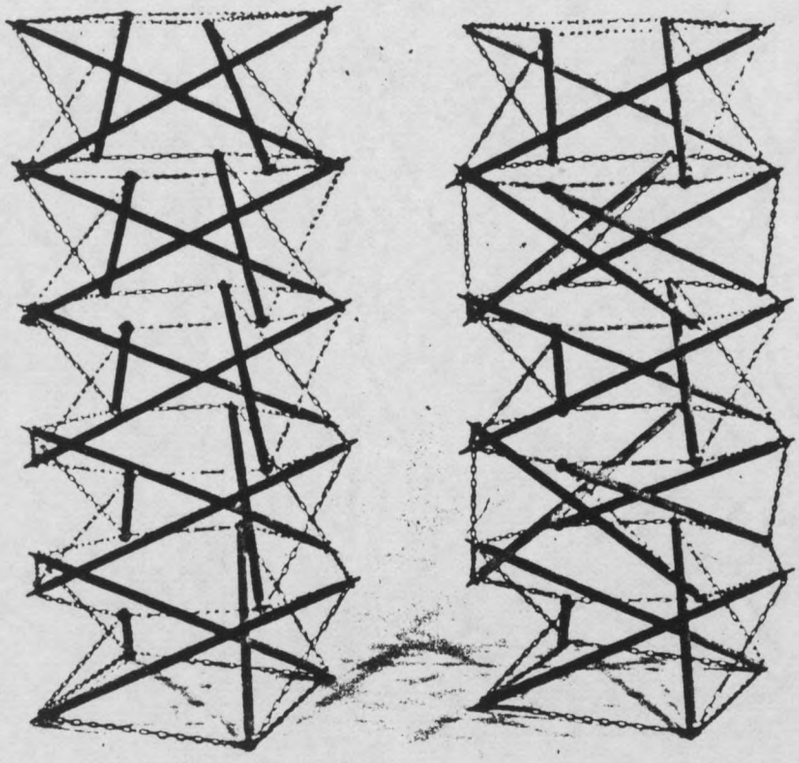
Les mâts antiprismatiques sont composés des sous-ensembles ayant des bases d'un nombre impair de sommets ou côtés. Leur enveloppe est composée de rhomboïdes juxtaposés identiques ou en quinconce selon le caractère monogyre ou racémique du mât, la forme saturée étant la tessellation isotrope, équilatéralement triangulée.

Les mâts prismatiques sont composés de sous-ensembles de base polygonale paire, l'enveloppe générale étant prismatique, assemblée de carrés, dont les tendeurs latéraux occupent la diagonale.

Chaque type de mât est réalisable avec les variantes: monogyre ou racémique.







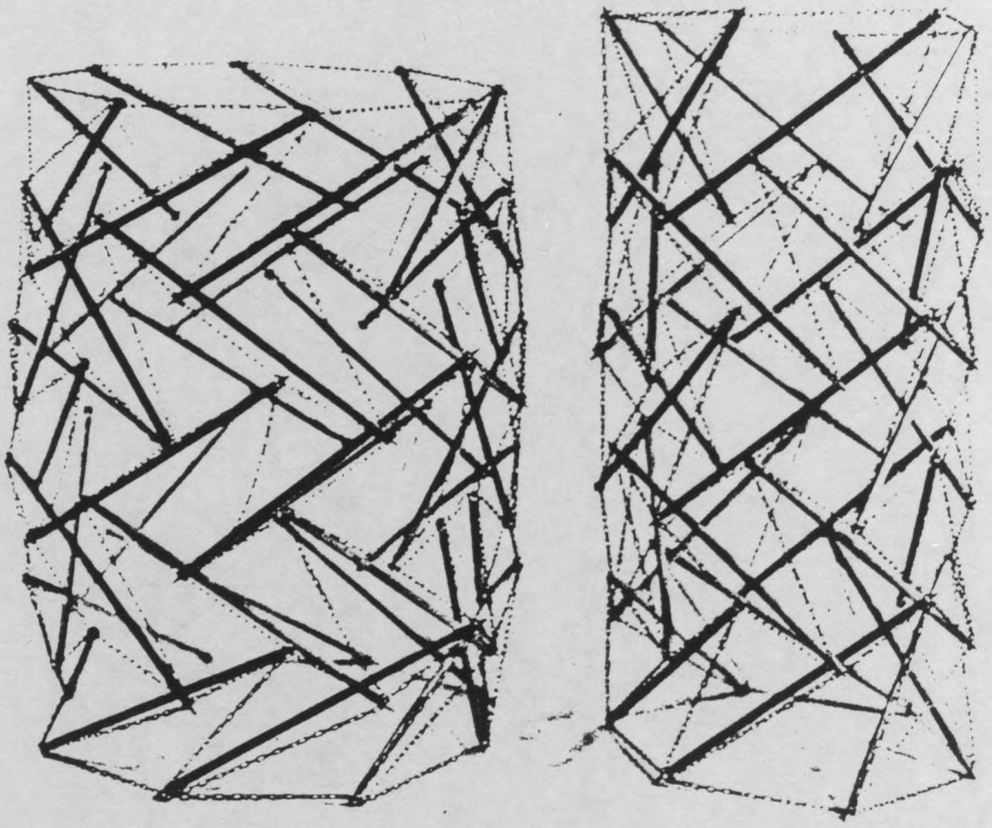
MATS INTERPENETRES

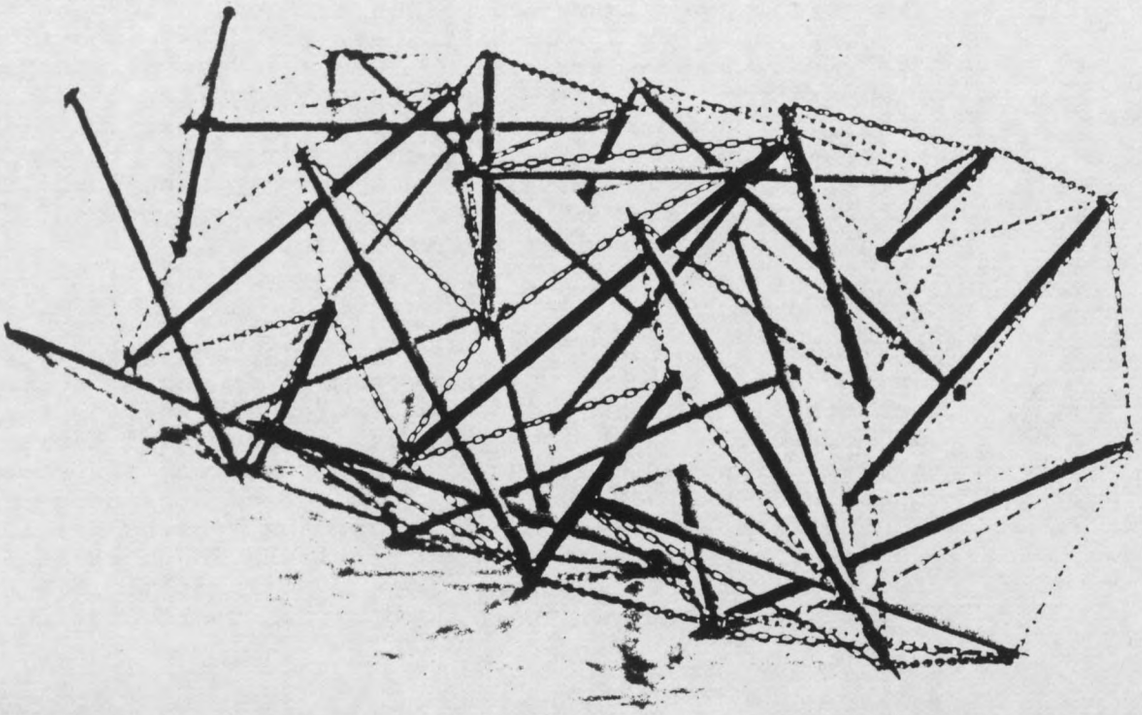
Composés des mêmes sous-ensembles que le groupe précédent, ces structures sont assemblées par pénétration partielle, à l'aide d'un polygone de jonction non planaire.

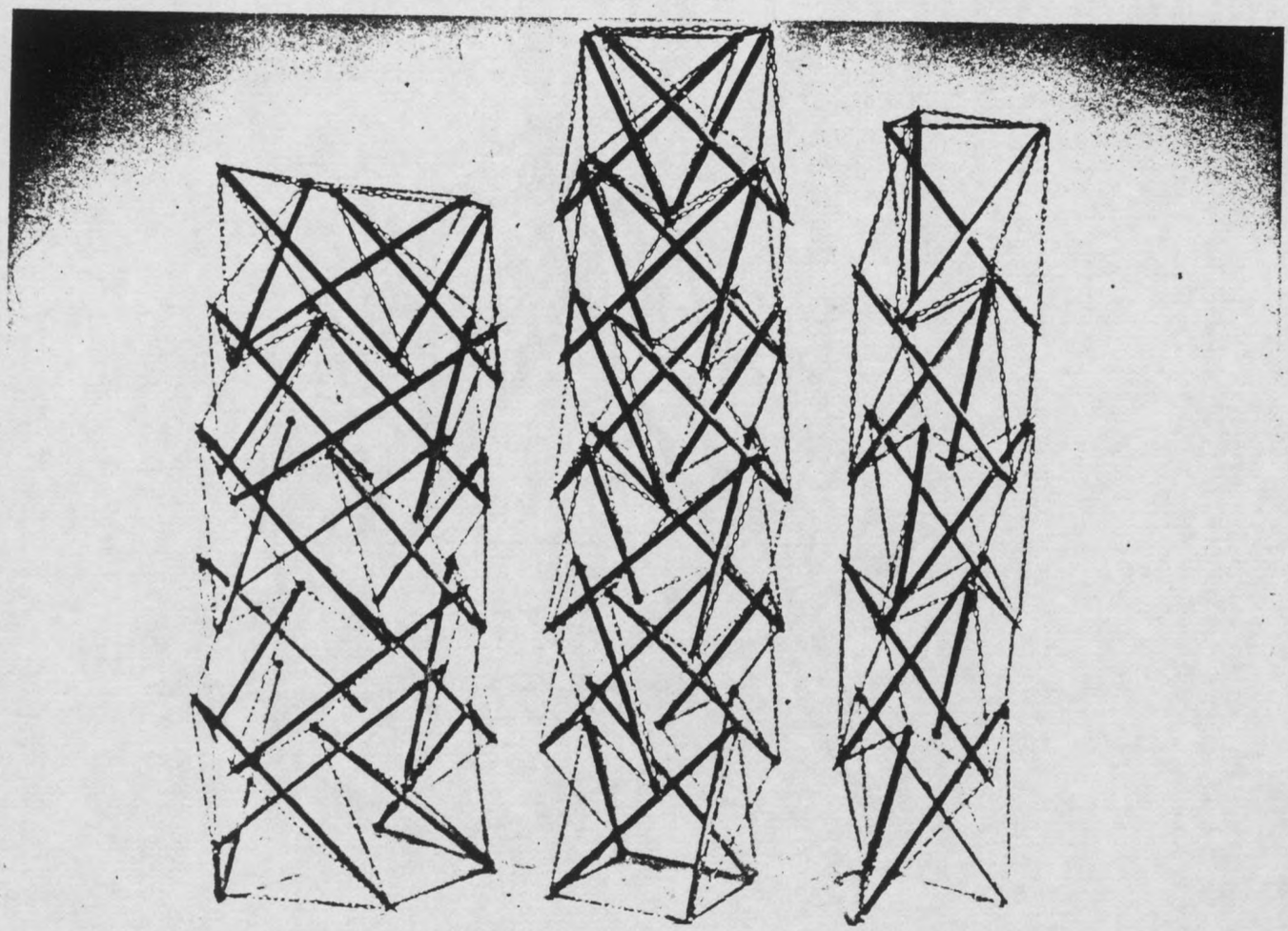
L'enveloppe globale peut être interprêtée comme l'enroulement de la tessellation hexagonale régulière autour d'un axe, cas des mâts interpénétrés nommés hexoïdes.

Mais, tout en conservant la même disposition des barres et des noeuds, le réseau tendu peut être constitué différemment suivant que la tessellation cylindrique dont il dérive est recomposée de rhomboïdes, de trapèzoïdes ou de triangles et de rhombes par une saturation progressive des connexions à l'intérieur des mailles. Dans la famille nombreuse des mâts interpénétrés, on distingue donc trois sous-groupes appelés: rhomboïde, trapèzoïde et deltorhomboïde.

La structure des mâts interpénétrés peut être également monogyre ou bien racémique, étant composés alternativement d'un étage lévogyre et d'un autre dextrogyre. Par rapport à la classe précédente, ces mâts ont un comportement plus rigide.



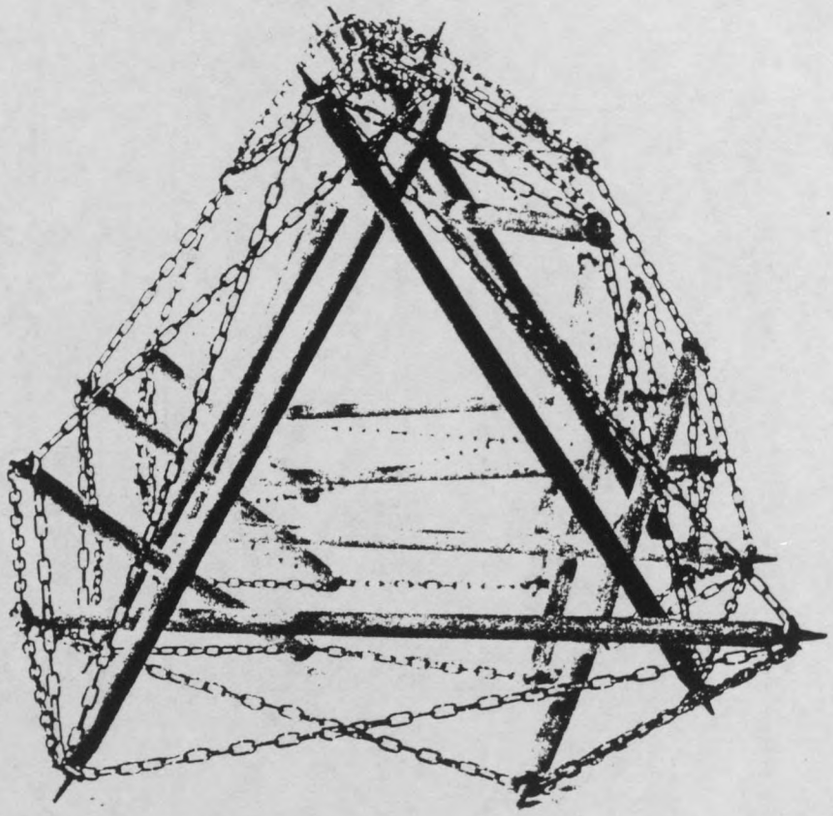


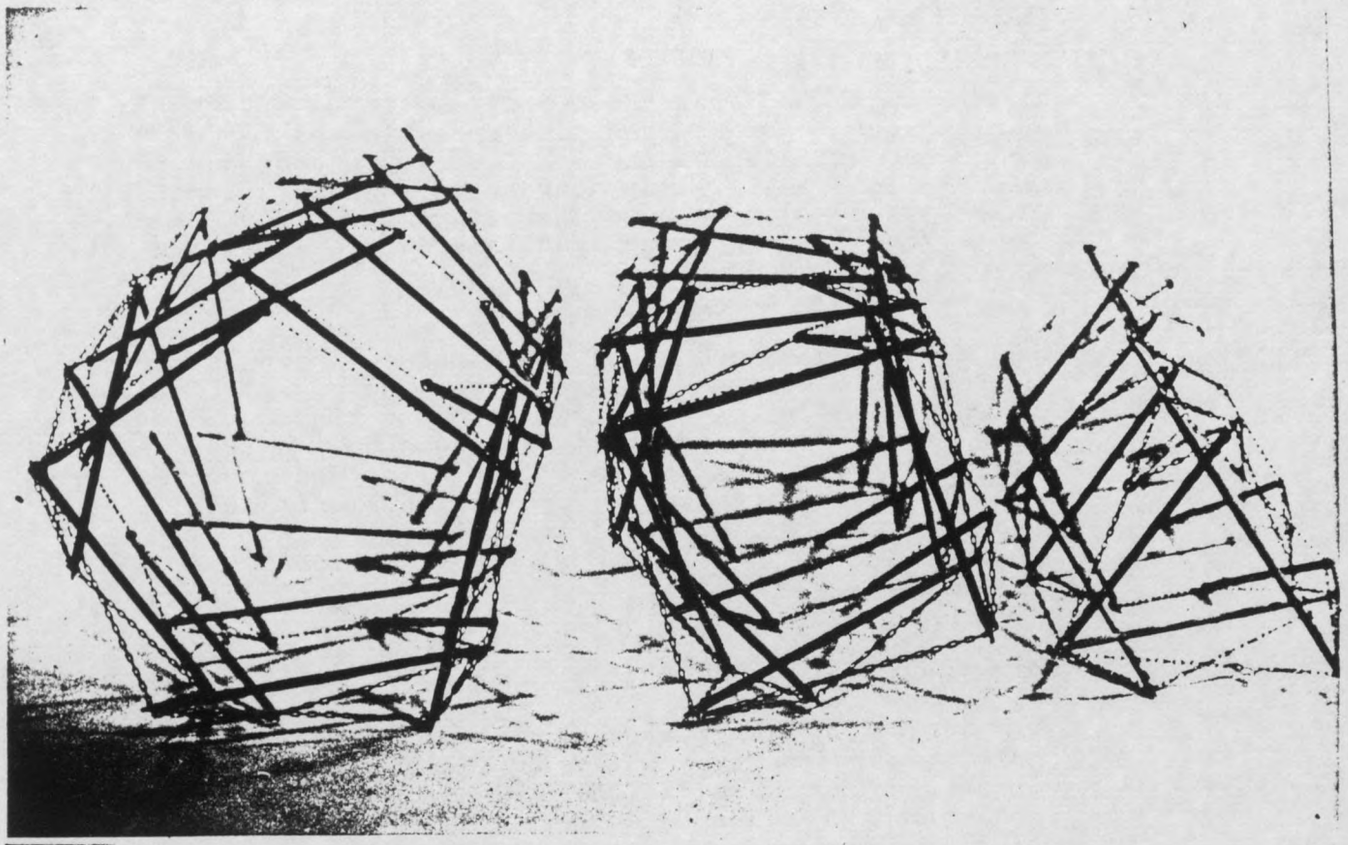


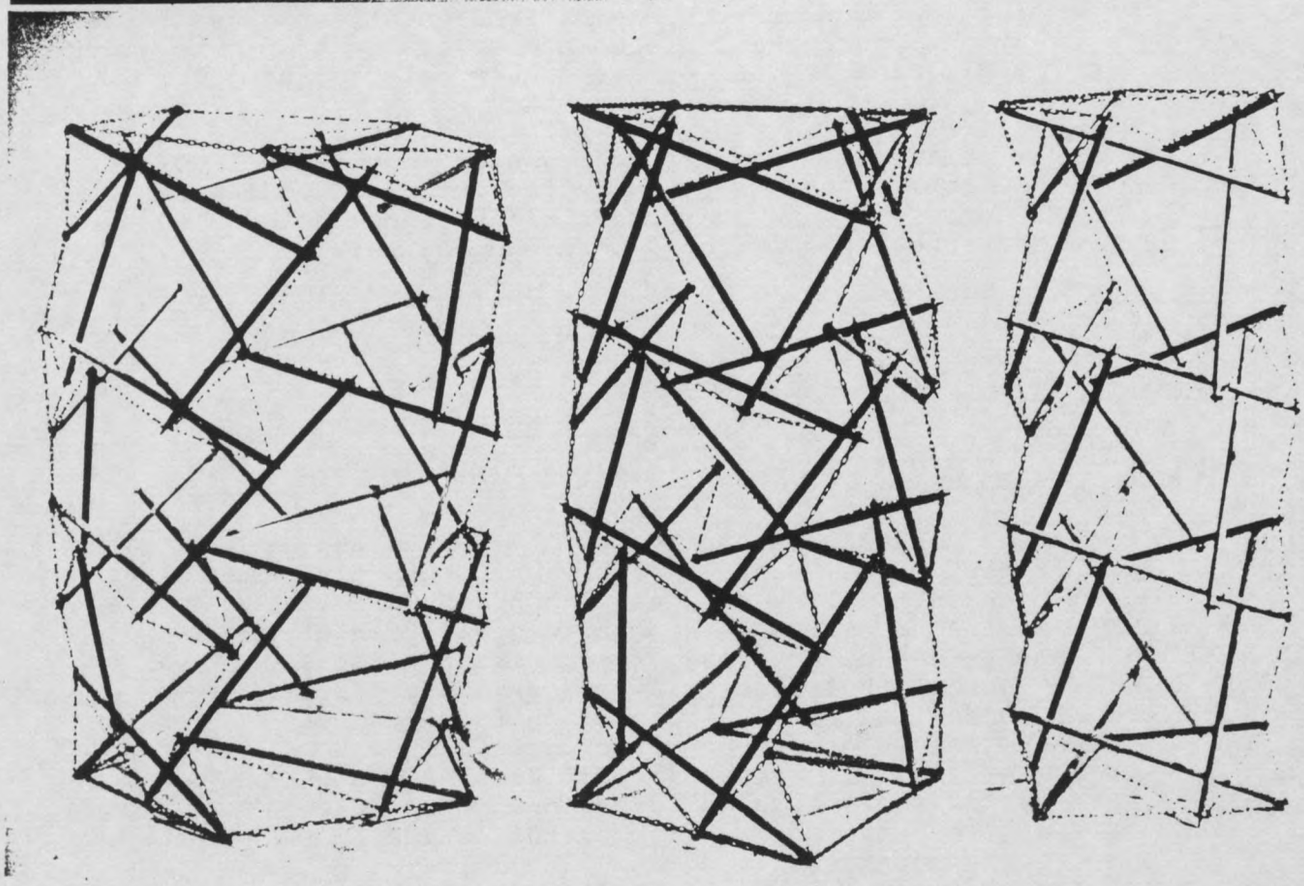
MATS ENTRELACES

Ces structures sont composées par entrelacement des volumes de sorte qu'un tiers des éléments appartienne également au volume voisin. Ces solides autotendants élémentaires dérivent des prismes réguliers tronqués dont l'archétype est le cube tronqué. Leur enveloppe présente un maillage delto-octogonal où un tiers des barres imbriquées sont orientées dans le sens longitudinal du mât et dont les deux autres tiers forment une ceinture commune à deux étages superposés.

Les mâts entrelacés sont exclusivement monogyres: soit droit, soit gauche. Le comportement de ces structures est très rigide même dans le cas d'une base d'un nombre de côtés élevé. La position des éléments est alors de plus en plus périphérique, ce qui rend ces structures, quasiment cylindriques, très adaptées à l'usage des voûtes, ponts tubulaires ou bien, dans le sens vertical, comme tours industrielles de réfrigération pour générateurs, leur profil pouvant être d'ailleurs modifié pour former, par exemple, des hyperboloïdes de révolution.







MATS COMPENSES

Ces structures sont assemblées par entrelacement de demi-étages partant des sous-ensembles en forme d'anneaux ou des interpénétrations, qui sont obtenus par la pénétration partielle de deux antipyramides de rotation inverse, donc d'un mécanisme racémique. De ce fait, toute tendance giratoire ayant disparu également du mât, il est appelé compensé.

Ces mâts, où chaque étage est composé de deux séries de barres diagonales de sens inverse, de plus, fortement interpénétrés, sont particulièrement rigides dans le sens transversal. En fait, il s'agit de l'entrelacement de deux mâts juxtaposés à l'exemple des poutres en treillis de type Howe à croisillonnement double, en usage vers le milieu du XIXème siècle.

MATS HELICOIDAUX

En imbriquant les barres dans une enveloppe cylindrique obtenue par l'enroulement d'une bande découpée obliquement dans une tessellation, on produit une structure en colimaçon. Partant de la tessellation isotrope, le premier mât constructible sans frottement entre les barres est le pentagonal, le nombre de côtés étant toujours impair dans le cas de mâts double hélice racémique.

A remarquer: des structures autotendantes hélicoïdales de forme conique peuvent être obtenues également par l'enroulement d'un secteur d'enveloppe conique découpé dans une tessellation isotrope ou autre.

Les données concernant les vingt mâts étudiés sont répertoriées dans le tableau 3. Les diverses classes sont introduites par des planches explicatives montrant en axonométrie la géométrie et l'orientation des éléments des structures. Chaque mât est représenté par une planche individuelle avec des vues perspectives et orthogonales; des sections montrant les étages avec des simplex en positions différentes et une section synoptique; ces figures sont complétées par des homéogrammes cylindriques développés, l'un montrant le réseau à connection minimale, les autres les enveloppes plus ou moins saturées.

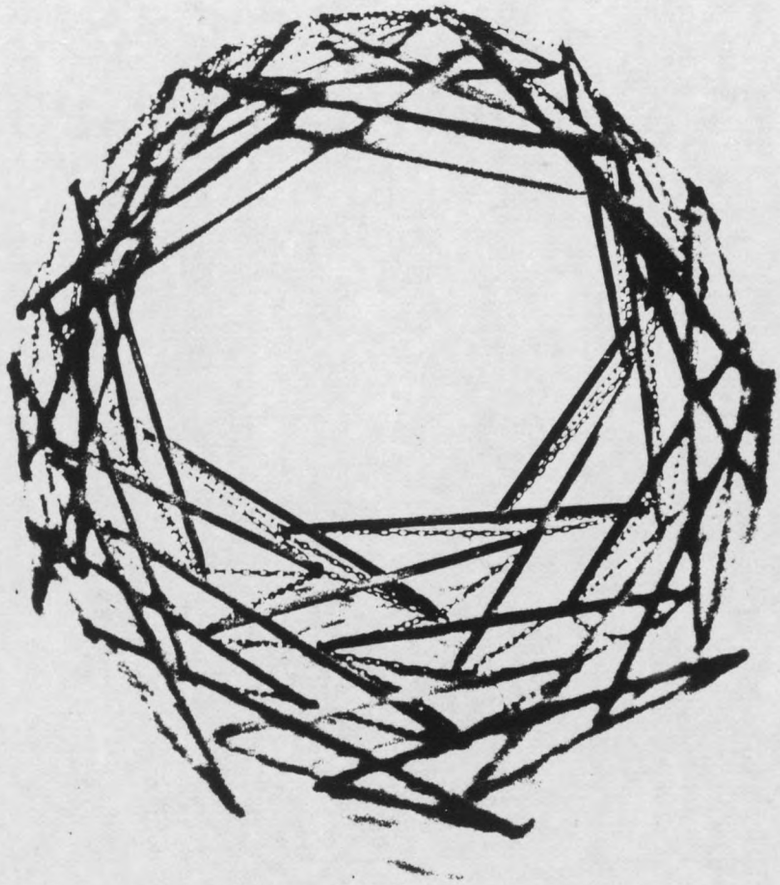
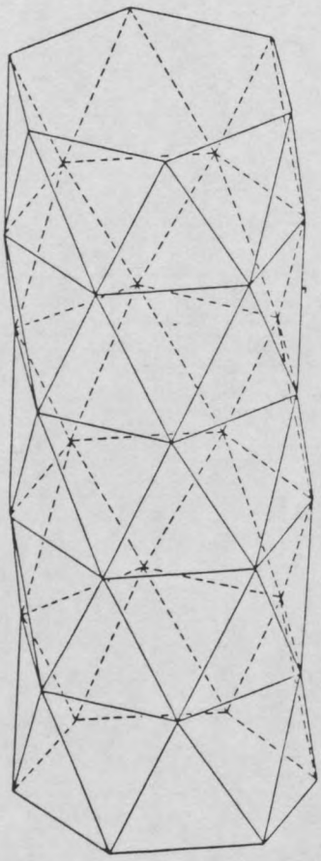


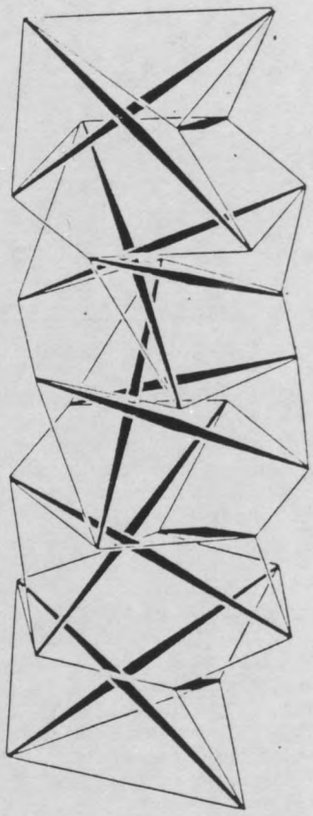
TABLEAU 3 MATS AUTOTENDANTS

N°	Nom	sous-ensemble autotendant	nombre par étage			mono gyre	racé mique
			sommets	tendeurs	barres		
	Juxtaposés par dérotation						
1	antiprismatique hexagonal	antiprisme triangulaire	6	9	3	•	
2	antiprismatique hexagonal	antiprisme triangulaire	6	9	3		•
3	antiprismatique décagonal	antiprisme pentagonal	10	15	5	•	
4	antiprismatique décagonal	antiprisme pentagonal	10	15	5		•
5	prismatique octogonal	antiprisme carré	8	12	5	•	
6	prismatique octogonal	antiprisme carré	8	12	5		•
	Interpénétrés						
7	trapèzoïde hexagonal	antiprisme triangulaire	6	12	3	•	
8	hexoïde hexagonal	antiprisme triangulaire	6	9	3		•
9	rhomboïde hexagonal	antiprisme triangulaire	6	12	3		•
10	hexoïde octogonal	antiprisme carré	8	12	4		•
11	rhomboïde octogonal	antiprisme carré	8	16	4		•
12	hexoïde décagonal	antiprisme pentagonal	10	15	5		•
13	rhomboïde décagonal	antiprisme pentagonal	20	20	5		•
14	hexoïde dodécagonal	antiprisme hexagonal	12	18	6		•
15	hexoïde hexakaïgonal	antiprisme octogonal	16	24	8		•
	Entrelacés						
16	triangulaire	prisme triang. tronqué	12	21	6	•	
17	carré	cube tronqué	16	28	8	•	
18	pentagonal	prisme penta. tronqué	20	35	10	•	
19	compensé dodécagonal	double antiprisme triang.	12	36	6		•
	Hélicoïdaux						
20	pentagonal	période de trois tours	14	42	7	•	

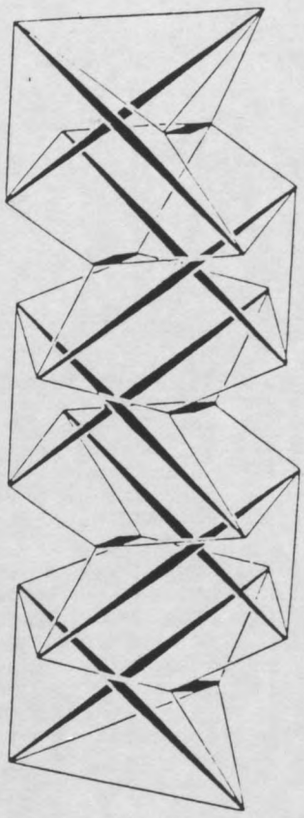
MATS A SIMPLEX JUXTAPOSES



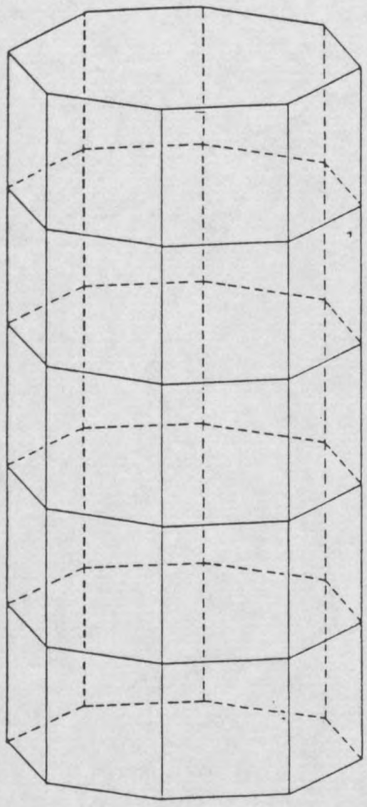
ANTIPRISME HEXAGONAL



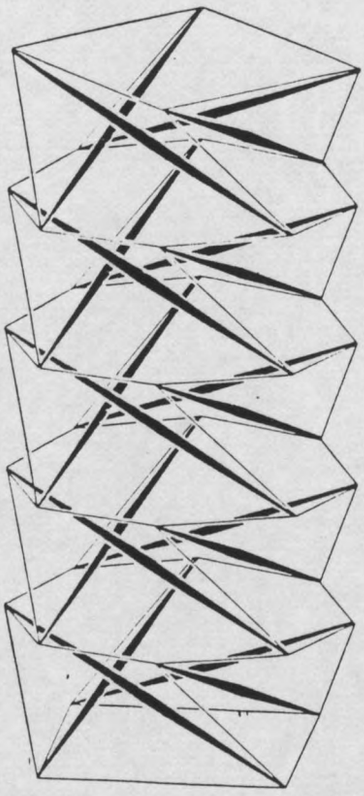
MAT MONOGYRE



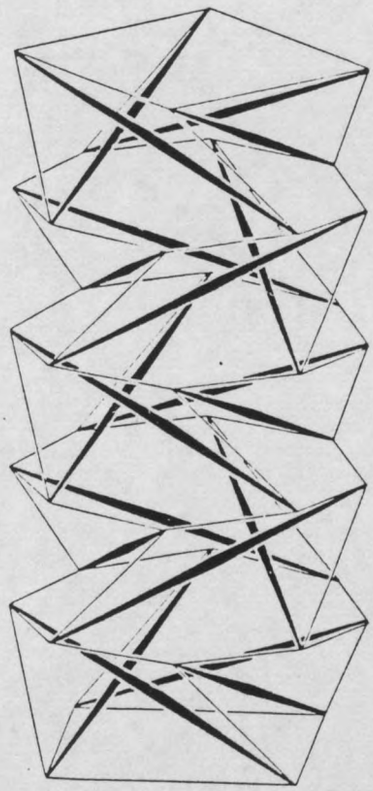
MAT RACEMIQUE



PRISME OCTOGONAL

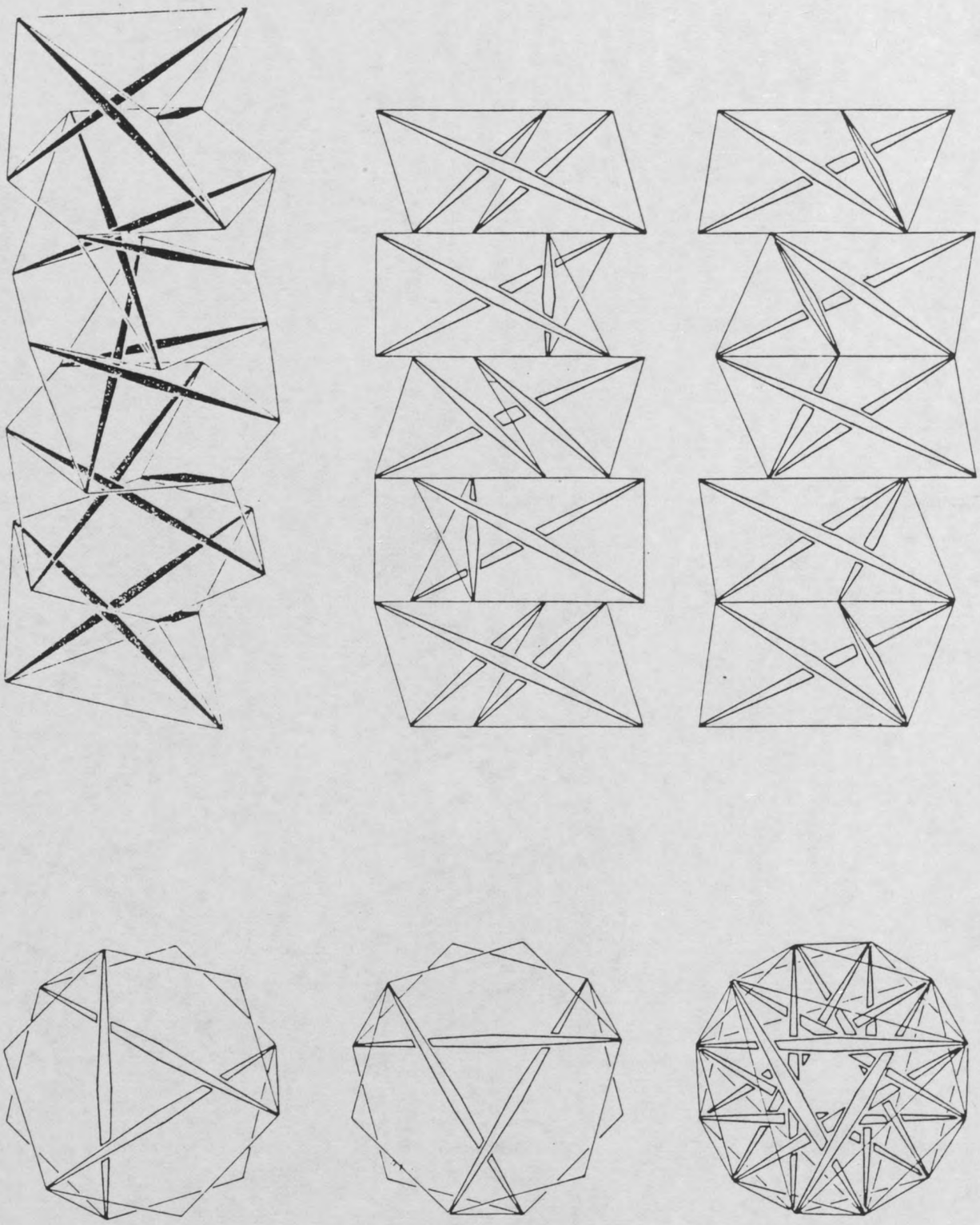


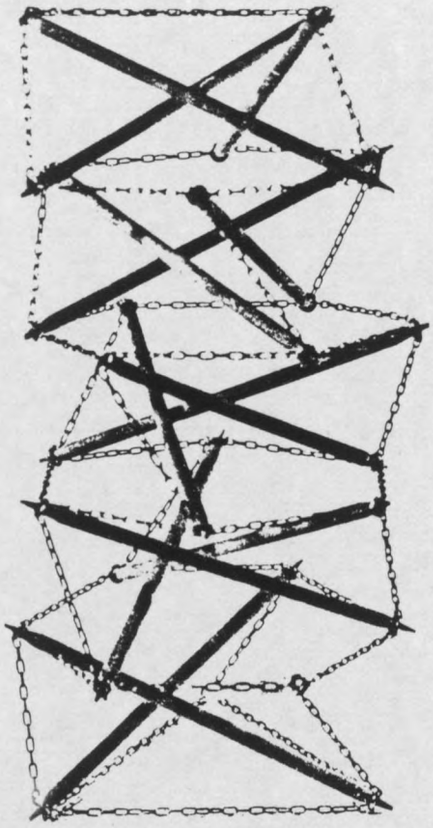
MAT MONOGYRE

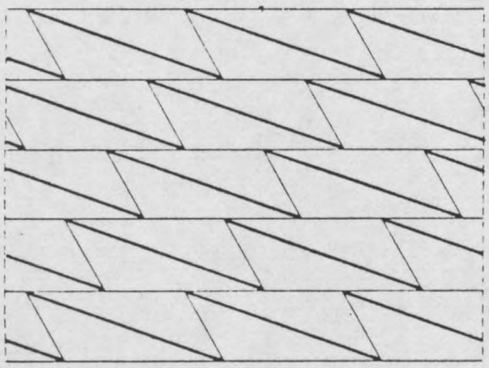


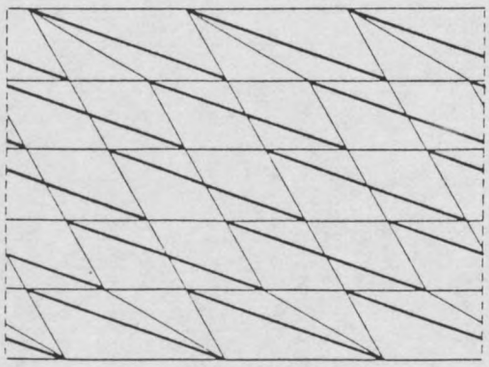
MAT RACEMIQUE

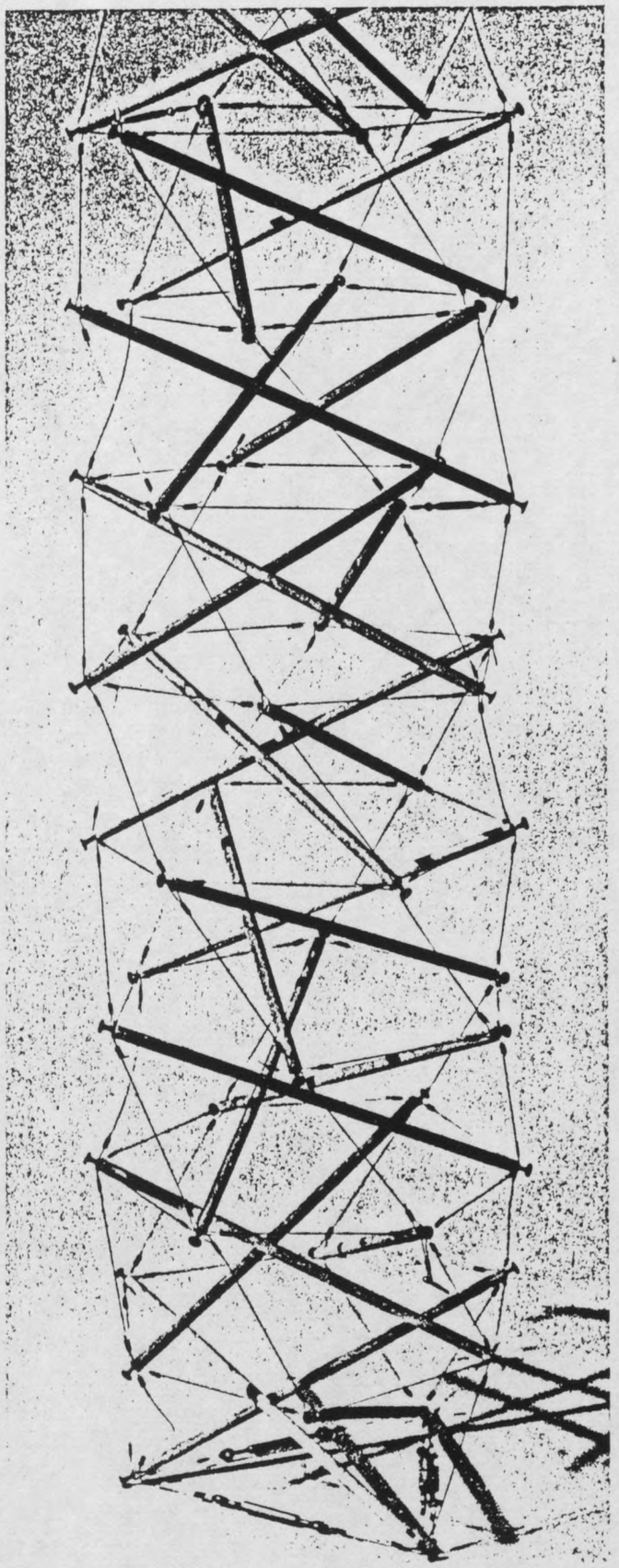
1 MAT ANTIPRISMATIQUE 5 B MONOGYRE



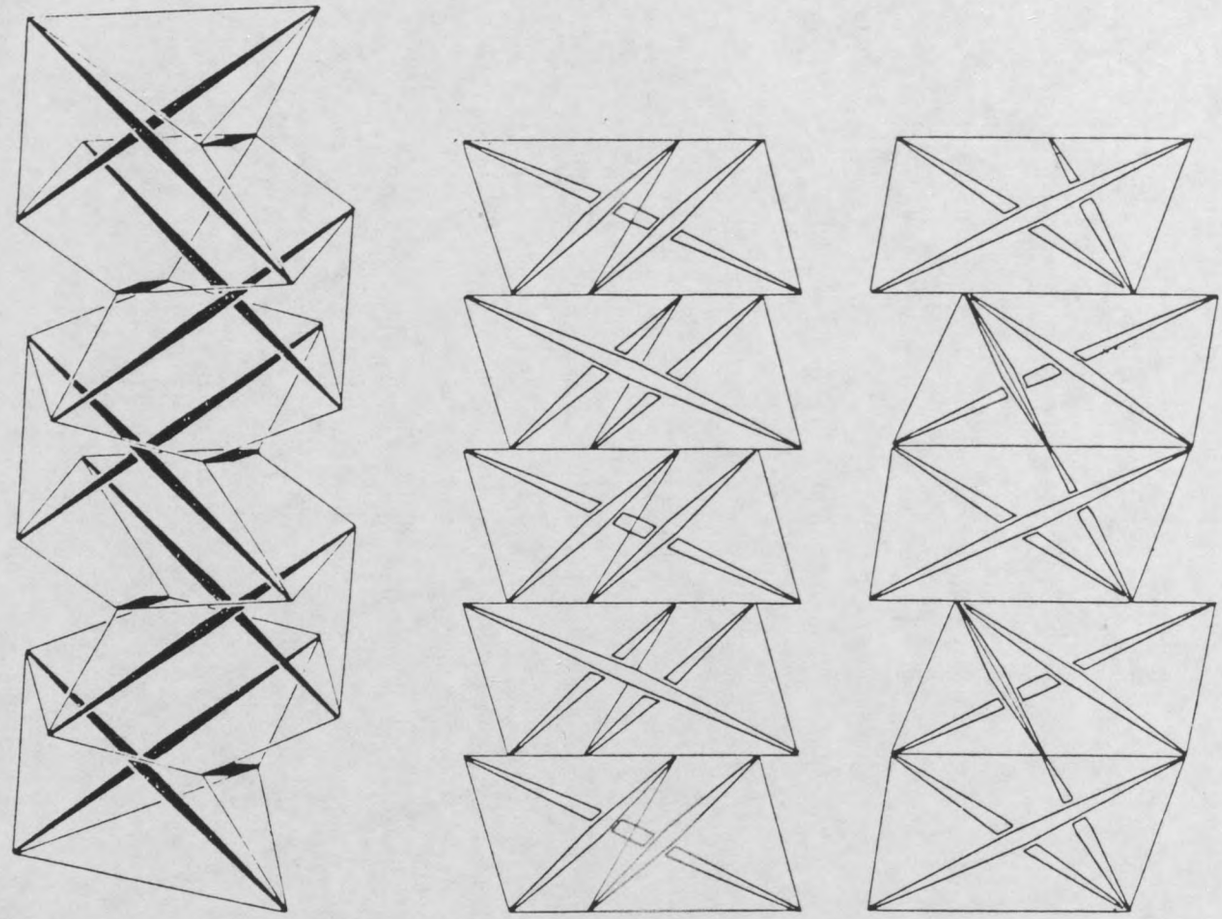


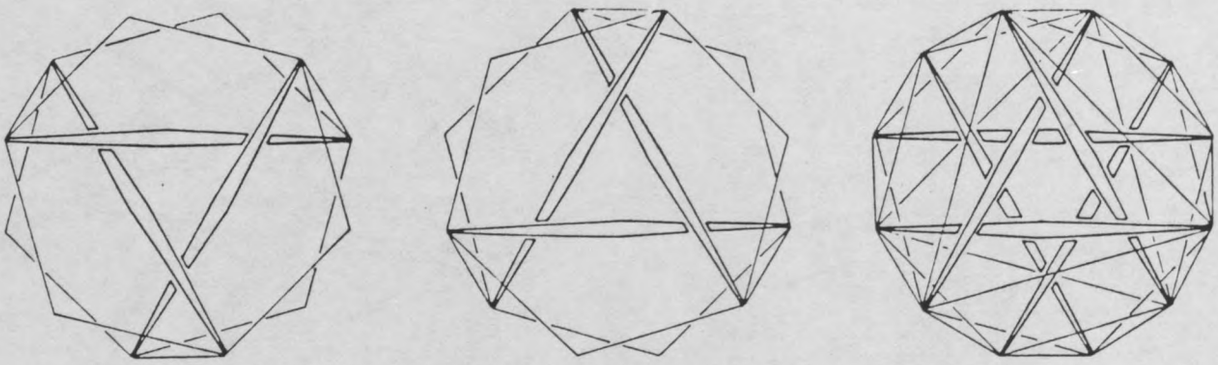


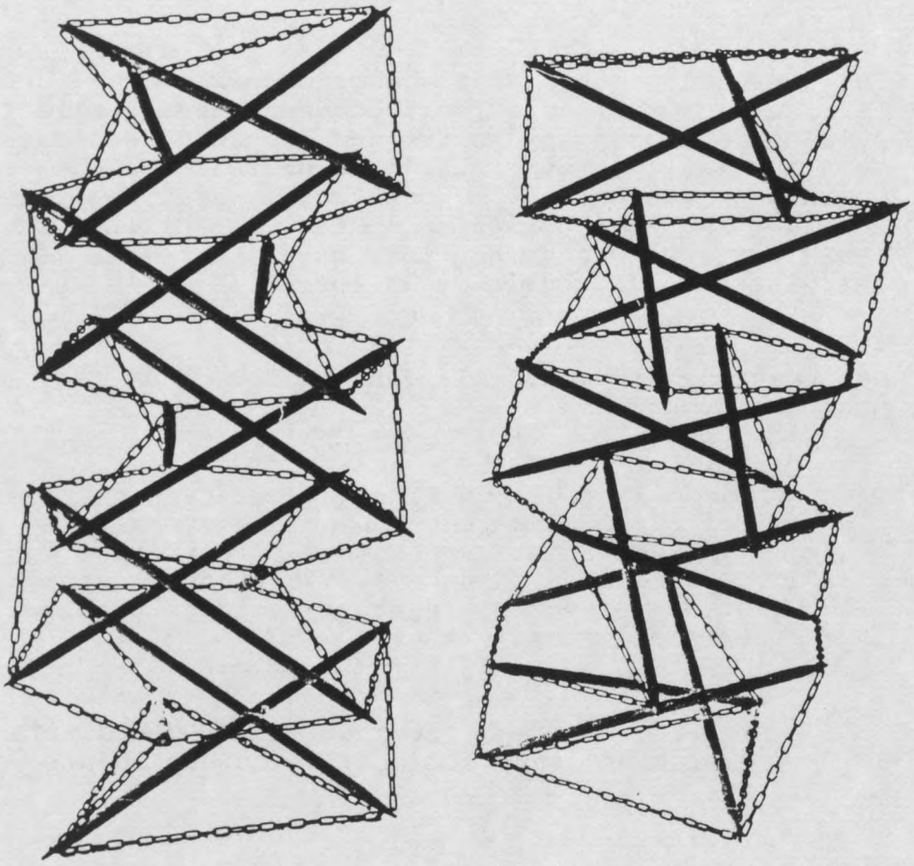


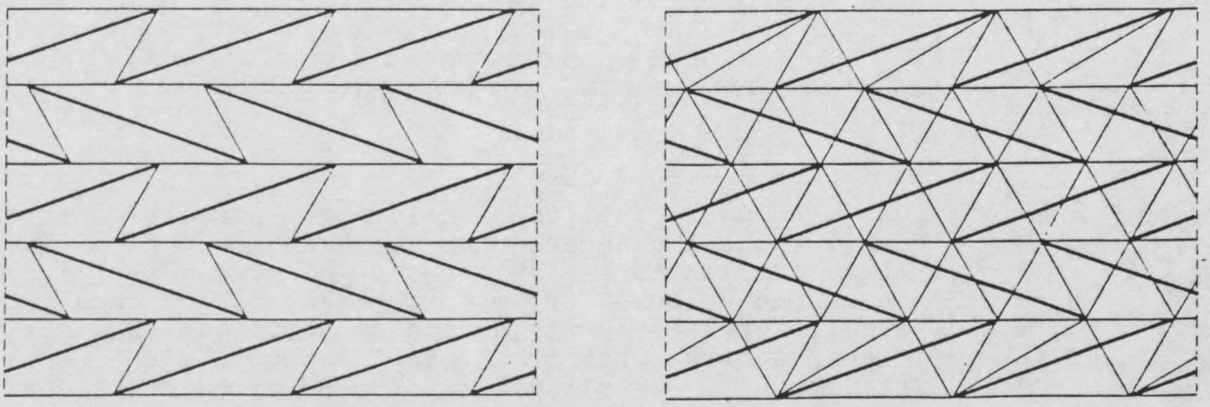


2 MAT ANTIPRISMATIQUE 3B RACEMIQUE

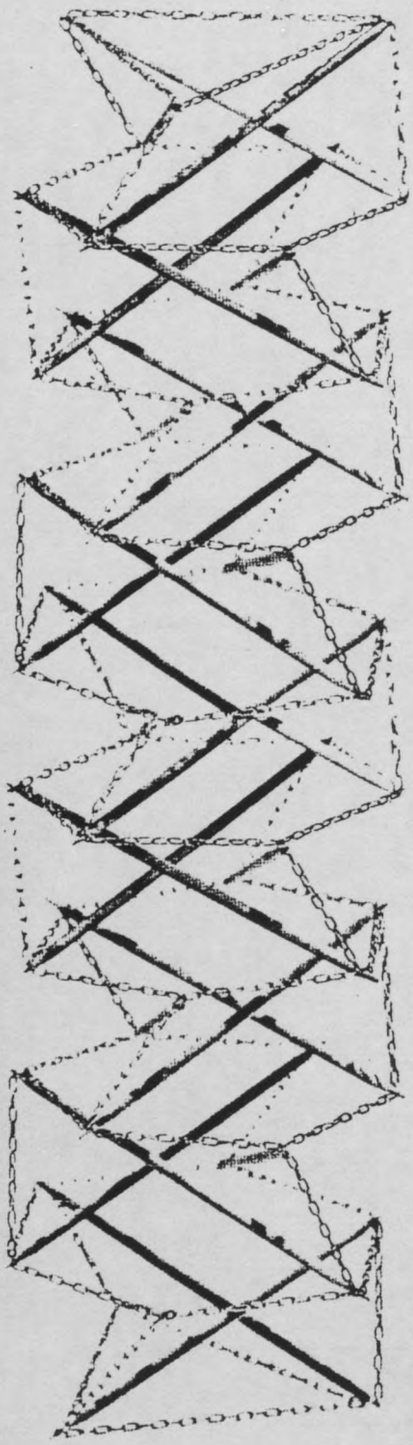








ANTENNES, PYLONES, TOURS



Les structures oblongues composées par étage trouvent leur emploi le plus évident comme antennes collectives, pylônes de transport électriques de haute tension, tours de transmission, etc. Les mâts de relativement faible dimension peuvent être construits avec une section constante puis haubannés comme les antennes habituelles; les tours de grande hauteur peuvent être de diamètre décroissant à l'exemple de la Tour Eiffel.

De nombreux arguments plaident en faveur de leur emploi pour ces fonctions:

- l'excellente tenue face au vent de ces structures où les barres occupant toujours une position oblique et les tirants, en nombre prépondérant, prêtent une très faible surface de résistance; cet avantage s'accentue avec la hauteur où la vitesse du vent croît rapidement.

- facilité de fabrication: par éléments standard assemblables sans soudure, avec des joints articulables.

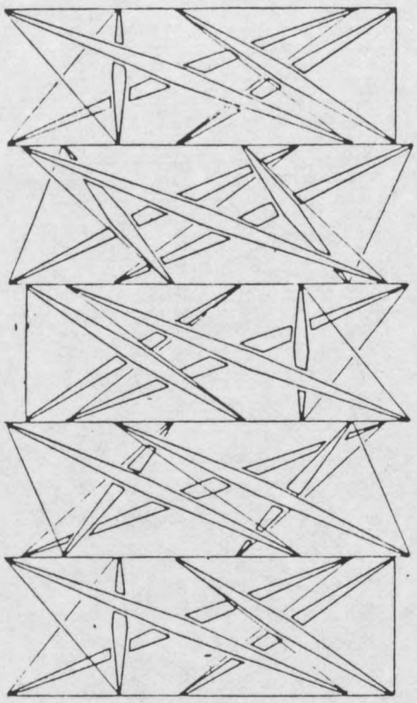
- facilité de transport: la structure pouvant être conçue comme un ensemble pliant se refermant en faisceau après le prémontage et dépolyée sur place. En cas d'accès difficile, elle peut être acheminée aussi en pièces détachées.

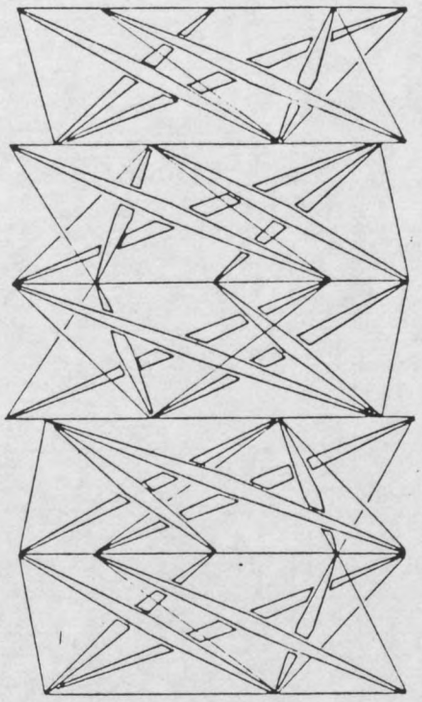
- moindre encombrement visuel: par leur extrême légèreté et transparence, ces structures auront une présence plus discrète, sinon plus esthétique dans le paysage que les charpentes actuelles.

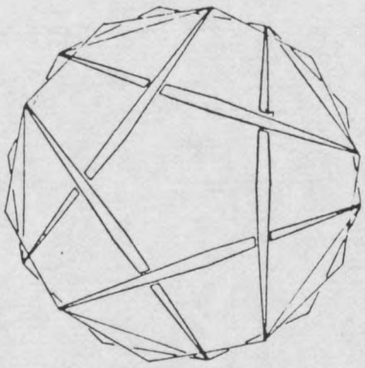
Un mât peut constituer également l'ossature porteuse d'une tour aménageable avec un élancement plus faible. Afin que les barres obliques n'encombrent pas les espaces intérieurs, il est recommandable de choisir une échelle relativement grande de sorte que plusieurs étages correspondent à la hauteur d'un ensemble structural; les planchers intermédiaires étant des remplissages de la structure principale.

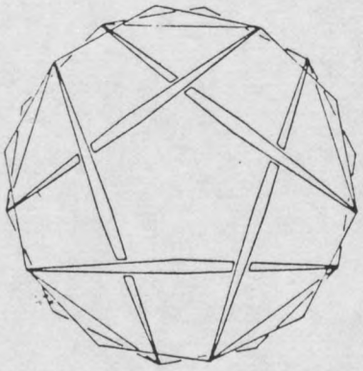
5 MAT ANTIPRISMATIQUE

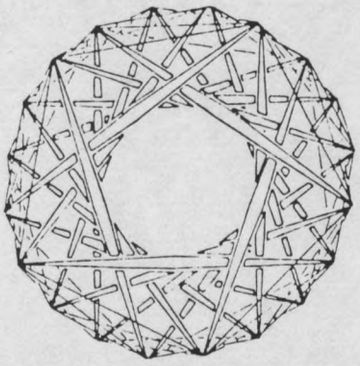
5 B MONOGYRE



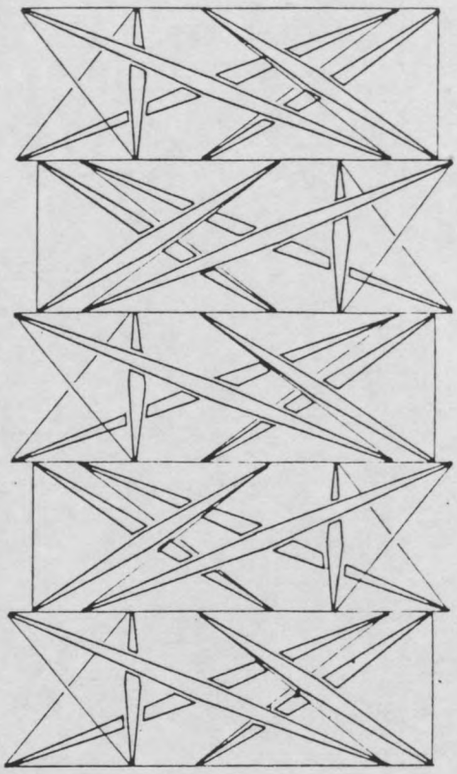


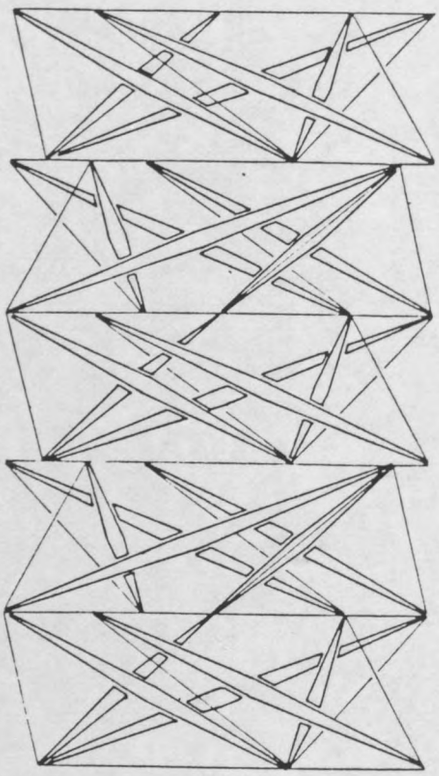


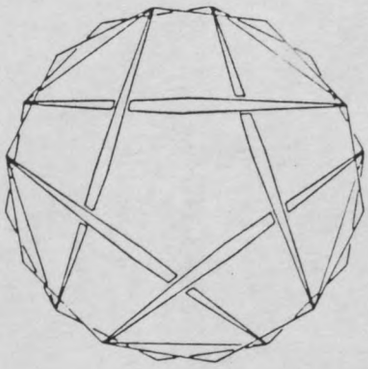


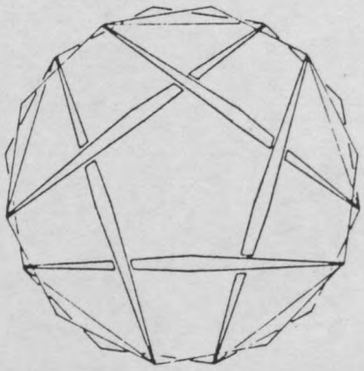


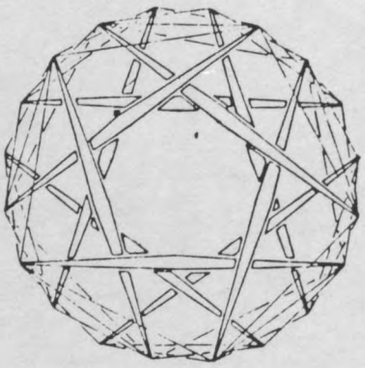
4 MAT ANTIPRISMATIQUE 5B RACEMIQUE

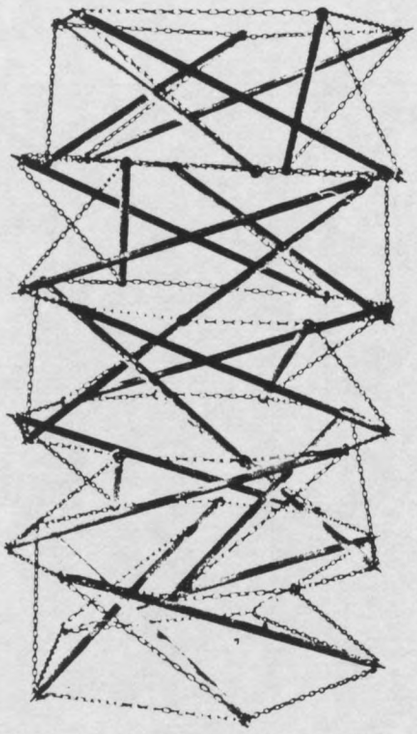


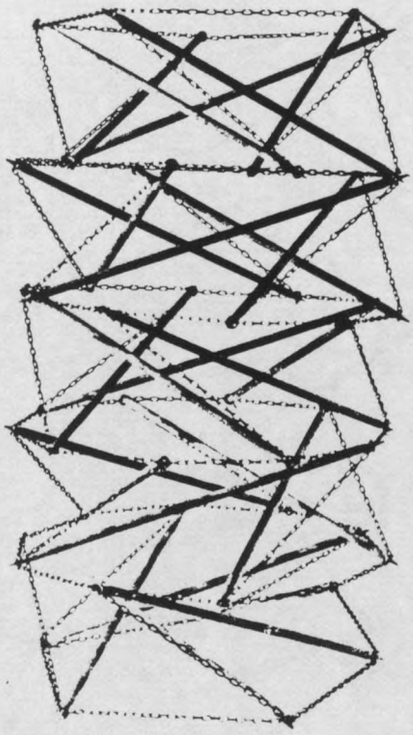


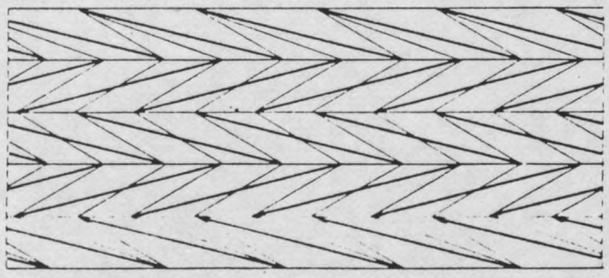


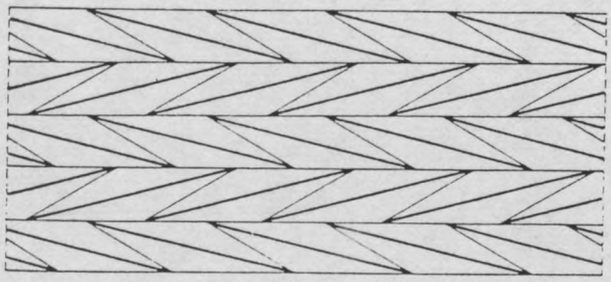


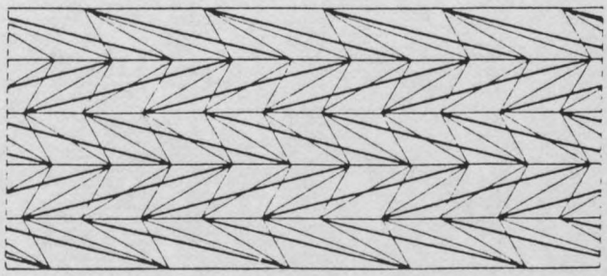




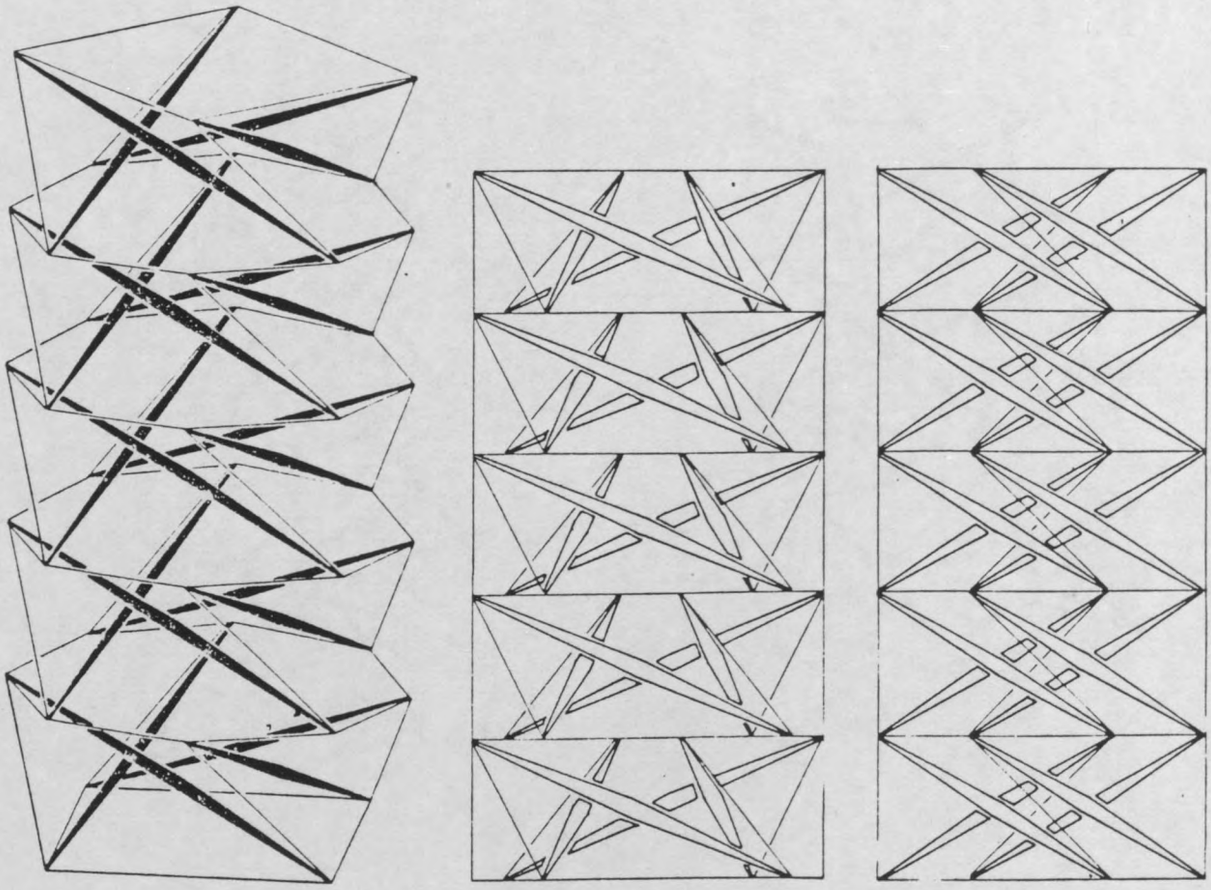


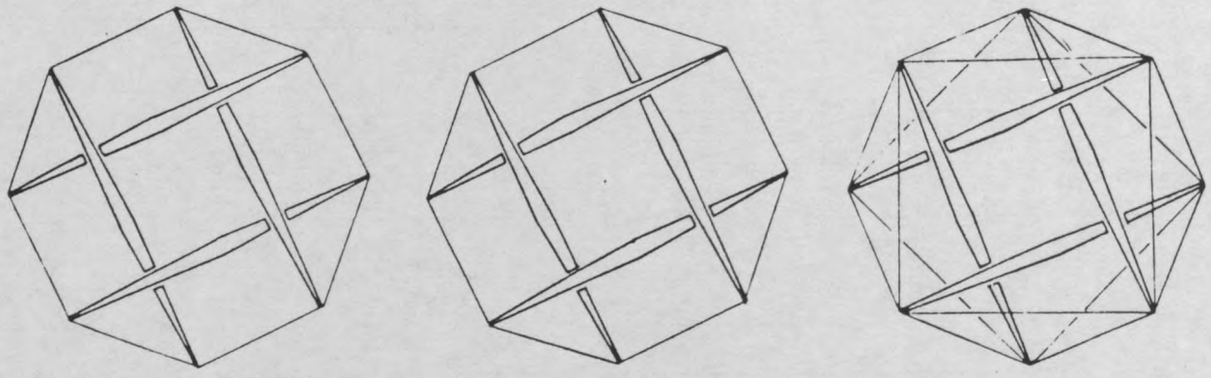


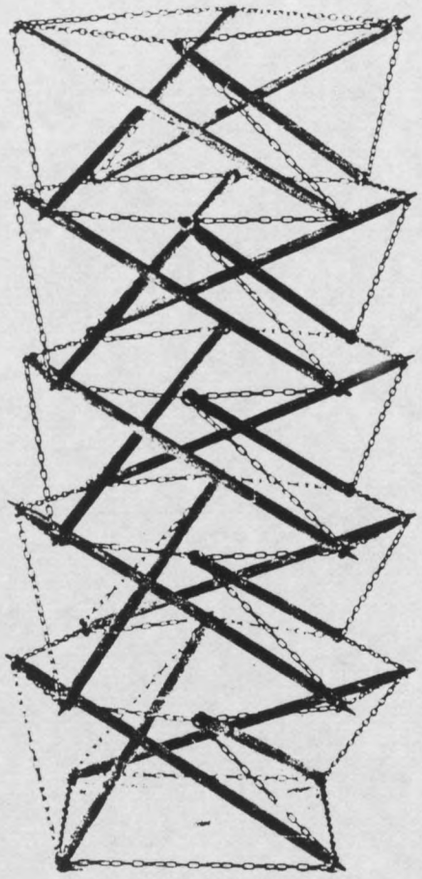


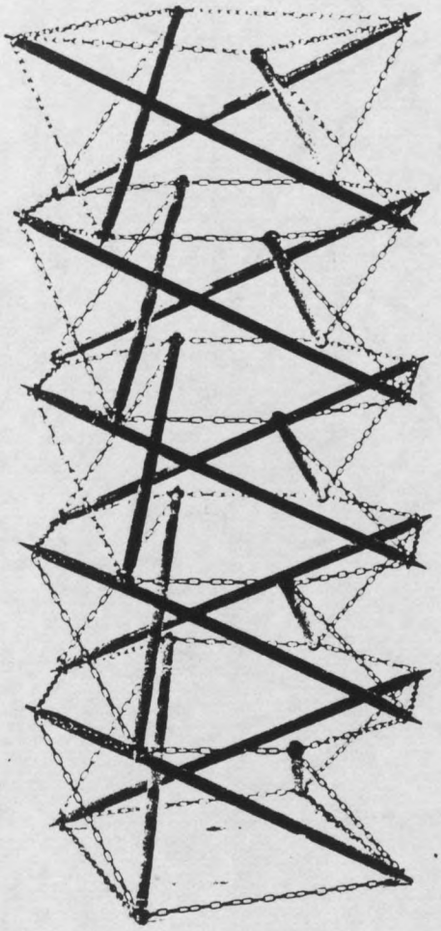


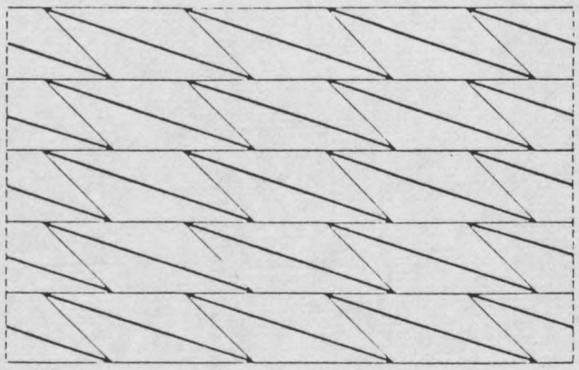
5 MAT PRISMATIQUE 4B MONOGYRE

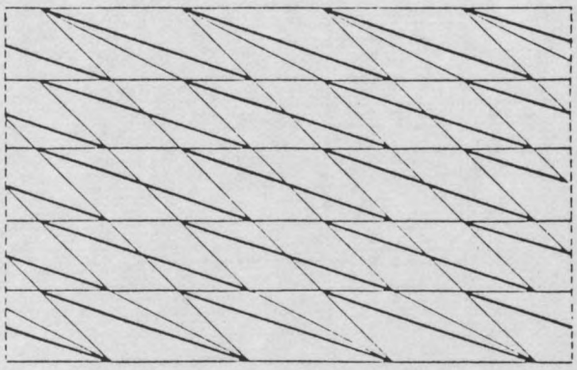




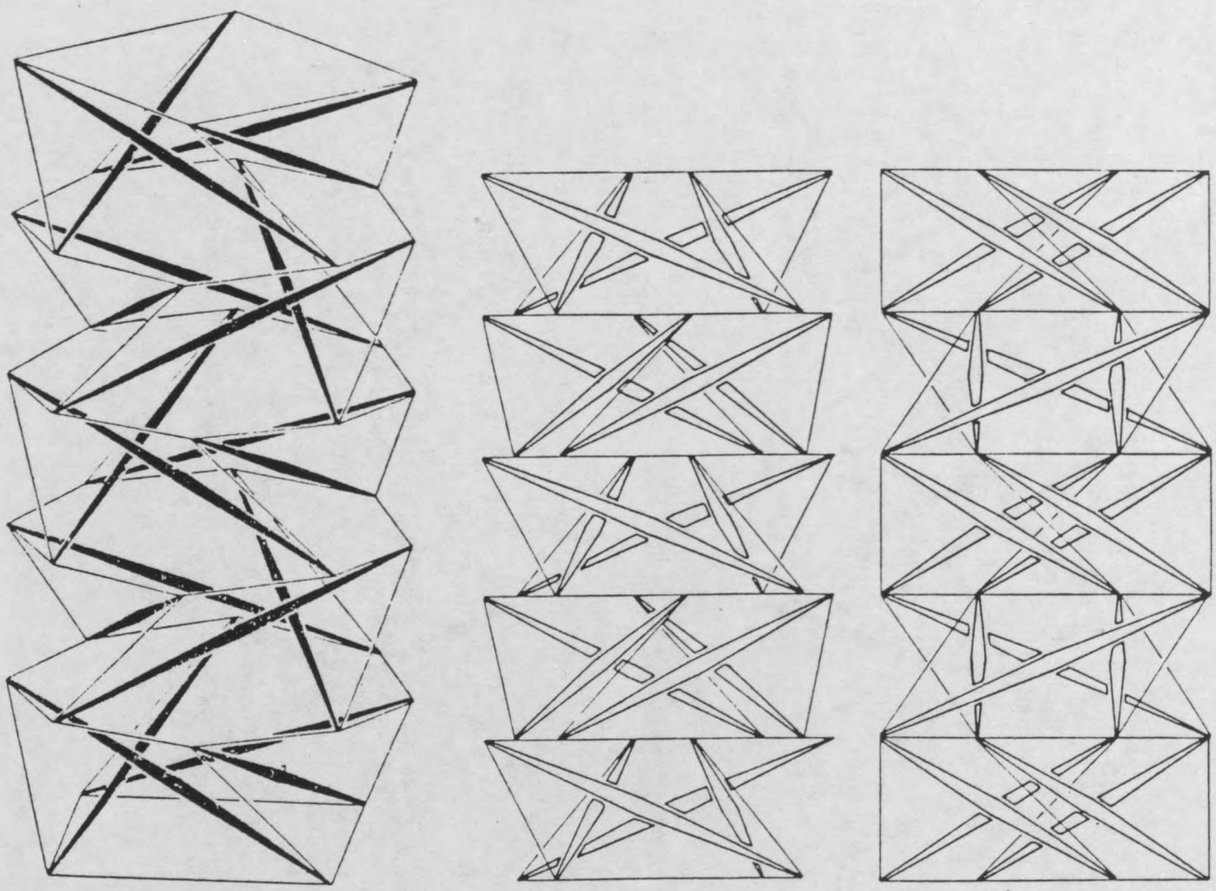


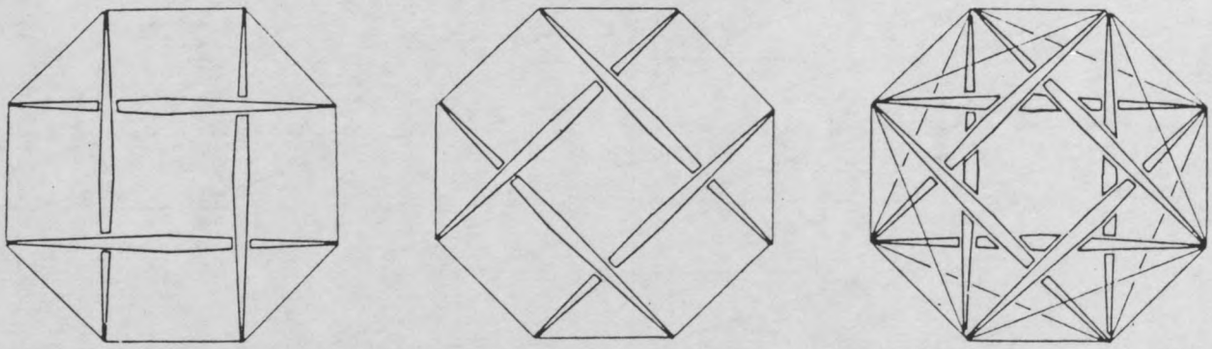


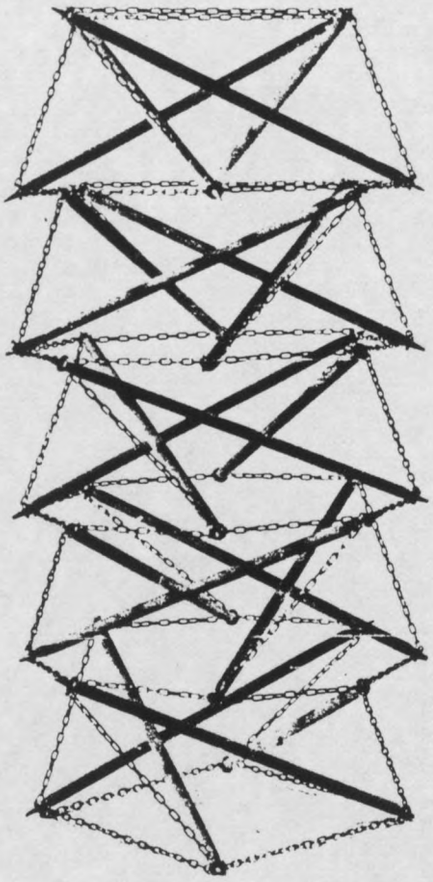


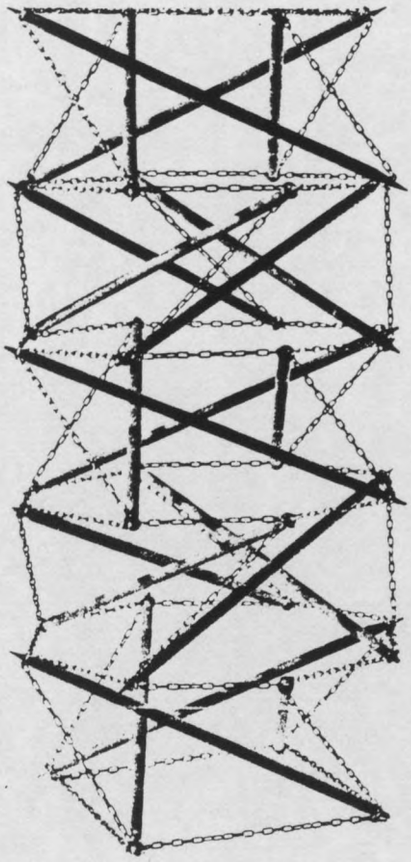


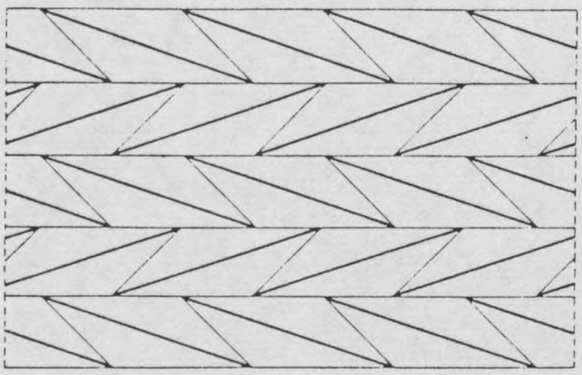
6 MAT PRISMATIQUE 4B RACEMIQUE

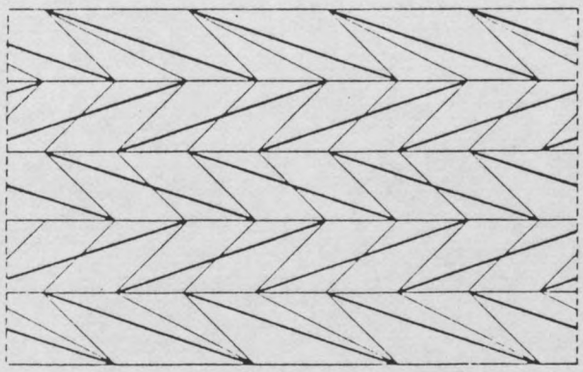




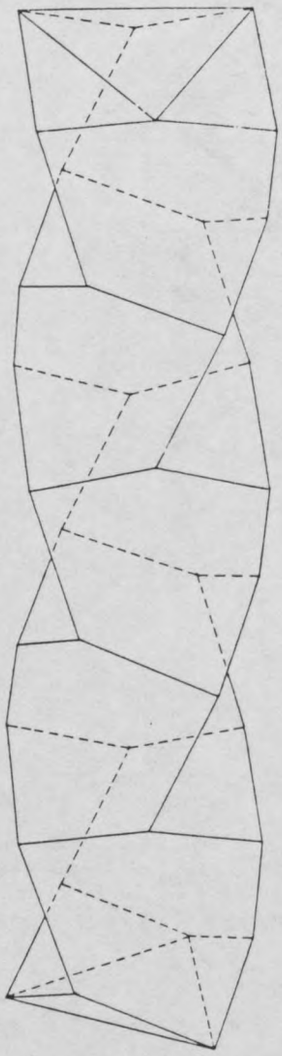




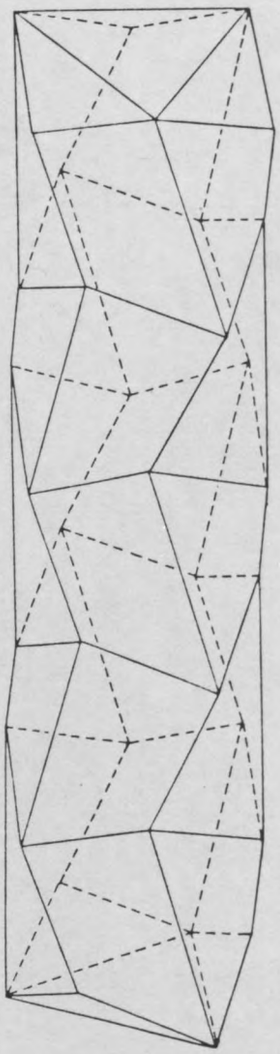




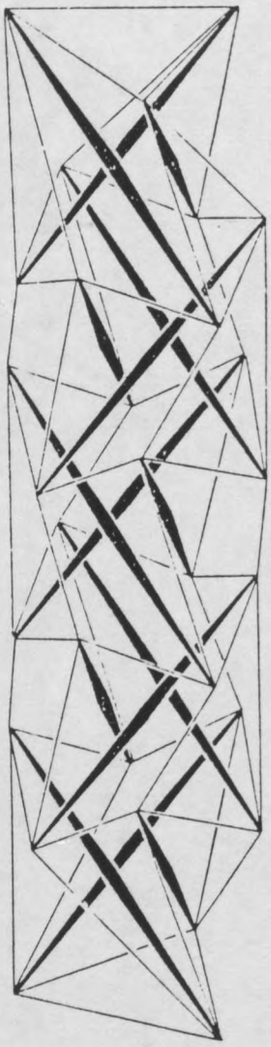
MATS A SIMPLEX INTERPENETRES



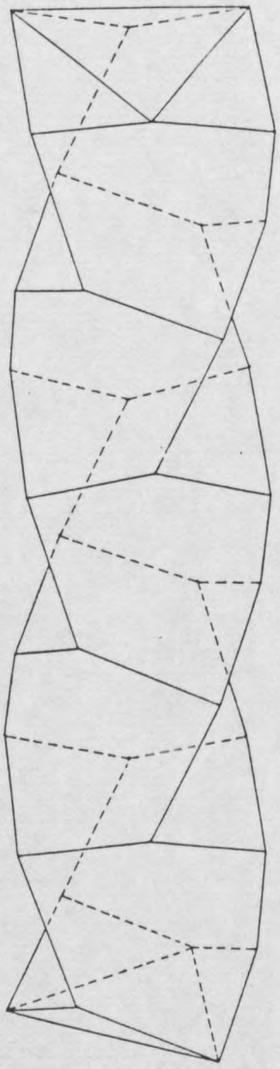
HEXOIDE HEXAGONAL



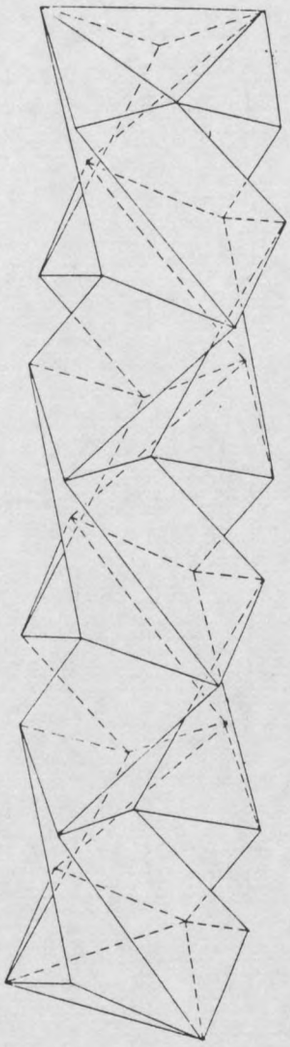
TRAPEZOIDE



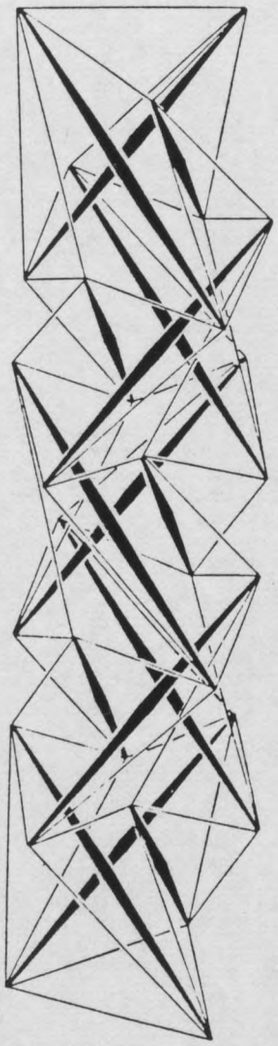
MAT TRAPEZOIDE



HEXOIDE HEXAGONAL

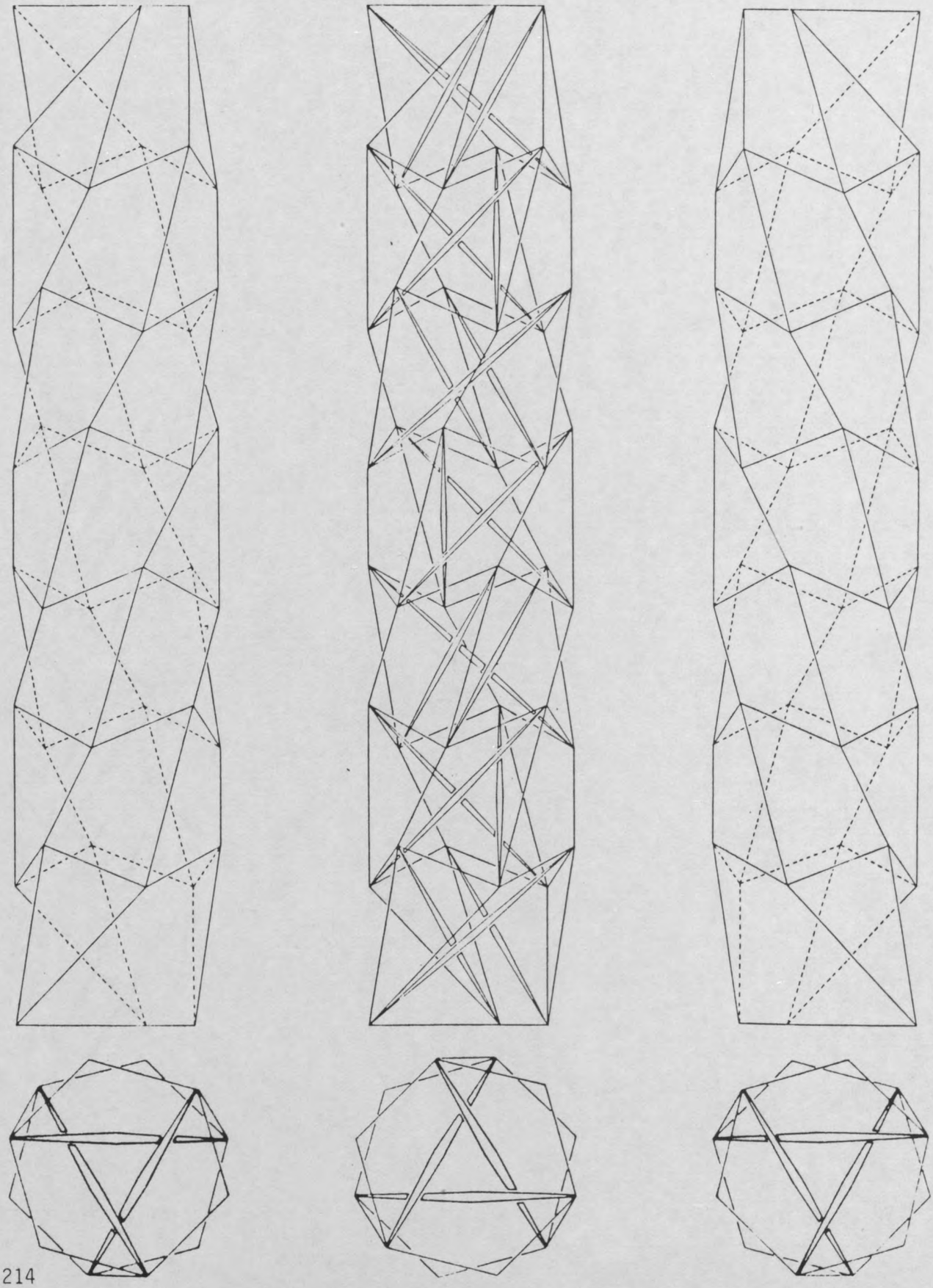


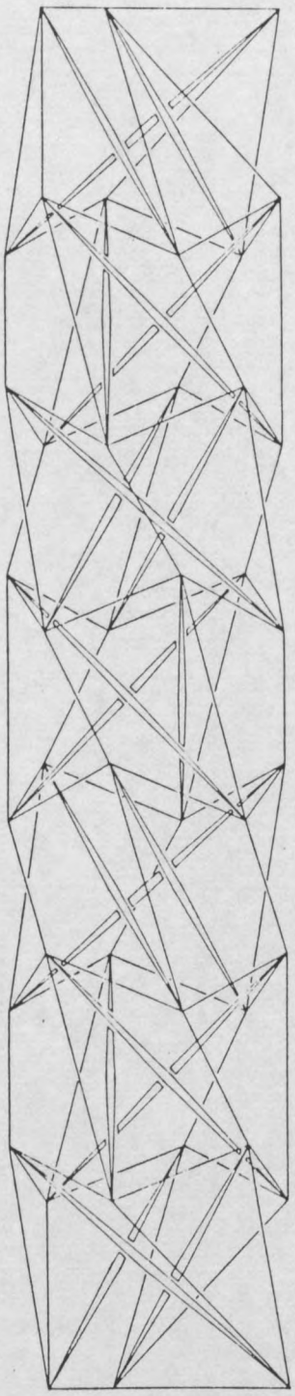
RHOMBOIDE

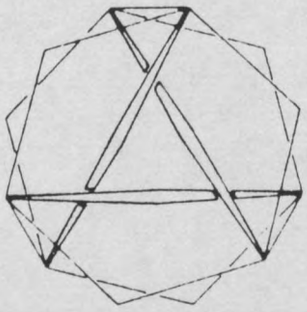


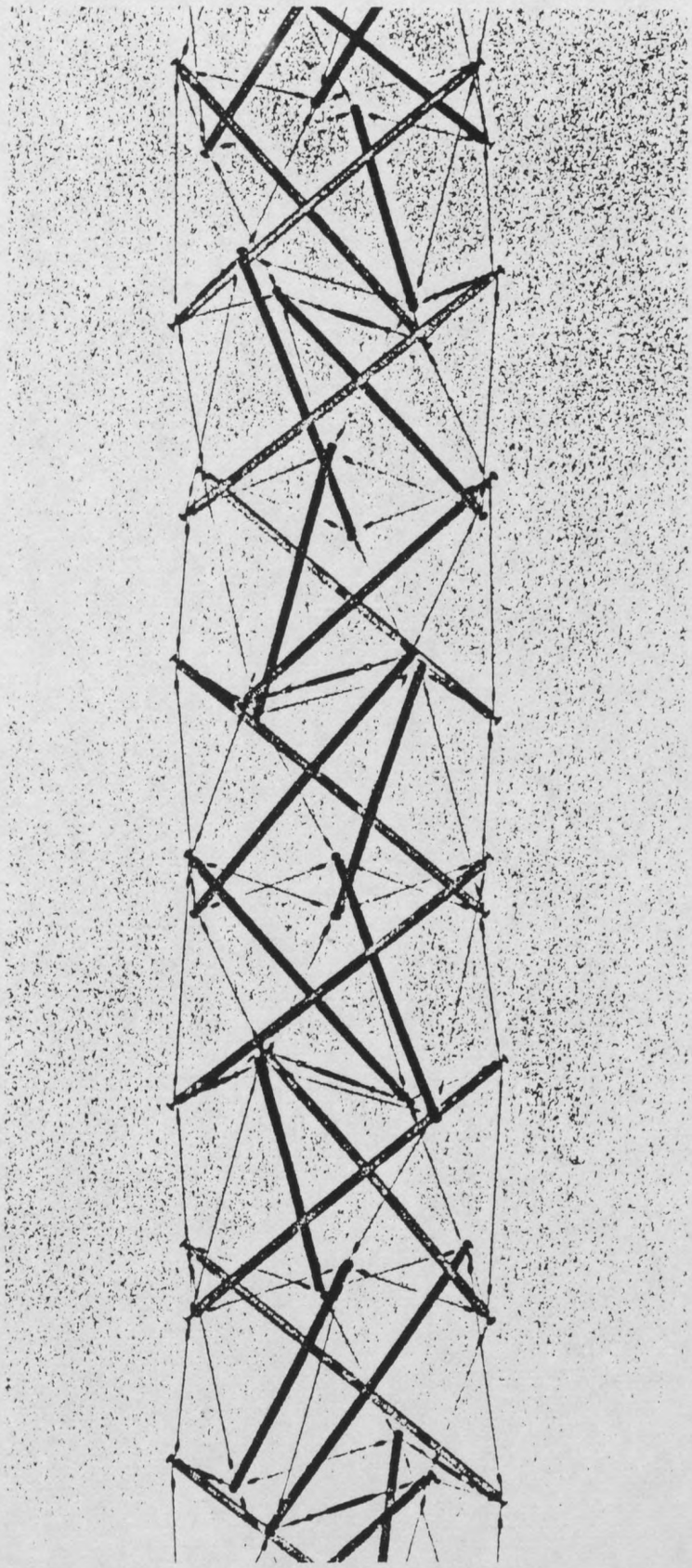
MAT RHOMBOIDE

7 MAT PENETRE MONOGYRE 3 B TRAPEZOIDE

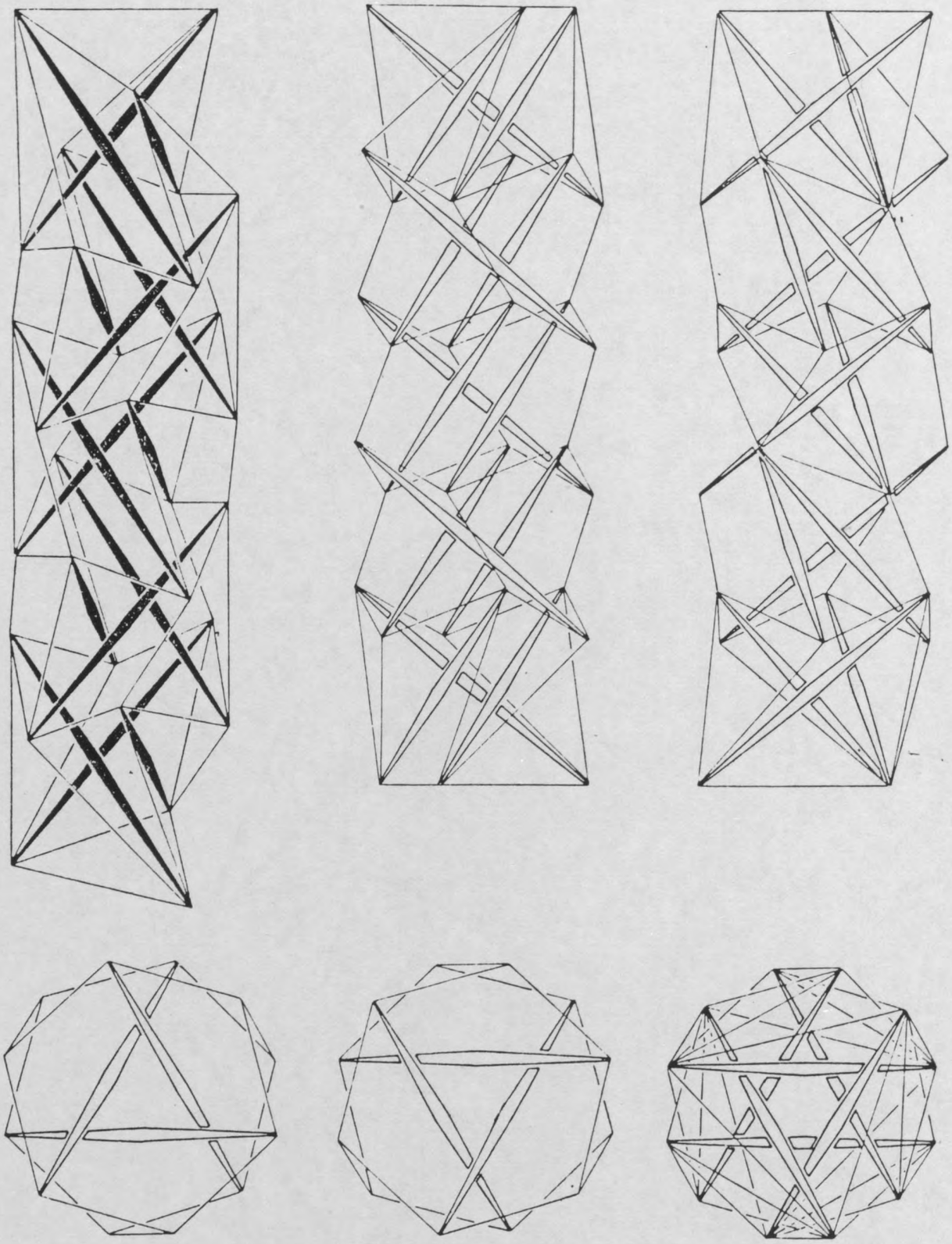


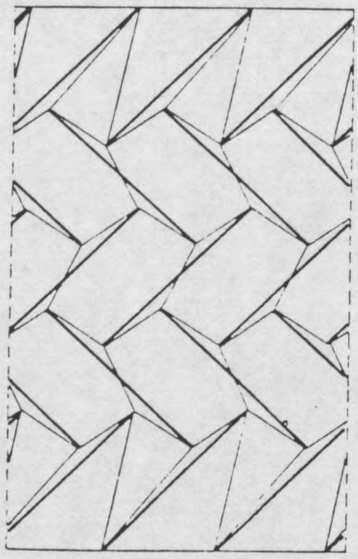


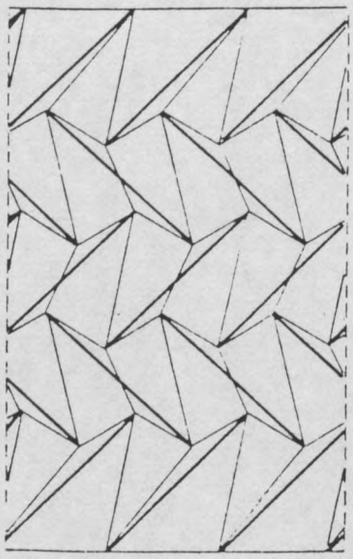




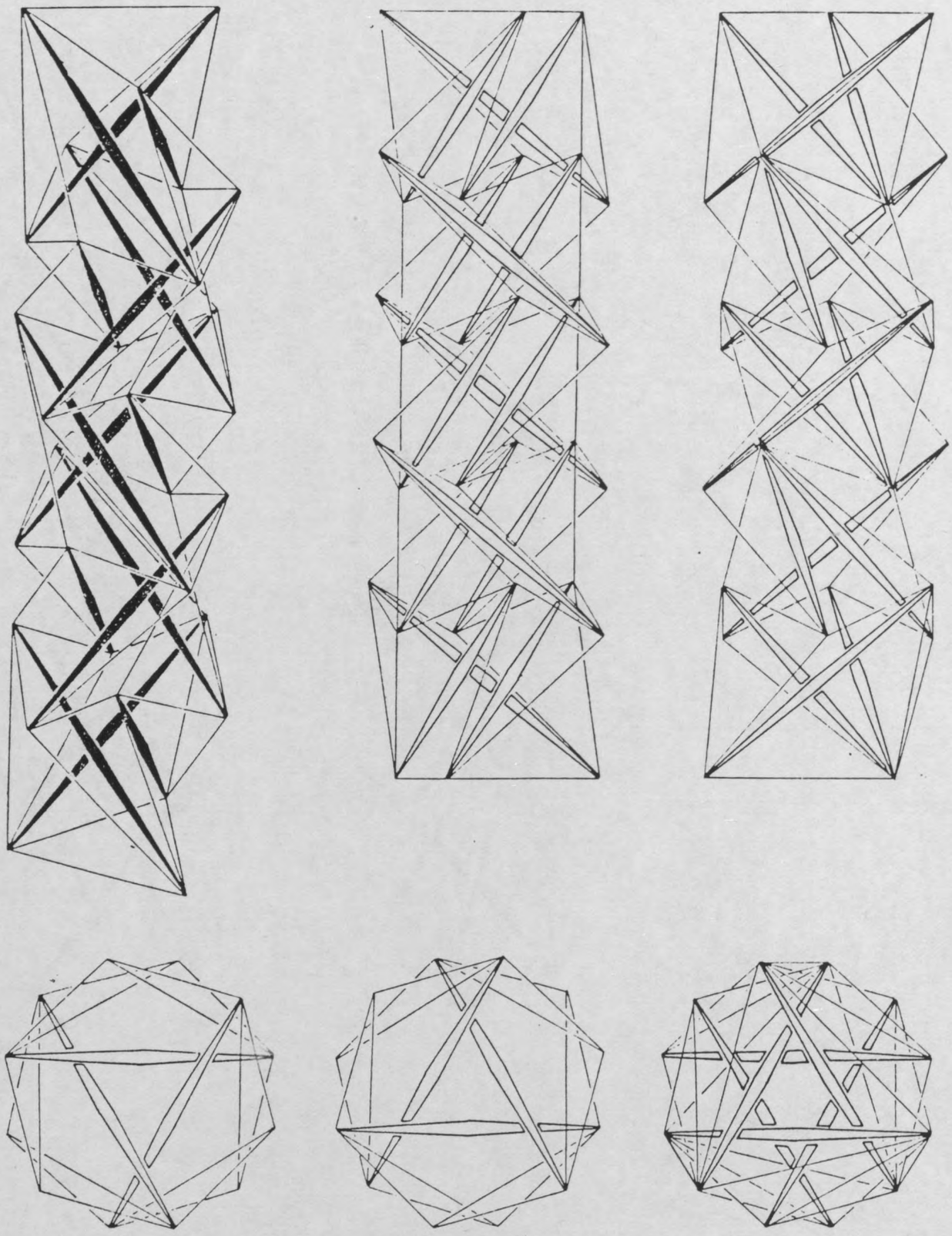
8 MAT PENETRE 5 B HEXOIDE

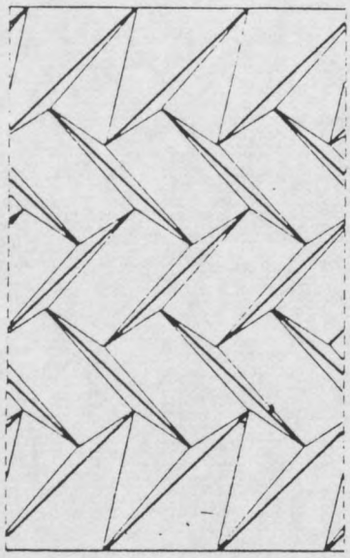


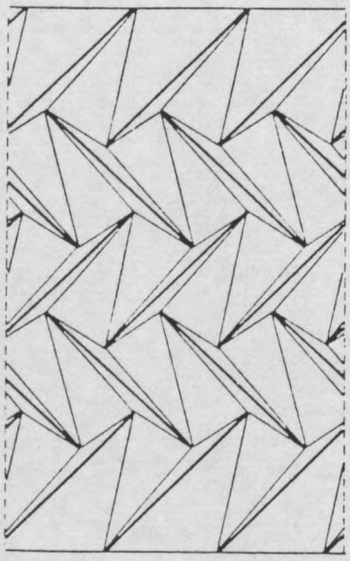




9 MAT PENETRE 3 B RHOMBOIDE

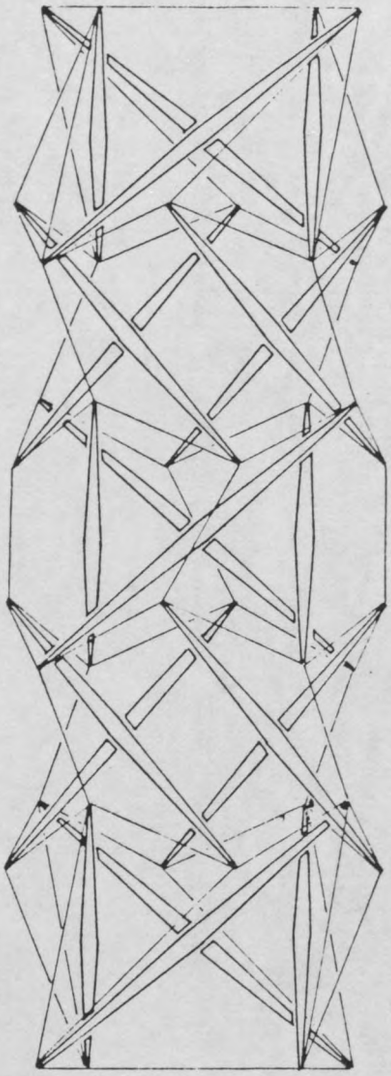


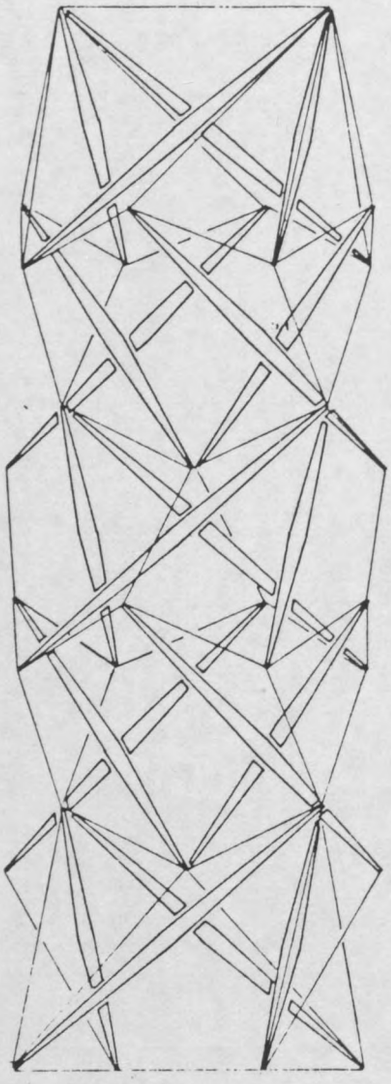


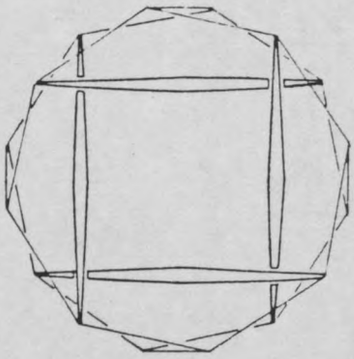


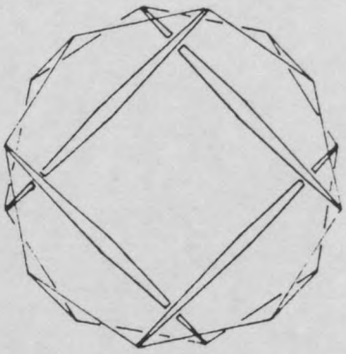
10 MAT PENETRE

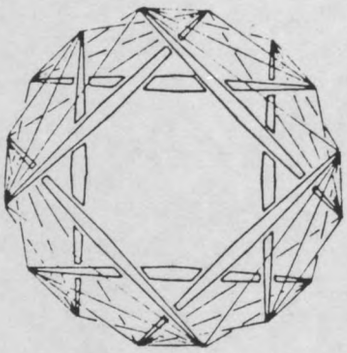
4B HEXOIDE

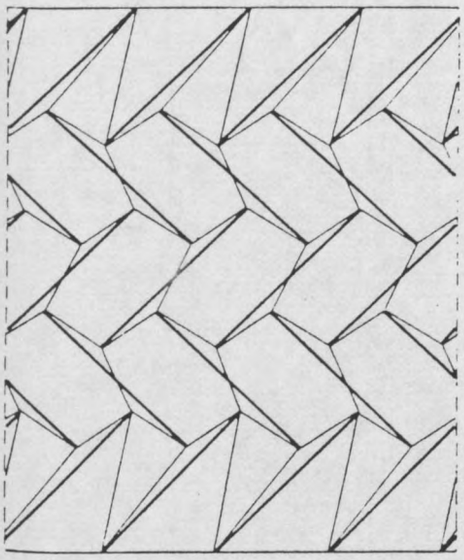


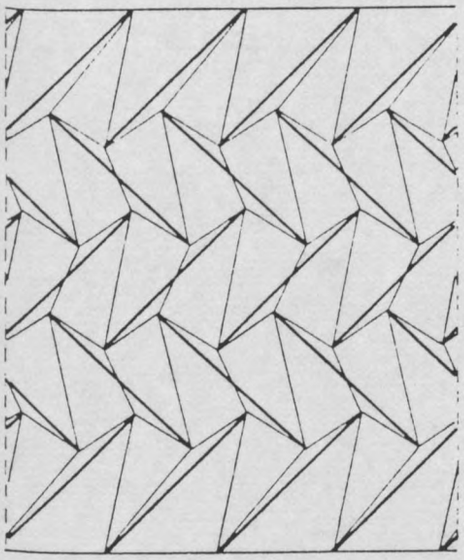


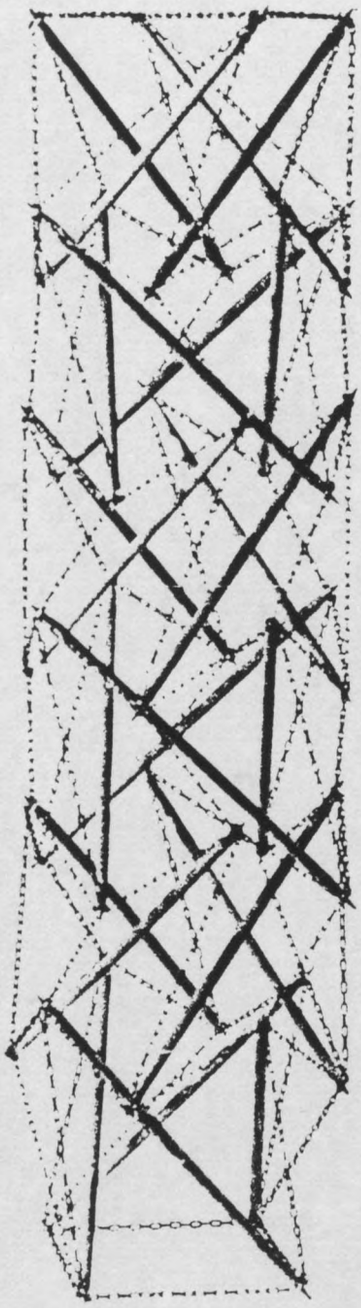


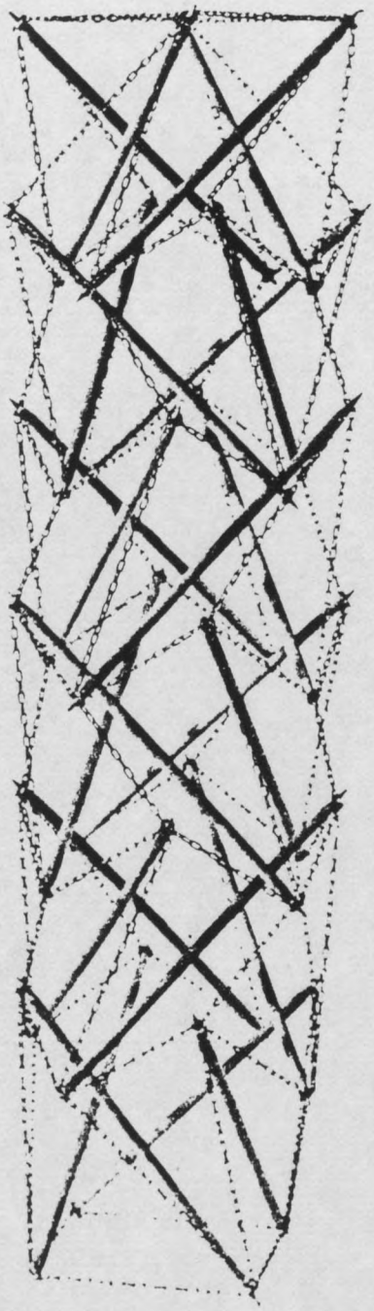




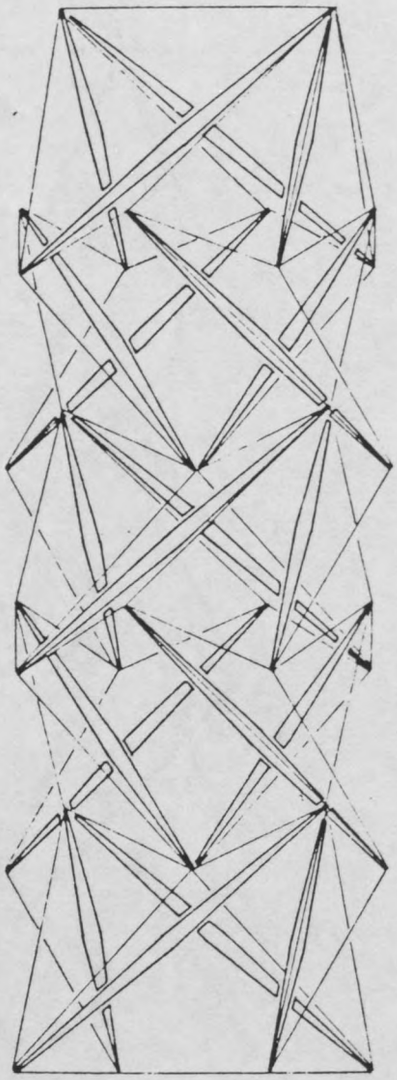


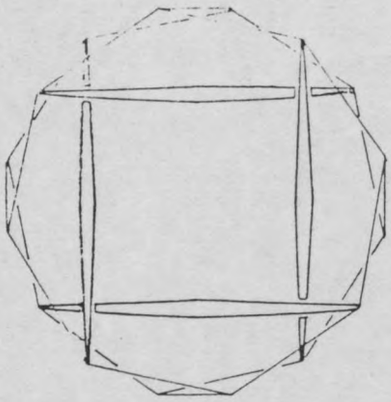




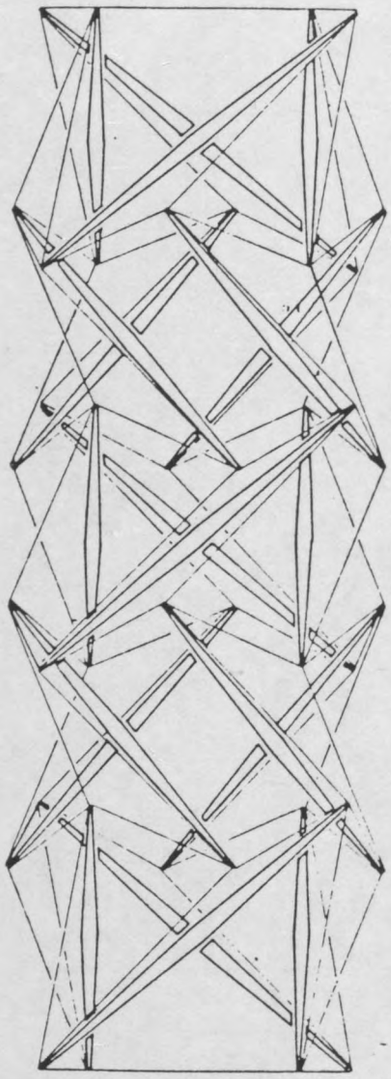


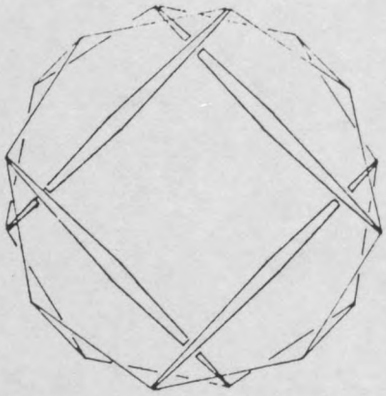
4·1 MAT PENETRE

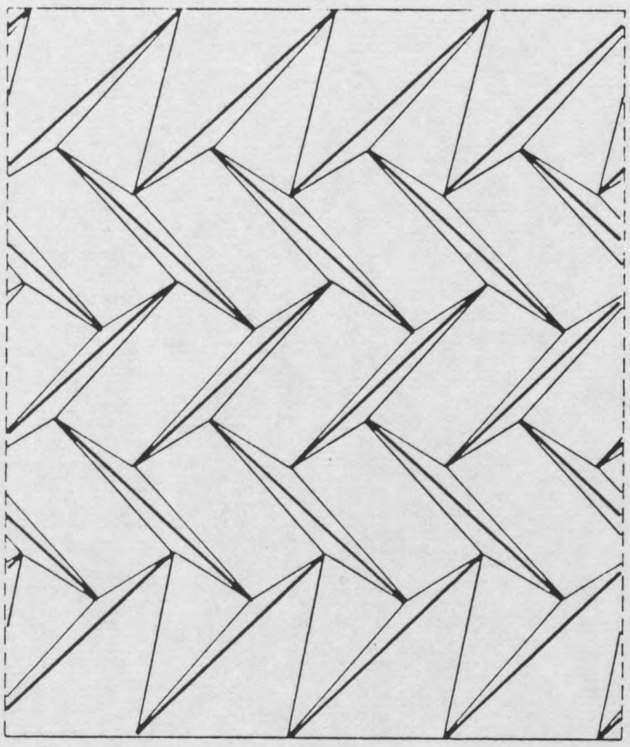


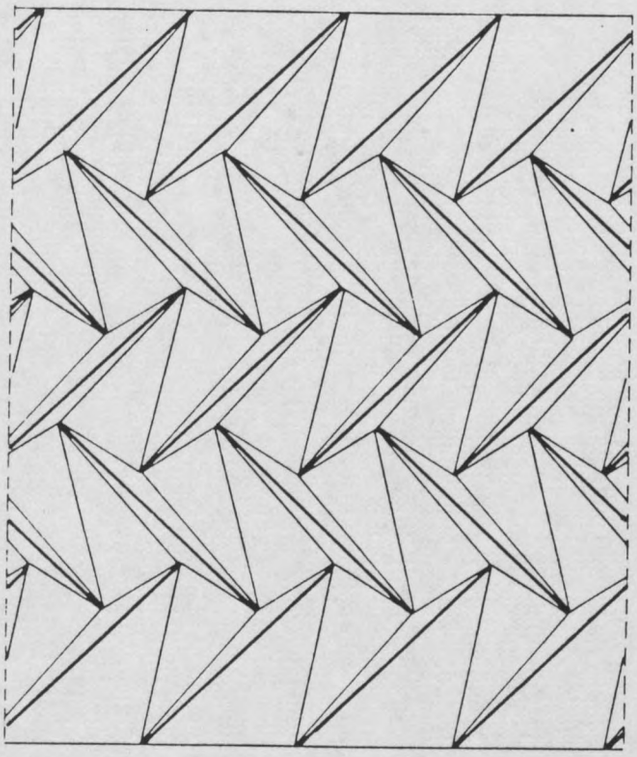


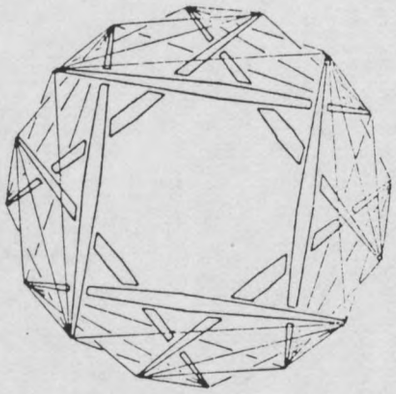
4·B RHOMBOIDE



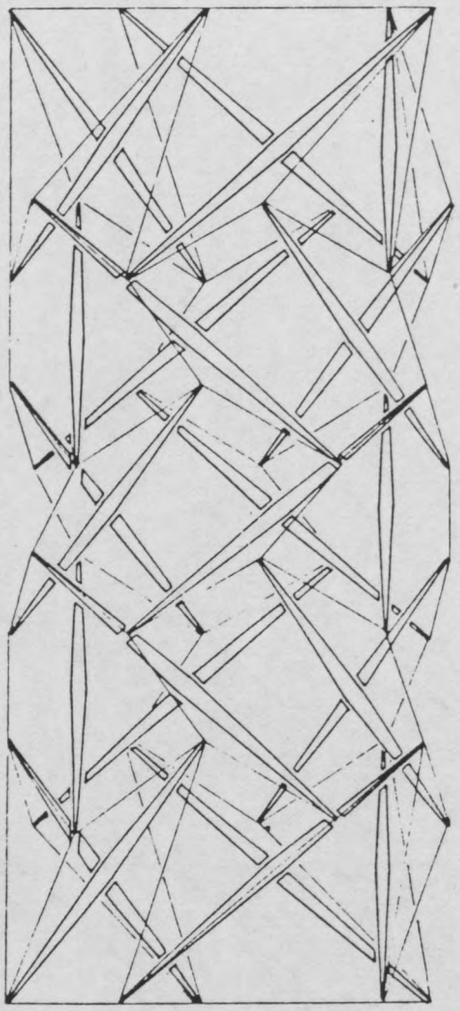


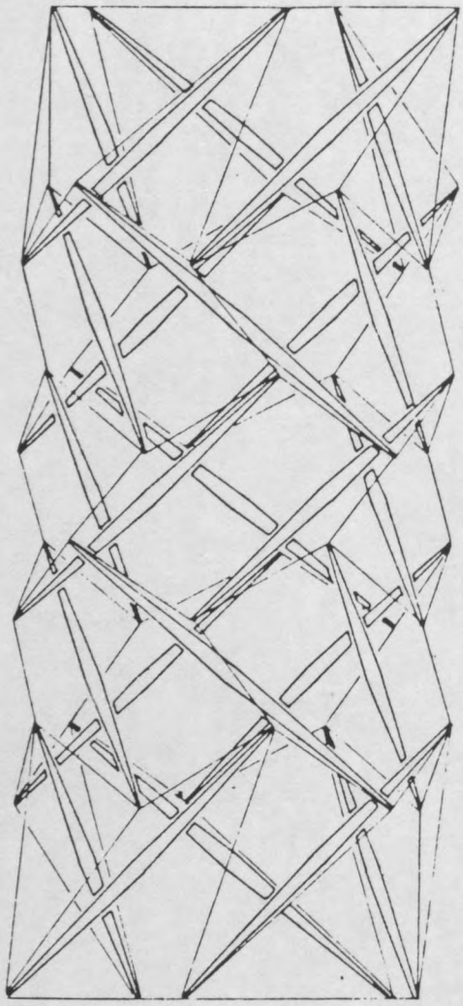


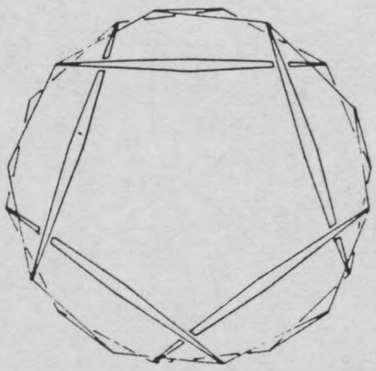


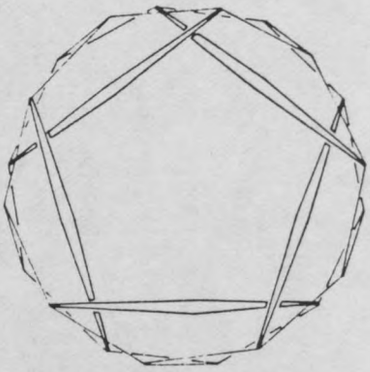


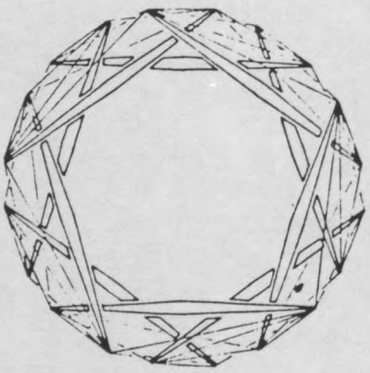
12 MAT PENETRE 5B HEXOIDE

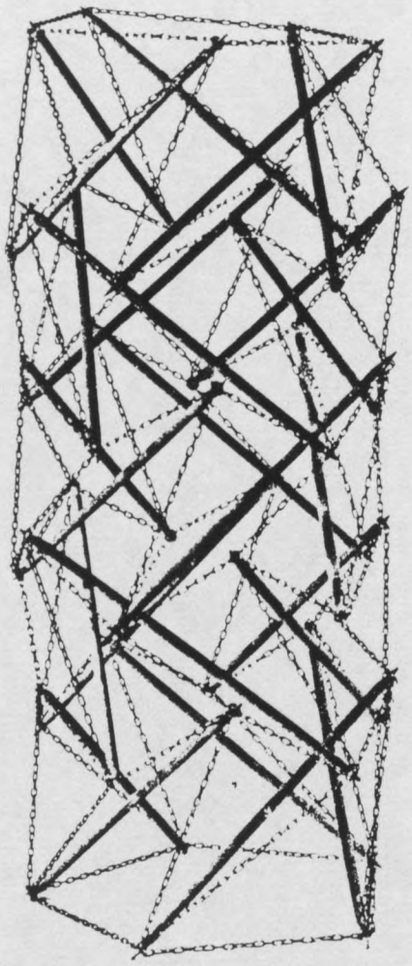


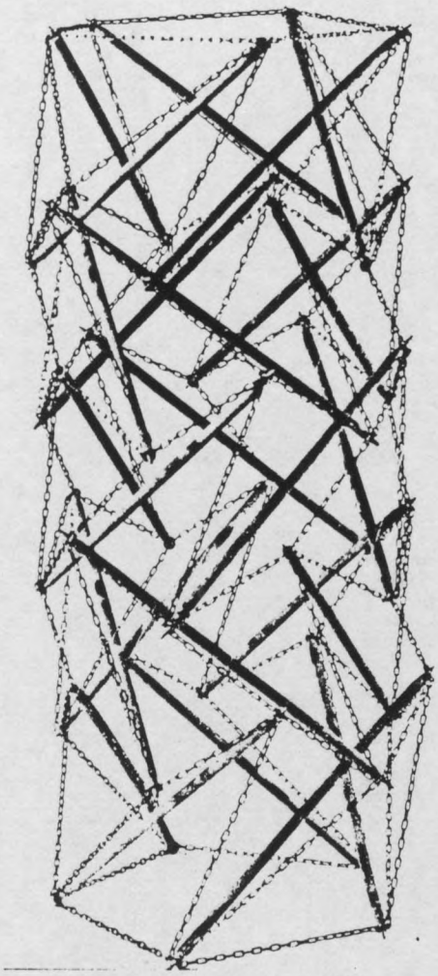


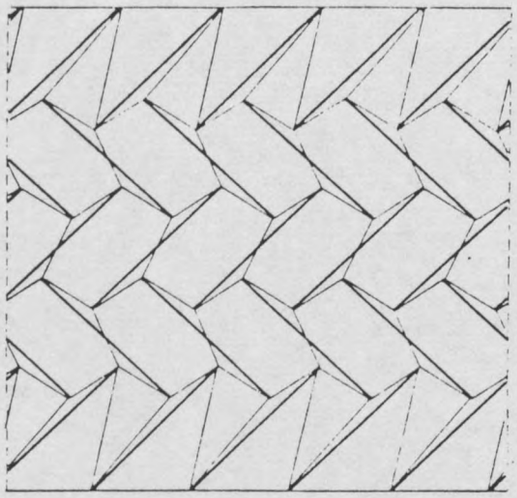


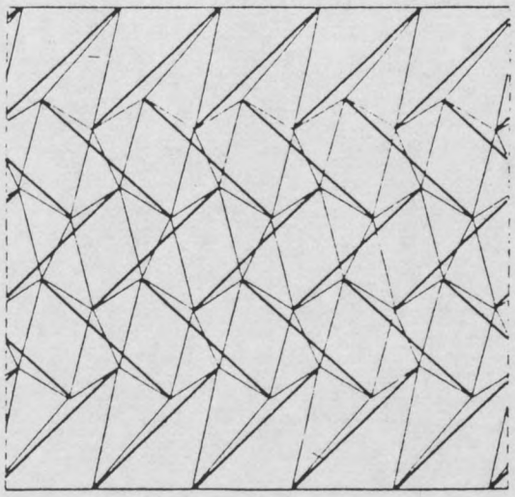






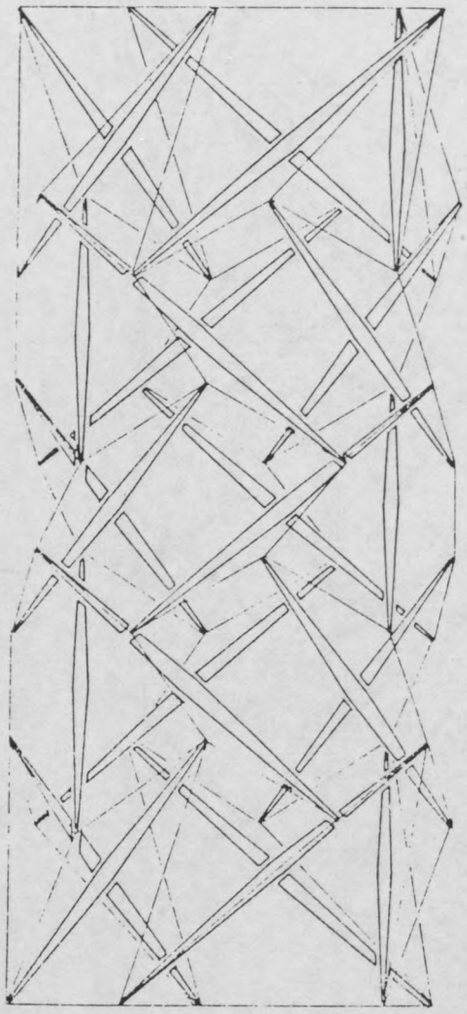


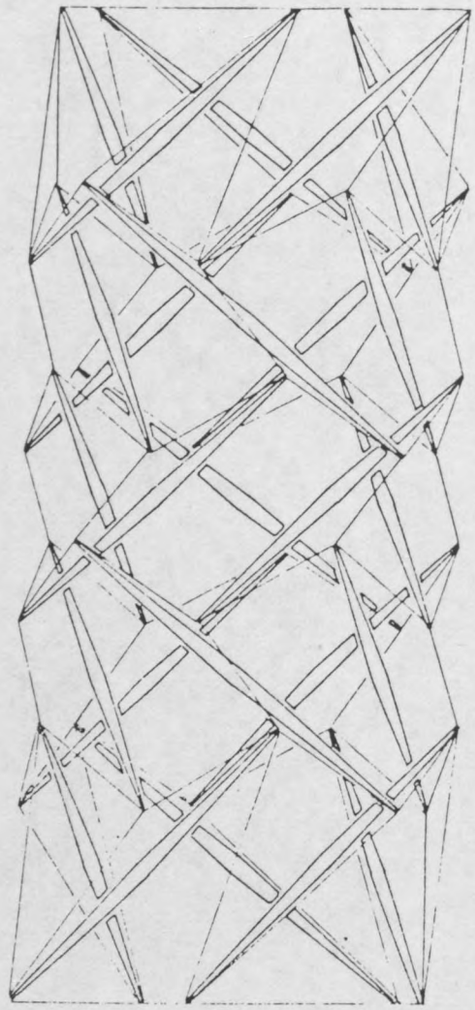


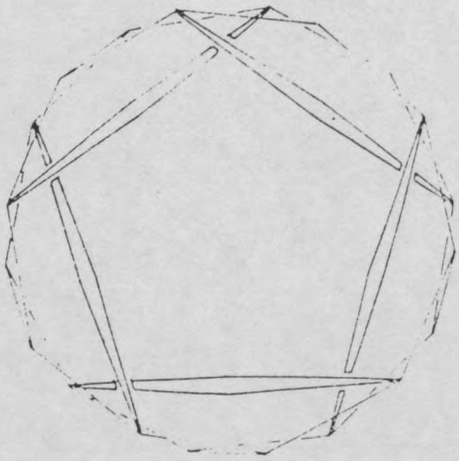


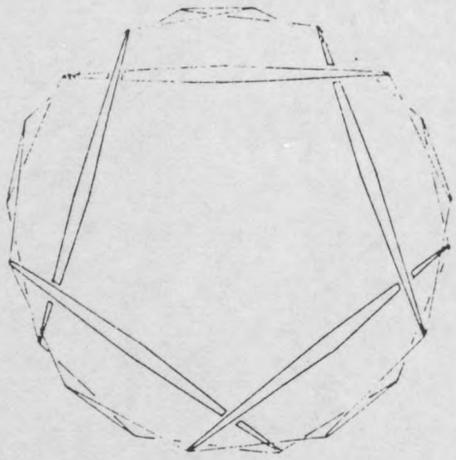
15 MAT PENETRE

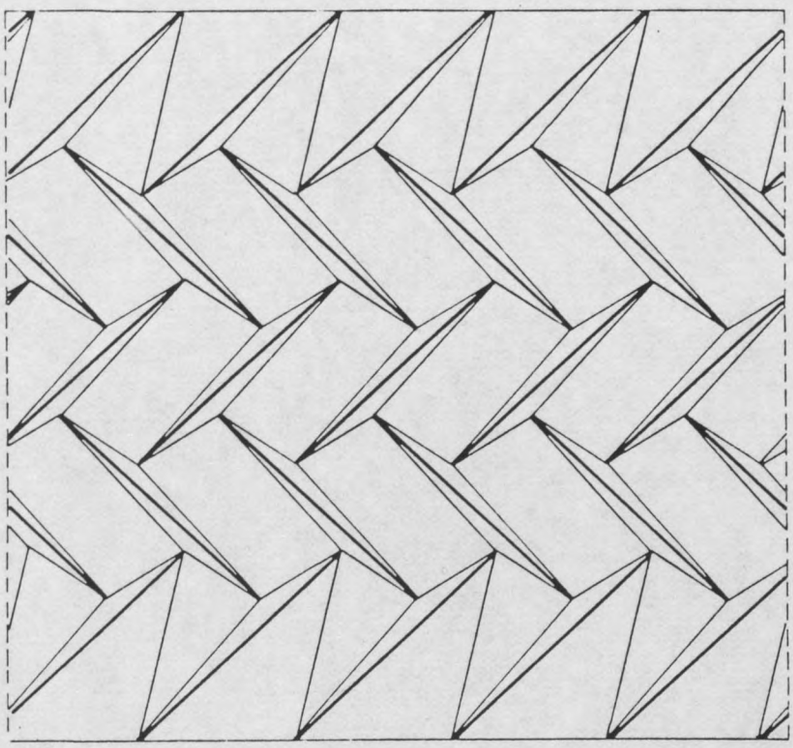
5 B RHOMBOIDE

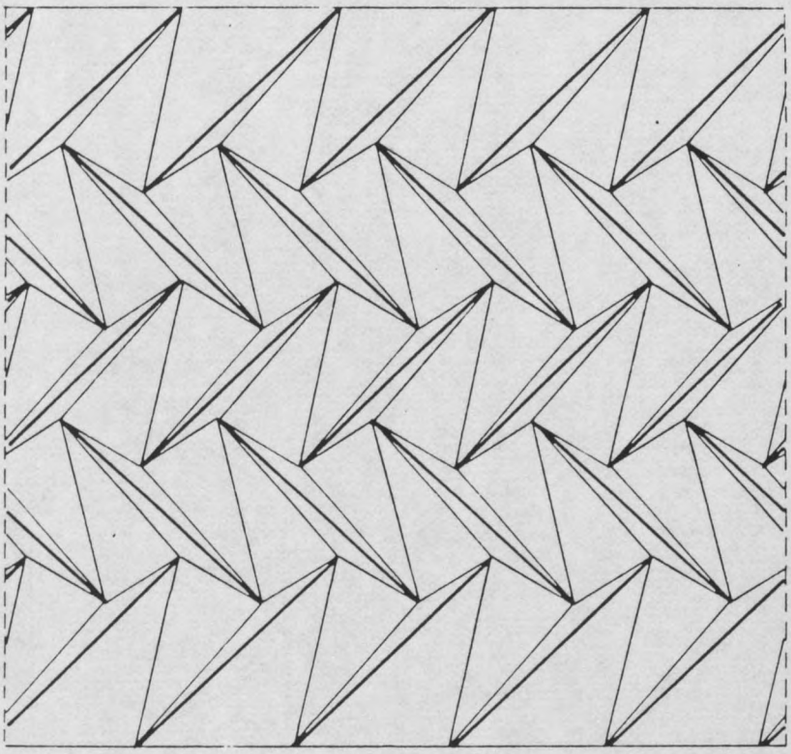


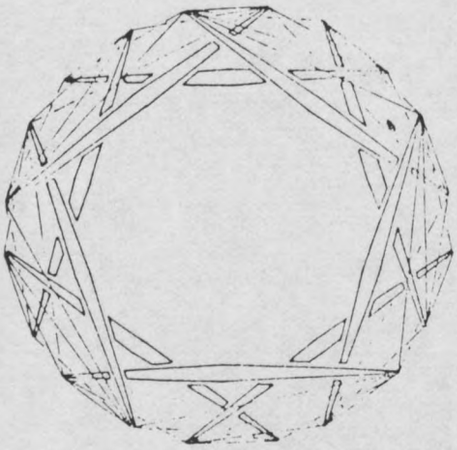




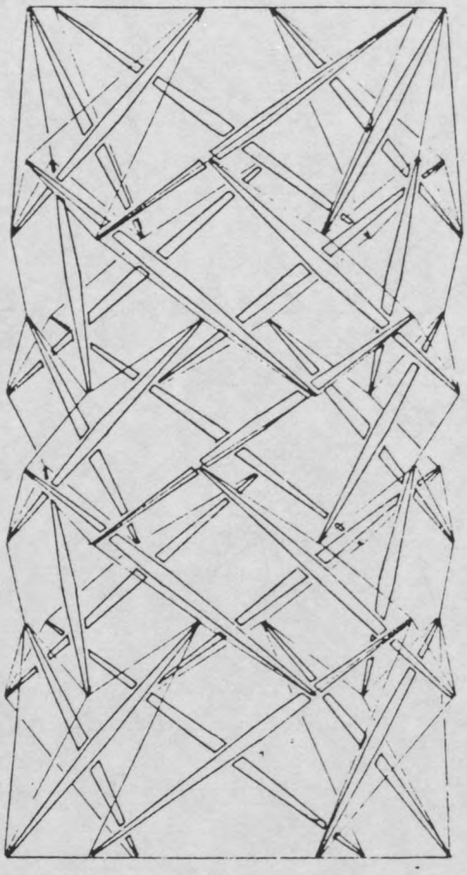


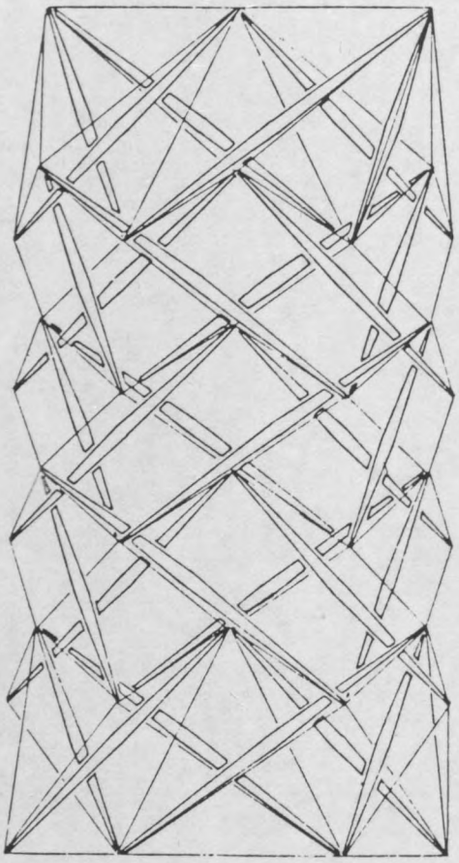


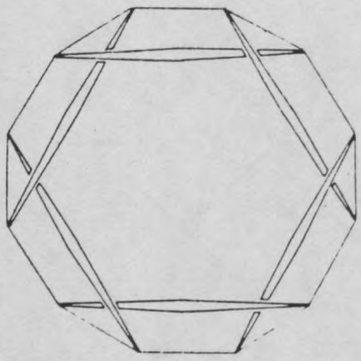


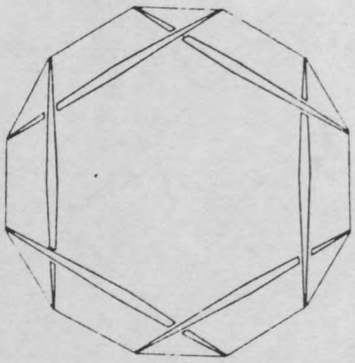


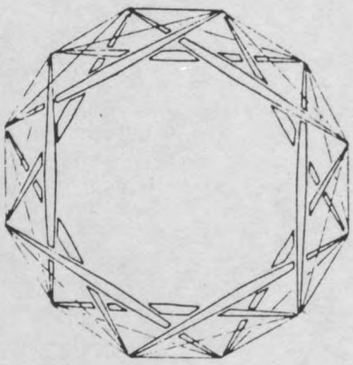
14 MAT PENETRE 6B HEXOIDE

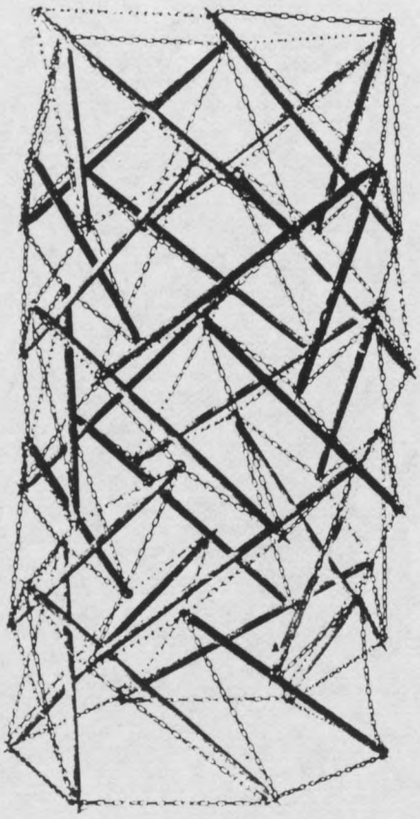


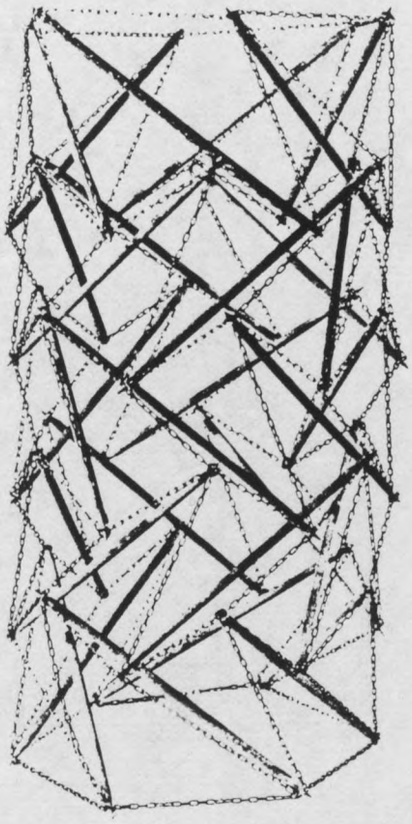


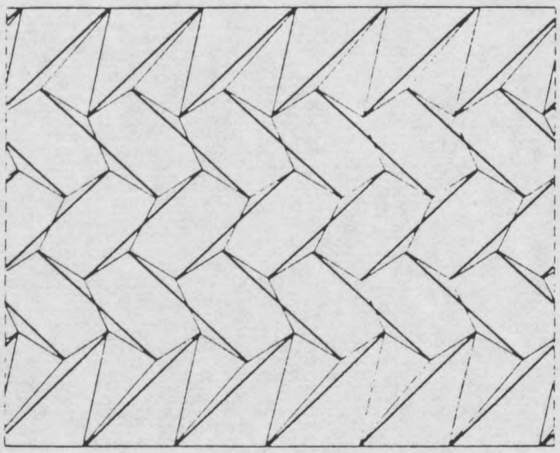


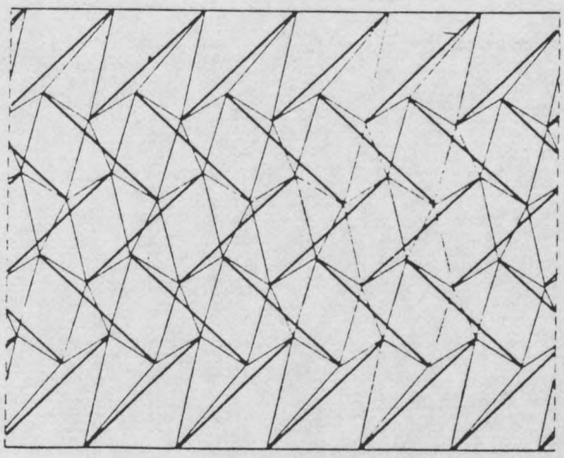




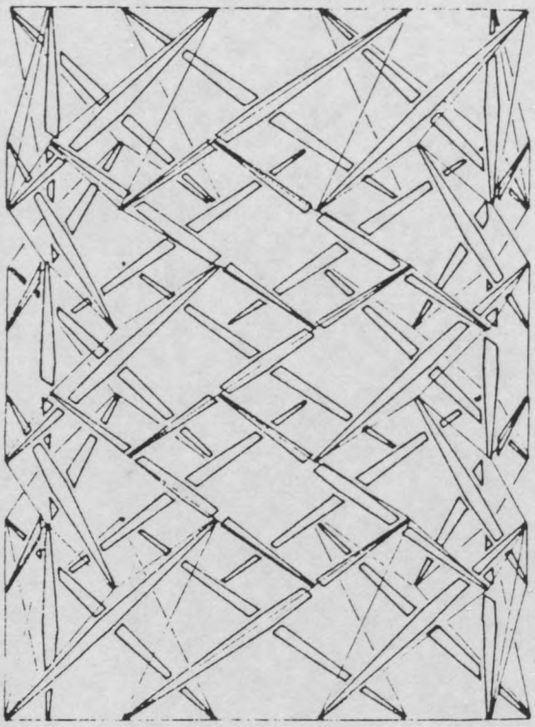


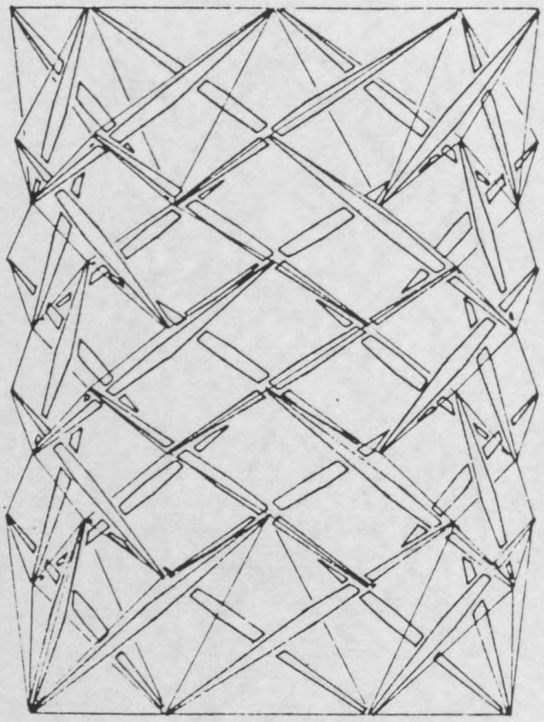


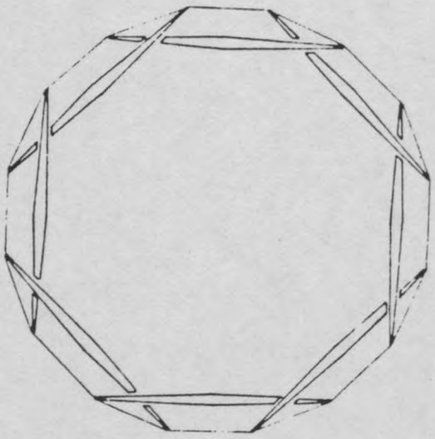


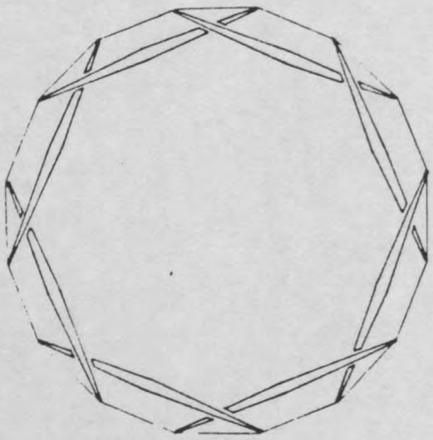


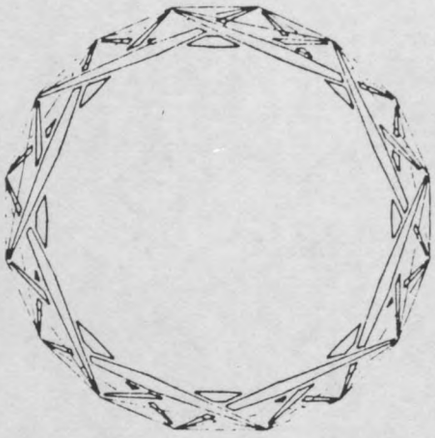
15 MAT PENETRE 8B HEXOIDE

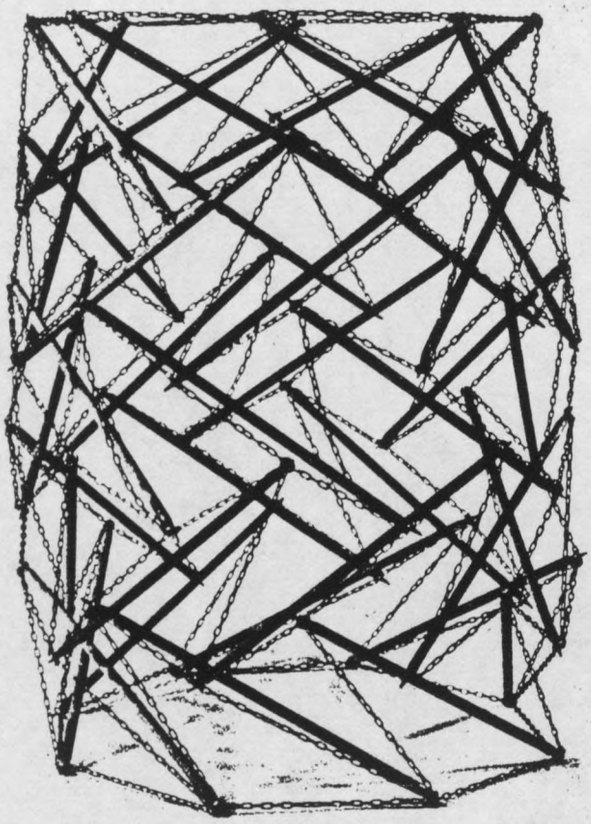


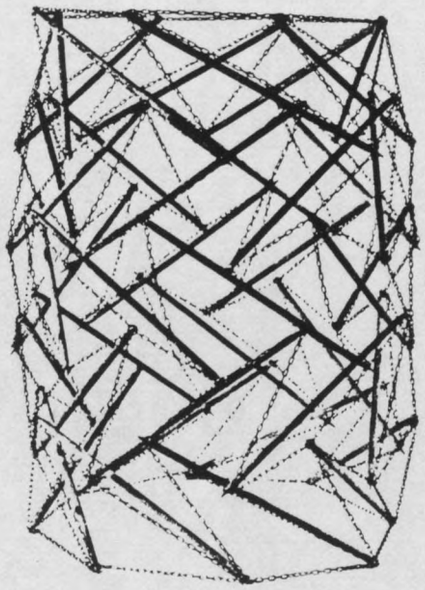


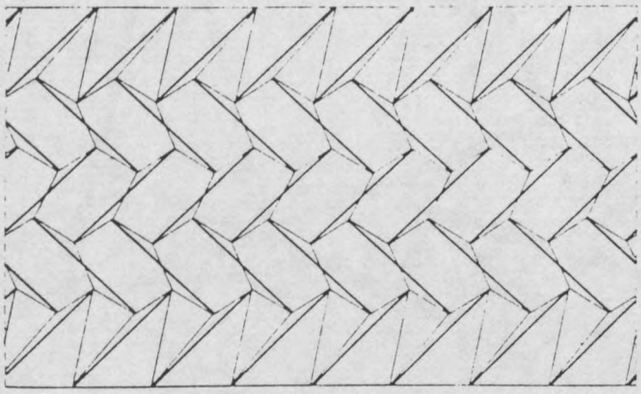


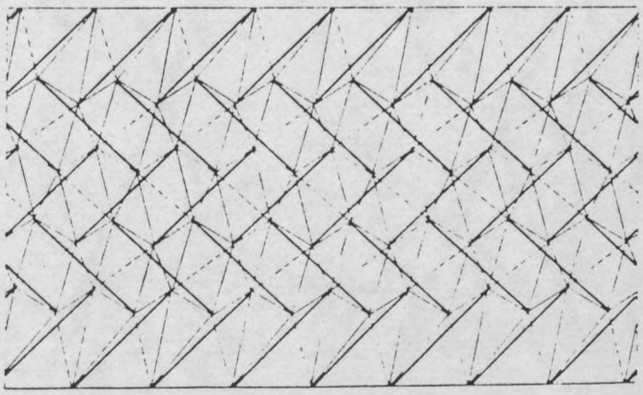




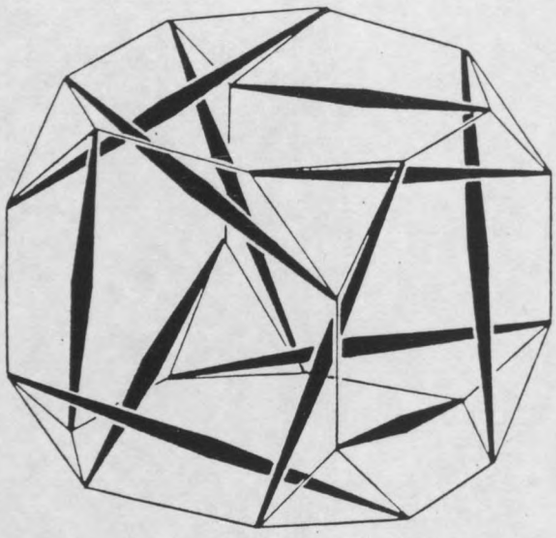






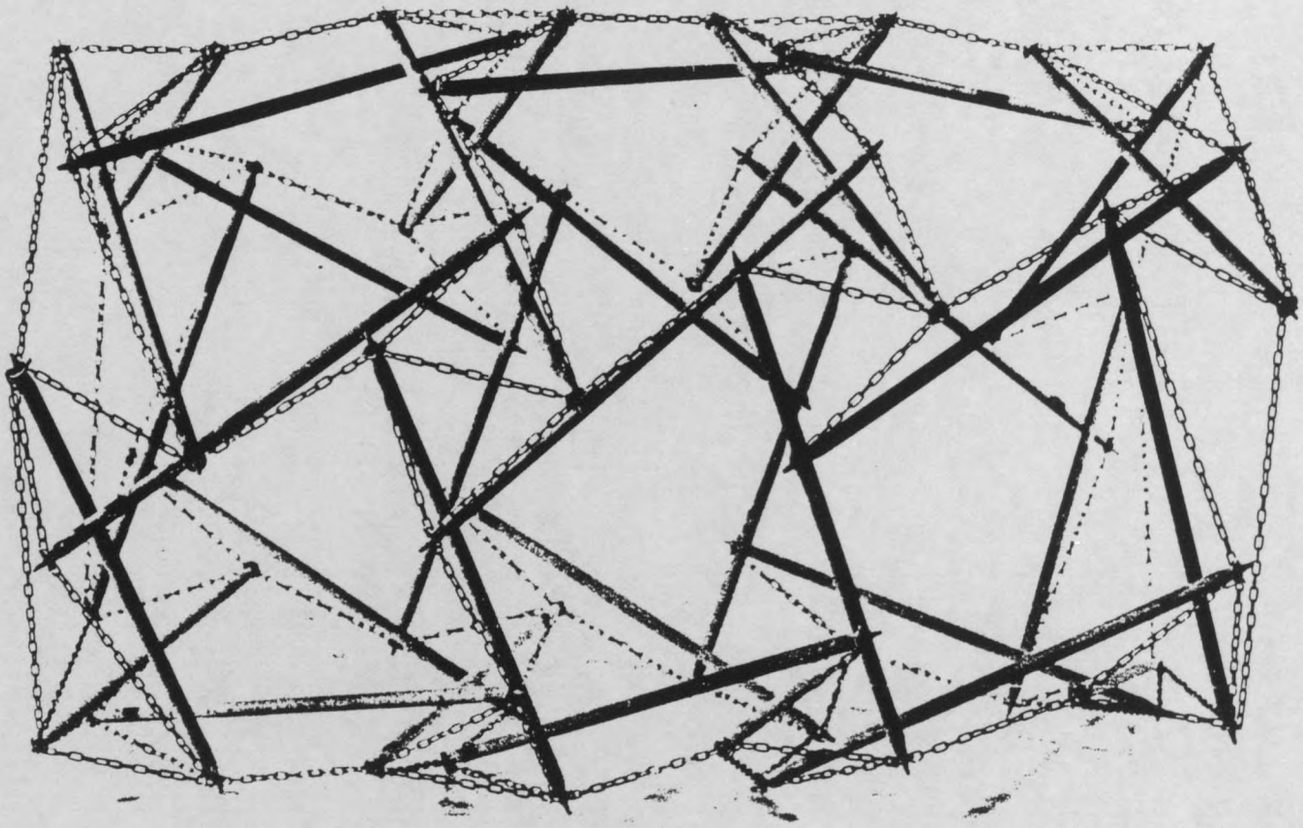


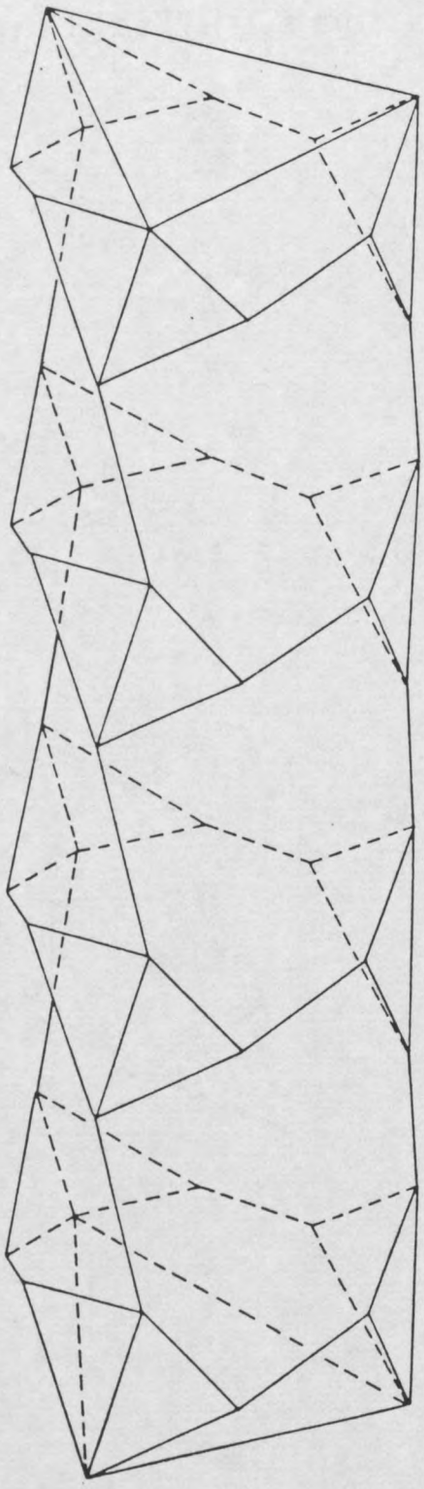
MATS A SIMPLEX ENTRELACES



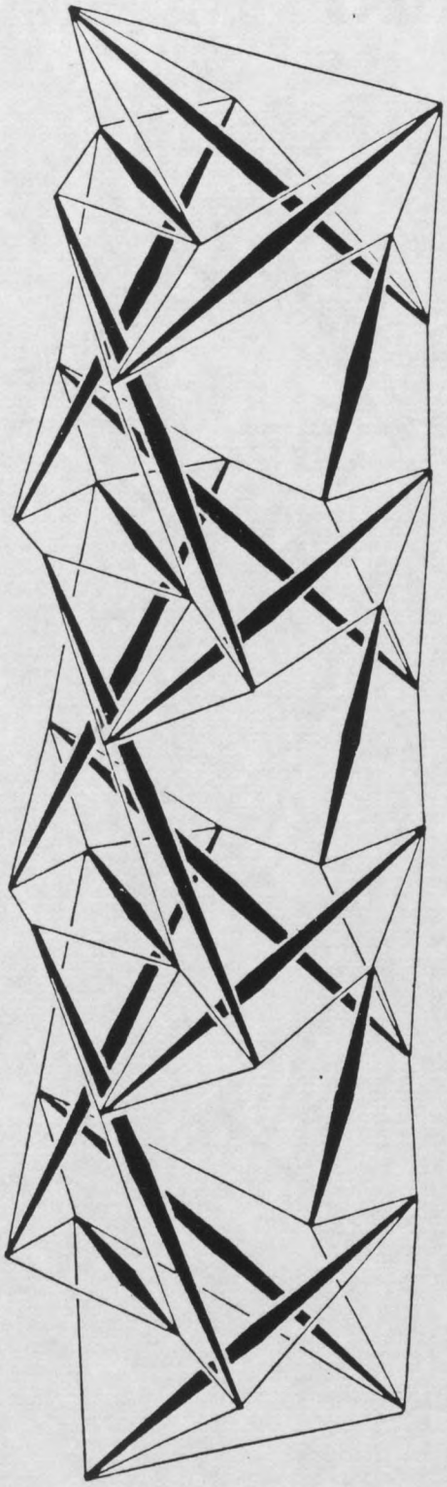
POLYEDRE DELTO-OCTOGONAL

CUBE TRONQUE



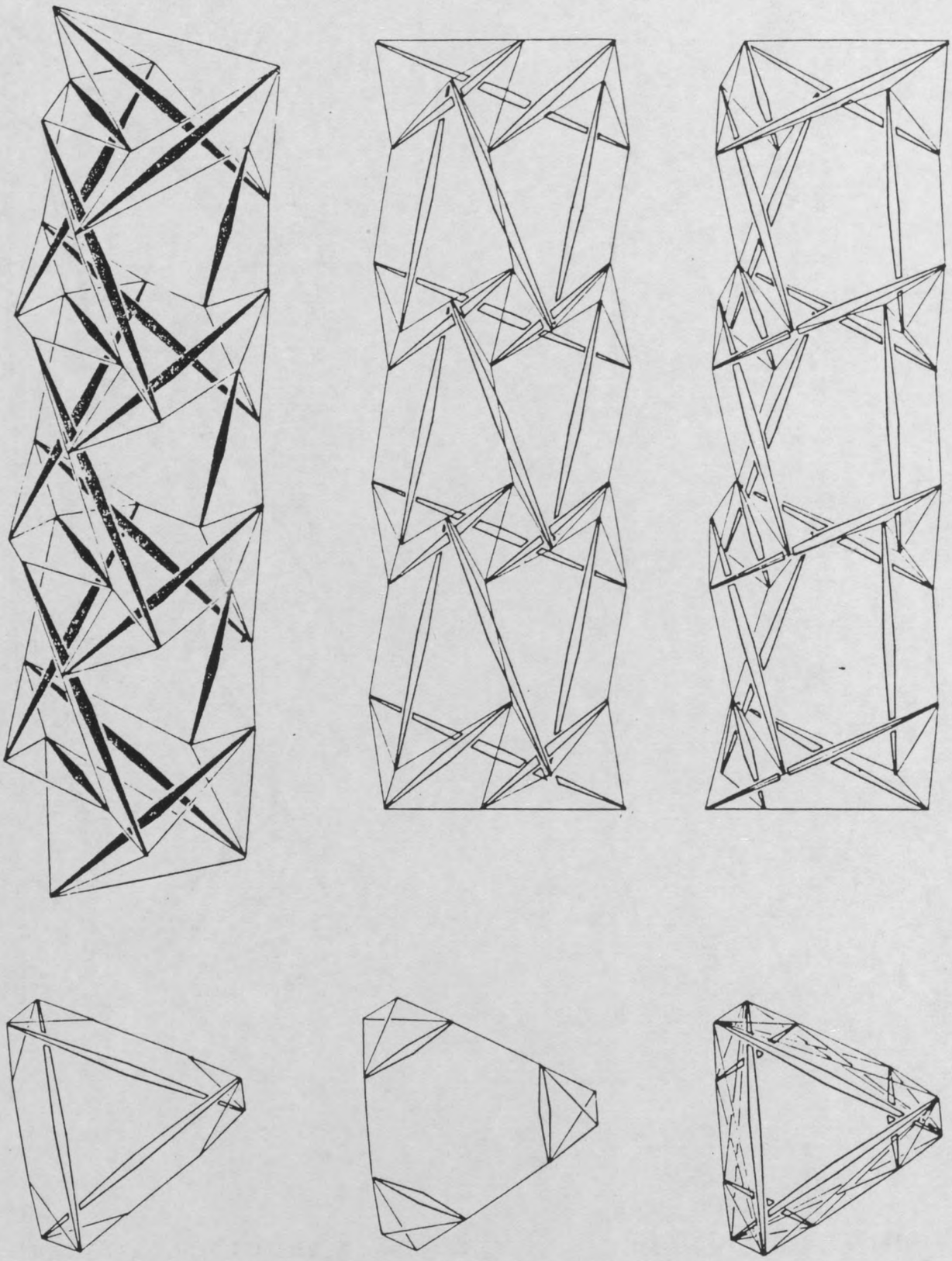


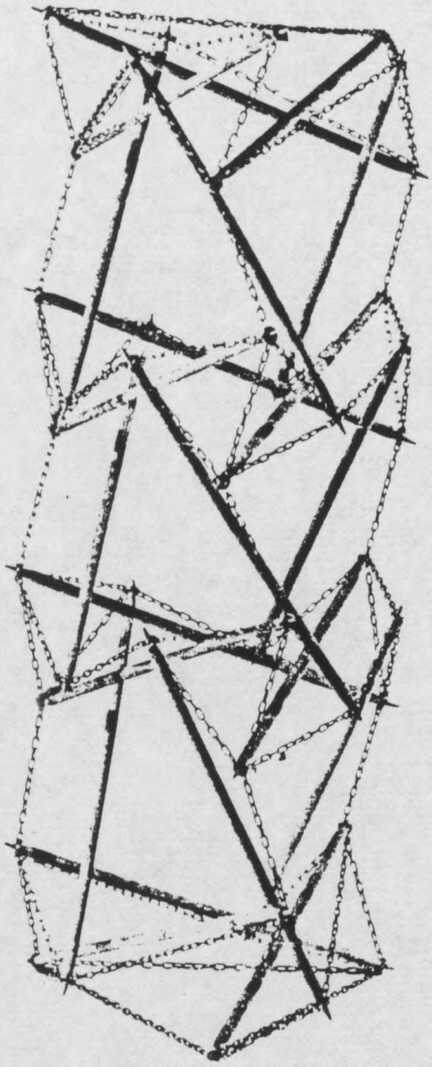
DELTO-OCTOGONOIDE

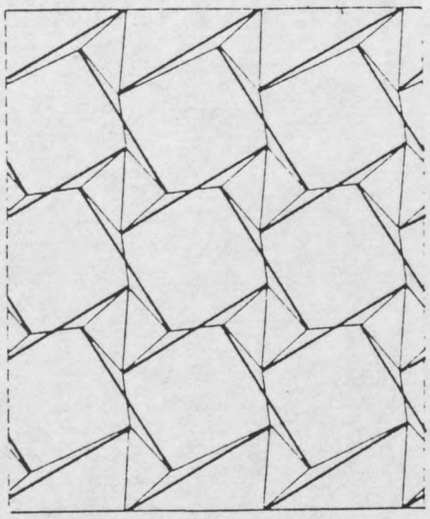


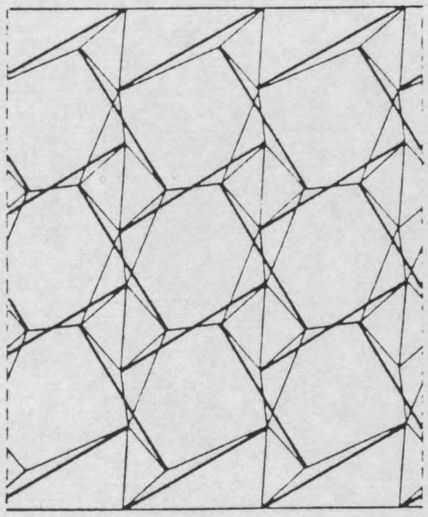
MAT DELTO-OCTOGONAL

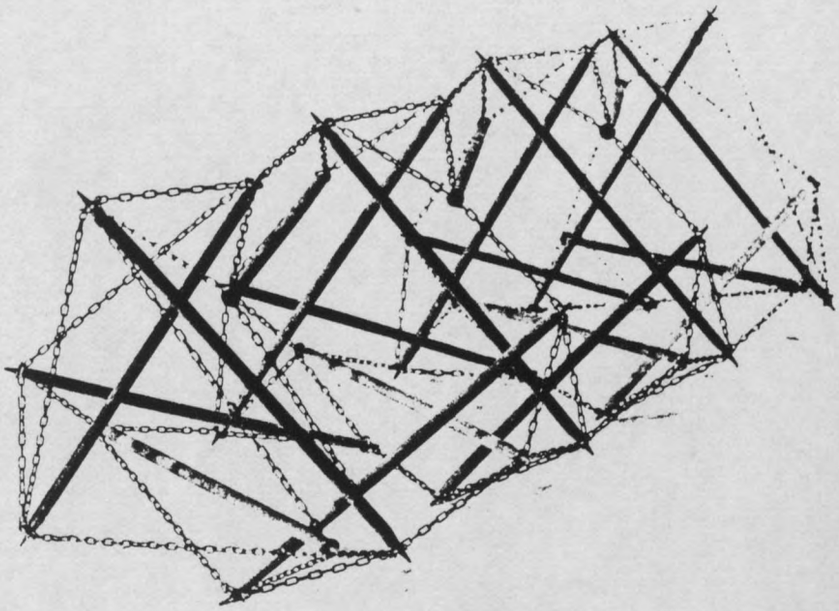
16 MAT ENTRELACE 9 B DELTO.OCTOGONAL



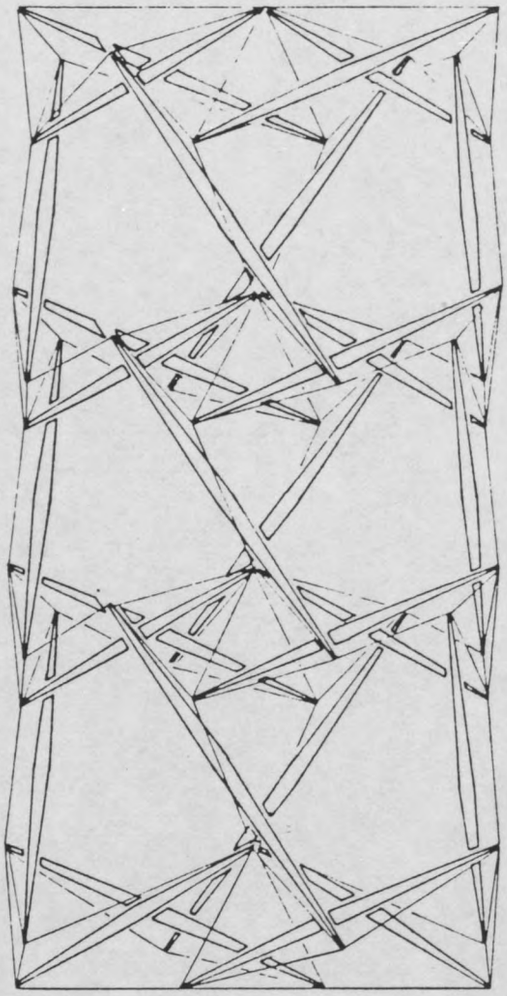


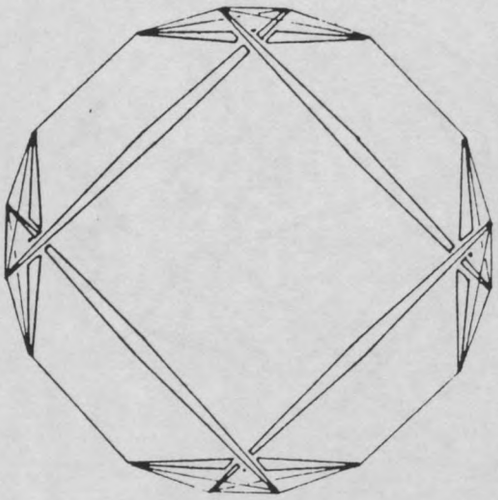




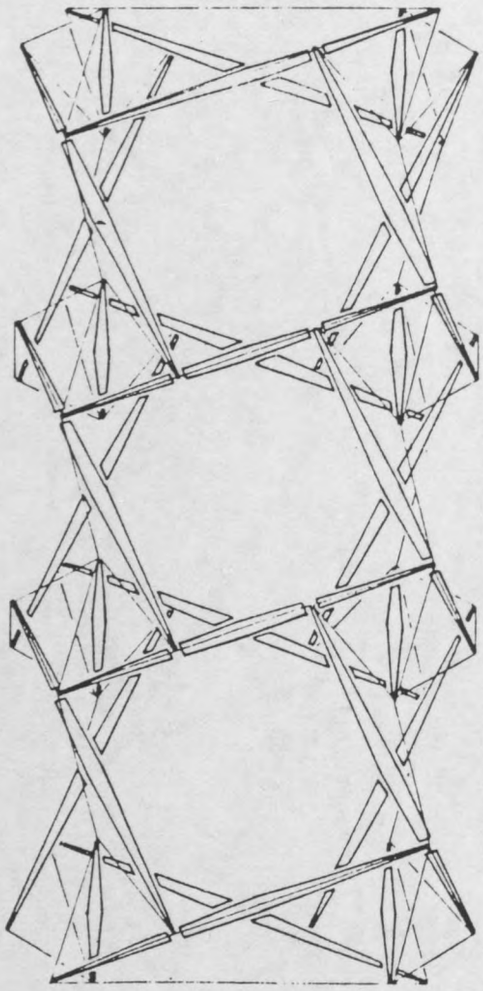


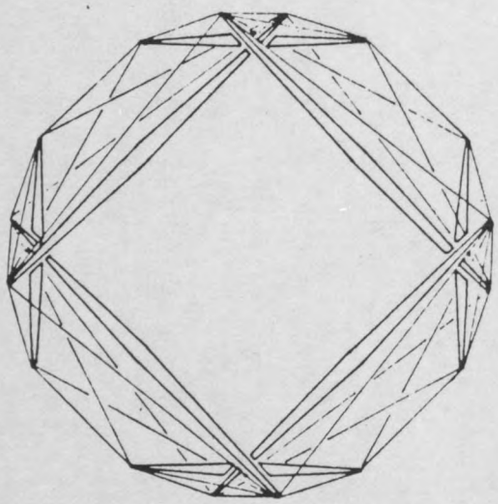
17 MAT ENTRELACE

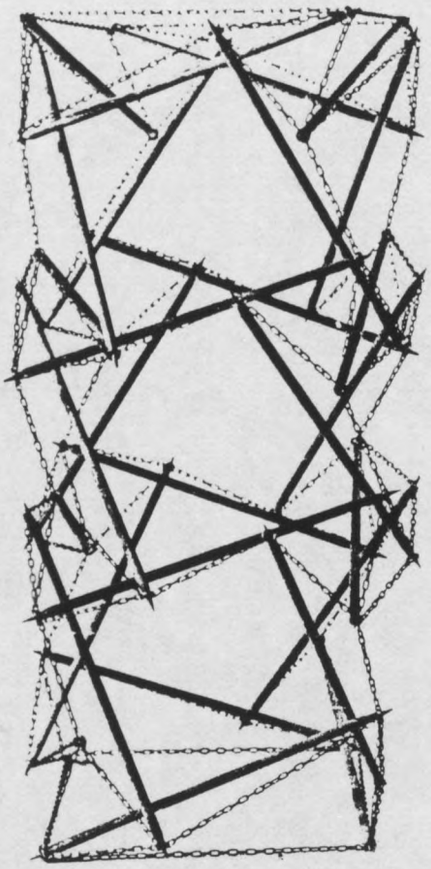


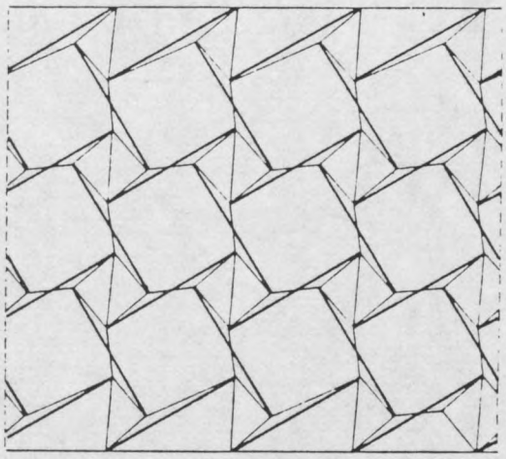


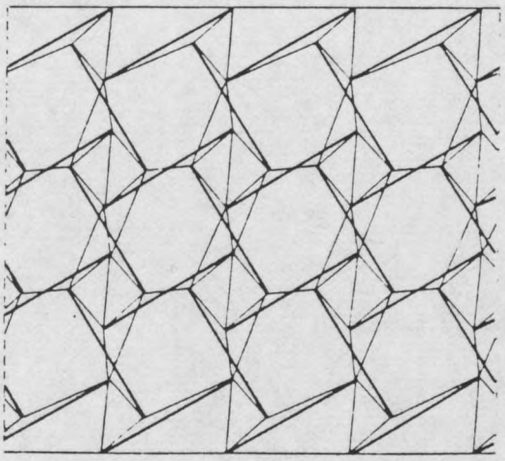
12 B DELTO.OCTOGONAL

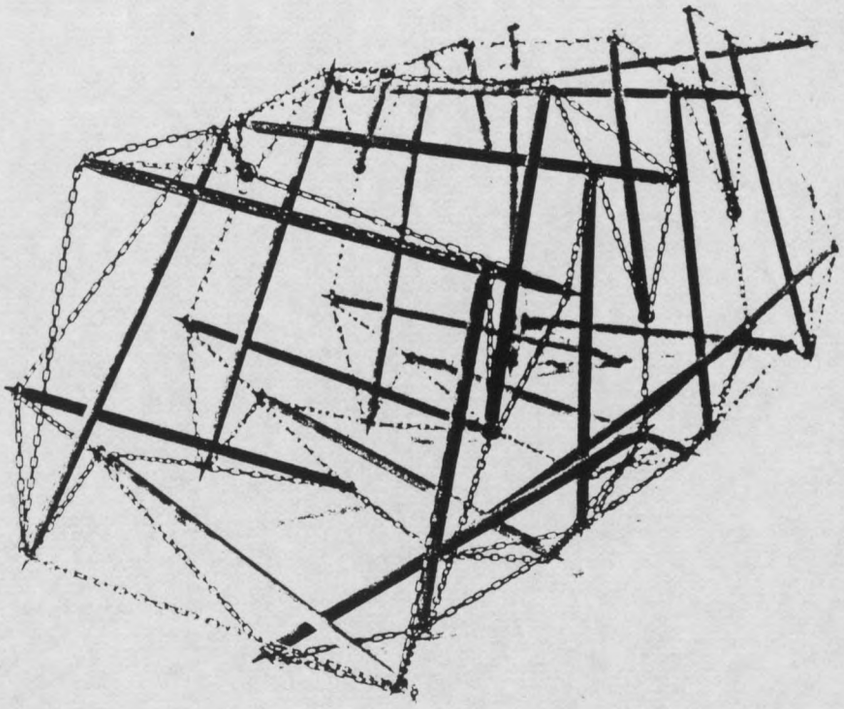






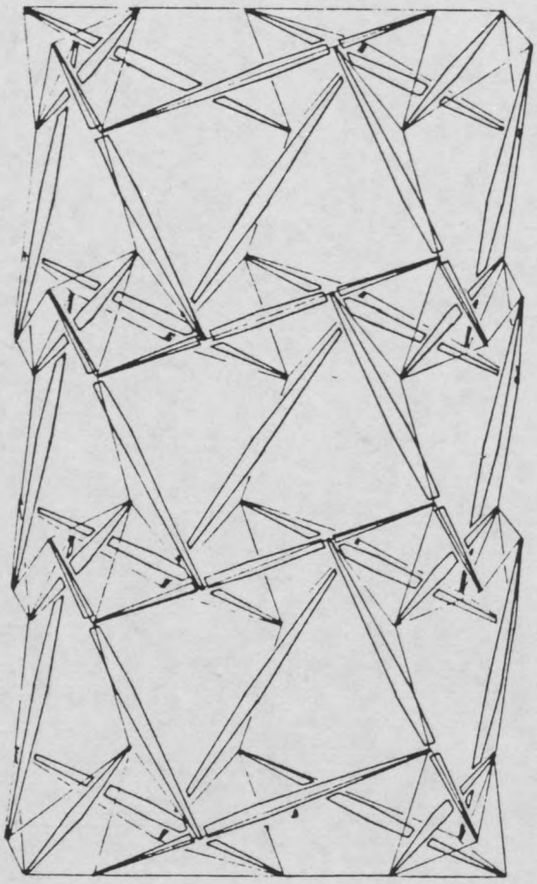


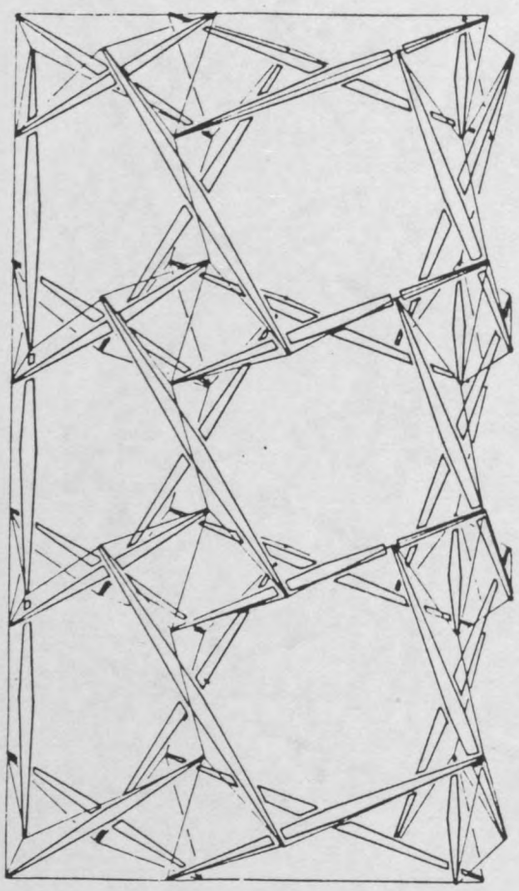


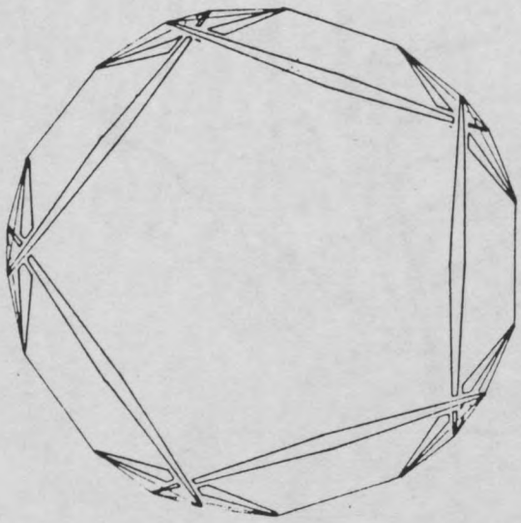


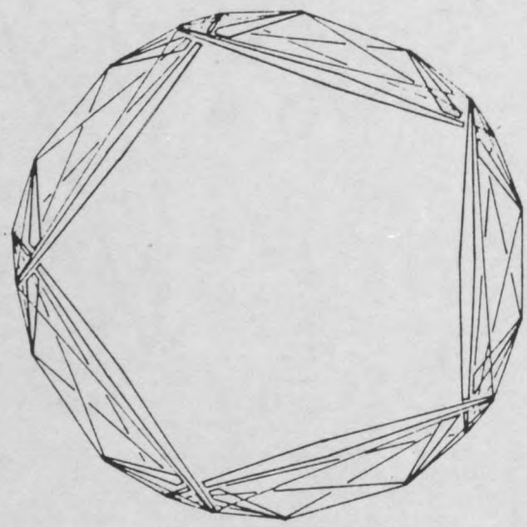
18 MAT ENTRELACE

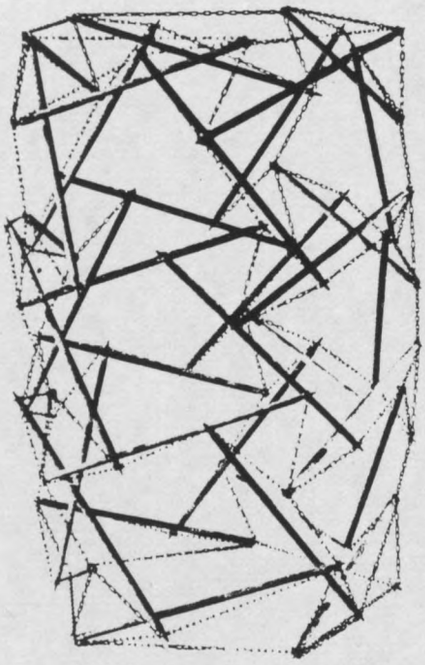
15 B DELTO.OCTOGONAL

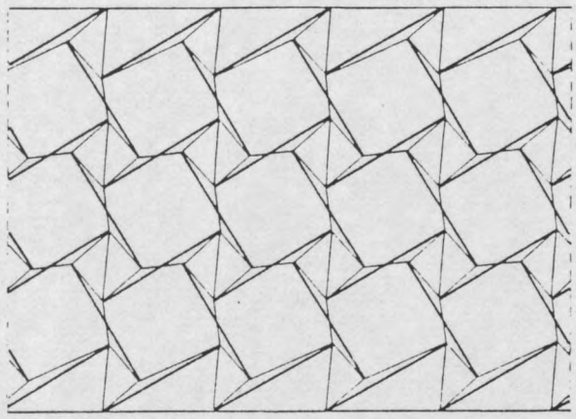


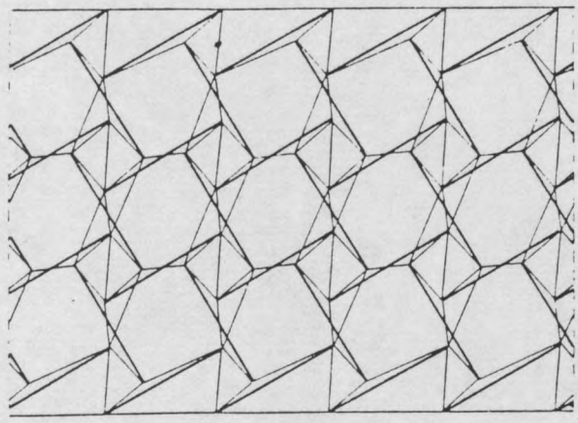


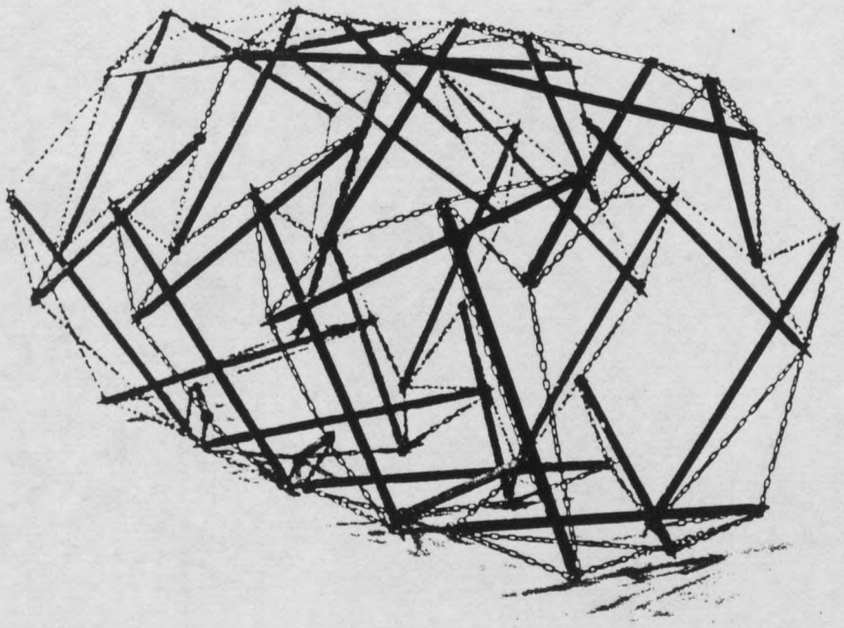




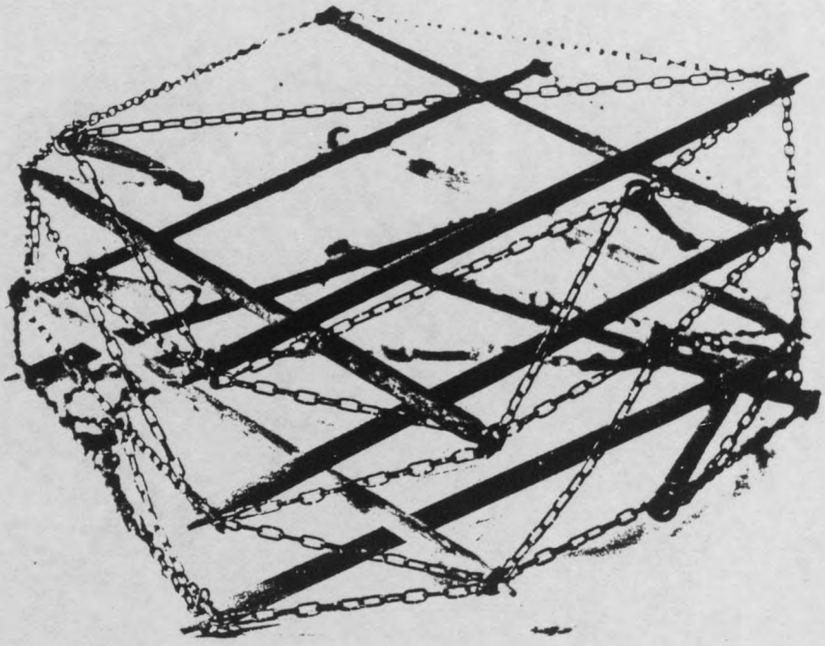




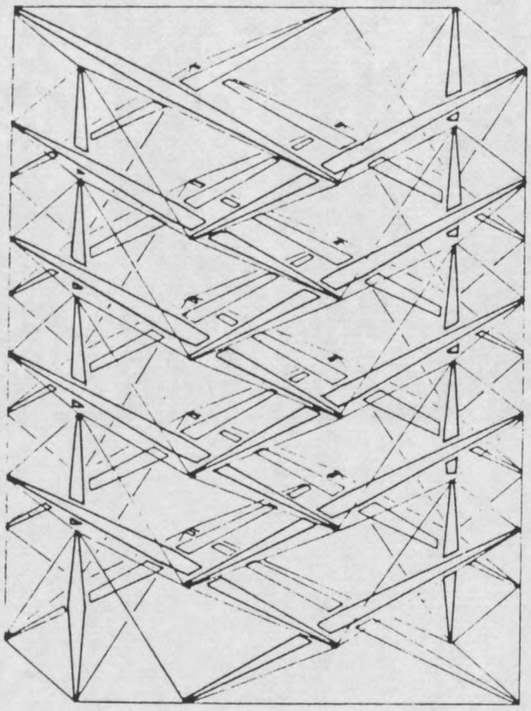


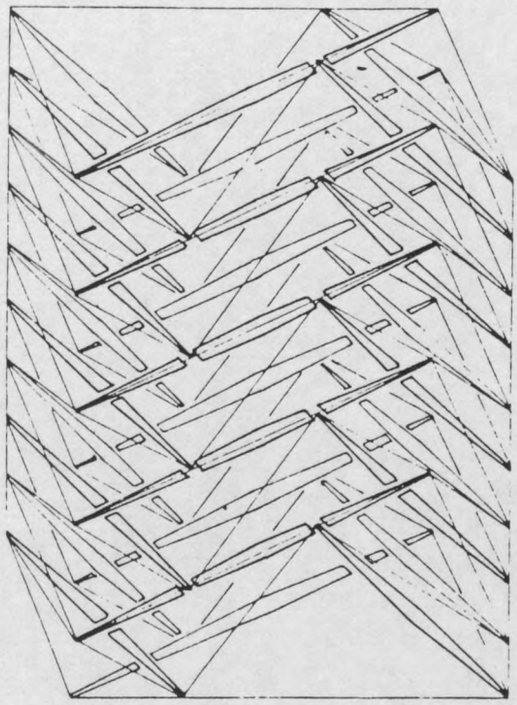


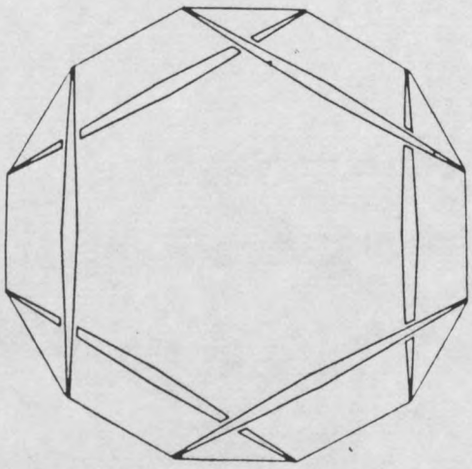
MATS A SIMPLEX COMPENSES

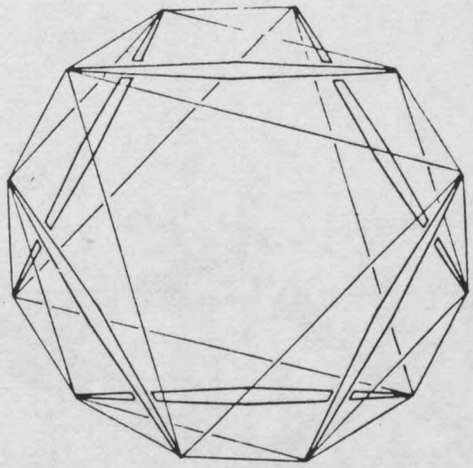


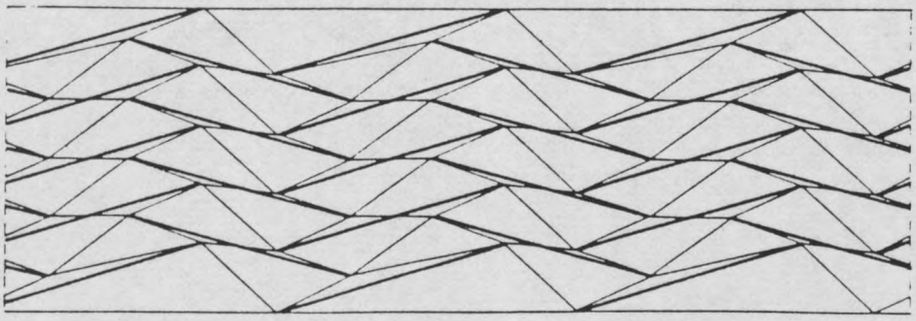
19 MAT COMPENSE 6B RACEMIQUE



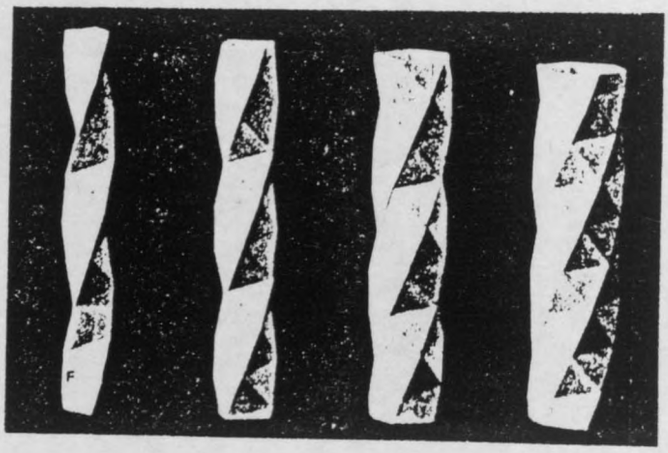


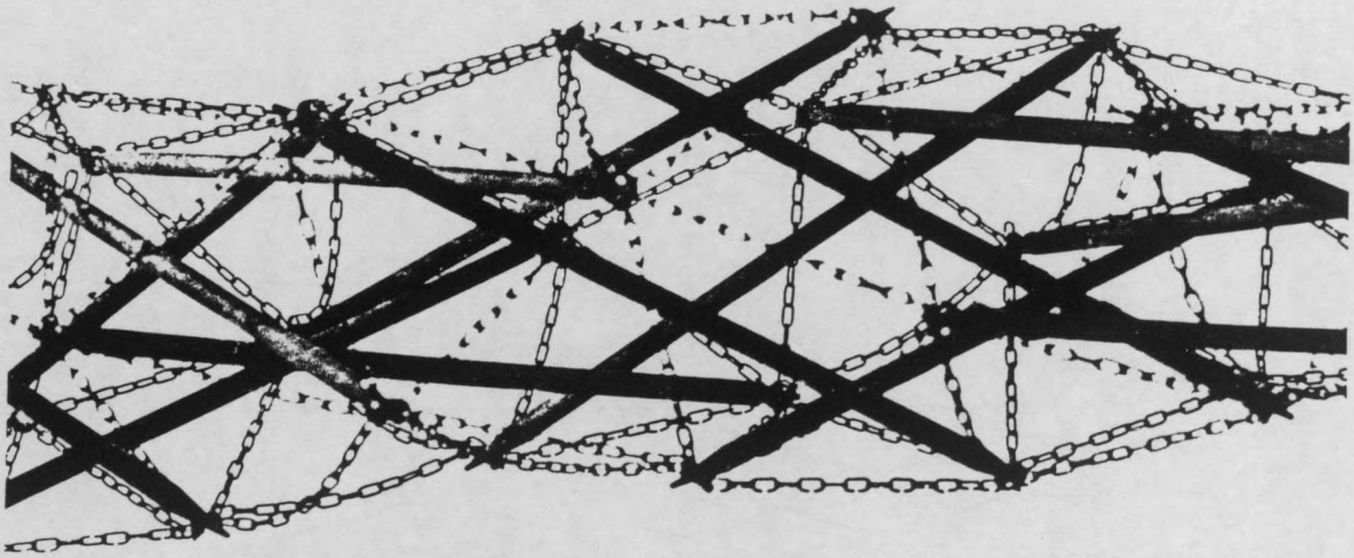




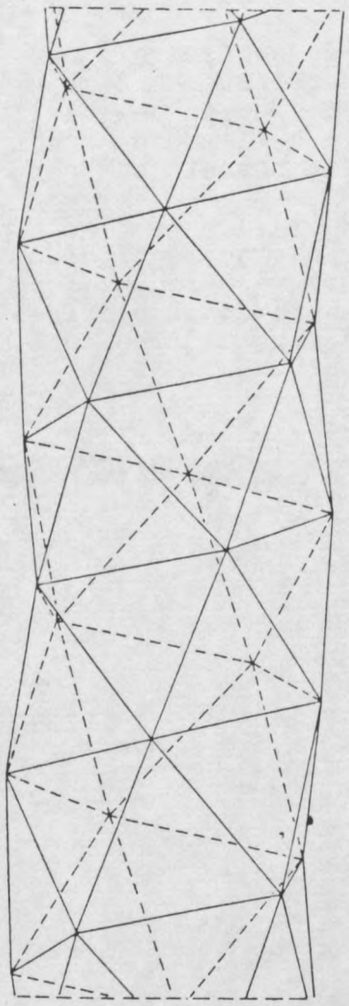


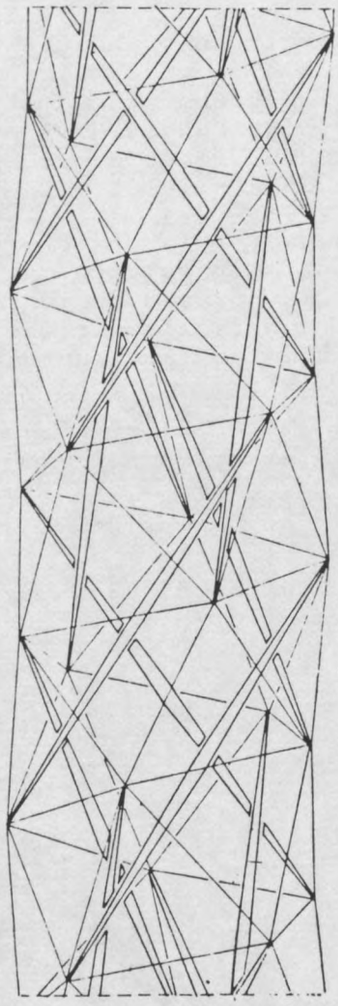
MATS HELICOIDAUX

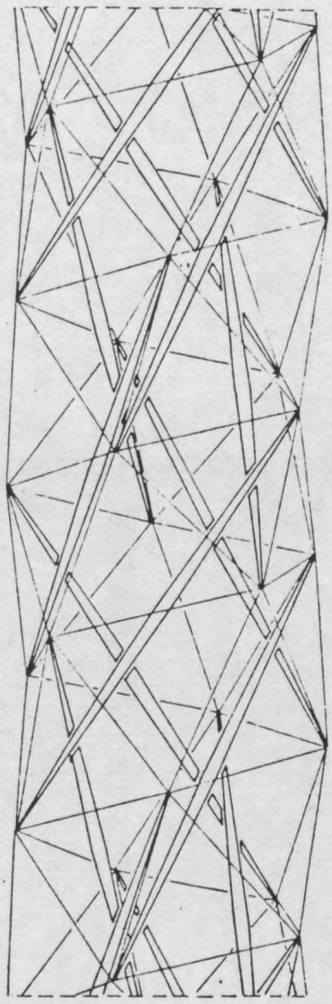


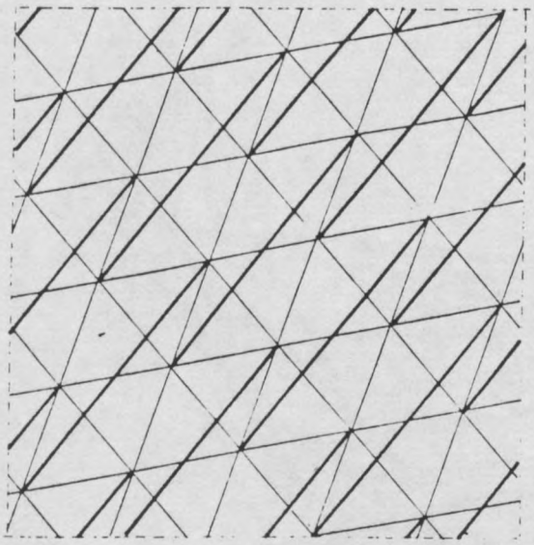


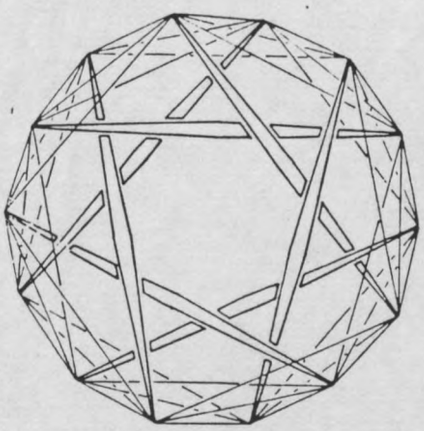
20 MAT HELICOIDAL PENTAGONAL

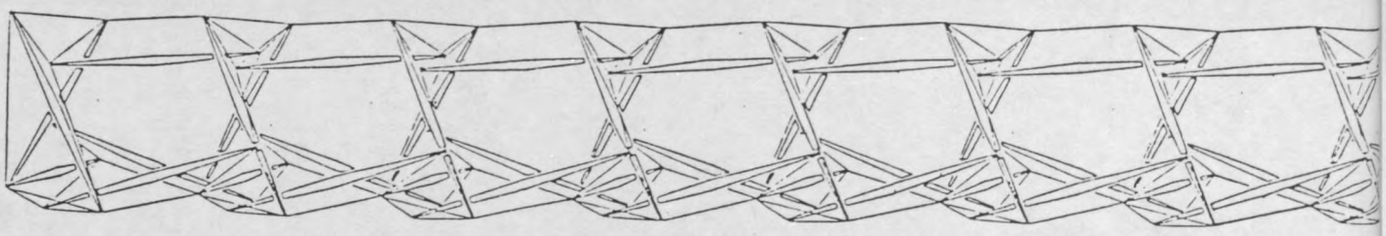








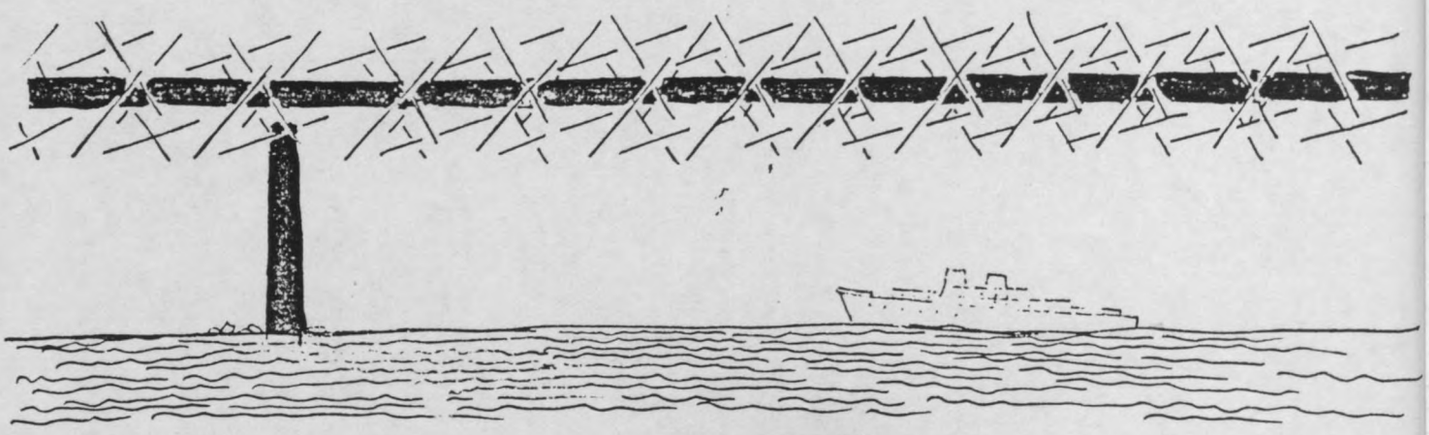


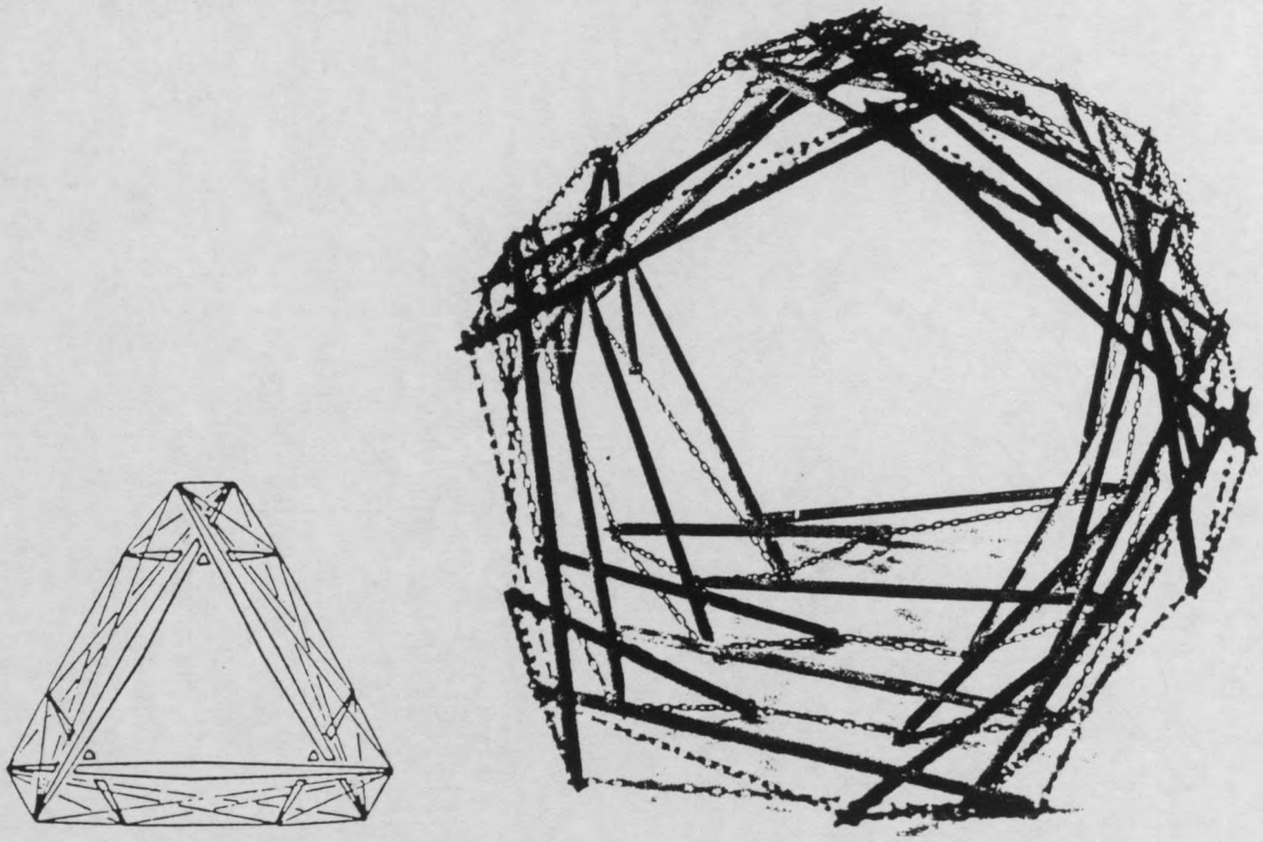


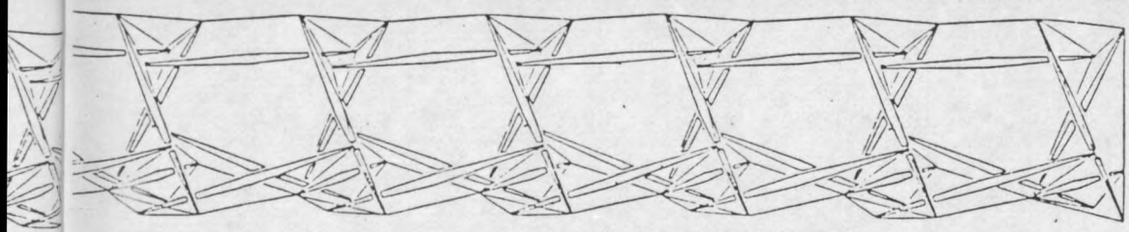
PONT SUR LA MANCHE

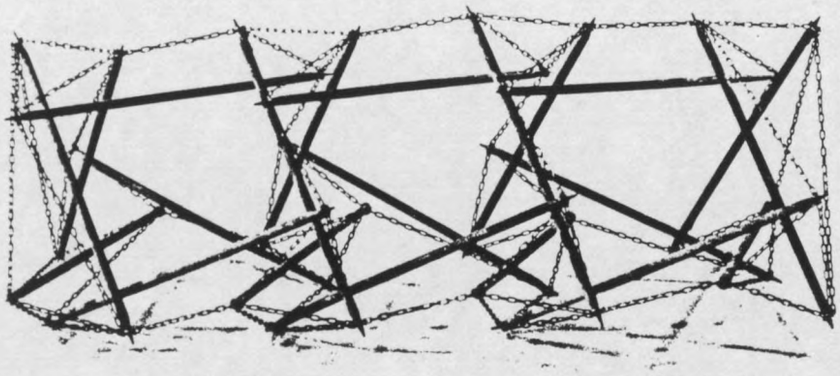
A l'aide des mâts autotendants orientés horizontalement, il est possible de construire une structure enjambant plusieurs kilomètres. En admettant un rapport de 1 à 25 entre hauteur structurale et portée, à l'aide d'un mât de 200 mètres de diamètre, on pourrait obtenir un pont d'une portée de 5 kilomètres.

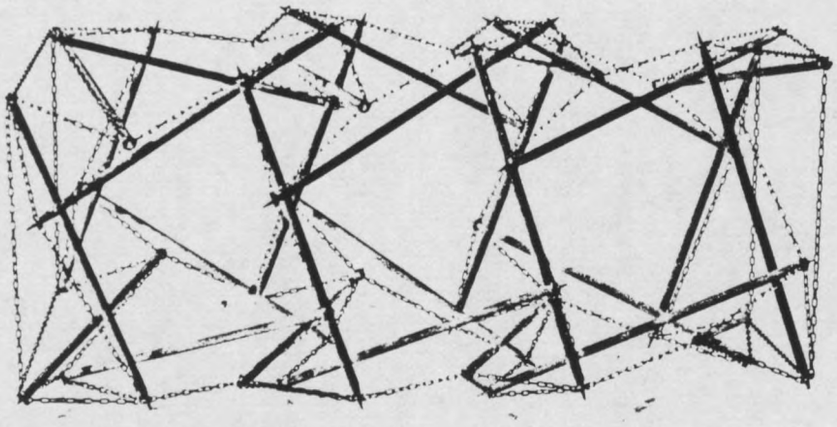
Malgré sa hauteur, la structure est pratiquement vide. Seule une section tubulaire ovale de forme aérodynamique se prêtera à la poussée du vent, qui sera donc relativement faible, et facilement encaissée par la forme générale cylindrique de la structure.

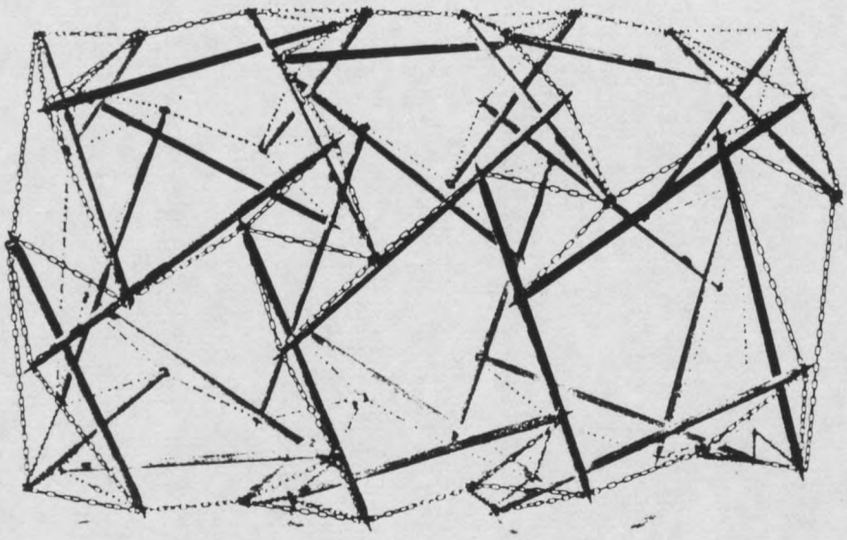




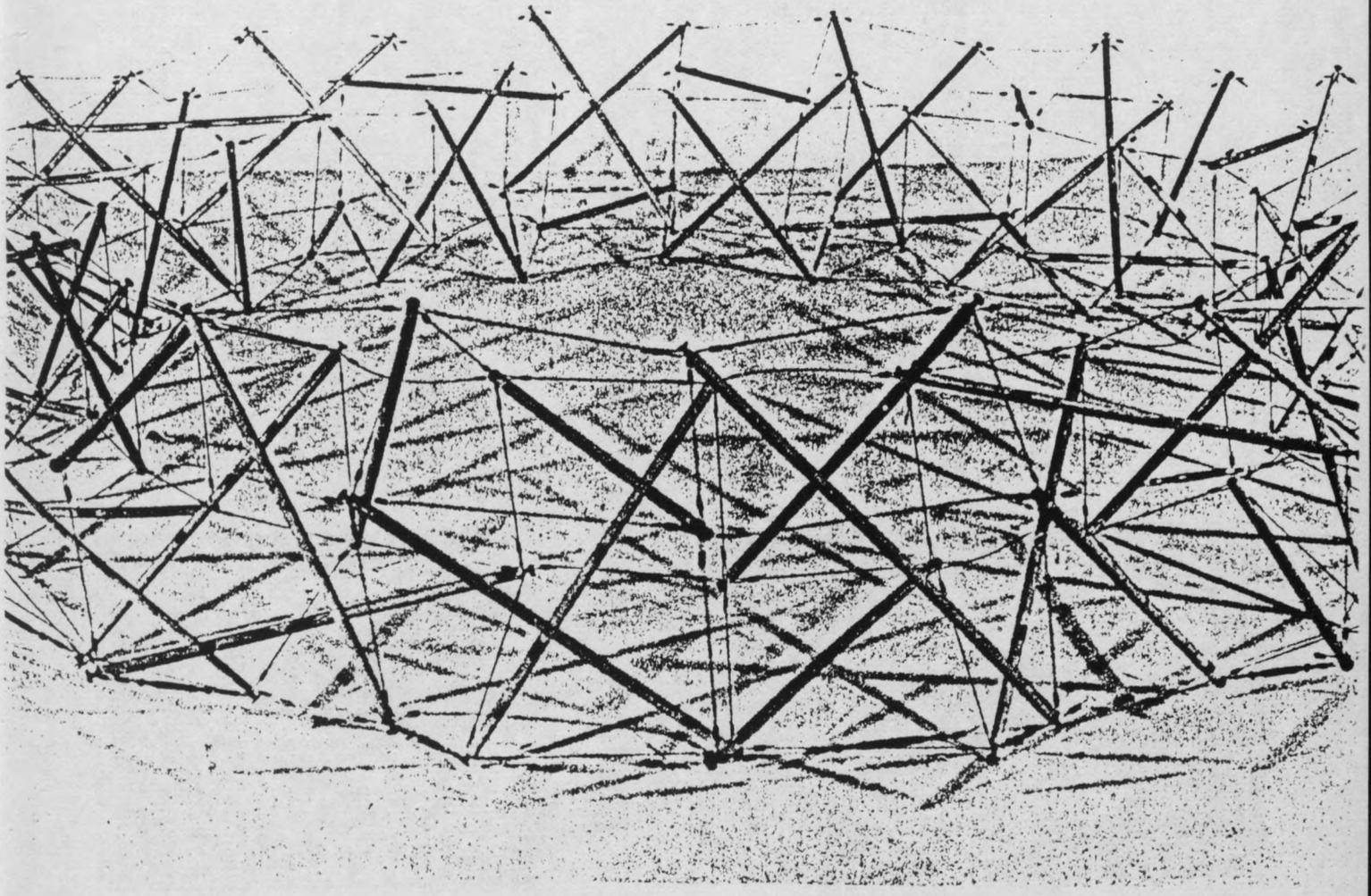






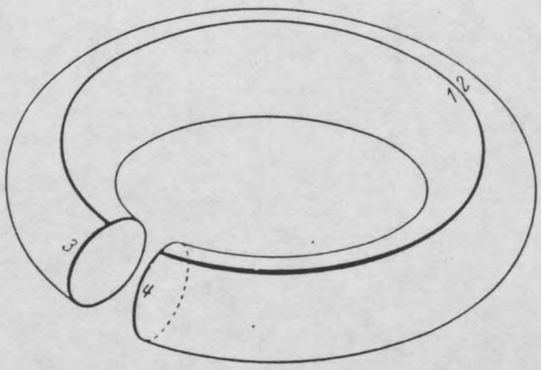


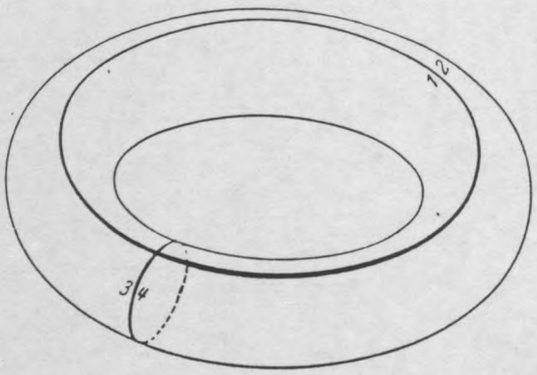
LES CONFIGURATIONS TORIQUES

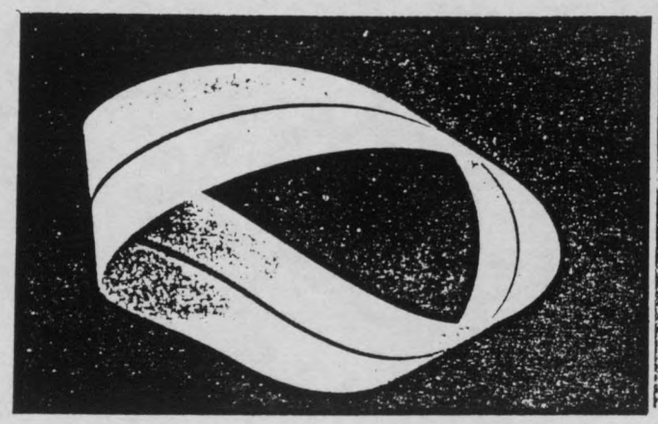


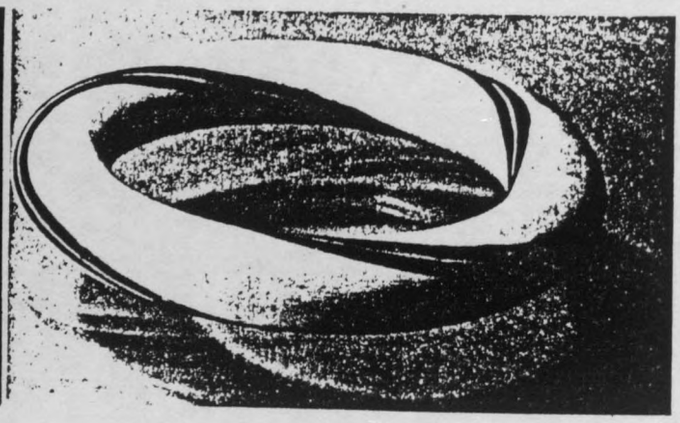
LES CONFIGURATIONS TORIQUES

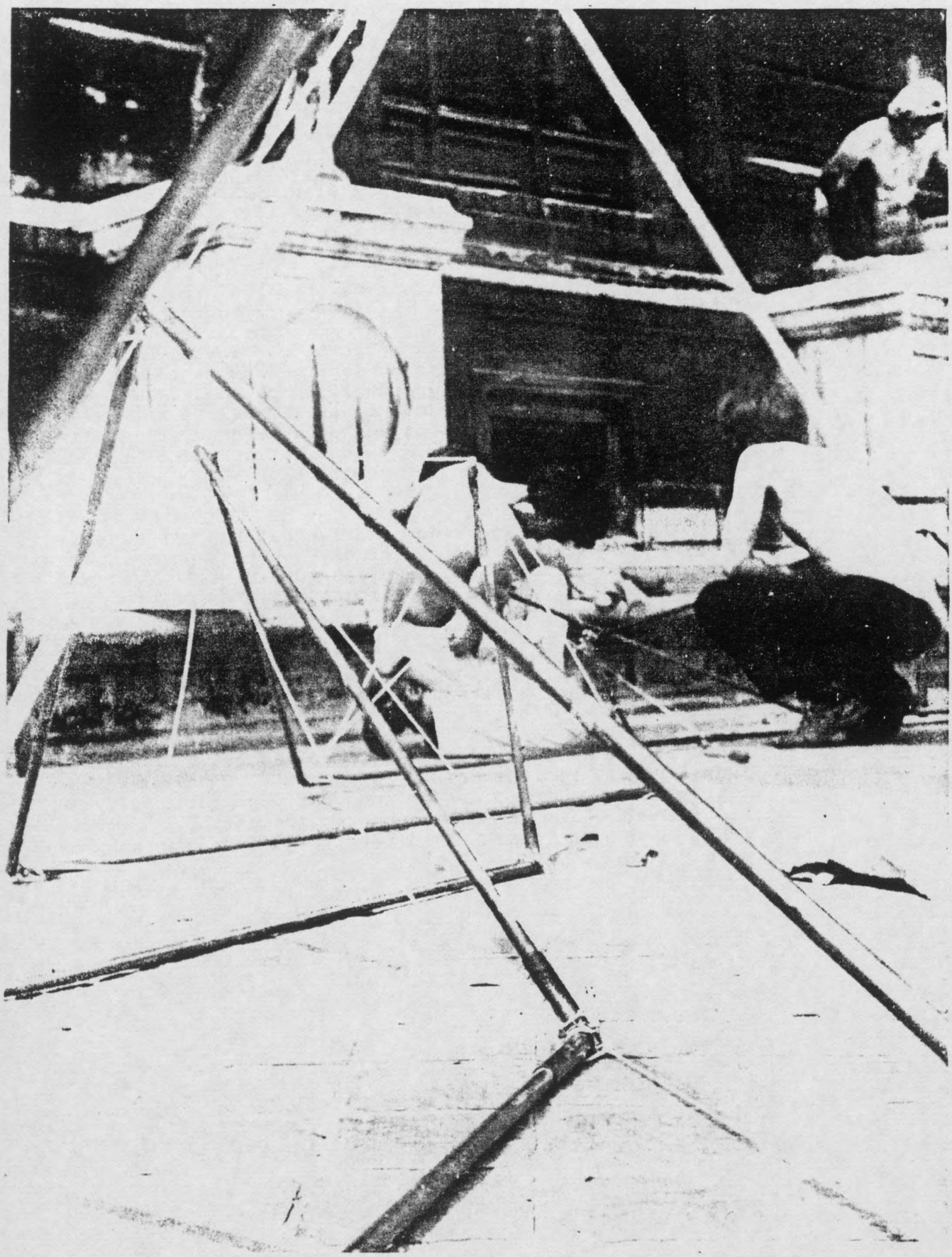
A l'instar des deux sortes de segments - ouvert et fermé: l'un se situant entre deux sommets, l'autre se retournant en forme de boucle vers le même sommet - il existe également des structures oblongues fermées comparables aux mâts qui forment des tores. En principe, à chaque type de mât correspond une série de tores étant donné la liberté de choisir le nombre des secteurs, c'est à dire le nombre des simplex autotendants composant le tore. De même que dans le cas des mâts, outre la composition du simplex, c'est leur mode d'assemblage qui détermine les diverses catégories de structures toriques autotendantes: configurations obtenues par juxtaposition, pénétration partielle, entrelacement, en forme compensée ou hélicoïdale.

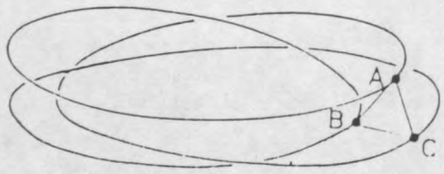












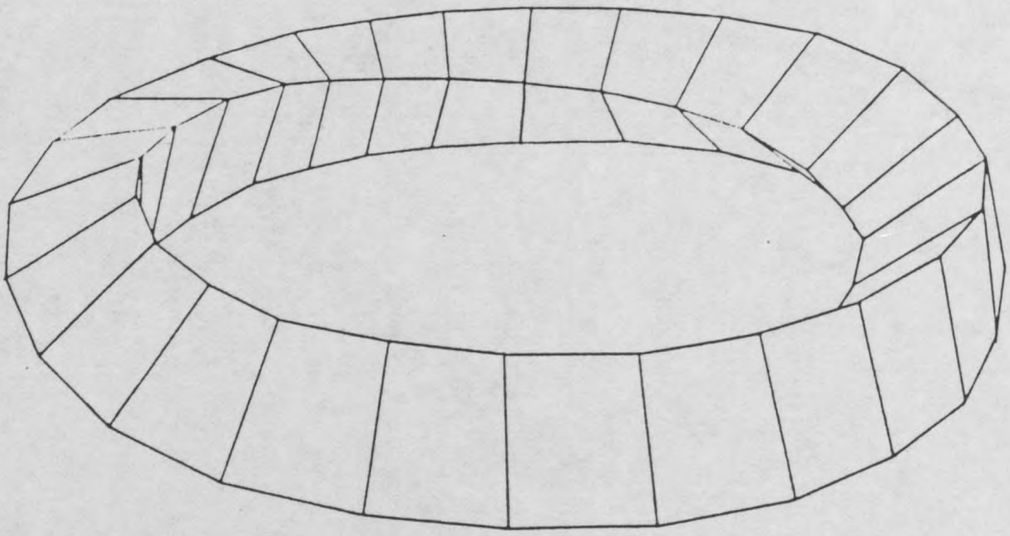
JONCTION DES SIMPLEX DANS UN TORE

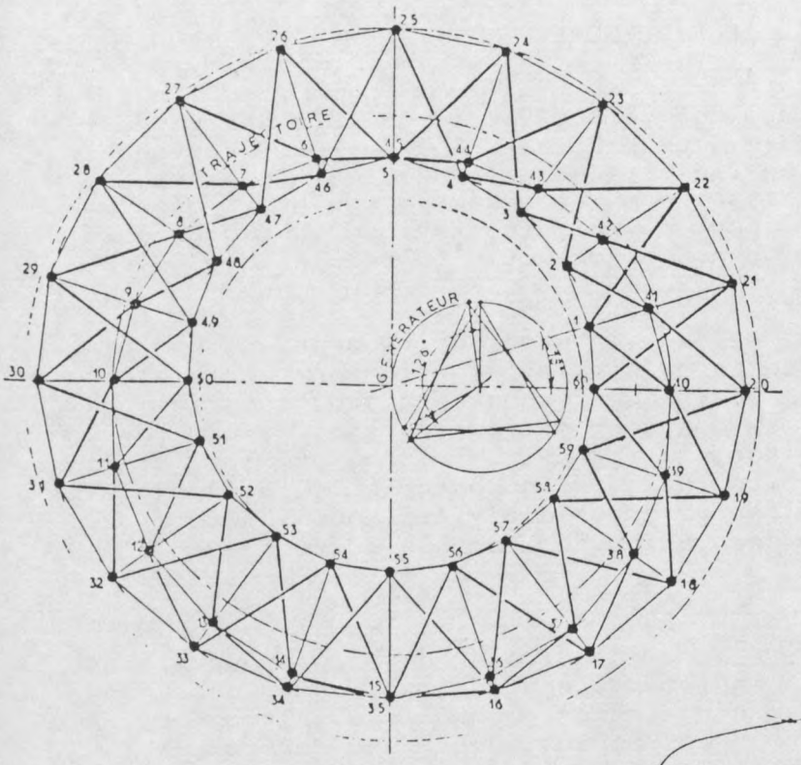
Le nombre des secteurs autotendants assemblés, qui doit être toujours pair, et leur proportionnalité, selon qu'ils sont trapus ou allongés, définissent l'élancement du tore, c'est à dire le rapport entre le grand diamètre et le diamètre transversal.

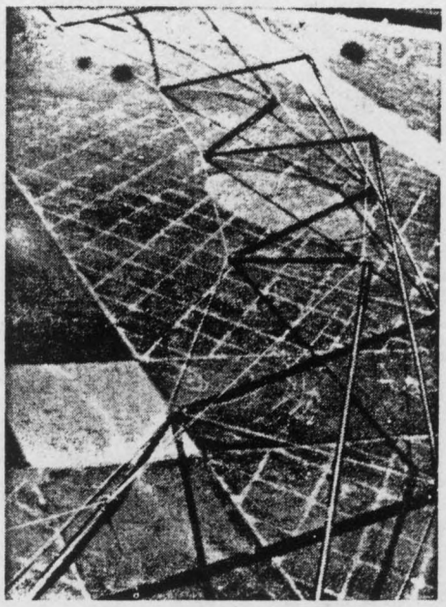
De même qu'en cas d'une structure oblongue droite, pour obtenir un tore partant de simplex, il faut joindre en chaîne les solides par leurs bases. Ceci peut être fait de sorte que les deux polygones, et par conséquent les extrémités des barres, coïncident. Dans certains cas, cela peut représenter une facilité du point de vue technique, voir le tore moeubiussien réalisé en 1970. Mais pour sauvegarder le principe de dissociation des éléments de compression, il convient de décaler les bases à l'aide d'un polygone de jonction.

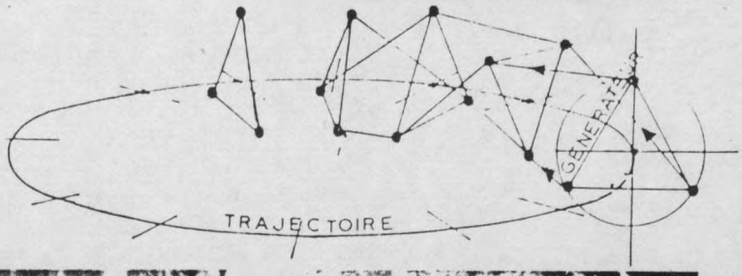
La position du polygone de jonction par rapport au plan du tore peut être variable. Ainsi, on peut distinguer les positions par rapport au plan de la base: sommet pointant, arête parallèle ou situation intermédiare.

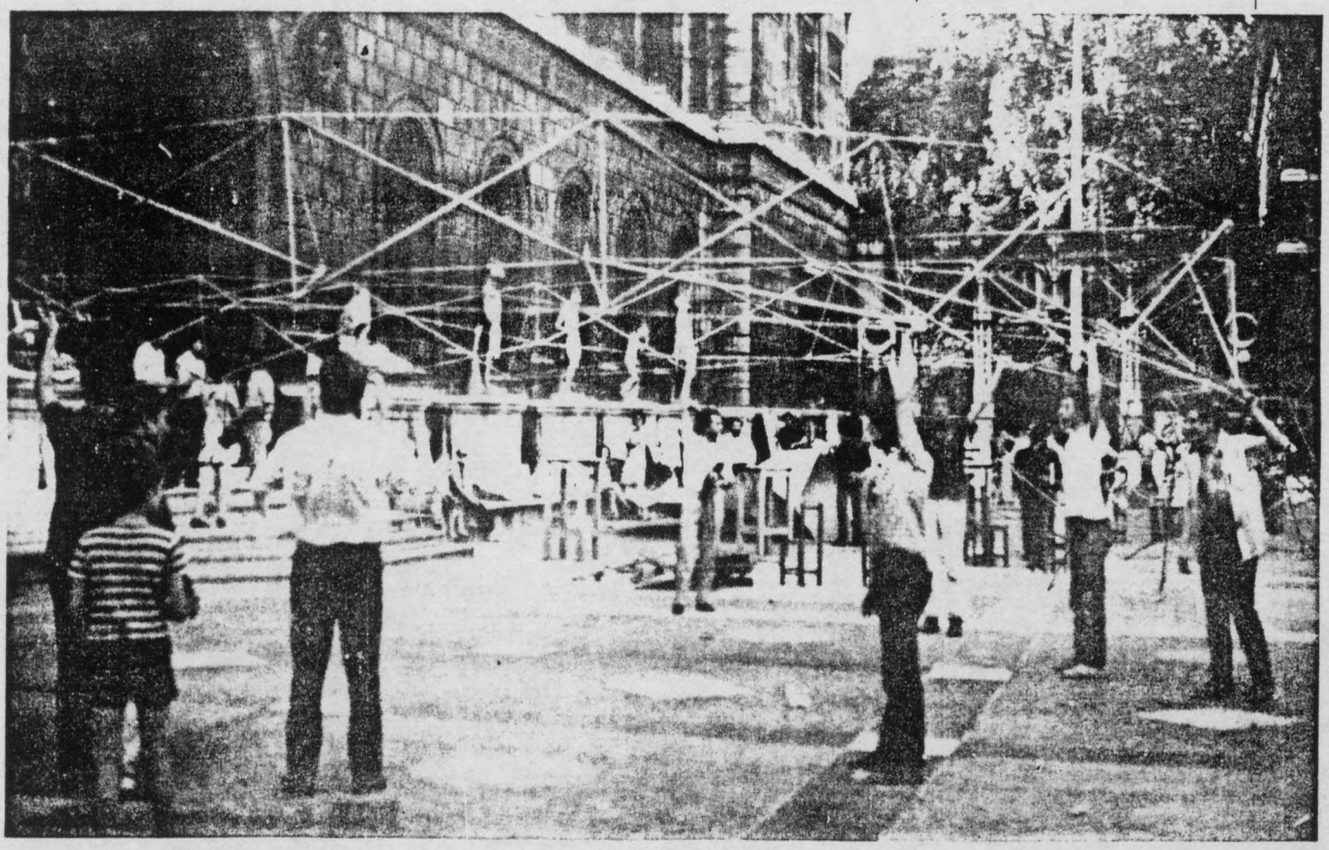
Par ailleurs, les secteurs étant situés entre deux bases non parallèles, certains éléments des simplex, à l'origine réguliers, deviennent fatalement inégaux. On peut jouer sur la déformation des ceintures ou des barres, mais le plus simple est de varier la longueur des tirants obliques, qui d'ailleurs en cas de composition judicieuse peuvent devenir horizontaux et d'allure concentrique. En cas d'assemblages par pénétration ou entrelacement, les polygones de jonction seront, évidemment, non planaires et la diversité géométrique encore plus grande.



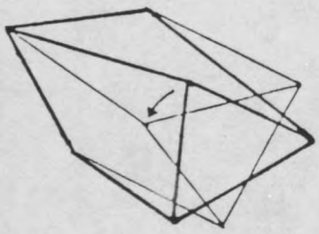

TRAJECTOIRE
GENERATEUR




TRAJECTOIRE

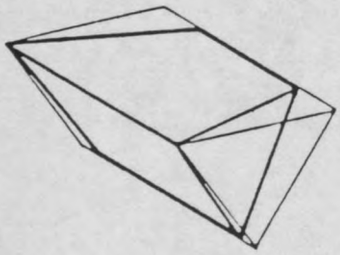


RIGIDITE PARTICULIERE DU TORE



La complexité topologique supérieure du tore par rapport à une forme convexe peut être exploitée pour provoquer des phénomènes de rigidité supplémentaires. En effet, ce qui est hypo-statique dans un ensemble convexe, ou simplement connexe, peut devenir isostatique ou rigide dans un système de plus haute connectivité tel le tore.

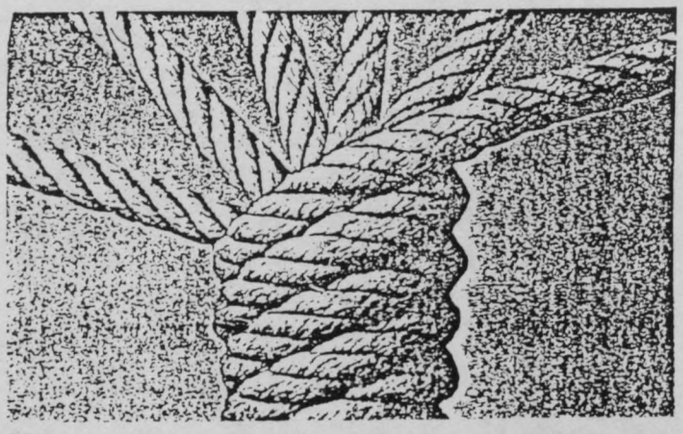
Pour rendre plus évident la supériorité statique du tore par rapport à un corps simple, considérons un faisceau composé de brins élastiques qu'on essaie de torsader en spirale. Même si des deux extrémités sont ligaturées, l'ensemble se déroule une fois relaché et les brins redeviennent droits. Mais, si on attache les deux extrémités l'une à l'autre après avoir appliqué la torsion, le mouvement de dérotation de l'anneau torsadé est bloqué.

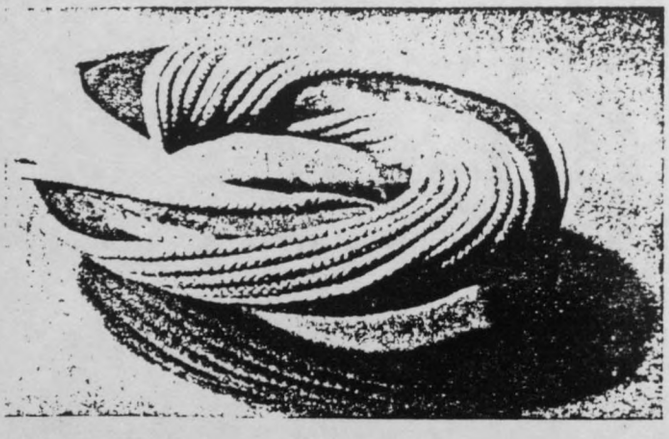


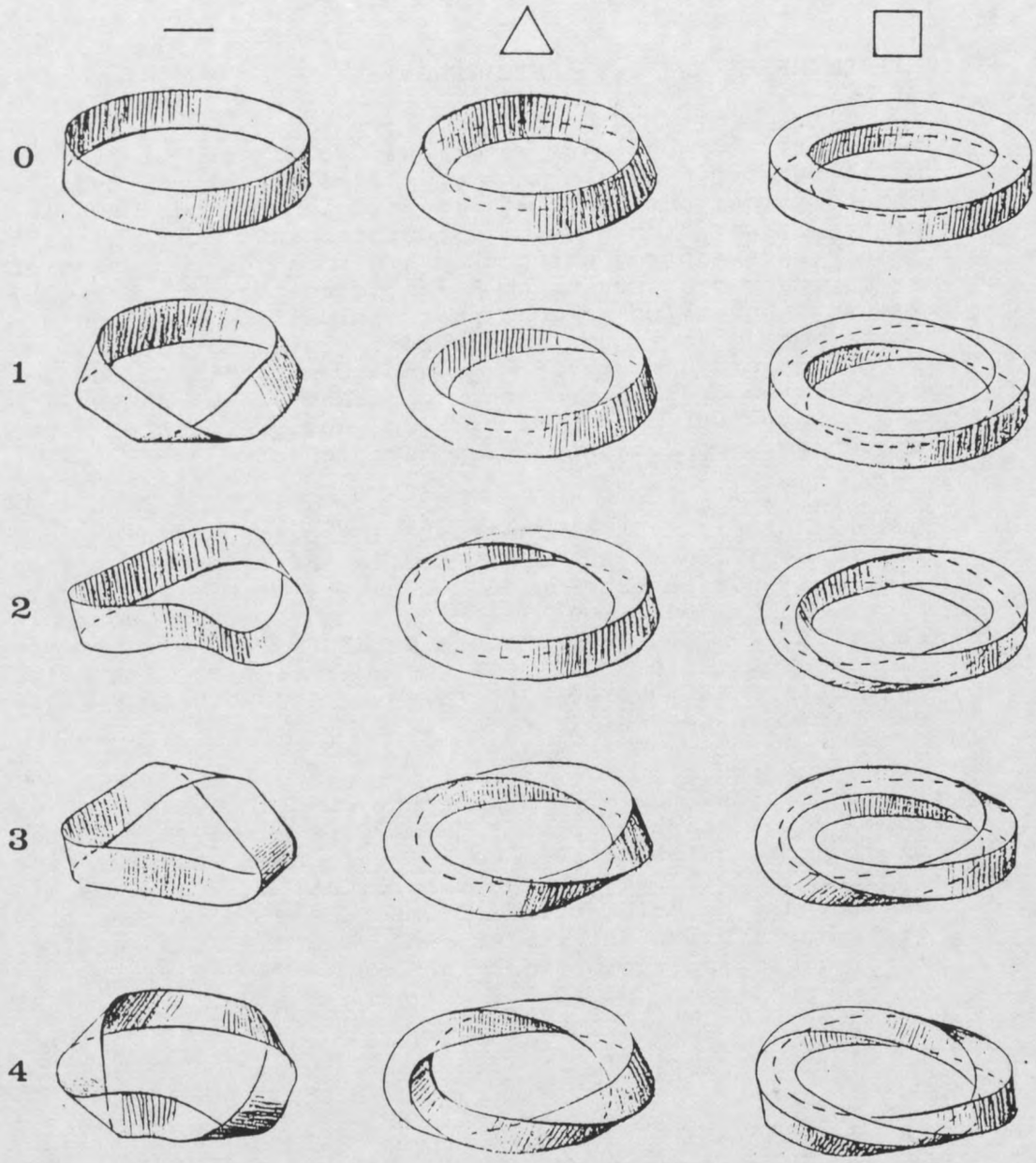
En vue de réduire la dérotation au delà même des minima indispensables constatés, on construit donc avec des simplex superposés une structure torique, laquelle, à l'instar d'un ruban de Moebius, subit une torsion.

En cas d'un ruban, cette torsion est un demi-tour ou ses multiples. En cas de tore de section triangulaire, carrée... le "cran" de torsion est respectivement un tiers, un quart... de tour. Selon le nombre de crans de la torsion subie et le nombre de côtés du polygone de section, les surfaces enveloppantes des tores obtenus seront uni- ou multilatérales, orientables ou non orientables. Les configurations toroïdales les plus simples, qui étant gauches ou droites existent sous leur forme énantiomorphe, sont représentées sur la planche synoptique jointe.

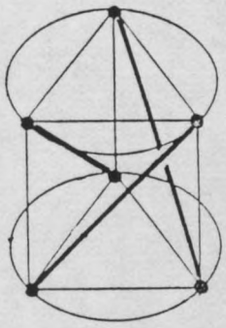
Ces tores, en outre, peuvent être subdivisés en un certain nombre de secteurs qui correspondent à autant de simplex autotendants. Ce nombre n'est pas arbitraire. En principe, dans un tore fortement torsadé, le nombre des simplex doit être relativement plus élevé. Pratiquement, il n'est guère possible de descendre en dessous de douze sous-ensembles pour construire un tore autotendant, du fait de la disparallélité des plans de jonction entre les secteurs.







Une composition racémique, où s'alternent des simplex lévogyres et dextrogyres, est faisable mais elle n'est logique qu'en cas de tore non moeubiussien donc, sans torsion appliquée, laquelle déroulerait, certes, la moitié des simplex mais augmenterait encore la dérotation de leurs énantiomorphes. En principe, un autotendant torique torsadé est donc composé de simplex monogyres dont le sens de rotation s'oppose au sens de torsion d'un tore moeubiussien.



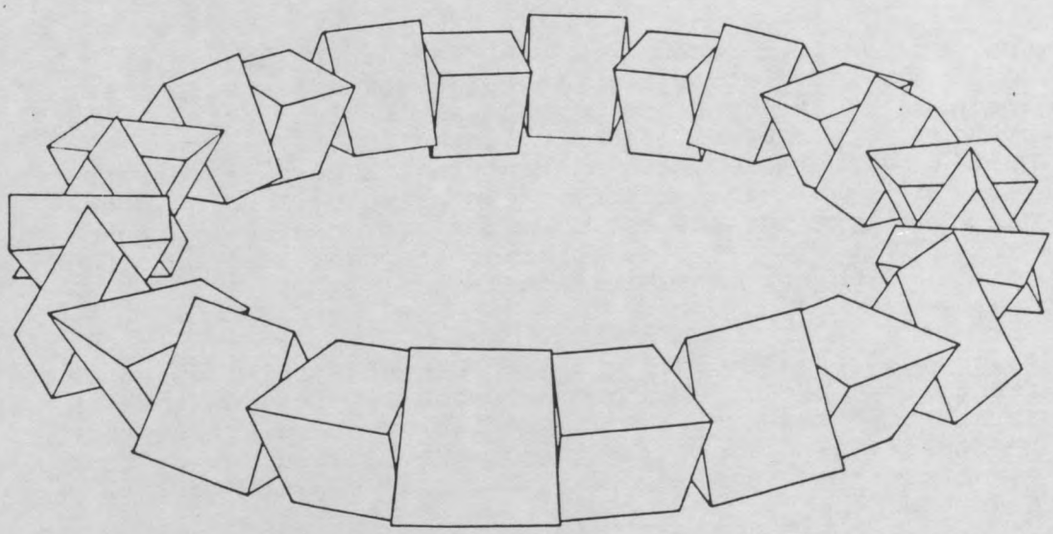
Il se peut, cependant, que précisément après l'effet de dérotation obtenu, le tore ne présente plus de torsion apparente; les antiprismes préalablement relachés étant redressés en prismes, la forme paraît dépourvue de tout caractère moeubiussien. Il ne faut pas s'y tromper: il y a un tour caché!

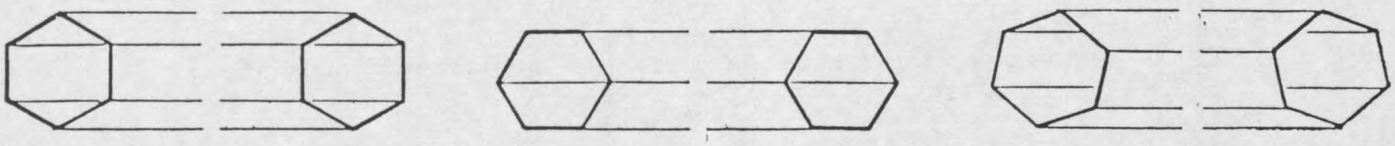
HYPERSIMPLEX TORIQUES AUTOTENDANTS

En fait, ce sont deux rotations, celle des simplex et celle du tore, qui forment en s'équilibrant un système morphologiquement complexe, mais qui n'est pas une simple juxtaposition de simplex autotendants et isolément instables. Dans ces structures à dérotation compensée et à barres redressées grâce à la contre-torsion torique, les sous-ensembles ne sont pas stables. Ce n'est qu'une fois fermé que le système devient rigide en entier. Il s'agit donc d'une sorte d'hypersimplex statique où les deux sortes de rotations en s'opposant créent un équilibre supérieur produisant, en quelque sorte, une structure exponentionnellement autotendante.

Que les simplex autotendants stables puissent être composés d'éléments solides, isolés entre eux et comme flottant par lévitation au milieu des membrures flexibles, n'est pas tout à fait évident encore pour la majorité des bâtisseurs contemporains. Il est encore moins explicable pour eux que les simplex instables puissent constituer des hypersimplex stables, sous forme de tores autotordants.

L'explication de ce phénomène est pourtant simple: un tore autotendant construit de simplex monogyres instables devient stable grâce à leurs sens de rotation opposés. C'est, avant toute application pratique, la manifestation éclatante de l'importance de la connectivité, de l'orientabilité et, en général, des notions topologiques en matière de rigidité.

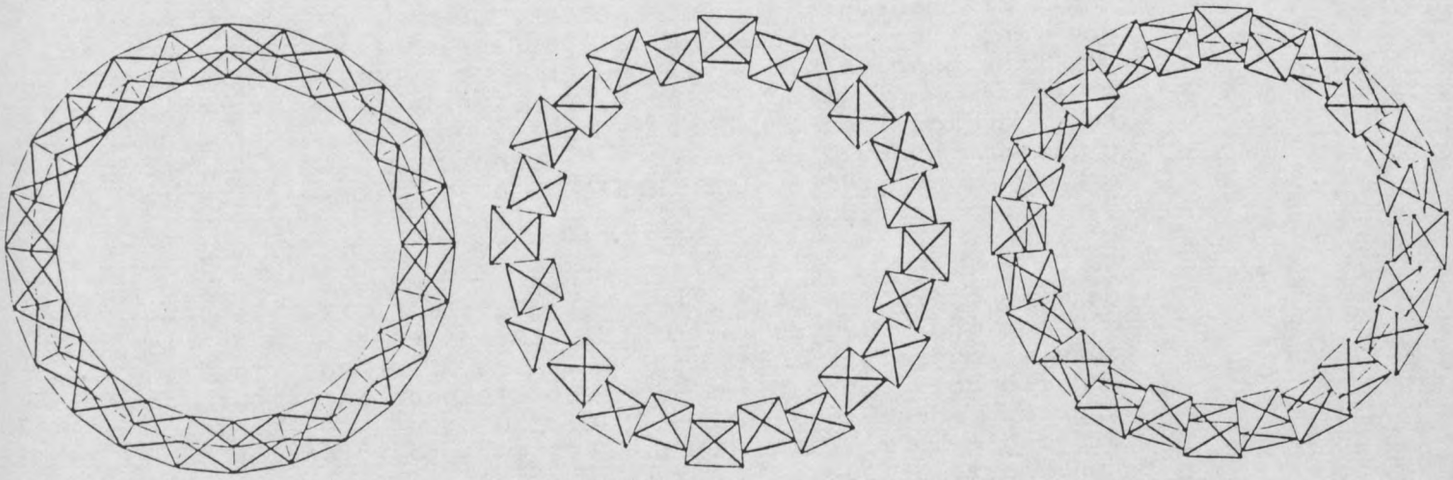




En résumé, la construction d'un tore autotendant est déterminée par trois groupes de paramètres, ceux:

des secteurs :	nombre de barres élancement degré de dérotation
des assemblages :	décalage des sommets déformation des jonctions position des polygones
du tore :	nombre des secteurs monogyre ou racémique torsion appliquée

En variant ces paramètres, un très grand nombre de structures toriques peut être crée. Certaines, les moeubiussiennes, garderont leur caractère tourbillonnaire, d'autres, de torsion à tour complet, seront cependant prismatiques. L'allure des unes sera svelte, telle la jante d'une structure de type "roue de bicyclette" franchissant des grandes portées; d'autres seront épaisses pour que leurs volumes soient aménageables autour d'une cour ou d'une rotonde couverte. Elles seront horizontales ou verticales, selon qu'on leur assignera le rôle d'un cyclotron ou d'une bouée maritime habitable, ou encore celui d'une roue de turbine éolienne; à moins de la lancer fermée puis déployée comme un accordéon sur une orbitre extraterrestre...



Selon leur mode d'assemblage, les tores autotendants peuvent être classés dans les catégories suivantes:

TORES JUXTAPOSES

Ces structures composées de simplex antiprismatiques assemblés par leur base par simple juxtaposition se divisent - de même que les mâts juxtaposés - en deux sous-groupes:

- Les tores antiprismatiques avec des simplex d'un nombre impair de barres; l'enveloppe est constituée de maillons rhomboïdaux orientés dans le même sens en cas de tore monogyre, en quinconce en cas d'arrangement racémique.

- Les tores prismatiques constitués de simplex d'un nombre pair de barres; l'enveloppe est également rhomboïdale; les bases cependant ne subissent pas de dérotation et les secteurs sont donc prismatiques.

Chaque type de tore est réalisable avec les variantes: monogyre ou racémique. Les monogyres peuvent être moeubiussiens ce qui permet de redresser les simplex déroulés en réduisant la dérotation au minimum et de leur donner une allure prismatique, le tore lui-même devenant un hyperpolygone aux arêtes parallèles. En cas de simplex pair donnant des assemblages oblongs d'emblée prismatiques, la dérotation complète des simplex, à l'origine antiprismatiques, en prismes produit, au contraire, des tores antiprismatiques. Ce qui introduit deux sous-groupes dans chacune des deux catégories de tores juxtaposés.

TORES INTERPENETRES

Ces structrures sont composées des mêmes sous-ensembles que les tores précédents mais assemblés ici avec une pénétration partielle, le polygone de jonction étant de ce fait non-planaire. L'enveloppe minimale est constituée de maillons hexagonaux pouvant être transformés en divisions trapézoïdales. Cette transformation augmente encore la rigidité structurale déjà supérieure à celle des tores juxtaposés.

La même opération de déroulement qui transforme l'ensemble torique monogyre en un hypersimplex peut-être appliquée là également, conférant à la structure une rigidité additionnelle, tout en libérant l'espace intérieur de l'encombrement des barres, qui prendront une position diagonale sur les faces des secteurs "dérotés" et devenus prismatiques.

TORES ENTRELACES

Ces structures sont composées de sous-ensembles approximativement prismatiques ou un tiers des éléments appartient aux simplex voisins. Un tore entrelacé ne peut être que monogyre ce qui le rend, en principe, transformable en tore moeubiussien. Par cette opération, les barres qui sont déjà repoussées vers l'extérieur libérent la quasi totalité de l'aire interne du tore.

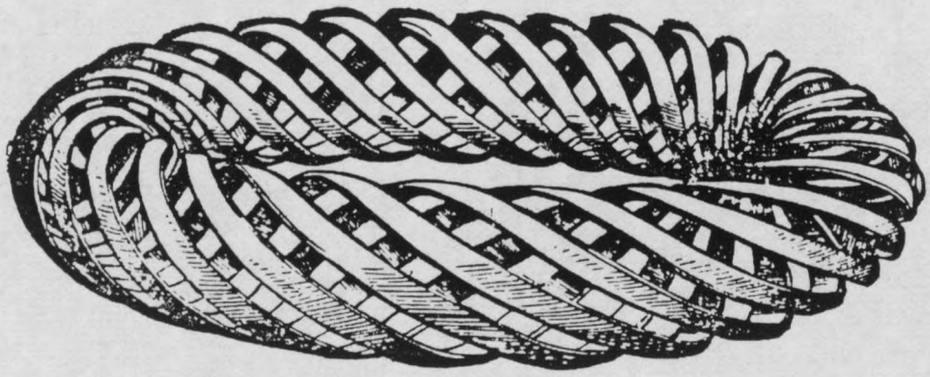
TORES COMPENSES

A l'instar des mâts compensés où deux mâts juxtaposés de rotations inverses sont entrelacés pour former un système racémique, on peut créer également un tore compensé où, en fait, deux tores juxtaposés et opposés s'entrelacent. On obtient ainsi une construction circulaire en treillis double avec un espace intérieur pratiquement libéré de tout obstacle. La structure étant racémique la transformation moeubiussienne n'est pas opportune.

TORES HELICOIDAUX

Ces tores d'emblée rotatoires correspondent à la variante fermée des mâts spiraloïdes obtenus par l'enroulement d'une bande de tessellation isotropique découpée obliquement. La section transversale du tore est pentagonale ou d'un nombre de côtés supérieur. Les tores impairs sont monogyres et les tores pairs, soit monogyres, soit racémiques. Outre les diamètres principal et transversal, on distingue deux séries s'entrecroisant de lignes géodésiques spiraloïdes, ou roulettes, closes: l'une d'une rotation rapide selon le nombre de tours décrits; l'autre d'une rotation plus lente définissant le nombre des séquences répétitives, donc l'ordre de symétrie du tore.

Les maillons latéraux sont rhomboïdaux ou entièrement triangulés en établissant toutes les connections possibles entre les sommets. Par rapport aux mâts correspondants, le grand avantage de ces tores hélicoïdaux est l'élimination du problème des terminaisons qui s'éffilochaient, en quelque sorte, dans les mâts spiraloïdes.



Traité de perspective de Barbaro.

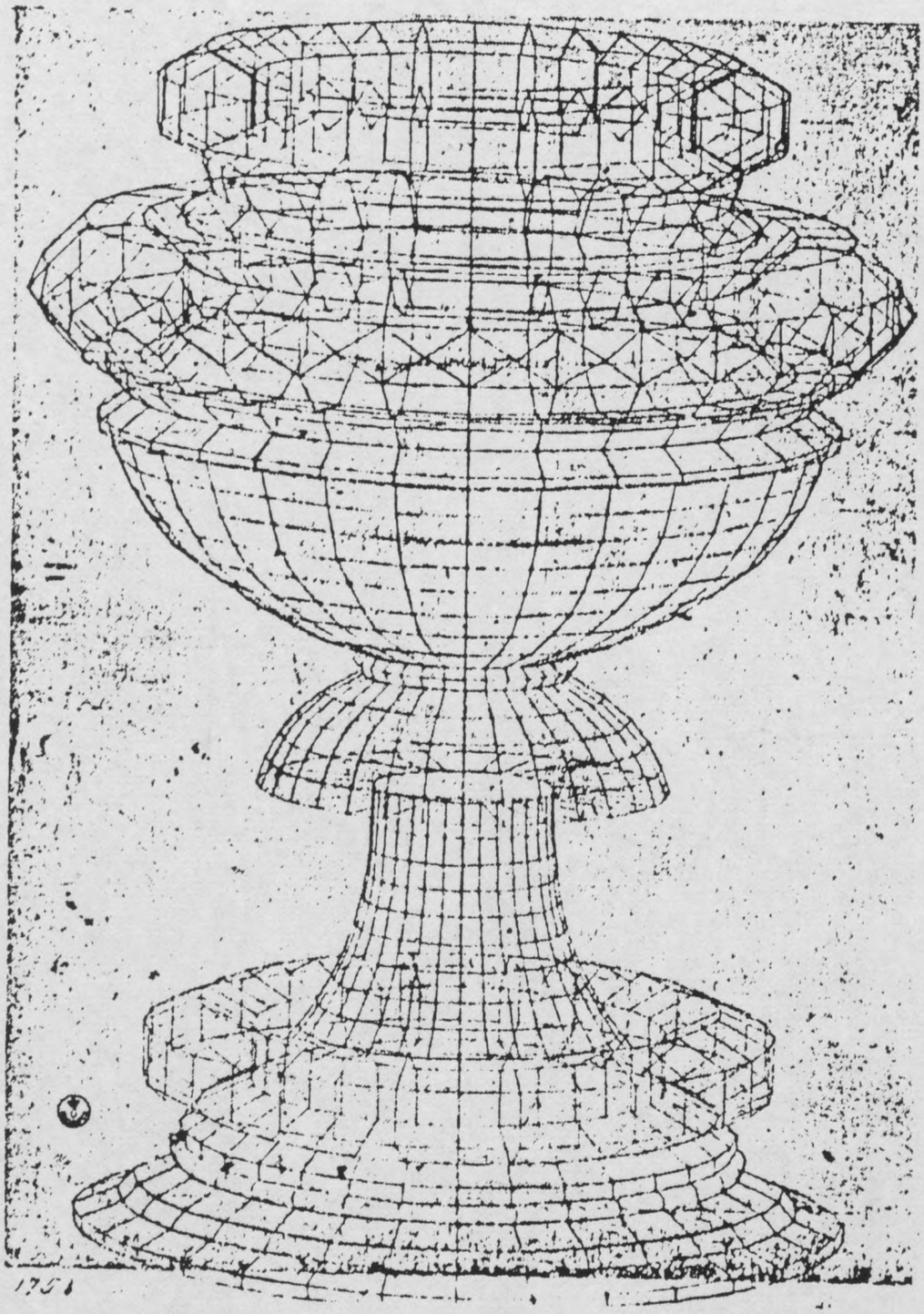
Les données concernant les six tores élaborés à titre d'exemple, et qui, afin d'être comparables, sont tous composés de vingt quatre secteurs ou de vingt-quatre tours, sont réunies dans le tableau 4. Sur les planches graphiques, chaque tore est représenté par des vues et plans ou une axonométrie montrant la stéréométrie de l'enveloppe ainsi que l'imbrication des barres.

TABLEAU 4 TORES AUTOTENDANTS

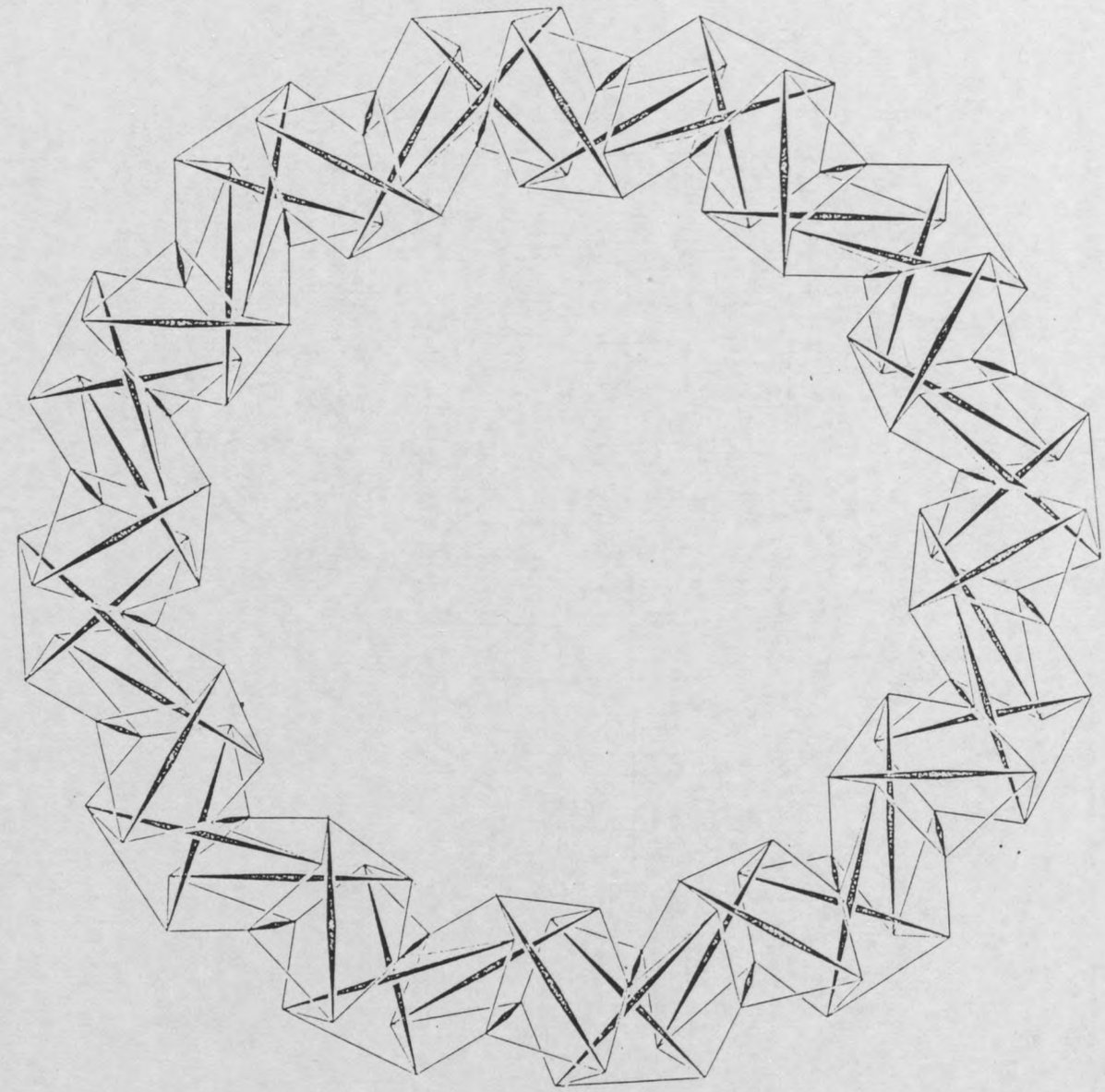
N°	Nom	sous-ensemble autotendant	nombre des			mono gyre	racé mique
			sommets	tendeurs	barres		
1	Juxtaposé hexagonal antiprismatique	antiprisme triangulaire	144	216	72	•	
2	Juxtaposé hexagonal moeubiussien prismatiq.	antiprisme triangulaire redressé en prisme	144	288	72	•	
3	Interpénétré hexagonal moebiussien trapèzoïde	antiprisme triangulaire redressé en prisme	144	288	72	•	
4	Entrelacé triangulaire	prisme triangulaire tronqué	288	504	144	•	
5	Hélicoïdal pentagonal	période de 24 tours 5 boucles	120	360	60	•	
6	Hélicoïdal hexagonal	période de 24 tours 6 boucles	144	288	72		•

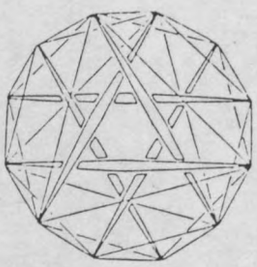
TORES AUTOTENDANTS

Uccello (1397-1475)

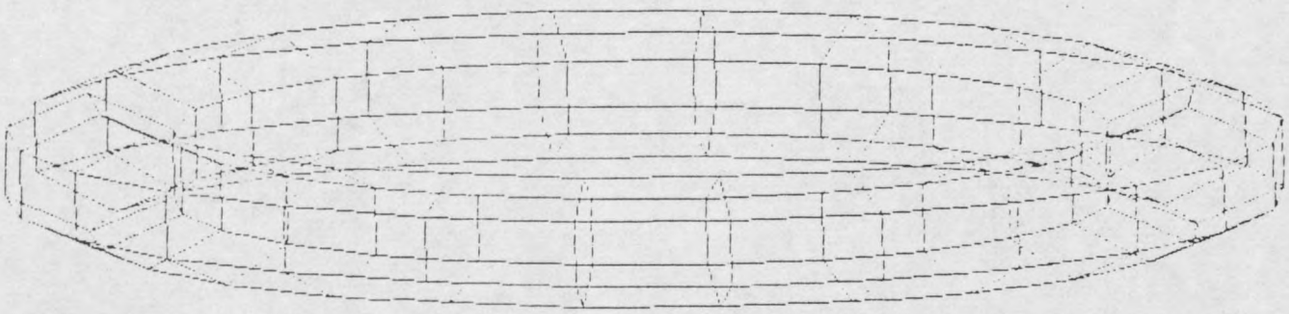


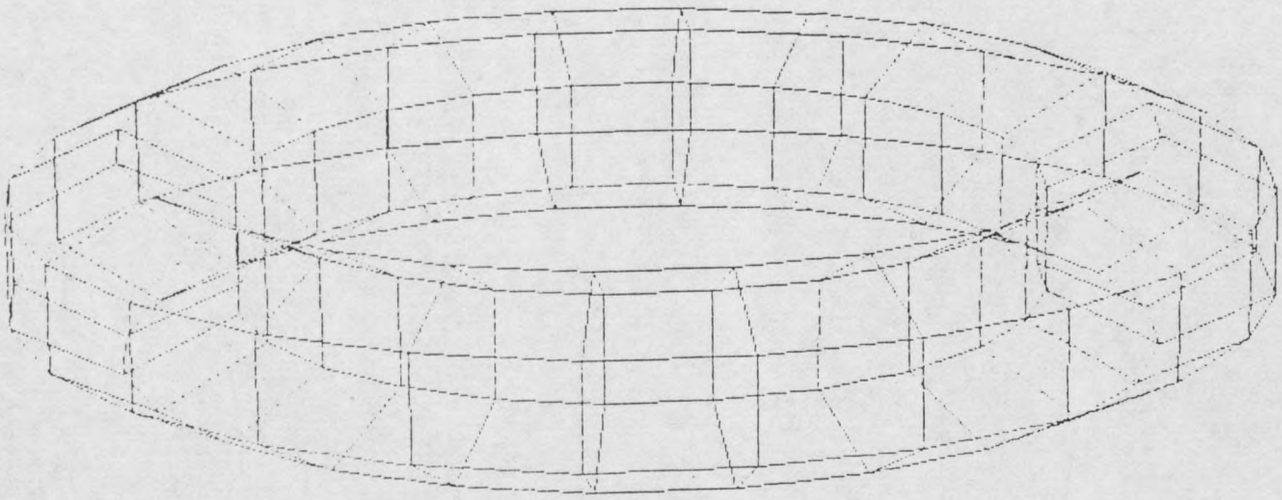
1 TORE JUXTAPOSE HEXAGONAL ANTIPRISMATIQUE

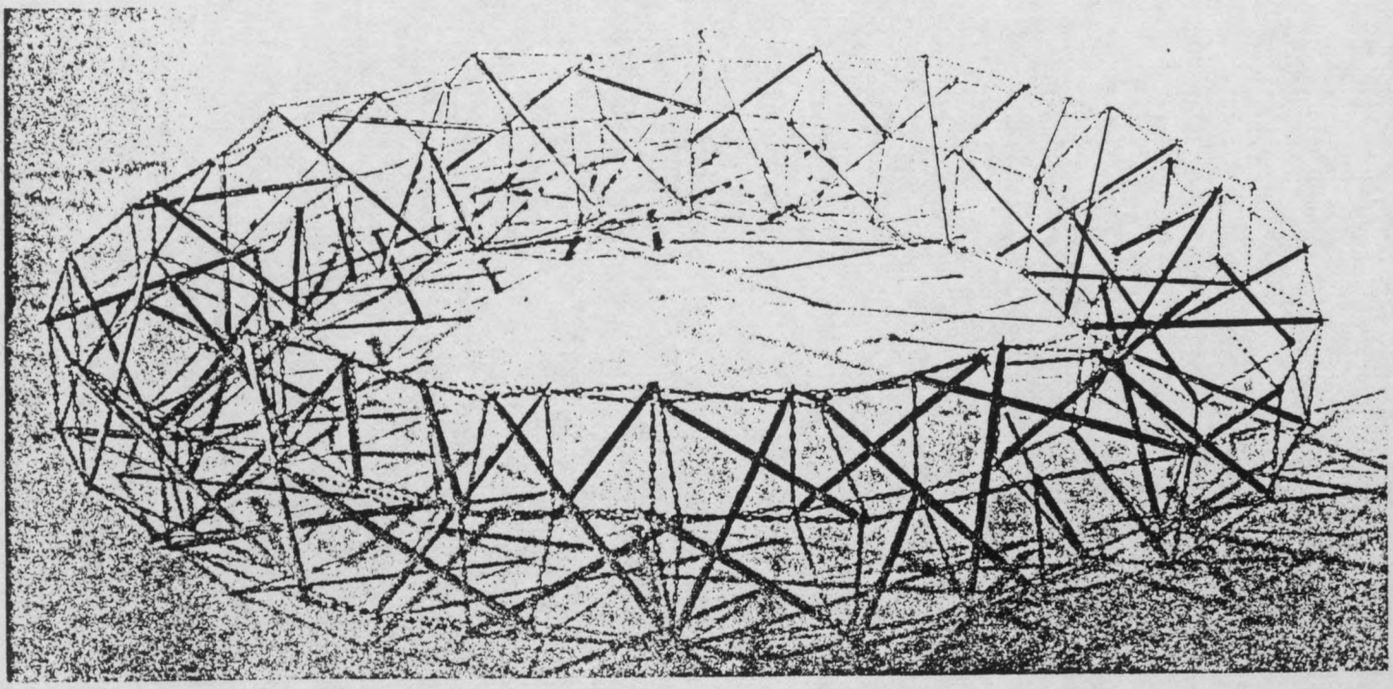


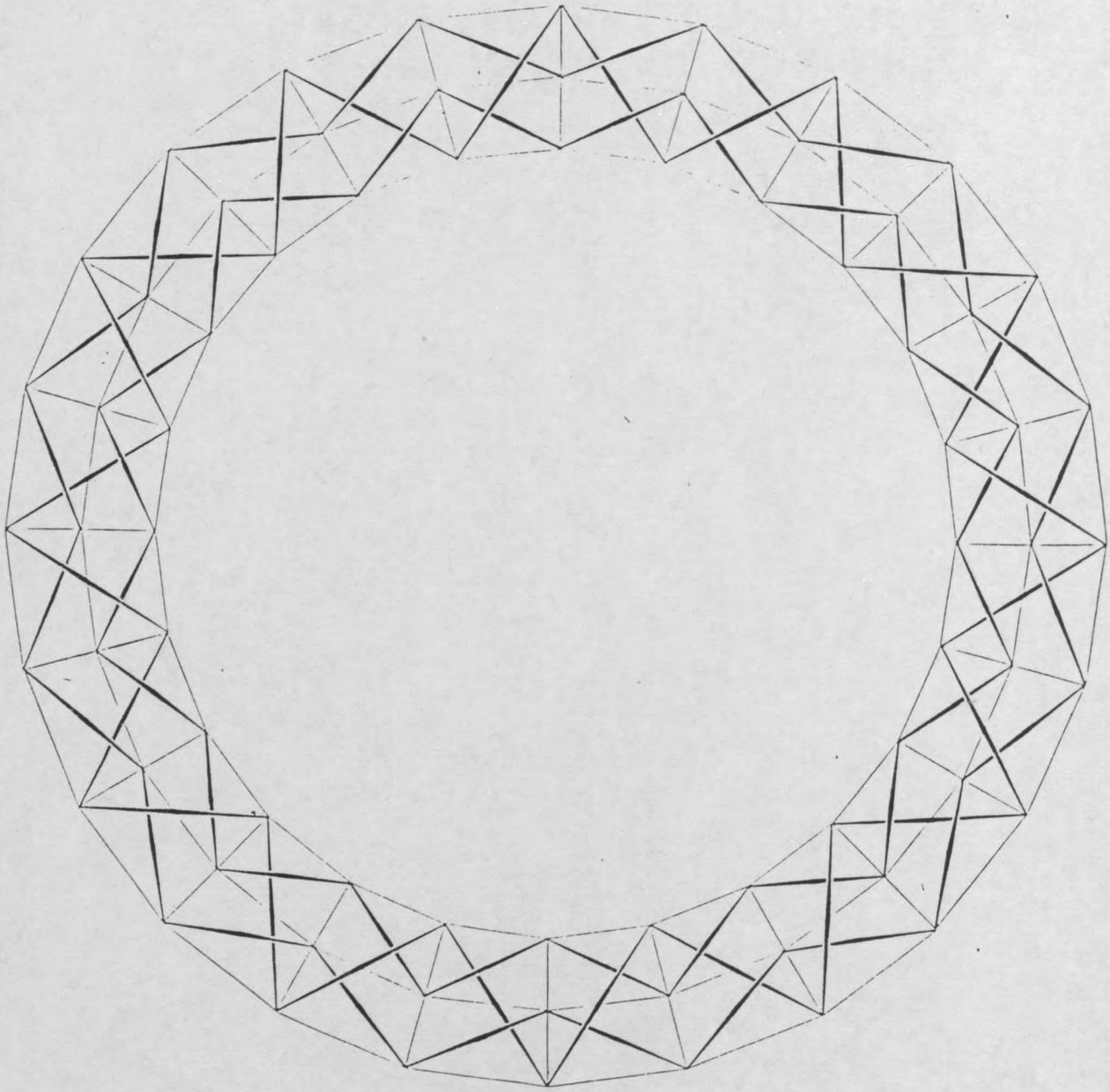


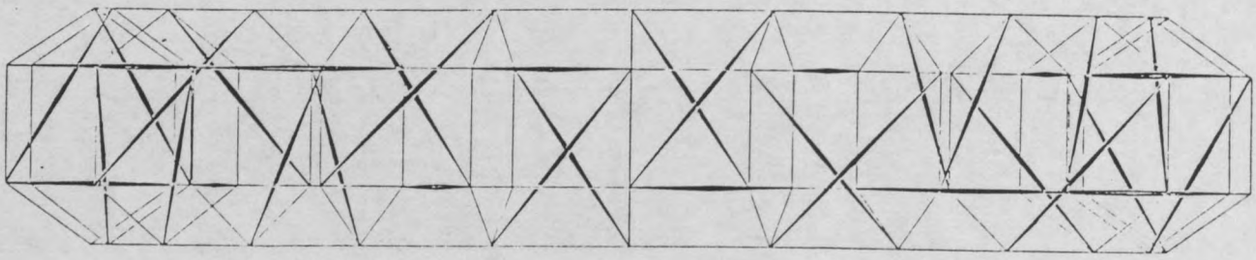
2 TORE JUXTAPOSE HEXAGONAL MOEUBIUSSIEN PRISMATIQUE

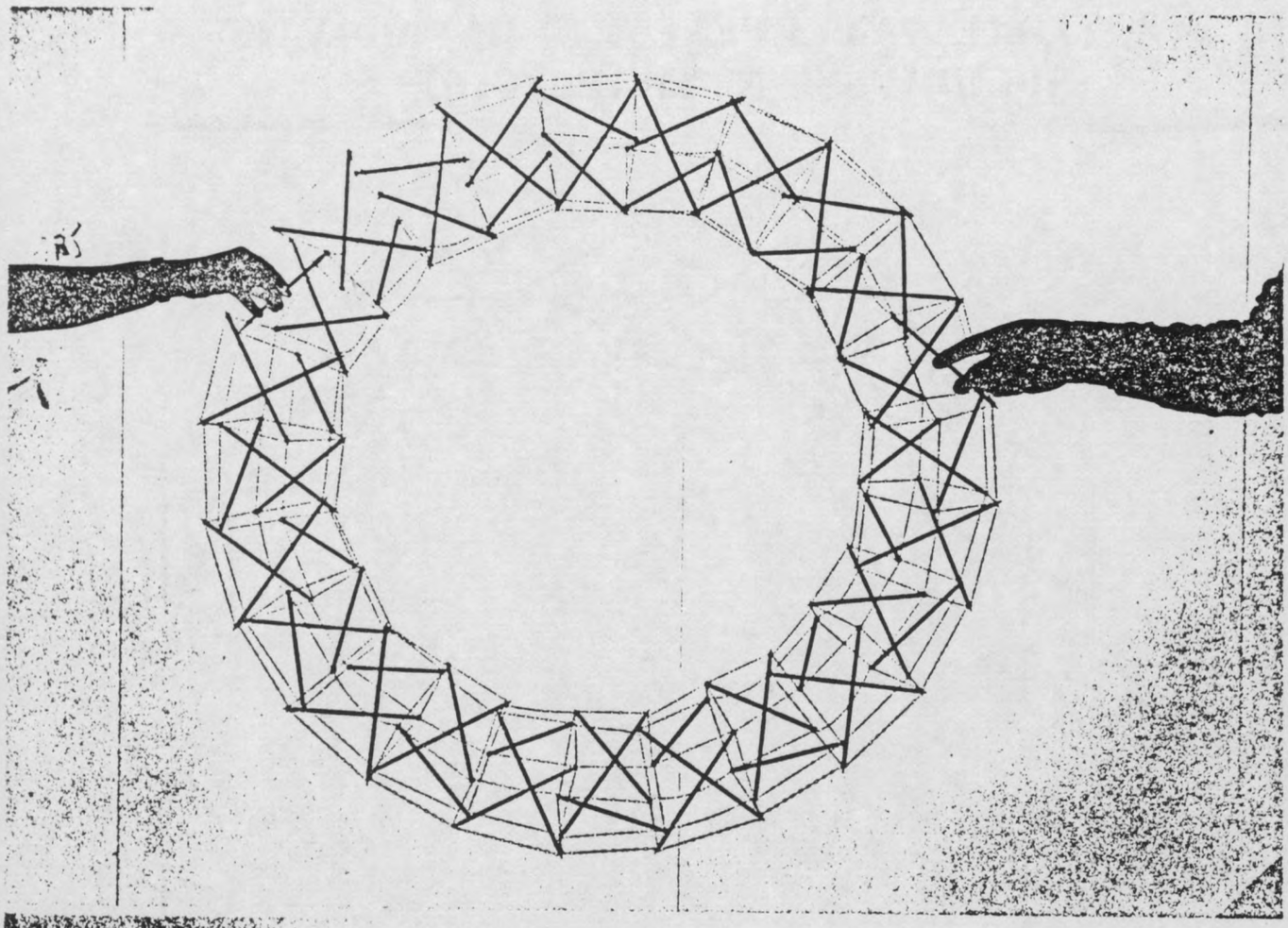


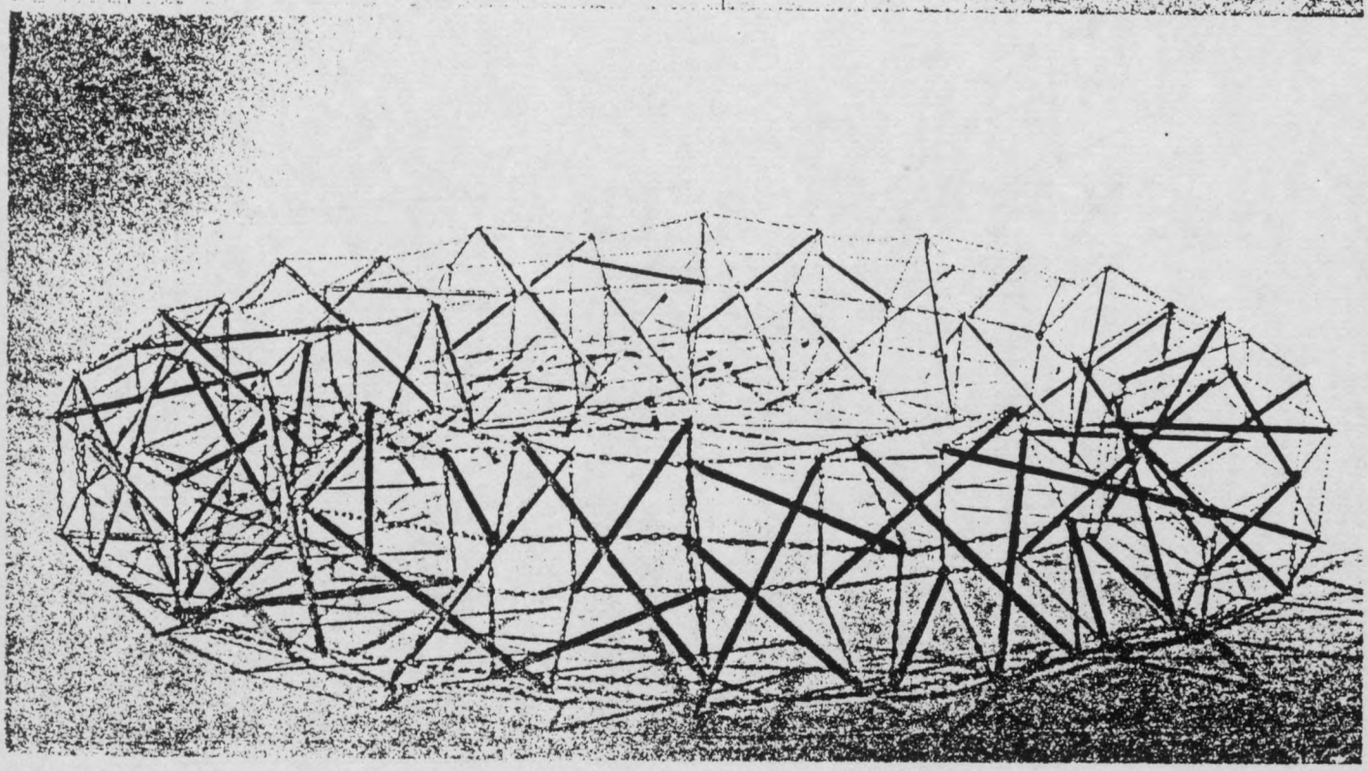




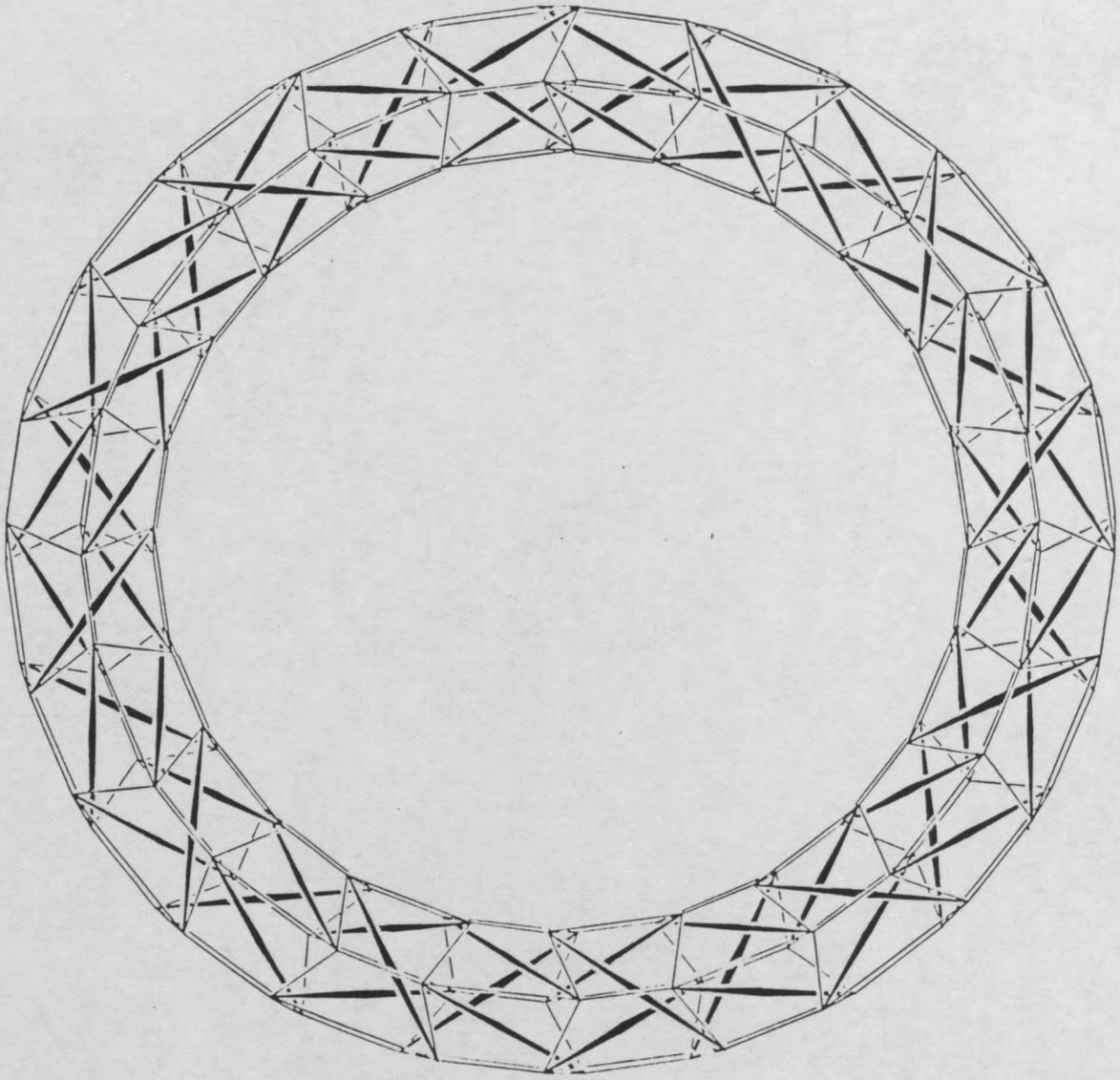


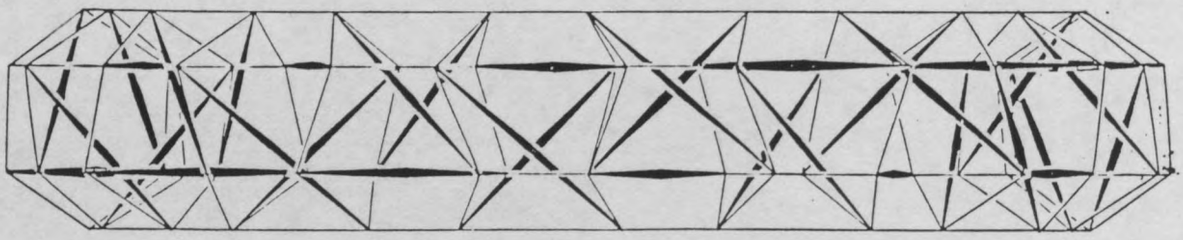


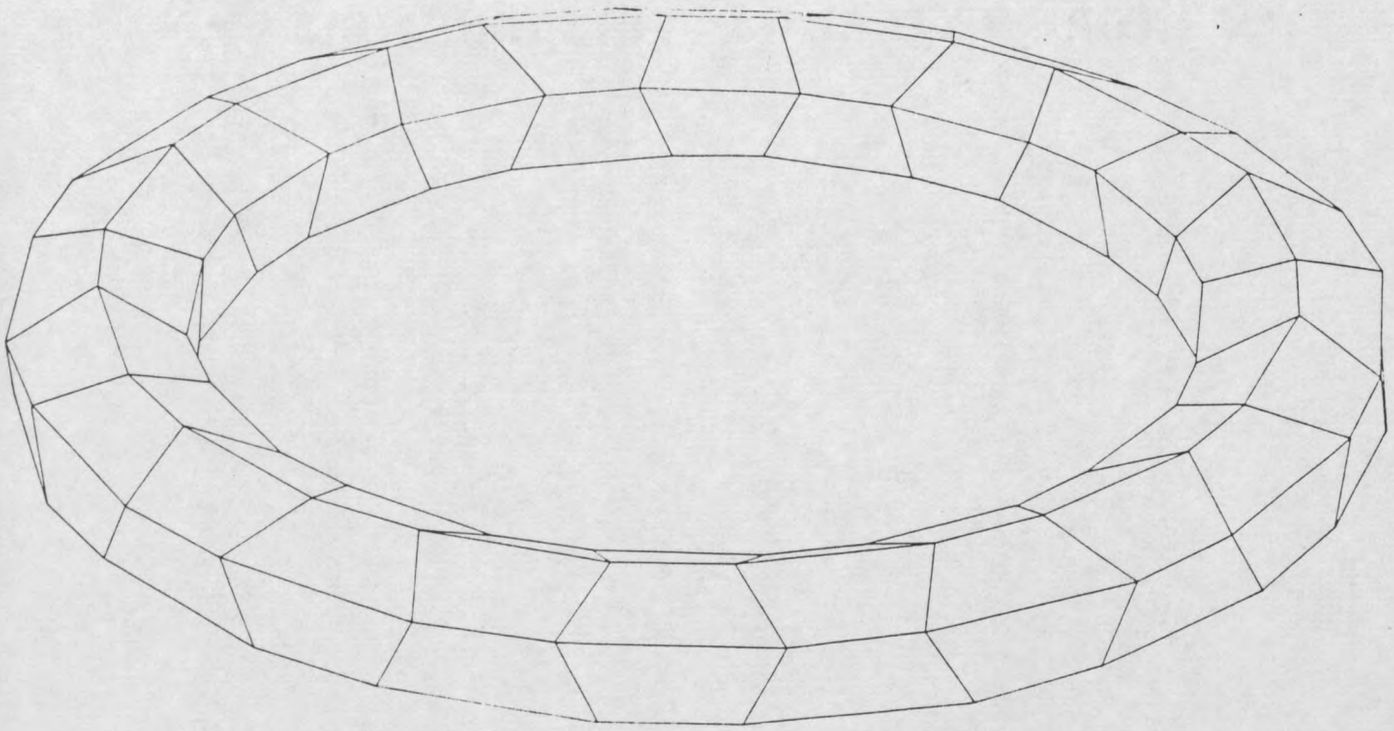


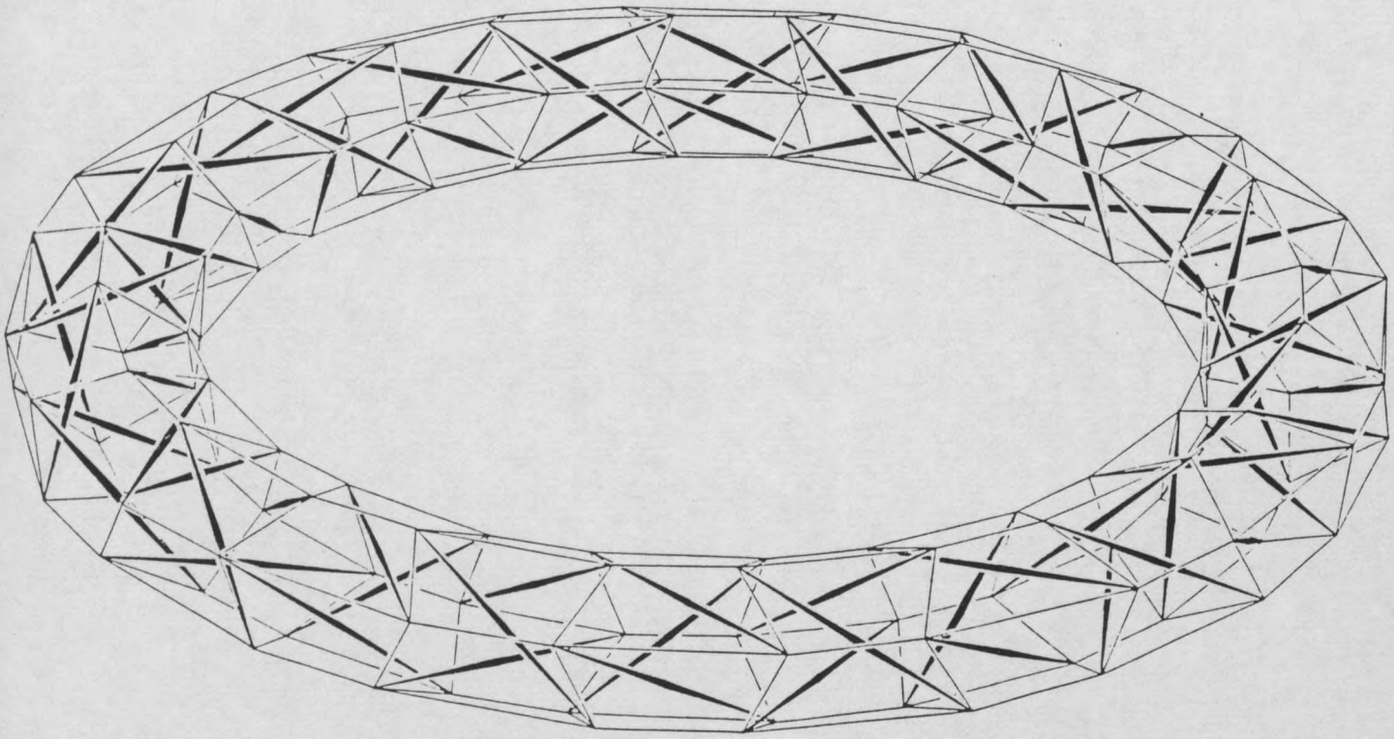


5 TORE INTERPENETRE HEXAGONAL MOEUBIUSSIEN TRAPEZOIDE

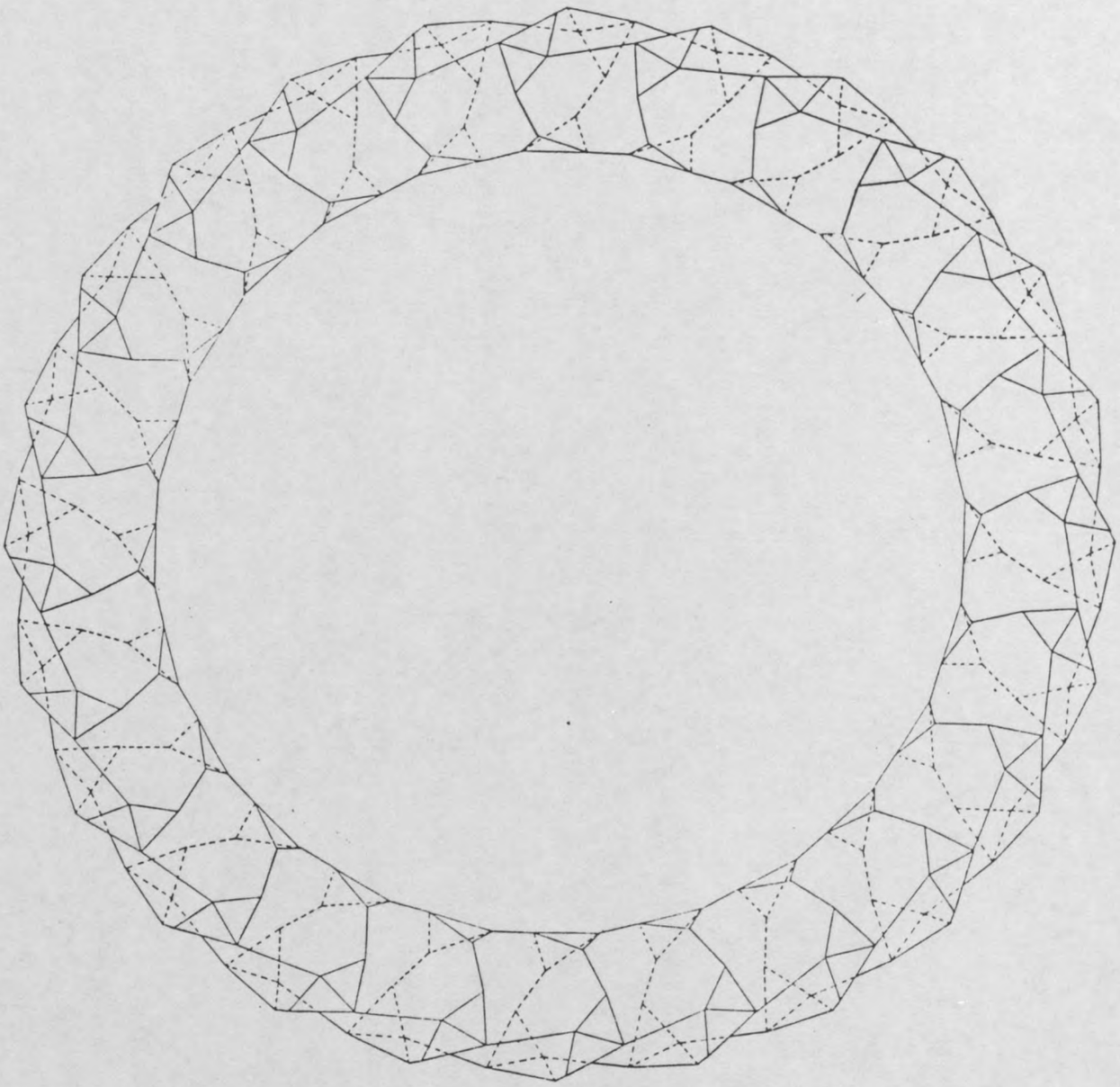


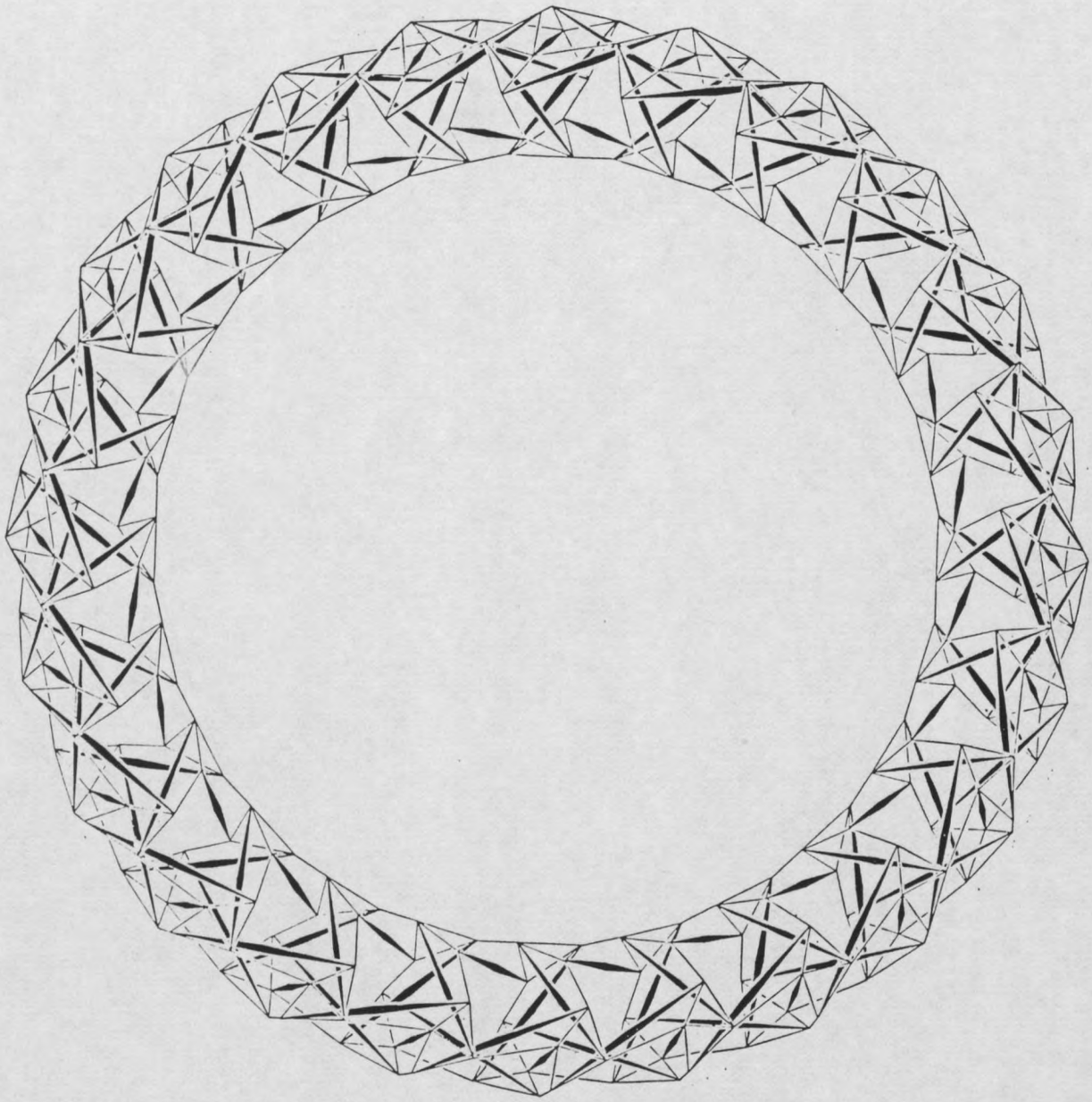




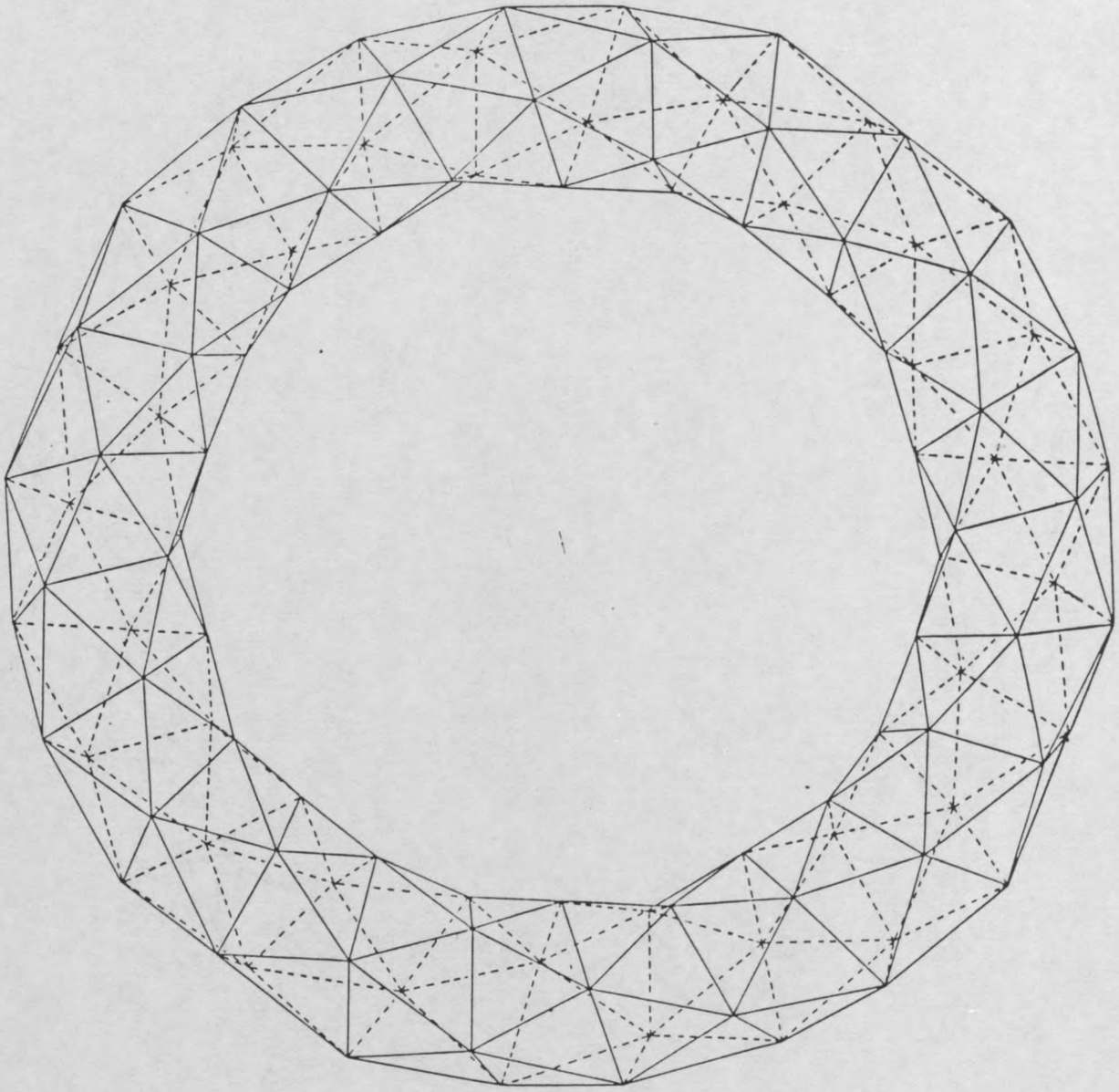


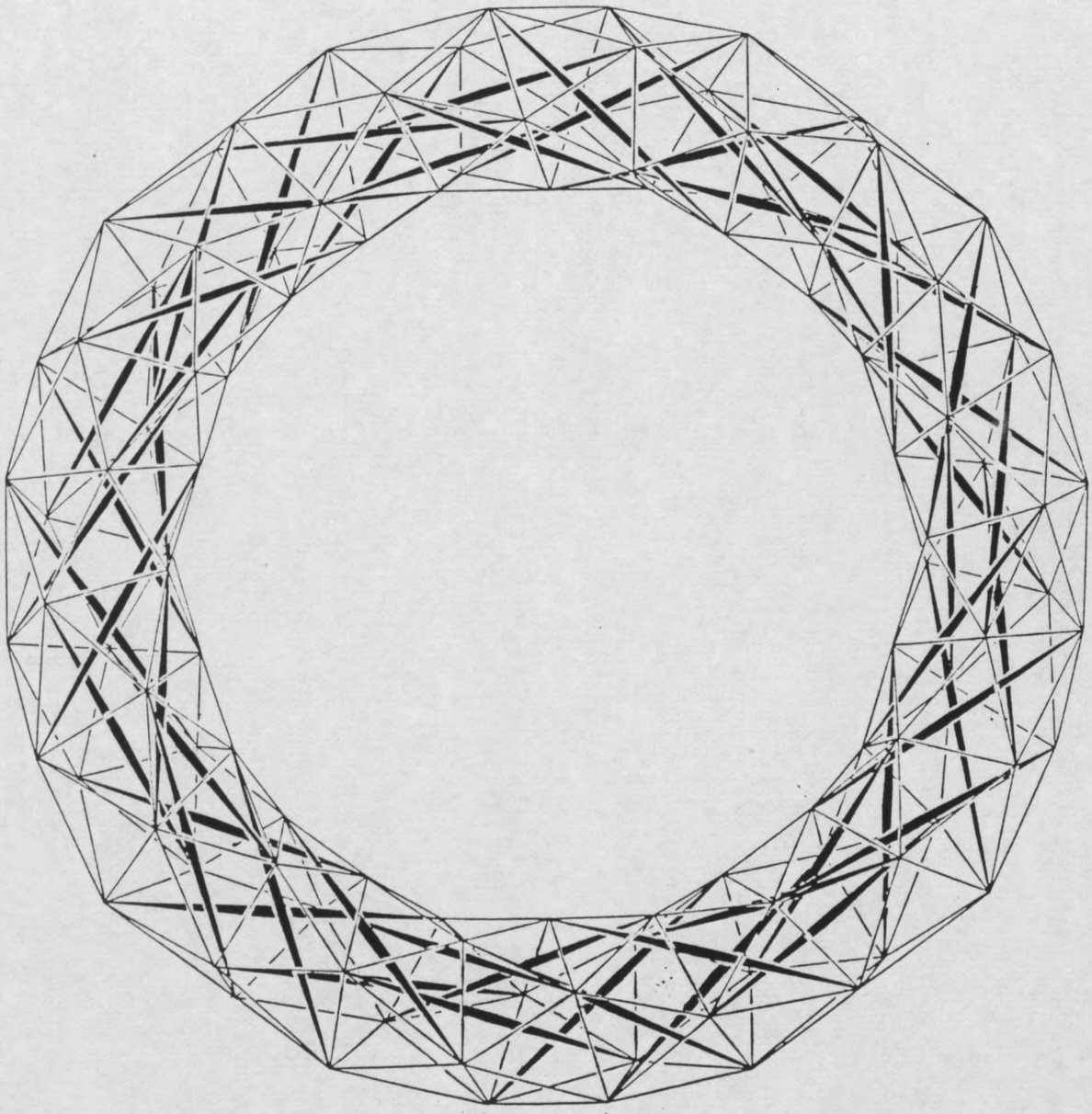
4 TORE ENTRELACE TRIANGULAIRE



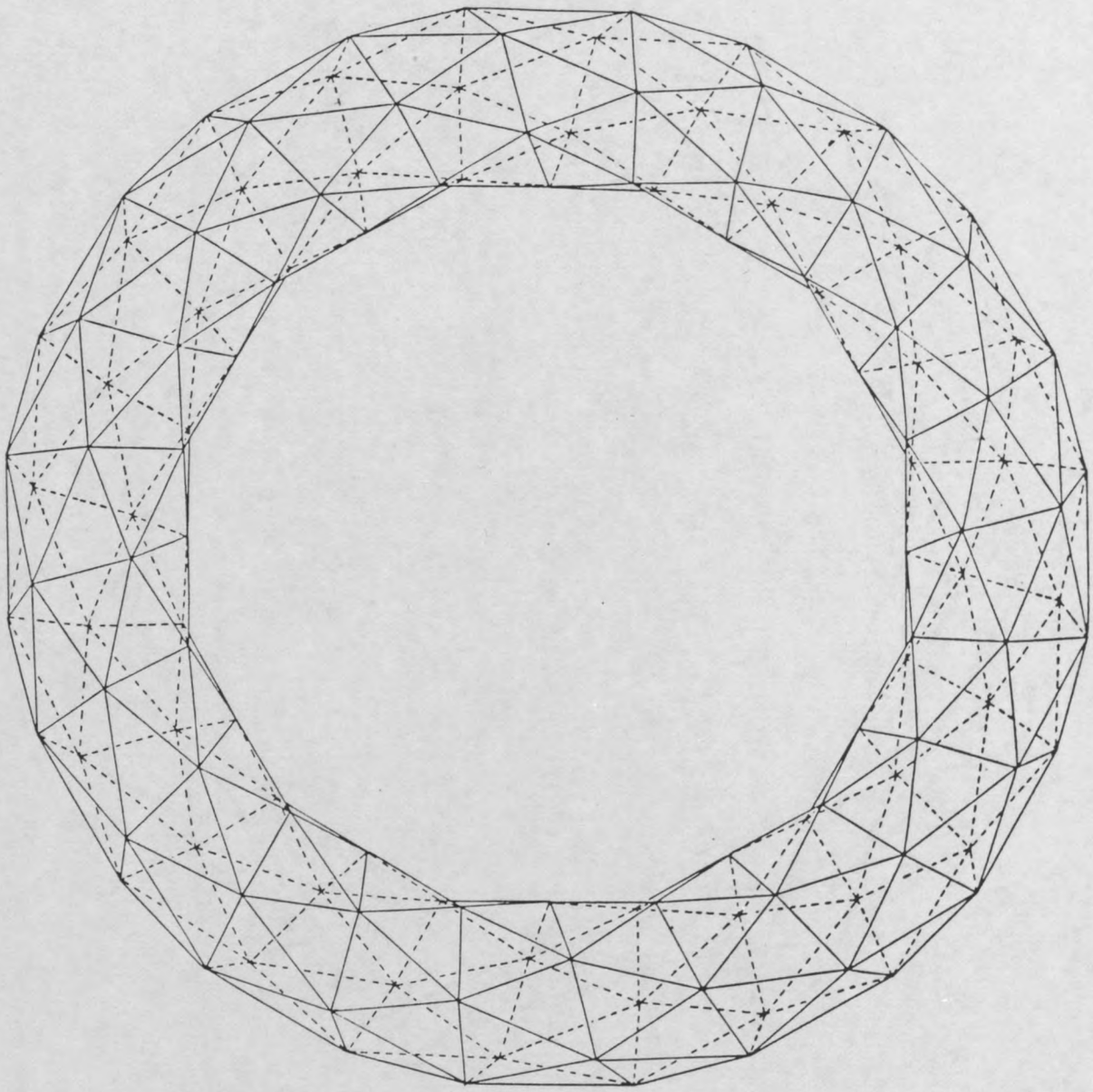


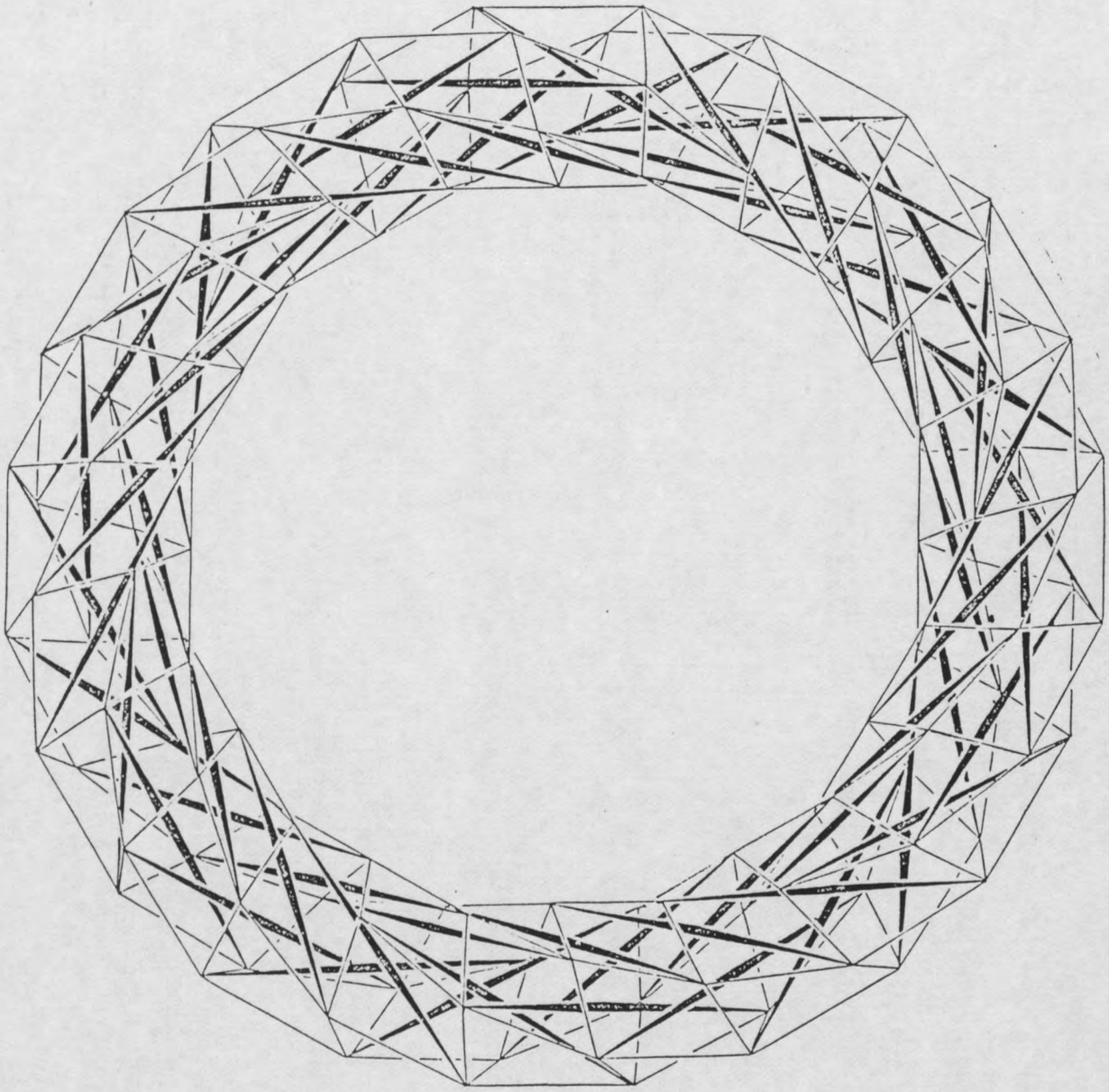
5 TORE HELICOIDAL PENTAGONAL



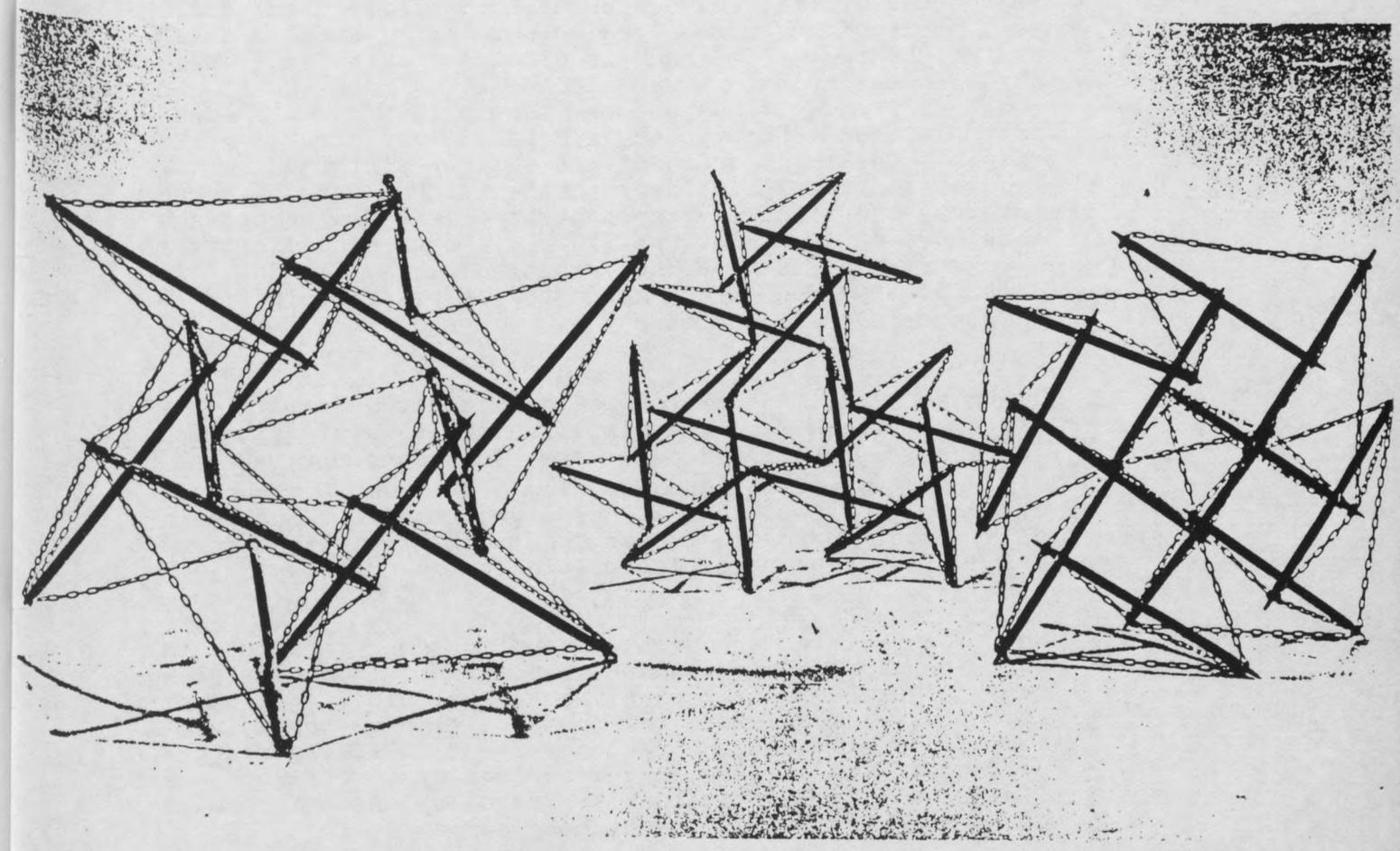


6 TORE HELICOIDAL HEXAGONAL





RESEAUX PLANAIRES AUTOTENDANTS



RESEAUX PLANAIRES AUTOTENDANTS

LES RESEAUX AUTOTENDANTS A DOUBLE NAPPE PLANE

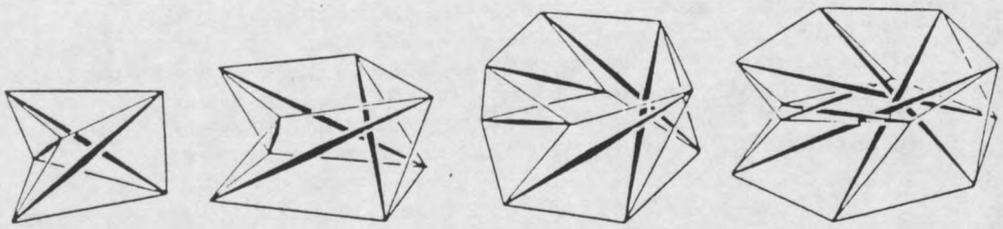
Les réseaux autotendants double nappe sont composés entre deux treillis flexibles constitués uniquement de tendeurs dont l'espace interstitiel contient des barres diagonales et un nombre égal de tendeurs.

Définis de cette manière, ces structures promettaient d'être les plus légères même parmi les réseaux dits tridimensionnels. Leur construction faisait l'objet de nombreuses tentatives non abouties du fait qu'on essayait d'obtenir un réseau rigide par l'introduction directe de barres et de tendeurs diagonaux entre deux tessellations simples, triangulaires ou carrées, ceci sur toute l'étendue simultanément sans passer par des sous-ensembles autotendants dés le départ indéformables. Un réseau construit sans entités solides intermédiaires, malgré l'obtention d'une certaine raideur dans la zone interne, s'effiloche vers la périphérie comme un tissage sans ourlet. Pour le stabiliser, il faut donc l'amarrer à une rive solide, ce qui contredit, évidemment, le principe même des structures autostables et à plus forte raison celui des autotendantes.

Il en est autrement quand les volumes dés le départ rigides, c'est à dire les simplex stables, sont appareillés ensemble, comme le sont les blocs dans une maçonnerie, pour former un réseau également rigide. Les schémas de base utilisés sont là aussi des tessellations mais elles sont composées conformément aux propiétés géométriques des sous-ensembles préalablement choisis.

Un réseau autotendant double nappe est donc construit à base de simplex autotendants monoaxiaux, dont les sommets se situent sur deux niveaux parallèles, qui sont assemblés latéralement par juxtaposition ou entrelacement, suivant une tessellation servant de schéma d'appareillage. Ces arrangements planaires sont décrits dans l'ouvrage "Equipartitions 1 - Tessellations et réseaux planaires", édité dans cette même série.

La structure du réseau est déterminée à la fois par la nature des sous-ensembles utilisés, la tessellation choisie, leur mode d'assemblage et position dans laquelle ces simplex sont imbriqués entre eux.



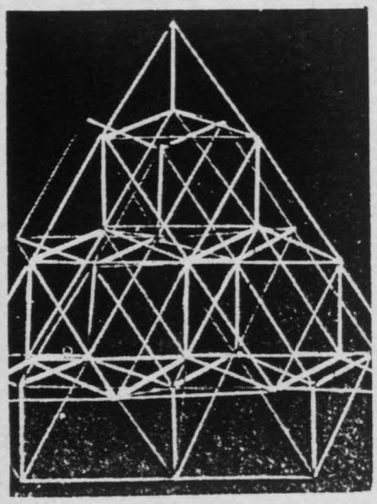
Les autotendants élémentaires employés sont les antiprismes, les antipyramides et les configurations composites dérivées de leur interpénétration complète. Les réseaux élémentaires utilisent des anneaux latéralement interpénétrés composés de quatre ou six antipyramides soudées ensemble par des barres communes.

Pratiquement tous les réseaux planaires dérivent des deux premiers autotendants, le triangulaire et le carré. Le pentagonal et ses multiples n'interviennent que dans les réseaux courbes, formant des calottes sphériques à double nappe.

En principe, toute tessellation qu'elle soit régulière, semi-régulière ou composite peut être utilisée. Toutefois, les trames les plus adaptées pour construire les réseaux autotendants les plus stables sont celles qui ont d'emblée une symétrie rotatoire et tout particulièrement les tessellations automorphes qui tout en étant rotatoires peuvent former des gaufrages auto-réversibles.

Les phénomènes de rigidité relative sont dus à l'interférence de deux sortes de rotations, celle du simplex et celle de la tessellation, du fait que sous l'effet des contraintes chaque équilibrium à tendance à se déformer suivant un sens rotatoire, un réseau devient "actif" quand ses rotations coïncident et s'additionnent avec celle de la trame, mais quand les deux sortes de rotations se contrarient la tendance au déplacement est compensée. Ce caractère actif ne signifie pas que le réseau sera déformable, mais seulement qu'il s'agit de compter avec l'addition des efforts et celle des déplacements consécutifs.

MODE D'ASSEMBLAGE

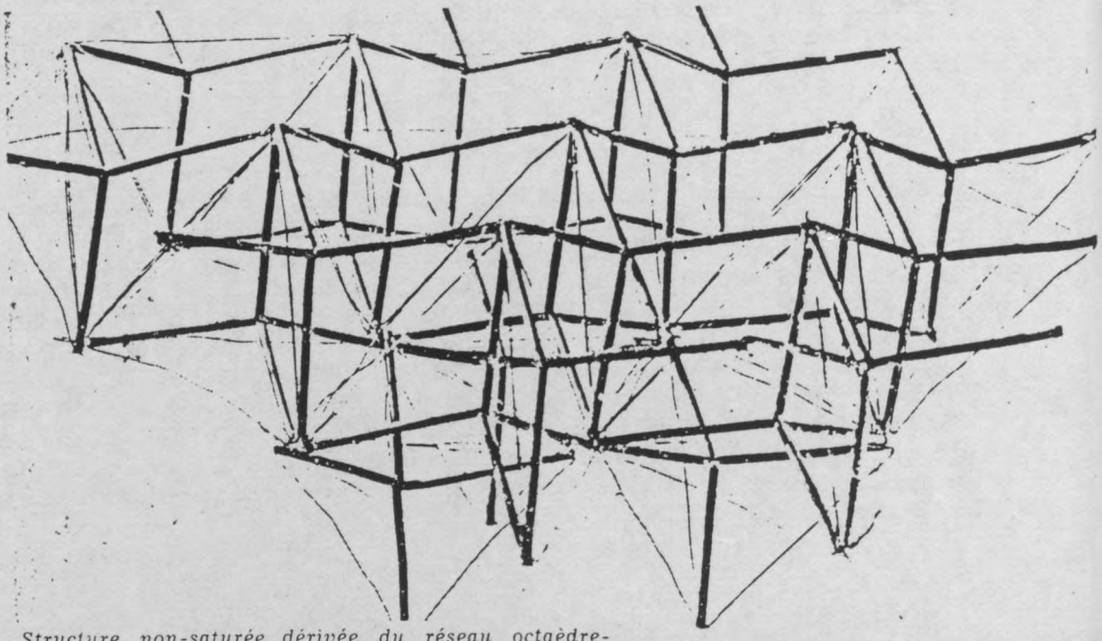


Les sous-ensembles étant lévogyres ou dextrogyres, un réseau composé uniquement de volumes de rotation identique sera monogyre et dans le cas d'utilisation alternative des sous-ensembles de rotation inverse, racémique. Les deux sortes de comportements des simplex entre eux interfèrent également avec le caractère de la tessellation choisie. En cas de trame rotatoire, un assemblage monogyre peut produire un réseau suractif ou au contraire compensé; tandis qu'un assemblage racémique ne peut donner qu'un réseau partiellement compensé.

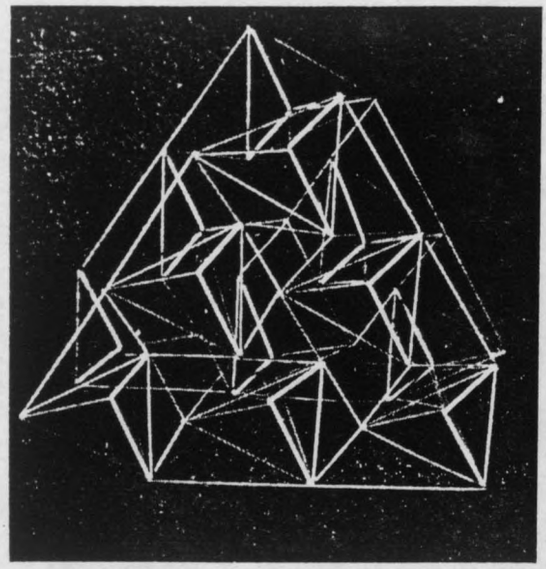
Les antipyramides tronquées peuvent, en outre, être posées sur leur base inférieure plus large ou, inversement, sur la plus petite. Dans un réseau ces simplex peuvent être placés en position identique par rapport à leur base, c'est à dire soit recto soit verso; ou bien alternativement recto et verso. Avec les deux sens de rotation, lévogyre et dextrogyre, on dispose donc de quatre positions différentes pour le même type de simplex élémentaire; autant d'éléments de situation permettant un jeu combinatoire plus grand, dont la latitude dans le cas des antipyramides carrées, par exemple, va jusqu'à vingt six possiblités de combinaisons différentes.

La juxtaposition de sous-ensembles, aussi bien antiprismatiques que antipyramidaux, peut produire des réseaux où entre les barres de compression s'établit un contact partiel ou complet et ceci malgré la qualité entièrement autotendante des simplex composants. On hésite, cependant, à qualifier ces réseaux, par ailleurs d'une richesse d'apparence remarquable, de semi-autotendants.

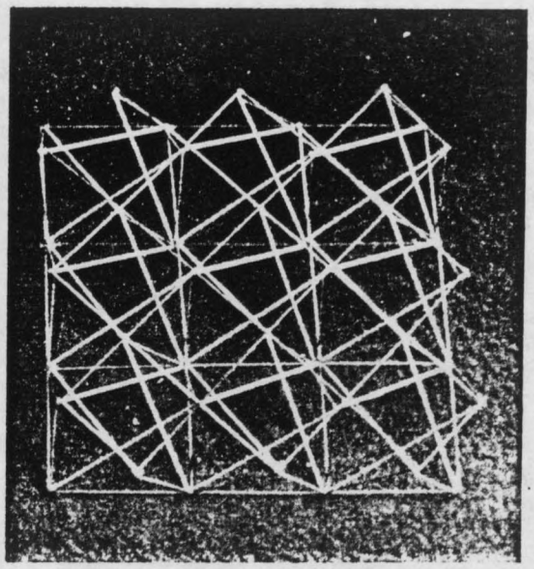
Appareillés latéralement, les sous-ensembles autotendants sont assemblés par juxtaposition ou par pénétration, celle-ci allant jusqu'à l'entrelacement, la même barre faisant alors partie de deux solides autotendants voisins.



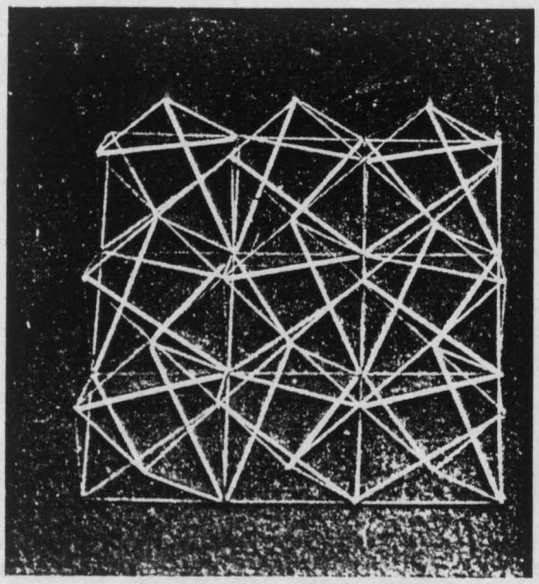
Structure non-saturée dérivée du réseau octaèdre-tetraèdre, composée d'un seul type de barre et de cable.



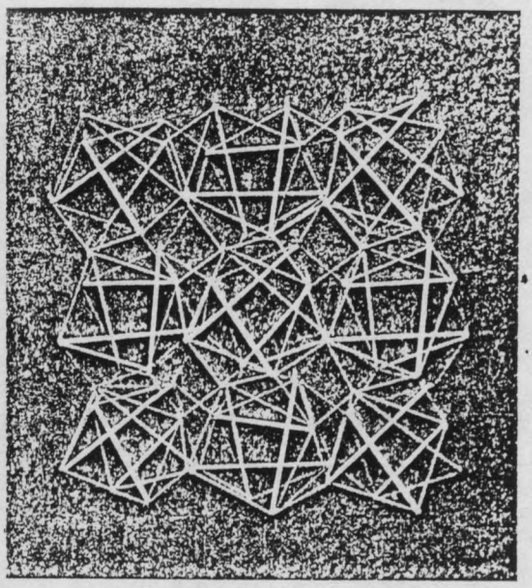
Structure à groupe de barres discontinues, reconstituée à l'aide des sous-ensembles de la précédente après distension et torsion par rapport à une verticale.



Structure à deux nappes rigides entre elles discontinues, composée d'équilibrum à rotation gauche.



Structure tressée de fibres rigides entre elles discontinues, composée d'équilibrum de rotation alternativement gauche et droit.



Structure à barres totalement discontinue et composée d'équilibrum alternativement gauche et droit.

Les réseaux dits entrelacés sont construits également sur un schéma d'appareillage rotatoire automorphe.

D'autres juxtapositions simples produiront des réseaux avec les barres de compression totalement dissociées, obtenus pratiquement tous sur une tessellation de base rotatoire.

CARACTERISTIQUES DES RESEAUX

Dans les réseaux obtenus, les barres de compression peuvent donc avoir entre elles des contacts, des semi-contacts ou une discontinuité totale. Conventionnellement, on appellera "semi-contact" quand seule une extrémité des barres se rencontre avec une autre.

La simple juxtaposition provoque le plus souvent une coïncidence complète ou partielle entre les sommets des volumes voisins et le réseau devient, malgré la discontinuité originelle des sous-ensembles autotendants, une structure à barres continues à un degré plus ou moins grand. Elle n'en restera pas moins une composition spatiale plus légère que n'importe quel réseau à barres indifférenciées.

Les configurations de barres ont des dispositions très variées: des groupes en "v", en tri- ou quadripodes; des filaments tissés en ligne droite ou en zig-zag; des polygones entrelacés dans l'espace; des réseaux doubles se tressant en deux continuums indépendants.

La plupart des réseaux discontinus où les barres restent isolées même après l'assemblage des volumes élémentaires, dérivent des tessellations automorphes. Les plus remarquables parmi ces structures sont les deux séries de trois réseaux entrelacés, qui sont transformables les uns dans les autres par une déformation continue; chacun pouvant s'ouvrir et se refermer dans un faisceau comme un parapluie en faisant varier seulement la longueur des tendeurs. A chaque stade de leur développement ces structures mobiles restent cependant rigides.

Sur les planches correspondantes la composition des réseaux entrelacés est analysée sur les figures explicatives par nappes isolées d'abord, puis superposées; des vues perspectives et orthogonales montrant le sous-ensemble intermédiaire indéformable qui est dans chacun des deux cas un assemblage de six ou quatre antipyramides tronquées latéralement entrelacées, chaque groupe étant composé de douze barres de compression.

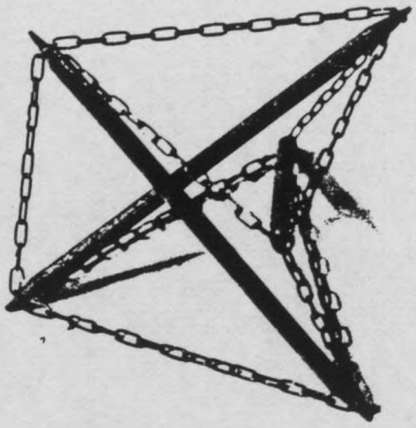
Les données analytiques des soixante réseaux autotendants double nappe étudiés sont résumées dans le tableau 5 indiquant pour chacun le sous-ensemble, tessellation de base, mode d'assemblage et situation des barres.

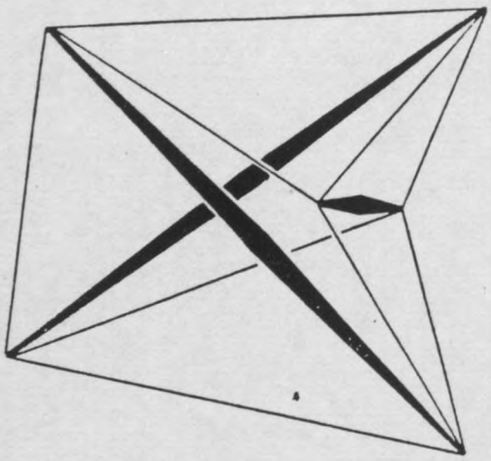
Les figures correspondantes montrent les réseaux par des vues en forme de découpe circulaire, où les deux nappes superposées sont distinguées par des traits d'épaisseur différente, les barres, toujours diagonales, étant exprimées par des traits cunéiformes.

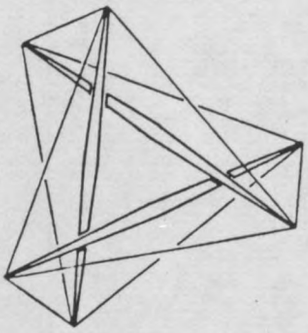
TABLEAU 5 RESEAUX AUTOTENDANTS DOUBLE NAPPE

N°	Sous-ensemble		Modes d'assemblage				Situation des barres		
			Mono.	Racém.	Recto	R et V	Contact	Semi-C.	Discont.
	Antiprismatiques								
1	3B	333333	●					●	
2		$3_1 3_{\bar{3}} 3_2 3_3$	●						●
3	4B	488	●				●		
4		488		●			●		
5		444 distendue	●						●
6		444 distendue		●					●
7		488	●						●
8		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2$	●						●
	Antipyramidaux								
9	3B	333333	●		●			●	
10		333333		●	●		●		
11		333333	●			●		●	
12		333333		●		●		●	
13		$3_1 3_2 3_1 3_{\bar{2}}$	●		●				●
14		$3_1 3_3 3_2 3_{\bar{3}}$	●		●				●
15		$3_2 3_{\bar{2}} 6_1$	●		●				●
16		$3_2 3_{\bar{2}} 6_1$		●	●				●
17		$3_2 3_{\bar{2}} 6_1$	●			●			●
18		$3_2 3_{\bar{2}} 6_1$		●		●			●
	Entrelacés								
19	6x3B	3636		●		●			●
20		$3_1 3_2 3_1 3_{\bar{2}}$		●		●			●
21		$3_1 6_{\bar{3}} 6_3$		●		●			●
22	4B	444	●		●		●		
23		444		●	●		●		
24		444	●			●		●	
25		444		●		●		●	
26		444		●		●		●	
27		444	●			●		●	
28		444		●		●		●	
29		444		●		●		●	
30		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2$	●		●				●
31		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2$	●		●				●
32		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2$		●	●				●
33		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2$	●			●		●	
34		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2$	●			●	●		
35		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2$		●		●	●		
36		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2$		●		●	●		
37		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2$		●		●	●		
38		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2$		●		●		●	
39		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2$		●		●		●	
40		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2$	●			●		●	
41		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2$	●			●		●	
42		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2 \quad 4_2 4_2 4_{\bar{2}}$	●		●			●	
43		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2 \quad 4_2 4_2 4_{\bar{2}}$		●	●			●	
44		$4_1 4_{\bar{2}} 4_2 \quad 4_2 4_2 4_{\bar{2}}$	●			●	●		
45		444	●		●			●	
	Entrelacés								
46	4x4B	444		●		●			●
47		444		●		●			●
48		$4_1 4_2 4_{\bar{2}}$		●		●			●
	Prismatiques								
49	6B	666	●		●		●		
50		3636	●		●		●		
51		3366 3636	●		●		●		
52		$3_1 6_{\bar{2}} 6_2$	●		●				●
	Stella octangula								
53	6B	666	●		●		●		
54		$3_1 3_2 3_1 3_{\bar{2}}$	●		●		●		
	Interpénétrations								
55	8B	488		●	●		●		
56		488		●	●				●
57		488	●		●		●		
58		488	●		●				●
59		488	●		●				●
60		488	●		●		●		

RESEAUX ANTIPRISMATIQUES 3B

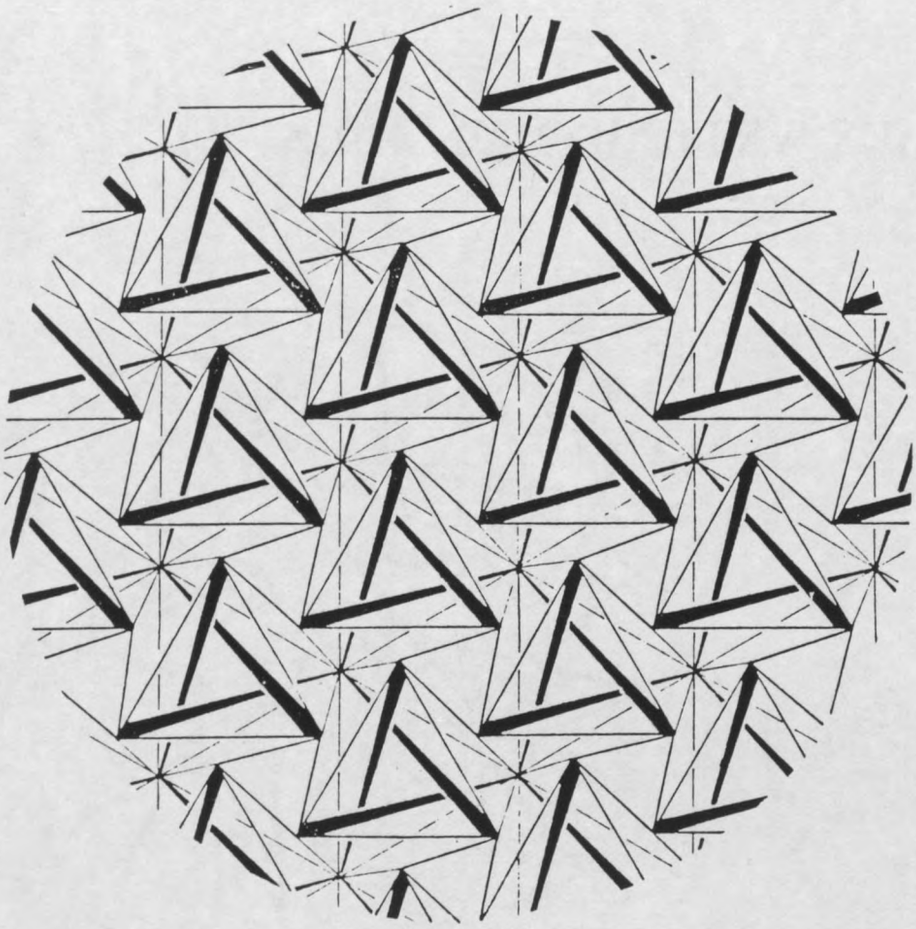




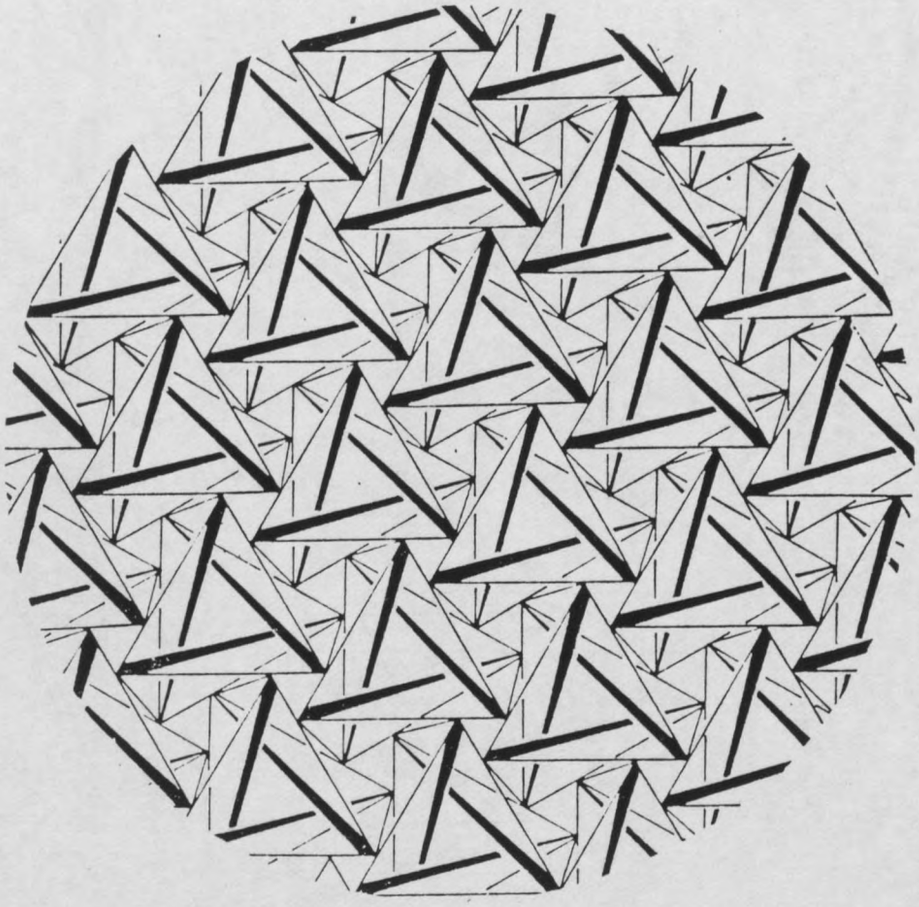


MONOGYRE

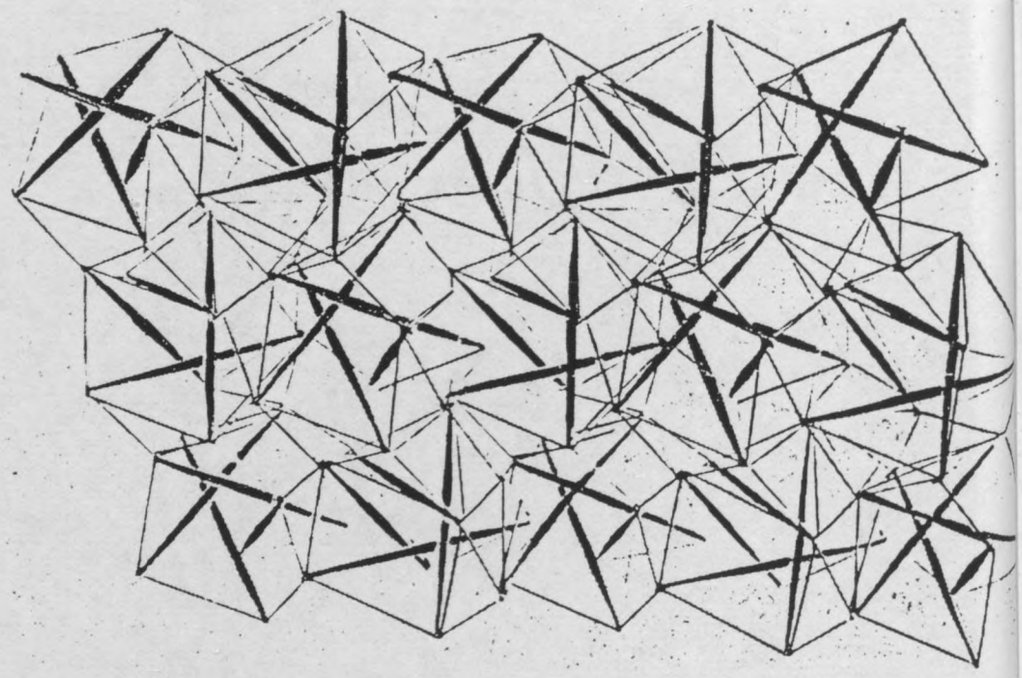
1

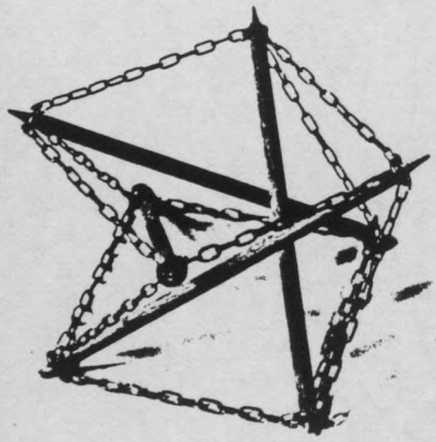


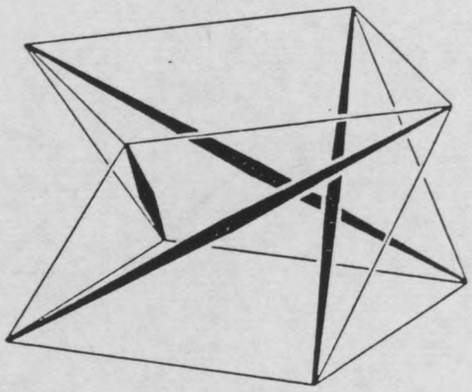
2



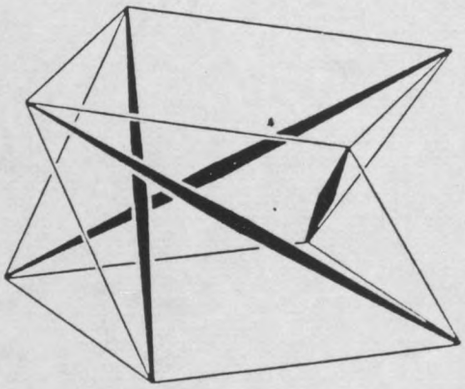
RESEAUX ANTIPRISMATIQUES 4B



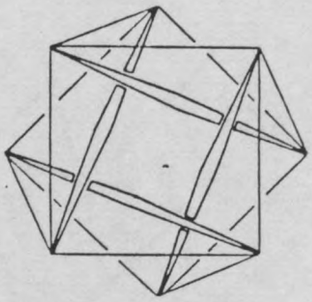


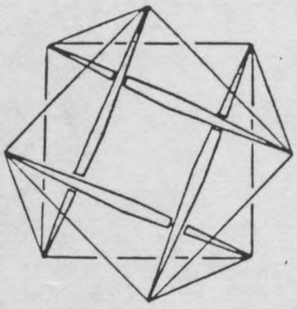


LEVOGYRE

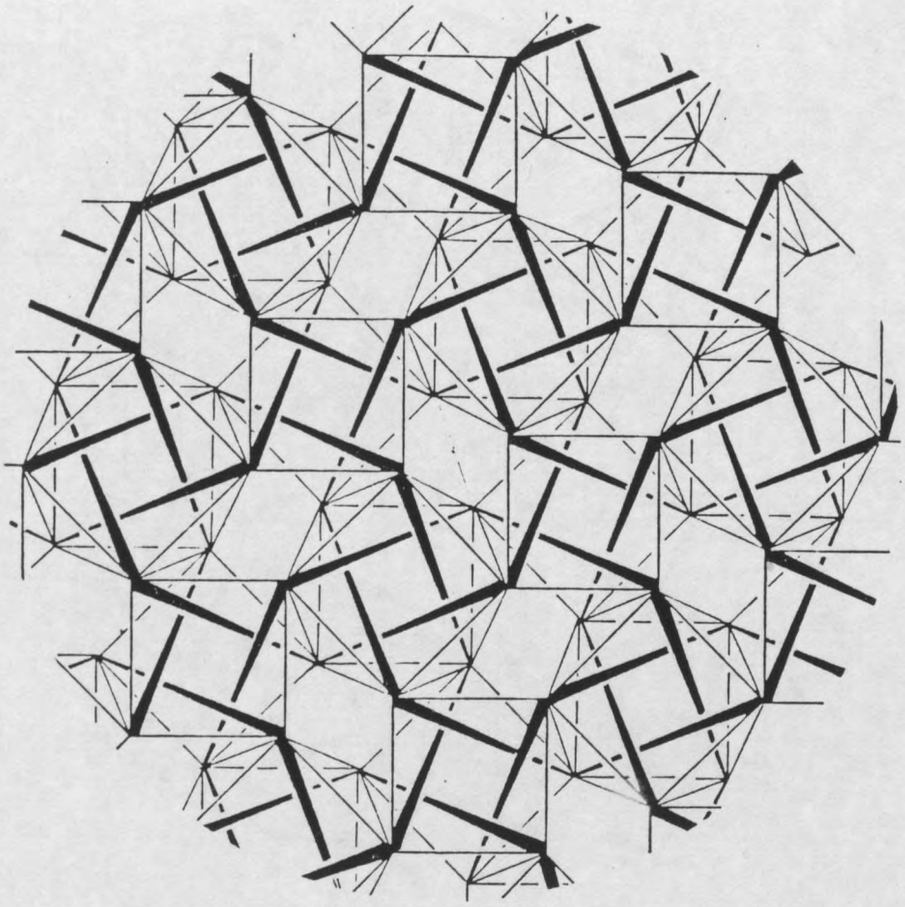


DEXTROGYRE

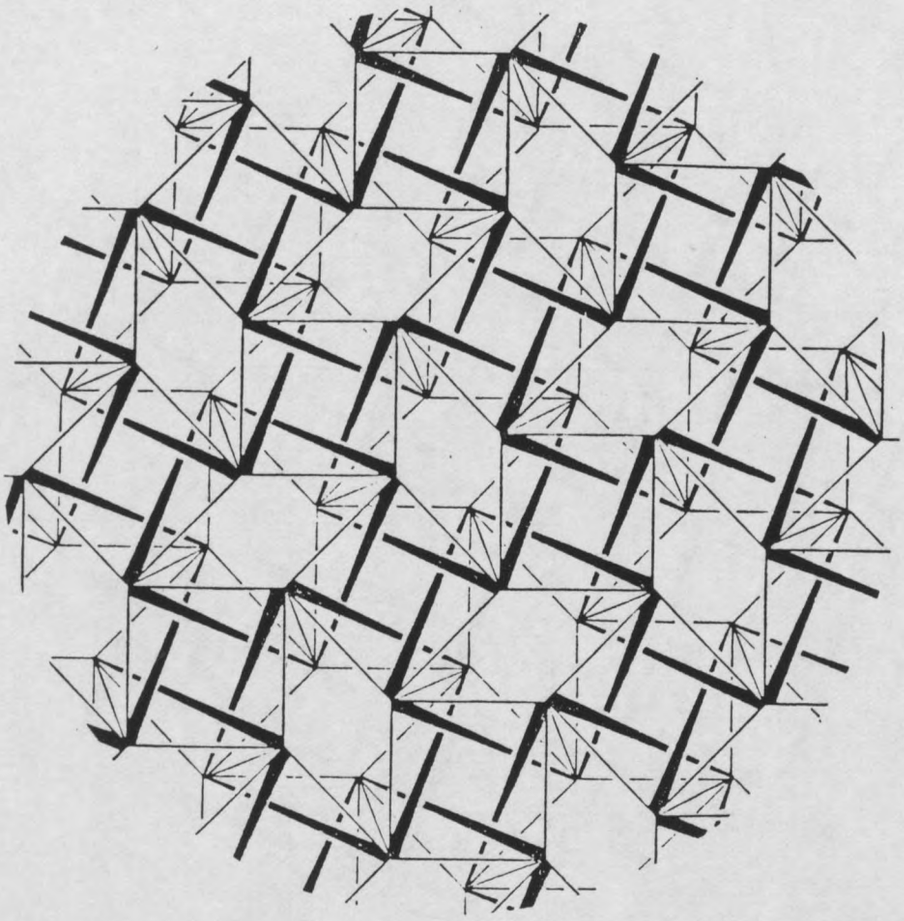




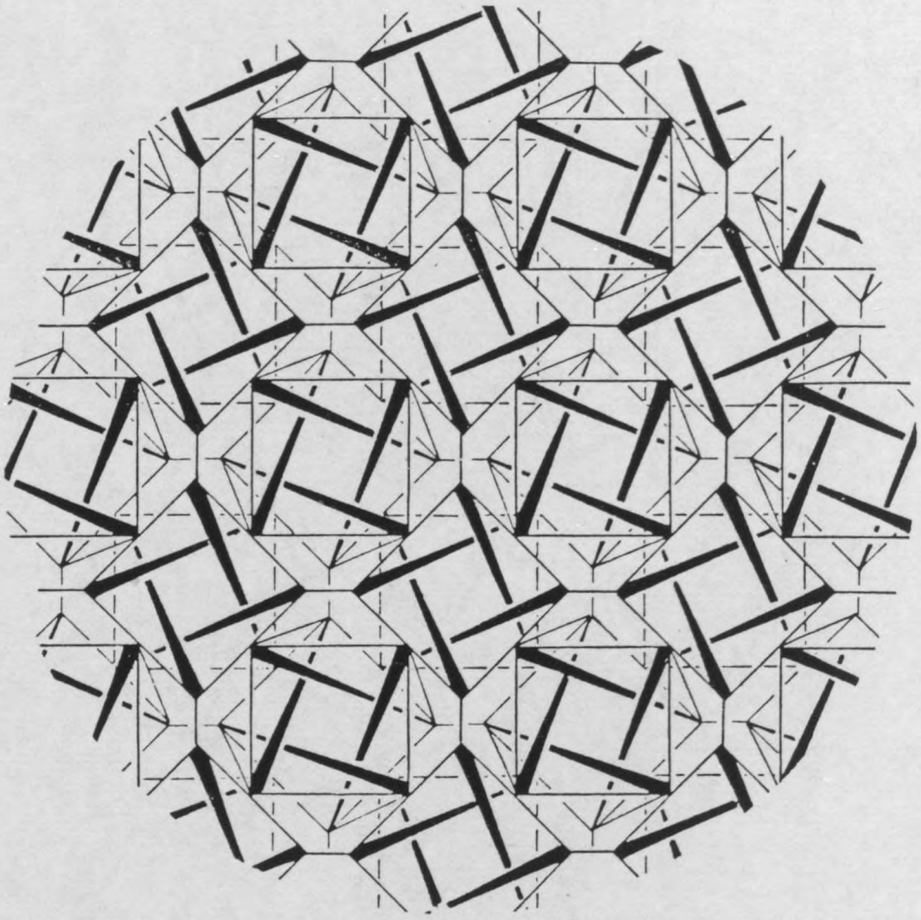
5



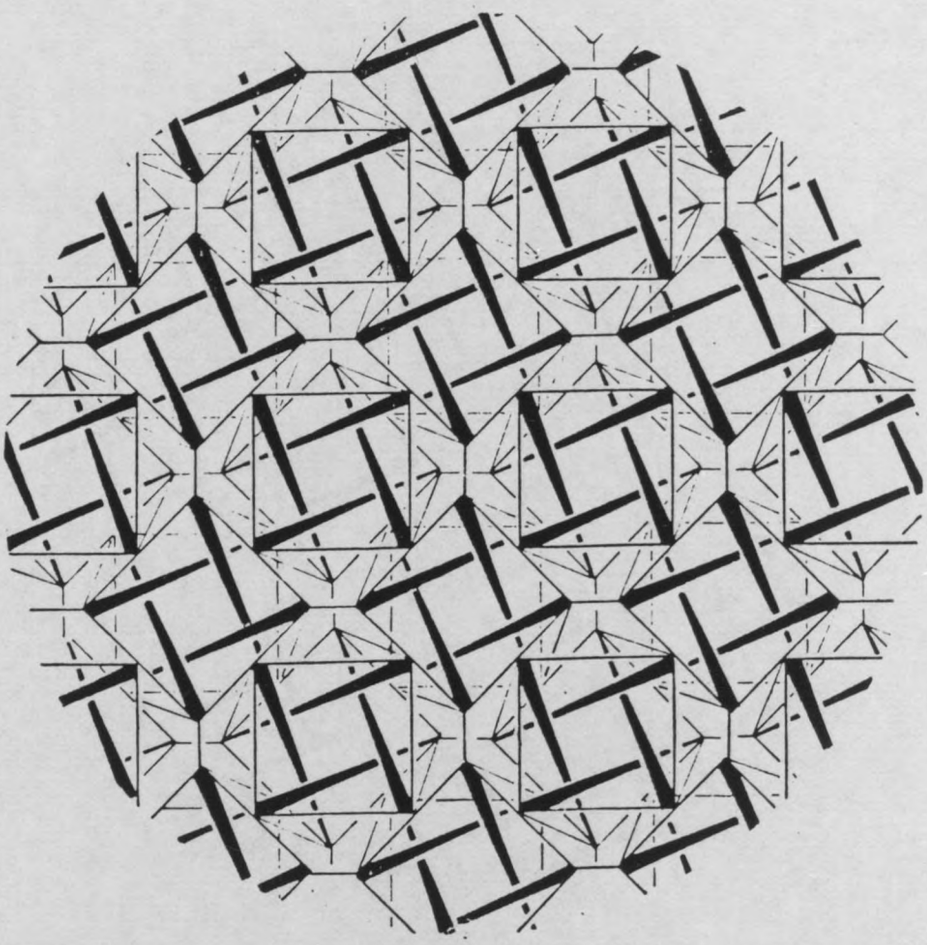
4



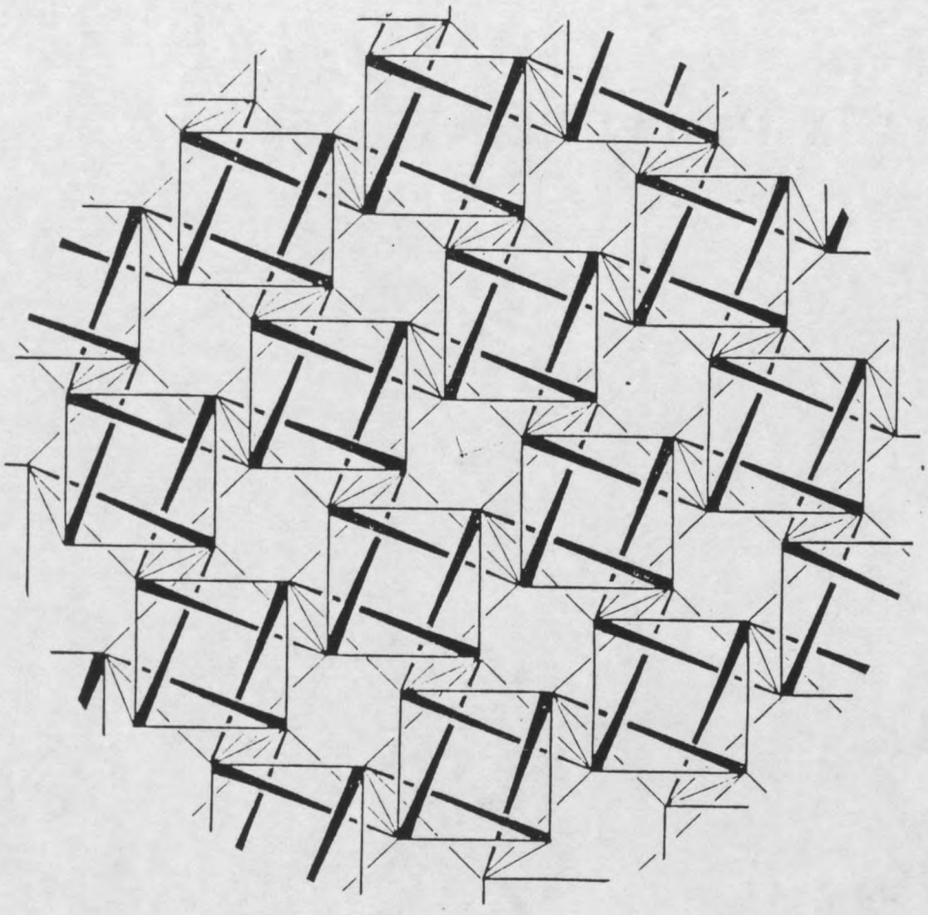
5



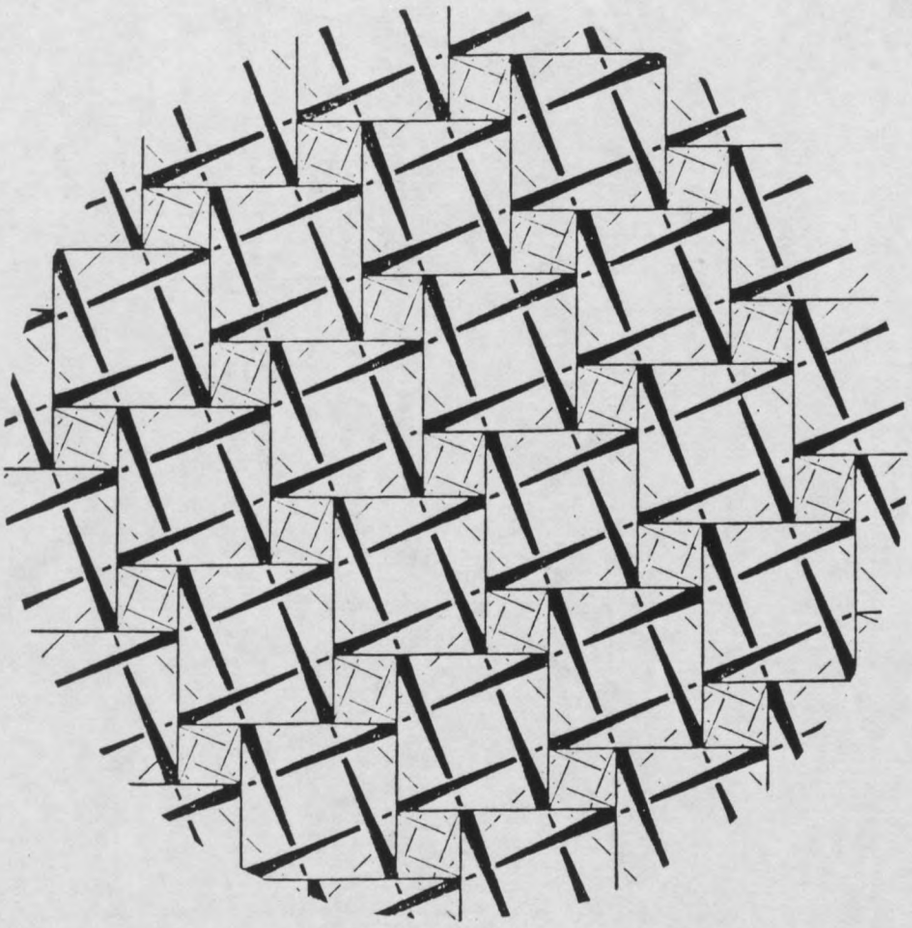
6



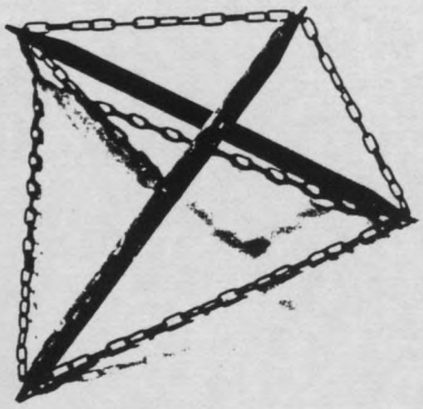
7



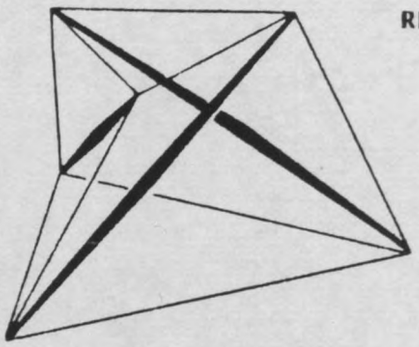
8

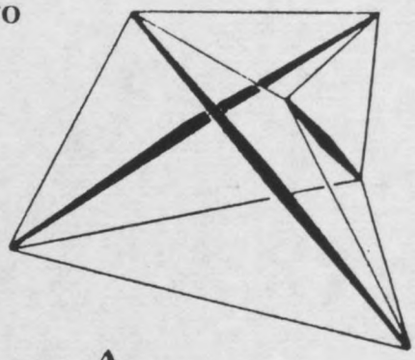


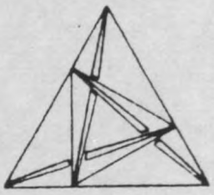
RESEAUX PYRAMIDAUX 3B



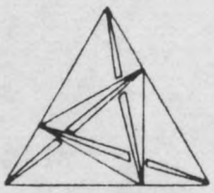
RECTO





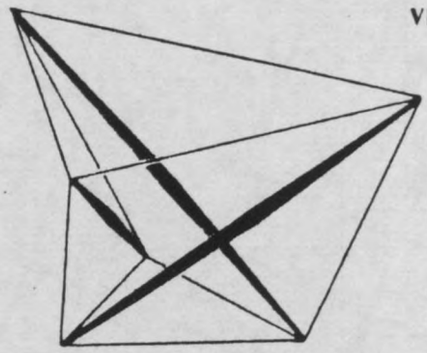


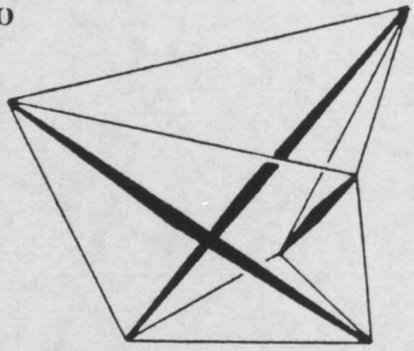
LEVOGYRE

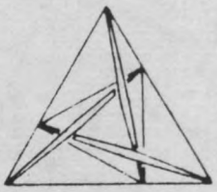


DEXTROGYRE

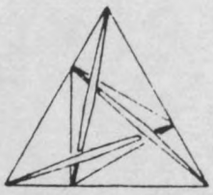
VERSO





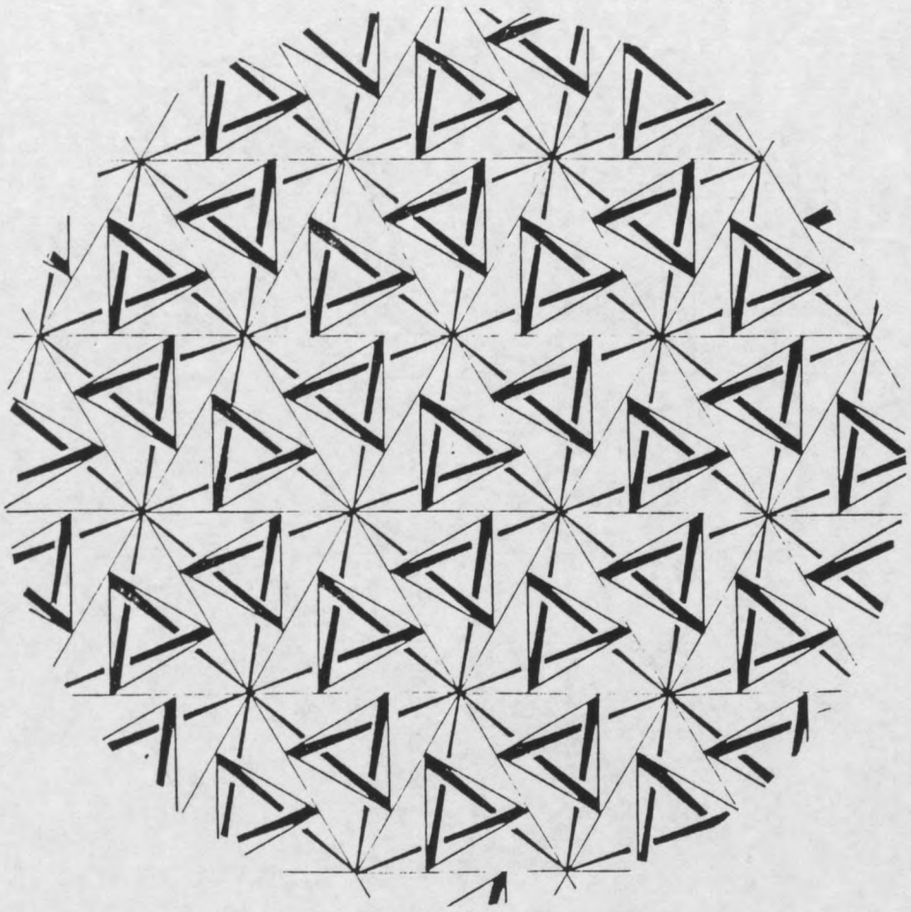


LEVOGYRE

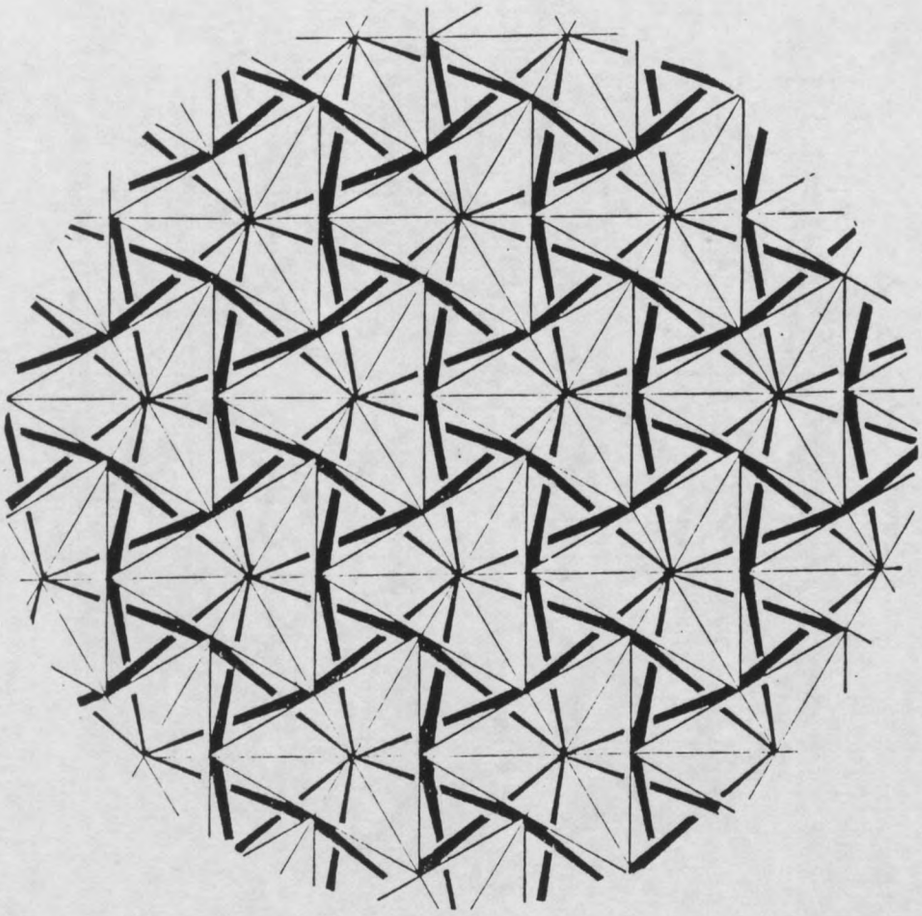


DEXTROGYRE

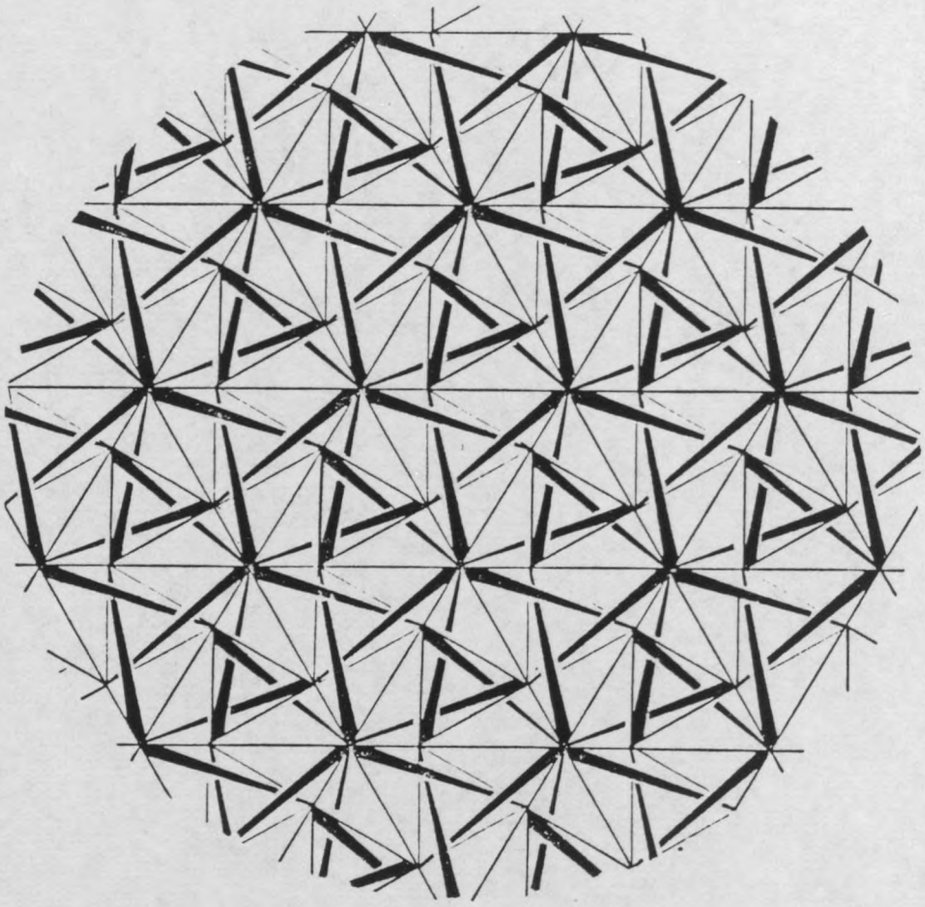
9)



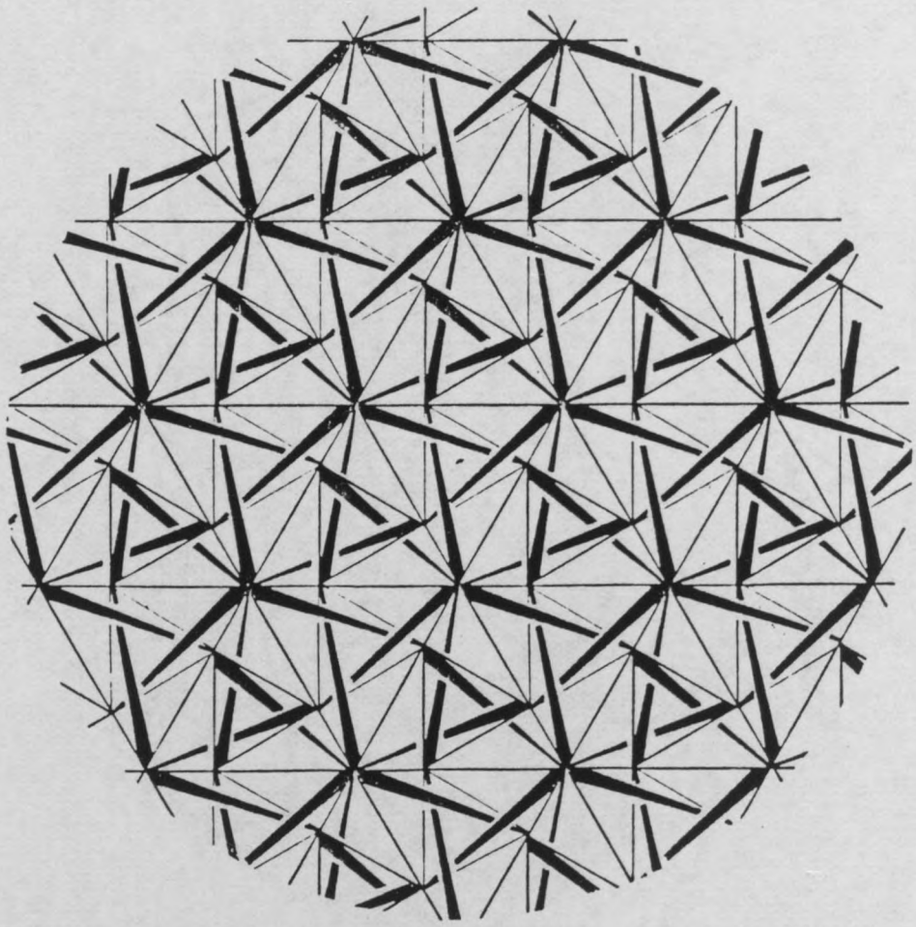
10)



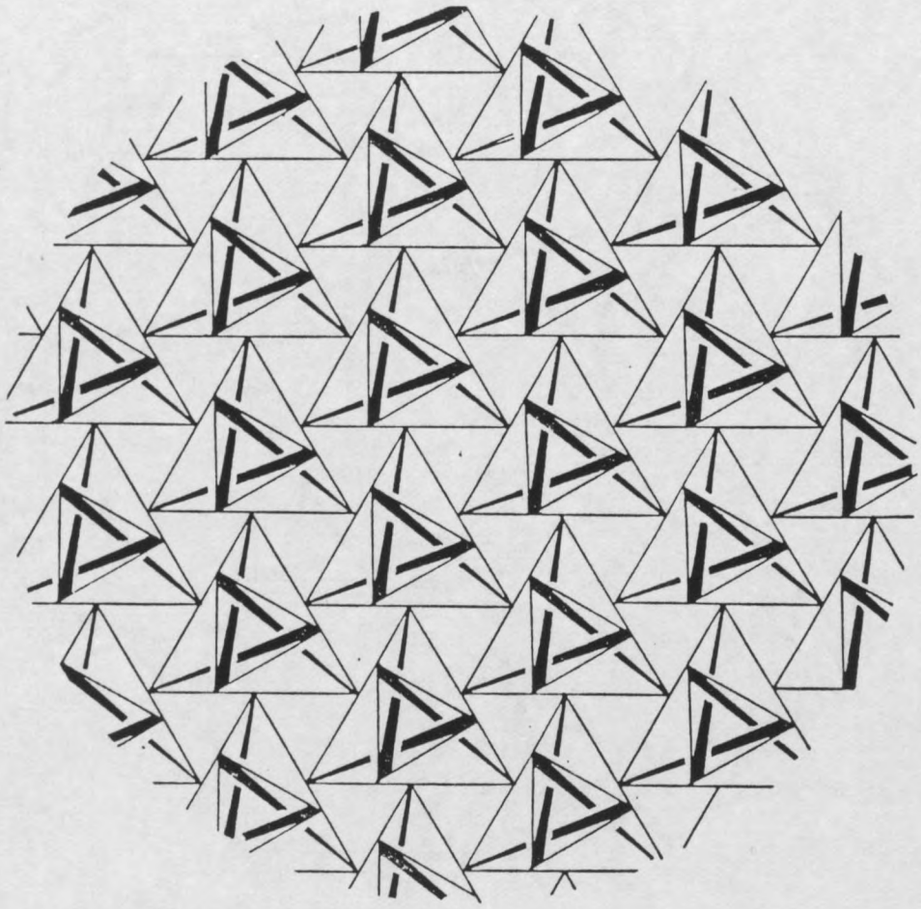
11



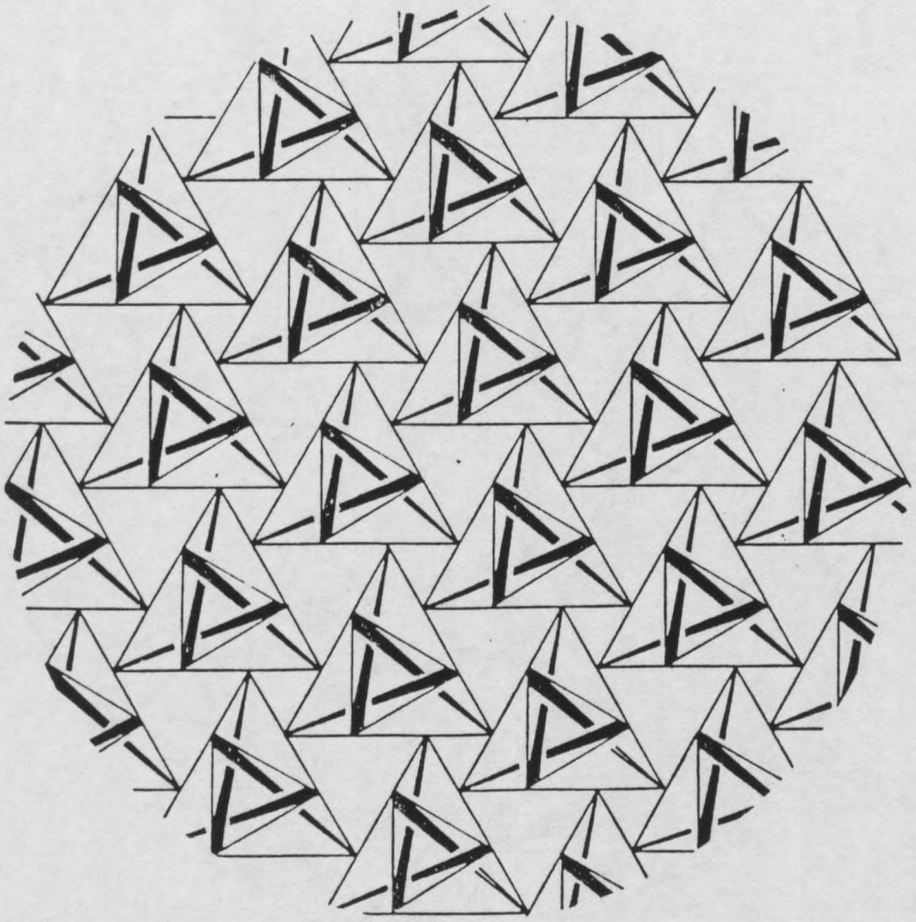
12



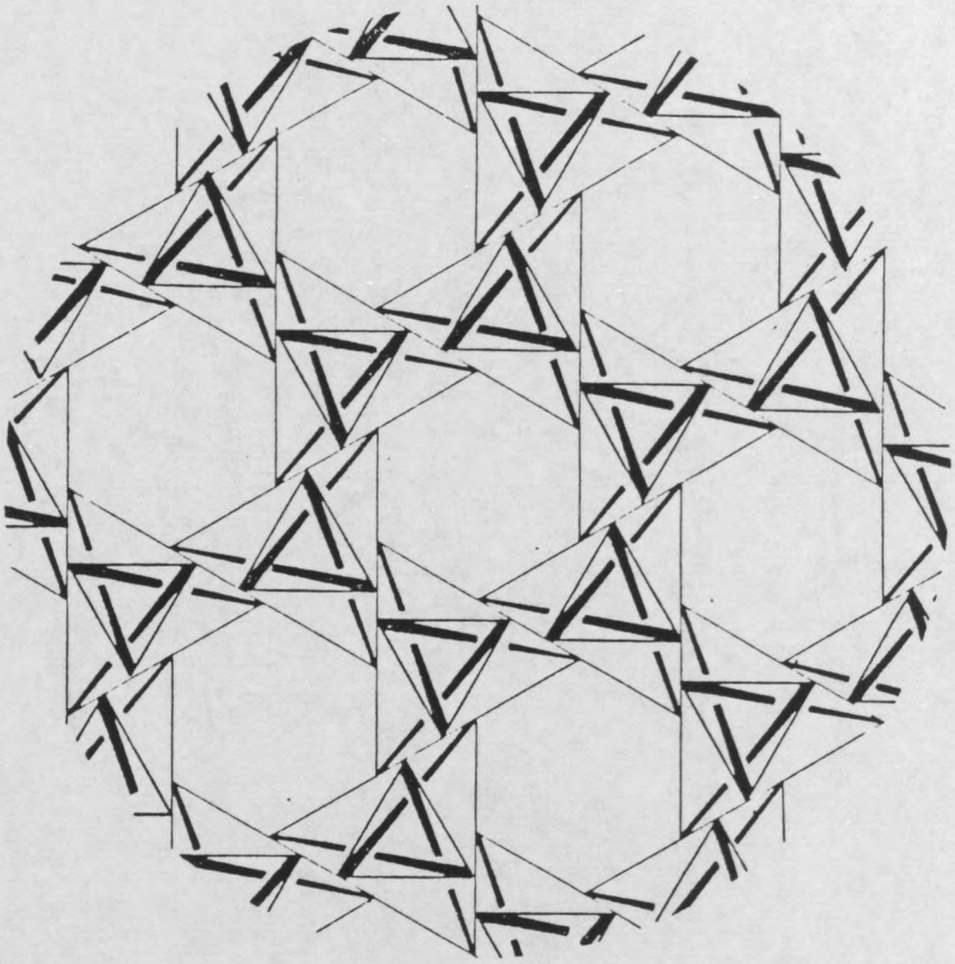
15



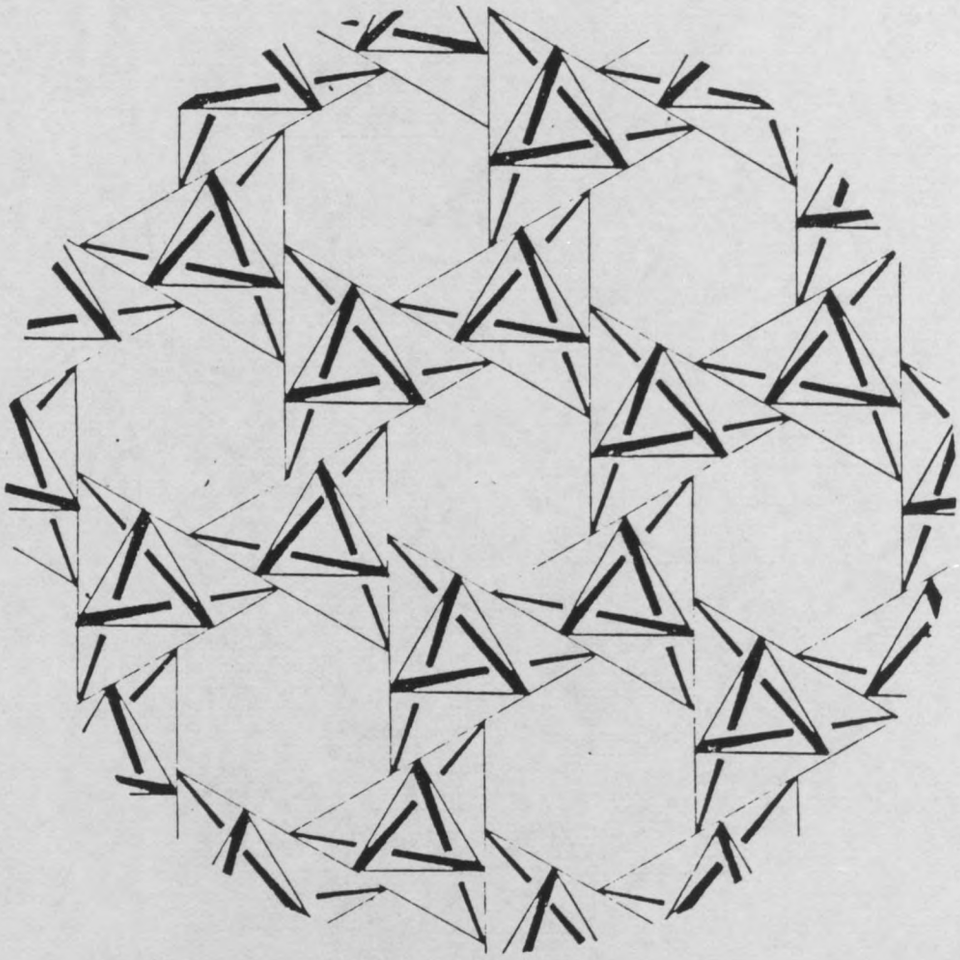
14



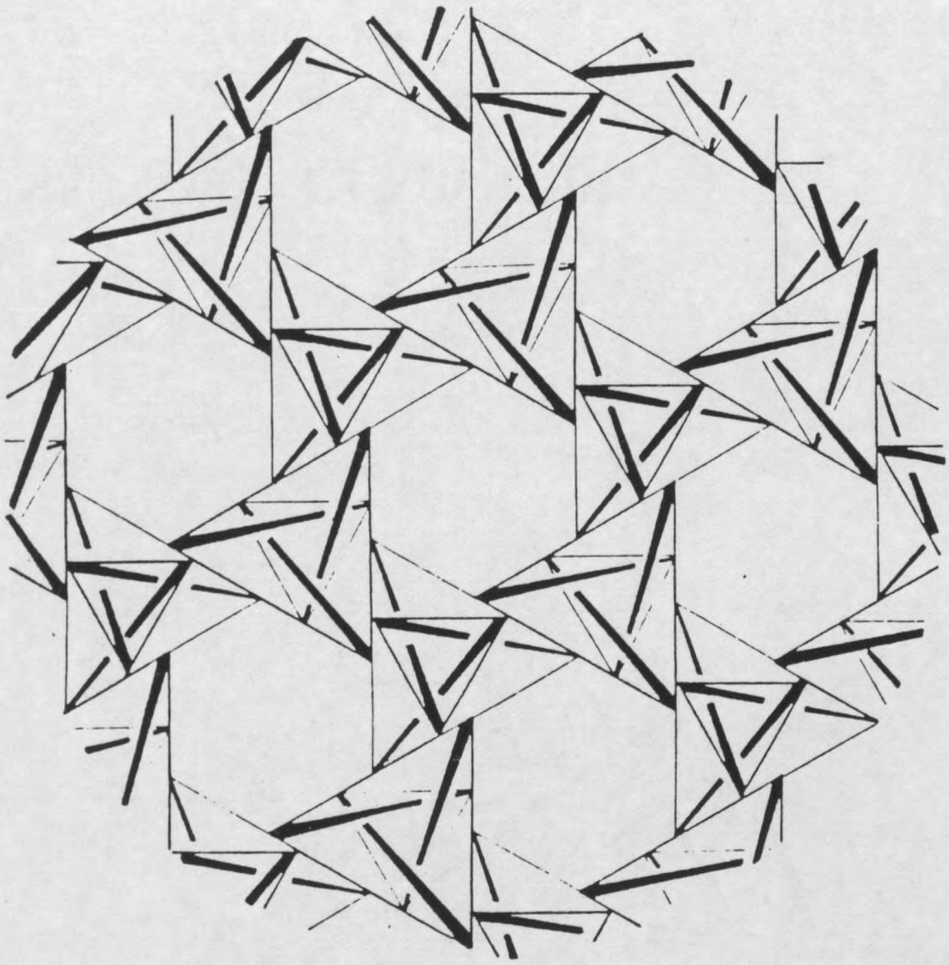
15



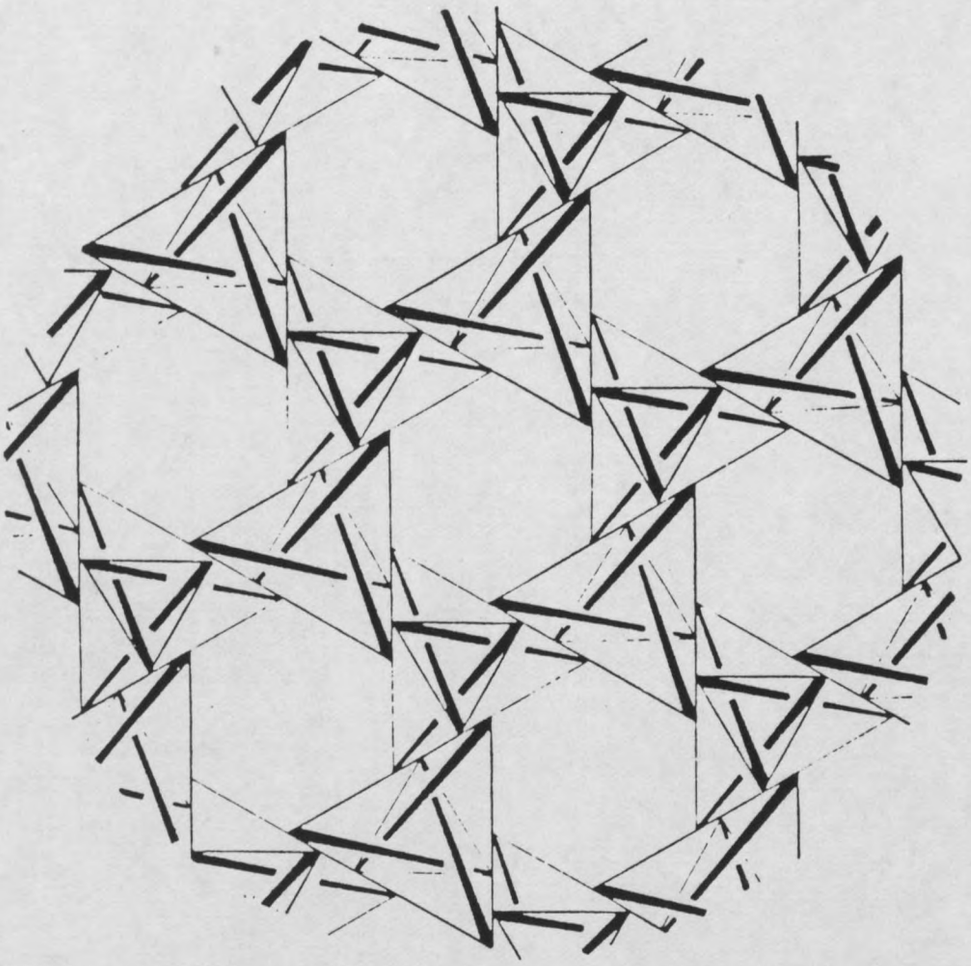
16



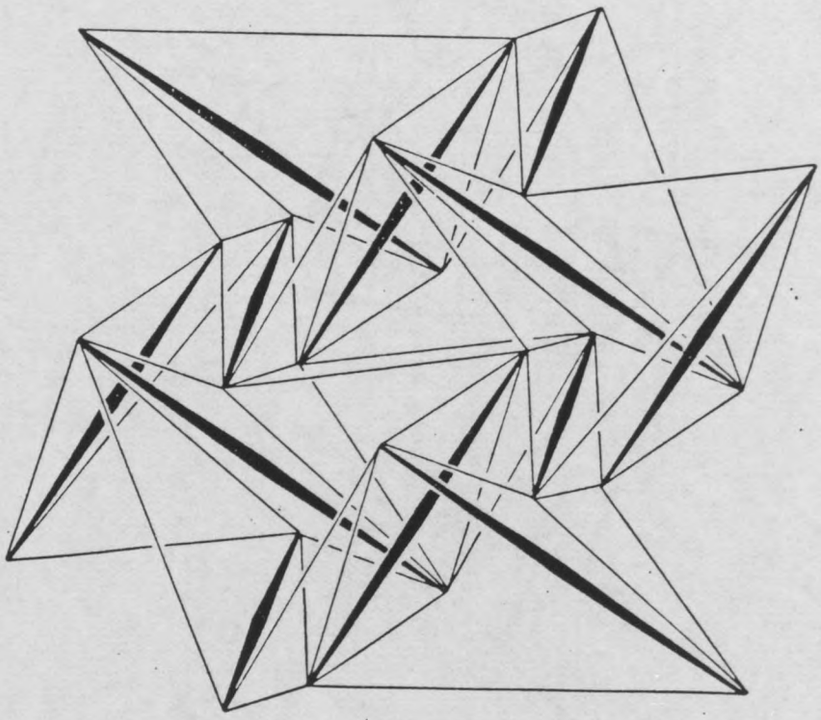
47

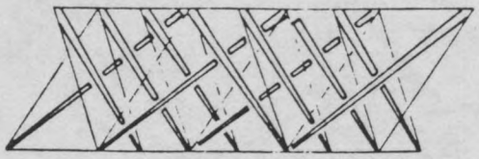


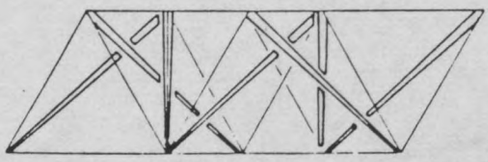
48

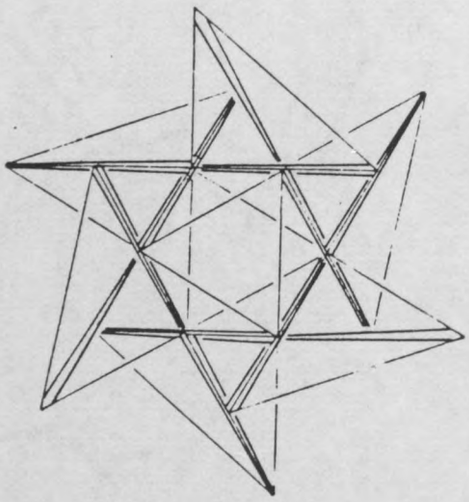


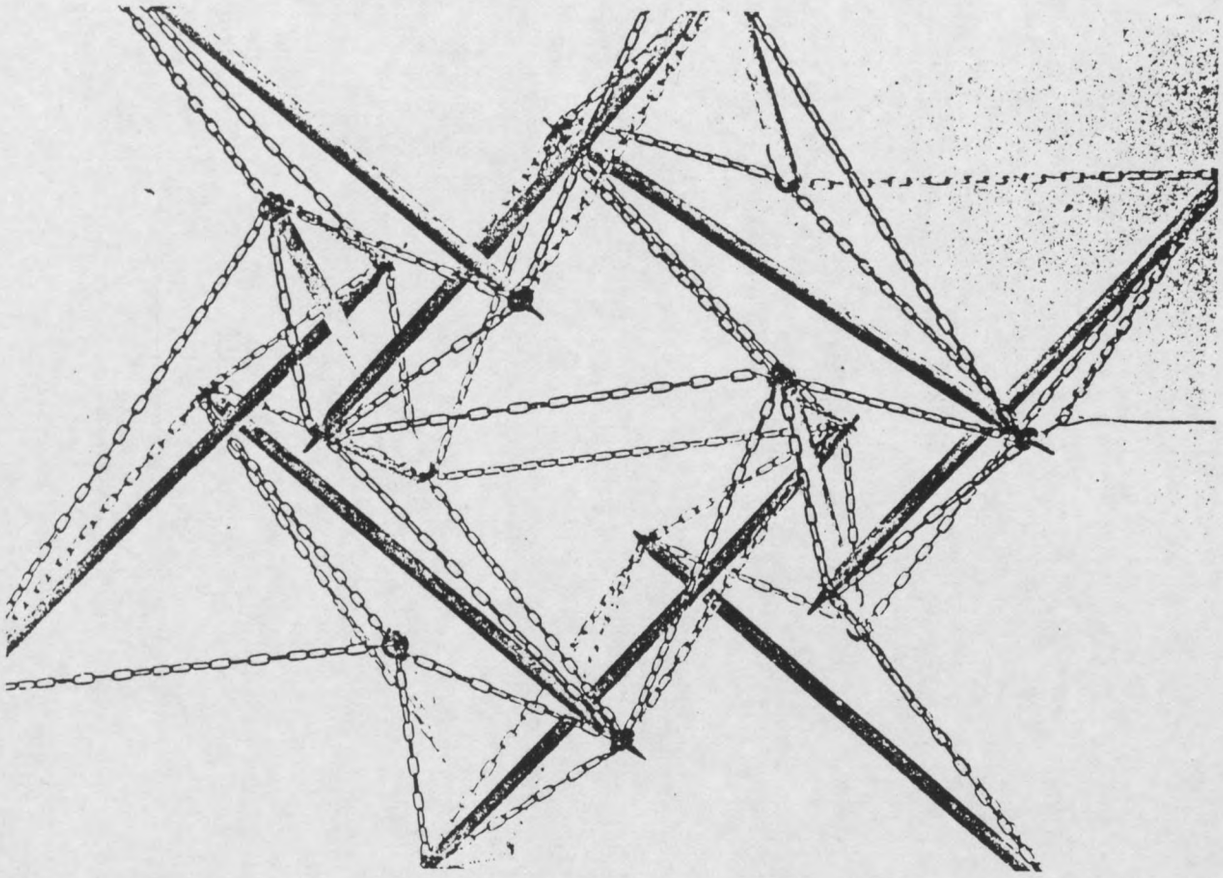
49 RESEAUX ENTRELACES 6.3B

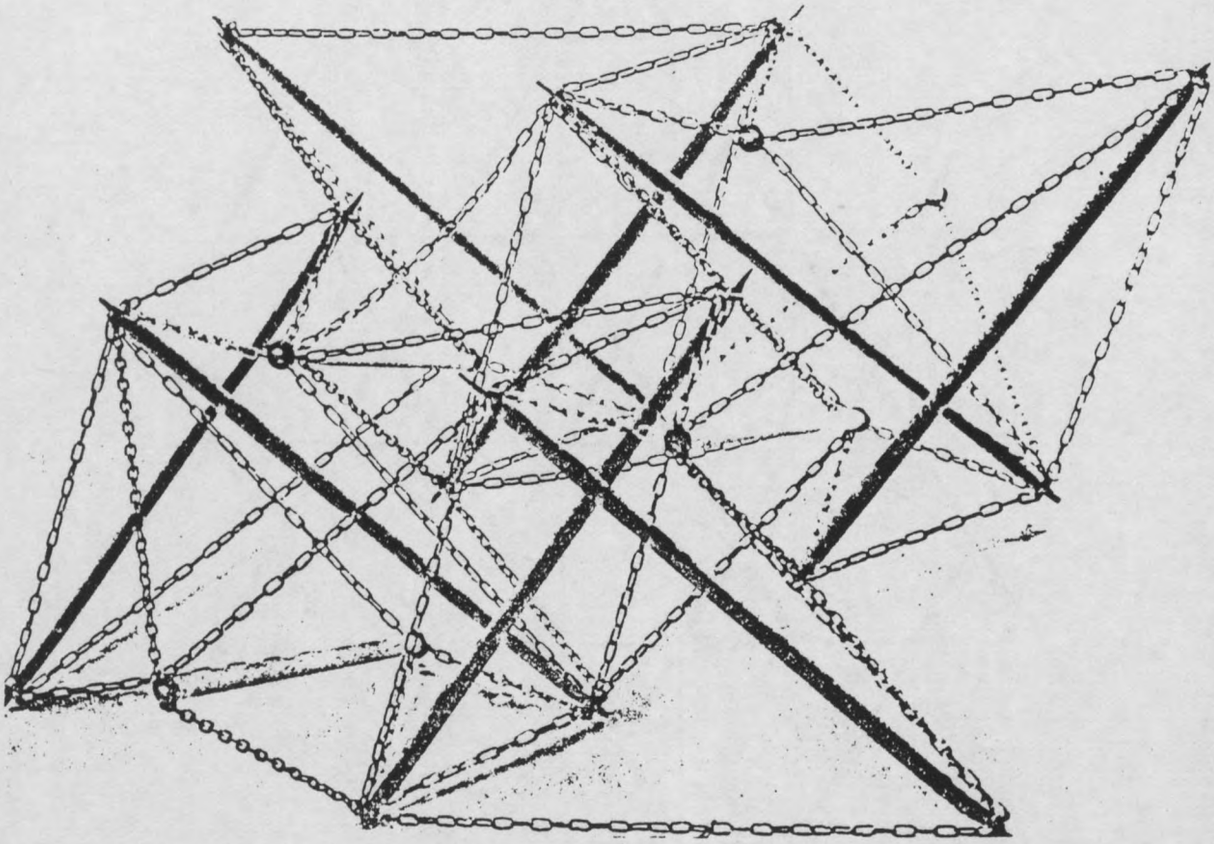


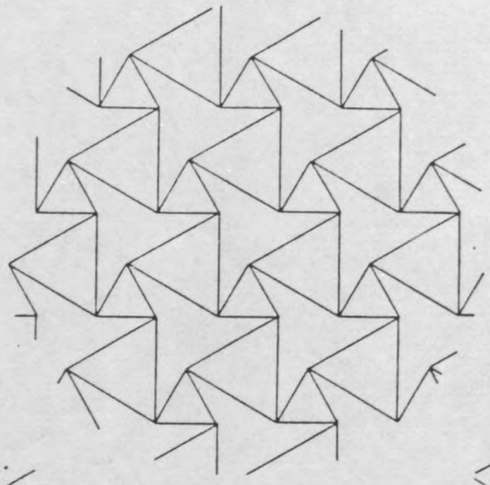




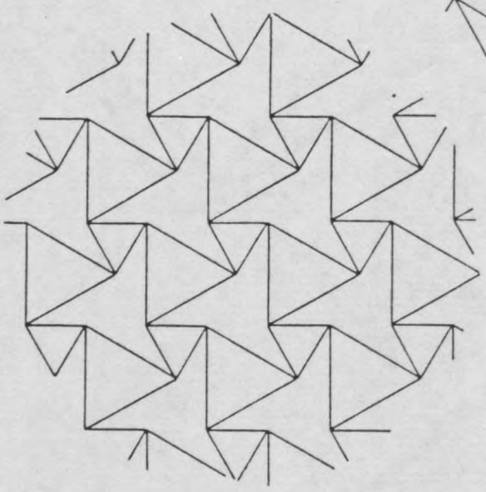




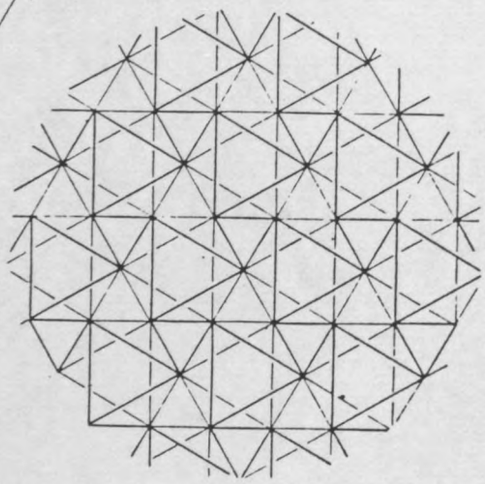




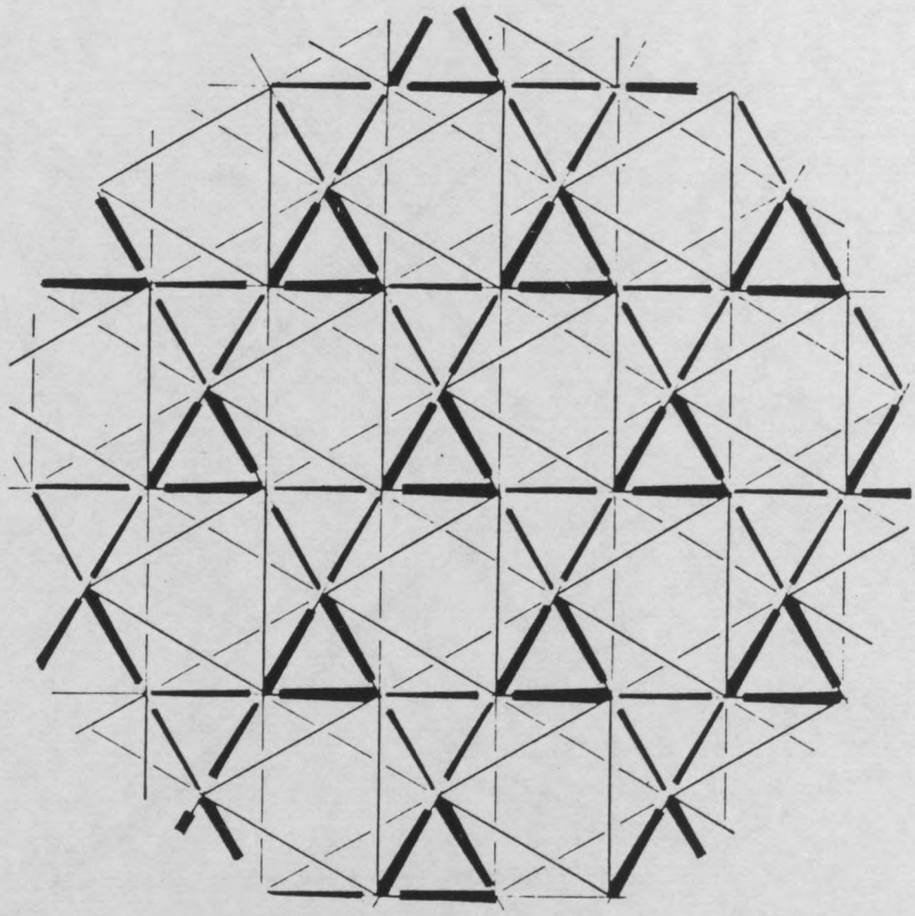
2

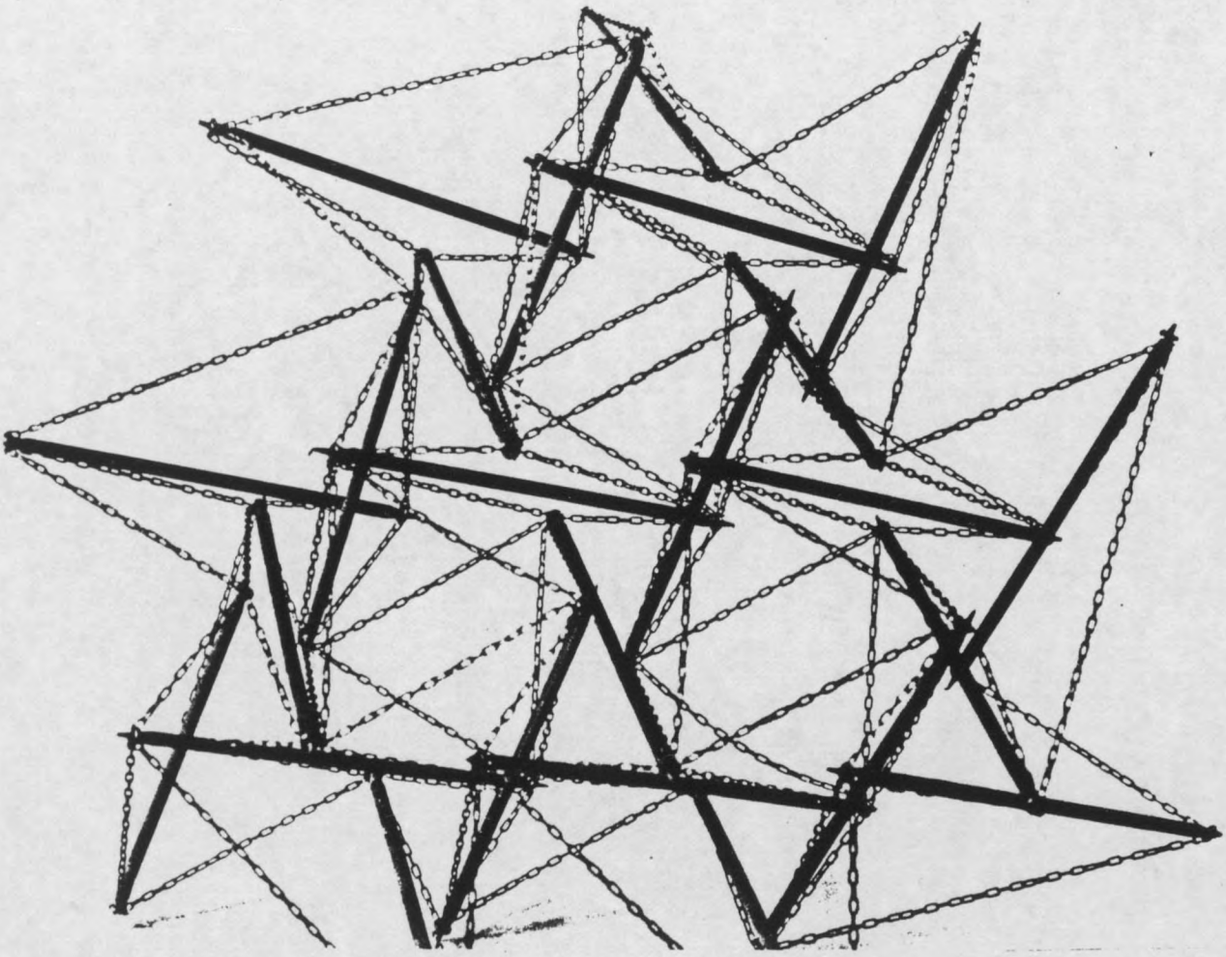


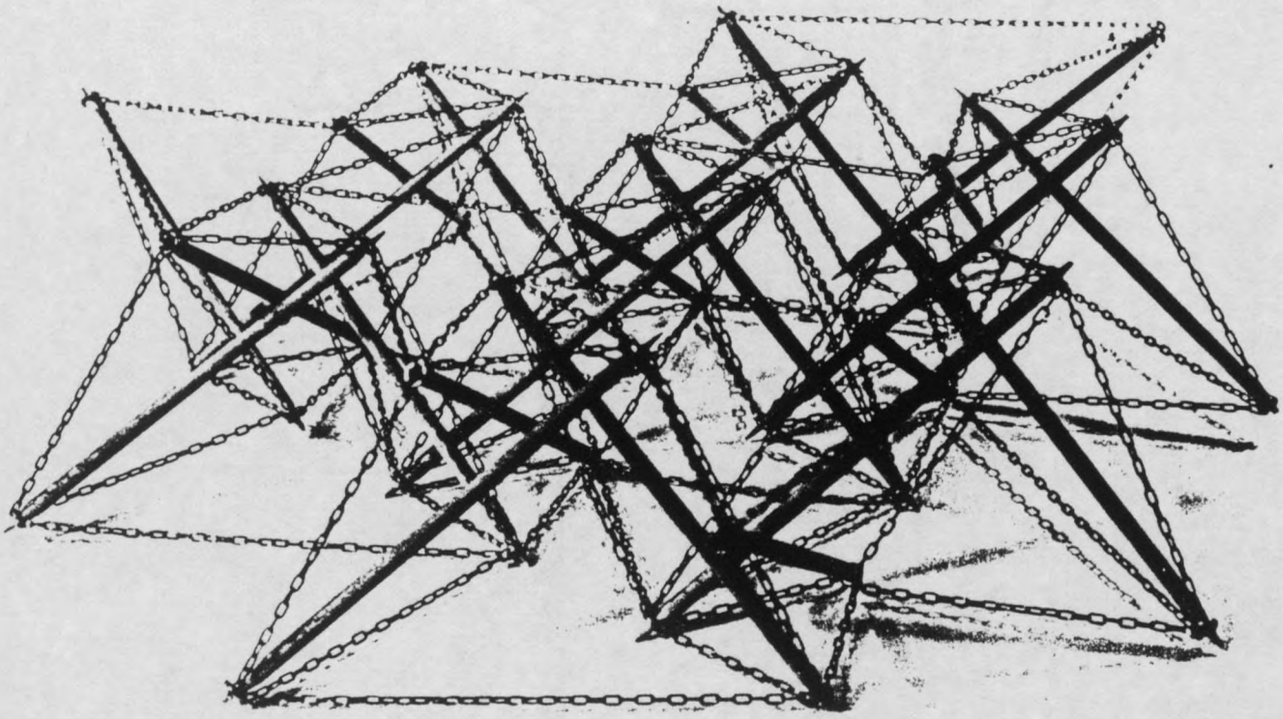
1



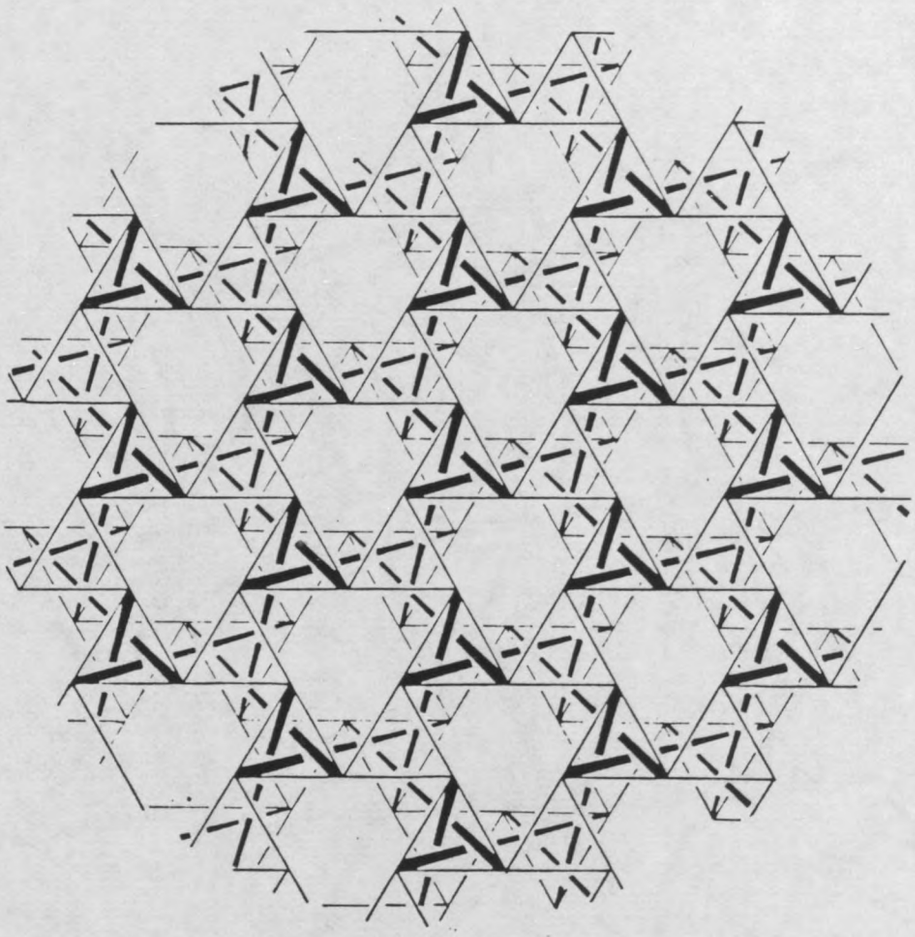
1+2



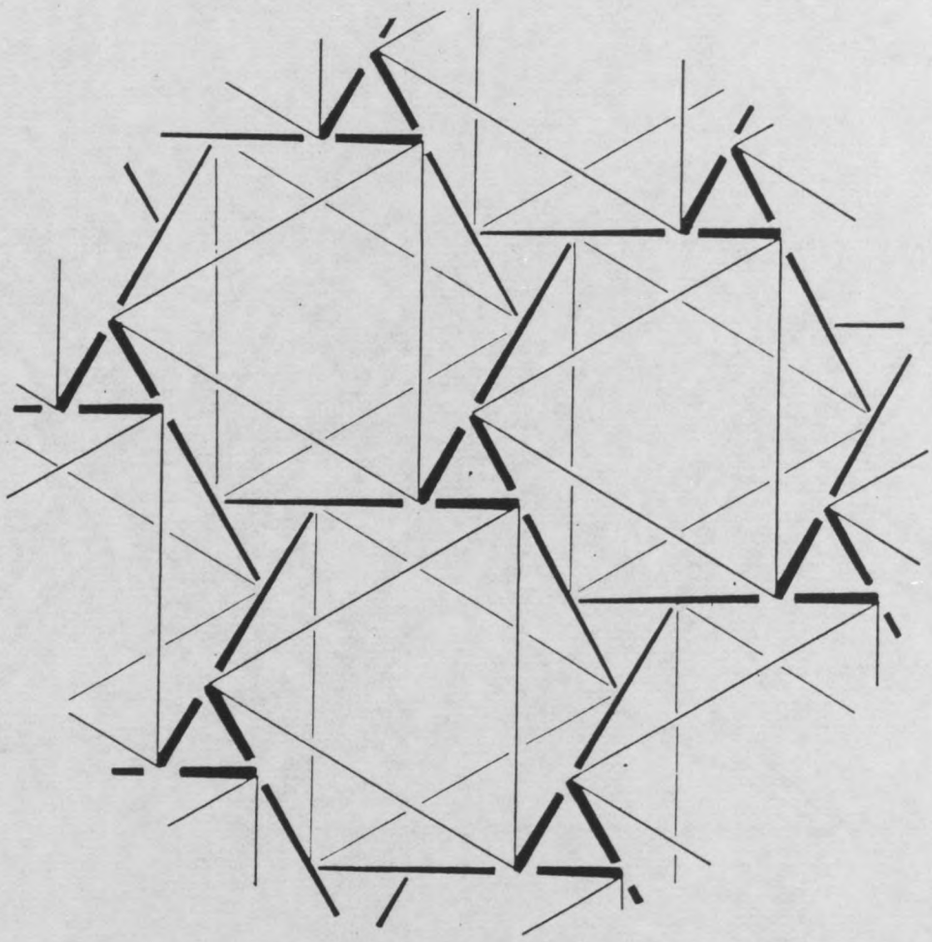


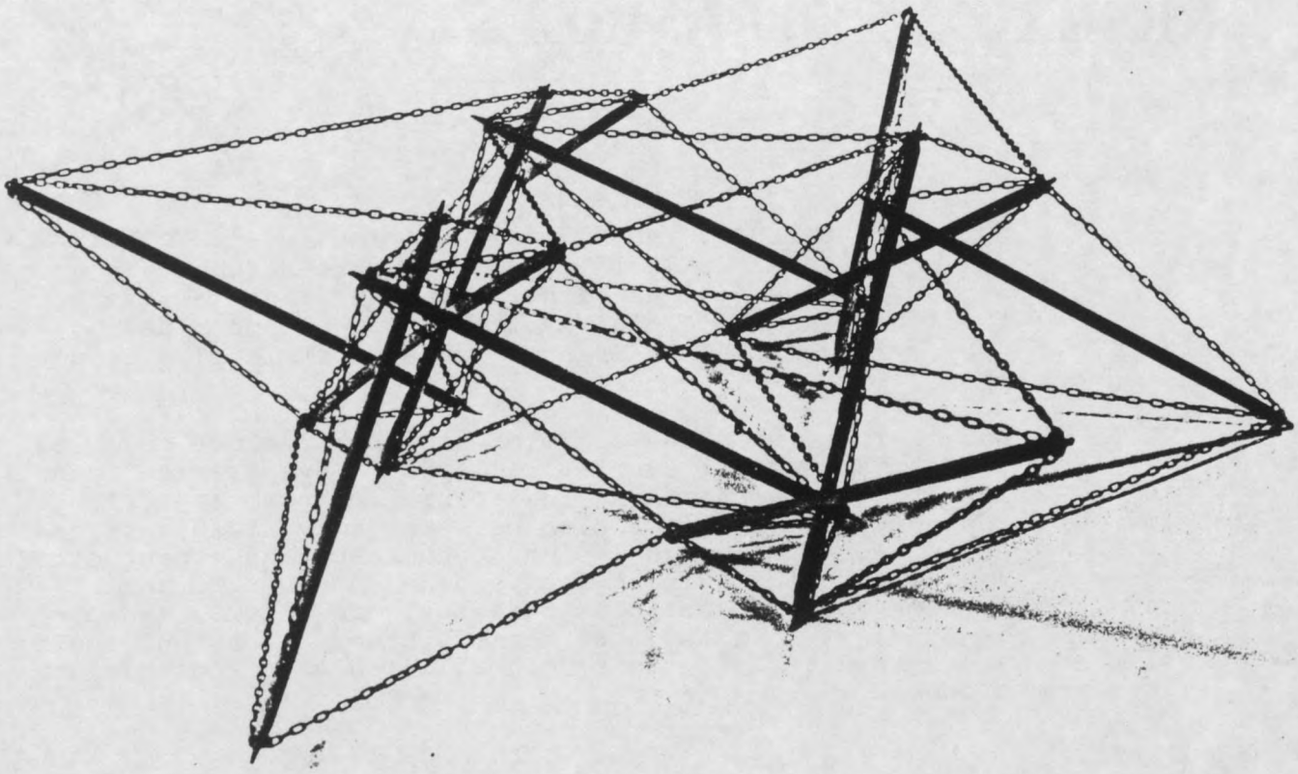


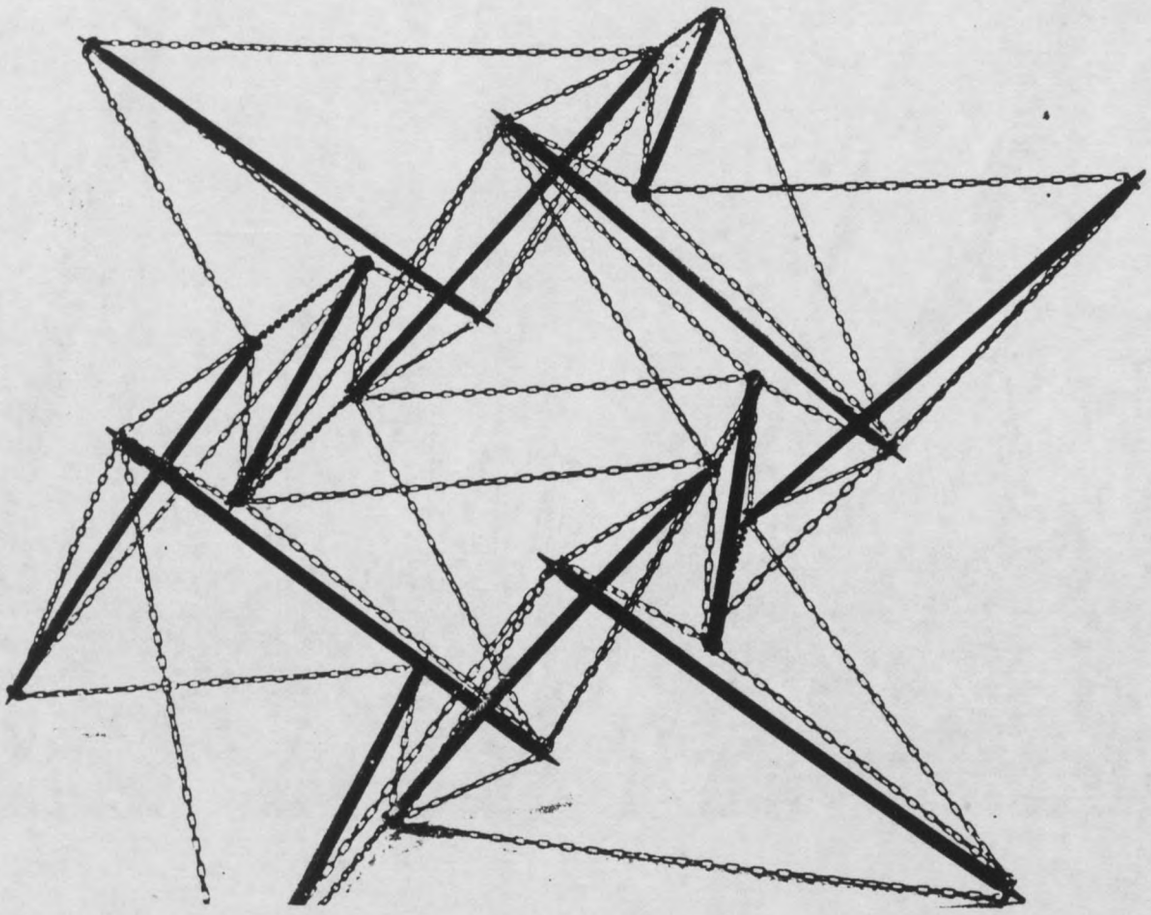
20



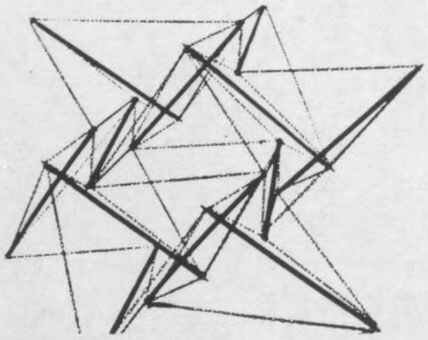
21





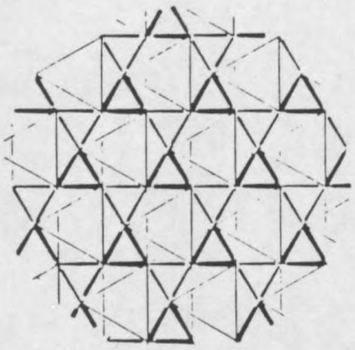


RESEAUX EXTENSIBLES

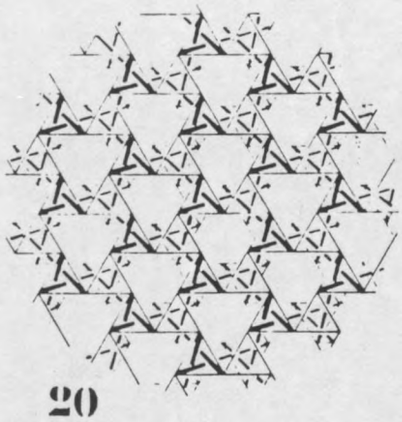


Structure pliable: son mécanisme permet de la refermer en un faisceau ou de la déployer progressivement en une nappe de plus en plus lâche. Tout en étant le réseau tridimensionnel le plus efficace pour enjamber des portées, il constitue l'ossature de support la plus économique.

Les serres chaudes dans les régions froides ou les ombrières contre l'ensoleillement ou l'évaporation dans les régions arides sont indispensables pour la culture intensive de certaines plantes. Une couverture, transparente ou semi-opaque, étanche ou respirante, peut être facilement construite à l'aide d'un réseau autotendant à double nappe. Semblable trame est, d'ailleurs, employée déjà dans l'agriculture comme système de tuteur pour soutenir des plantations de houblon dans la région alsacienne.

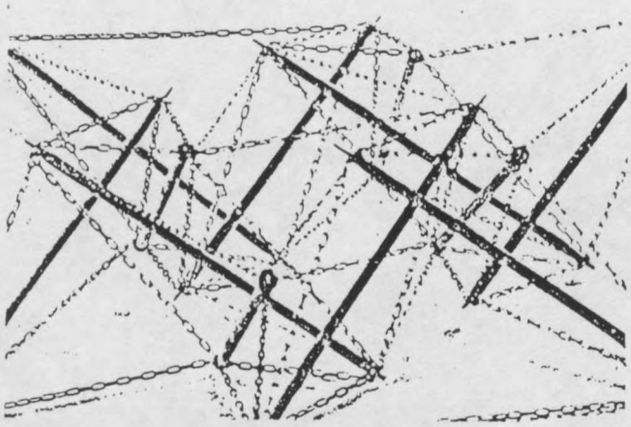


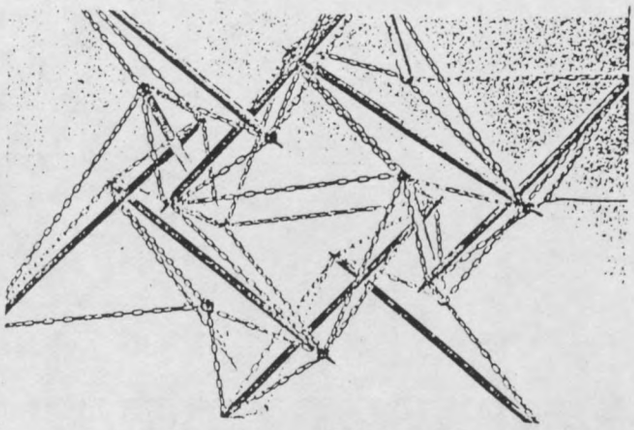
19

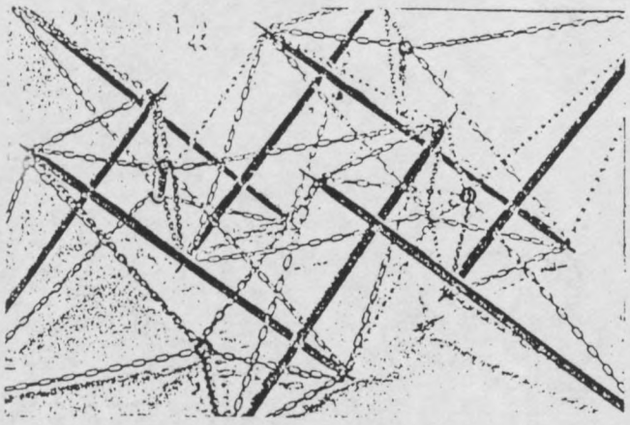


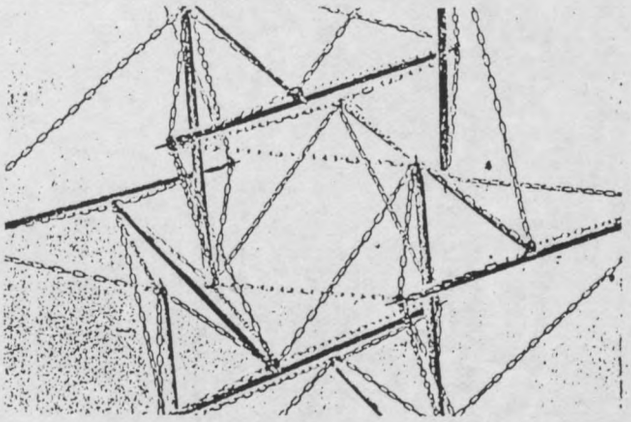
20

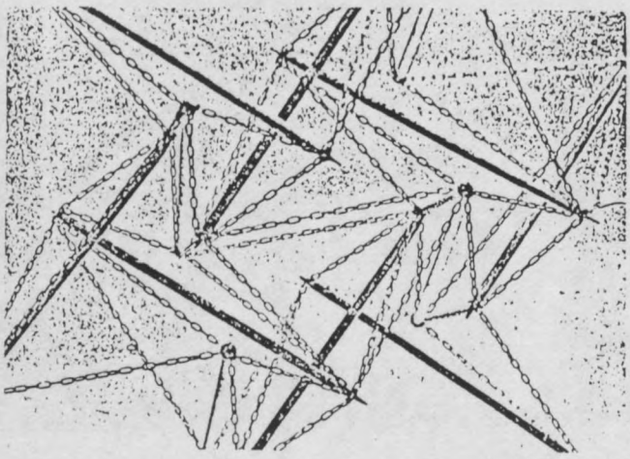
21

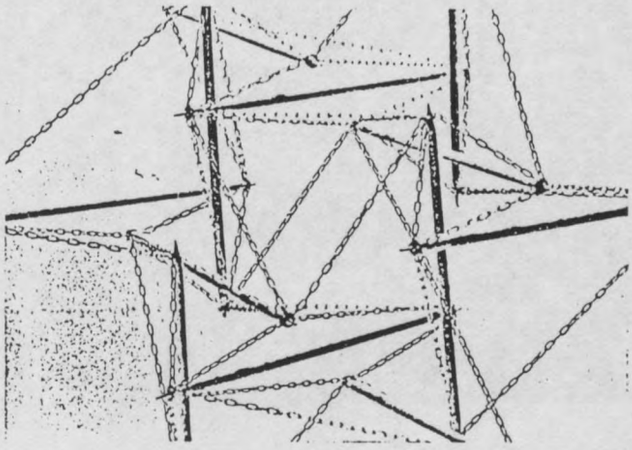




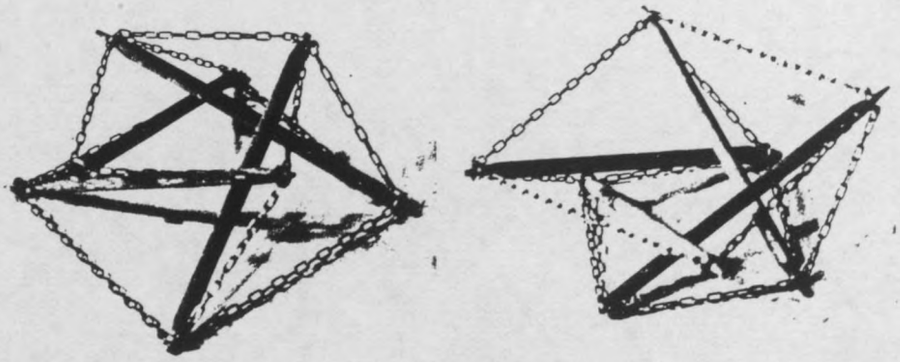


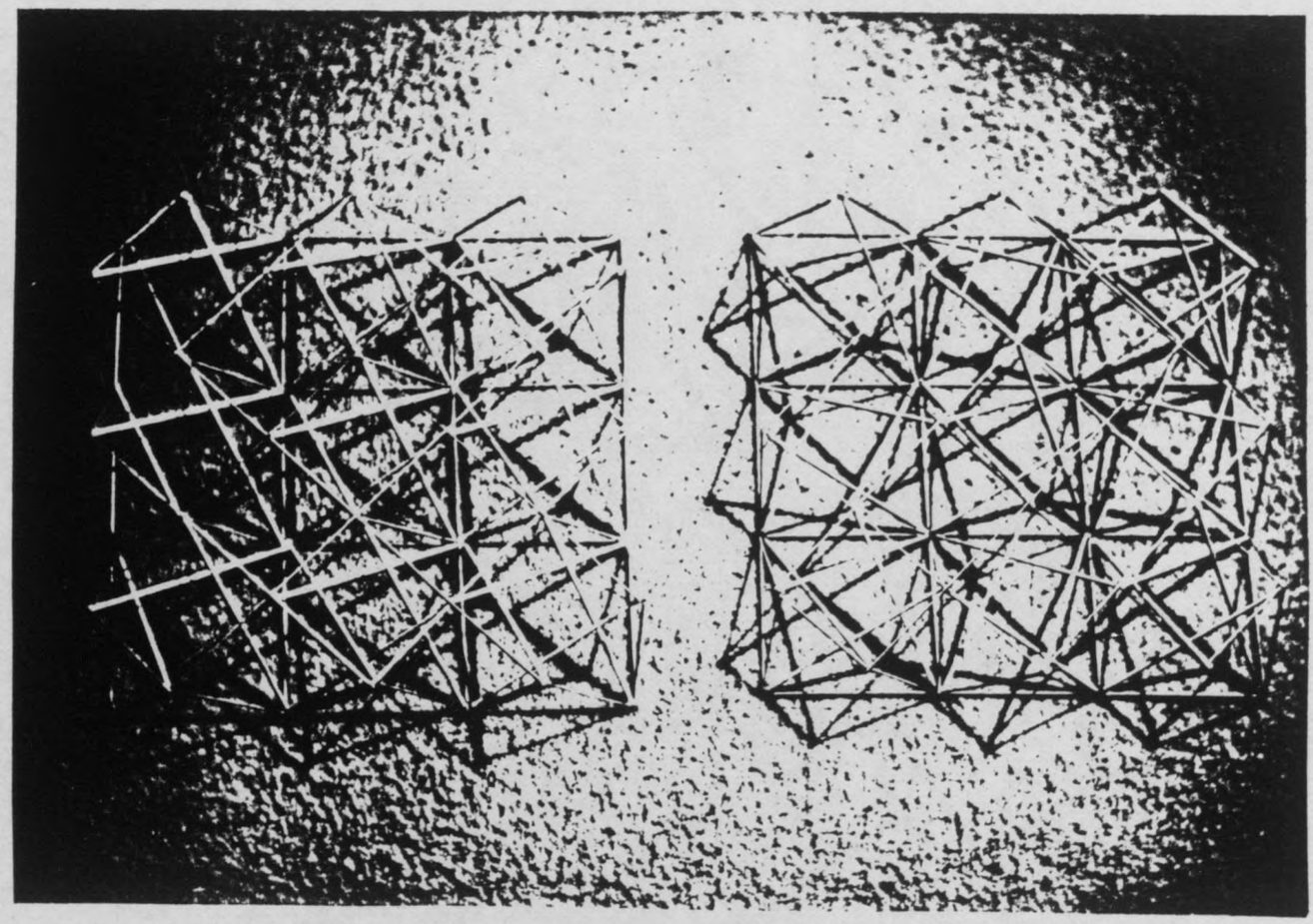




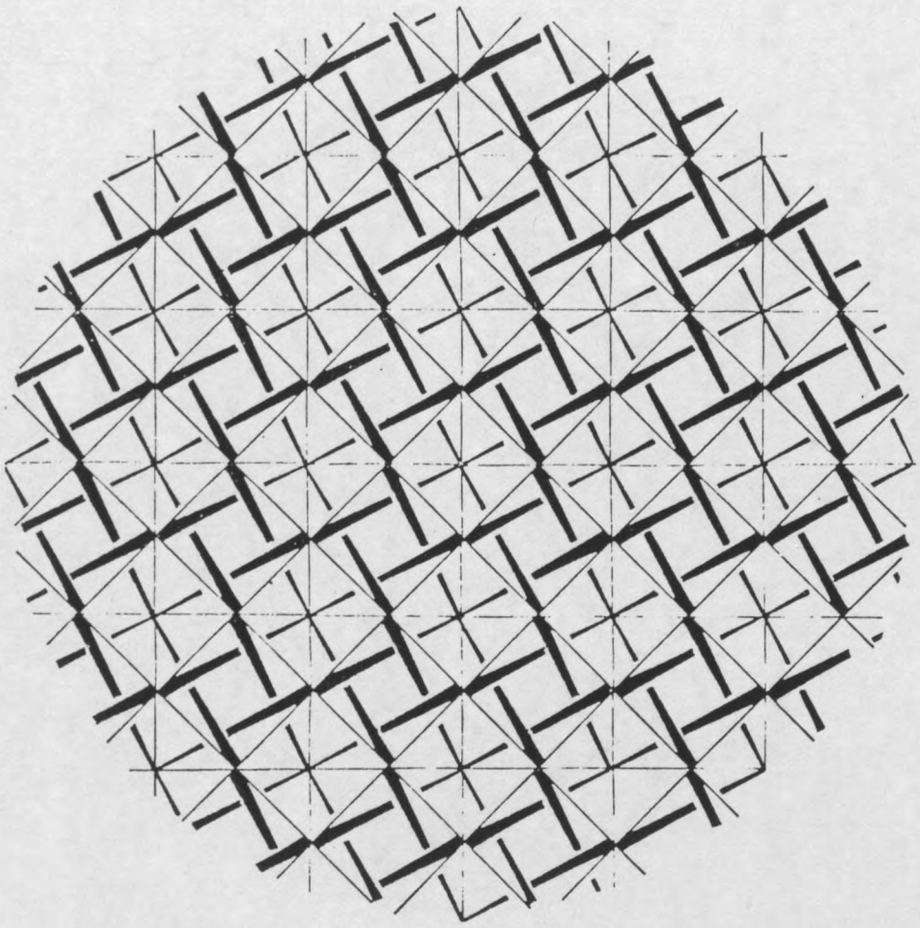


RESEAUX PYRAMIDAUX 4B

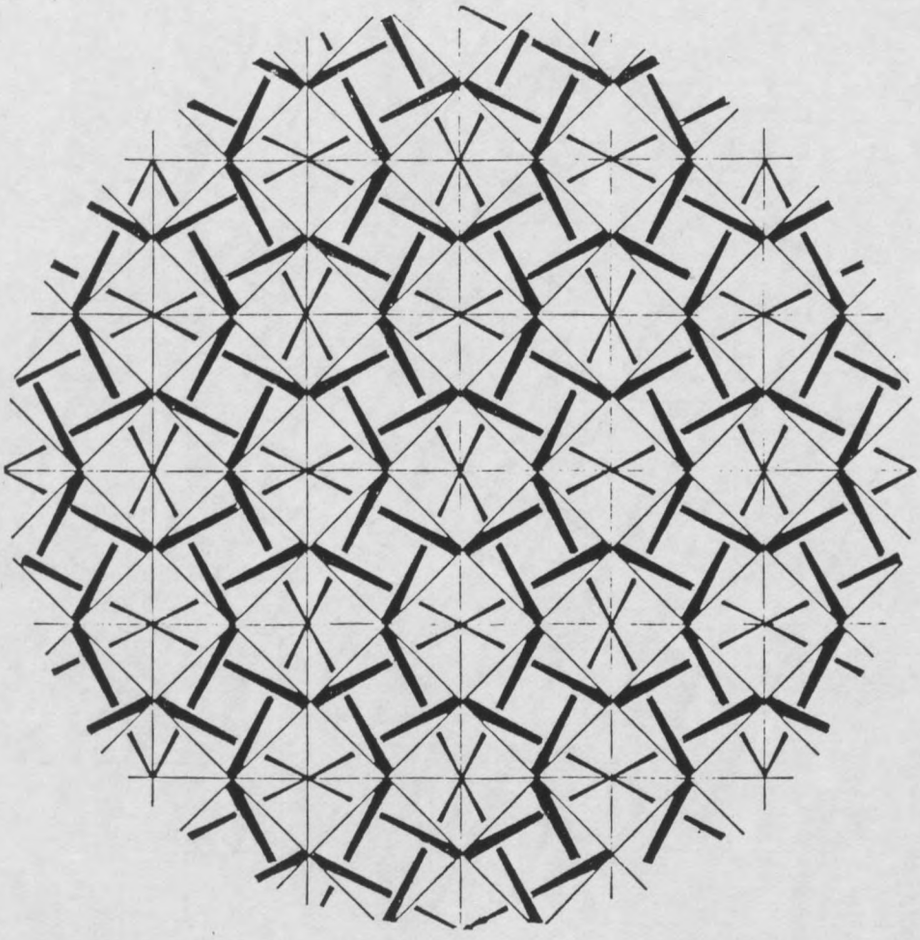




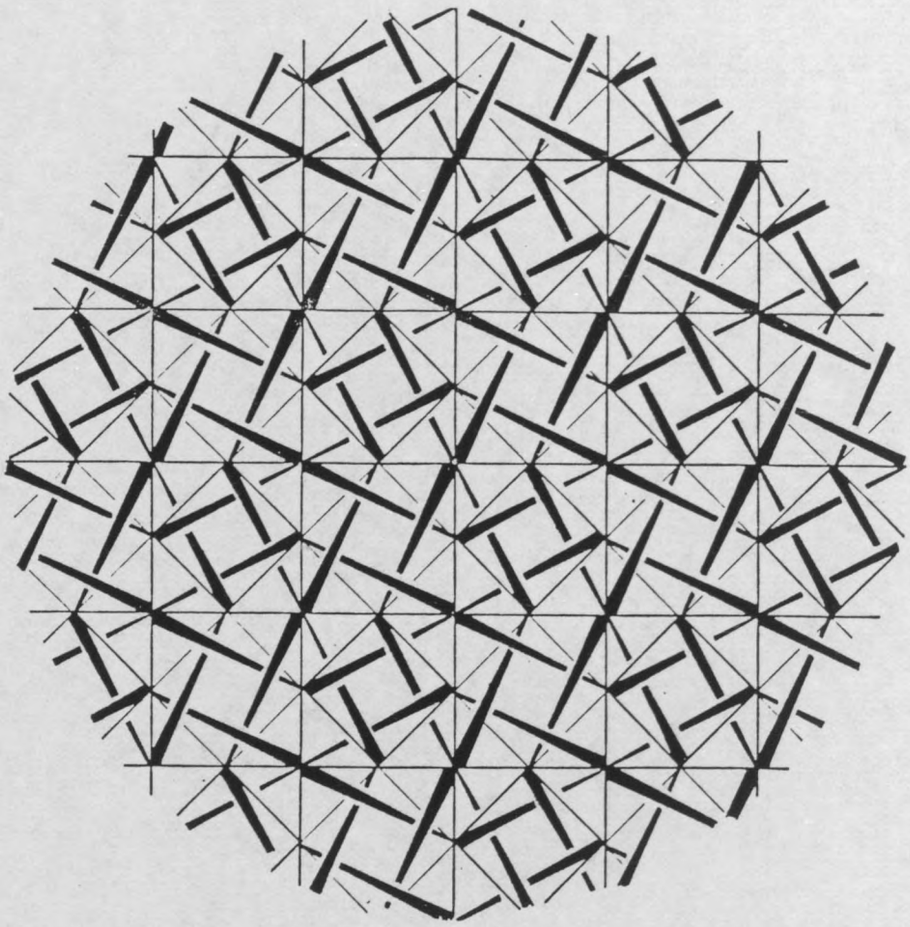
22



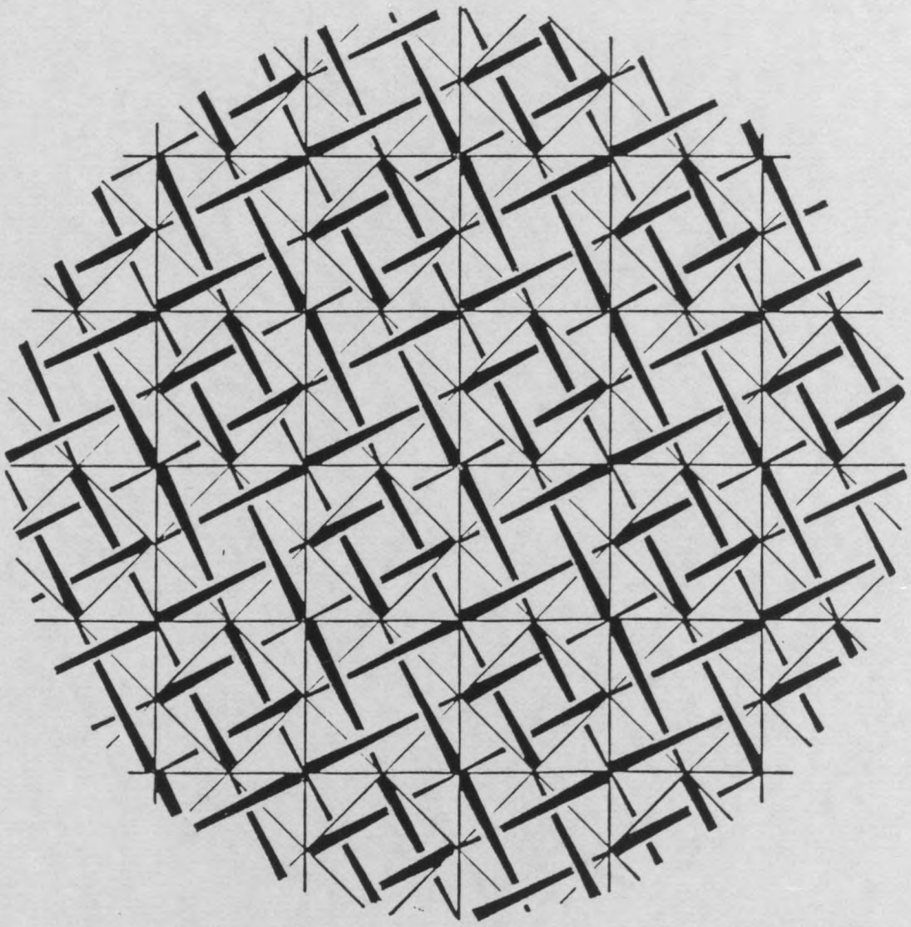
23



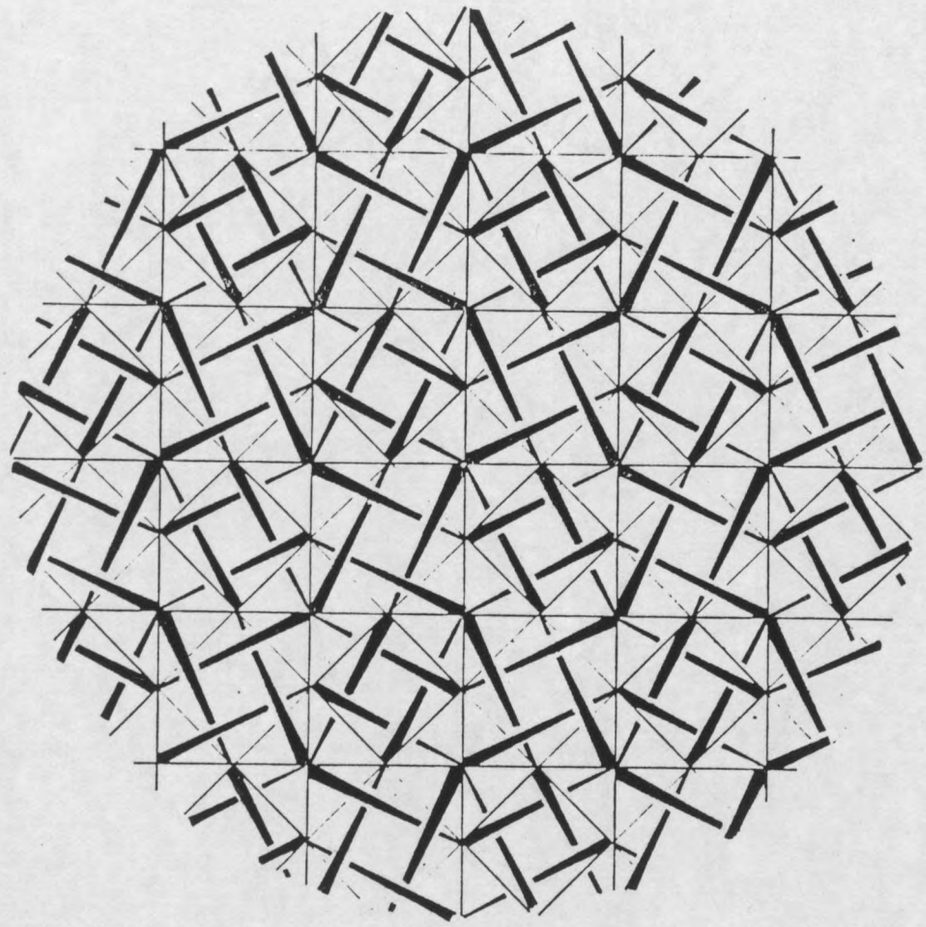
24



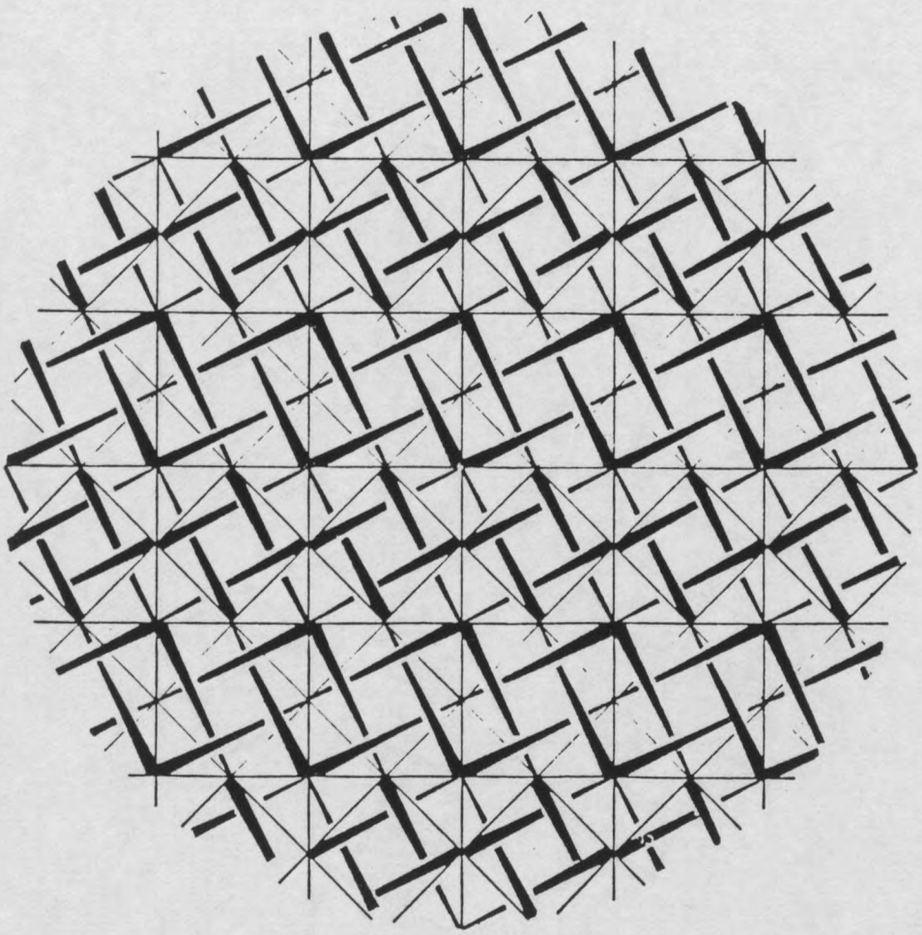
25



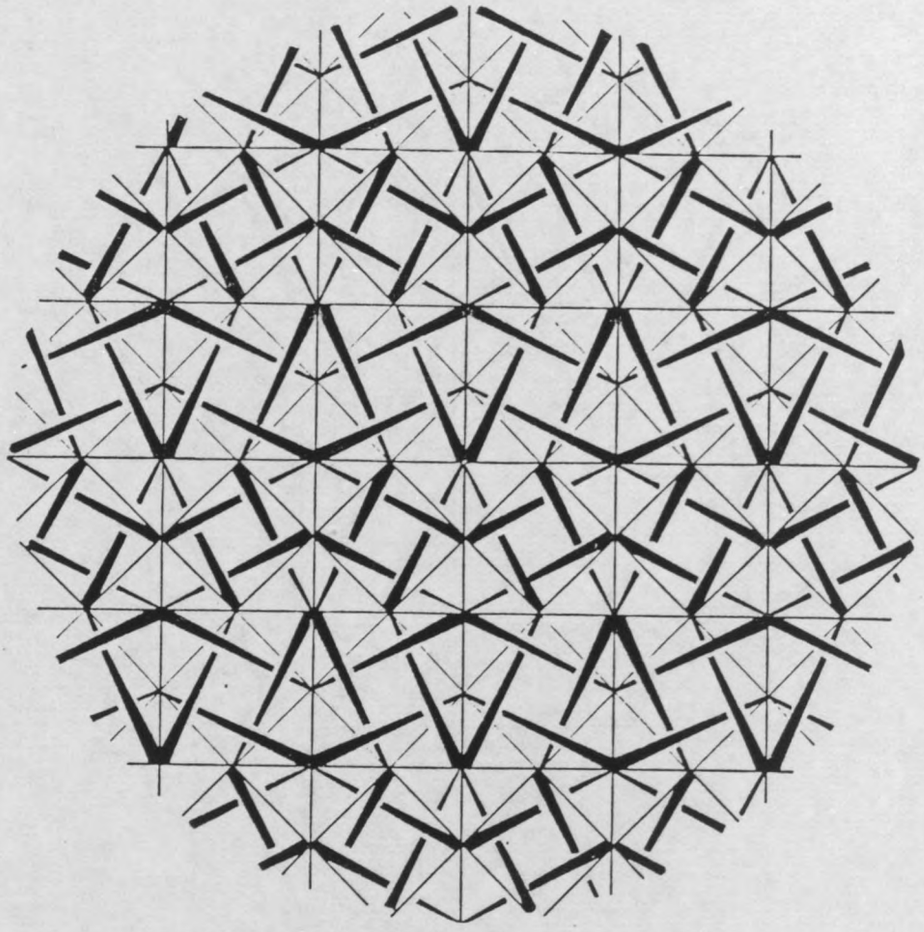
26



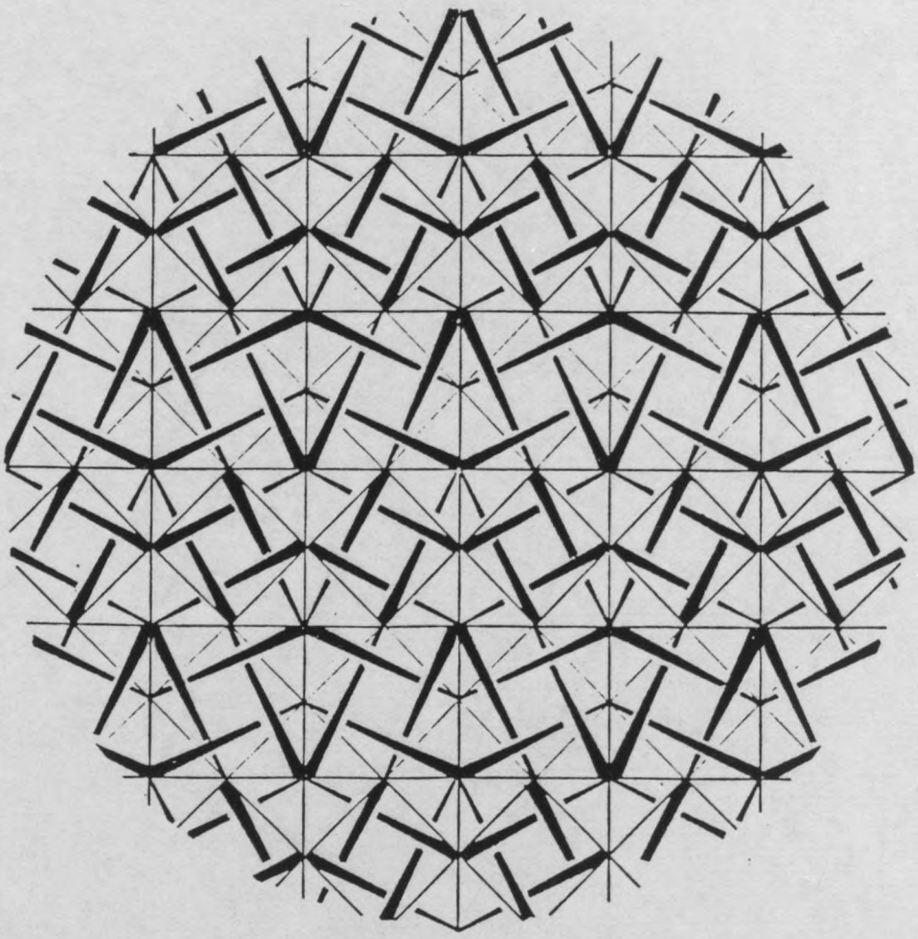
27



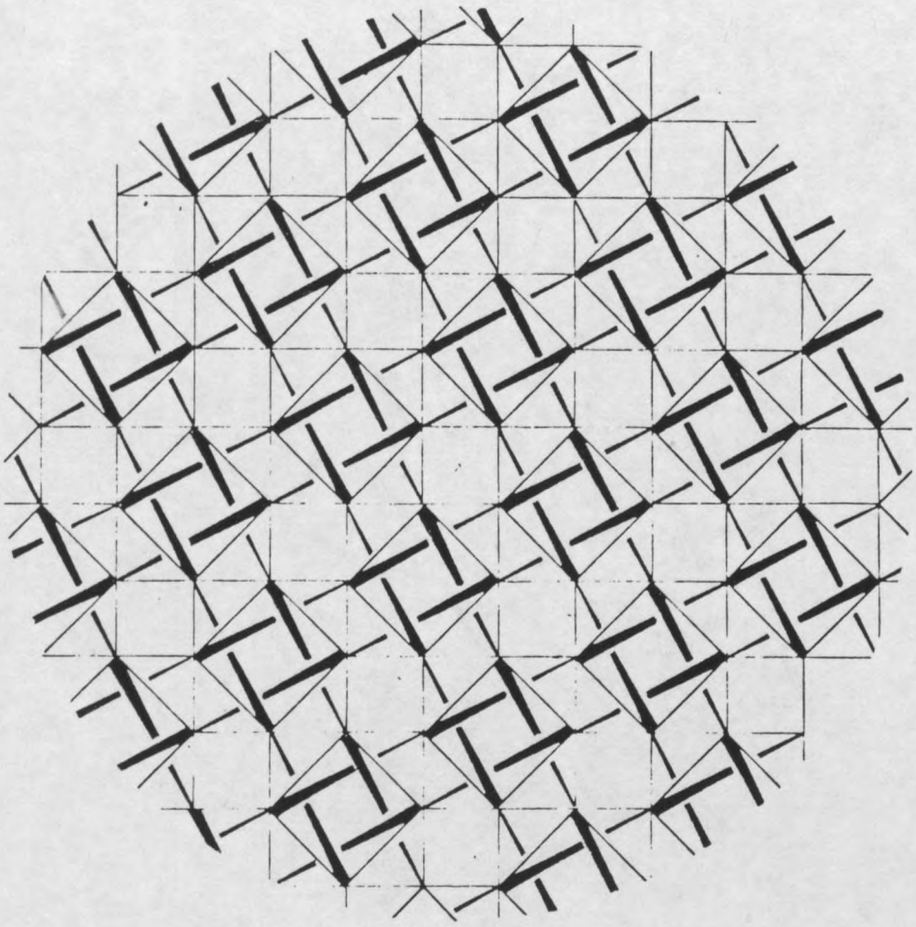
28



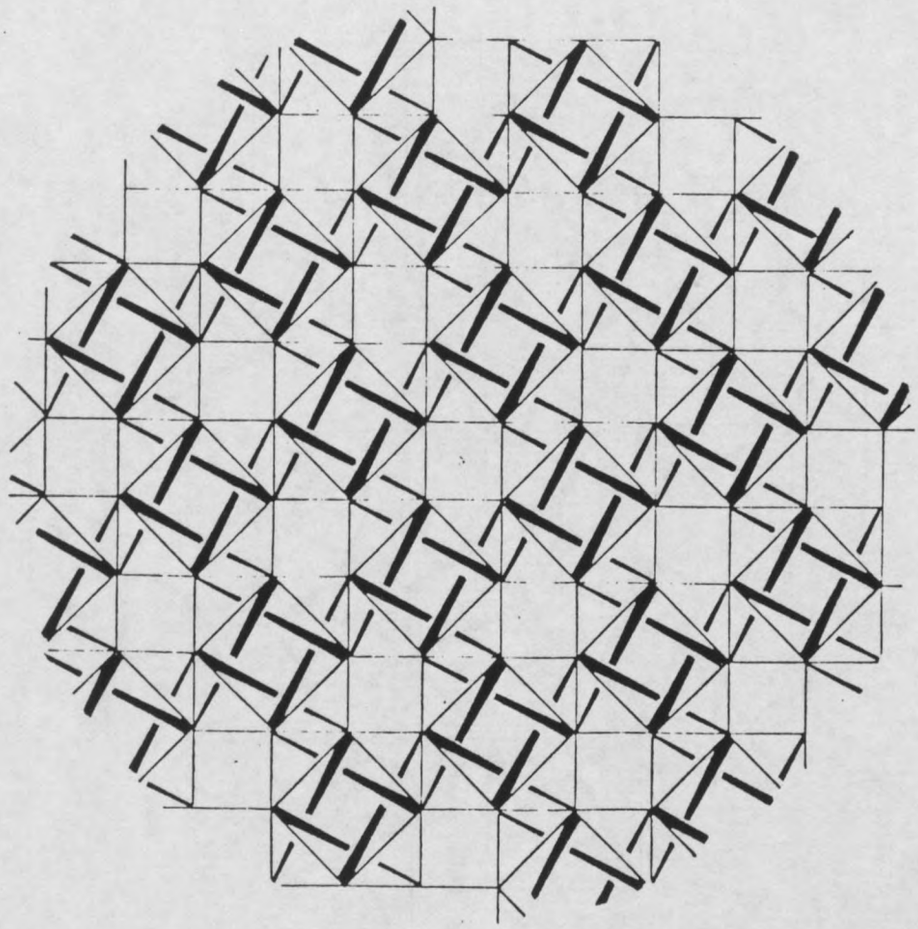
29



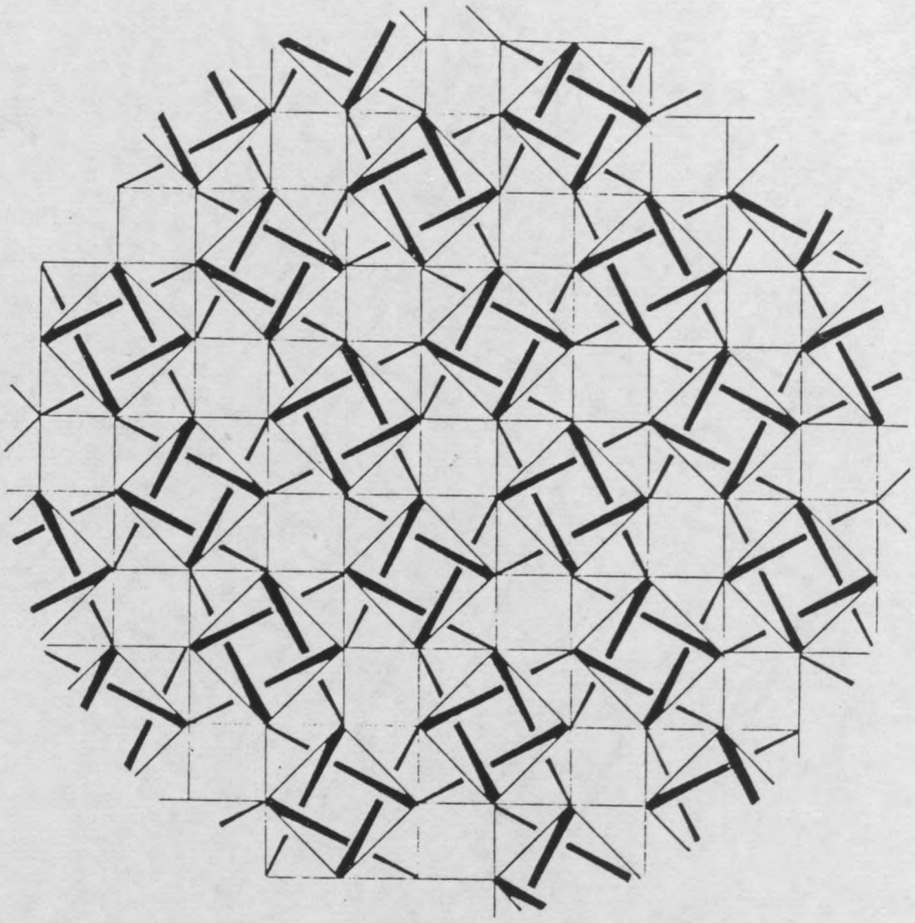
50



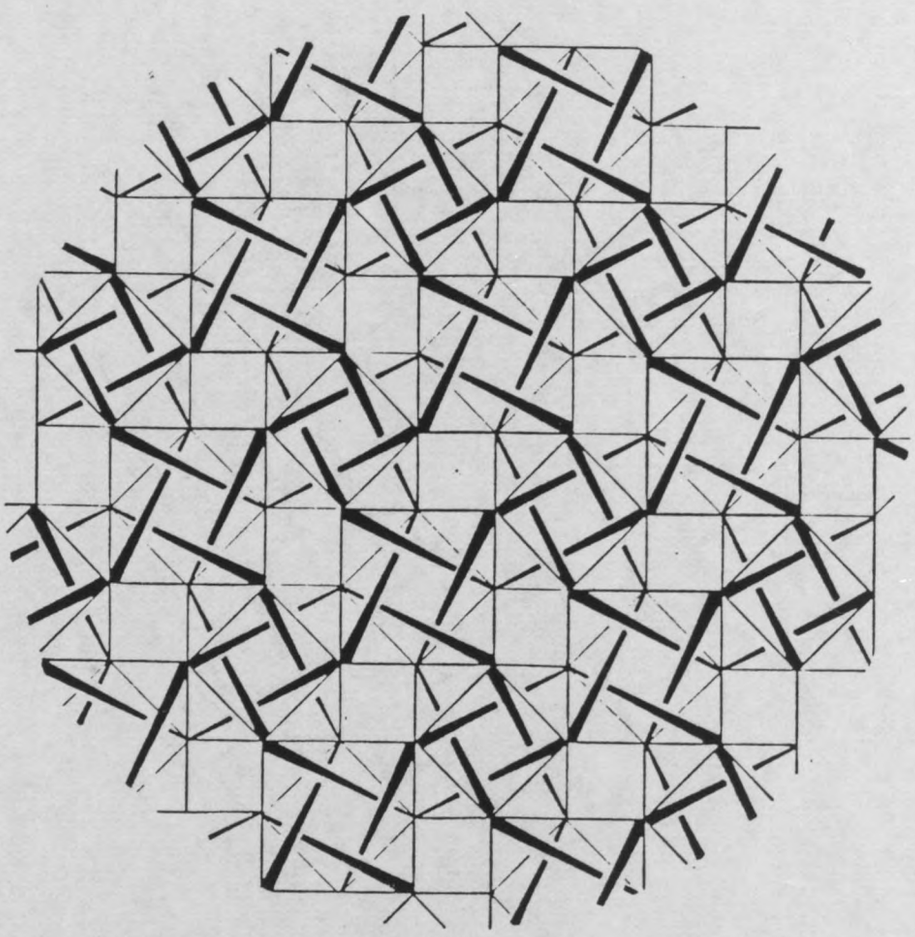
51



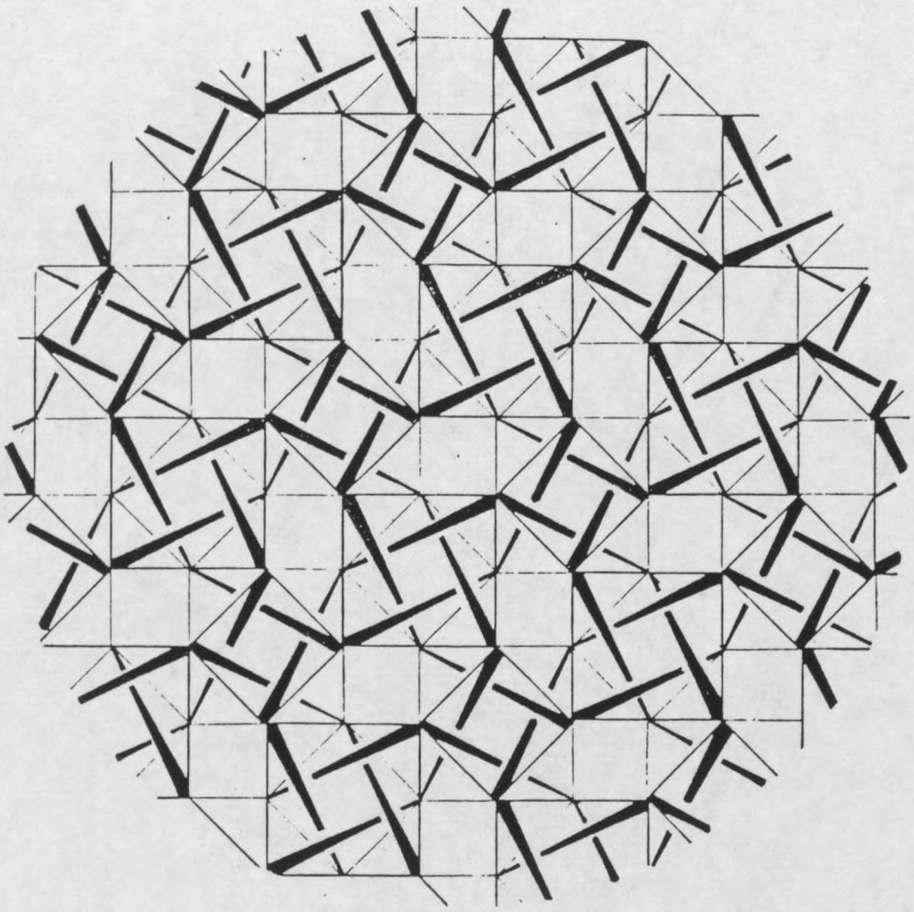
32



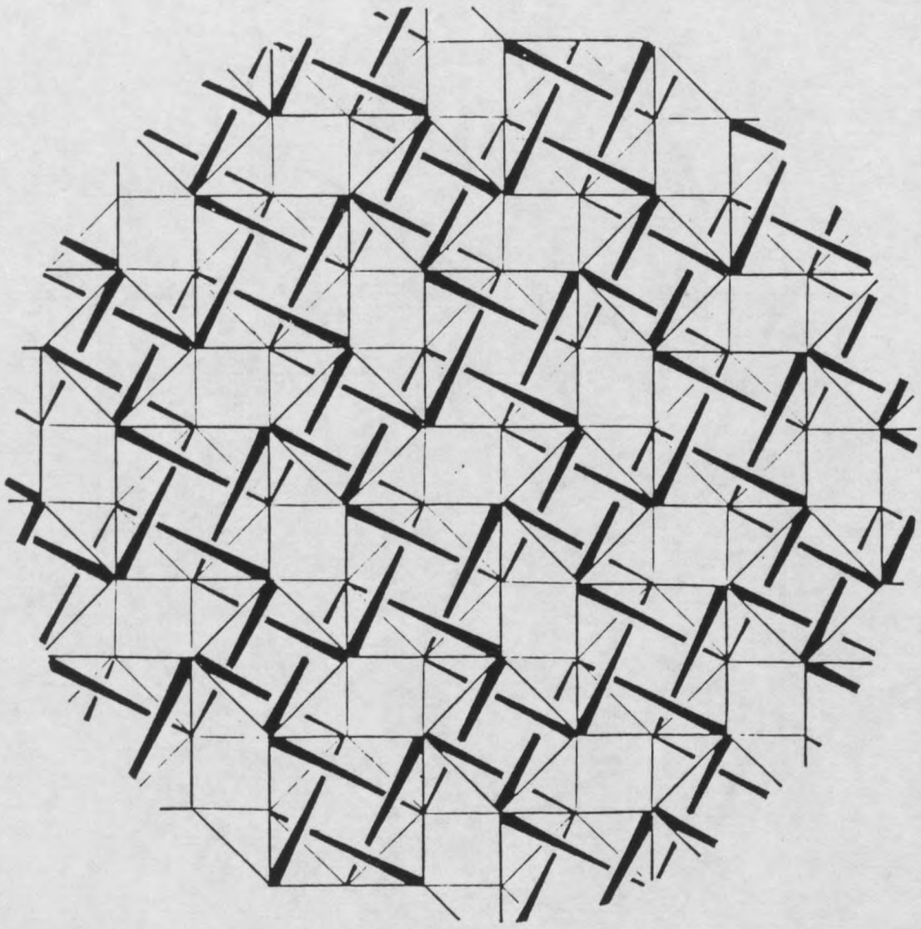
33



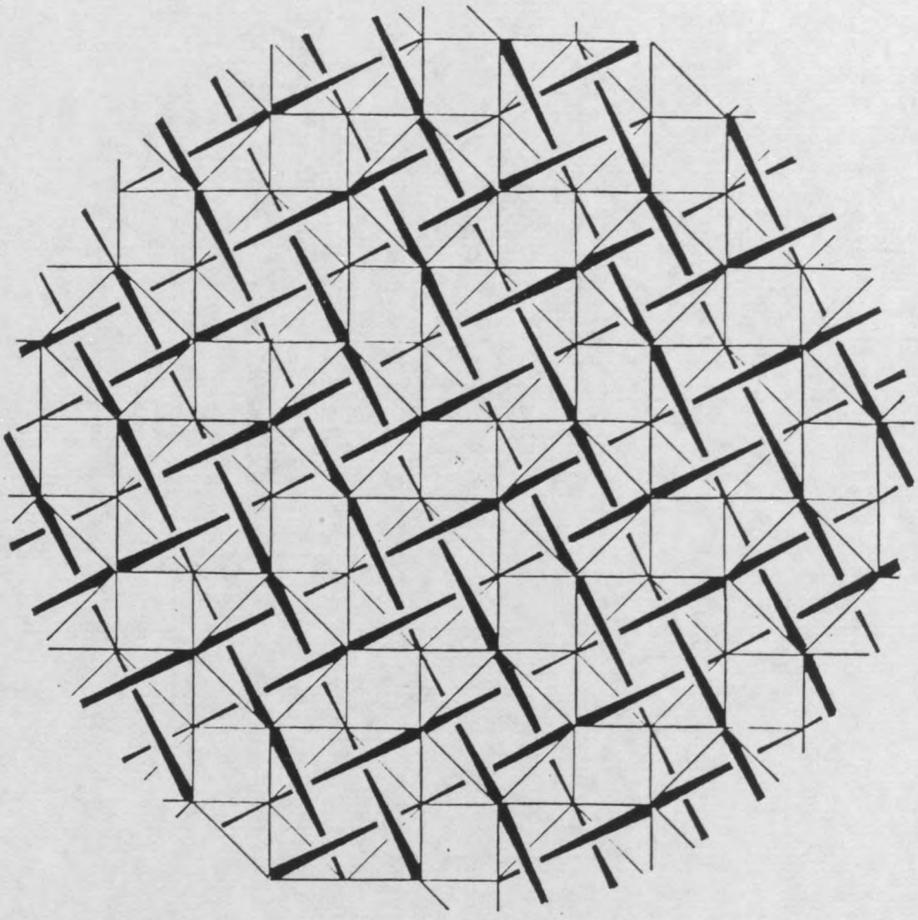
54



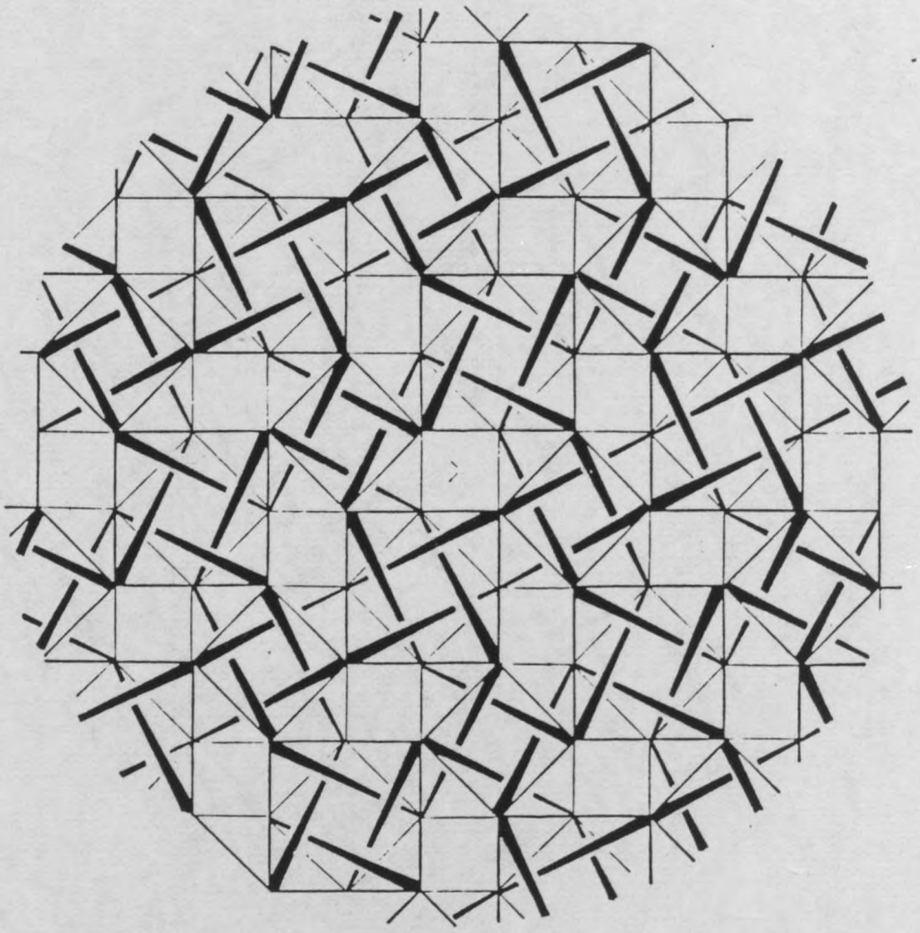
55



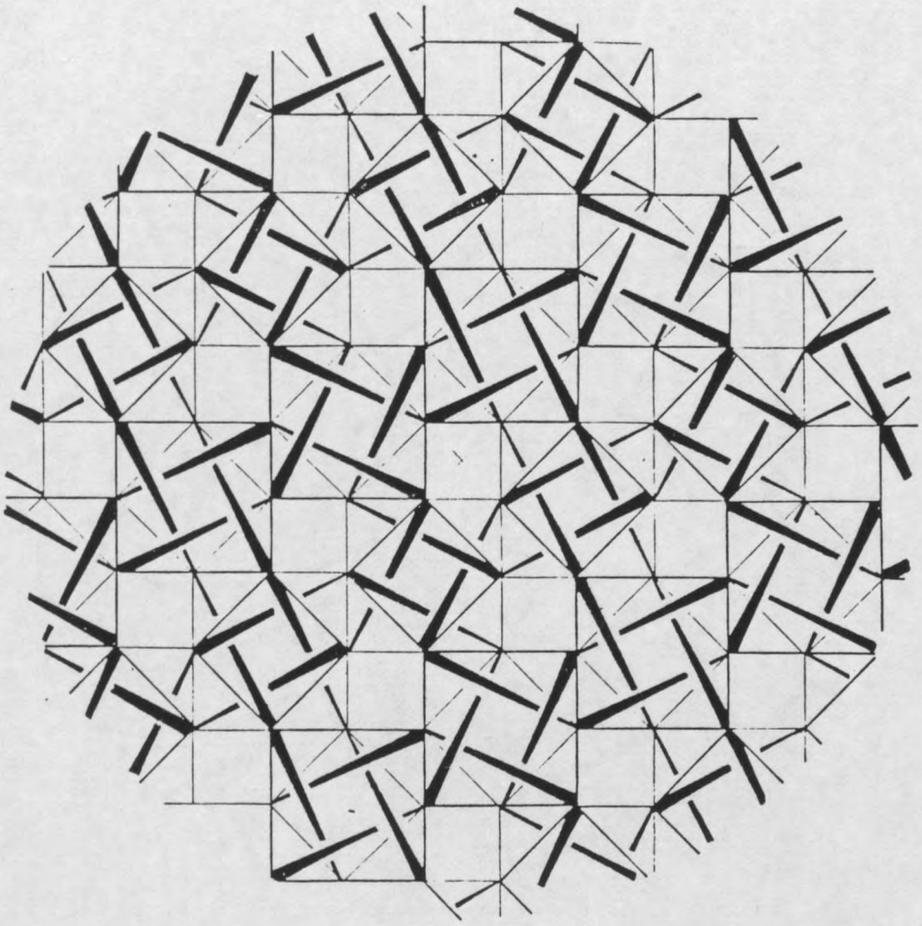
56



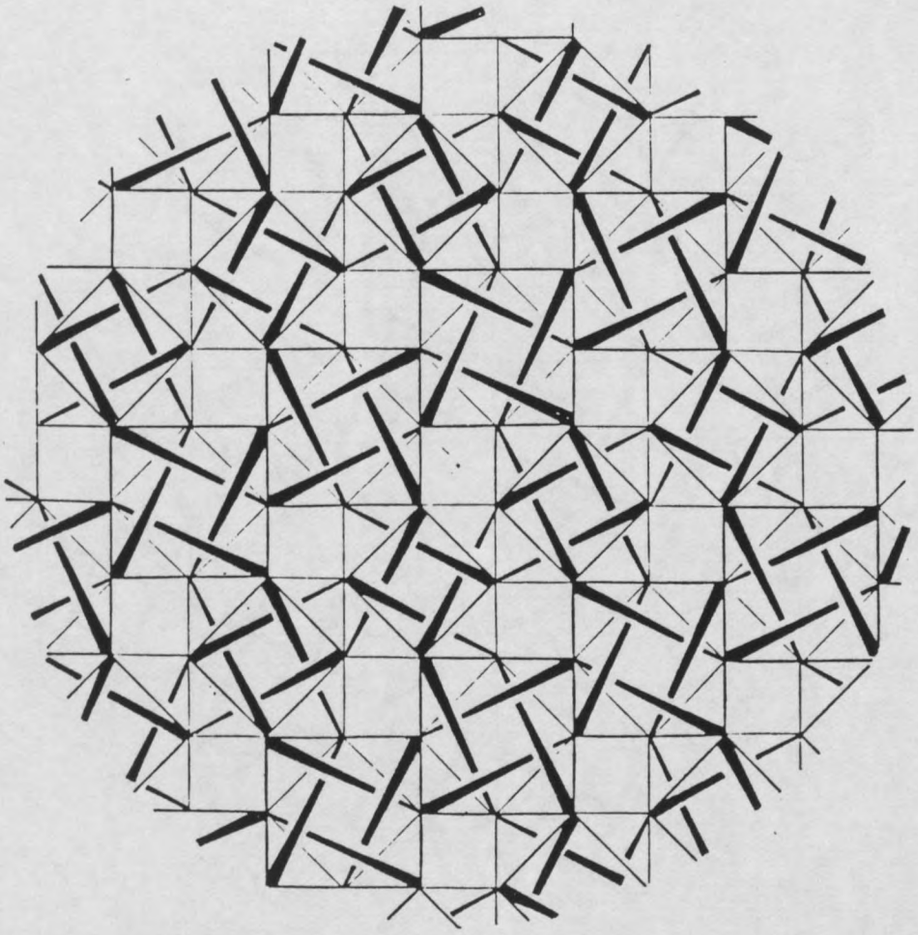
57



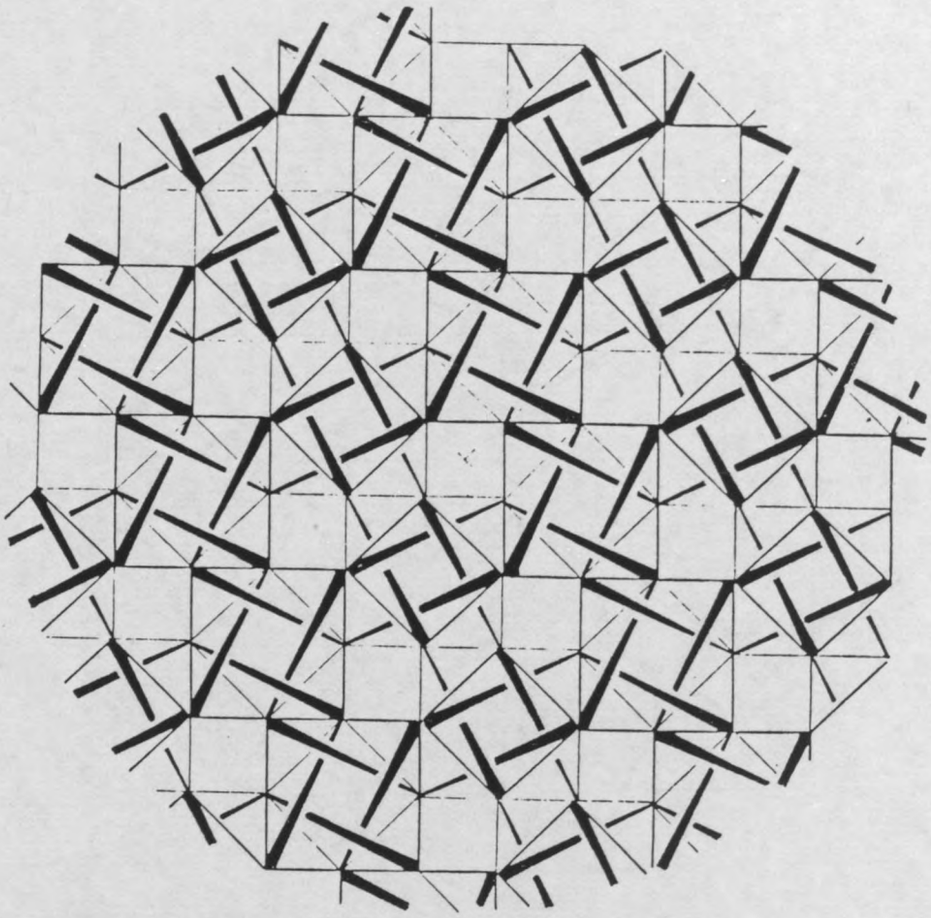
38



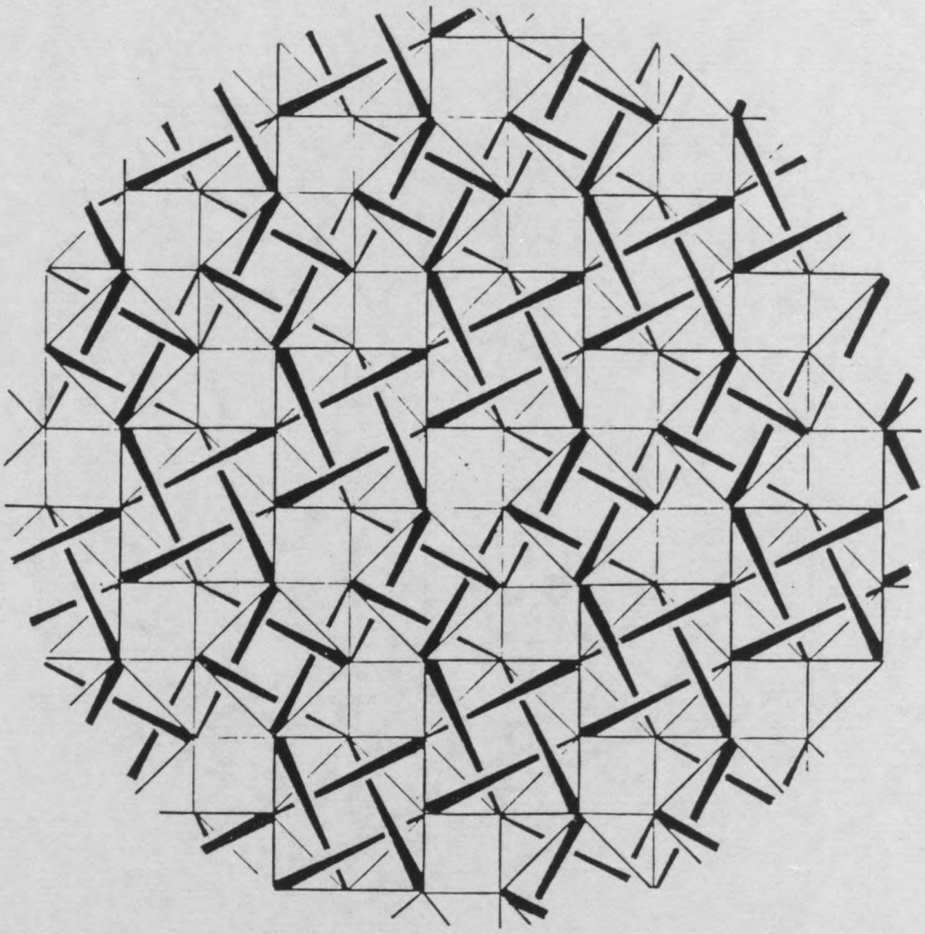
39



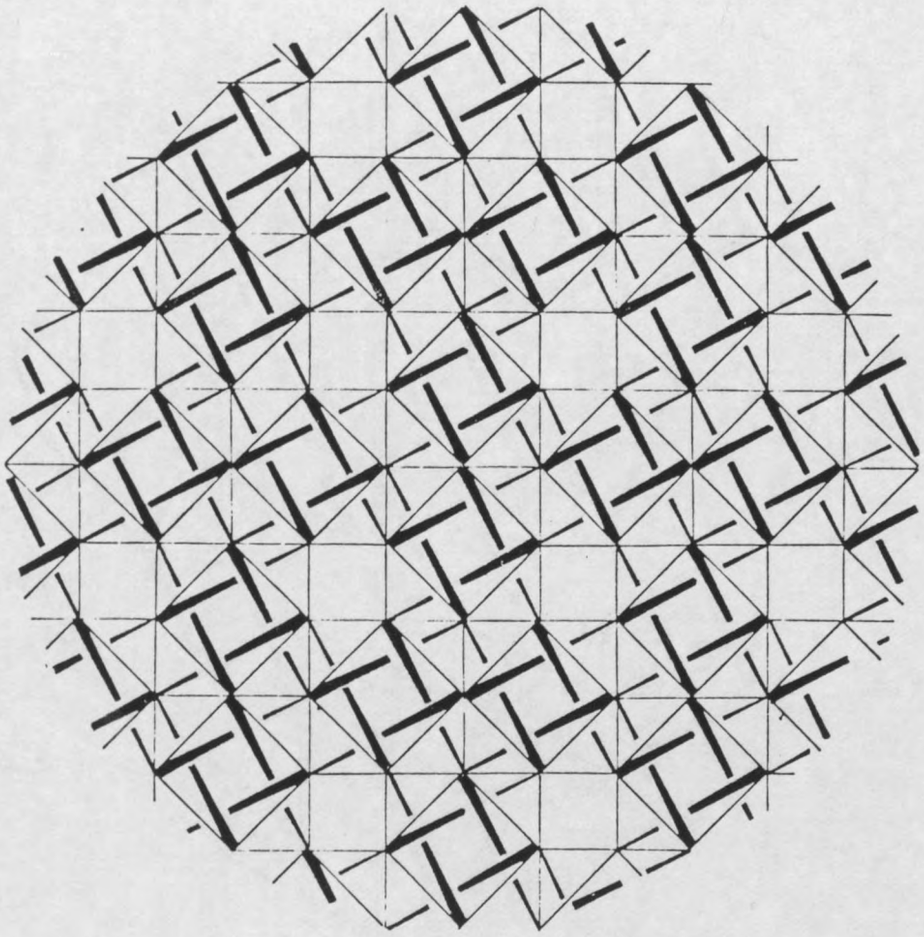
40



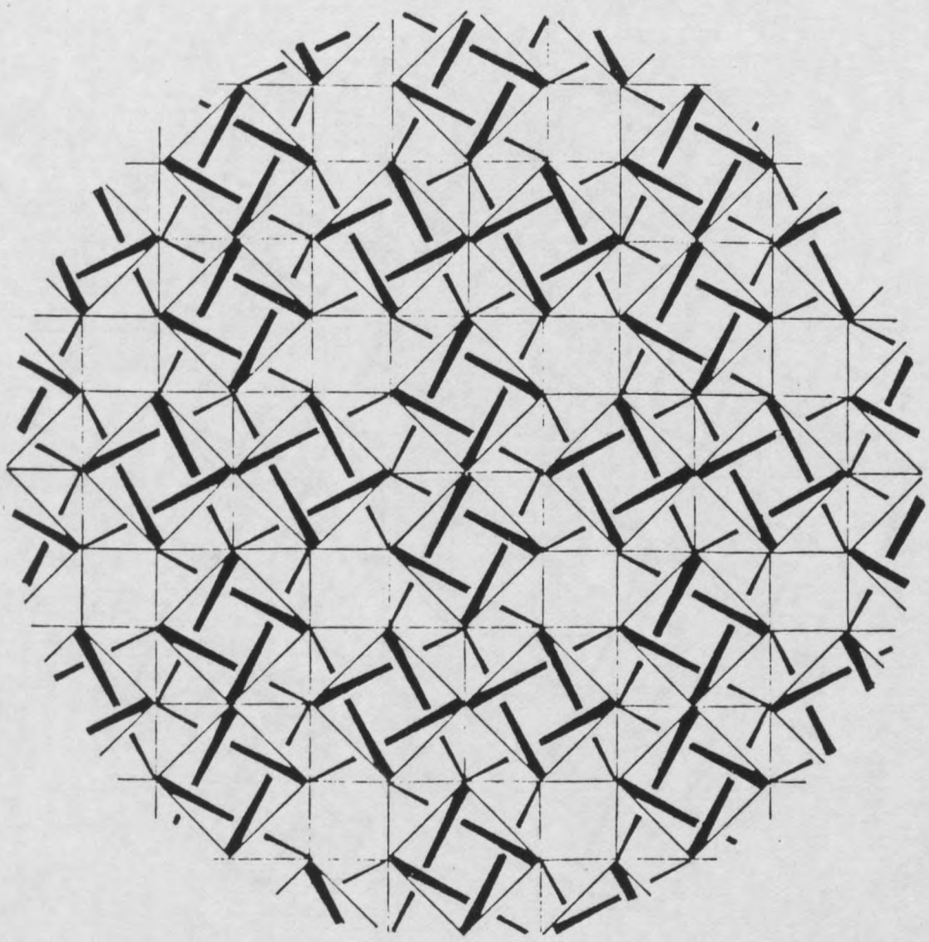
41



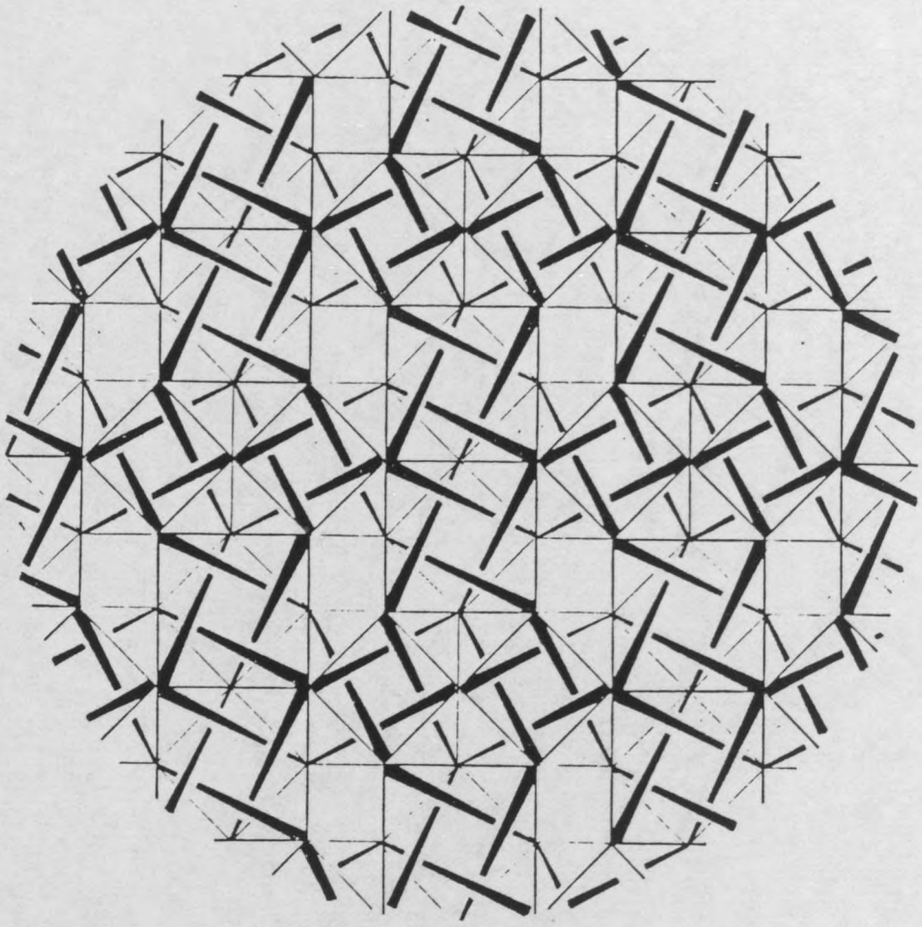
42



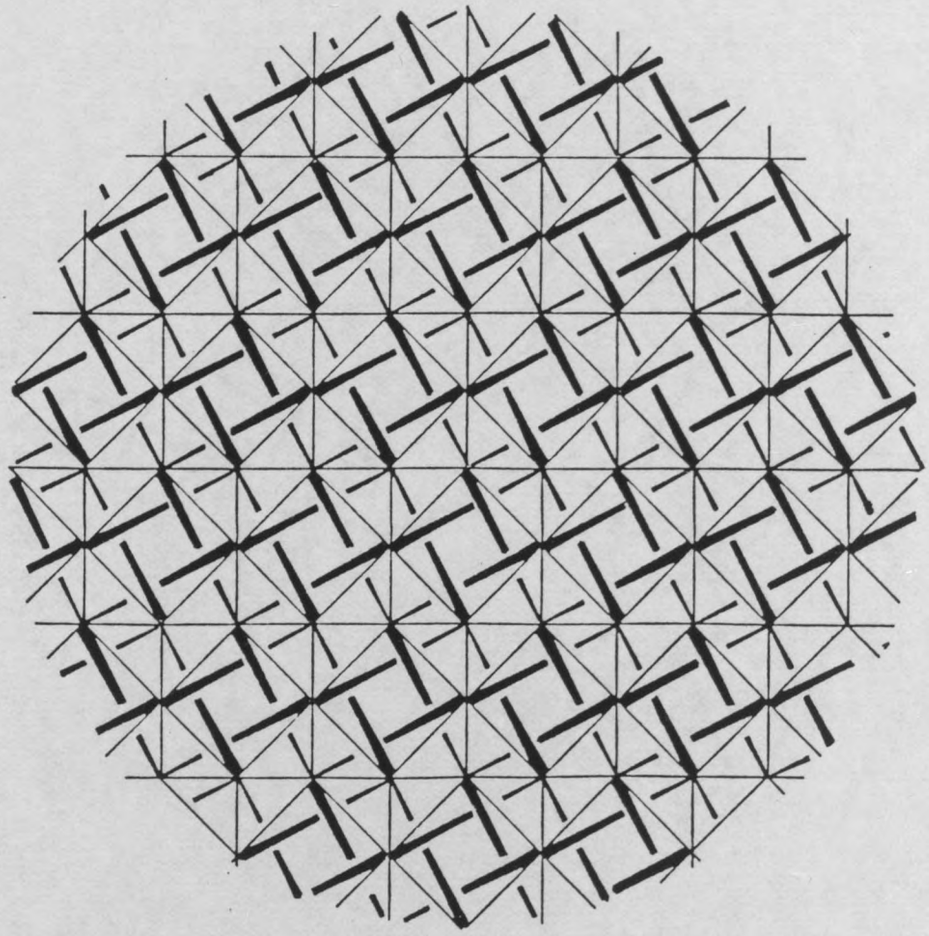
43



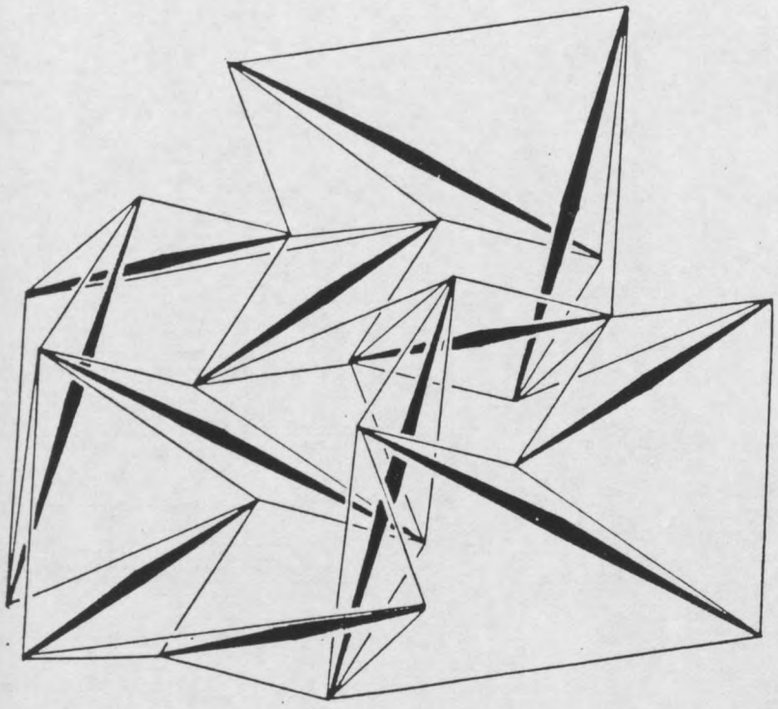
44

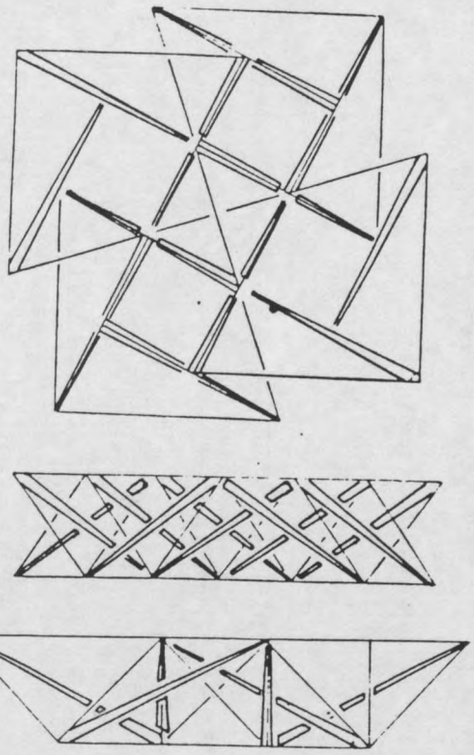


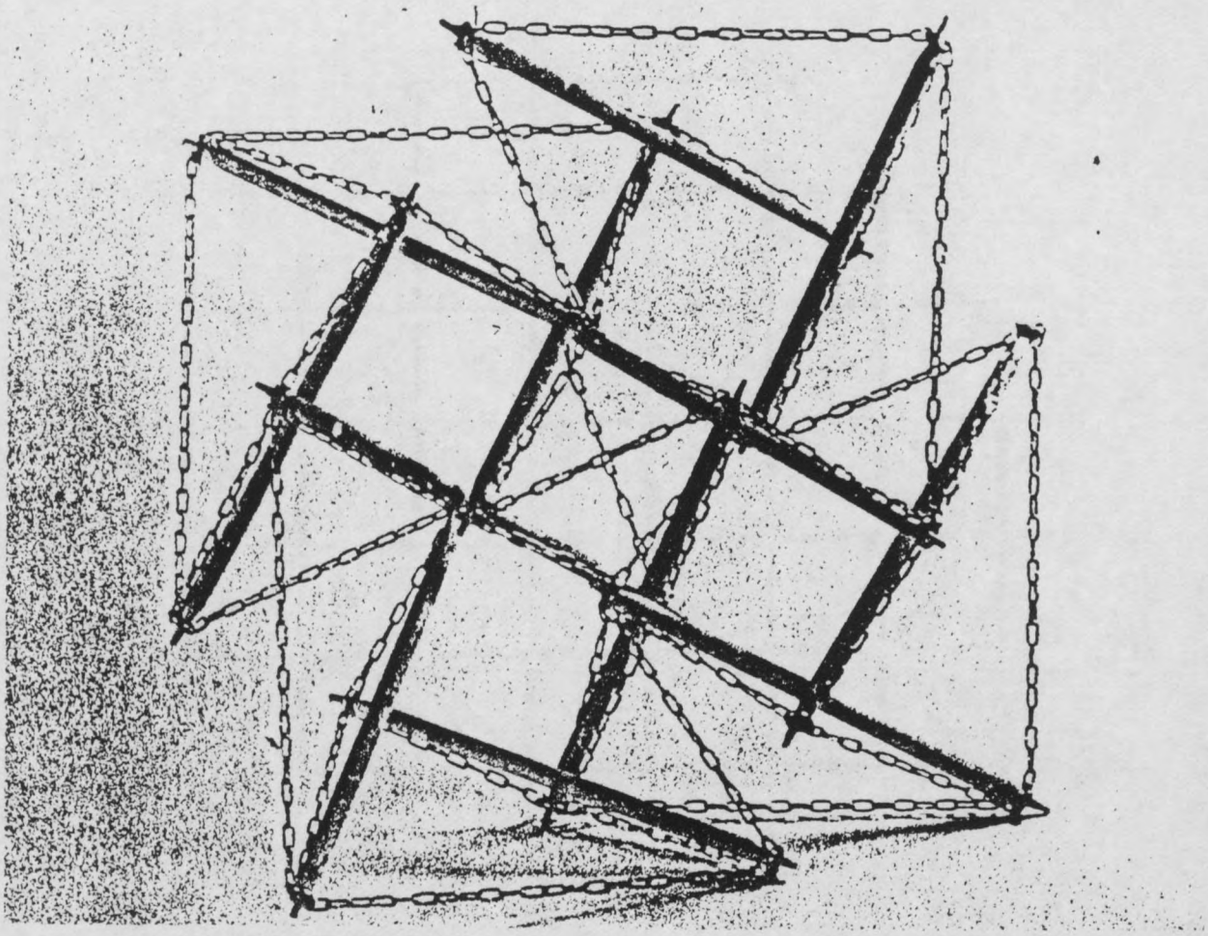
45

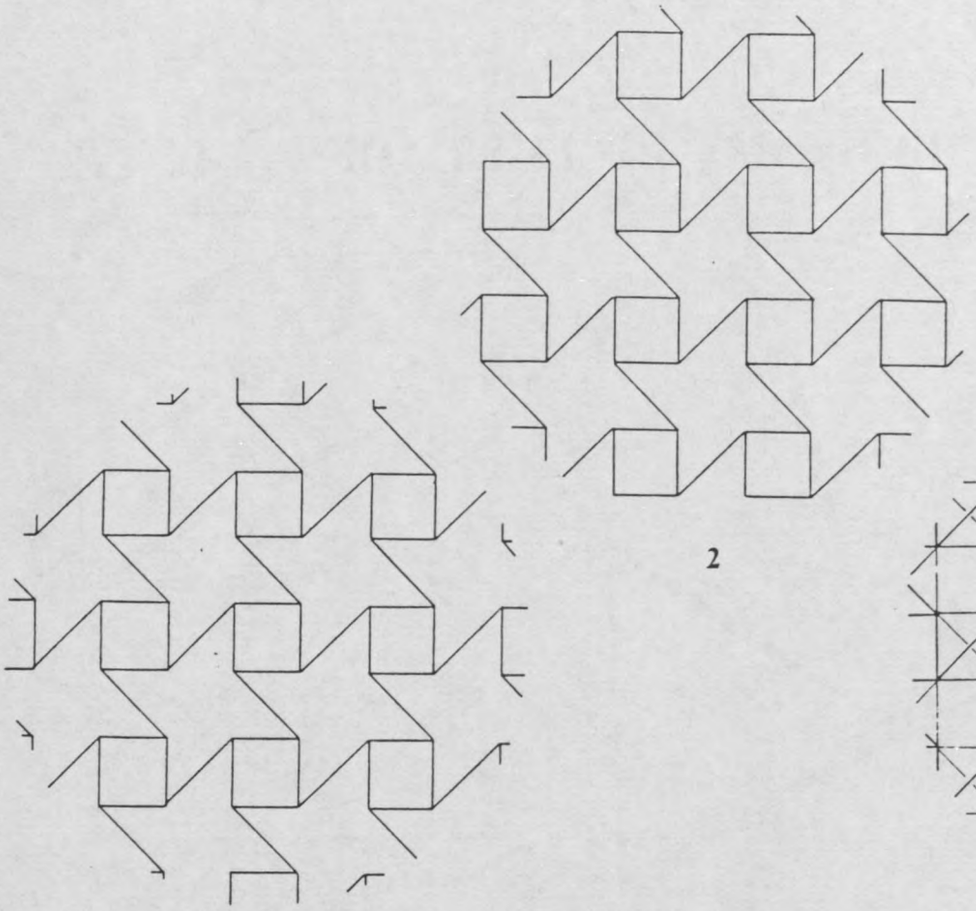


46 RESEAUX ENTRELACES 4.4B



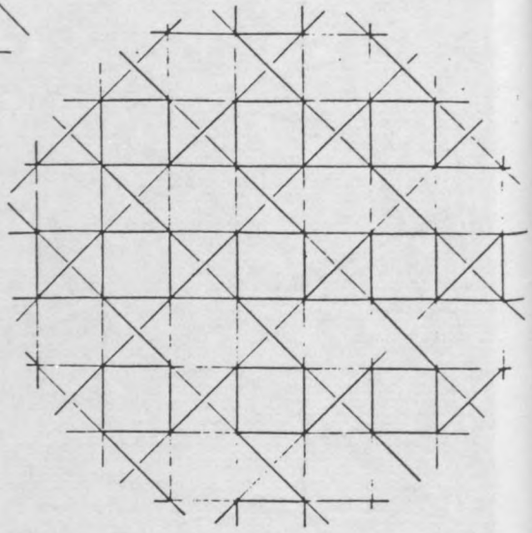




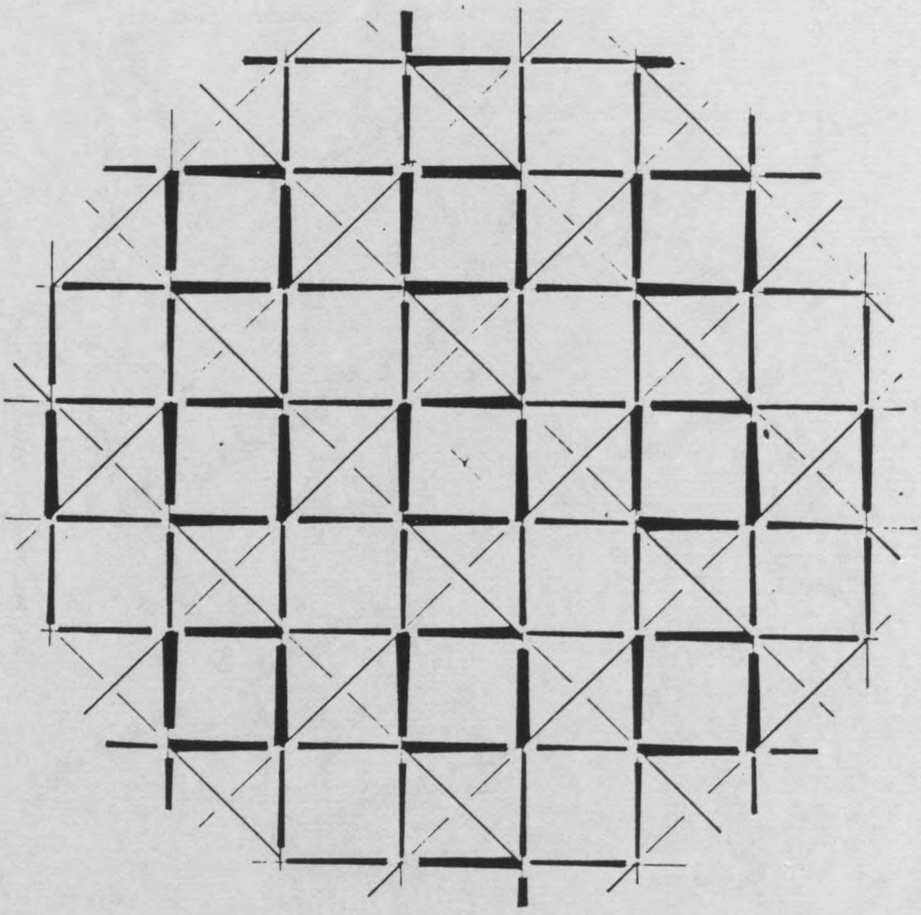


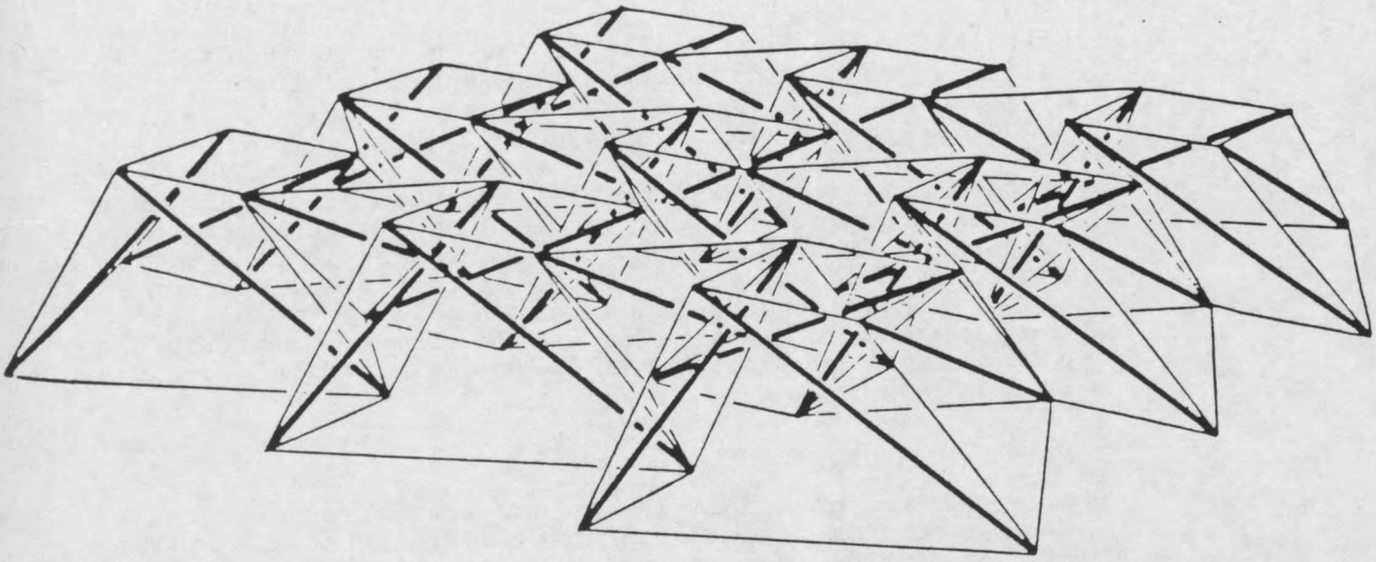
2

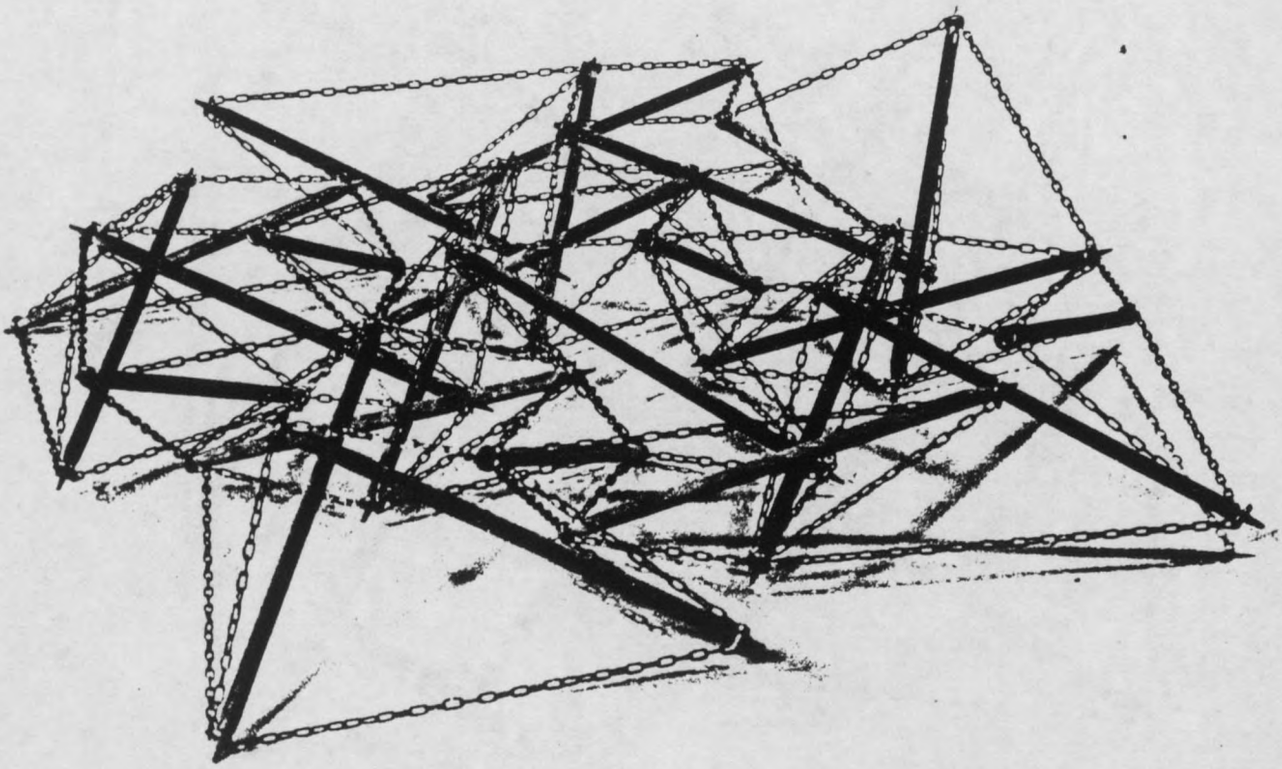
1



1+2







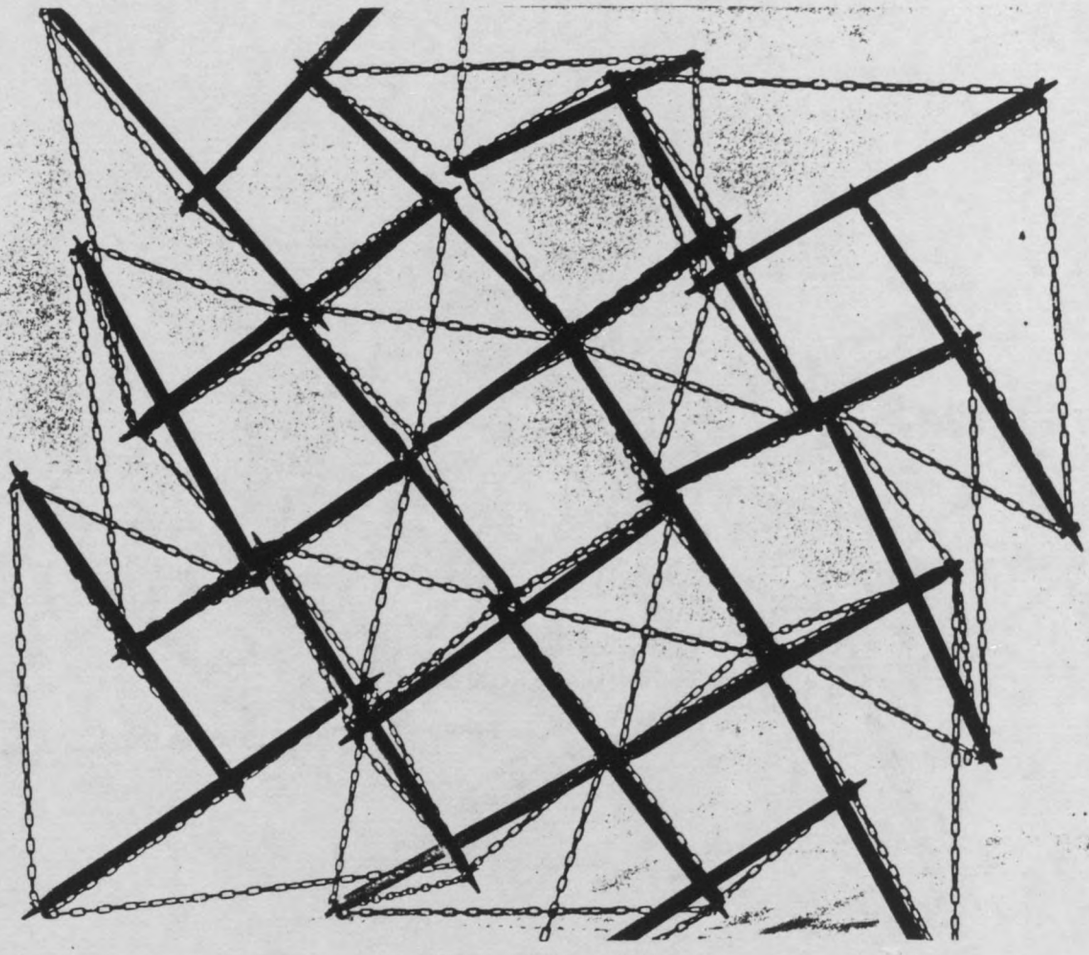
TRAME HABITABLE

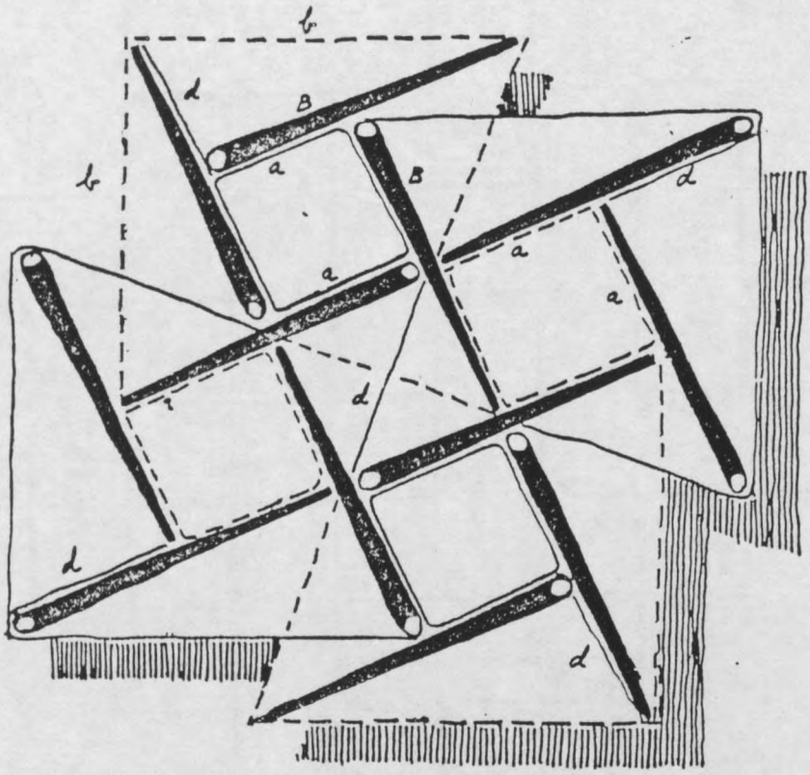
Certains réseaux à double couche à maillons rectangulaires se prêtent particulièrement à la construction d'ossatures d'un seul niveau à usage d'habitations, en bande ou proliférant en étendue.

Cette catégorie d'ossature a l'avantage de définir des volumes cubiques conventionnels - sans aucun obstacle traversant leur espace interne. Le réseau le plus simple est composé de mailles cubiques uniformes sur un plan en damier; les autres de cases rectangulaires de différentes dimensions. Cette diversité de formes permettant une plus grande souplesse d'aménagement: patios, grandes salles, cours.

HABITATION EXTENSIBLE

L'unité statique minimale est constructible de 12 barres de compression et de 36 tirants, définissant des volumes cubiques et des auvents triangulaires. Dans un processus de croissance, l'adjonction d'une seule barre à l'unité de base est suffisante pour créer un volume cubique nouveau!

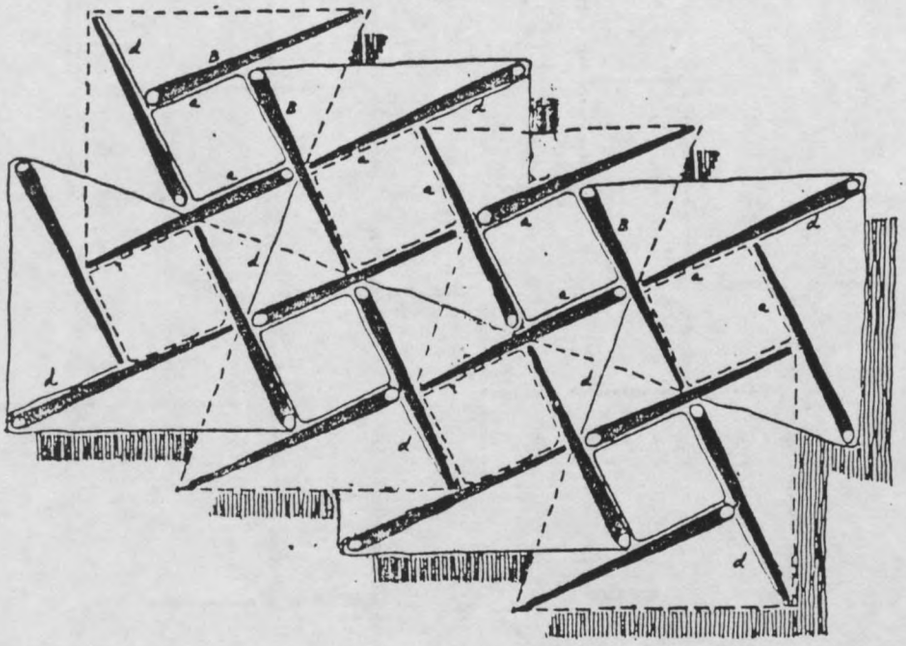




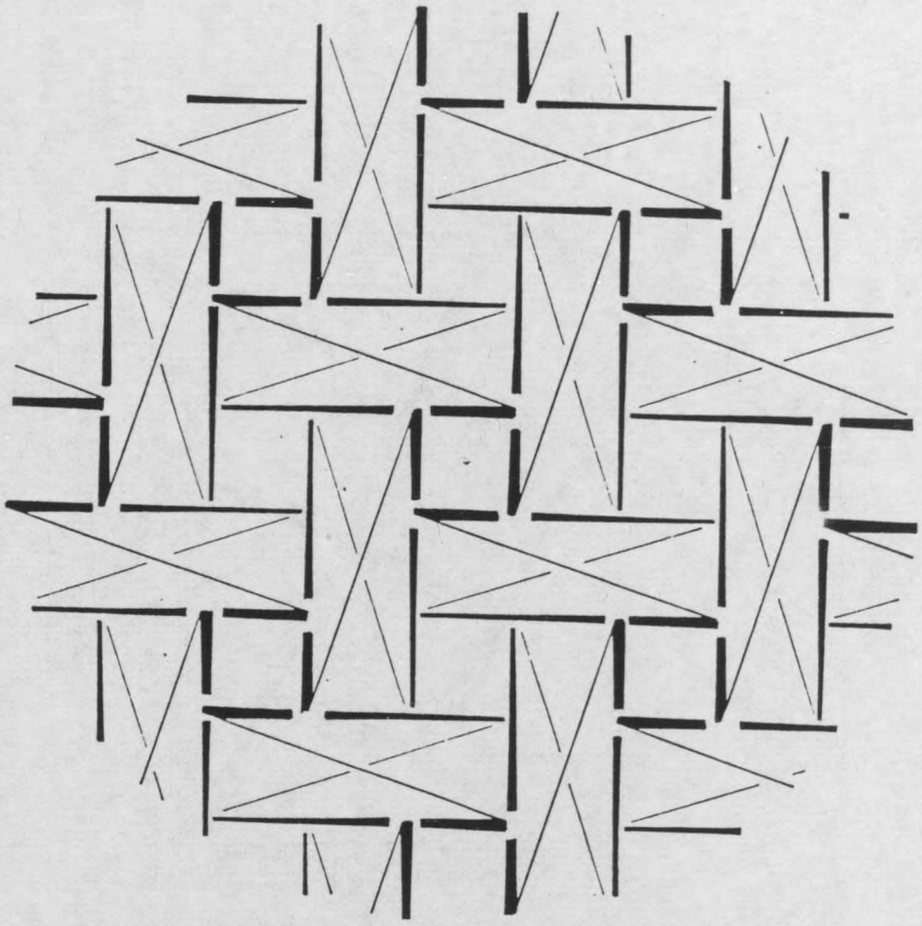
$+ \frac{\sqrt{5}}{5} a$

$B = 22$
$b = 22$
$a = 10$
$d \cong 14$

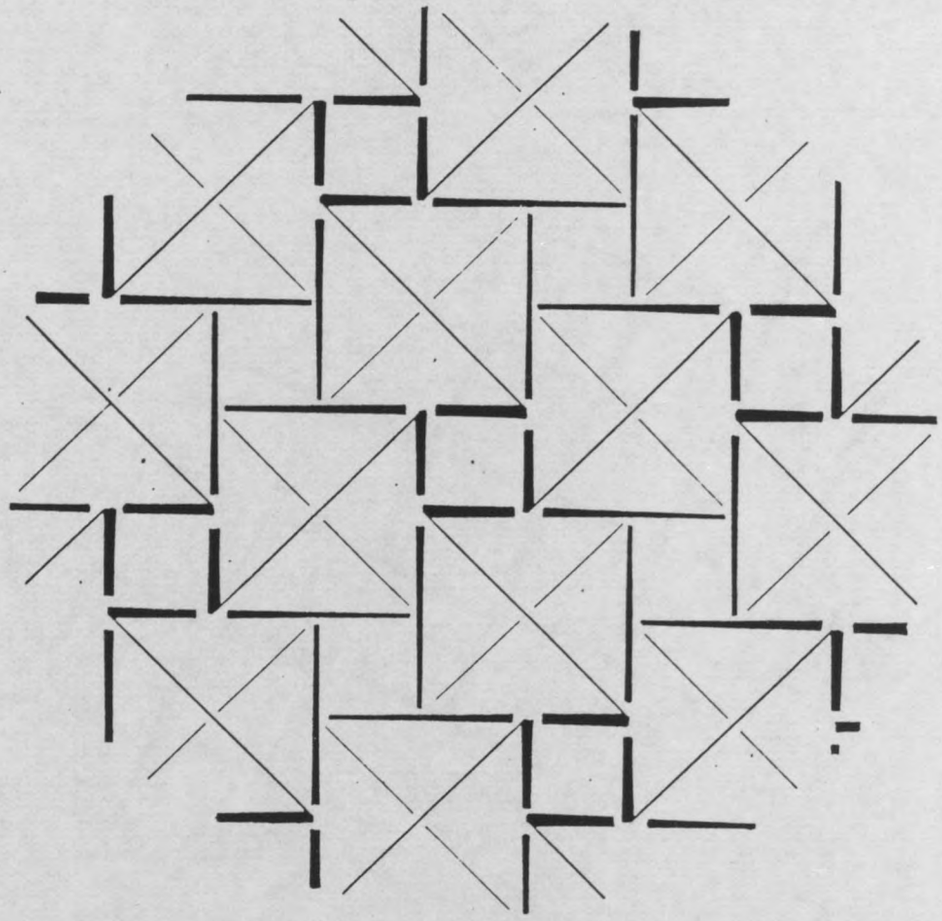
$b = B = \sqrt{5} \cdot a$
$d = \sqrt{2} \cdot a$
$h = a$
$\sqrt{5} = 2{,}236\ldots$

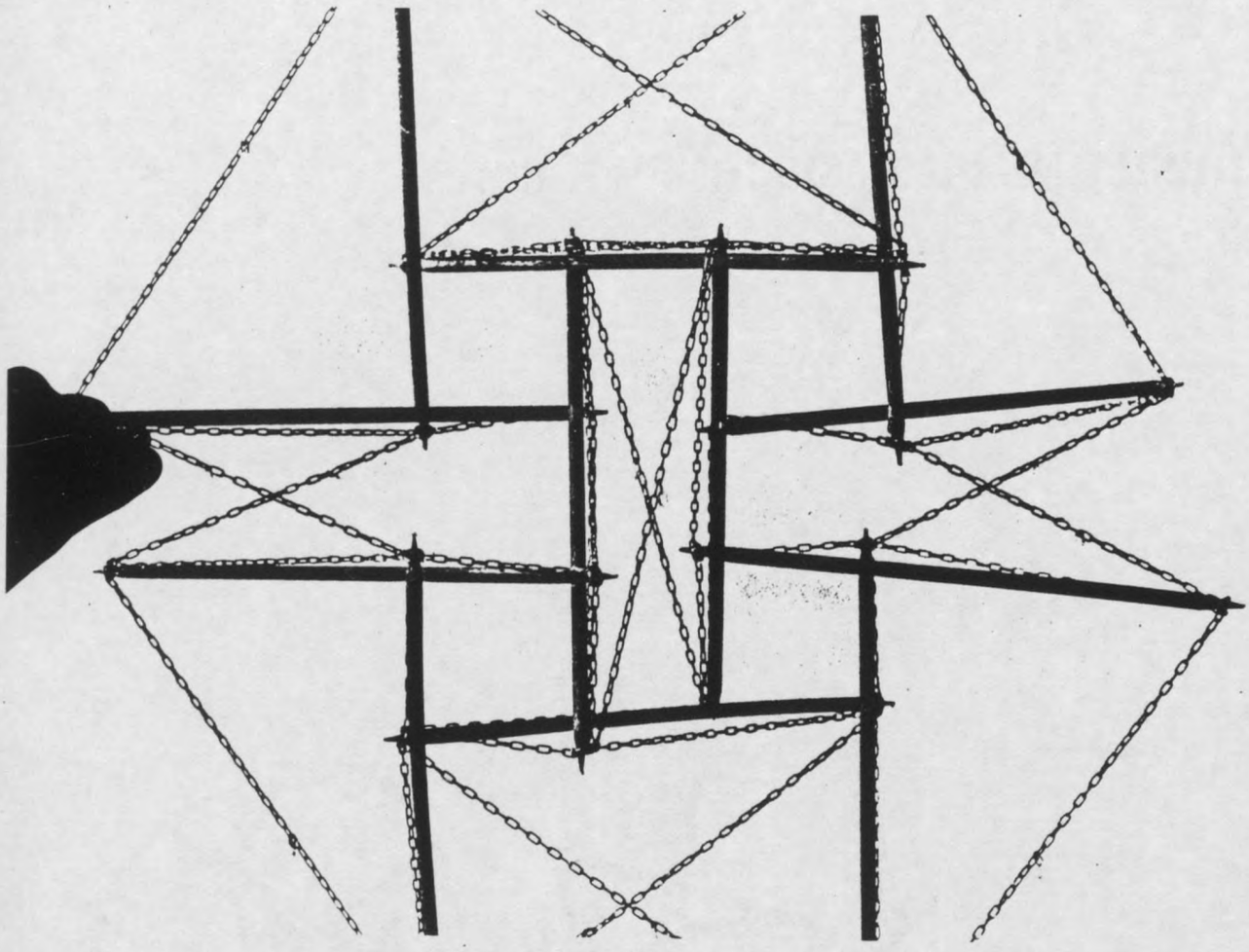


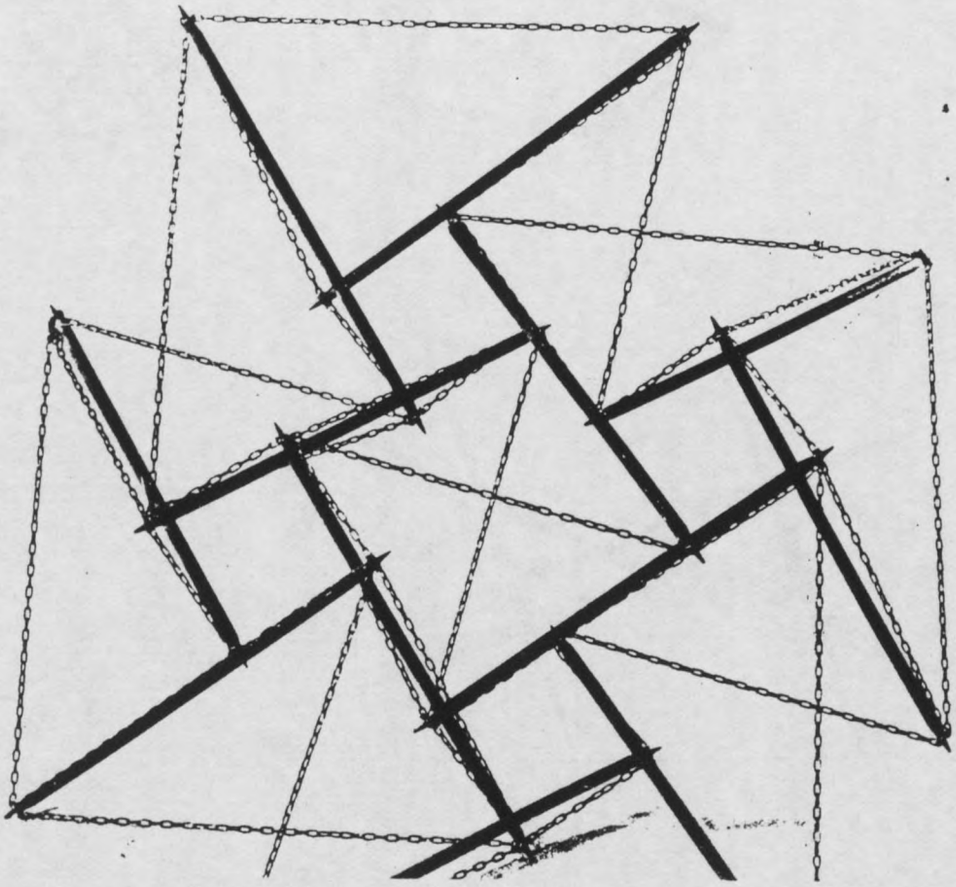
47



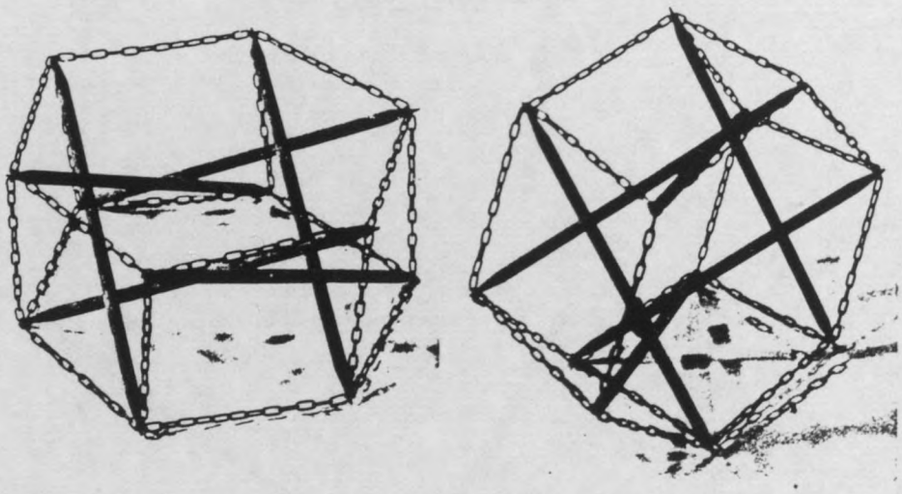
48

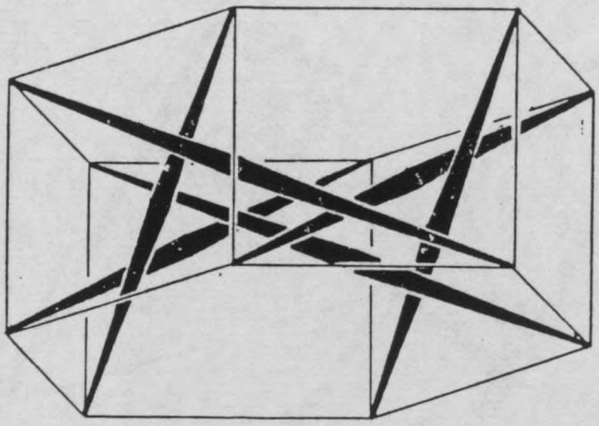


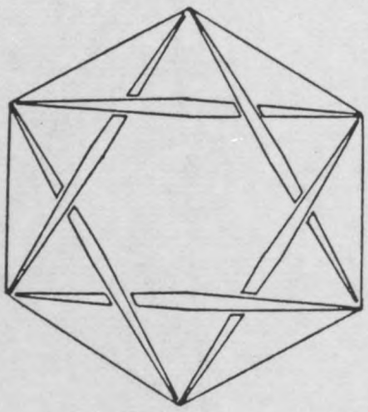




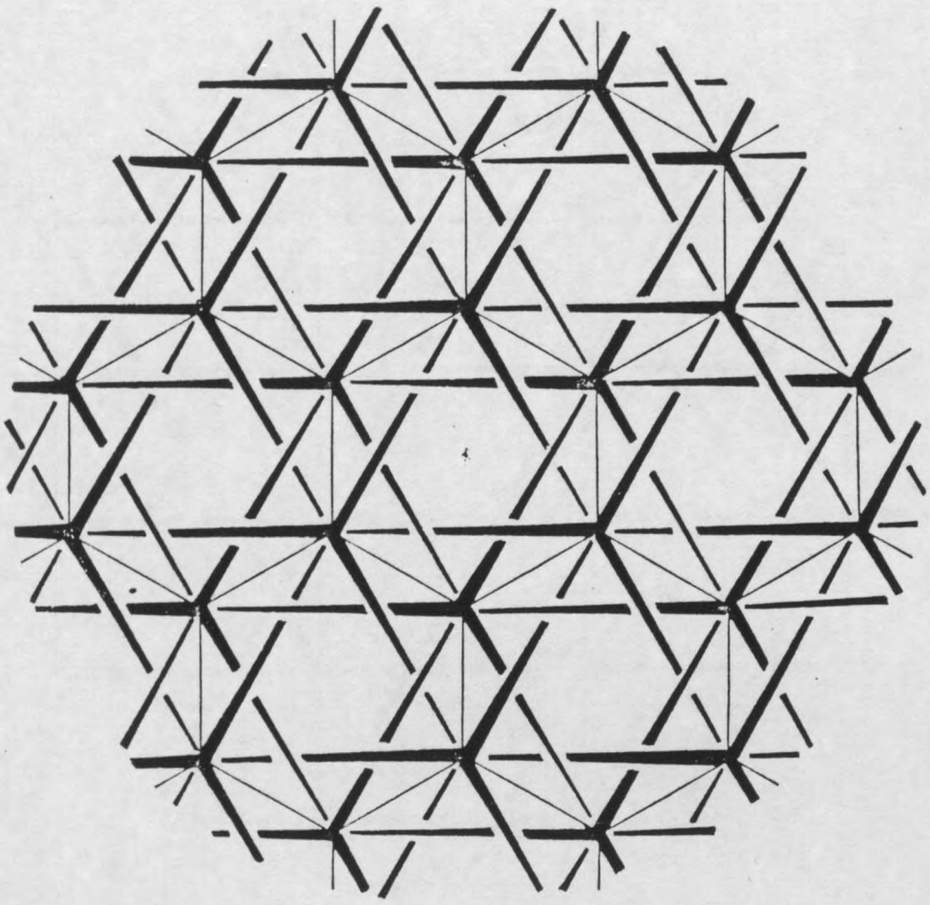
RESEAUX PRISMATIQUES 6 B



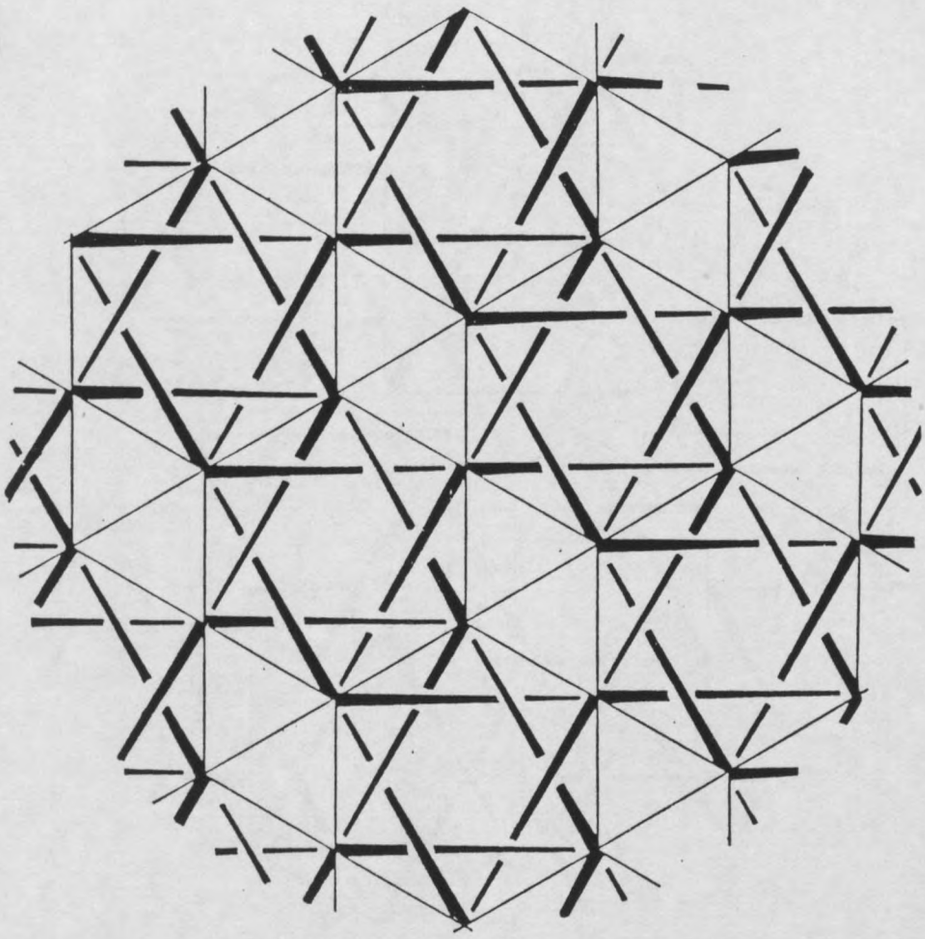




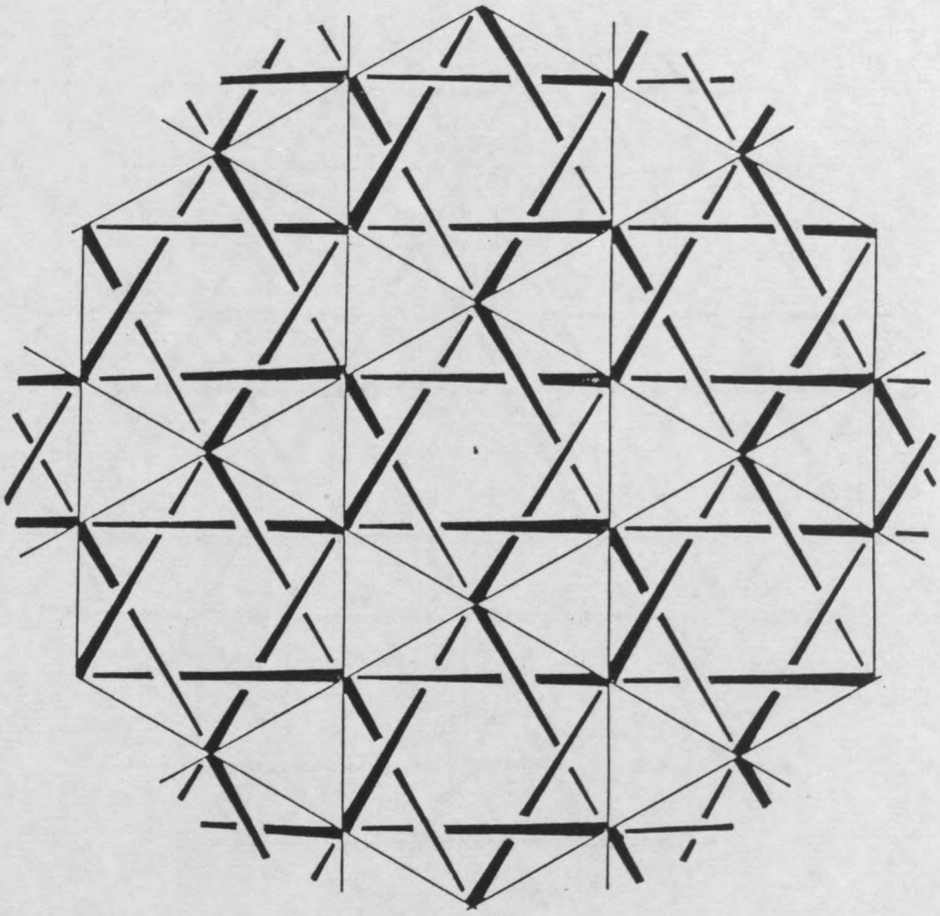
49



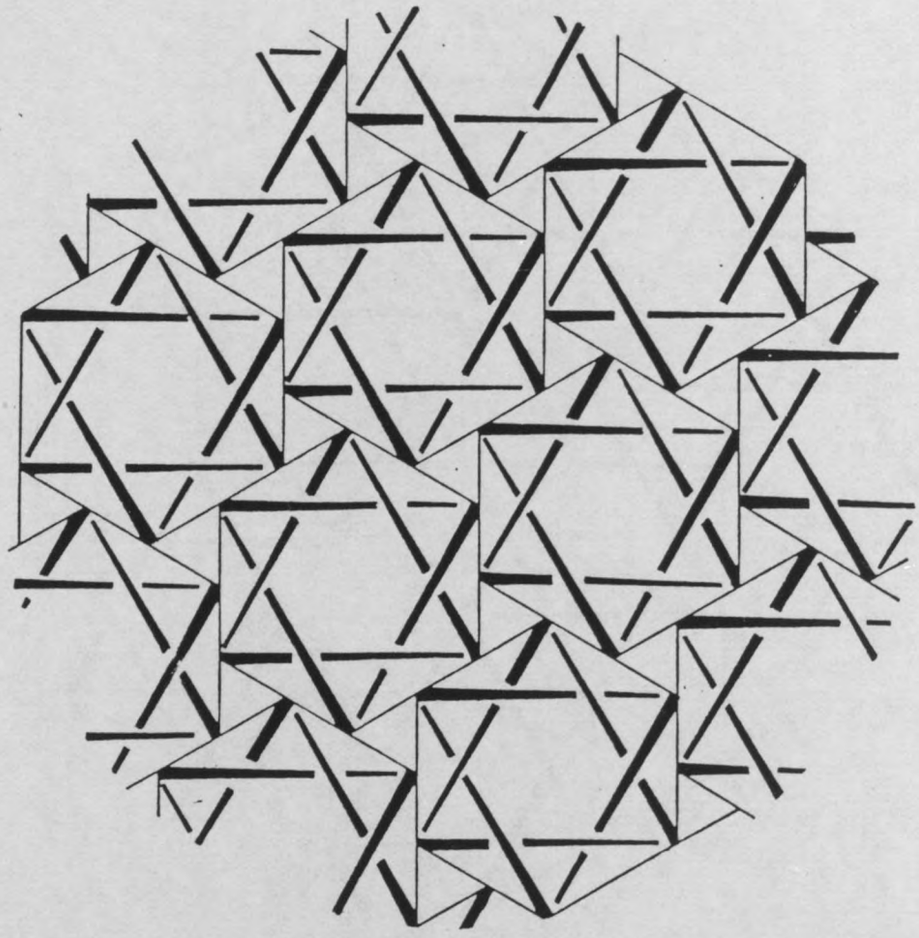
50



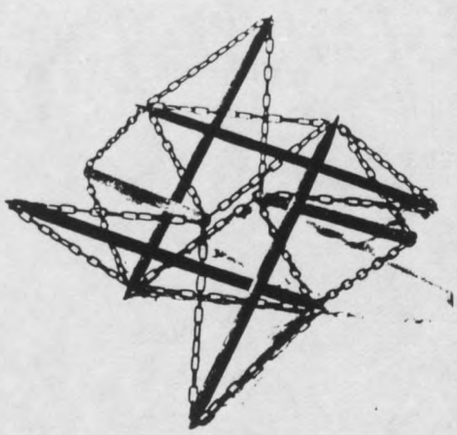
51

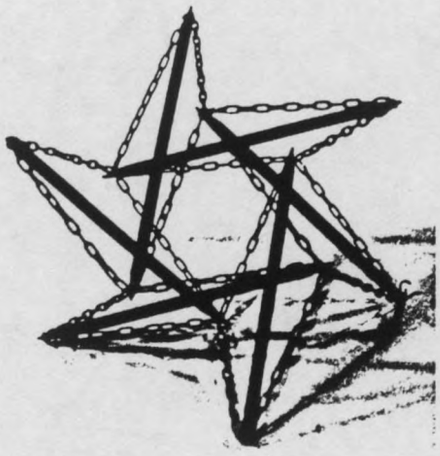


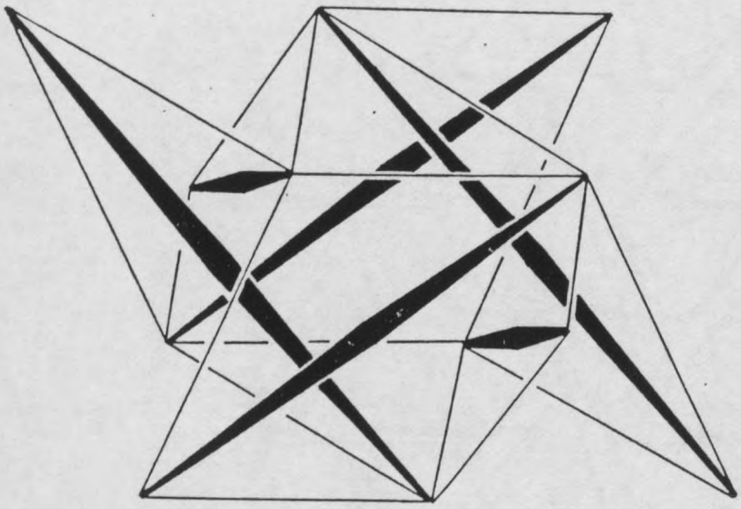
52

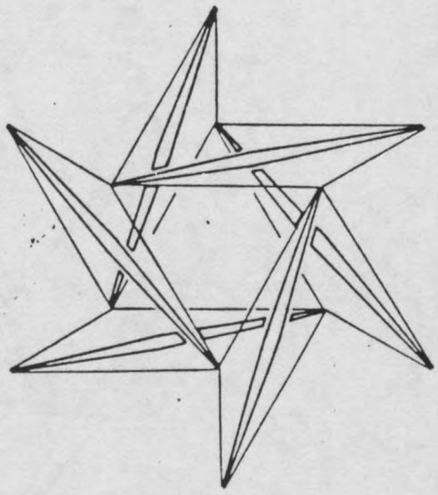


RESEAUX STELLA.OCTANGULA 6B

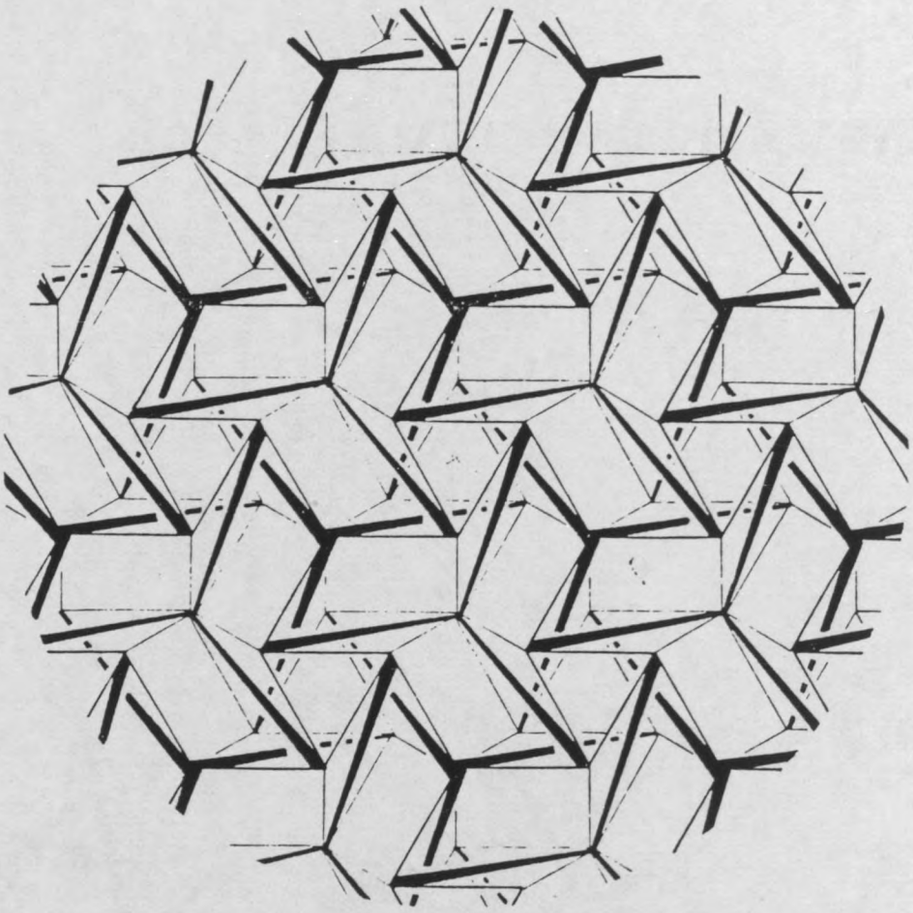




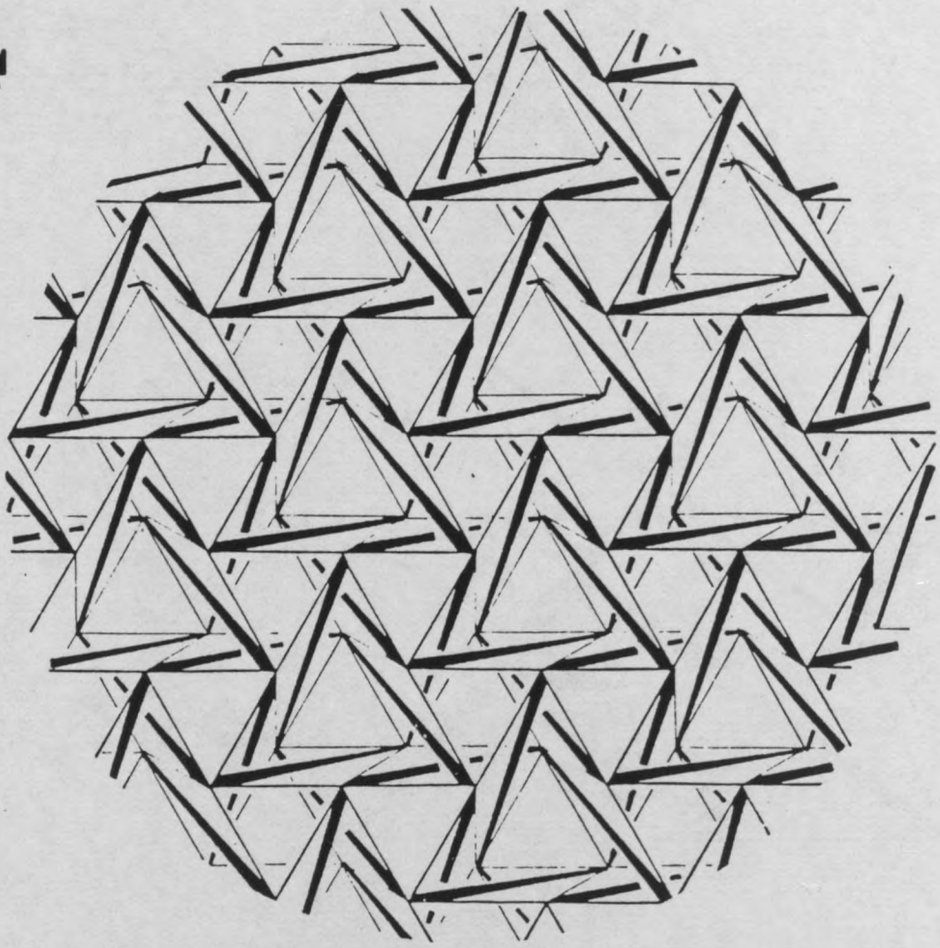


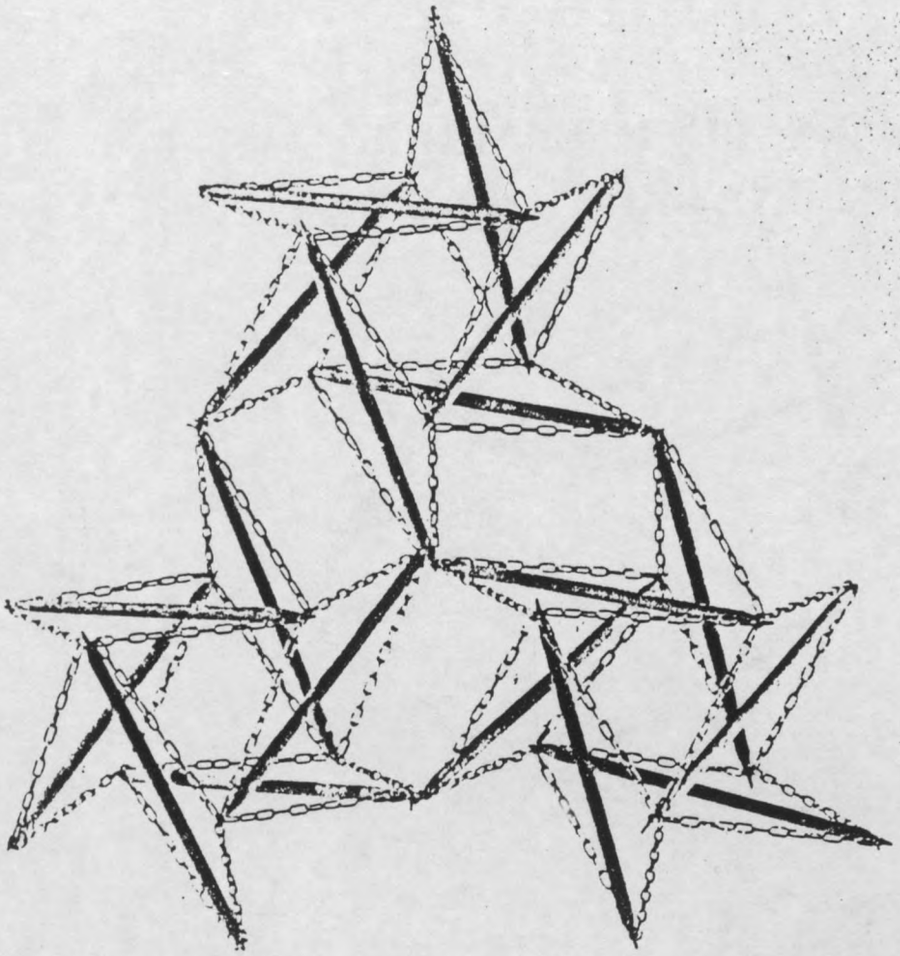


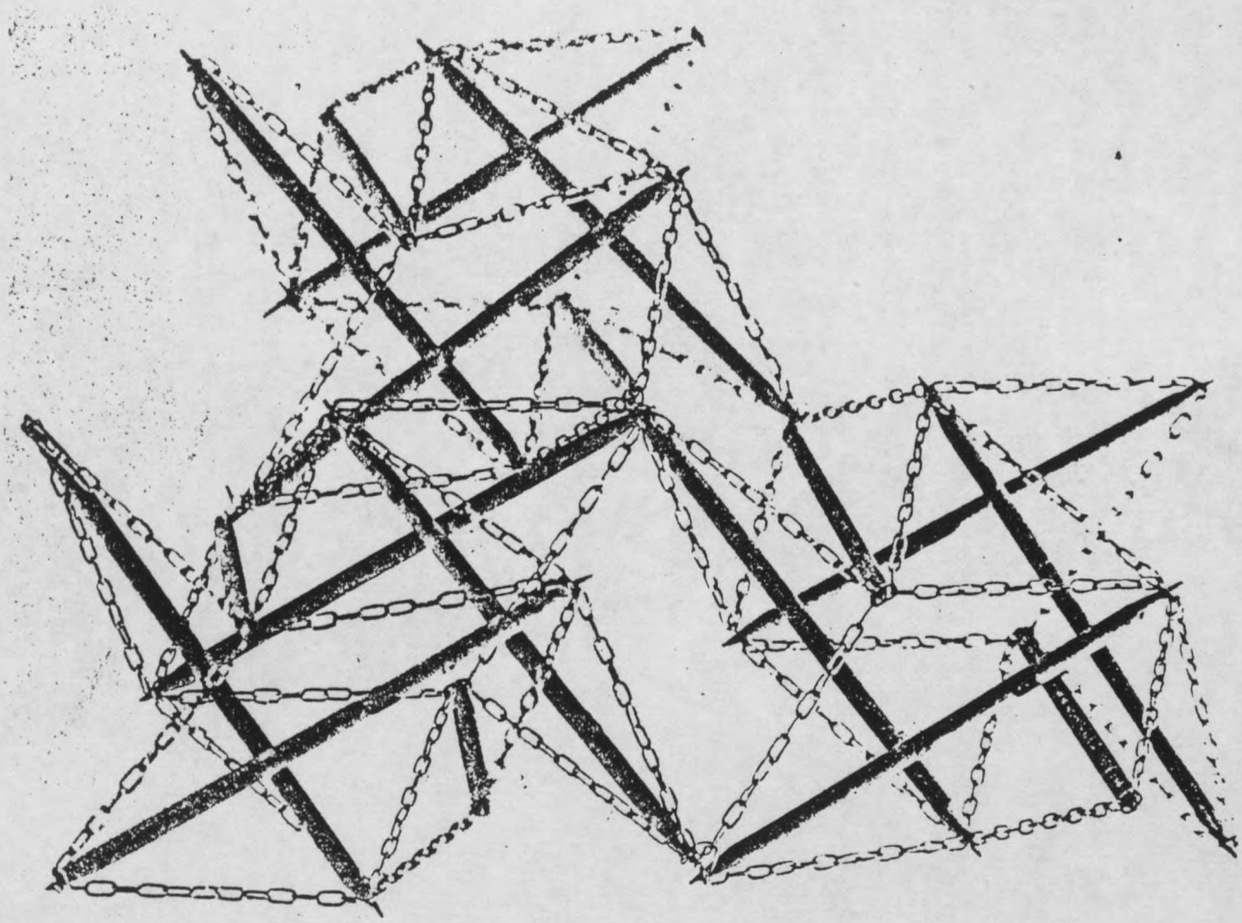
55



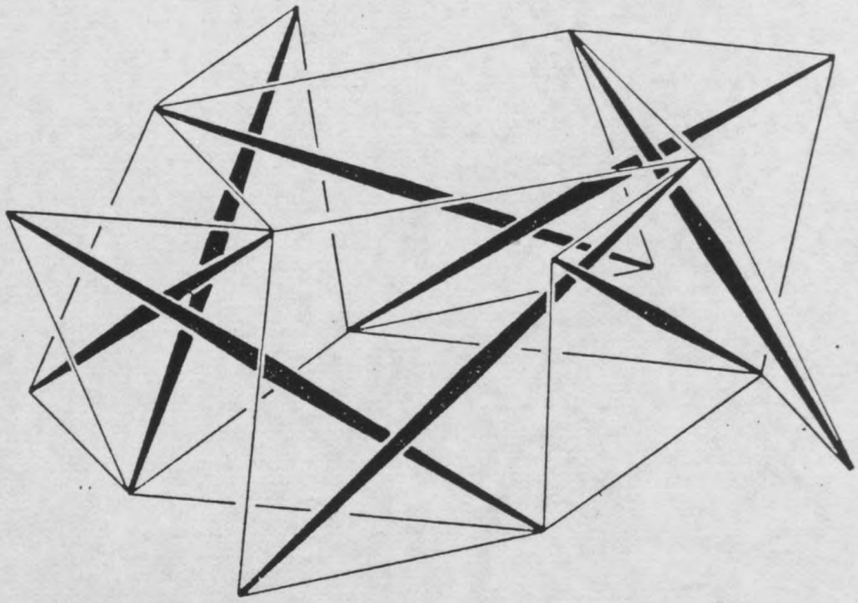
54

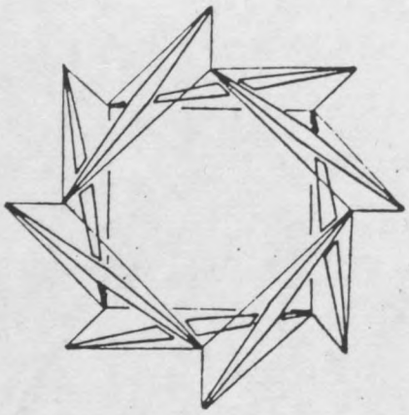


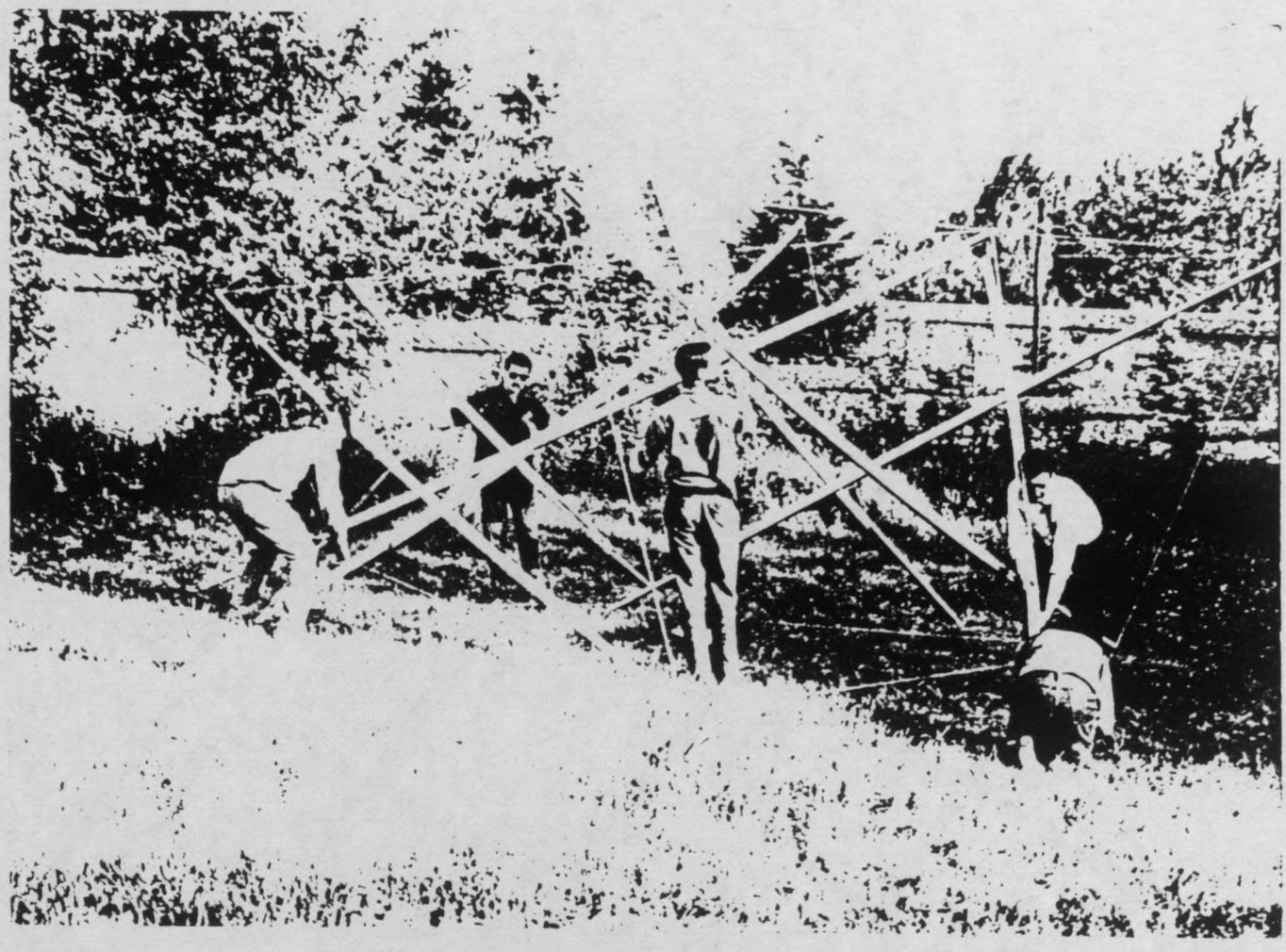




RESEAUX DE PYRAMIDES INTERPENETRES SB

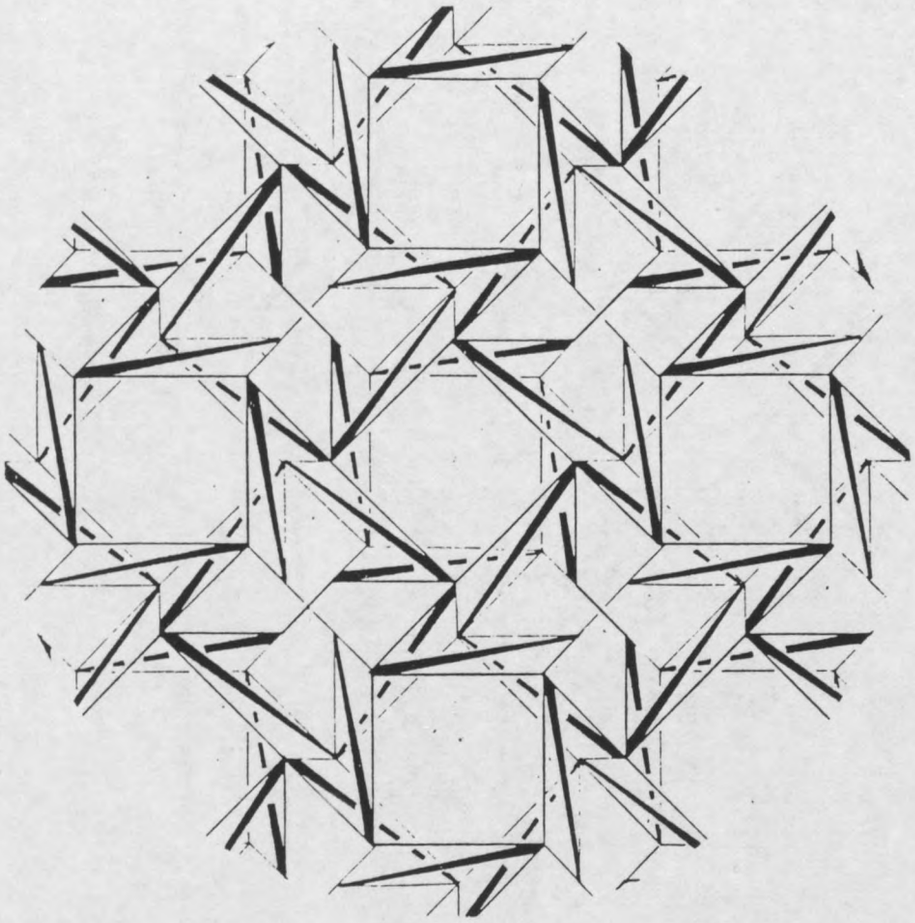




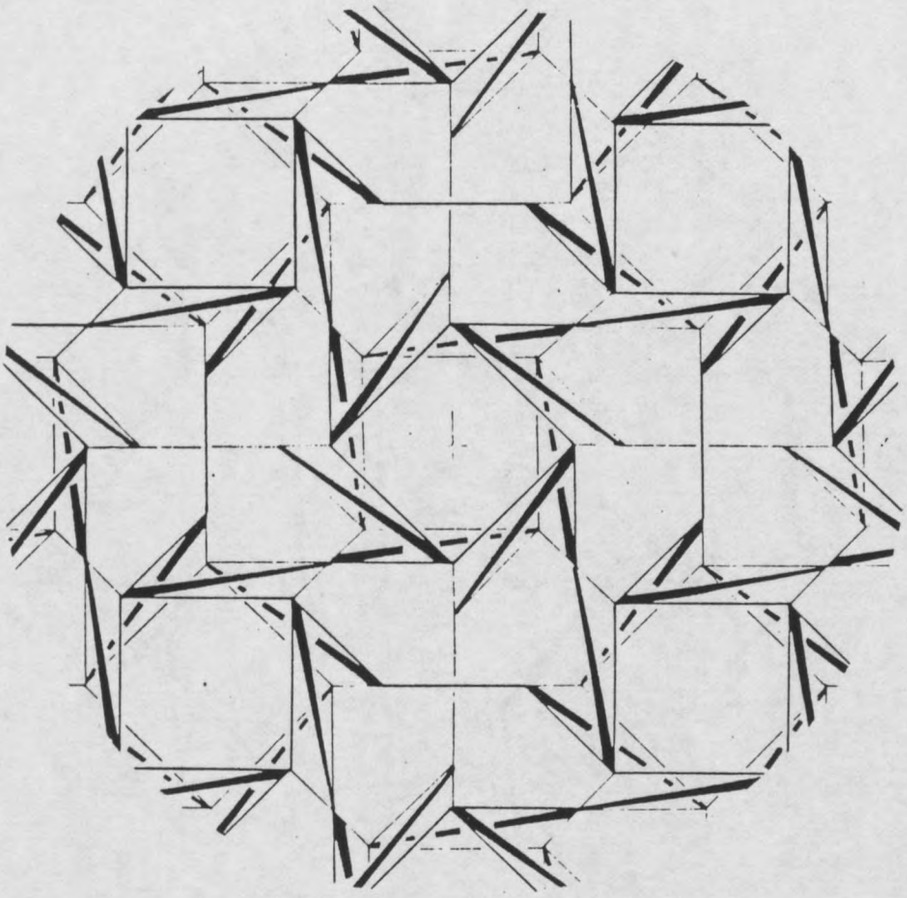


Groupe de recherche "Hors concours", 1962.

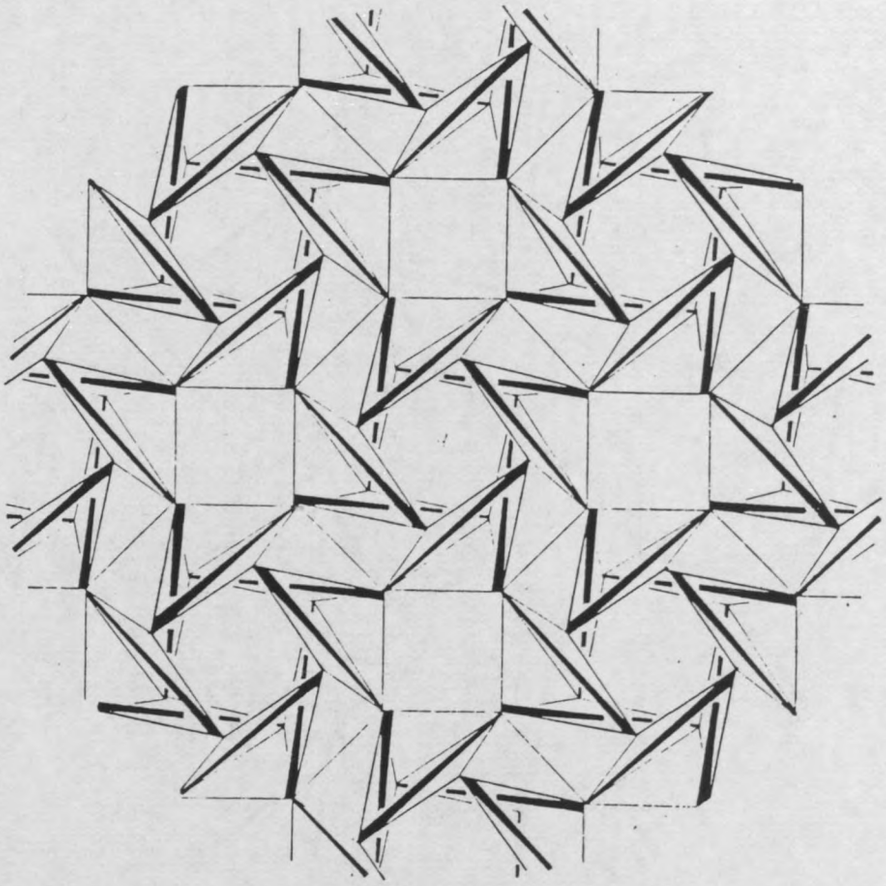
55



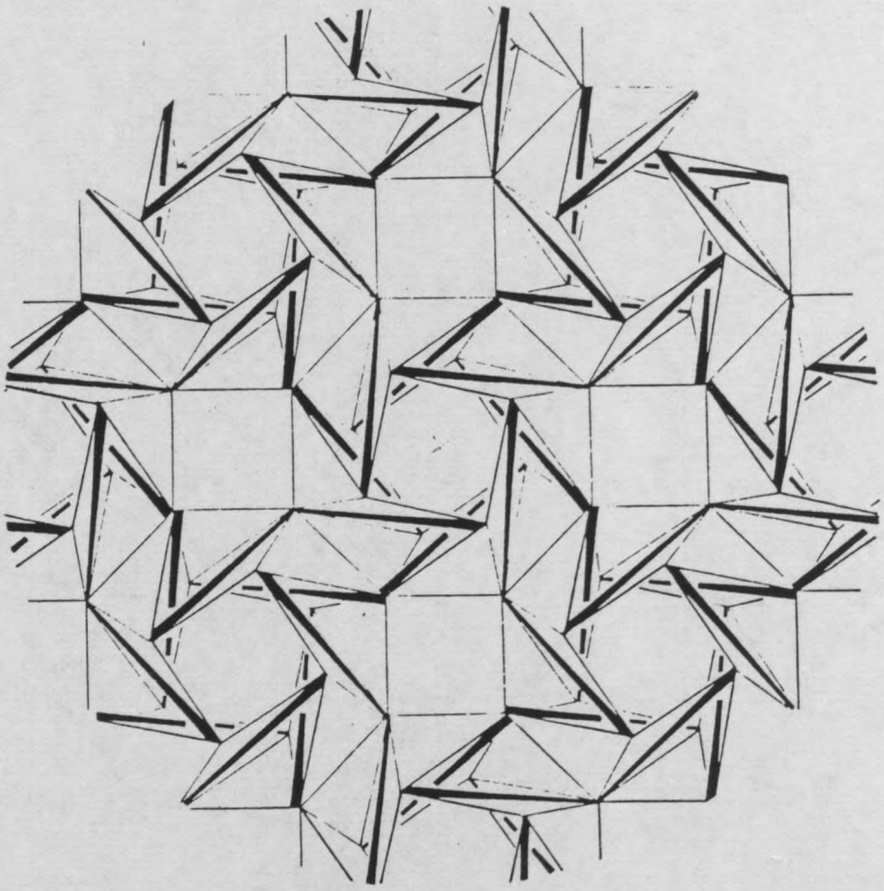
56



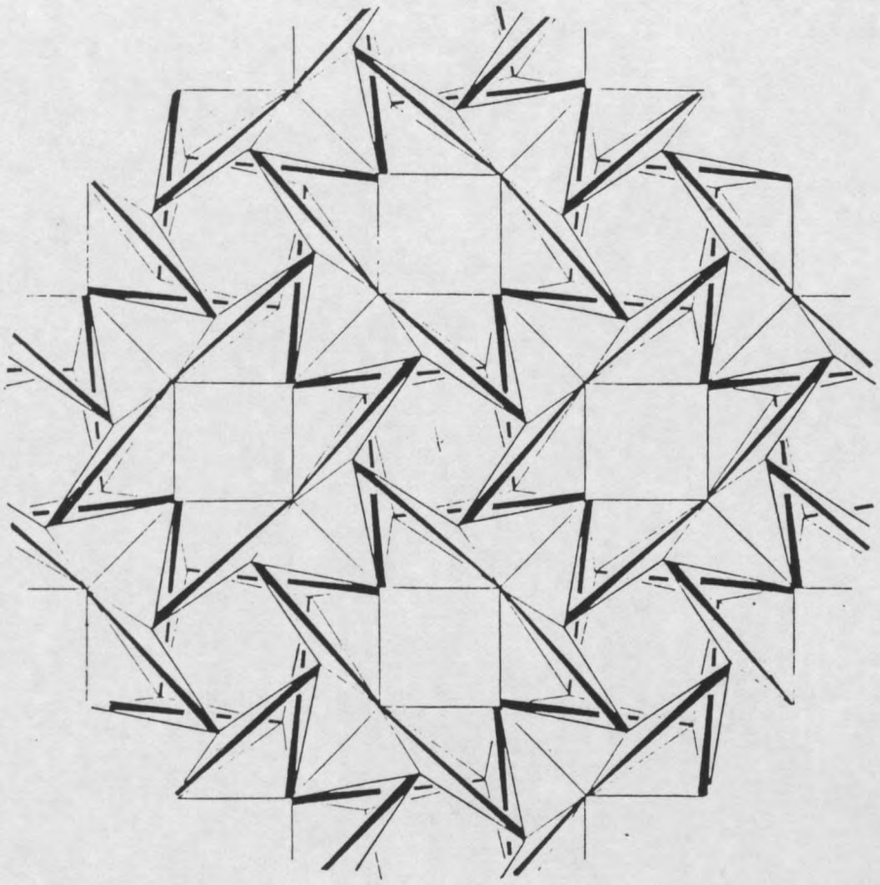
57



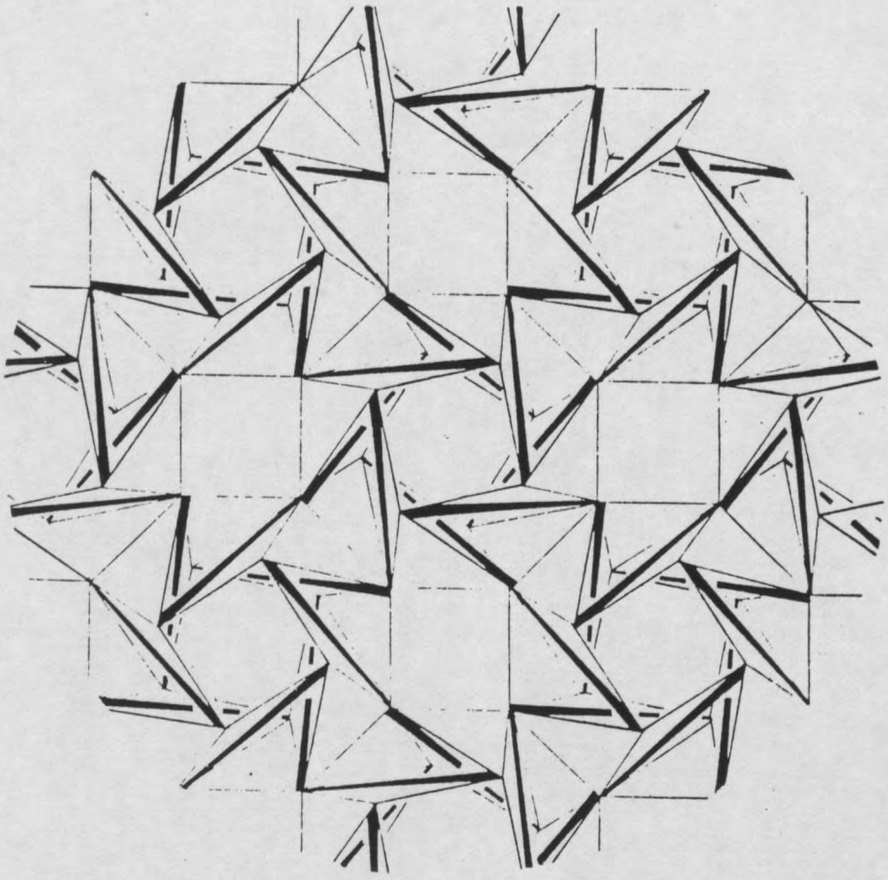
58



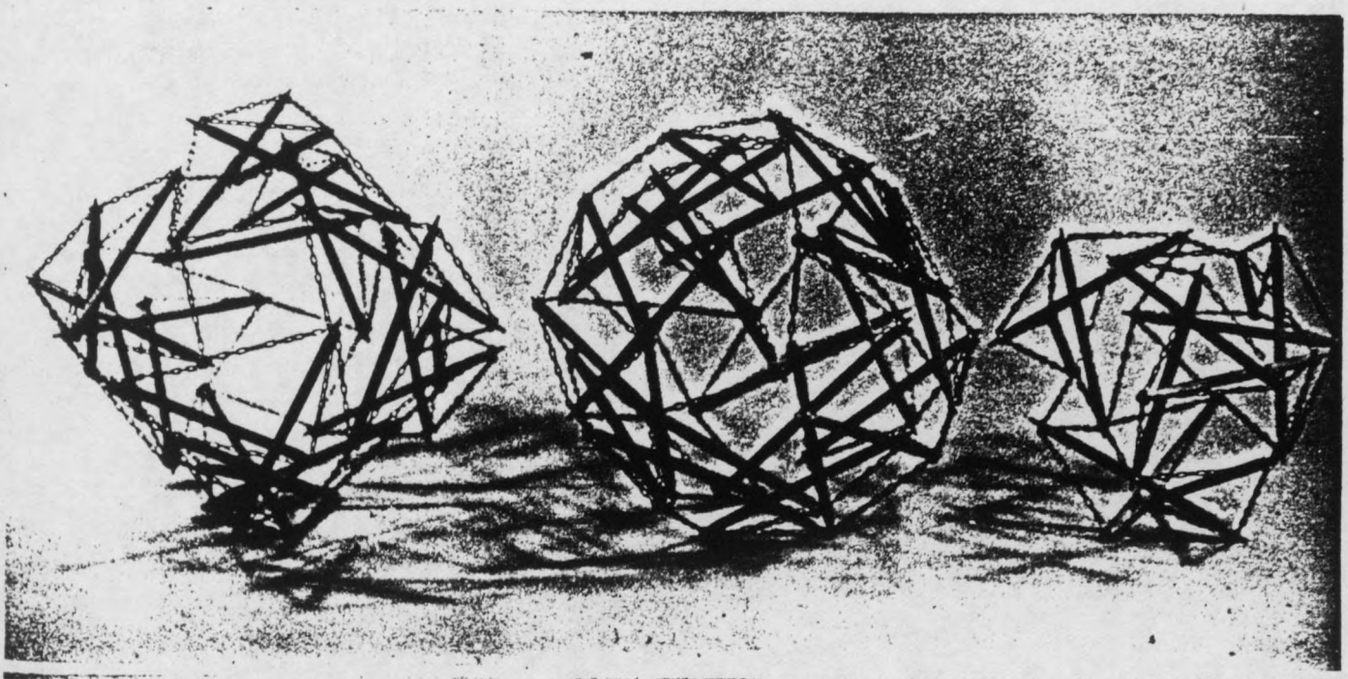
59

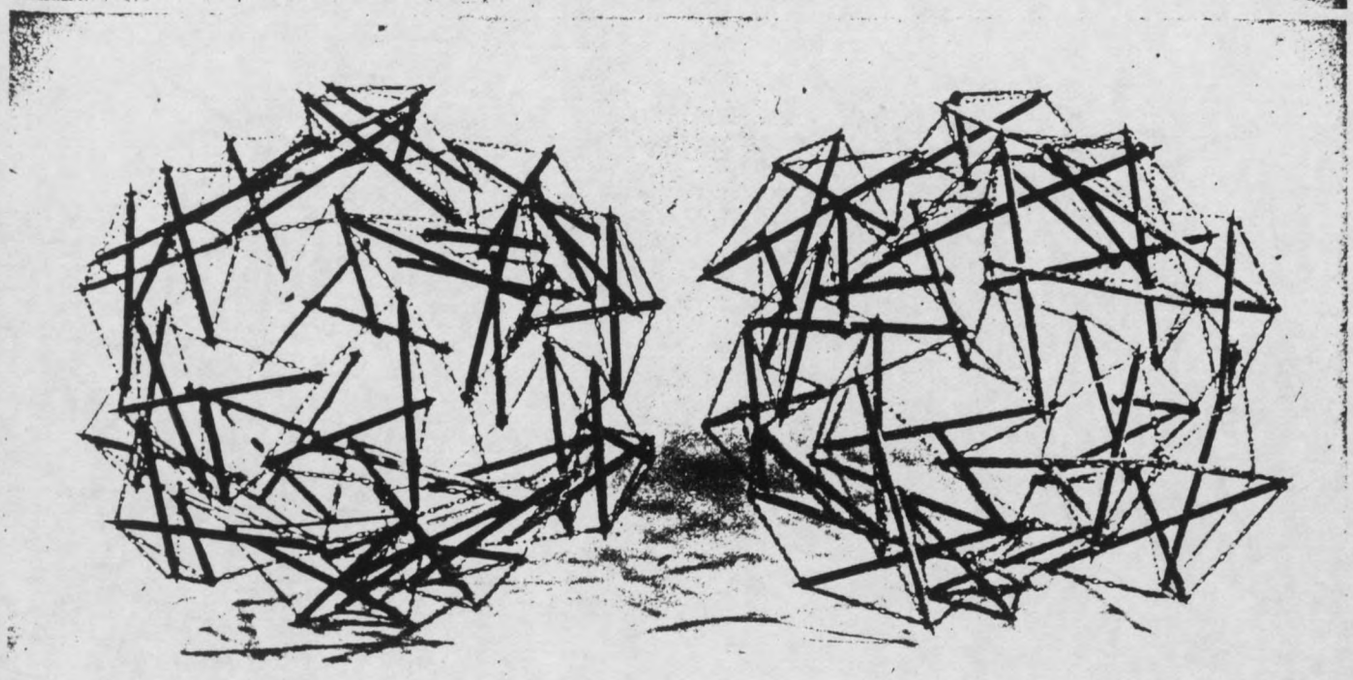


60



RESEAUX COURBES AUTOTENDANTS ET HYPERPOLYEDRES

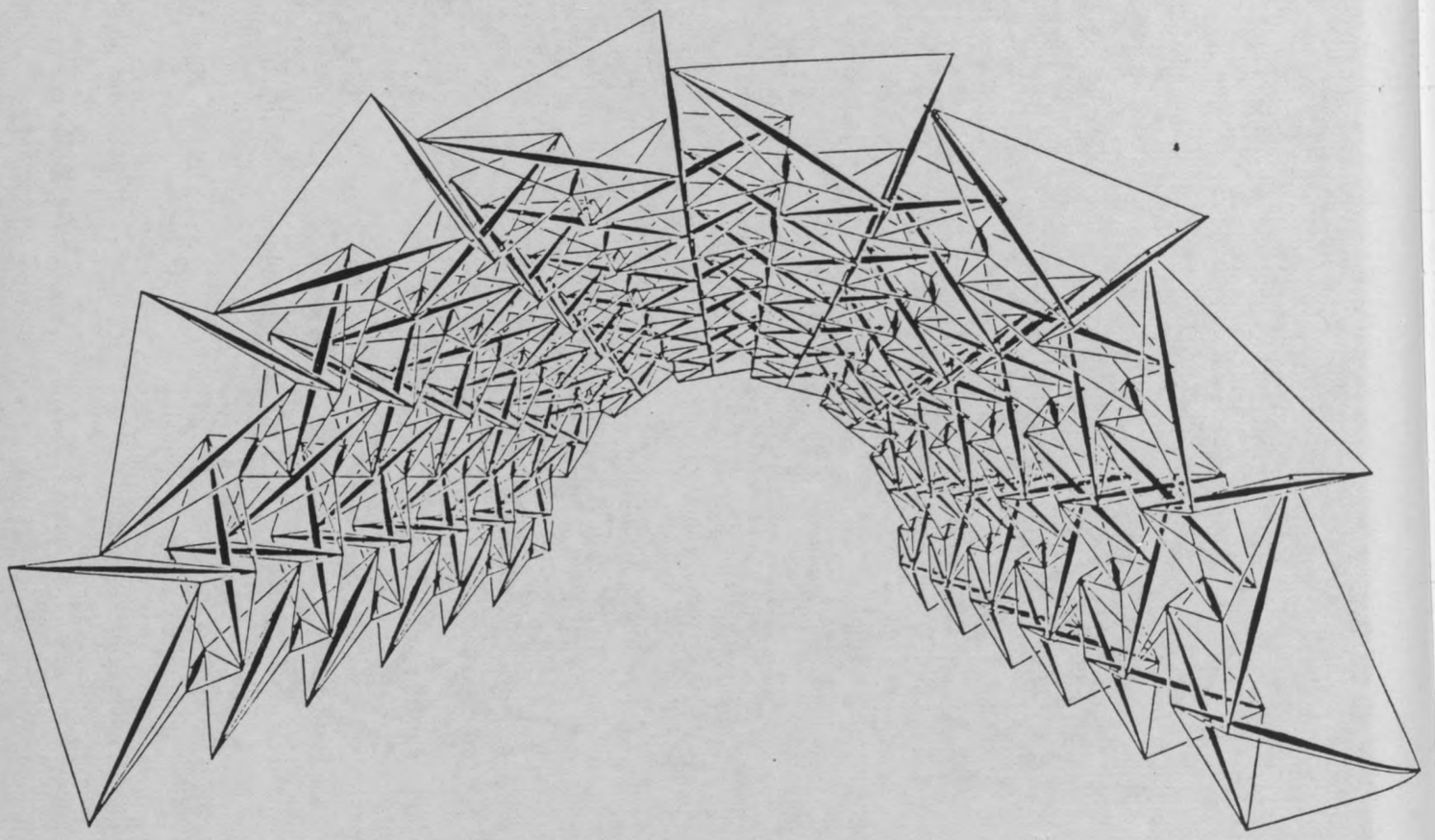




RESEAUX COURBES AUTOTENDANTS ET HYPERPOLYEDRES

En variant la longueur des tendeurs on peut appliquer à tous les réseaux autotendants double nappe une courbure quelconque, simple ou double, synclastique ou même anticlastique. Cette opération introduit, évidemment, un certain degré d'inégalité dans les dimensions des membrures.

La transformation la plus simple consiste à cintrer un réseau à maillons rectangulaires en une structure cylindrique par l'élongation des tendeurs correspondant à l'extrados de la voûte. L'exemple montre un réseau cylindrique de plein cintre obtenu à partir du réseau entrelacé automorphe rectangulaire; qui peut être complété en une structure tubulaire fermée d'une très grande rigidité: utilisable, par exemple, comme pont de grande portée.



Pour obtenir un réseau de forme générale sphérique, tout en gardant les membrures identiques, il faut recourir naturellement aux polyèdres gaufrés qui constituent une des trois classes composites. Il se trouve, en effet, que les corrugations en forme de lobes peuvent être réalisées à l'aide des trois autotendants élémentaires qui appliqués par juxtaposition sur les faces du polyèdre de base constituent un réseau double nappe courbe.

POLYEDRES DE BASE

Par rapport aux polyèdres autotendants dans lesquels les barres de compression occupent l'espace intérieur, dans les hyperpolyèdres, qu'on a appelé ainsi pour les distinguer des précédents de même stéréométrie, les barres se situent à l'extérieur exemptant l'intérieur de tout encombrement.

En principe, tout polyèdre composite peut être choisi comme enveloppe. Mais, de même que dans le cas des réseaux planaires, dans la plupart des cas la juxtaposition des sous-ensembles produira des structures où malgré le caractère autotendant des compléments appliqués, les barres seront en contact. Certes, ces structures seront stables et légères, cependant, il est plus intéressant de composer des réseaux autotendants où, même après l'assemblage des lobes, les barres restent discontinues. Ceci est possible dans le cas de certains polyèdres gaufrés. Plus particulièrement ceux qui dérivent des sept derniers polyèdres de la liste des archimédiens, construits avec des faces d'un nombre de côtés double de trois, quatre ou cinq, donc hexagones, octogones ou décagones.

COMPLEMENTS AUTOTENDANTS

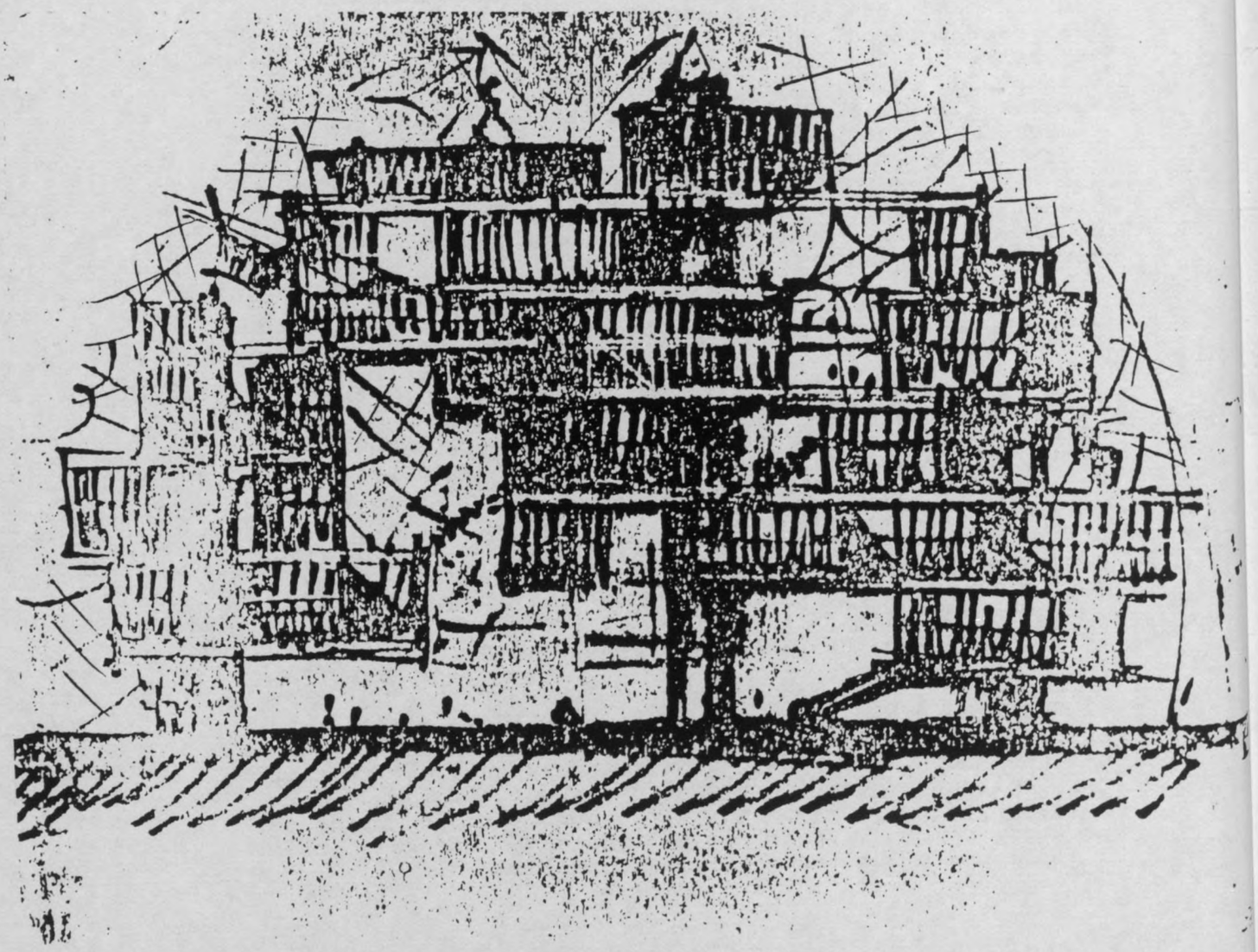
Les autotendants élémentaires antipyramidaux de base triangulaire, carrée ou pentagonale sont appliqués respectivement sur les faces hexagonales, octogonales ou décagonales du polyèdre de base, de sorte que chaque sommet de ces polygones coïncide avec un sommet d'une base pyramidale. La dimension de cette base, qui est seulement fictive, correspond à la longueur de la corde de la face polygonale du polyèdre. Ainsi, tous les tendeurs du réseau y compris les arêtes latérales et supérieures des antipyramides, seront identiques.

Il est possible également d'utiliser des compléments antiprismatiques appliqués de la même manière, créant des protubérances prismatiques grâce auxquelles, en tant que solide de jonction commun, on peut liaisonner un autre hyperpolyèdre voisin. Ce qui offre un moyen de passage commode vers la constitution d'une catégorie d'empilements autotendants: les entrelacés.

CARACTERISTIQUES DES HYPERPOLYEDRES

L'application des bases de simplex sur les faces polyédriques produit une resegmentation rotatoire du solide servant d'espace de support. La position des sous-ensembles par rapport à l'enveloppe du polyèdre de base peut être soit lévogyre, soit dextrogyre, mais cette rotation n'est pas à confondre avec la rotation constitutionnelle interne de chaque sous-ensemble, qui est d'une nature distincte.

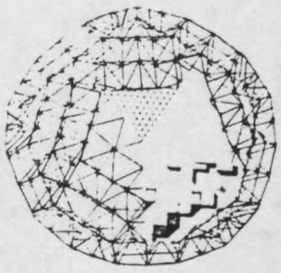
Il en résulte que les sous-ensembles d'un certain sens de rotation peuvent être apliqués soit sur un support de sens de rotation identique soit d'une rotation opposée. De ce fait, dans le cas d'un hyperpolyèdre composé d'une seule sorte de sous-ensembles, il existe deux solutions allomorphes et dans les cas composés de deux sortes de sous-ensembles quatre configurations allomorphes. Ce qui établit finalement à dix-huit le nombre des hyperpolyèdres autotendants dérivés à l'origine de sept solides semi-réguliers. Leurs caractéristiques sont résumées dans le tableau 6.



Dôme autotendant-porteur de "terrains artificiels", projet 1965.

Les planches montrent par des vues éclatées la méthode de composition de chaque hyperpolyèdre, avec le support polyédrique et les compléments autotendants, ainsi que les vues schématiques des polyèdres gaufrés, qui représentent l'enveloppe extérieure des structures obtenues, dans lesquelles les sommets extérieurs peuvent être interconnectés pour former finalement un réseau à double nappe sphérique.

Ces configurations autotendantes convexes à double couche ont une hauteur structurale relativement grande. Pour obtenir une coupole de plus faible épaisseur, il convient de remplacer chaque simplex autotendant par un réseau autotendant planaire ou courbe. En somme, les compléments autotendants seront des faces ou des calottes de double nappe autotendante composées, évidemment, de plusieurs simplex. Les coupoles ainsi obtenues, qui évoquent les "dômes isotropiques" traités dans l'ouvrage: "Equipartitions 2 - Solides convexes et empilements" paru dans cette même série. Dans ces dômes à double nappe à barres indifférenciées la finesse de la subdivision définissait également la hauteur structurale.

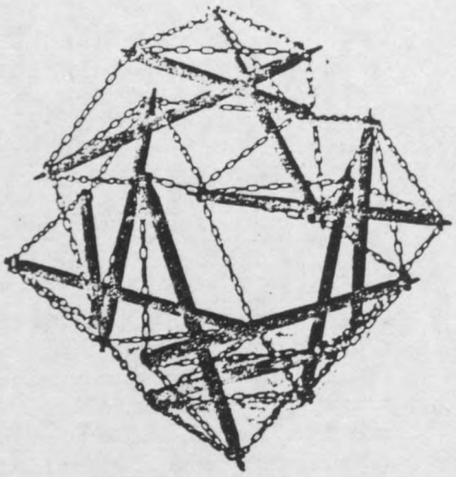


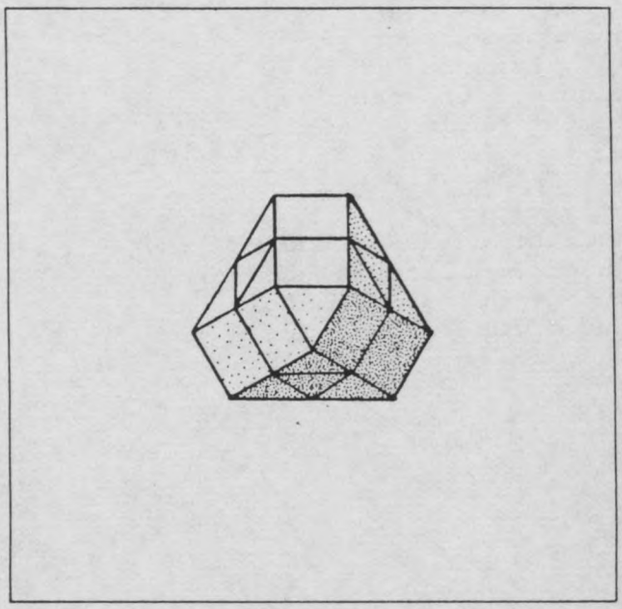
Cette méthode rend possible la construction de coupoles de très grande dimension allant jusqu'à plusieurs centaines de mètres. On se contente ici de les énoncer; leur élaboration exigerait une étude plus ample dépassant le cadre actuel.

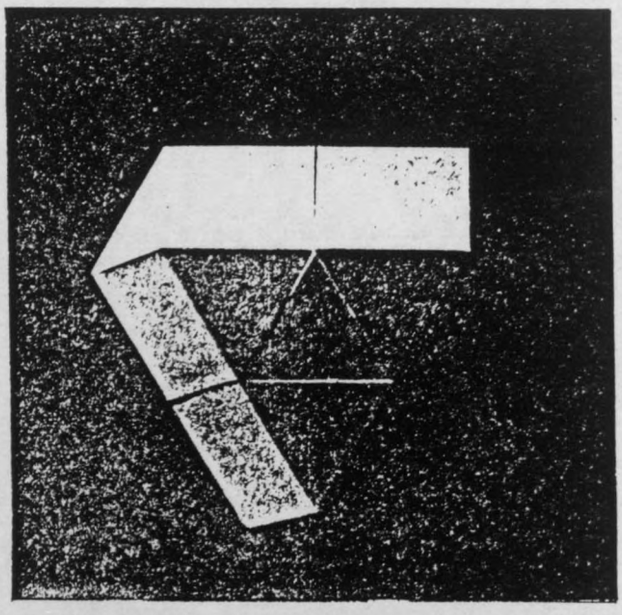
TABLEAU 6 HYPERPOLYEDRES

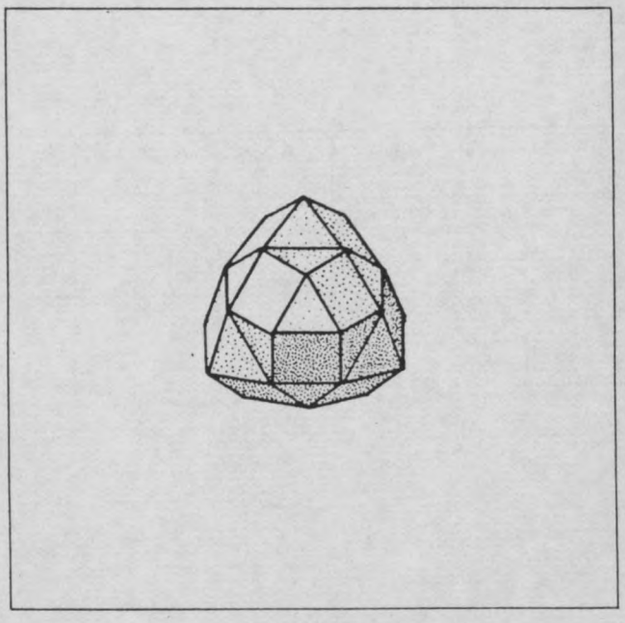
N°	Hyper-	dérivé de	nombre des compléments autot.			nombre des éléments			polyèdres gaufrés				nombre d'allomorphie
			3B	4B	5B	barre	tirant	noeud	n°				
1	tétraèdre tronqué	366	4			12	42	24	1	2			2
2	tétrakaïdécaèdre	466	8			24	84	48	3	4			2
3	icosaèdre tronqué	566	20			60	150	120	5	6			2
4	cube tronqué	388		6		24	84	48	15	16			2
5	dodéca. tronqué	31010			12	60	210	120	30	31			2
6	grd. rhombicubocta.	468	8	6		48	168	96	11	12	13	14	4
7	grd. rhombicosidodéca	4610	20		12	120	380	240	23	24	25	26	4

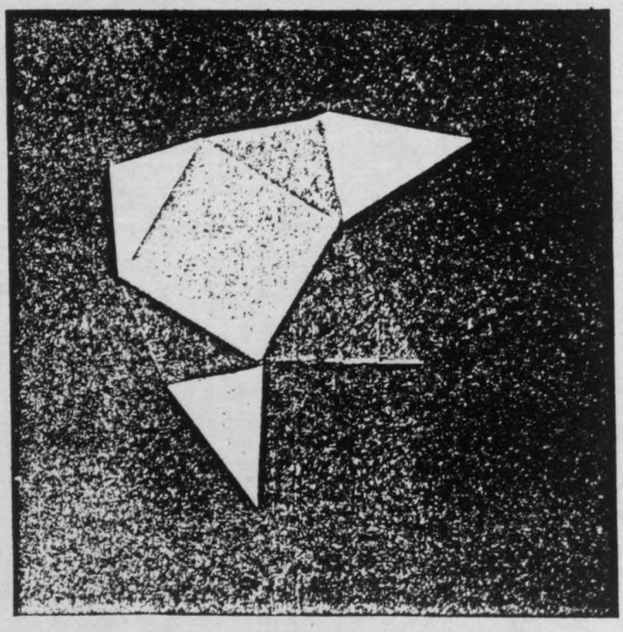
1 HYPER TETRAEDRE TRONQUE
3 6 6 + 4 . 3 3 3 3

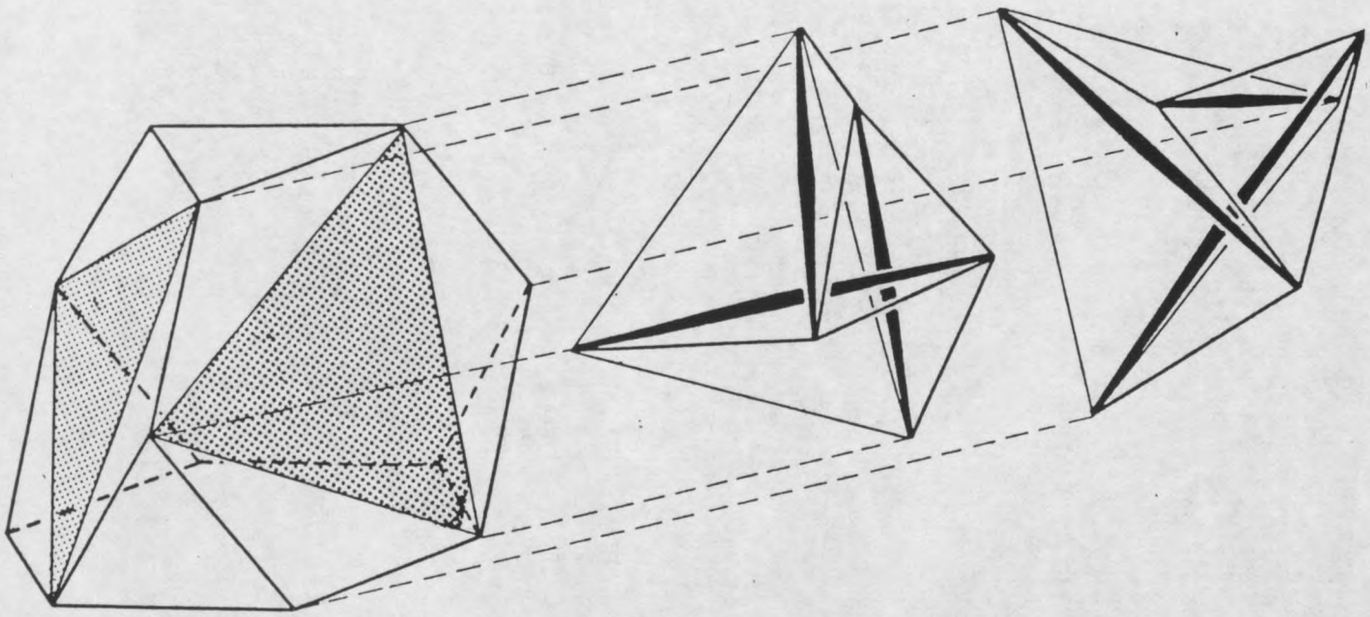


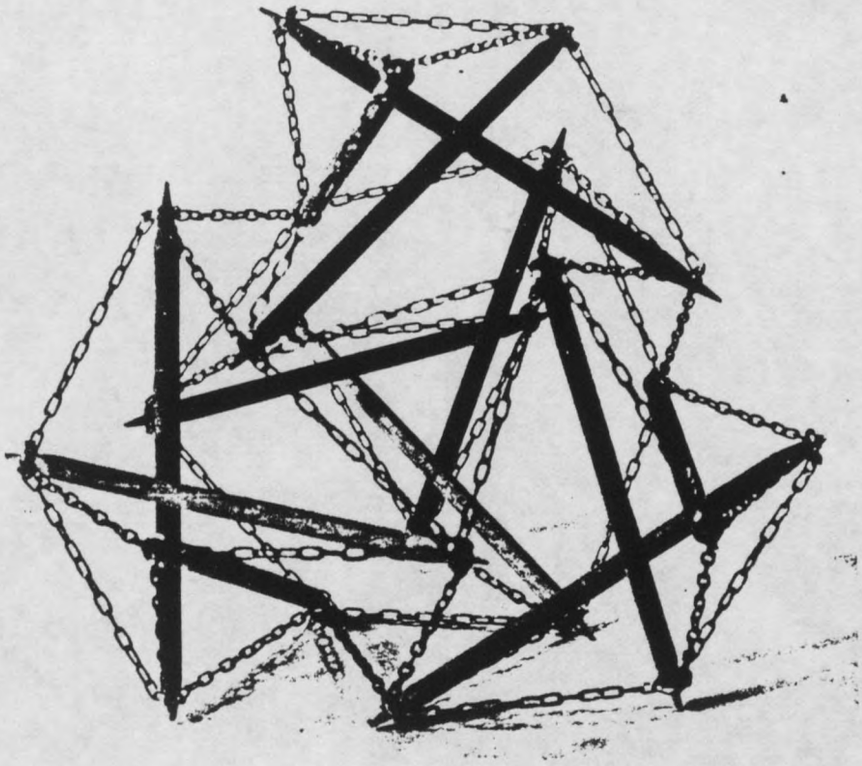


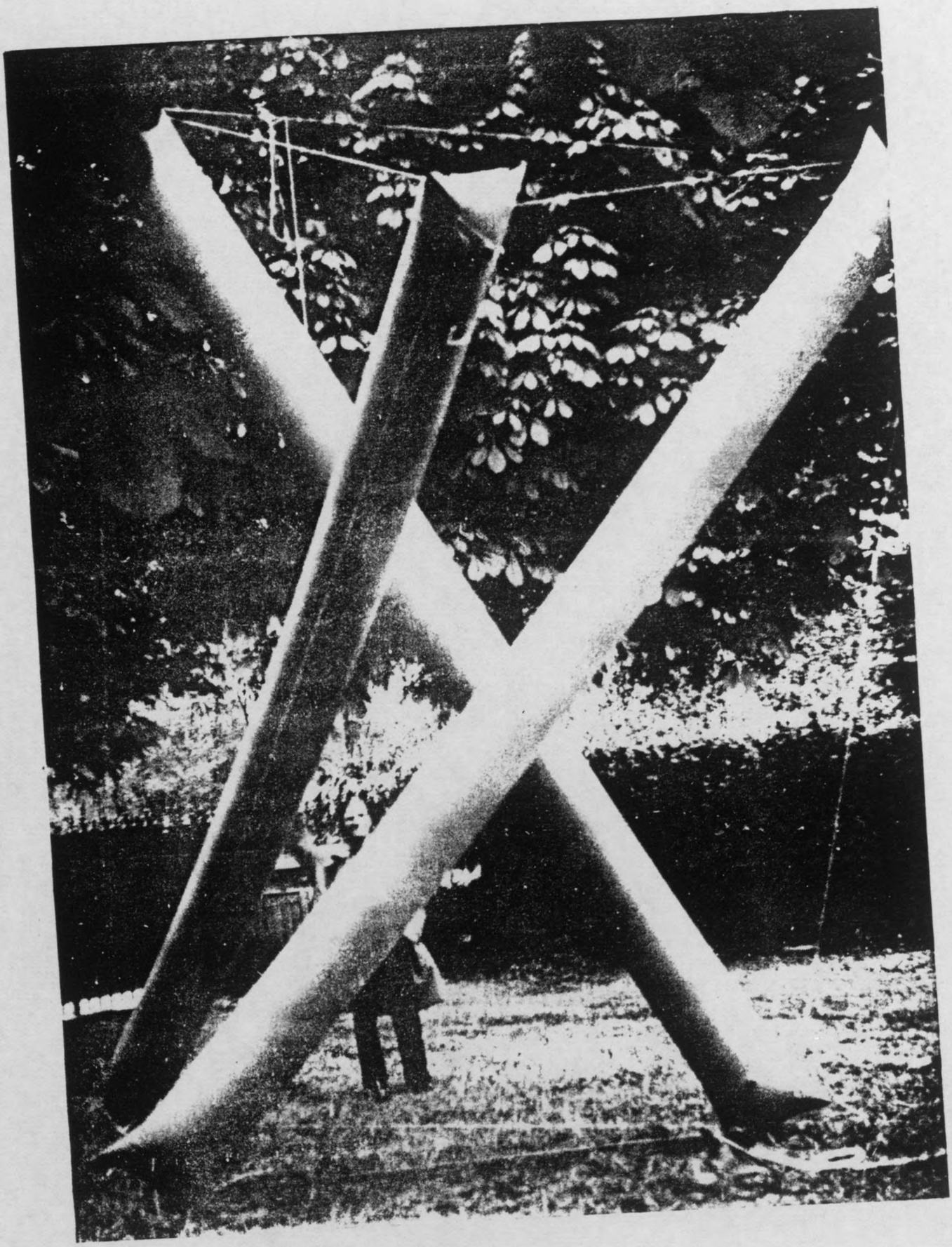


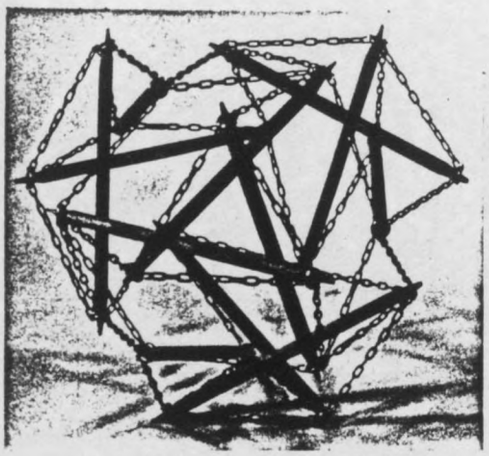


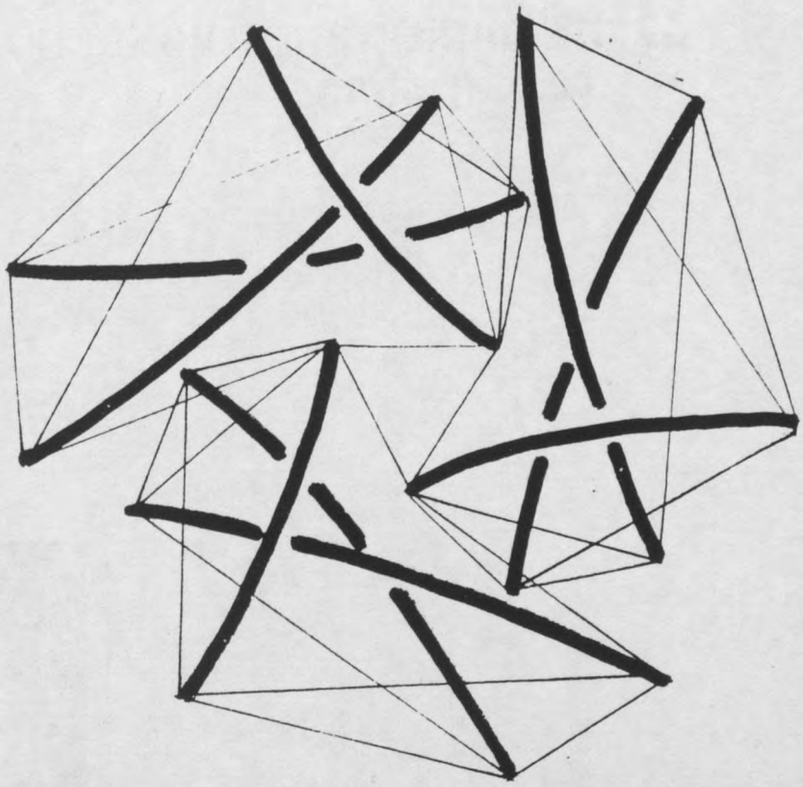


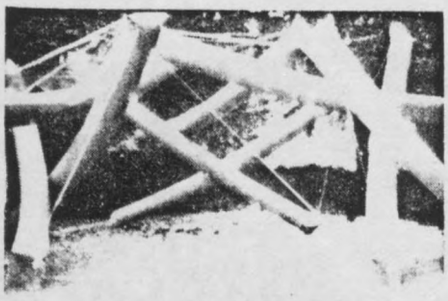


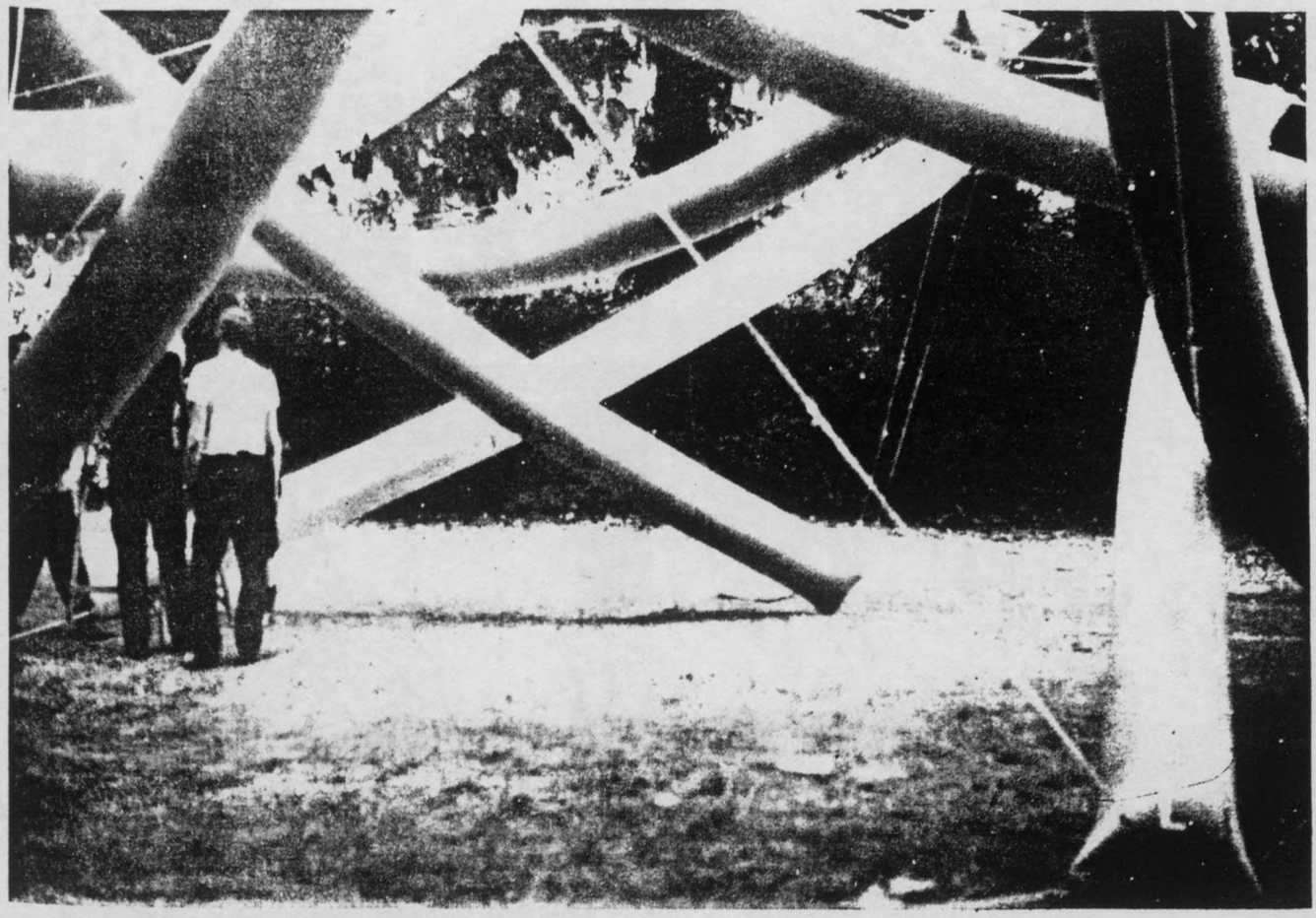






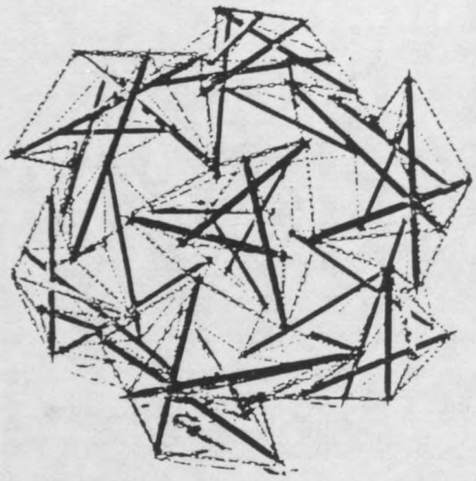


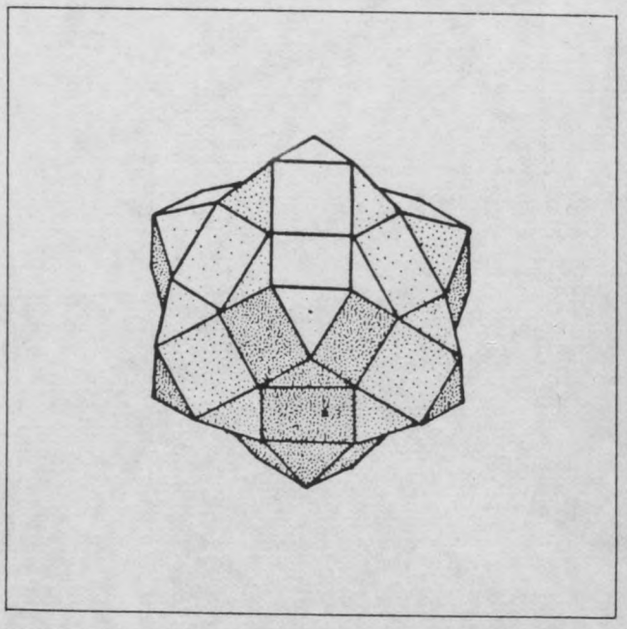


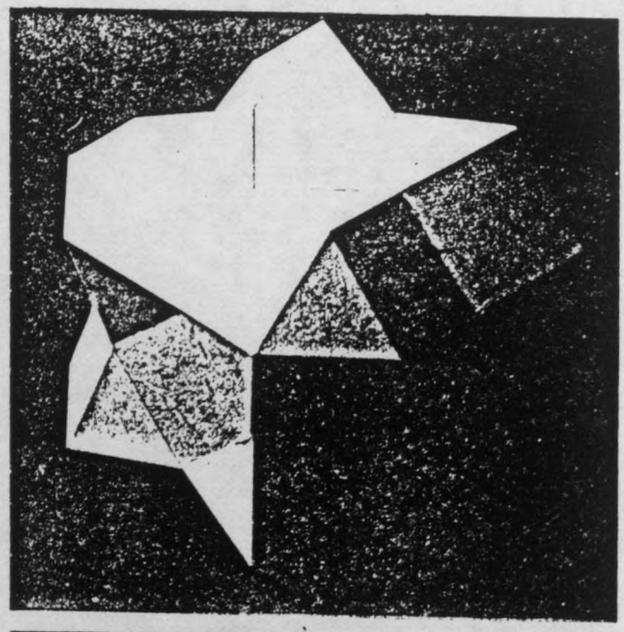


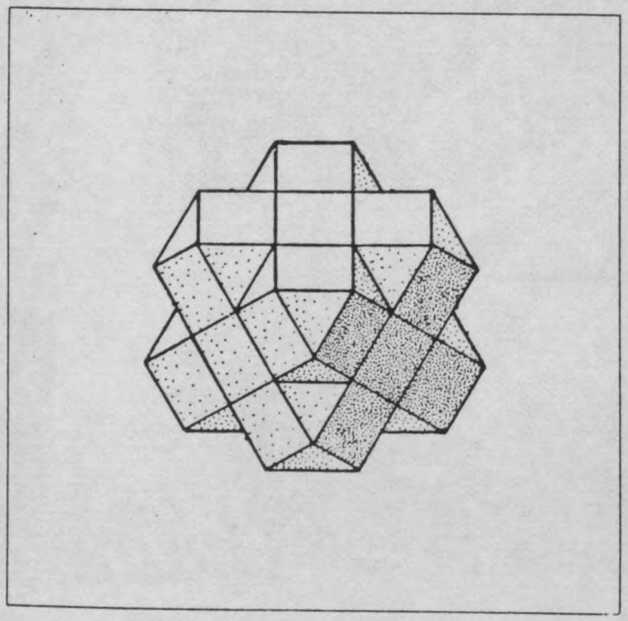
Groupe de recherche "Hors concours", ENSBA 1966.

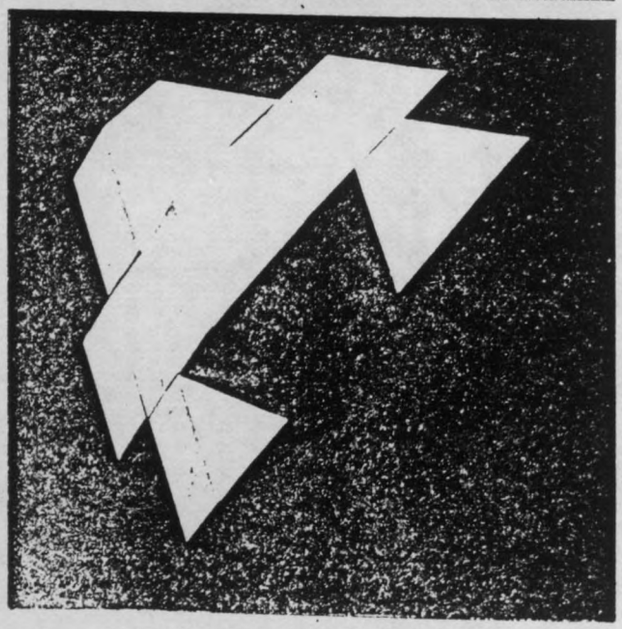
2 HY. OCTAEDRE TRONQUE
466 + 8.3333

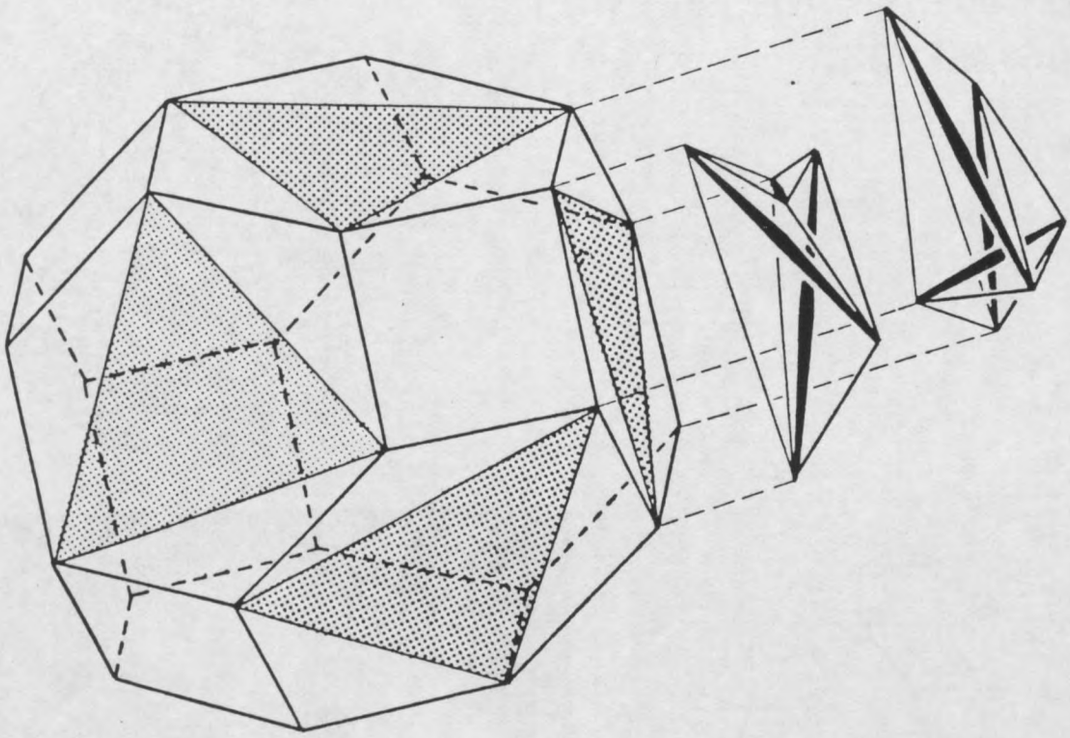


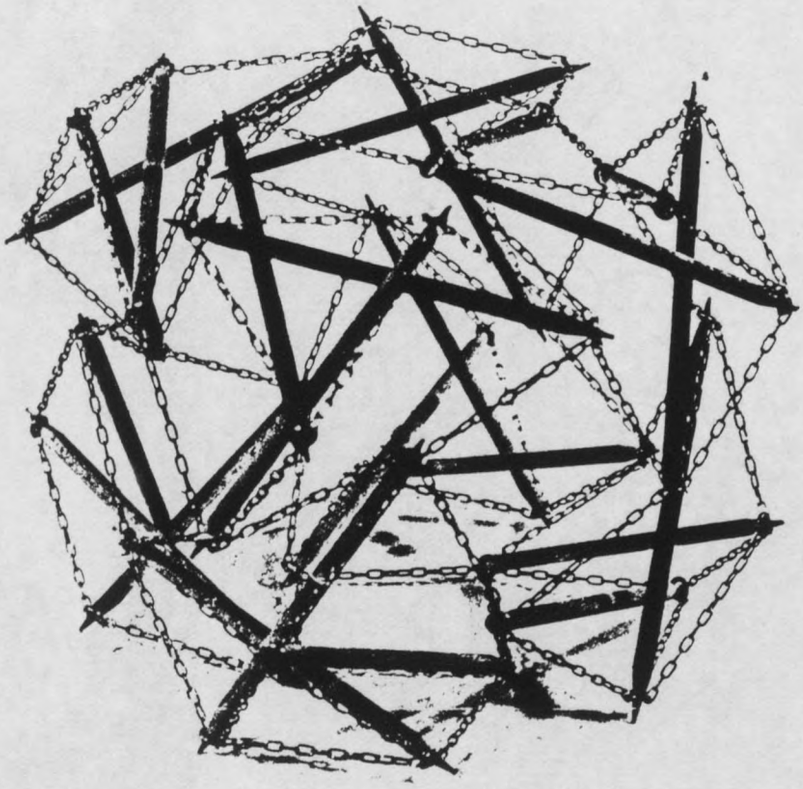




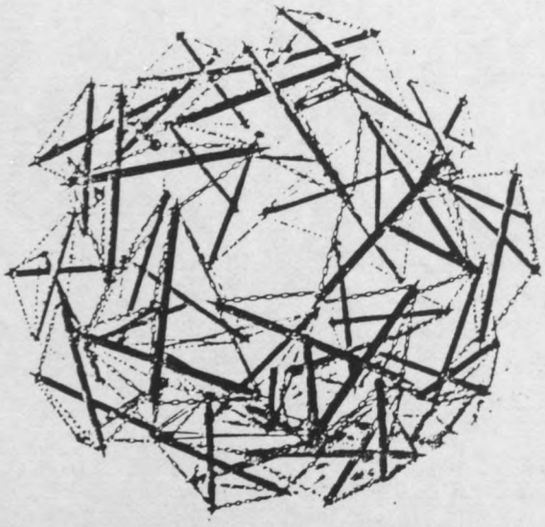


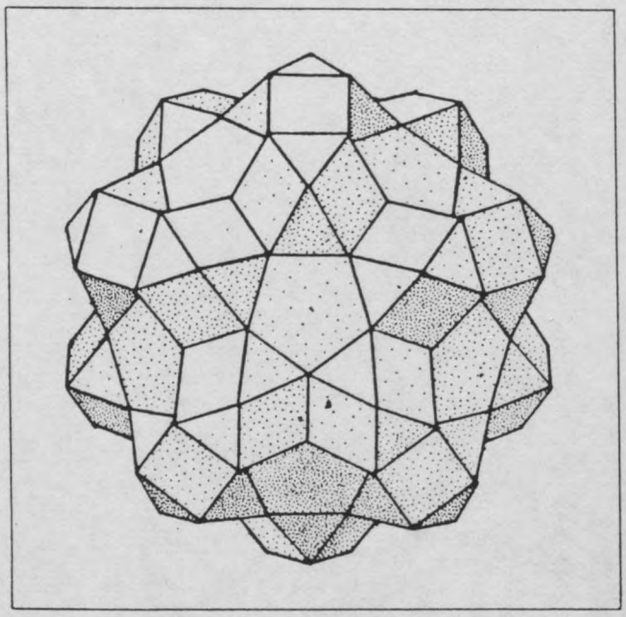


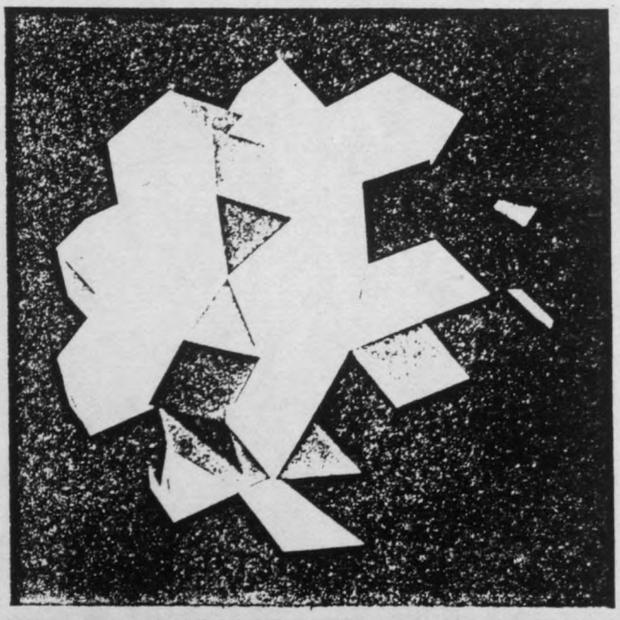


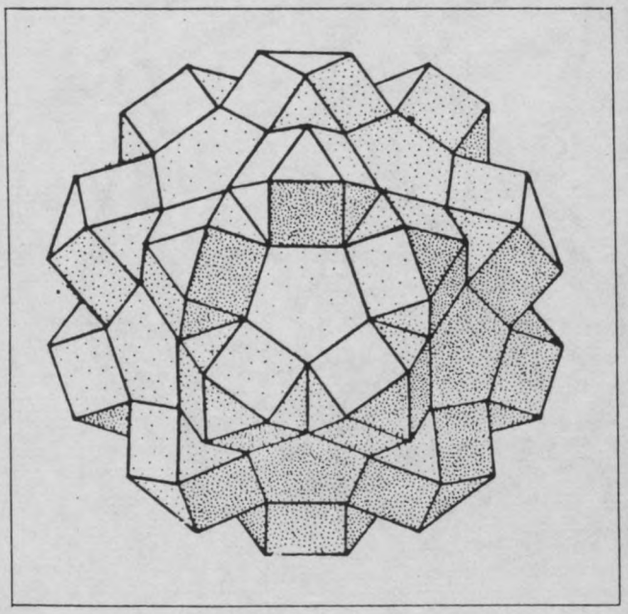


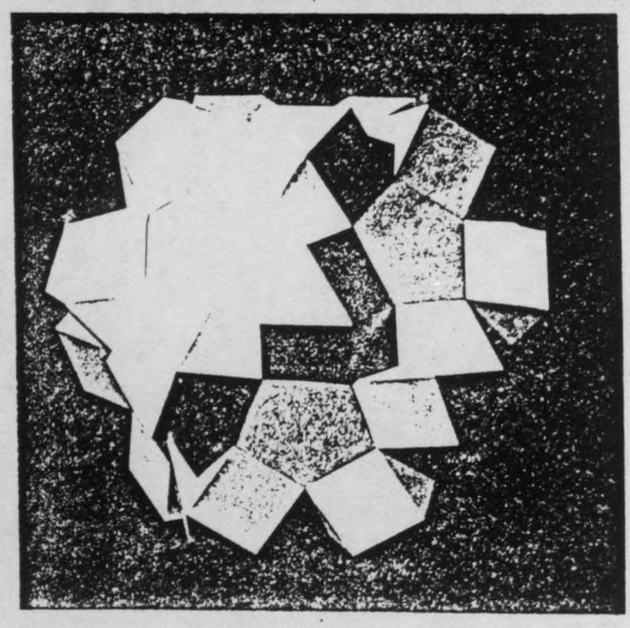
5 HY. ICOSAEDRE TRONQUE
566+20.3333

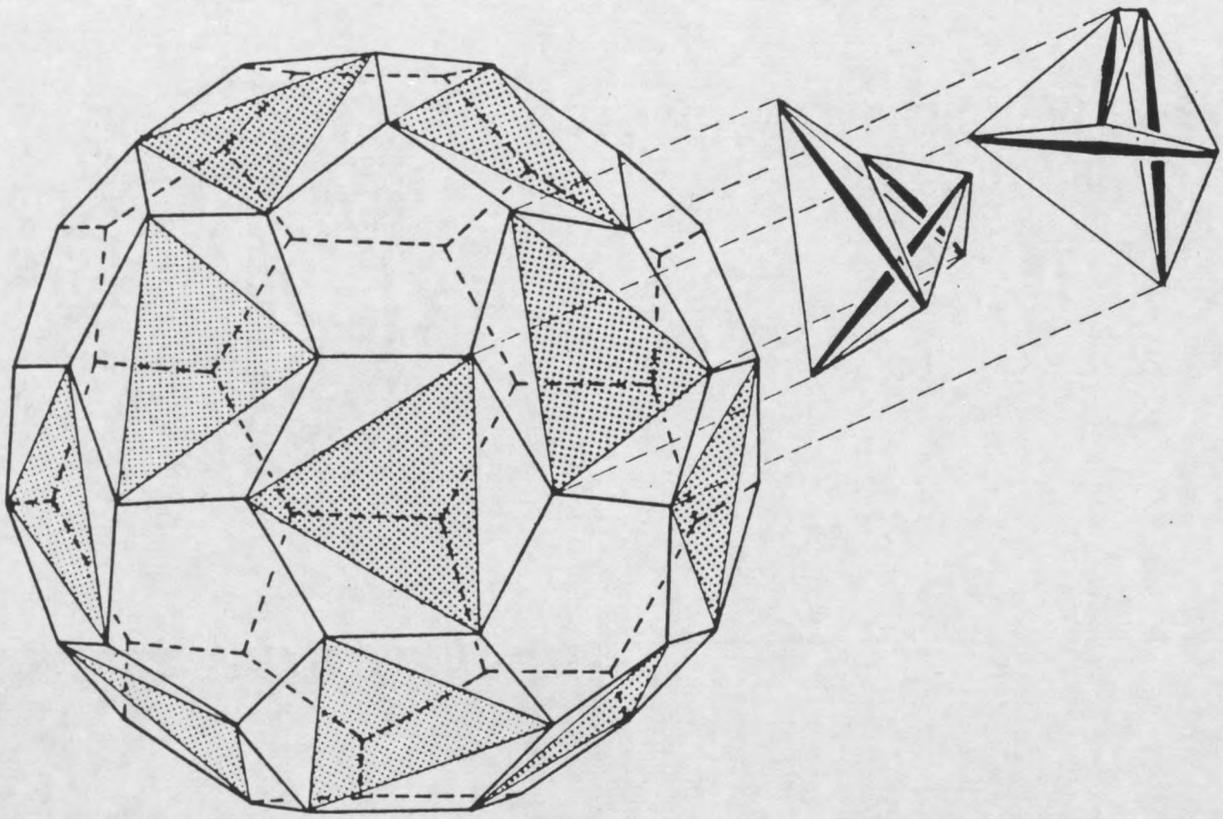


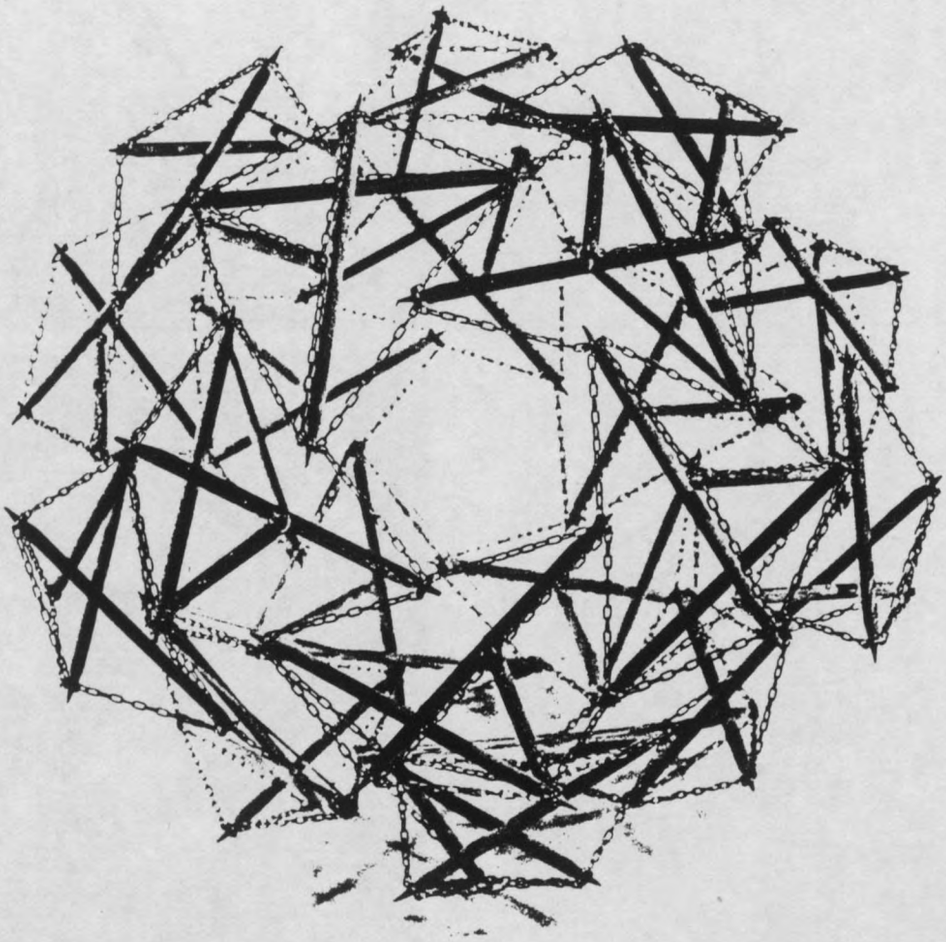




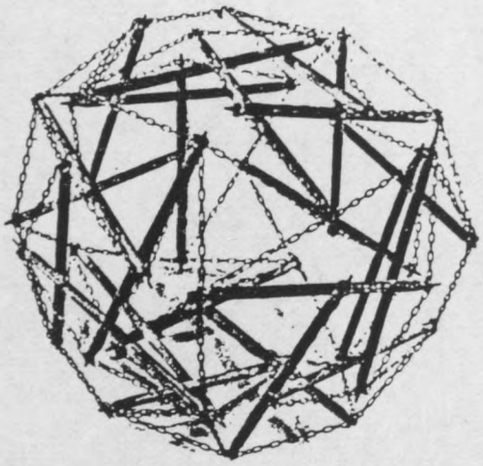


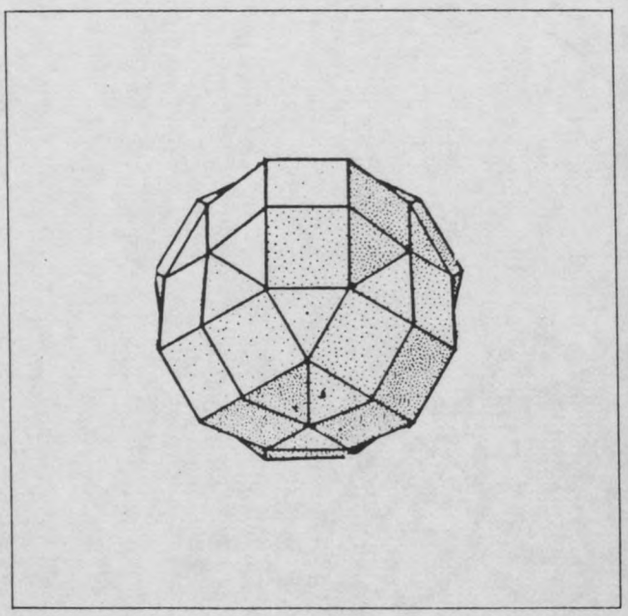


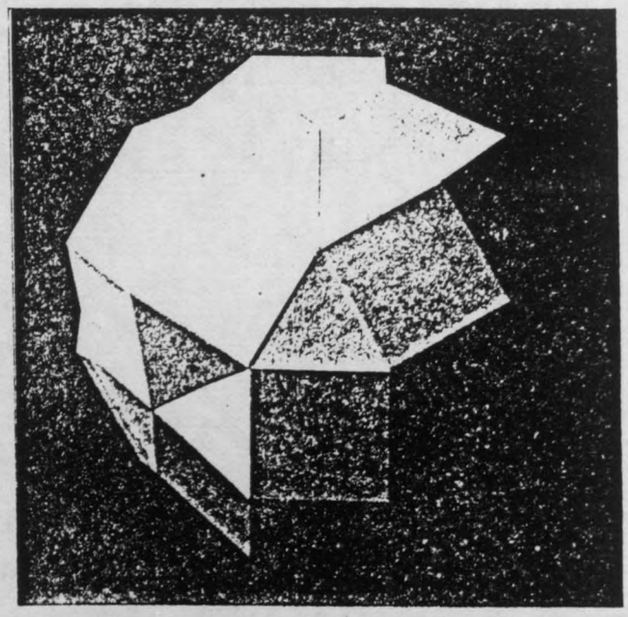


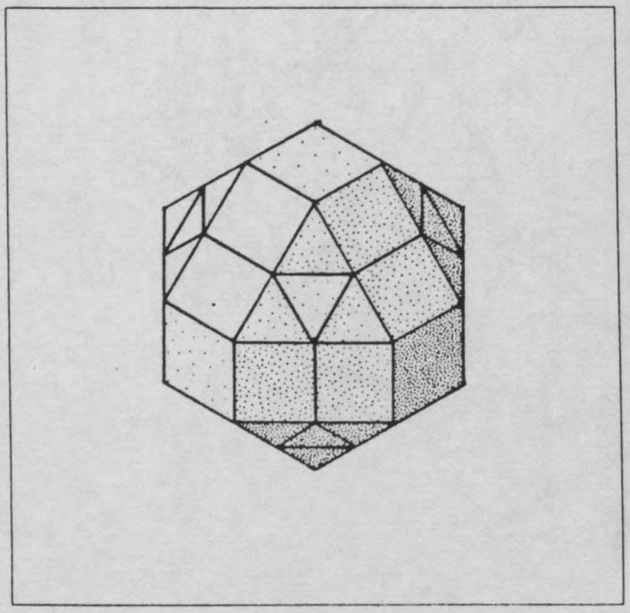


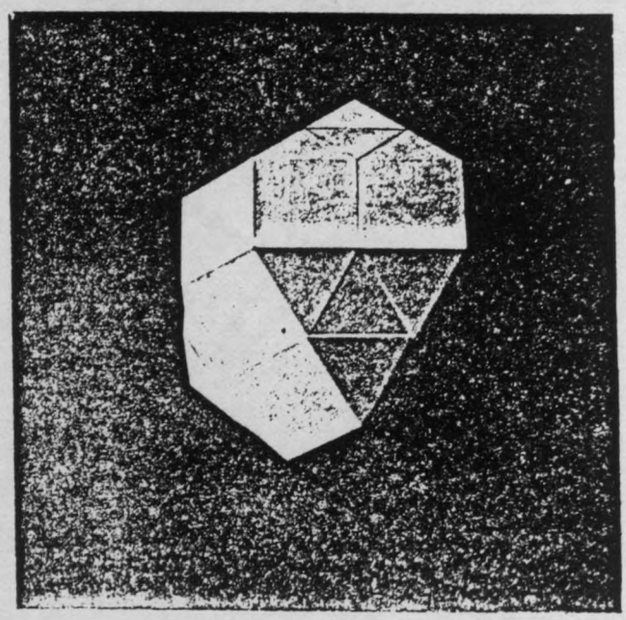
4 HY. CUBE TRONQUE
388 + 6.3334

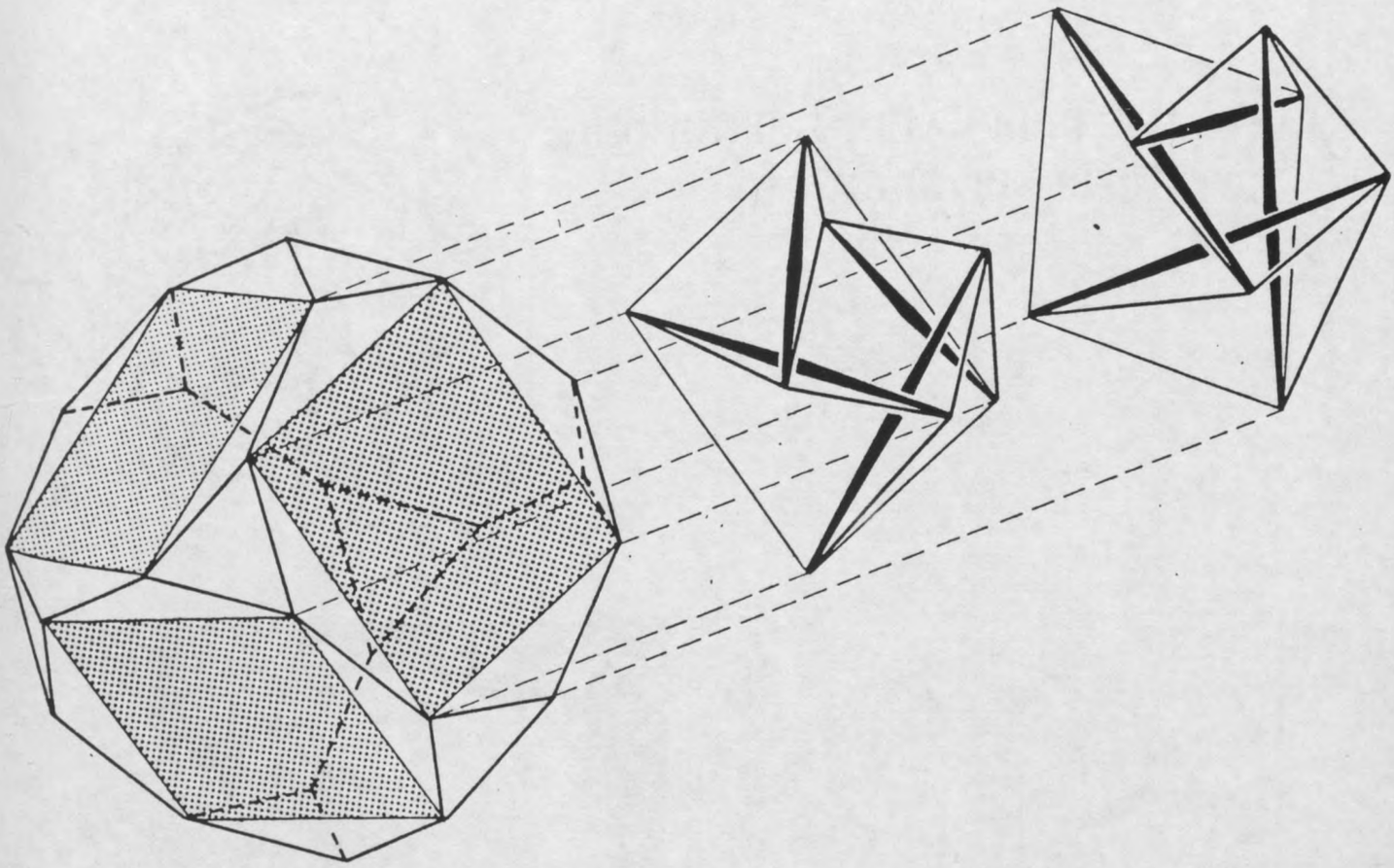


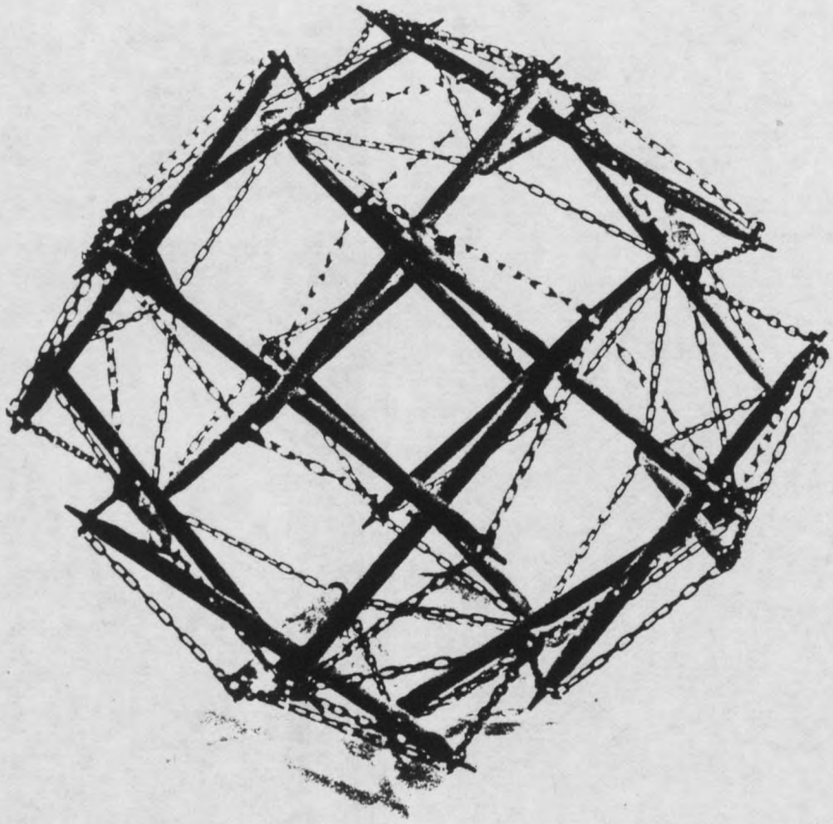




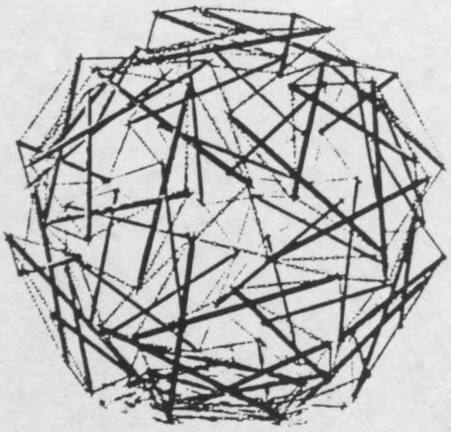


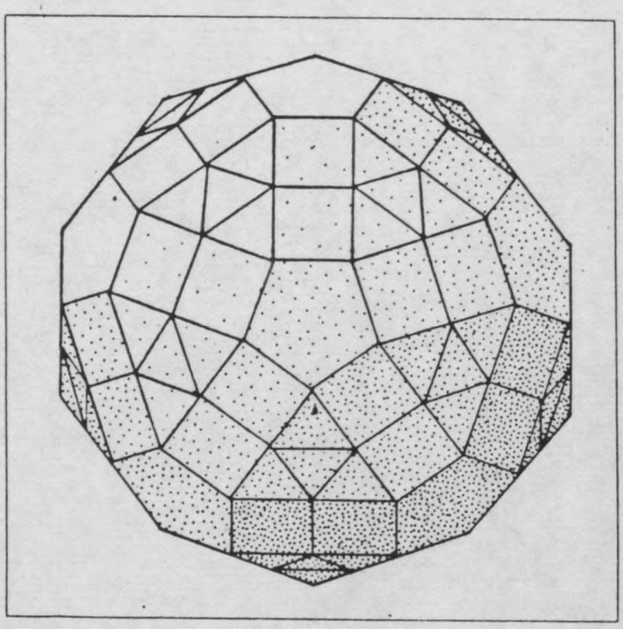


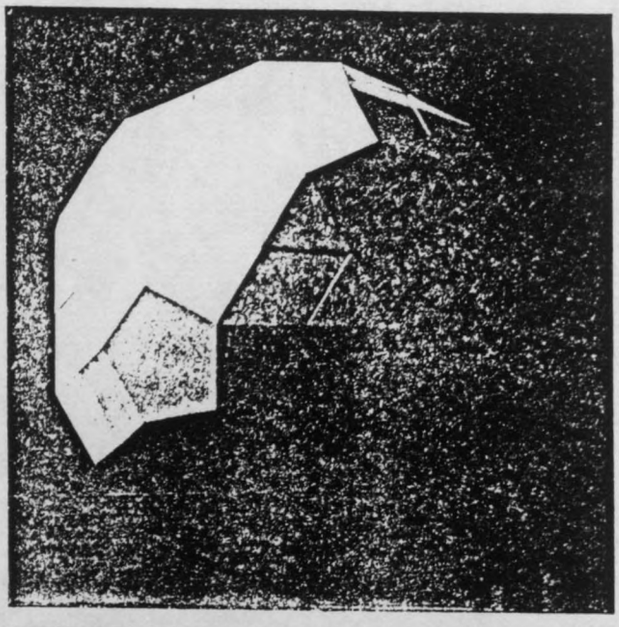


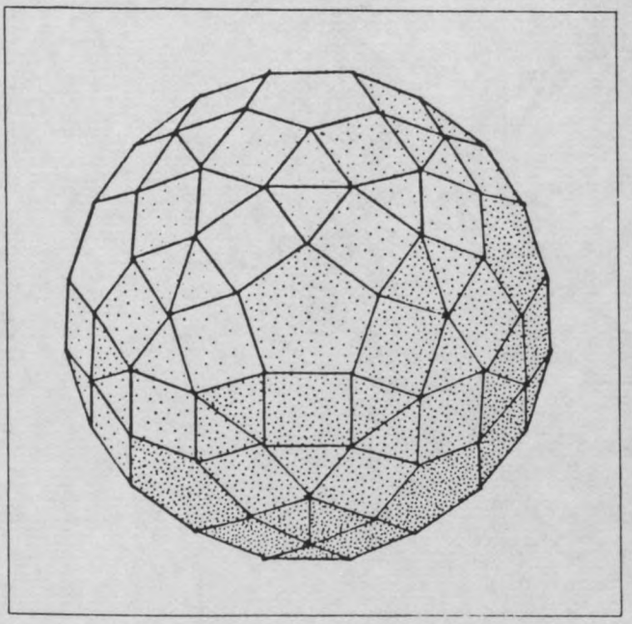


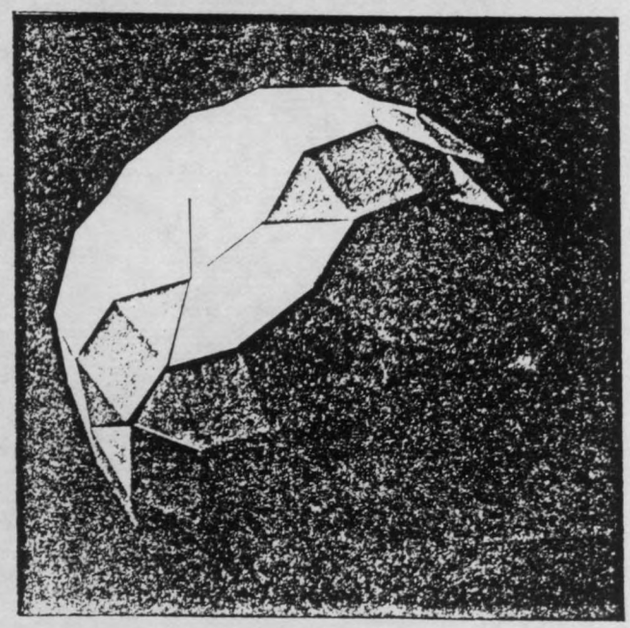
5 HY. DODECAEDRE TRONQUE
3.10.10 + 12 . 3.3.3.3

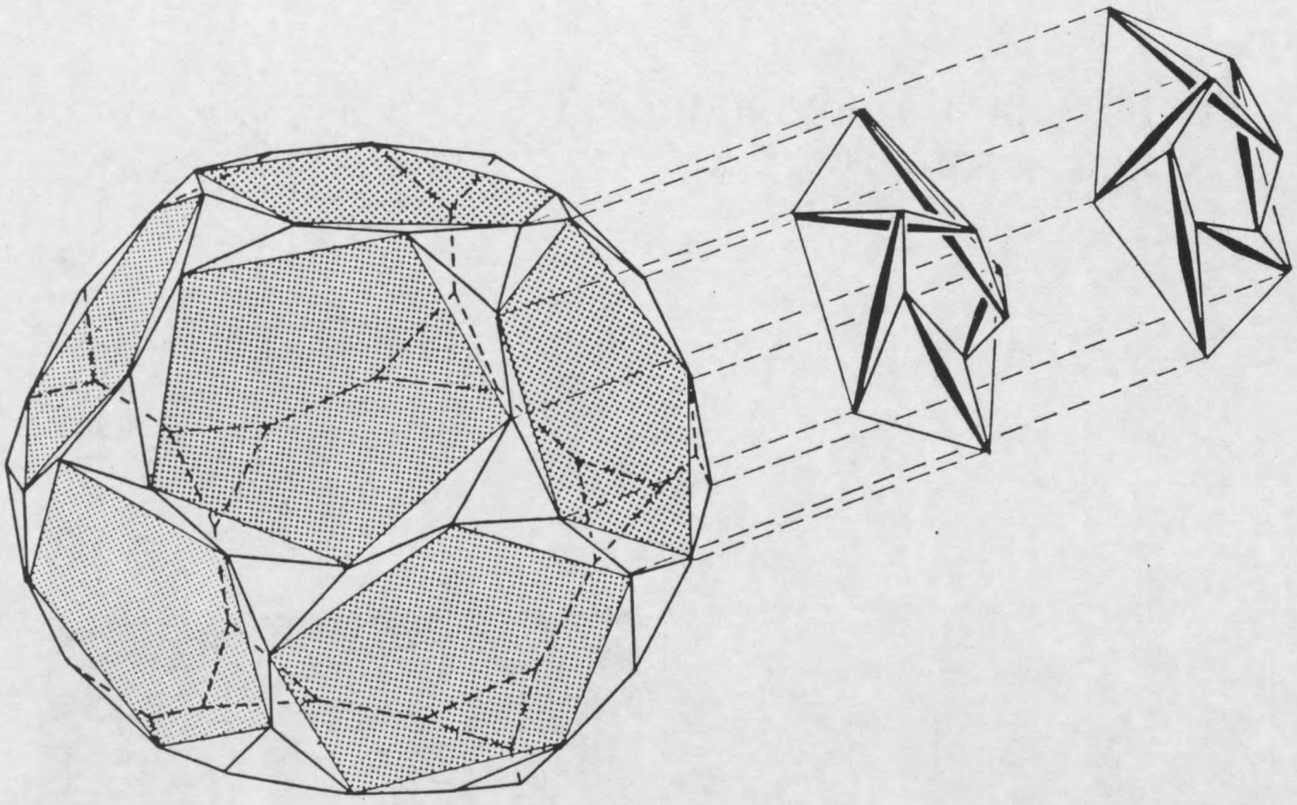


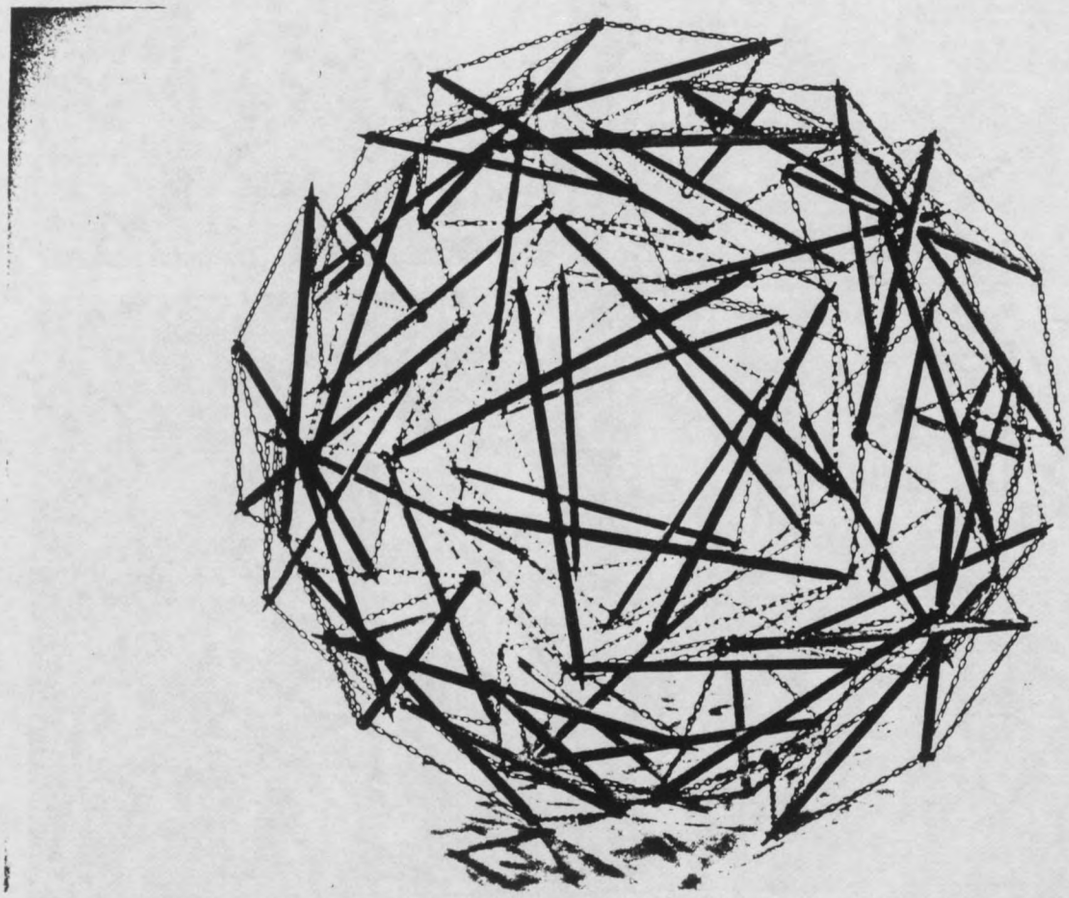




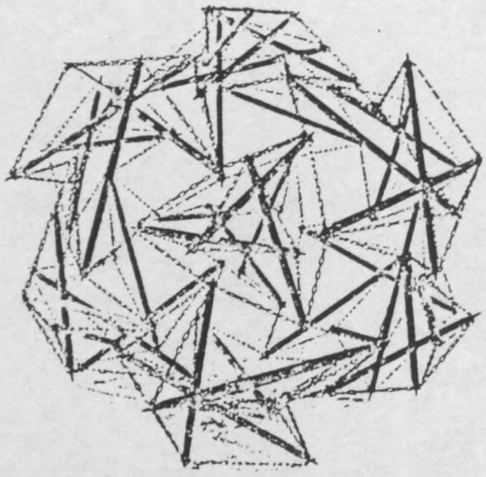


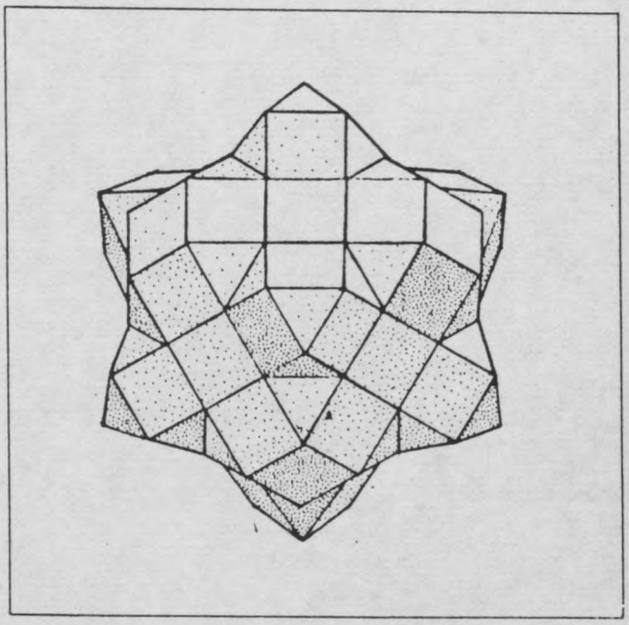


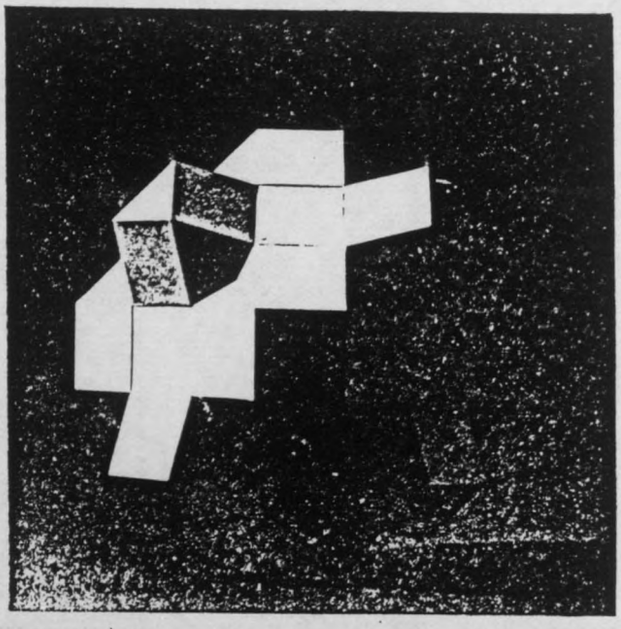


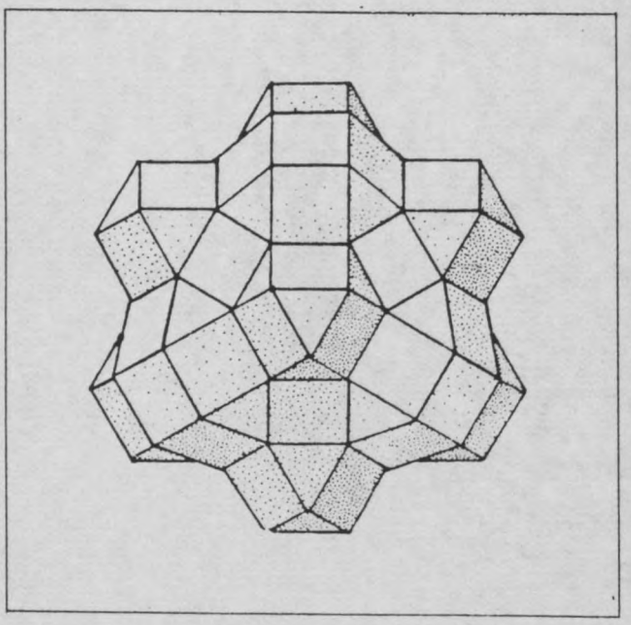


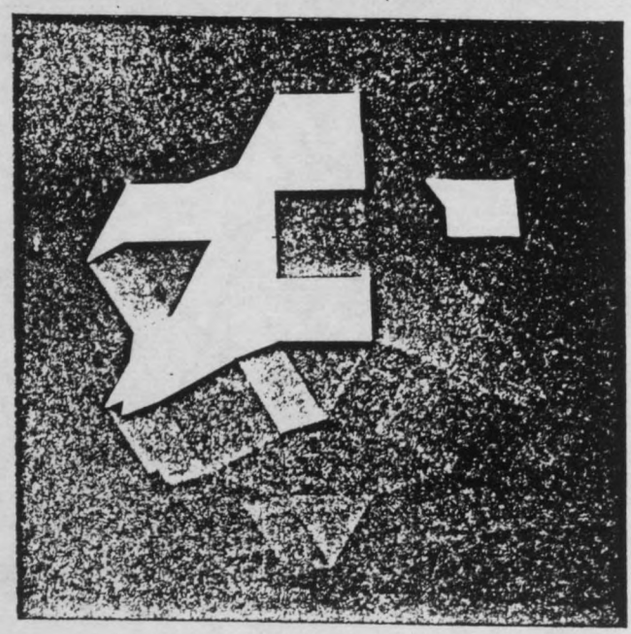
6 HY. GRAND RHOMBICUBOCTA
468 + 8.3333 + 6.3334

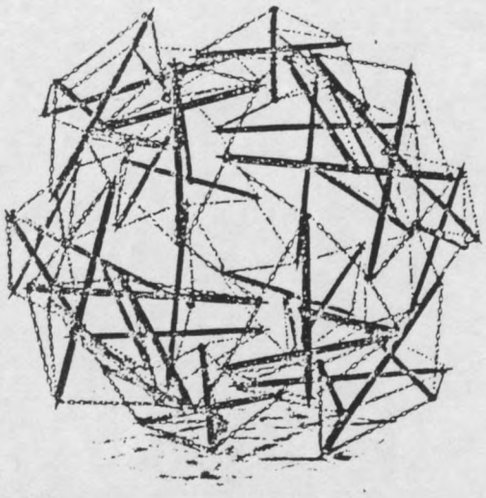


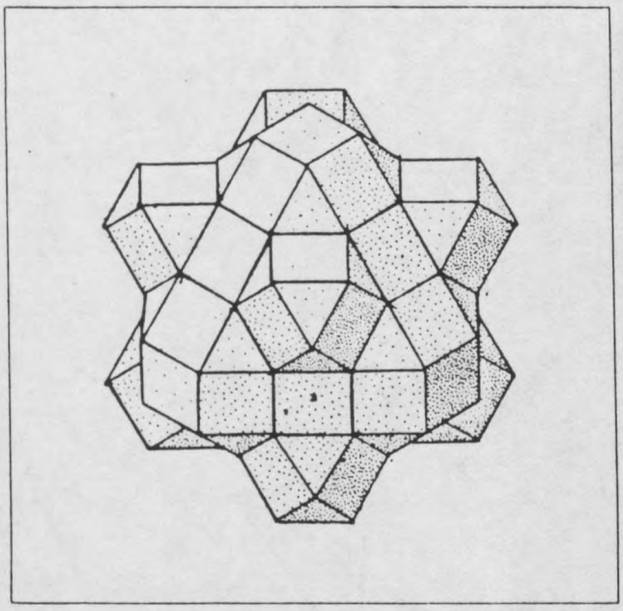


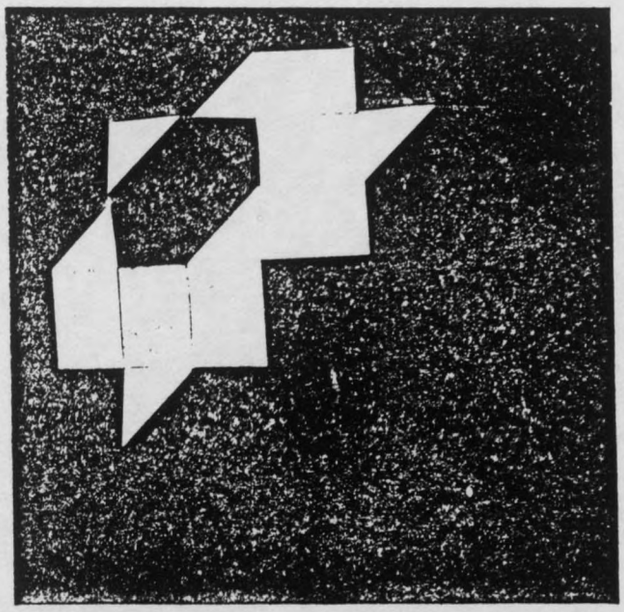


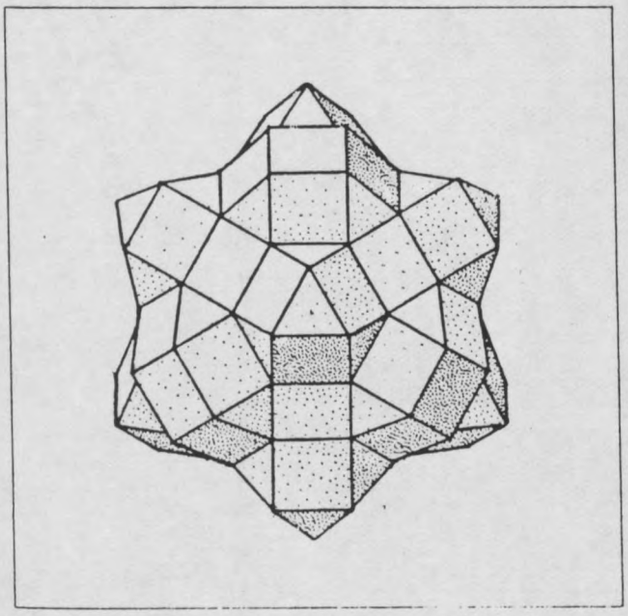


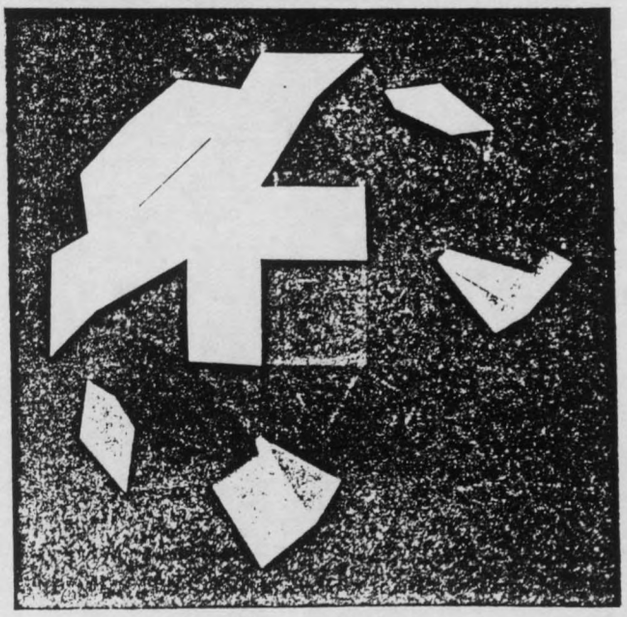


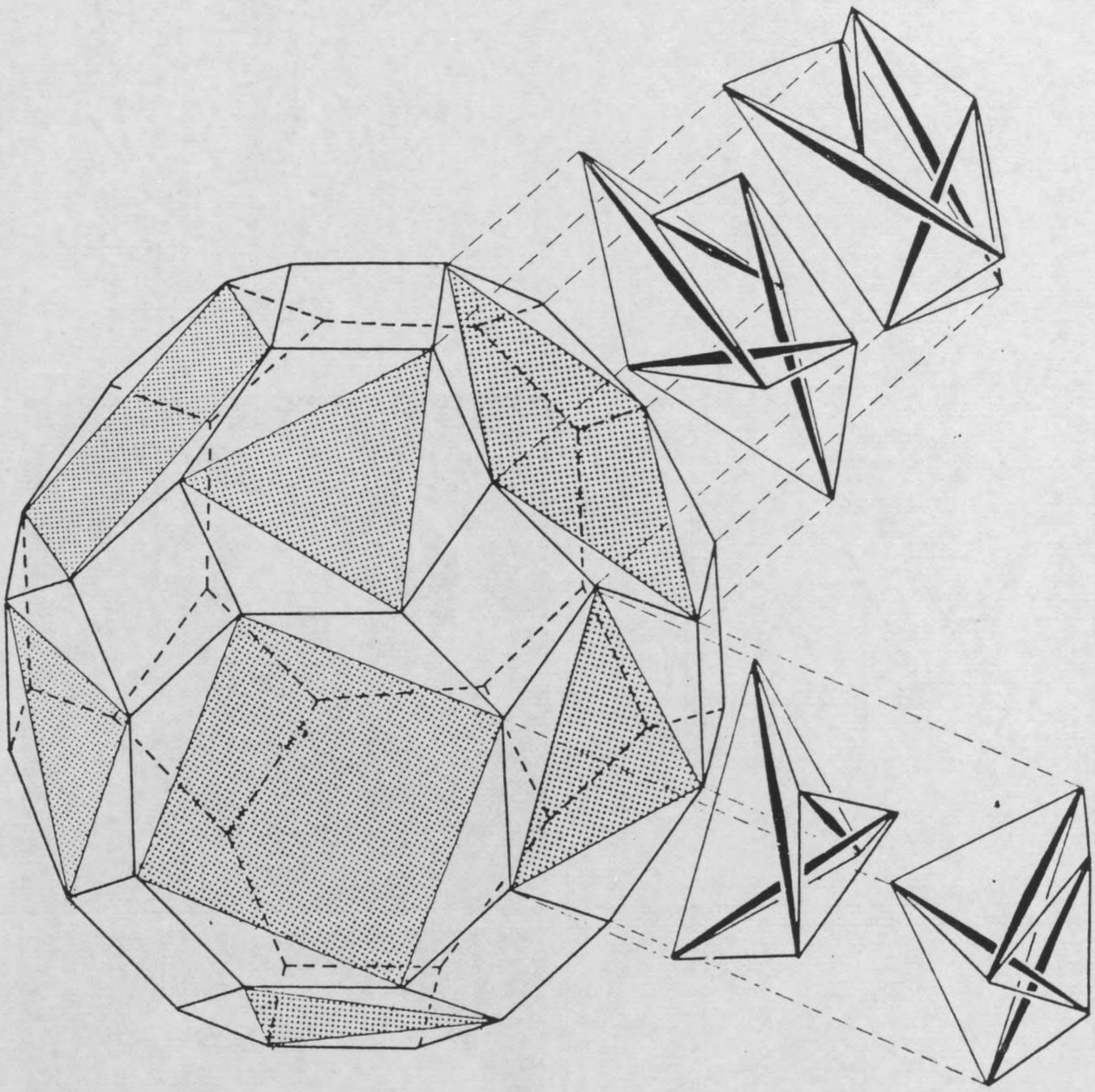


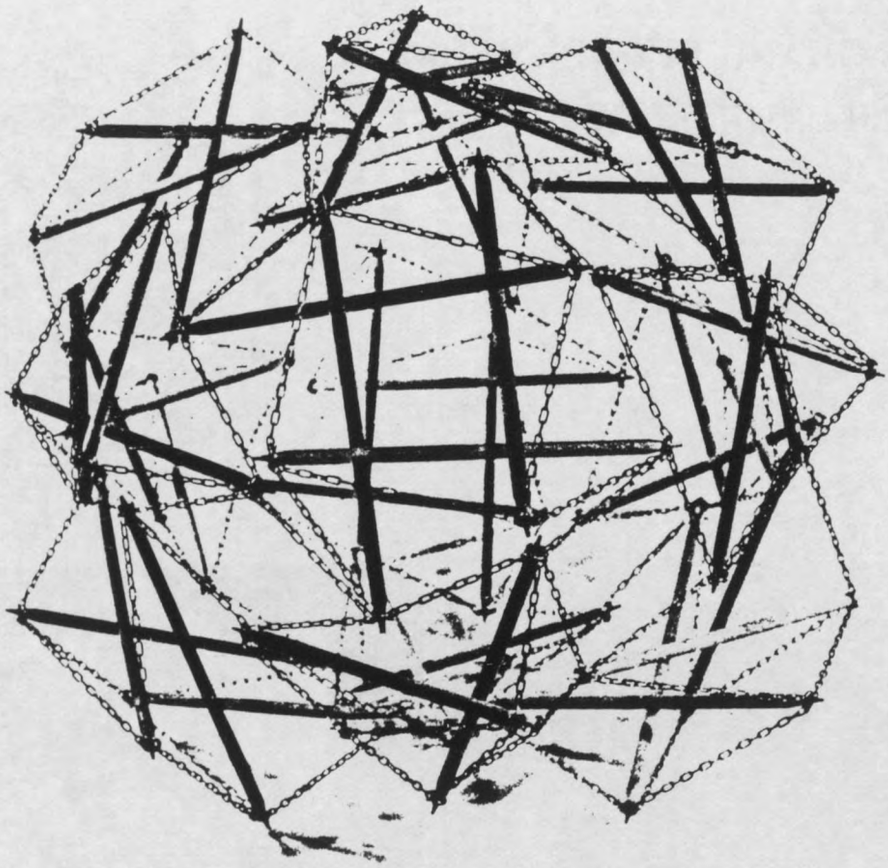


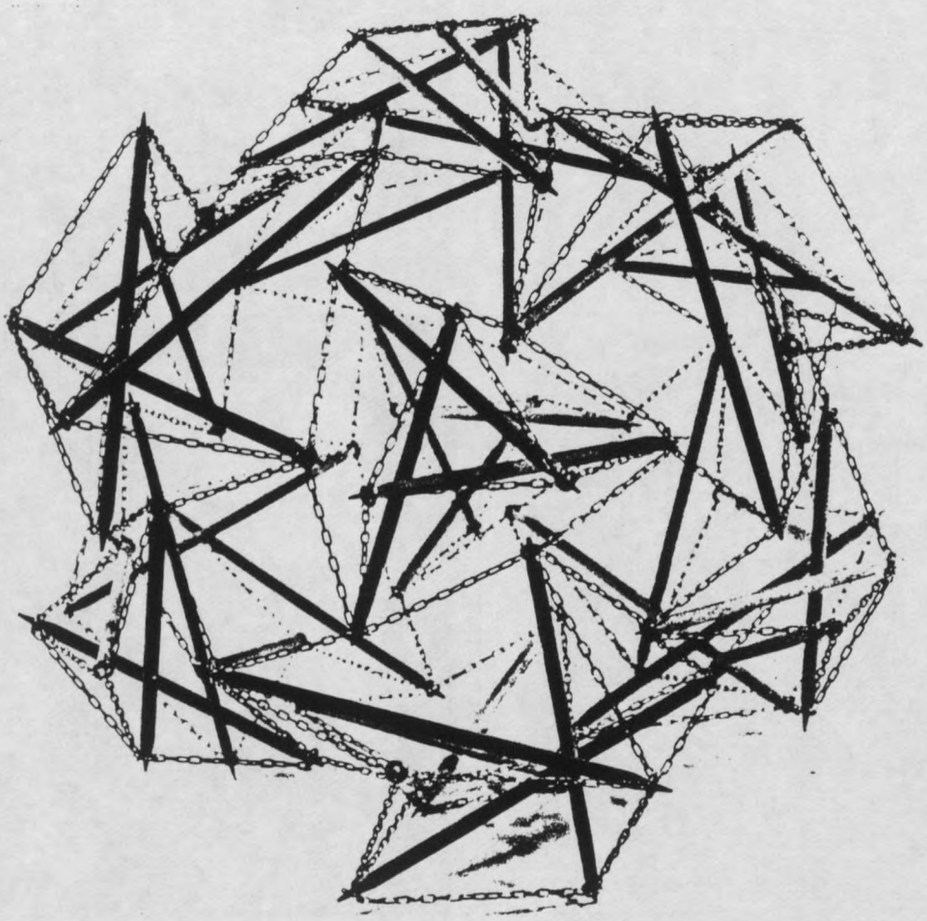






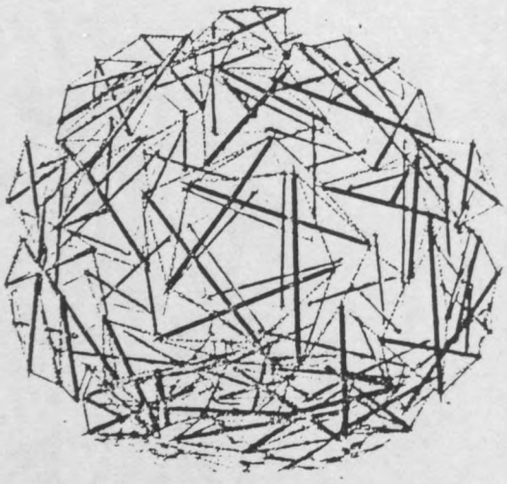


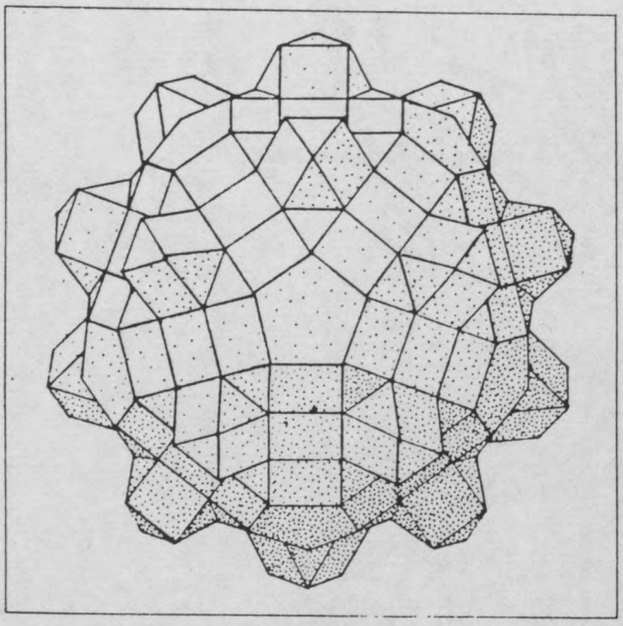


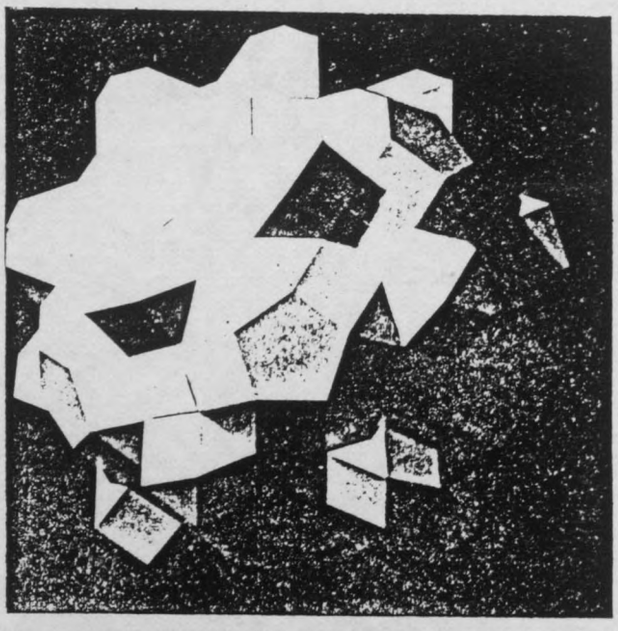


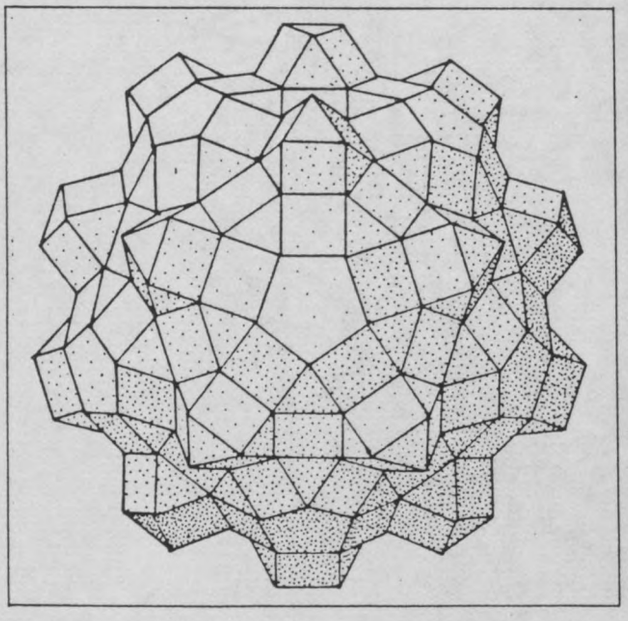
7 HY. GRAND RHOMBICOSIDODECA

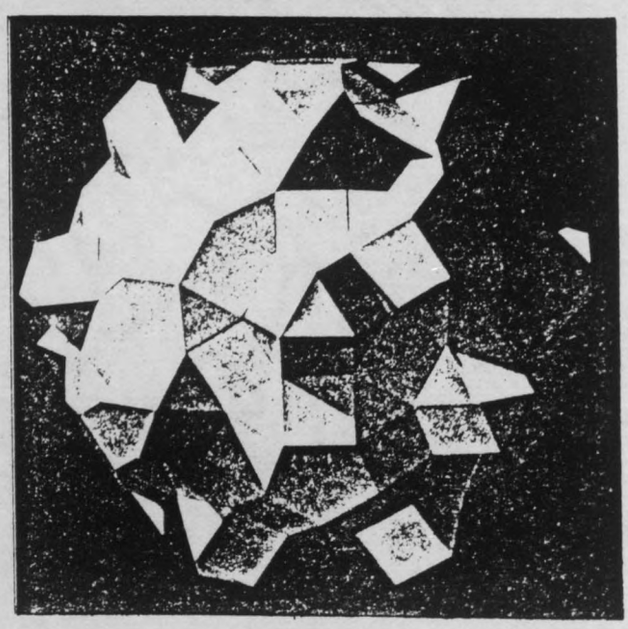
4640+20.3333+12.3334

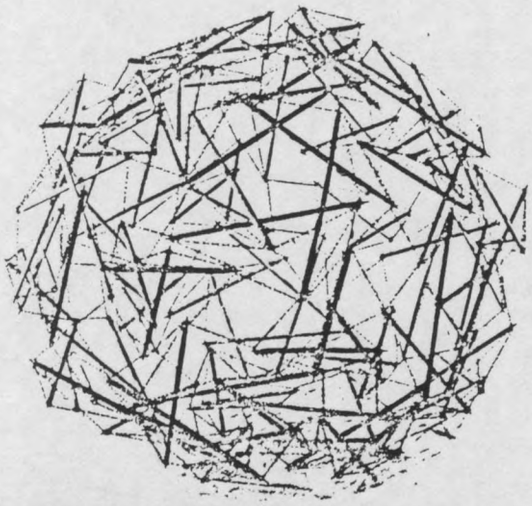


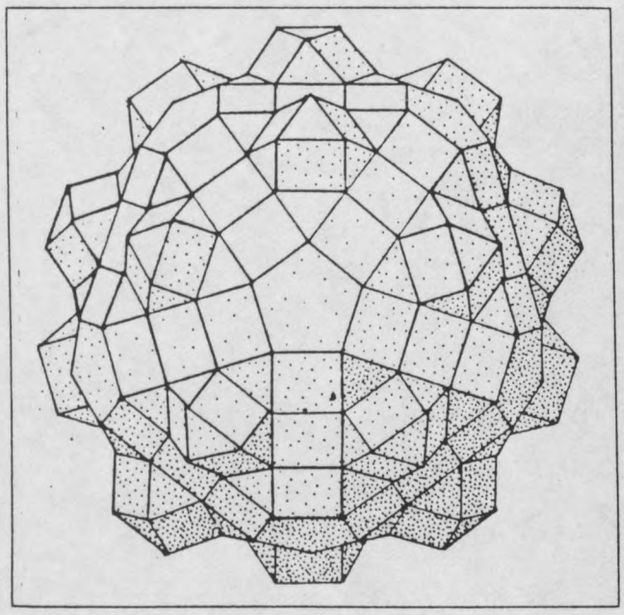


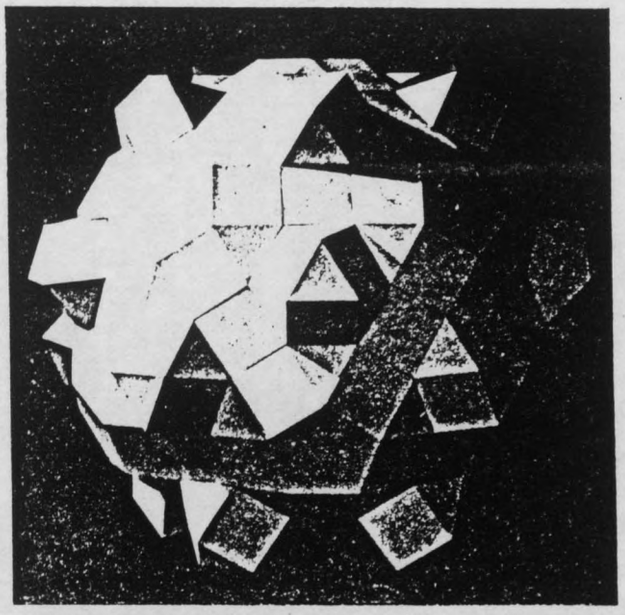


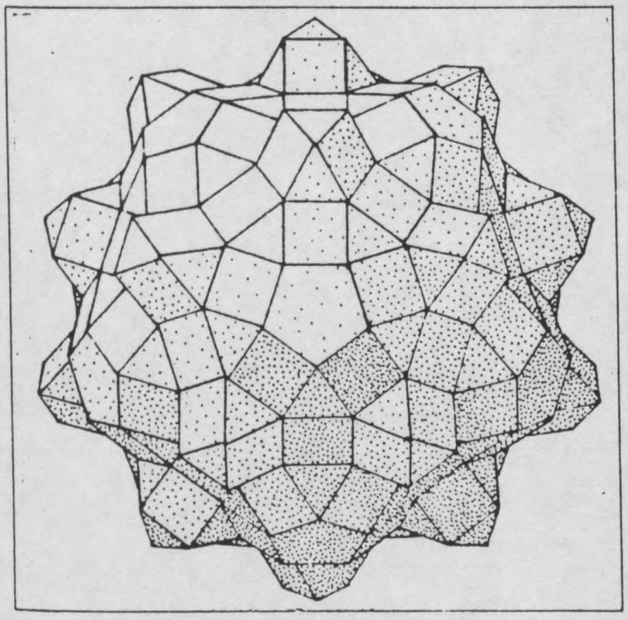


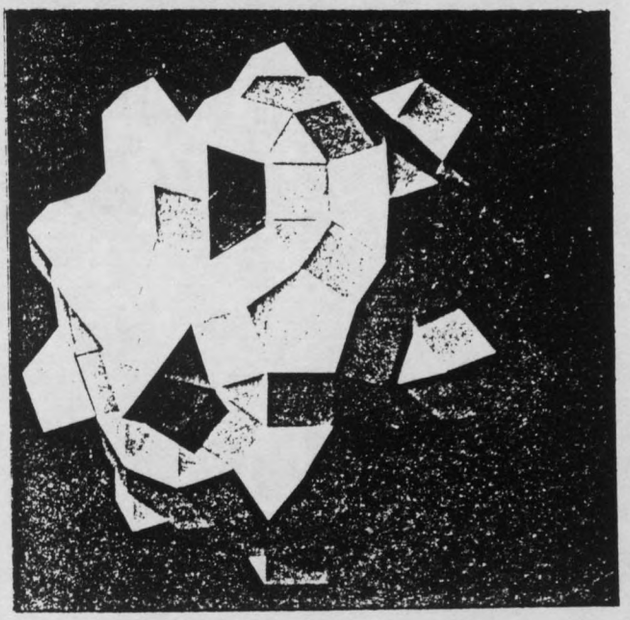


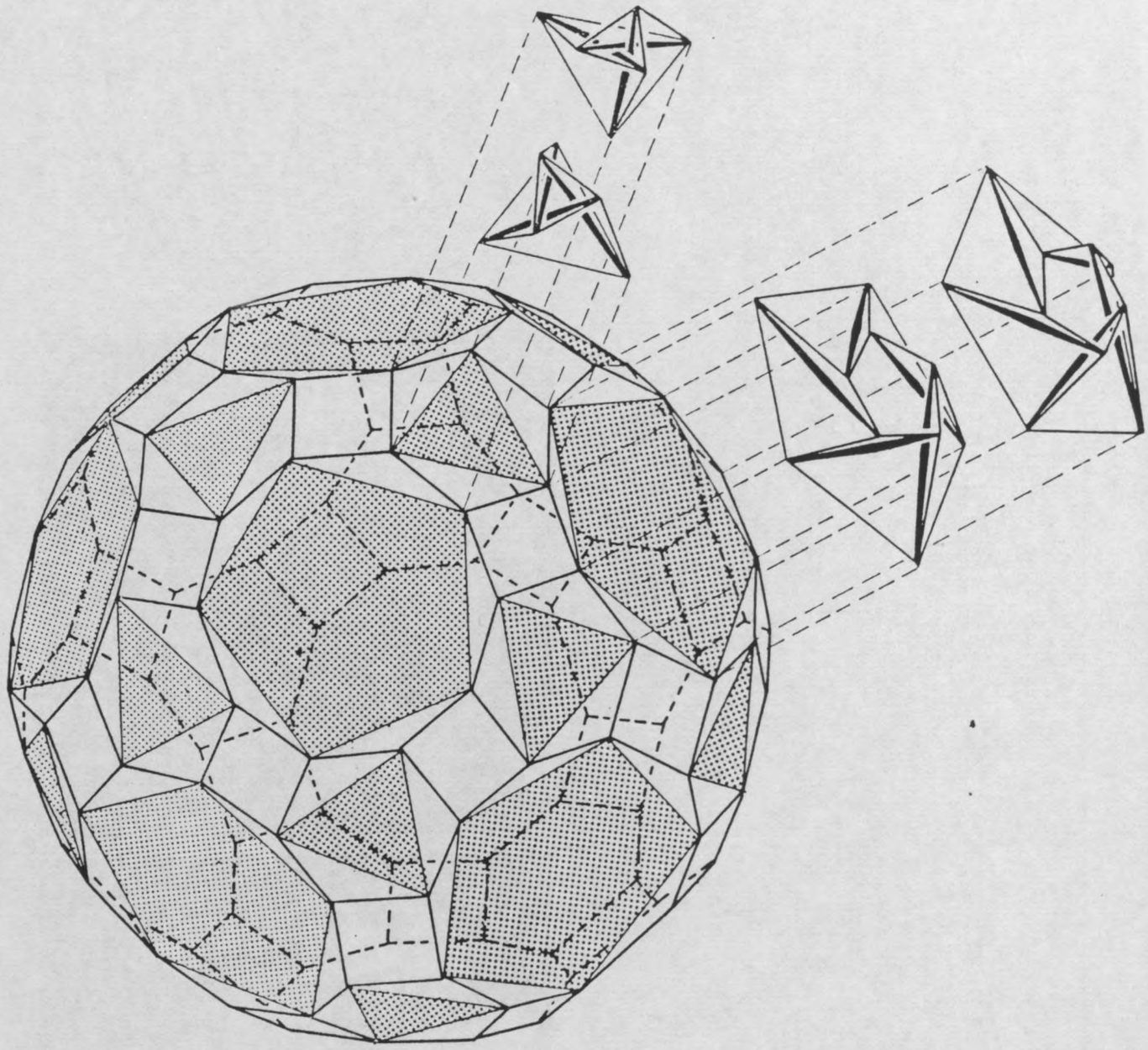


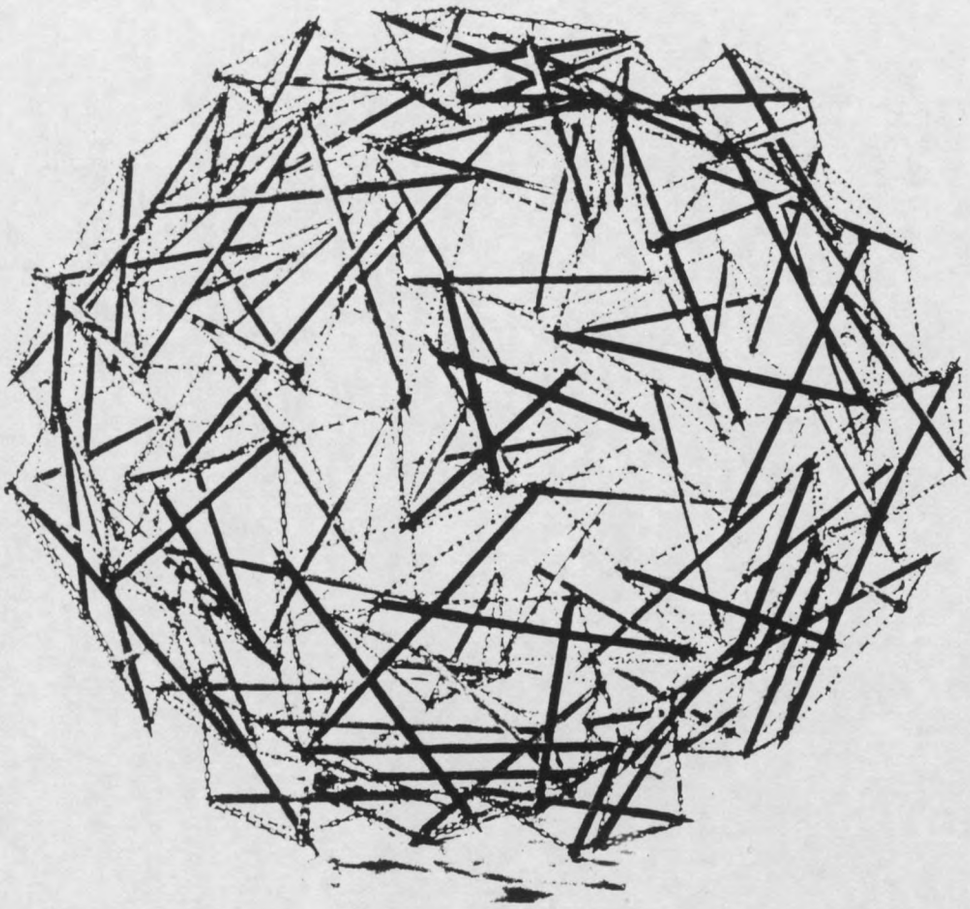


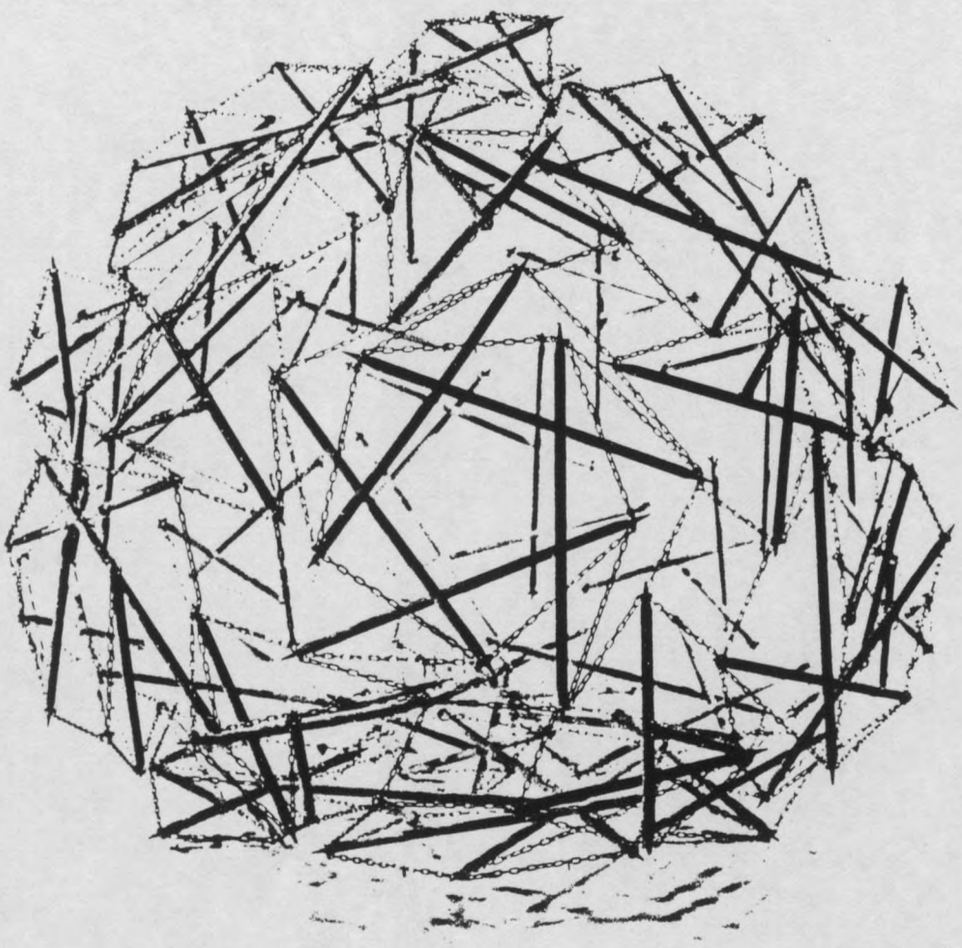










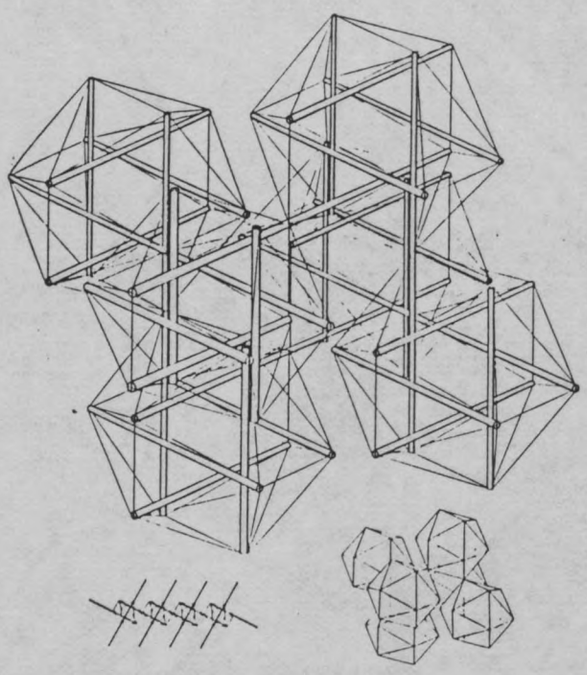


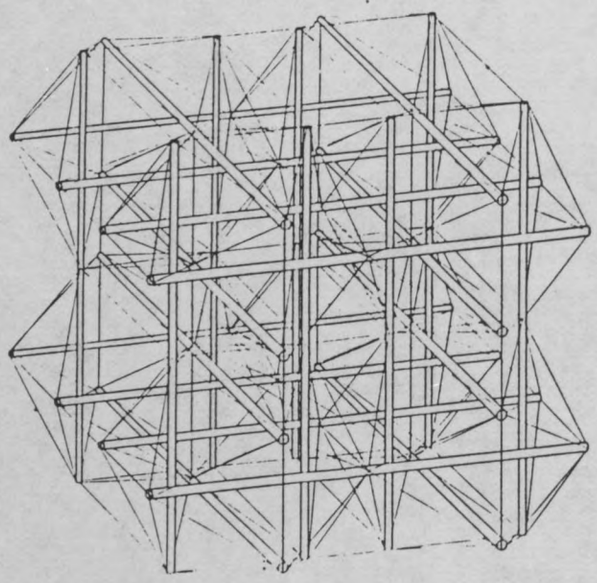
EMPILEMENTS AUTOTENDANTS

Photos Drora Spitz

EMPILEMENTS AUTOTENDANTS

Un empilement autotendant se réalise à base des équipartitions stéréométriques composées de polyèdres, mais également par le découpage de l'espace par couches parallèles ou strates, ou même par des boyaux prismatiques. L'empilement de base peut être compact, élagué ou lâche. La structure autotendante obtenue à base de ces schémas stéréométriques peut avoir un arrangement avec ou sans contact entre les barres. Les tentatives entreprises par d'autres chercheurs à base de la juxtaposition simple d'icosaèdres donnait des résultats insatisfaisants avec des barres en contact, ou pire, avec des tendeurs les sollicitant par des points intermédiaires. Une fois de plus, c'est la dérotation des volumes ou leur entrelacement qui nous ont fourni les solutions disconnectées donc totalement autotendantes.





Indefinitely Extensive Array of Tensegrity Icosahedra.

Empilement semi-autotendant, R.B. Fuller 1975.

Les empilements étudiés peuvent être classés dans deux grandes catégories:

- Les empilements à barres continues dont ceux obtenus par strates et par juxtaposition complète ou partielle;

- Les empilements à barres discontinues dont ceux obtenus par dérotation, par entrelacement à barre commune, par hyperpolyèdres entrelacés.

EMPILEMENTS PAR STRATES

Pour construire des entassements étagés, le moyen le plus simple est d'utiliser des réseaux autotendants double nappe et de les superposer pour former un empilement par strates. Dans le cas de tessellations identiques, les sommets des nappes superposées se rencontrent et par conséquent les barres aussi. Cependant, on peut imaginer des combinaisons par la superposition de réseaux alternants où l'un étant déplacé par rapport à l'autre, les sommets ne se rencontrent pas. Cela est encore plus évident dans le cas des superpositions avec pénétrations partielles entre les réseaux ce qui dissosie d'emblée les sommets tout en donnant des compositions plus rigides.

La réalisation de l'empilement isotropique le plus dense n'est possible que par la superposition simple des réseaux double nappe obtenus à base de stella octangula, provenant de l'interpénétration complète de deux antipyramides tronquées autotendantes. Dans l'arrangement par strates produit, les sommets des barres de compression seront en contact.

EMPILEMENTS PAR FAISCEAUX PRISMATIQUES

Un autre moyen indirect de remplir l'espace est de juxtaposer des mâts prismatiques autotendants et obtenir ainsi des empilements tubuleux. Toutefois, vu leur évidente simplicité, on se contente seulement de mentionner ces structures, au fond linéaires, pour s'occuper de préférence des empilements autotendants composés dans l'espace d'une manière multidirectionnelle.

EMPILEMENTS AUTOTENDANTS PAR JUXTAPOSITION

Les empilements autotendants avec contact ou semi-contact entre les barres peuvent être obtenus en juxtaposant, par faces ou arêtes, les polyèdres suivant la stéréométrie des empilements compacts, élagués, lâches ou concentriques.

Excepté ceux comportant les trois premiers solides platoniques - tétraèdre, cube et octaèdre - pratiquement tous les empilements stéréométriques peuvent être réalisés par juxtaposition en autotendants, étant donné que tous les polyèdres réguliers et semi-réguliers, sauf ces trois, sont transformables en structures autotendante.

Evidemment, la substitution directe de chaque solide ou même une partie des solides juxtaposés d'un empilement stéréométrique par autant de polyèdres autotendants produit une structure où les sommets et par conséquent les barres des volumes voisins seront en contact. Cet effet peut être atténué par l'utilisation en tant que schéma de base spatial des empilements élagués ou des empilements lâches, les uns comportant des vides artificiellement créés, les autres des vides naturels préexistants.

En choisissant comme schéma stéréométrique, sorte de modénature spatiale, un empilement compact composé de deux ou trois sortes de solides, on peut réaliser en autotendant la totalité ou une partie des maillons. Dans ce dernier cas il existe plusieurs compositions dérivées du même arrangement spatial selon qu'on transforme l'un ou l'autre type de polyèdres, ou même deux sortes à la fois quand il y a trois types de solides.

En se basant sur les empilements lâches, et plus particulièrement sur ceux où le mode d'assemblage est effectué par arêtes, on trouve un seul arrangement possible, qui est par nature relativement allégé. D'ailleurs, un empilement lâche peut être également élagué, augmentant encore les vides relatifs. La limite extrême de l'allègement est, évidemment, un empilement par assemblage sommital uniquement.

En négligeant les deux polyèdres torses, dits adoucis, dont l'assemblage est particulièrement malaisé, on a répertorié quelque trente huit empilements autotendants constructibles par juxtaposition. Ils sont récapitulés

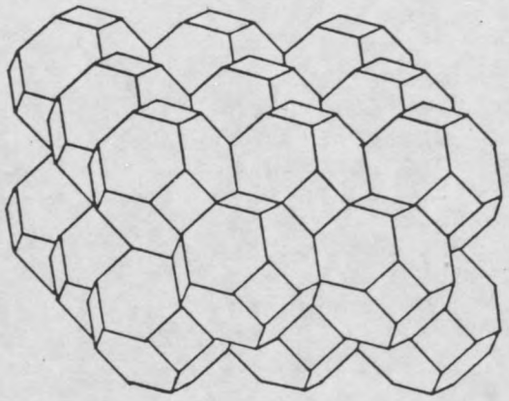
dans le tableau 7, qui indique les empilements stéréométriques de base, les polyèdres autotendants utilisés, le mode d'assemblage: par face ou arête et le nombre des barres se rencontrant par sommet.

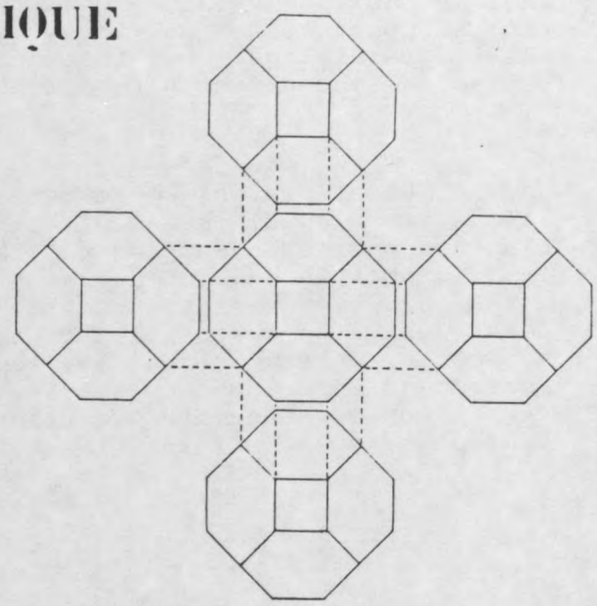
Un empilement platonique de cette classe, le tétrakaïdécaédrique élagué, a été élaboré à titre d'exemple. La planche correspondante montre le schéma axonométrique, la vue éclatée du mode d'assemblage et la perspective d'une agglomération composée de cinq polyèdres autotendants dont l'un en position centrale entouré des quatre autres orientés suivant les sommets du tétraèdre. Ce motif, qui s'ordonnance suivant la direction des valences de carbonne symétrique selon les angles de 109°28, peut être répété à l'infini.

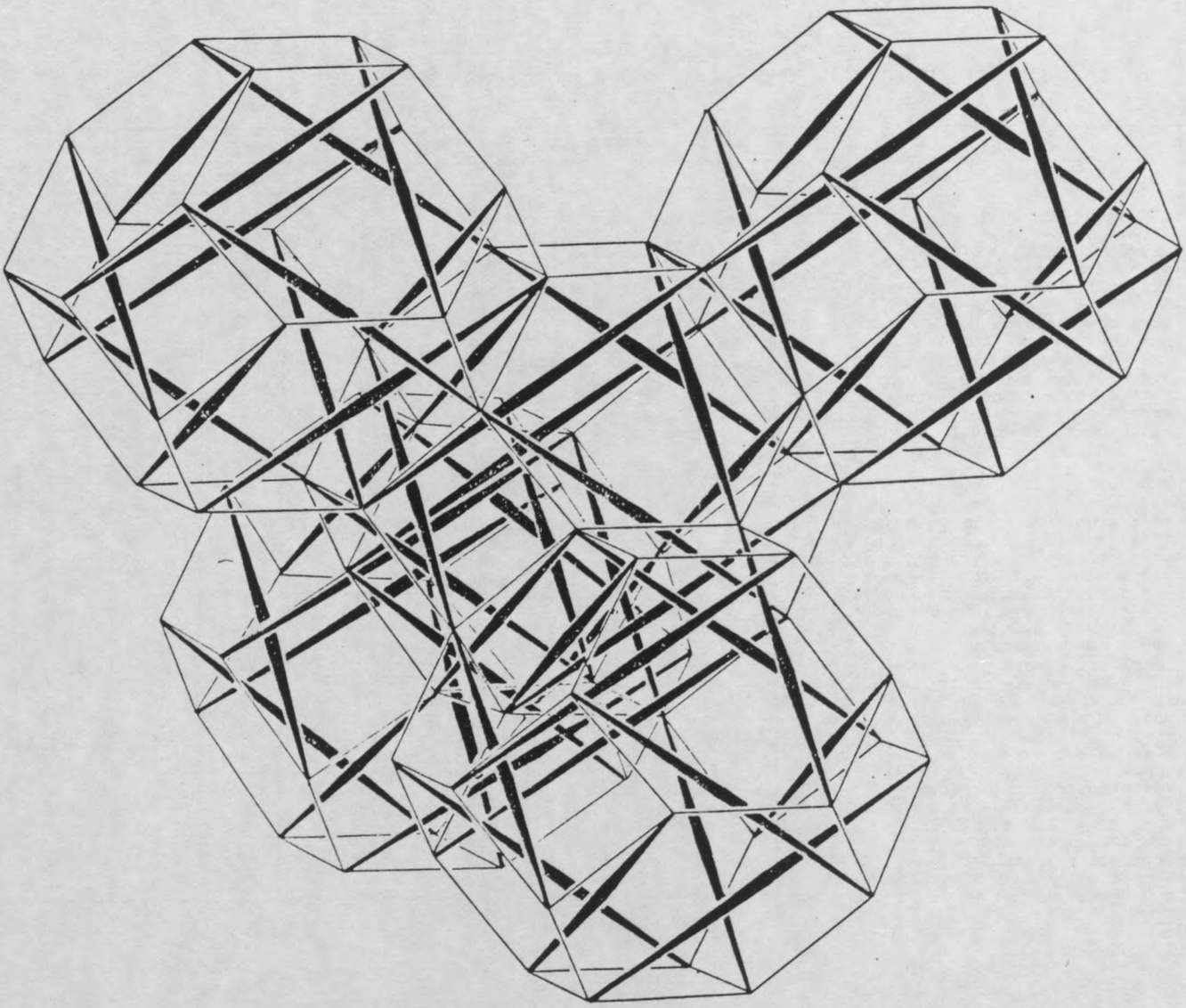
TABLEAU 7 EMPLILEMENTS AUTOTENDANTS PAR JUXTAPOSITION

N°	Nom	empilement de base		polyèdres autotend.			mode d'assemb.		nombre de barres par noeud
				1	2	3	faces	arêtes	
1	tétrakaïdécaédrique	Compacts	2	466			●		4
2	tétrakaïdécaédrique		2 élagué	466			●		2
3	octacuboctaédrique		5	3434			●		4
4	tétra tétra tronqué		6	366			●		6
5	tétra tétra tronqué		6 élagué	366				●	3
6	tétra cube rhombicubocta		8 élagué	3444			●		3
7	tétra cube rhombicubocta			3444			●		1 - 2
8	octa cube tronqué		9	388			●		4
9	octa cube tronqué		9 élagué	388				●	2
10	cubocta tétra tronqué tétrakaï		10	3434	3444		●		3
11	cubocta tétra tronqué tétrakaï		10 élagué	3444			●		2
12	cubocta tétra tronqué tétrakaï			3434	3444		●		2
13	cube cubocta rhombicubocta		11	3434	346	366	●		5
14	cube cubocta rhombicubocta		11 élagué	3434	366		●		3
15	cube cubocta rhombicubocta			3434	466		●		3
16	cube cubocta rhombicubocta			366	466		●		4
17	tétra tronqué cube tronqué grd rhombi.		12	366	388	468	●		4
18	tétra tronqué cube tronqué grd rhombi.		12 élagué	366	388		●		2
19	tétra tronqué cube tronqué grd rhombi.			366	468		●		3
20	tétra tronqué cube tronqué grd rhombi.			388	468		●		3
21	cube tétrakaï grd rhombicubocta		13	466	468		●		3
22	cube tétrakaï grd rhombicubocta		13 élagué	466	468		●		2
23	cube tétrakaï grd rhombicubocta			468			●		2
24	pseudo tétra tronqué		14	366			●		6
25	pseudo tétra tronqué		14 élagué	366				●	3
26	grd rhombicubocta prismatique		15	468			●		2
27	grd rhombicubocta prismatique		15 élagué	468			●		1 - 2
28	cube pt rhombicubocta cube tronqué		16	3444	388		●		2
29	cube pt rhombucubocta cube tronqué		16 élagué	3444	388		●		1 - 2
30	icosa orthogonal	Lâches	7	33333				●	2
31	icosa hexagonal		8	33333			●	●	2 - 3
32	dodéca orthogonal		9	555				●	2
33	dodécaïcosidodécaédrique		11	555				●	2
34	hypericosaédrique	Concentriques	12	33333				●	3
35	hypericosa dodécaédrique		13	33333				●	2
36	hyperdodéca icosaédrique		14	555				●	2
37	hyperdodéca dodécaédrique		15	555				●	2
38	hyper icosi dodéca dodécaédrique		16	555				●	2

2 TETRAKAIDECAEDRIQUE



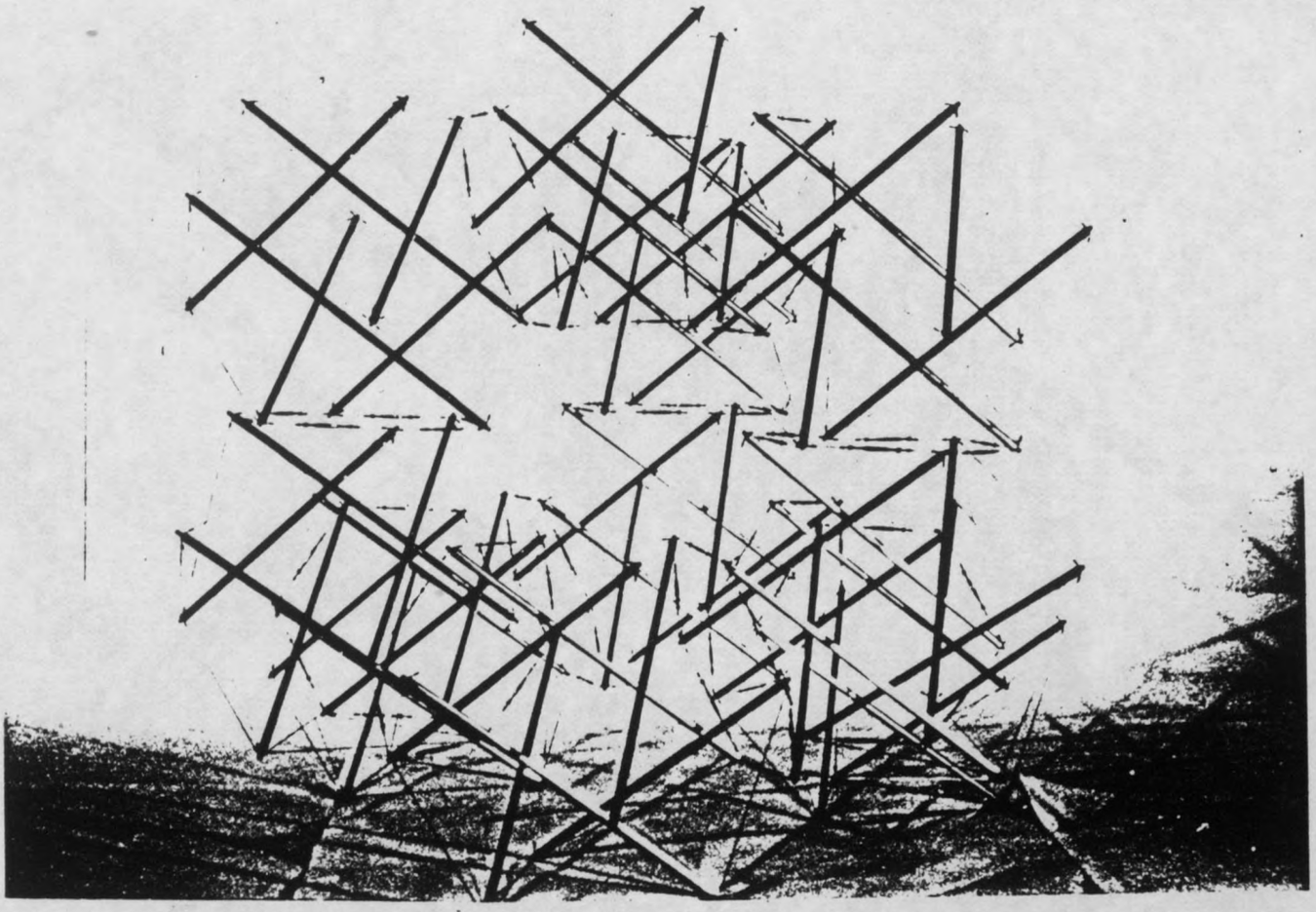


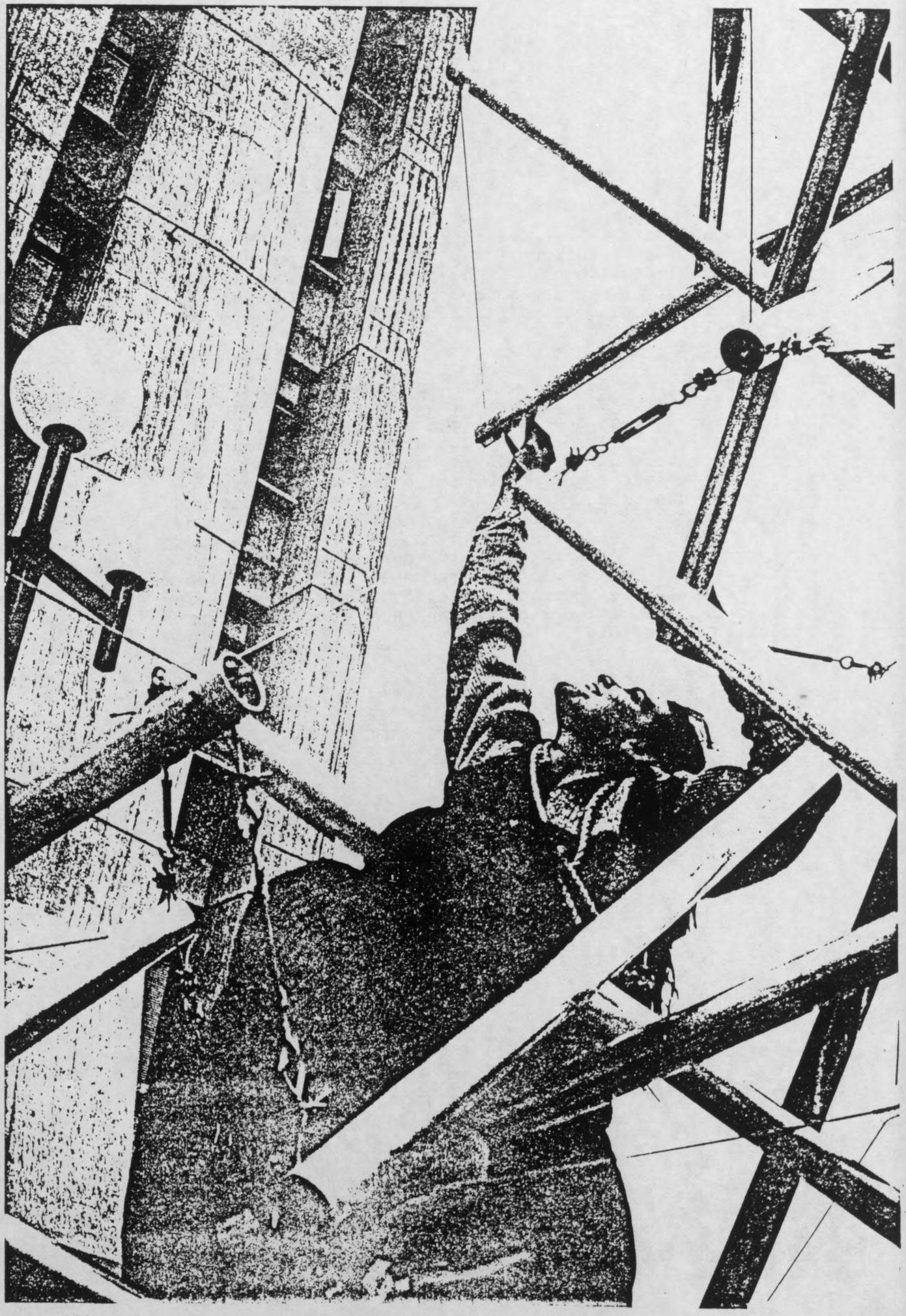


EMPILEMENTS A BARRES DISCONTINUES

De même que dans le cas des autres configurations autotendantes, les solutions les plus satisfaisantes, du moins intellectuellement, sont celles qui gardent non seulement au niveau des sous-ensembles mais aussi au niveau des assemblages une parfaite discontinuité entre les éléments comprimés.

La construction des empilements autotendants sans contact entre les barres part une fois de plus d'un empilement stéréométrique de base et des sous-ensembles polyédriques ou hyperpolyédriques autotendants, mais au lieu de juxtaposer ceux-ci par leurs faces directement, il faut les faire tourner ou les faire interpénétrer, ou les deux opérations à la fois, afin que les sommets soient dissociés; à peu près de la même manière que dans le cas des mâts autotendants, où les sous-ensembles antiprismatiques étaient assemblés par dérotation ou par entrelacement. La seule différence est qu'il convient ici d'exécuter ces opérations selon l'ordre de symétrie de l'ordonnancement cristallographique dans plusieurs directions à la fois.





EMPILEMENTS PAR DEROTATION

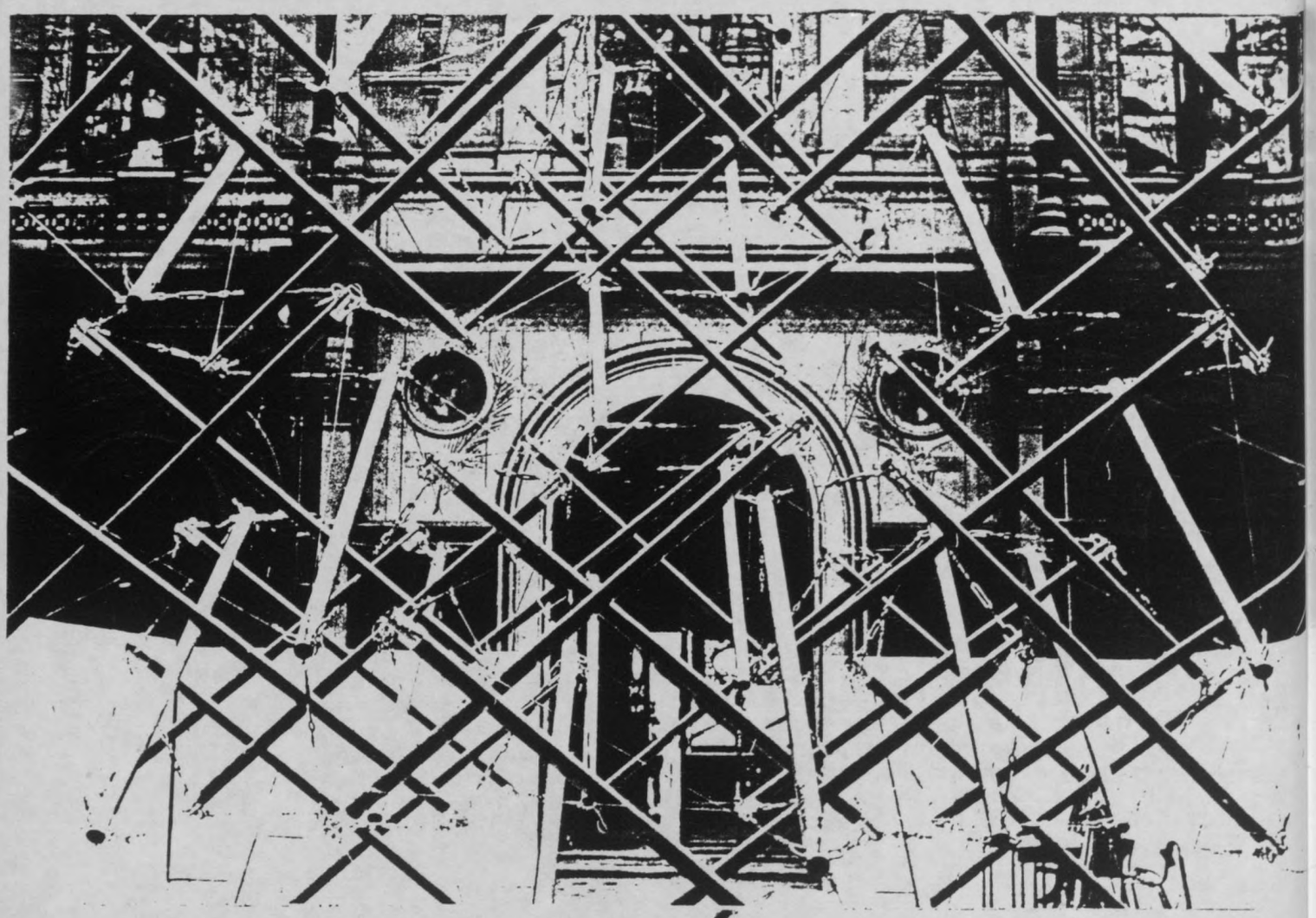
Les empilements à barres discontinues sont donc obtenus par un mode d'assemblage indirect des polyèdres: juxtaposition ou interpénétration avec dérotation; entrelacement avec une barre commune entre deux polyèdres voisins; entrelacement avec un sous-ensemble commun entre hyperpolyèdres voisins. Les schémas stéréométriques servant comme modénature sont là aussi soit des empilements compacts élagués, soit des empilements lâches.

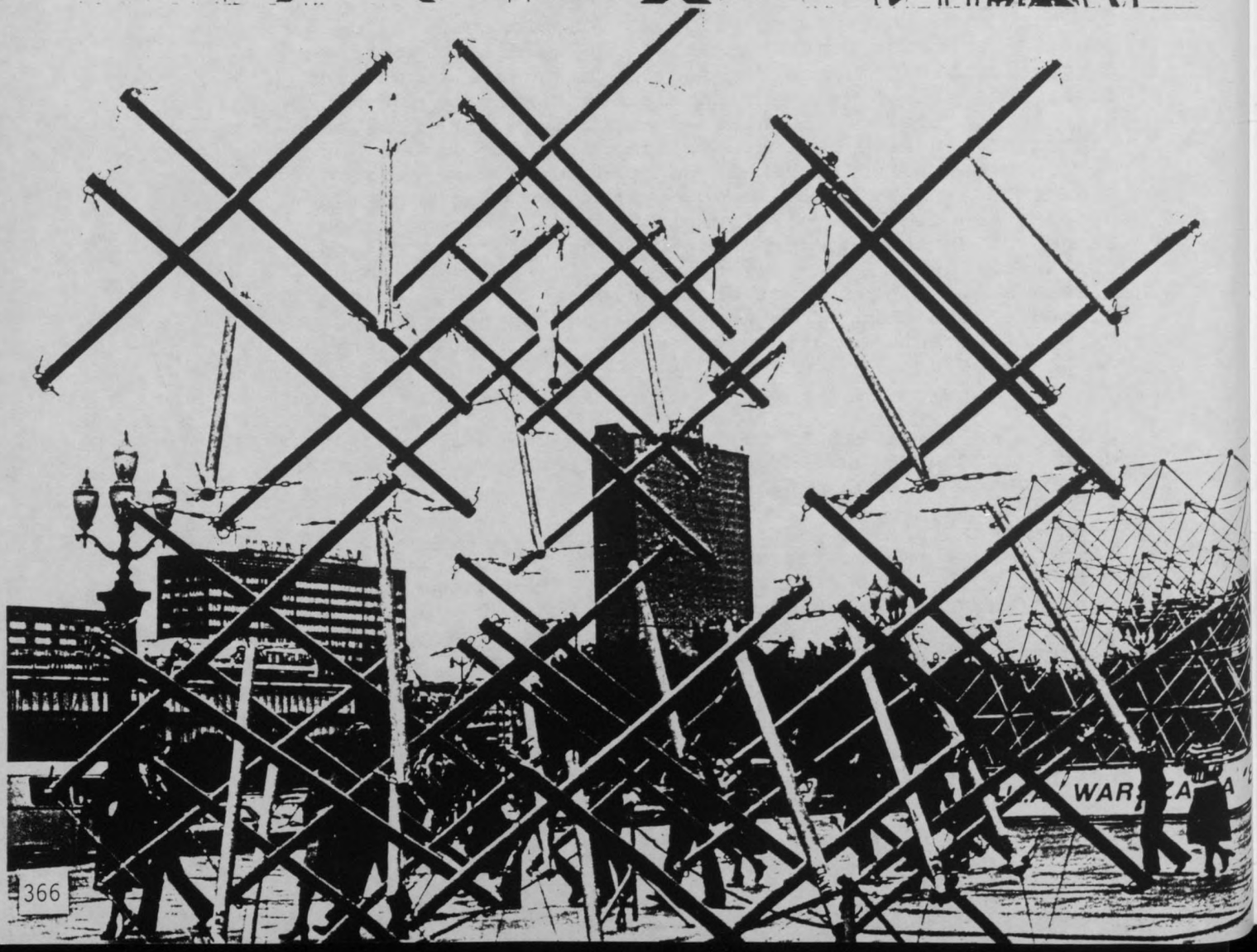
Les sous-ensembles polyédriques sont assemblés par l'intermédiaire d'un polygone de jonction commun à deux volumes adjacents. Le polyèdre autotendant d'origine est légèrement modifié afin que l'arrangement obtenu après l'assemblage puisse avoir des tendeurs tous identiques. Ceci est possible si les faces originales mises en contact ont une longueur d'arête correspondant à la corde fictive du polygone de jonction, dont les côtés seront ainsi de longueurs identiques aux autres arêtes du polyèdre. De ce fait, toutes les arêtes, c'est à dire tous les tendeurs d'un empilement autotendant peuvent être uniformes.

Le nombre de côtés du polygone de jonction est évidemment le double du nombre de côtés de la face polyédrique originale. Le polygone de jonction hexagonal réunissant la base de deux simplex triangulaires serait logiquement la plus petite configuration d'assemblage. Il existe, cependant, dérivé de l'assemblage par arête le polygone de jonction carré, provenant non pas de la dérotation de deux faces, mais de celle de deux arêtes diamétralement opposées en croix, voir l'empilement dérivé de l'assemblage orthogonal des icosaèdres. Les polygones de jonction sont généralement planaires, mais en cas de connections supplémentaires et encore plus en cas de saturation des connections, on peut créer une pénétration plus ou moins accentuée, afin d'augmenter la rigidité globale de la structure.

Parmi les empilements par dérotation qu'on a étudiés, deux structures présentent des caractéristiques particulièrement remarquables:

L'empilement non-compact n°7 obtenu par l'assemblage des simplex en forme de tétraèdres tronqués, dont il existe les variantes monogyre et racémique. Ce système constitue l'arrangement uniforme le plus lâche où les vides interstitiels entre les volumes dominent par rapport à l'espace occupé par les volumes bâtis comme autotendants, d'ailleurs également vides. La composition racémique qui garde la parallélité des barres a fait objet d'une étude constructive plus poussée et d'une réalisation en demi-grandeur lors d'un séminaire en 1985 à Haifa.




WAR

L'empilement non-compact n°9 obtenu par l'assemblage de simplex dérivés de l'icosaèdre, qui est la composition polyédrique la plus connue. Selon sa position dans l'espace, il peut être monogyre ou racémique. Bien que l'icosaèdre autotendant soit lui-même racémique, ici c'est la variante monogyre, composée de sous-ensembles ayant la même position dans l'espace, qui donne la solution la plus régulière de toutes: les barres occupent entre elles une situation perpendiculaire et les sommets, par suite de la déformation constitutionnelle de l'autotendant icosaédrique, sont positionnés selon l'arrangement le plus uniforme, celui de Fermi, composé de tétrakaïdécaèdres appelé aussi: corps de Kelvin. Cette composition a également fait objet d'une étude d'exécution plus approfondie et d'une réalisation en migrandeur qui était présentée comme une sorte de signal lors du Congrès de l'Union Internationale des architectes, UIA, tenu en 1981 à Varsovie puis lors de l'exposition Inter-UP en 1982 au Palais des Etudes de l'ENSBA à Paris. La même structure était proposée en 1983 comme système porteur dans un projet pour le concours international Tête de Défense à Paris.

EMPILEMENT PAR ENTRELACEMENT A BARRE COMMUNE

A base des empilements élagués ou lâches, où deux polyèdres voisins se rencontrent uniquement par une arête commune, et en employant comme sous-ensemble des polyèdres autotendants ayant une barre assez proche de l'arête, on obtient des empilements par entrelacement. Les volumes autotendants s'interpénètrent deux par deux au point qu'une barre devient commune à deux solides. Outre les empilements par strates ou par entassement spatial, ces liaisons organiques par entrelacement rendent également possible la réalisation autotendante des "explosions" concentriques composées de dodécaèdres. Seul l'empilement cubique élagué est présenté ici à titre d'exemple.

EMPILEMENT PAR HYPERPOLYEDRES ENTRELACES

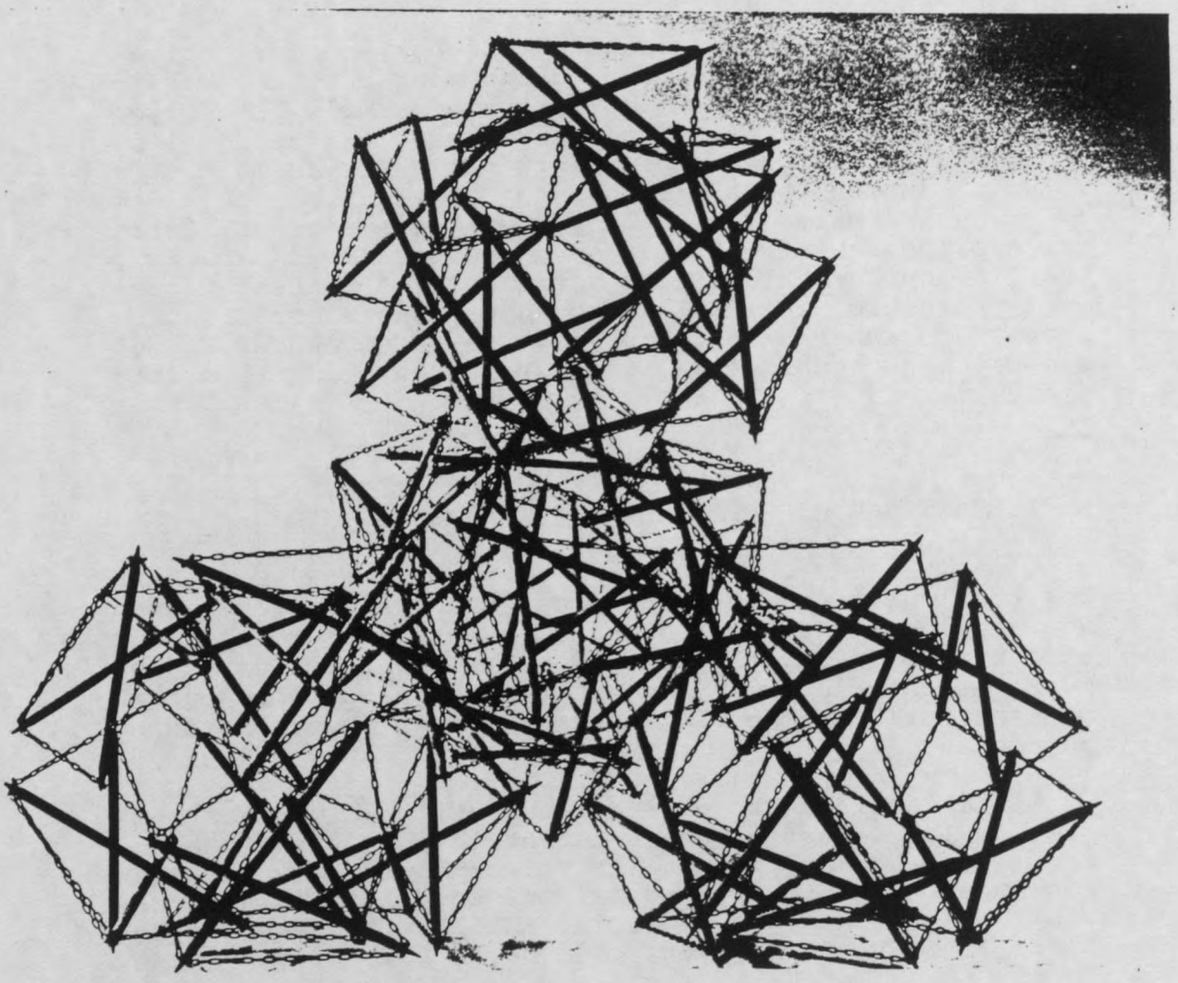
Ces configurations autotendantes sont construites à base des empilements prismatiques comme schéma stéréométrique et à partir des hyperpolyèdres qui sont assemblés également par entrelacement, de sorte que chaque sous-ensemble antiprismatique soit commun à deux hyperpolyèdres adjacents.

Parmi les empilements prismatiques utilisables, on compte aussi les partitions contenant le cube. Pratiquement dans ces schémas, seuls les volumes prismatiques sont réalisés. Les hyperpolyèdres sont en effet définis par des sous-ensembles à l'origine antiprismatiques assemblés sans contact autour d'un noyau polyédrique vide.

Après avoir assemblé, par dérotation et à l'aide d'un polygone de jonction, les bases de l'antiprisme avec les deux volumes voisins, l'antiprisme se transforme, ses sommets définissant un prisme, comme cela se produit dans le cas des mâts prismatiques.

Cinq hyperpolyèdres, parmi les sept principaux existants, peuvent être employés pour composer les dix empilements autotendants de cette classe, dont quatre sont constitués par deux sortes d'hyperpolyèdres, mais, en fait, de sous-ensembles prismatiques identiques.

Ces structures spatiales sont particulièrement intéressantes du fait que les barres composant les prismes enterstitiels sont relativement petites par rapport aux grands volumes polyédriques vides, autour desquels les sous-ensembles forment, par des parois en réseaux autotendants double-nappe, une sorte d'hyperempilement.

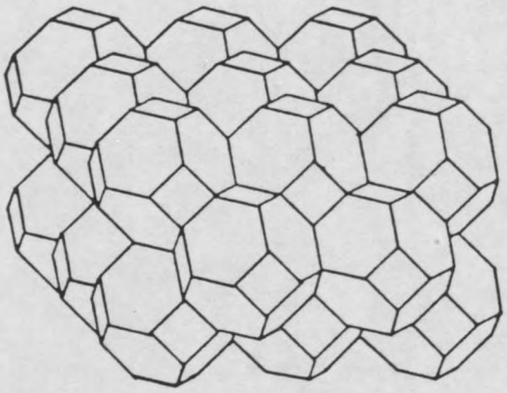


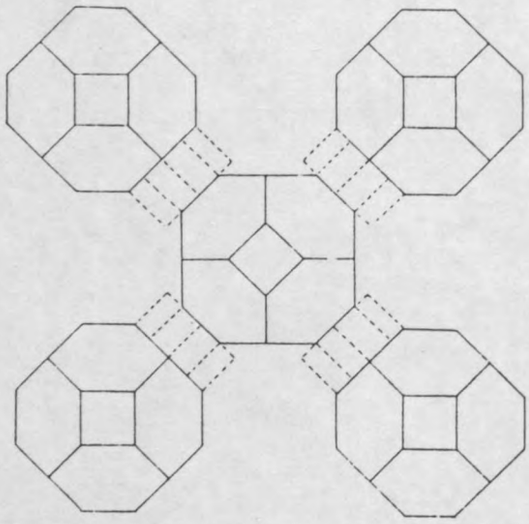
Bien que seulement neuf empilements autotendants soient présentés ici par leur schéma stéréométrique, mode d'assemblage, vue axonométrique et des photographies de modèles, le tableau 8 récapitulatif énumère les caractéristiques des vingt quatre empilements de trois classes, précisant le schéma stéréométrique de l'empilement de base; la nature des simplex autotendants polyédriques bâtis; le mode de jonction; le nombre des tendeurs se rencontrant par noeud.

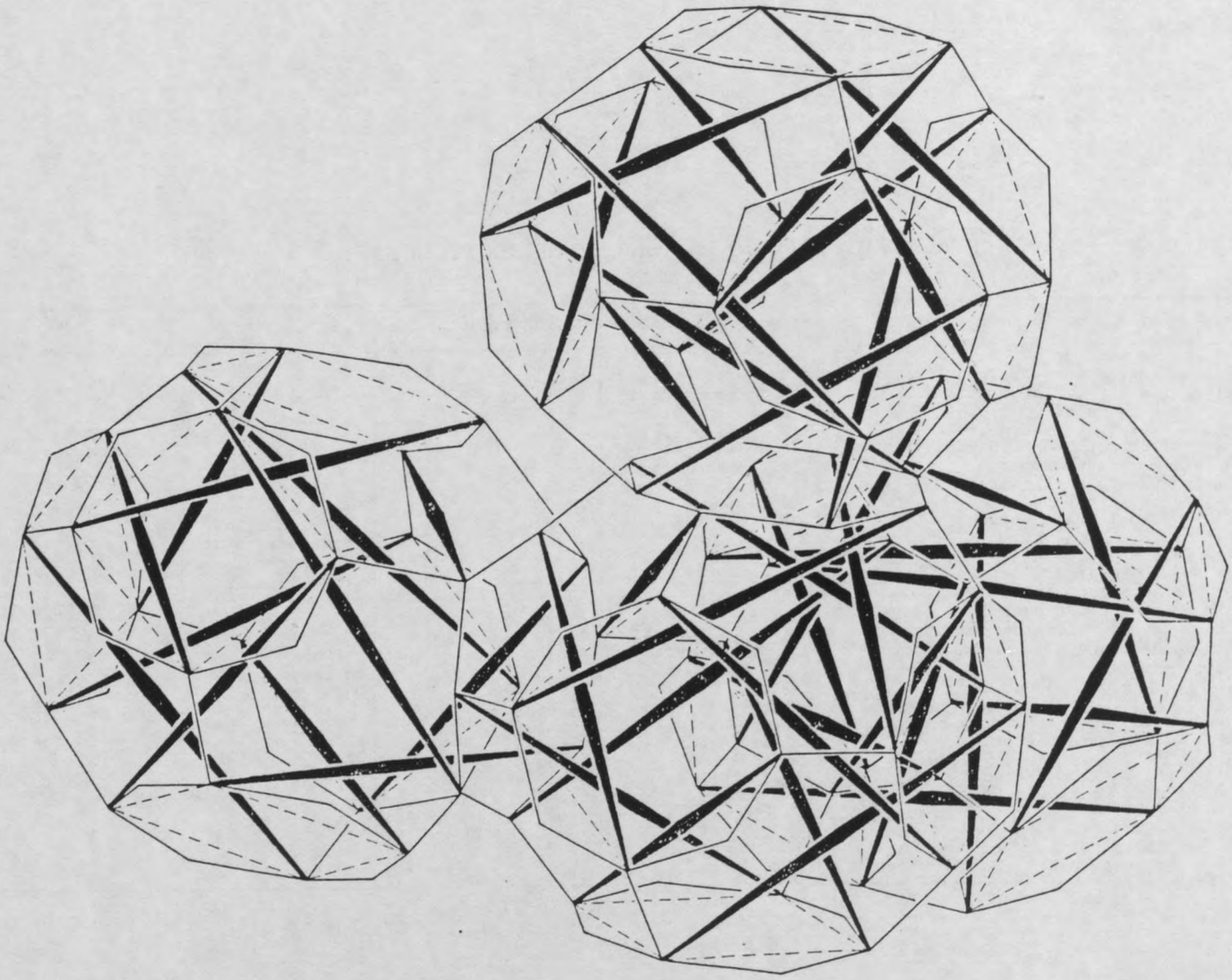
TABLEAU 8 EMPILEMENTS AUTOTENDANTS A BARRES DISCONTINUES

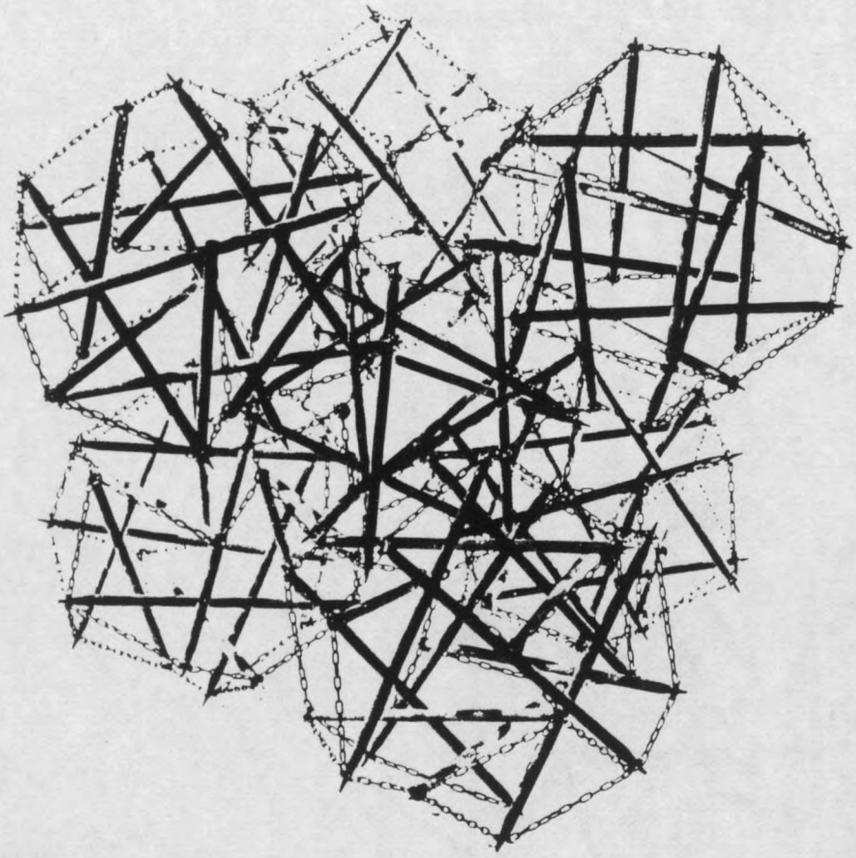
N°	Nom	empilement de base	polyèdres autot.	polygone de jonction	nombre de tendeurs par noeud
	Par dérotation				
1	tétrakaïdécaédrique	2 compact élagué	466	8	3
2	octa cuboctaédrique	5 compact élagué	3434	6	3 - 4
3	octa cuboctaédrique	5 compact élagué	3434	8	3 - 4
4	tétra cube rhombicubocta.	8 compact élagué	3444	6	3 - 4
5	tétra cube rhombicubocta.	8 compact élagué	3444	8	3 - 4
6	octa cube tronqué	9 compact élagué	388	6	3
7	pseudo téta tétra tronqué	14 compact élagué	366	6	3
8	icosa orthogonal	7 lâche	33333	4	4
9	icosa hexagonal	8 lâche déformé	33333	6	4
	Par entrelacement			nb de barres communes	
10	tétrakaïdécaédrique	2 compact élagué	466	4	3 - 6
11	octa cubo tronqué	9 compact élagué	388	3	3 - 6
12	dodéca orthogonal	9 lâche	31010	6	3 - 6
13	hyper dodéca dodécaèdre	14 lâche concent.	31010	4	3 - 6
14	hyper icosidodéca dodéca.	15 lâche concent.	31010	3	3 - 6
	Par hyperpolyèdres			barres du prisme commun	
15	grd rhombicubocta prismatique	15 compact élagué	hyper 468	4	4
16	cube pt rhomb. cube tr. prism.	16 compact élagué	hyper 388	4	4
17	tétra tronqué prism.	1 lâche	hyper 366	3	4
18	tétrakaïdéca saturé prism.	2 lâche	hyper 466	3	4
19	tétrakaïdéca élagué prism.	3 lâche	hyper 466	3	4
20	grd rhombicubocta hexa. prism.	4 lâche	hyper 468	3	4
21	cube cubocta rhombicubocta	11 compact	hyper 366 hyper 466	3	4
22	tétra tr. cube tr. grd rhomb.	12 compact	hyper 366 hyper 468	3	4
23	tétra tr. cube tr. grd rhomb.	12 compact	hyper 388 hyper 468	4	4
24	cube tétrakaï grd rhombicuboc.	13 compact	hyper 466 hyper 468	4	4

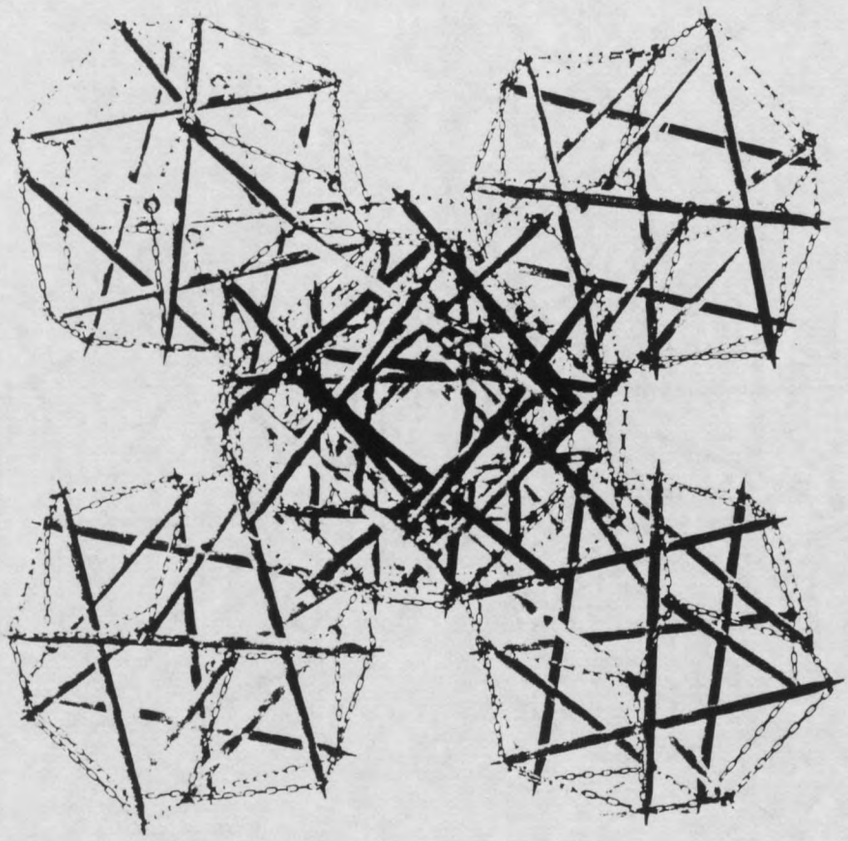
1 TETRAKAIDECAEDRIQUE ELAGUE



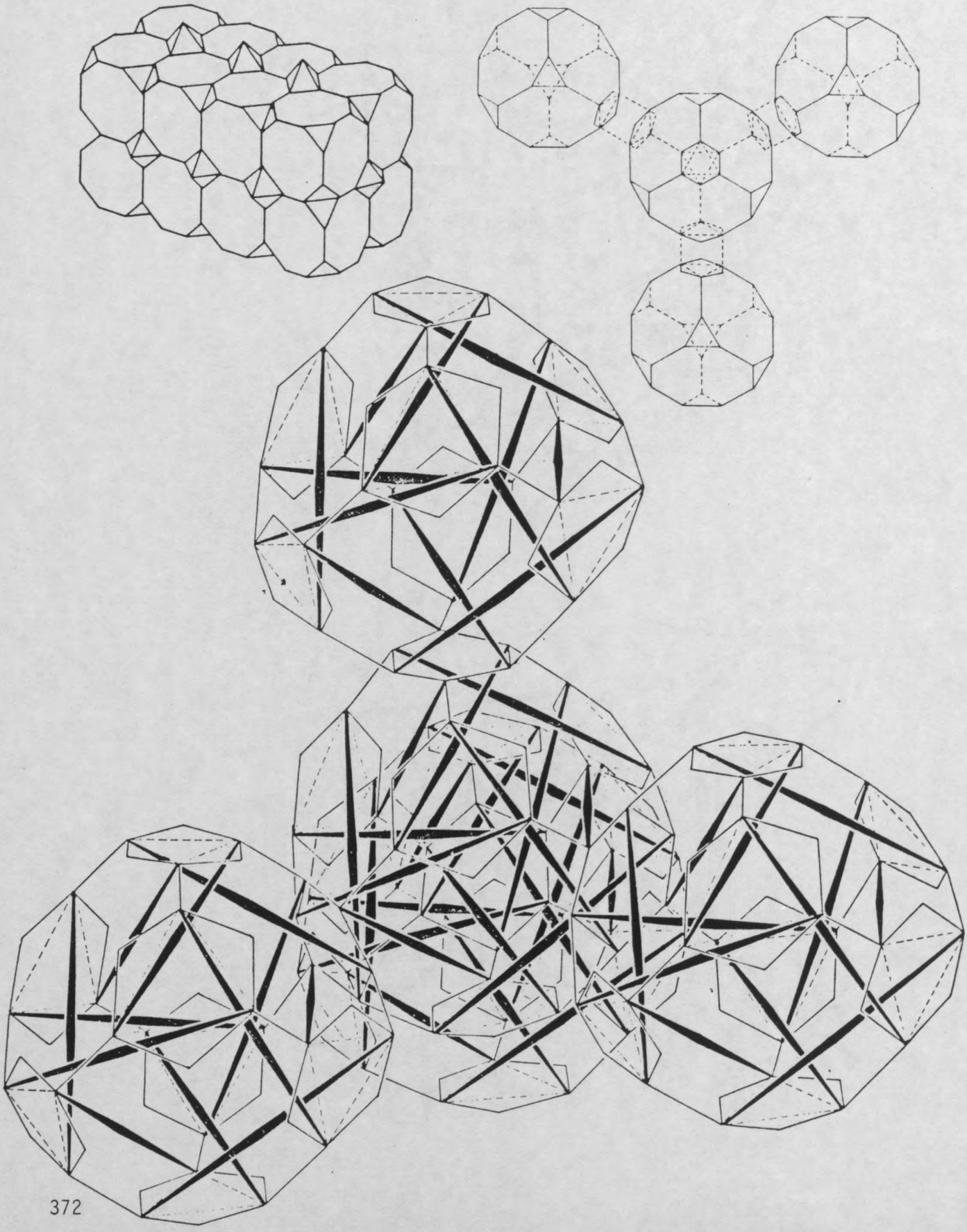


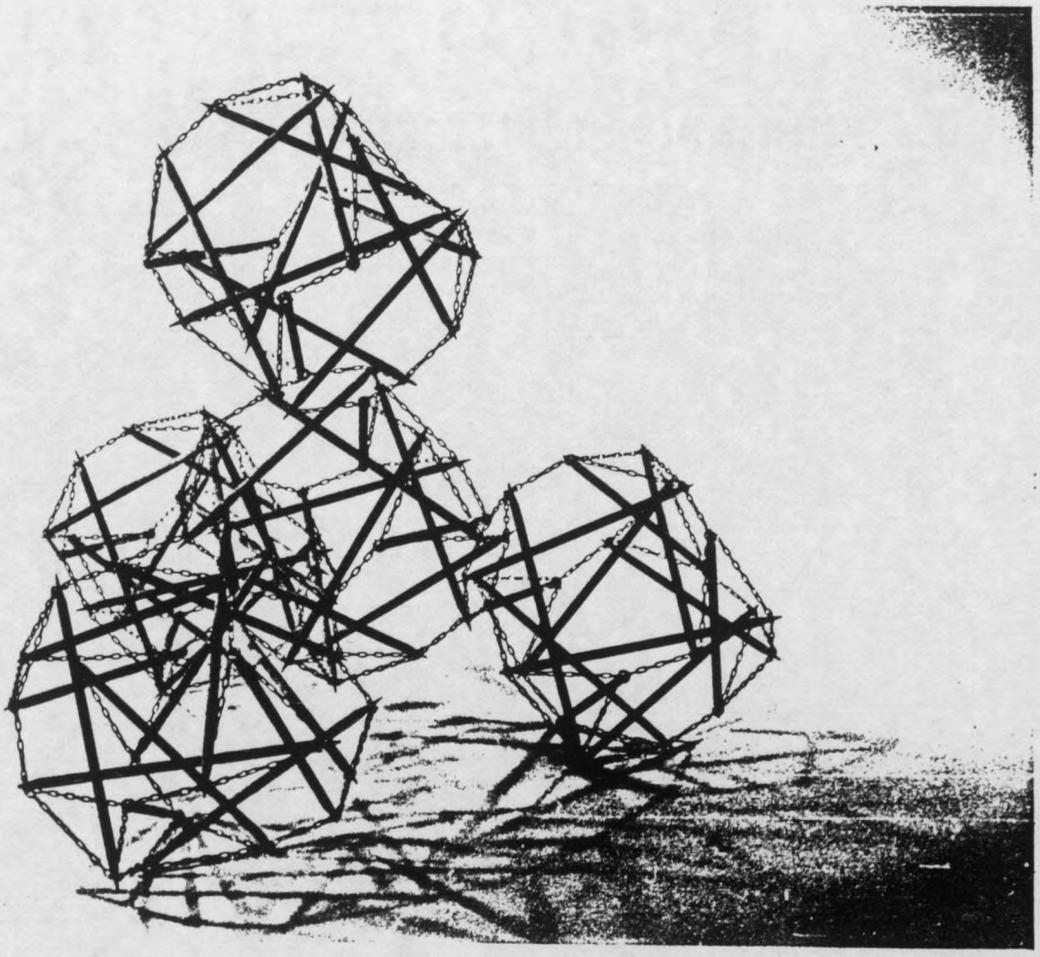


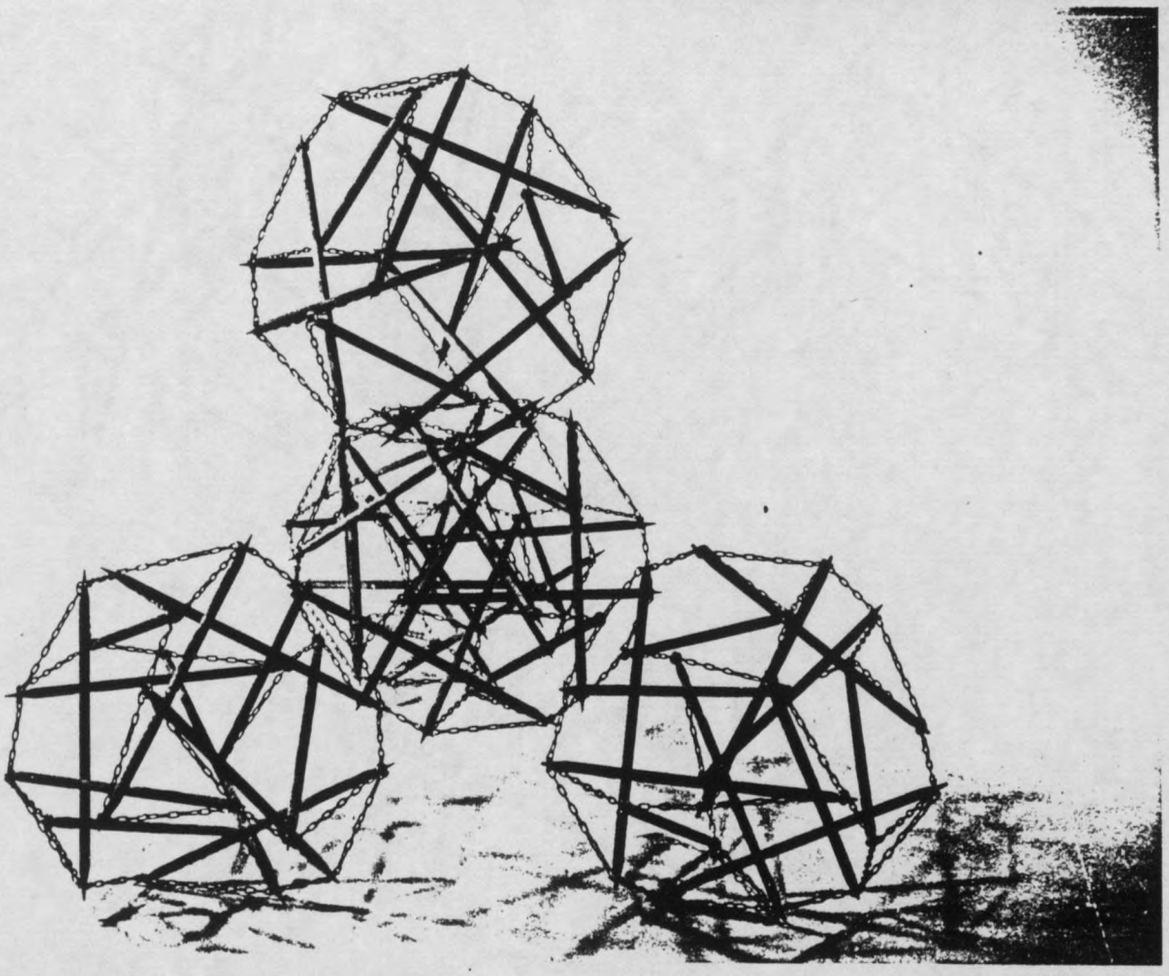




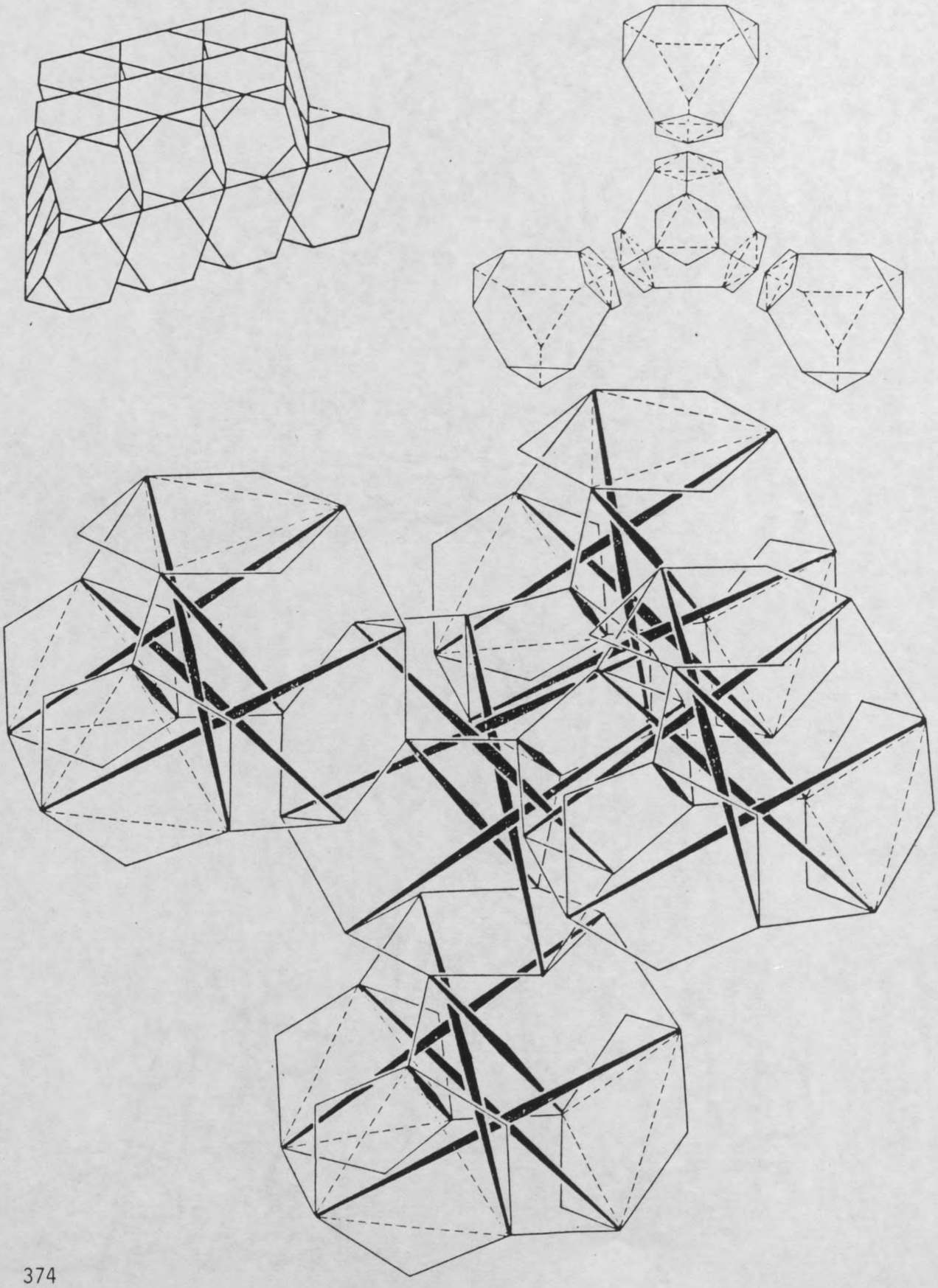
6 OCTA CUBE TRONQUE

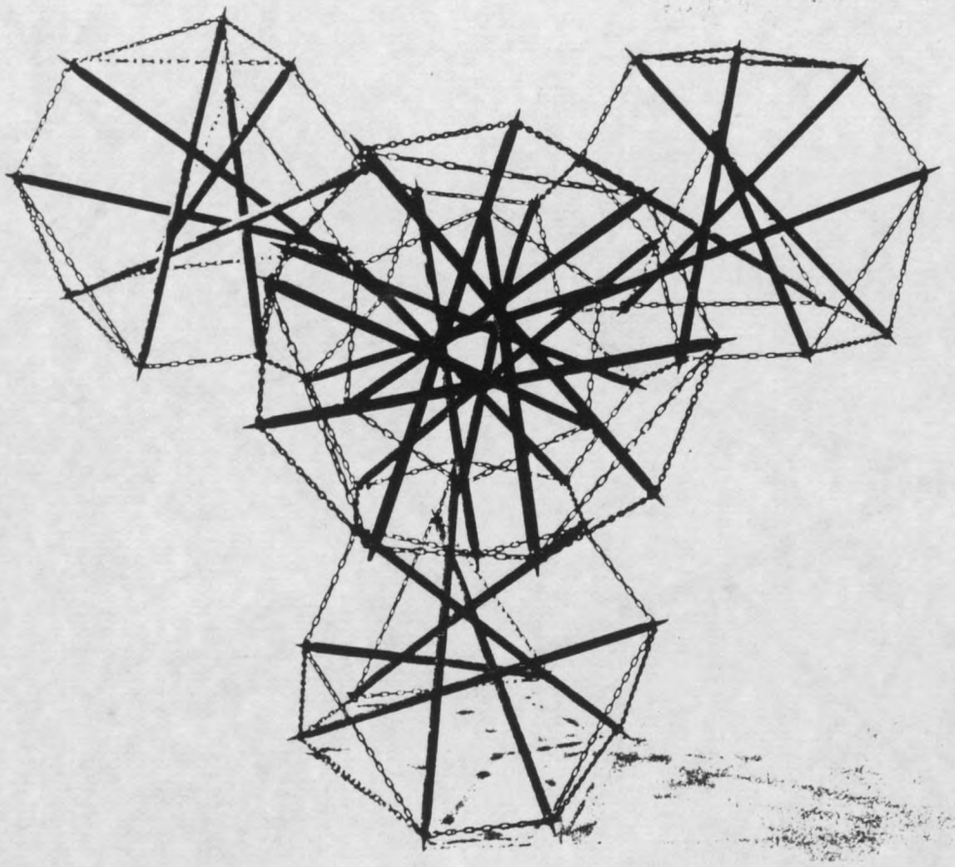


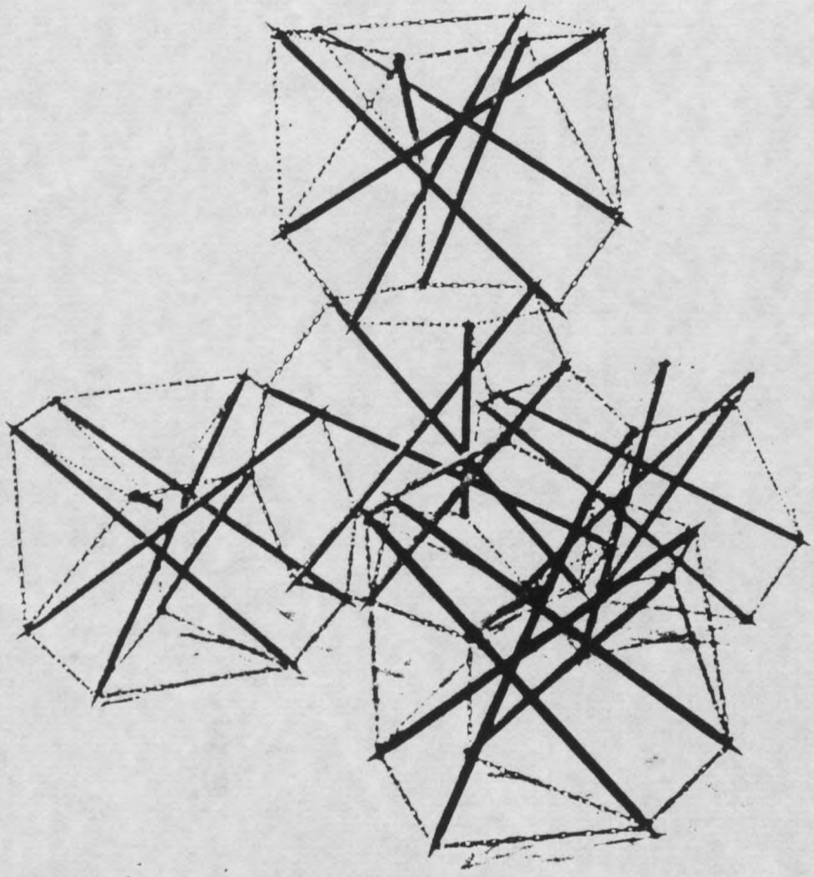


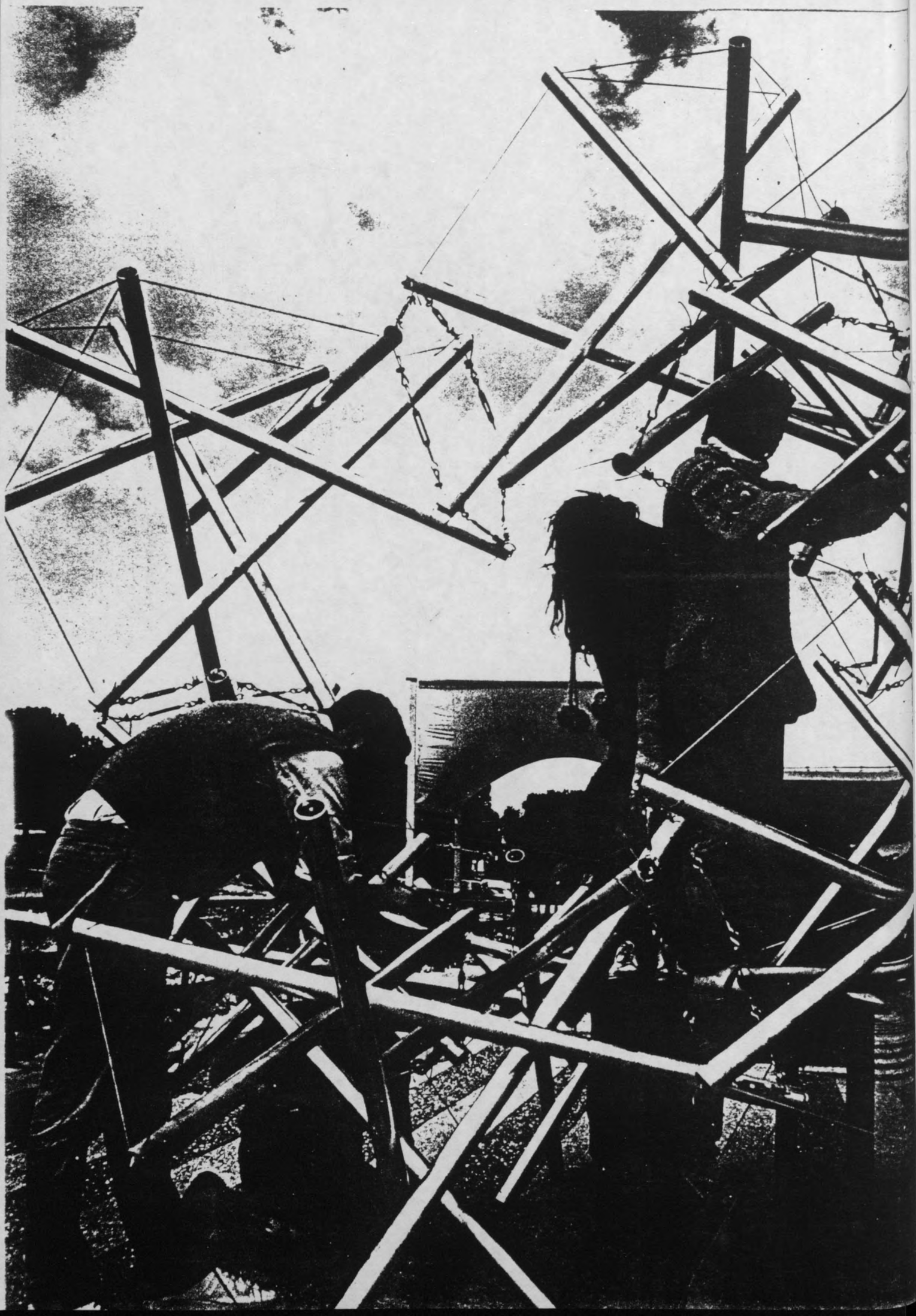


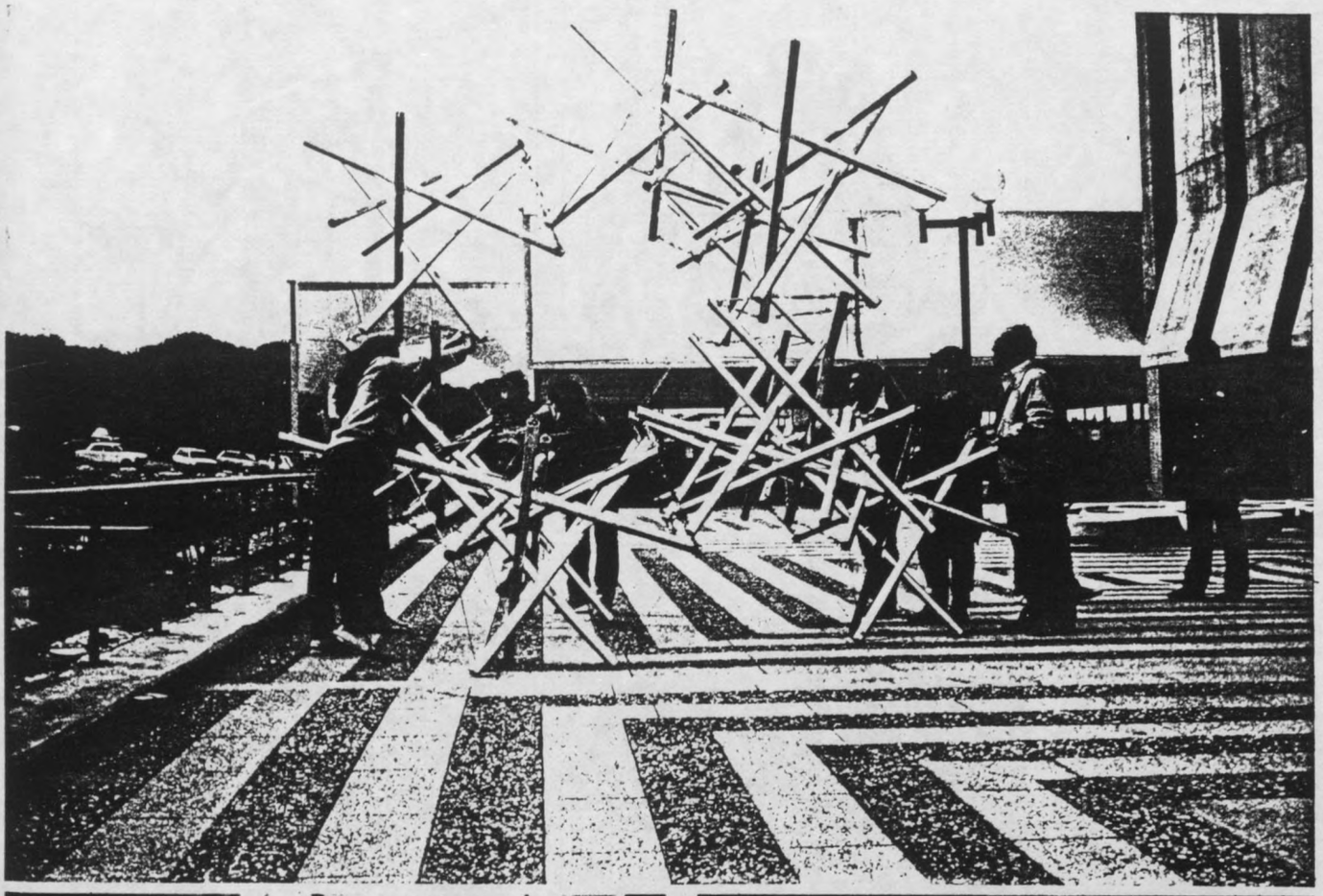
7 PSEUDO TETRA TETRA TRONQUE

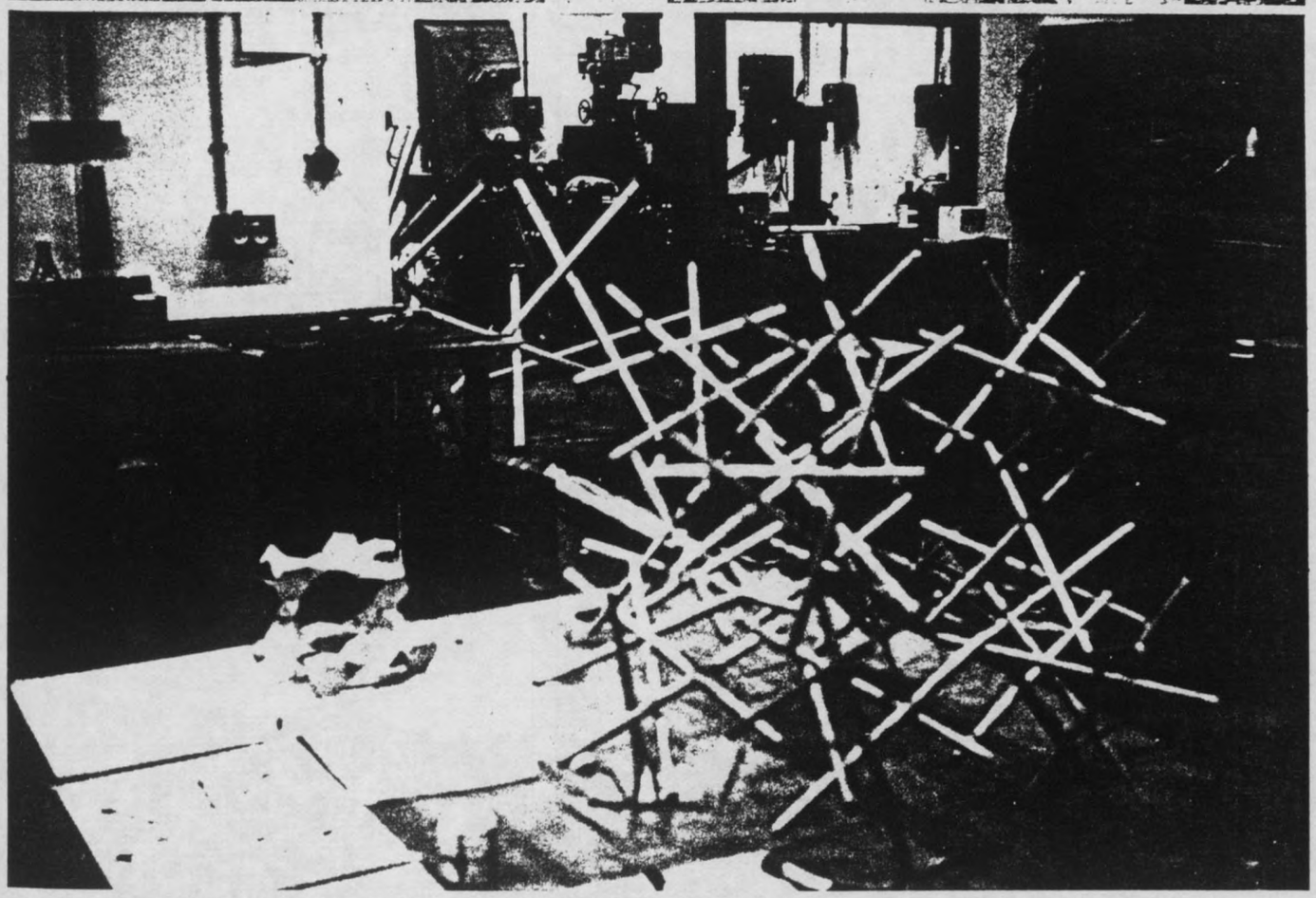




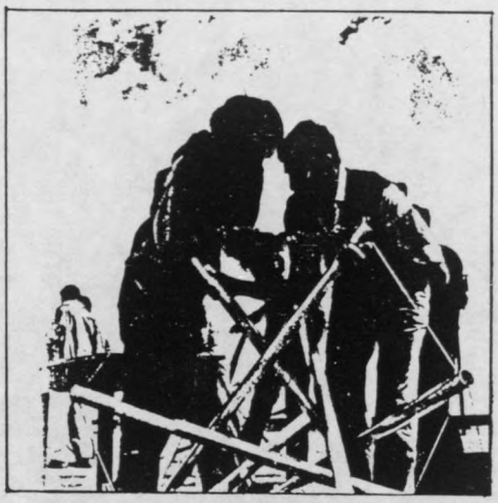


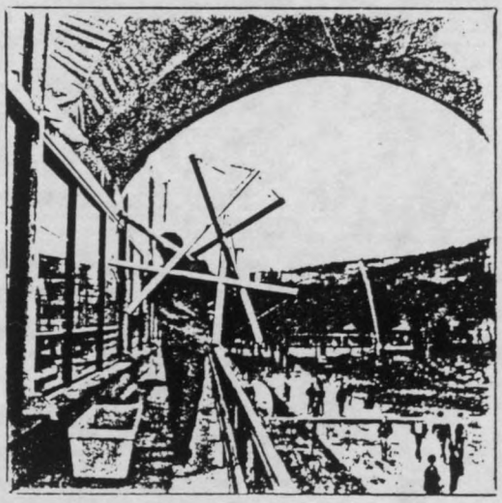
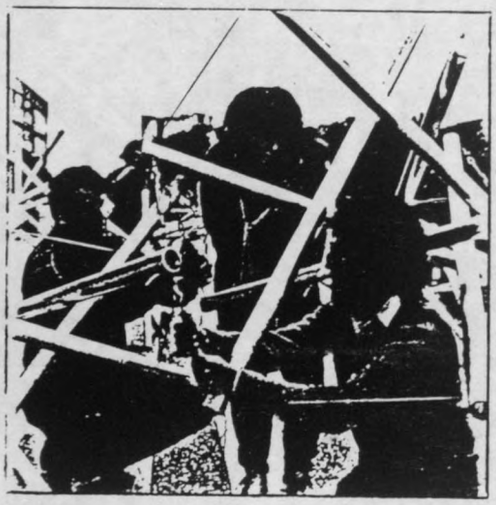


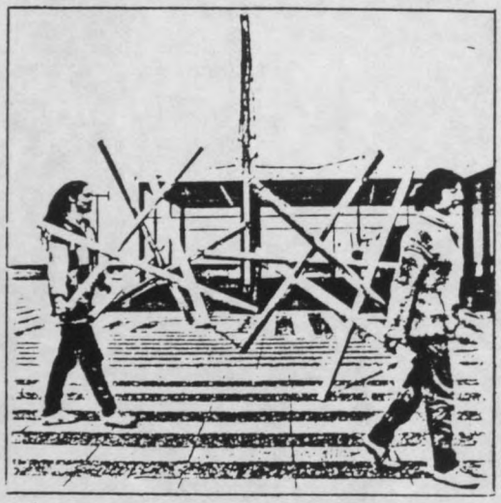


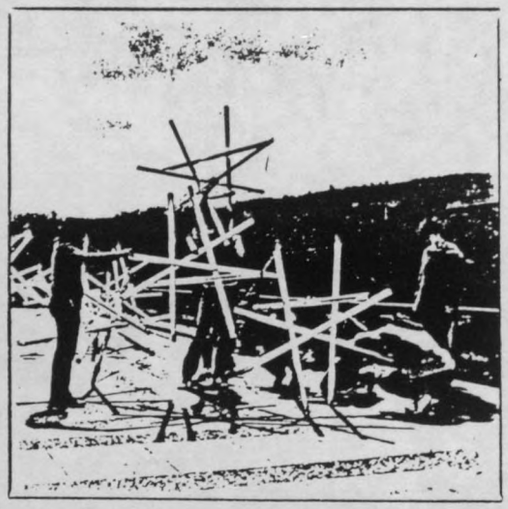


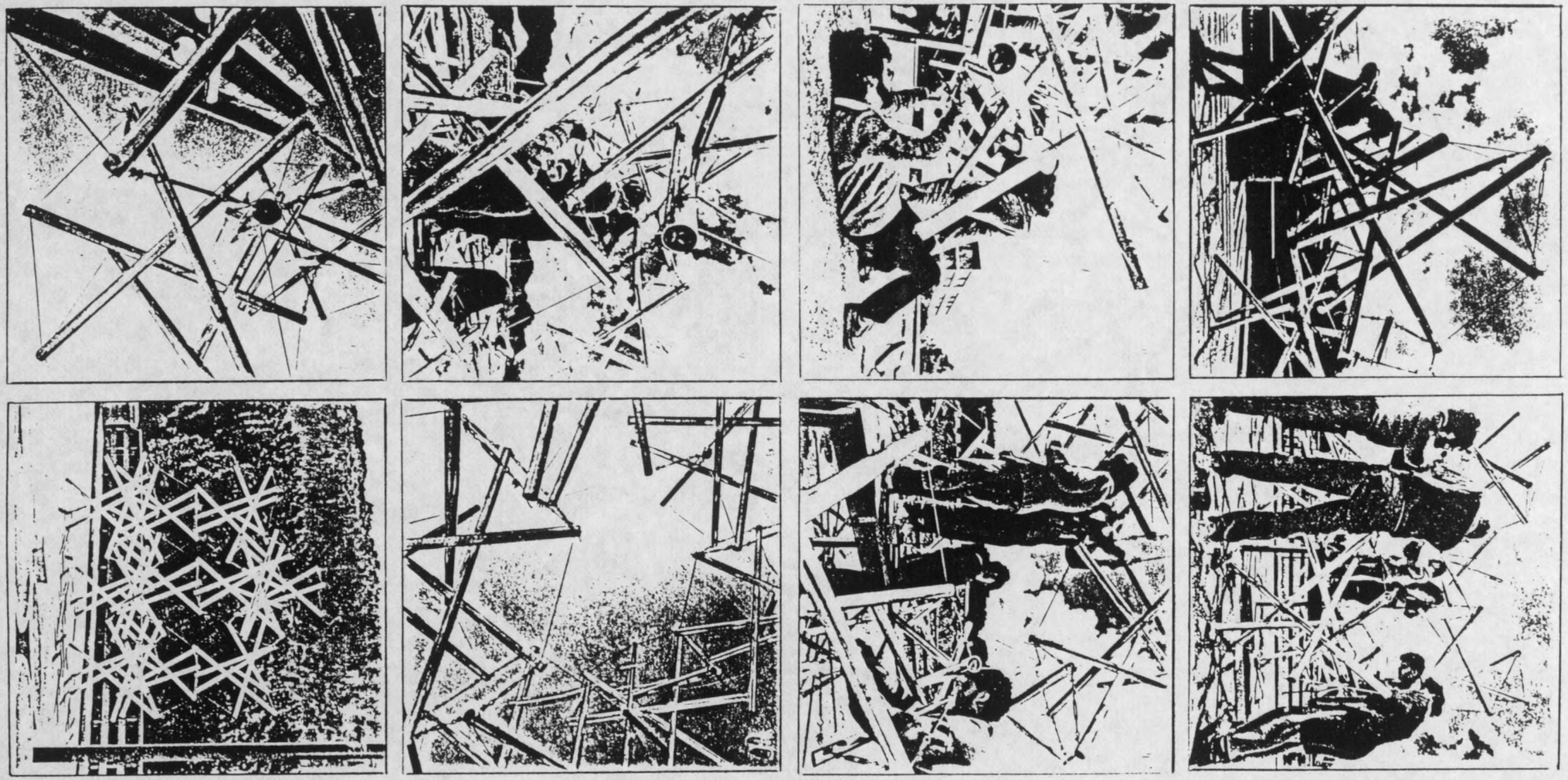
Séminaire de structures légères, Technion Haifa 1986.



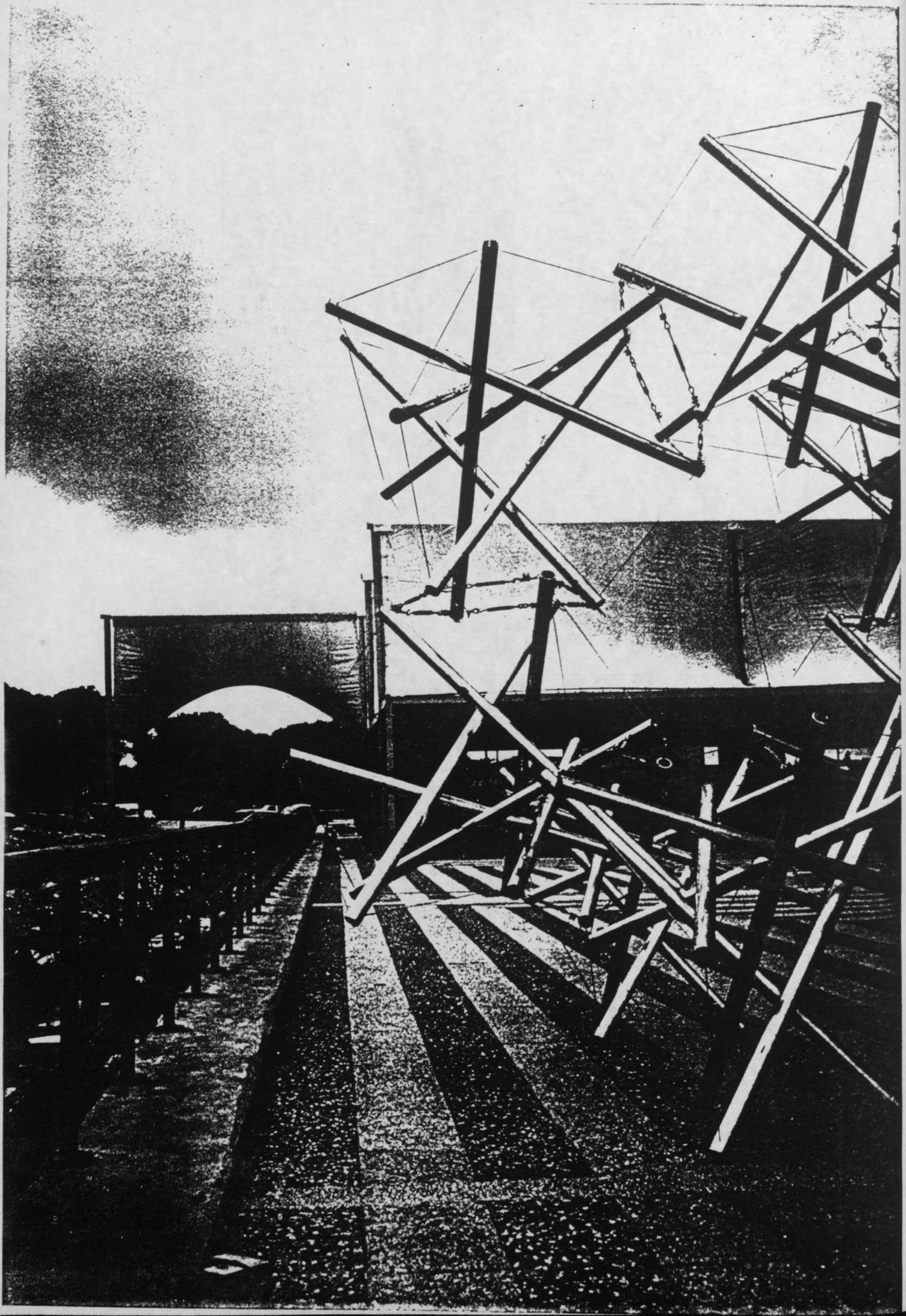



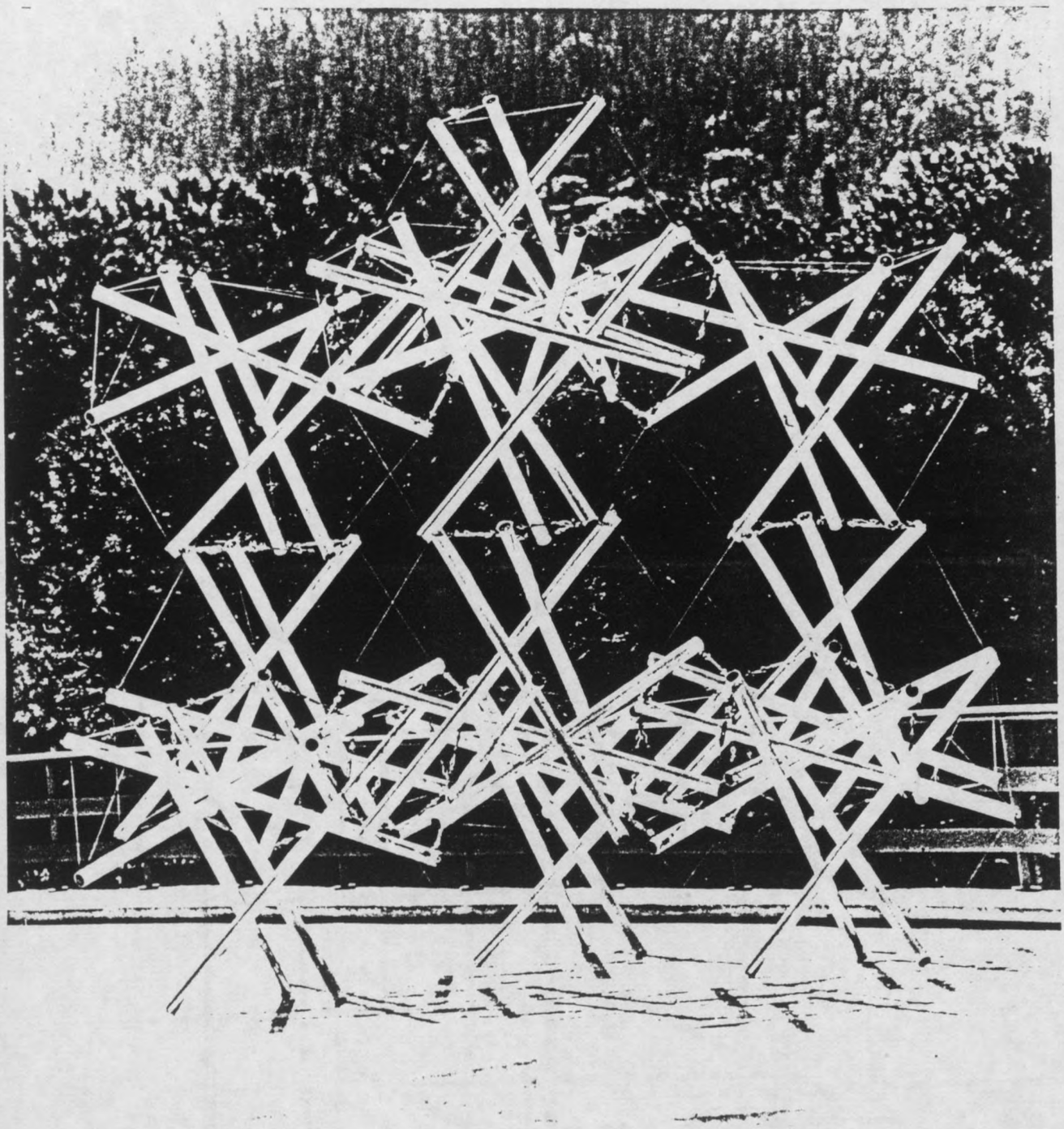






Photos Drora Spitz

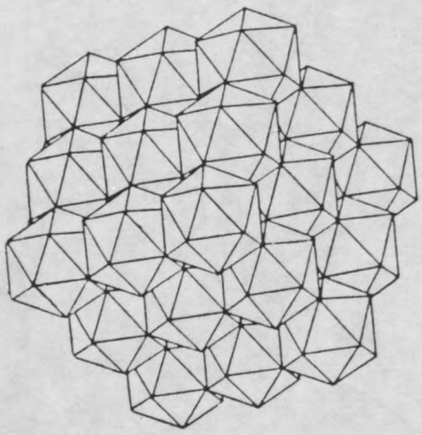


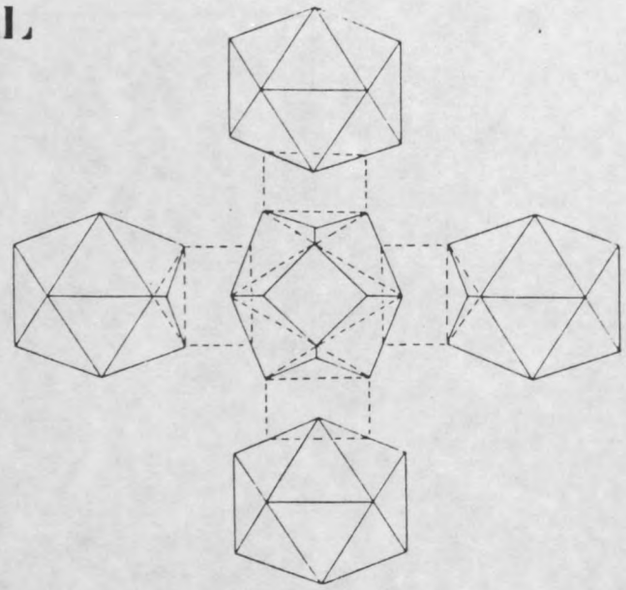


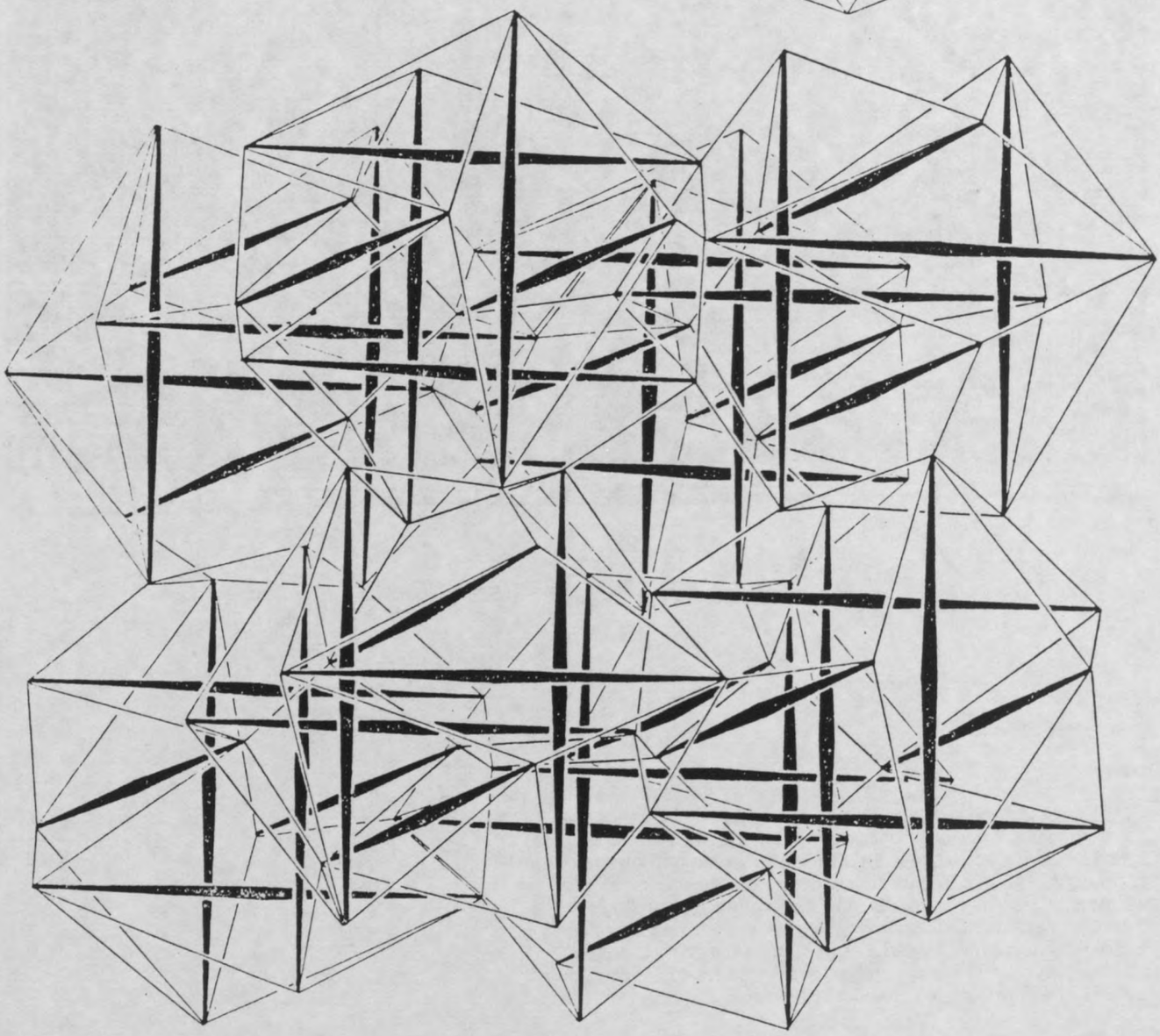
Photos Drora Spitz

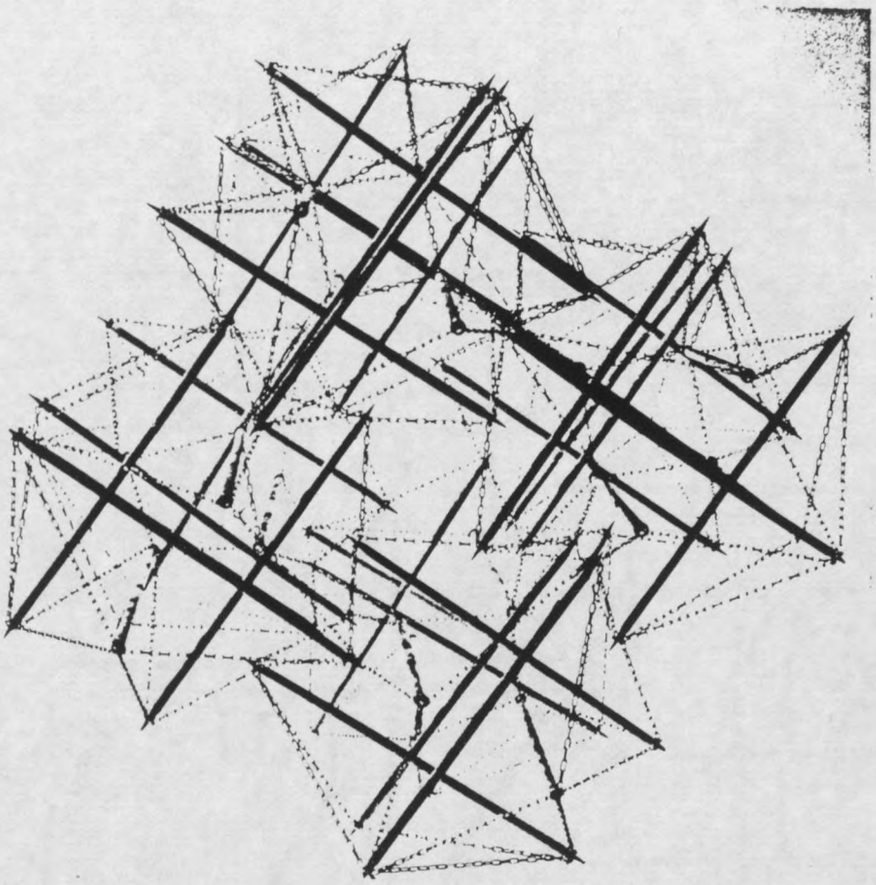
Réalisation d'une structure autotendante : un empilement non compact à base de tétraèdres tronqués à six barres; ces sous-ensembles associables à l'infini forment la configuration périodique régulière la plus distendue; un espace spongieux où dominent les trous entourés par des volumes structurants d'ailleurs également vides. Les enveloppes, parois externes et internes, sont prévues de surfaces minimales gauches de double courbure inverse formant membranes, qui sont les compléments naturels des constructions étudiées et modélisées.

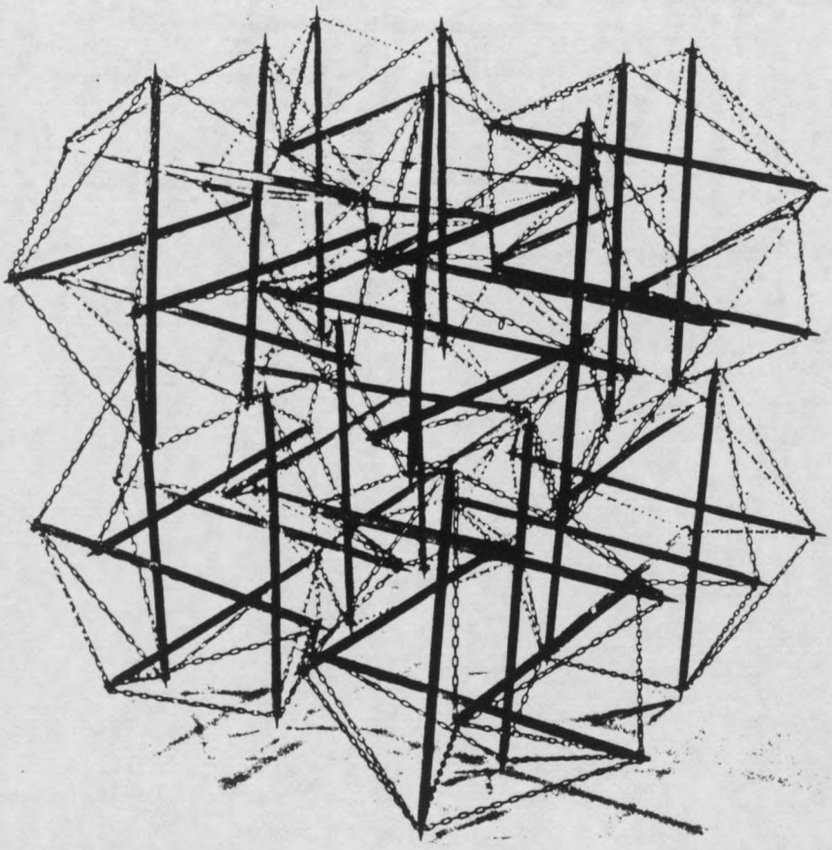
8 ICOSA ORTHOGONAL

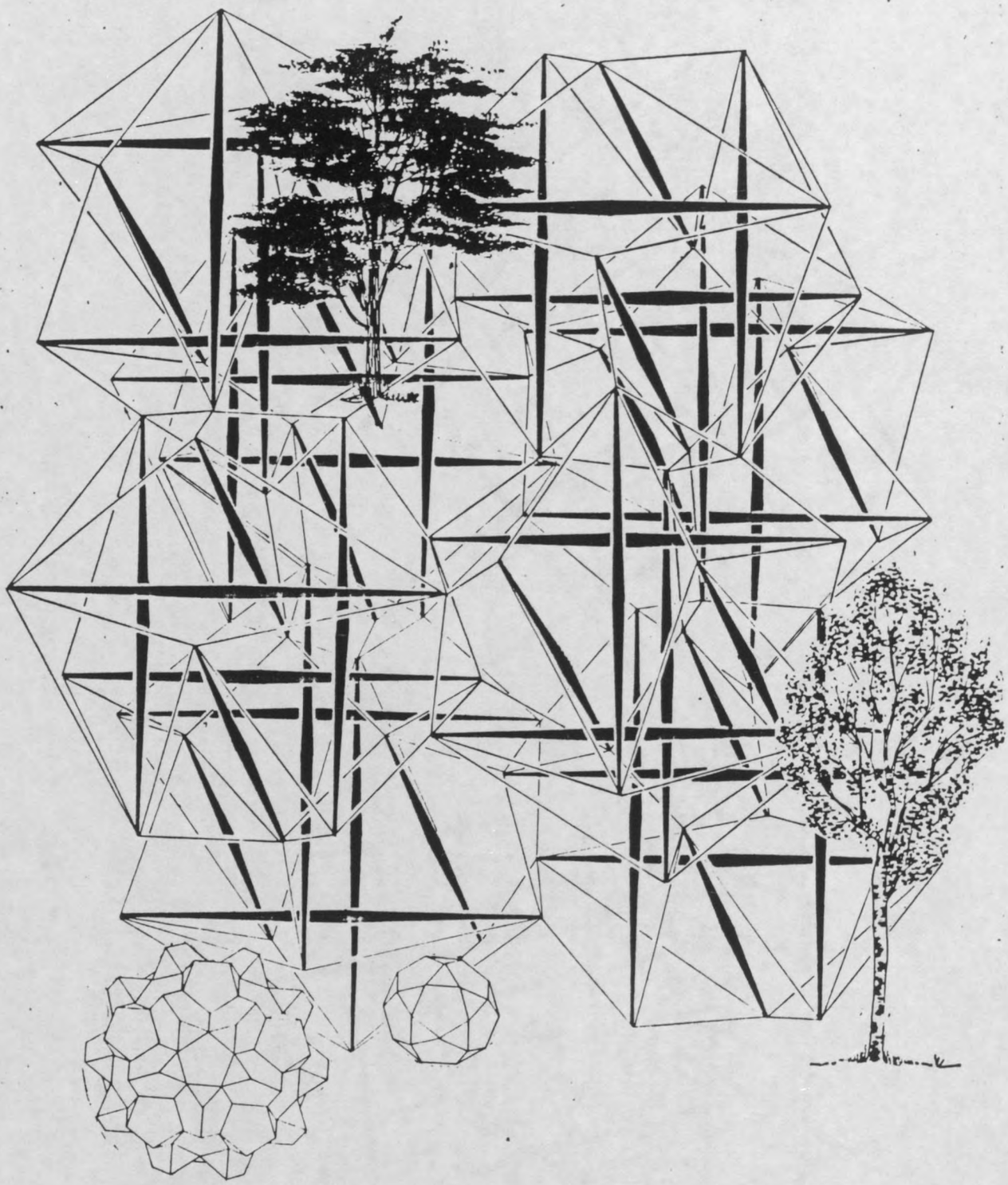




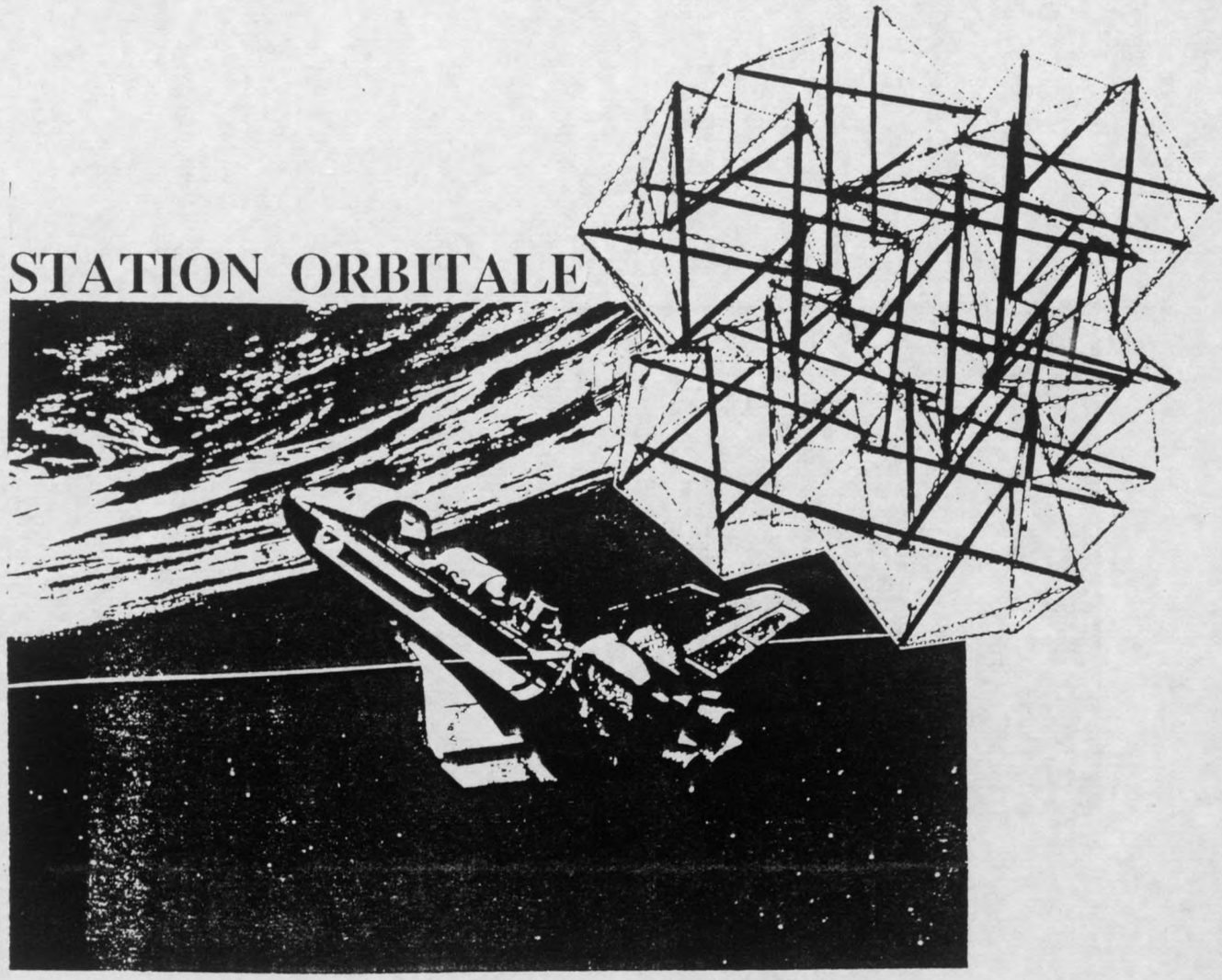








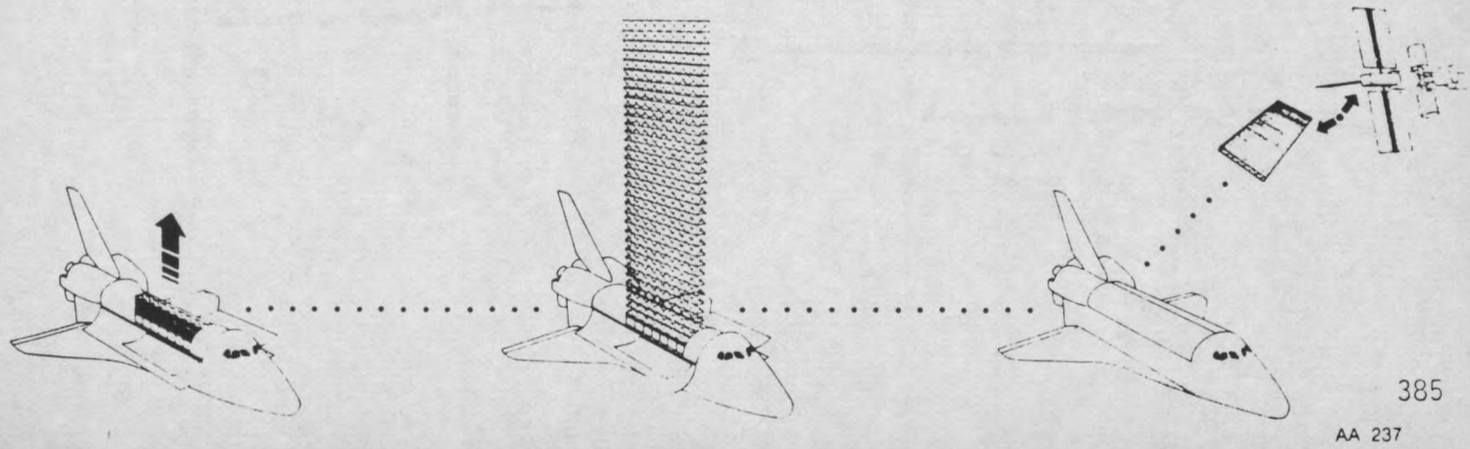
STATION ORBITALE



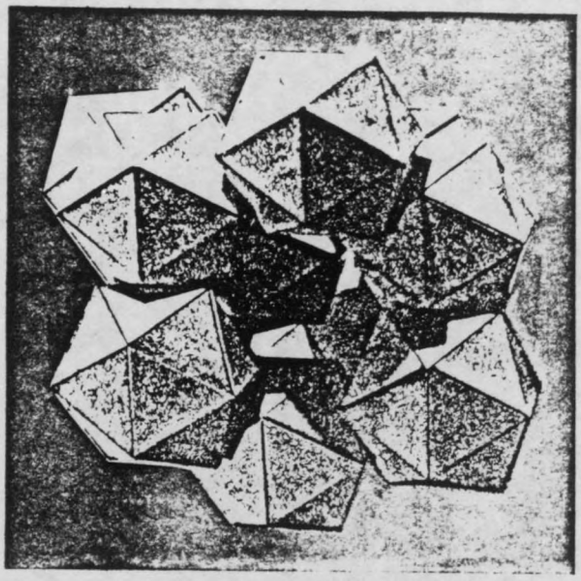
Les capsules actuellement lancées ont des espaces plus proches d'un véhicule que d'un local réellement viable. Il existe la nécessité de volumes plus importants aménageables, allant jusqu'à la construction d'établissements adaptés à un séjour permanent.

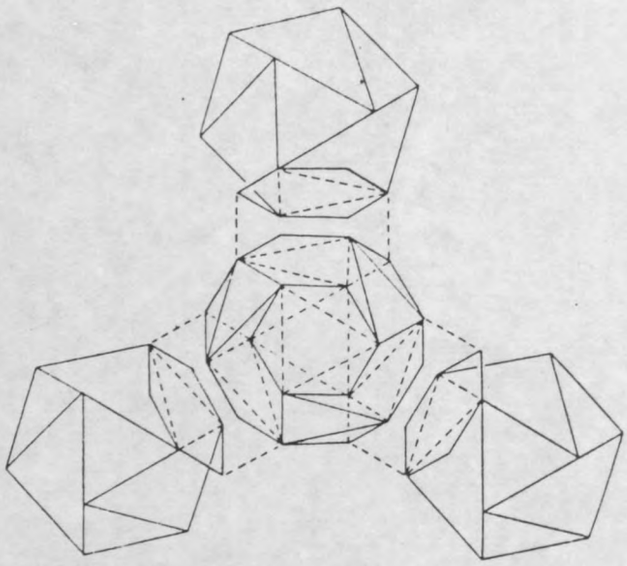
Les dimensions des lanceurs rendent impossible, et pour longtemps, la mise en orbite des objets volumineux, du moins au départ. D'où la nécessité de l'utilisation de constructions déployables, qui pendant le transport se présentent sous une forme compacte puis se déplient mécaniquement une fois arrivées à destination.

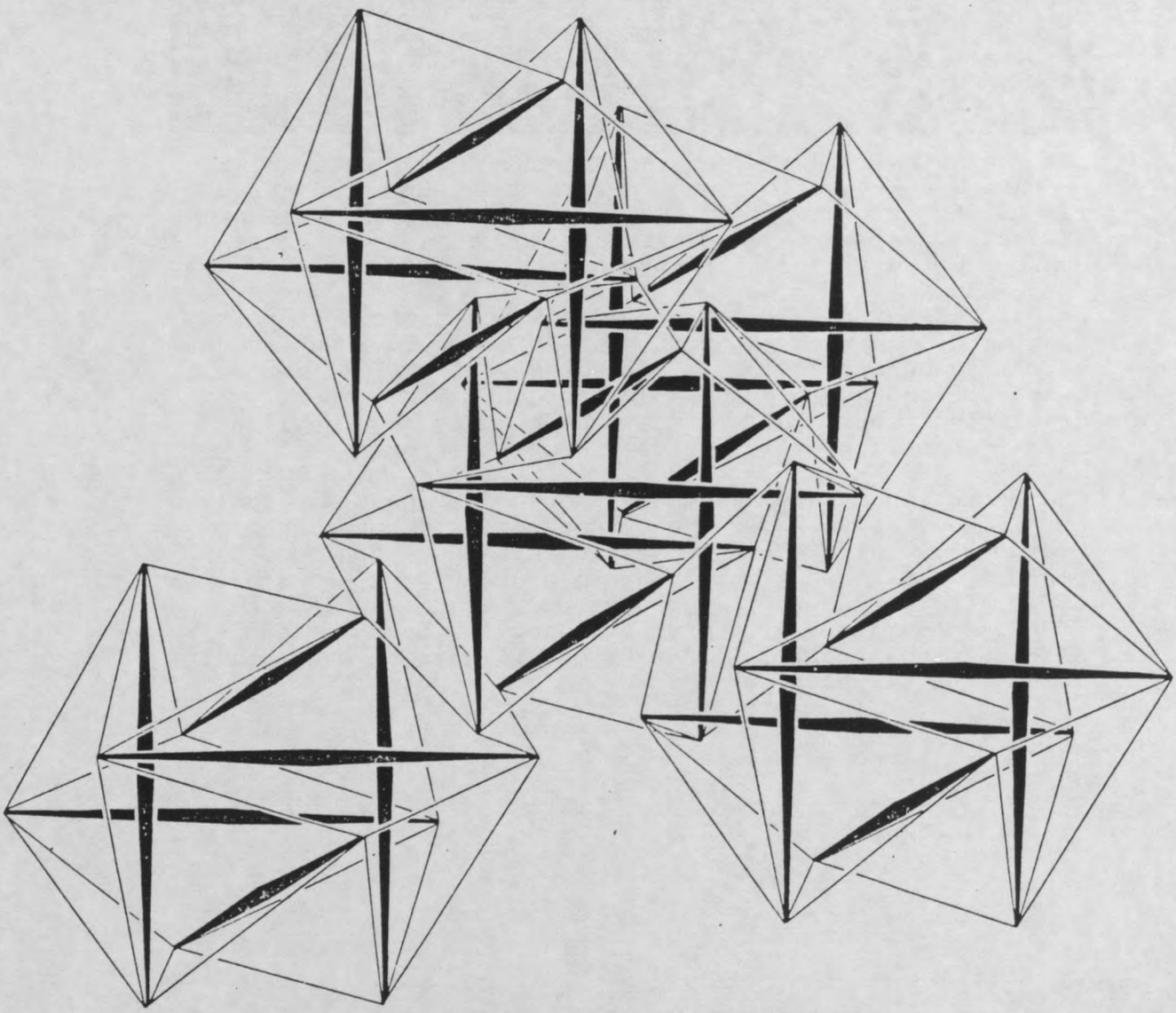
Une opération d'assemblage classique est impossible dans ce milieu, même avec une structure tridimensionnelle ordinaire, faite élément par élément. Par contre, la plupart des réseaux autotendants peuvent être préassemblés, se refermer comme un parapluie en un faisceau compact puis s'ouvrir à l'aide de servomoteurs téléguidés, en manoeuvrant la longueur des tirants et éventuellement des barres télescopiques.

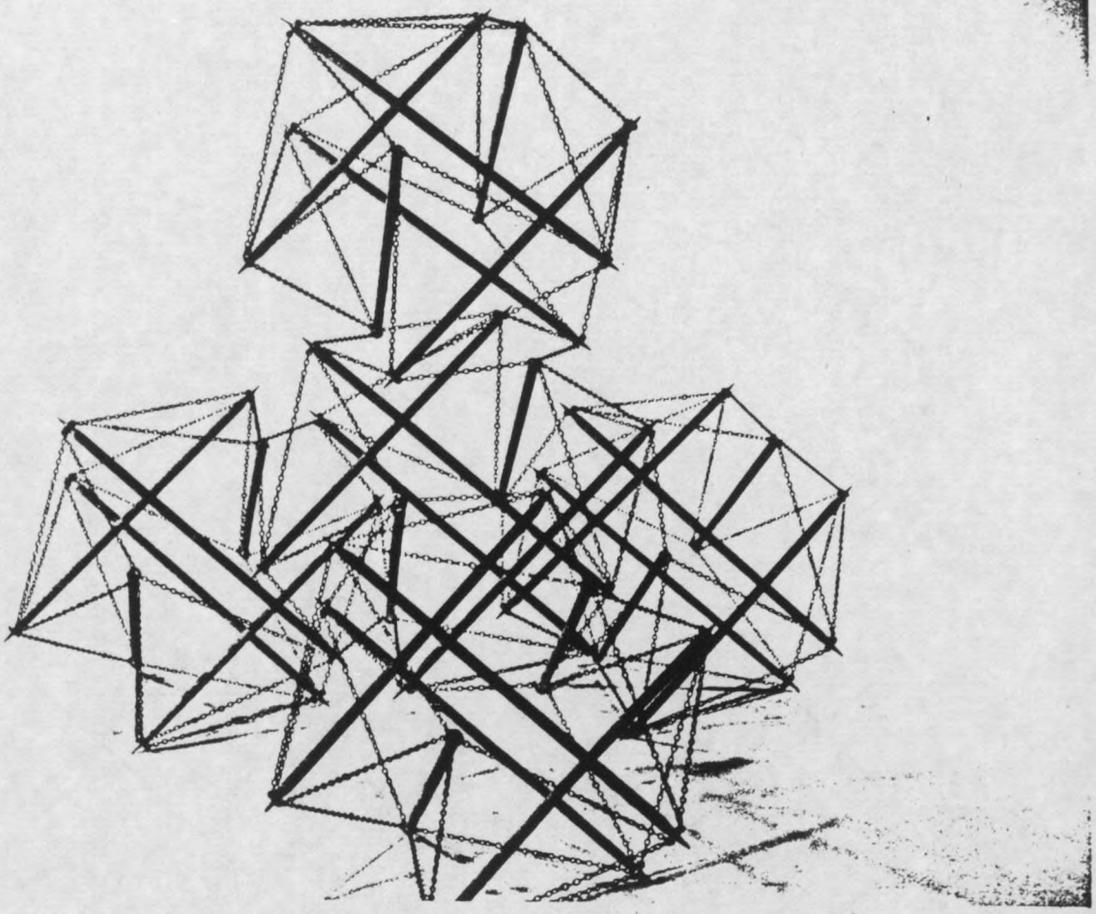


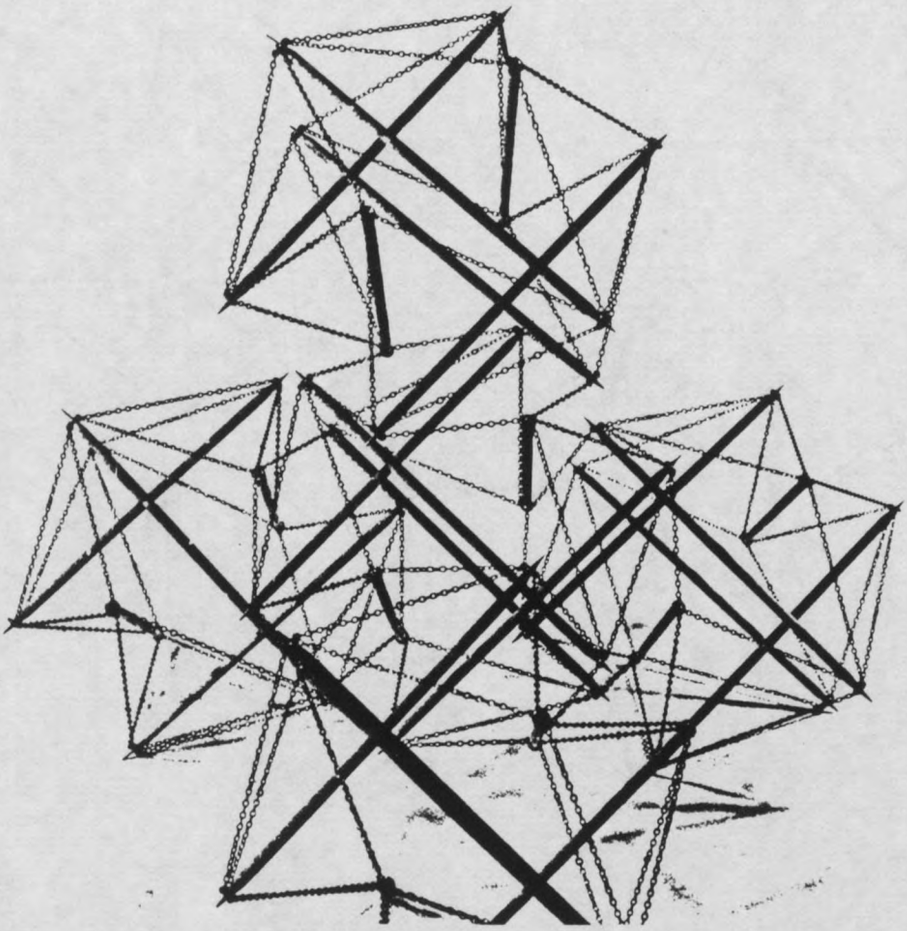
9 ICOSA HEXAGONAL

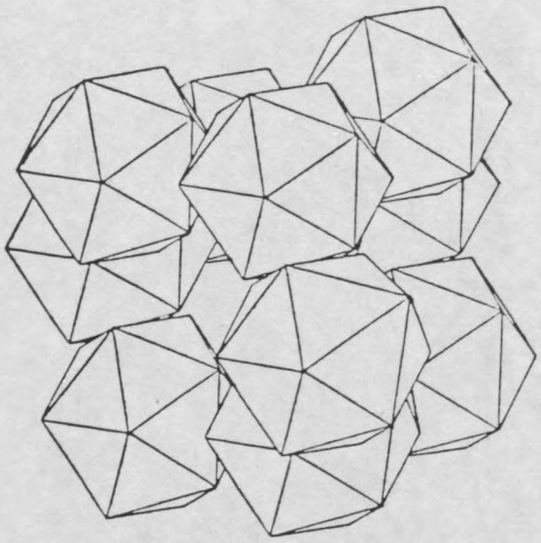


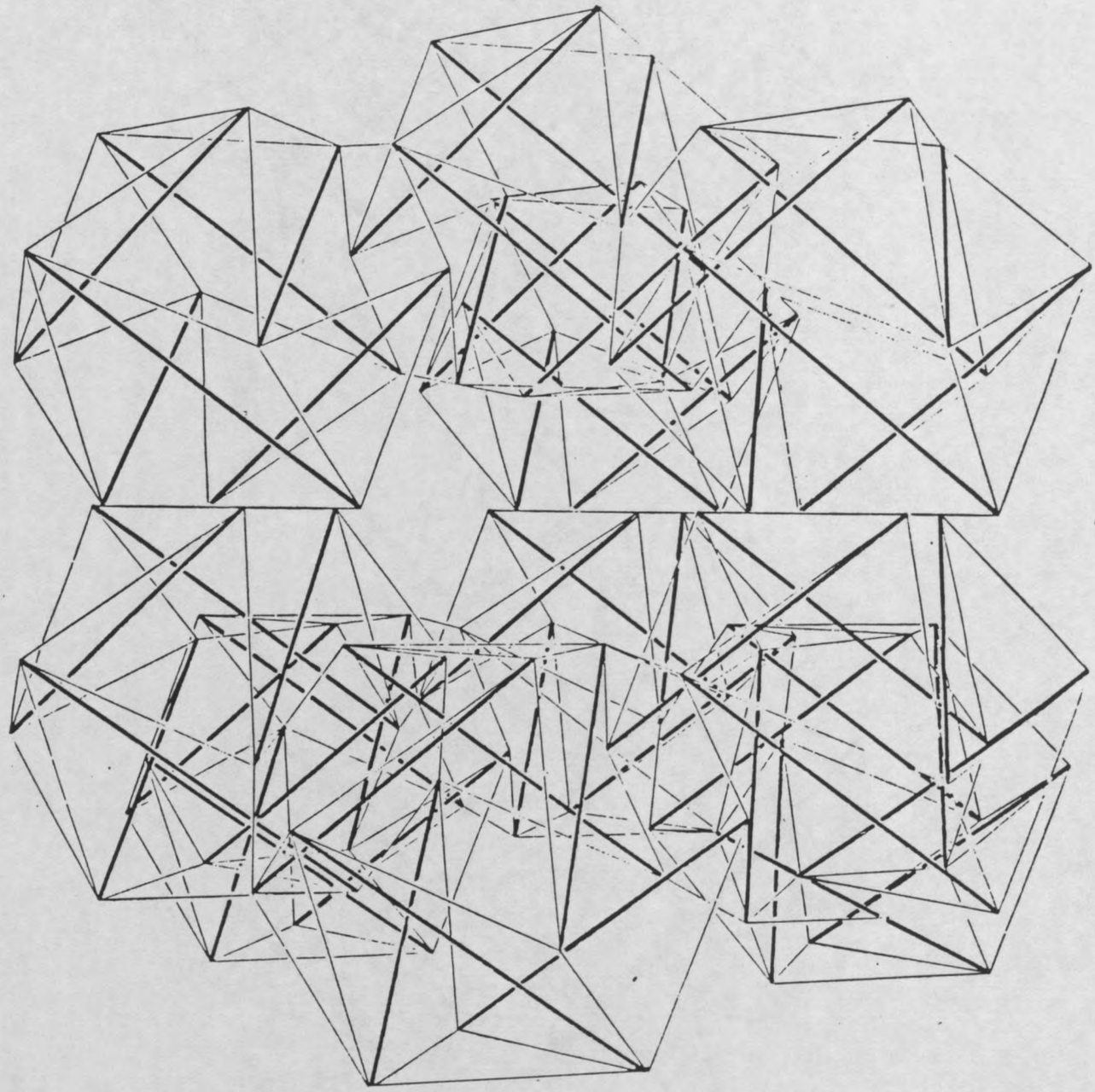


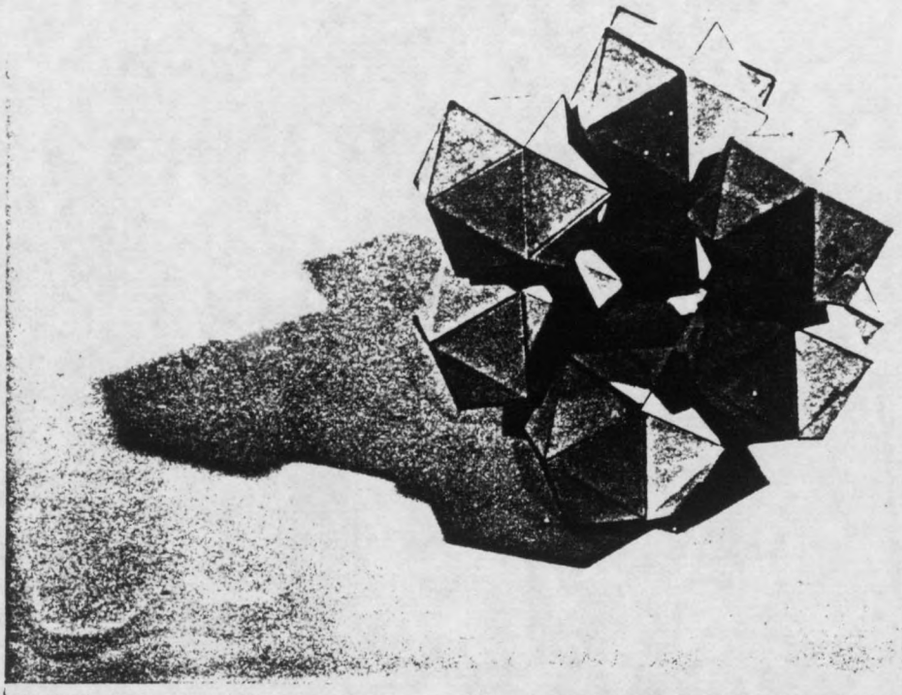


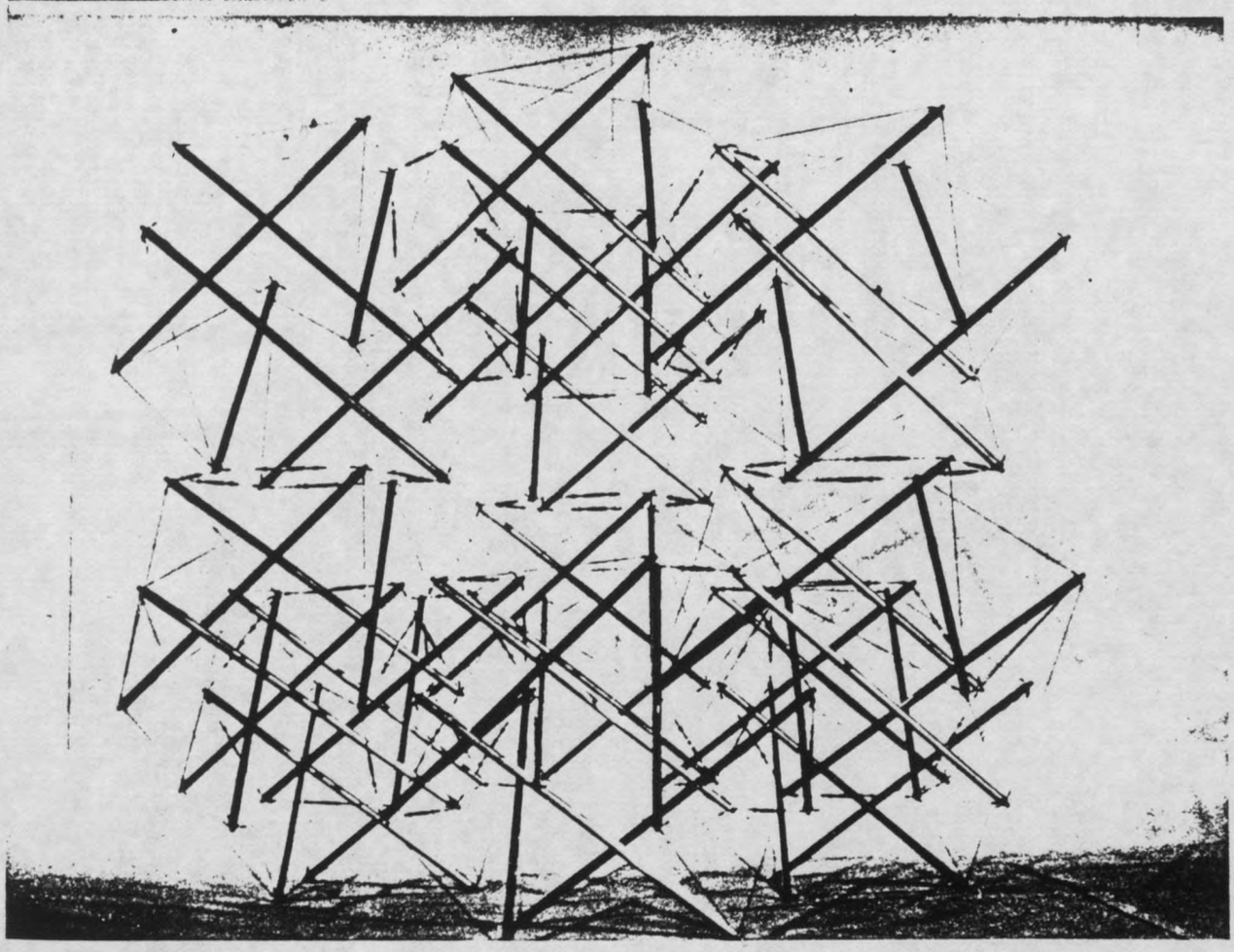


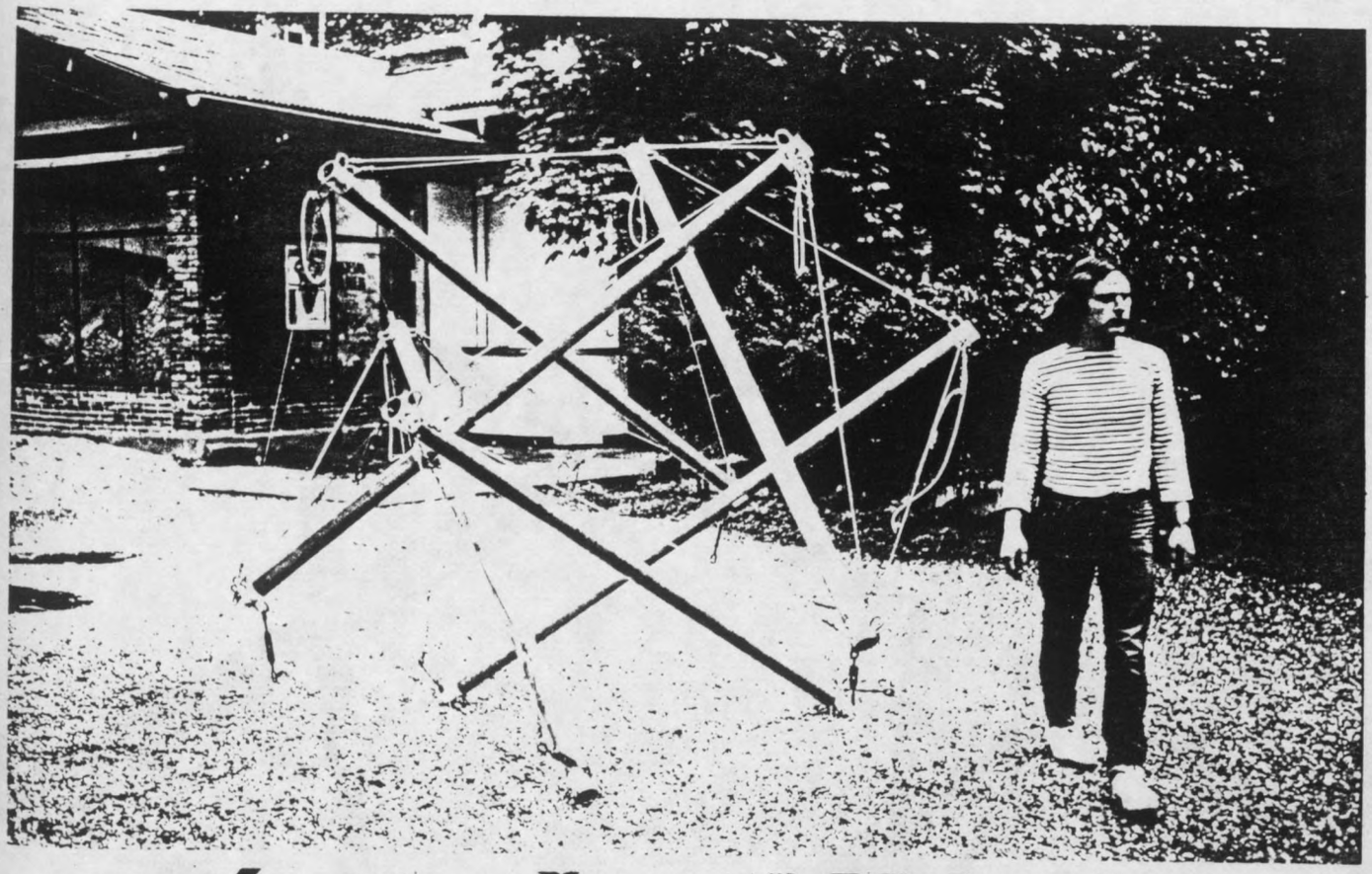


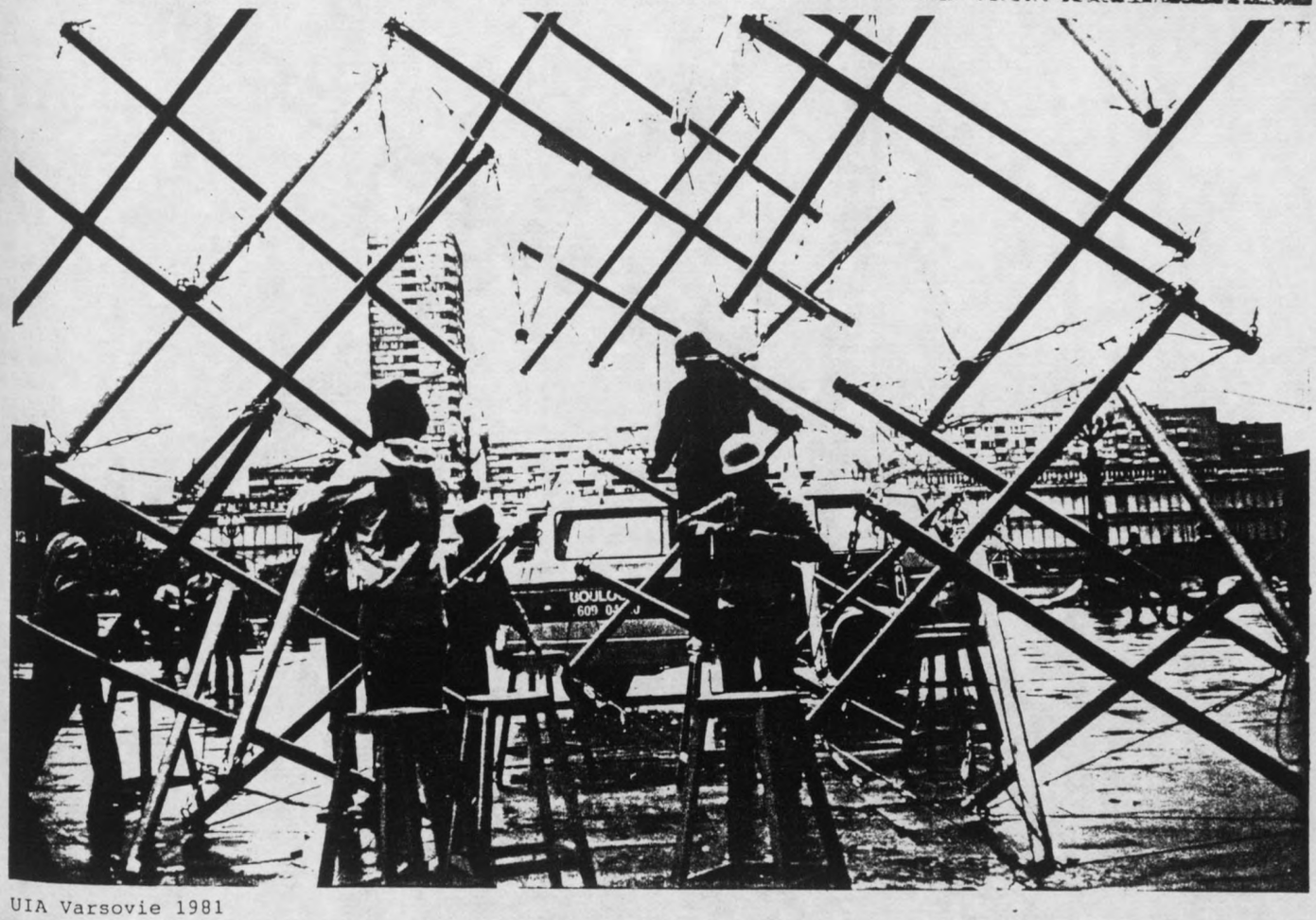




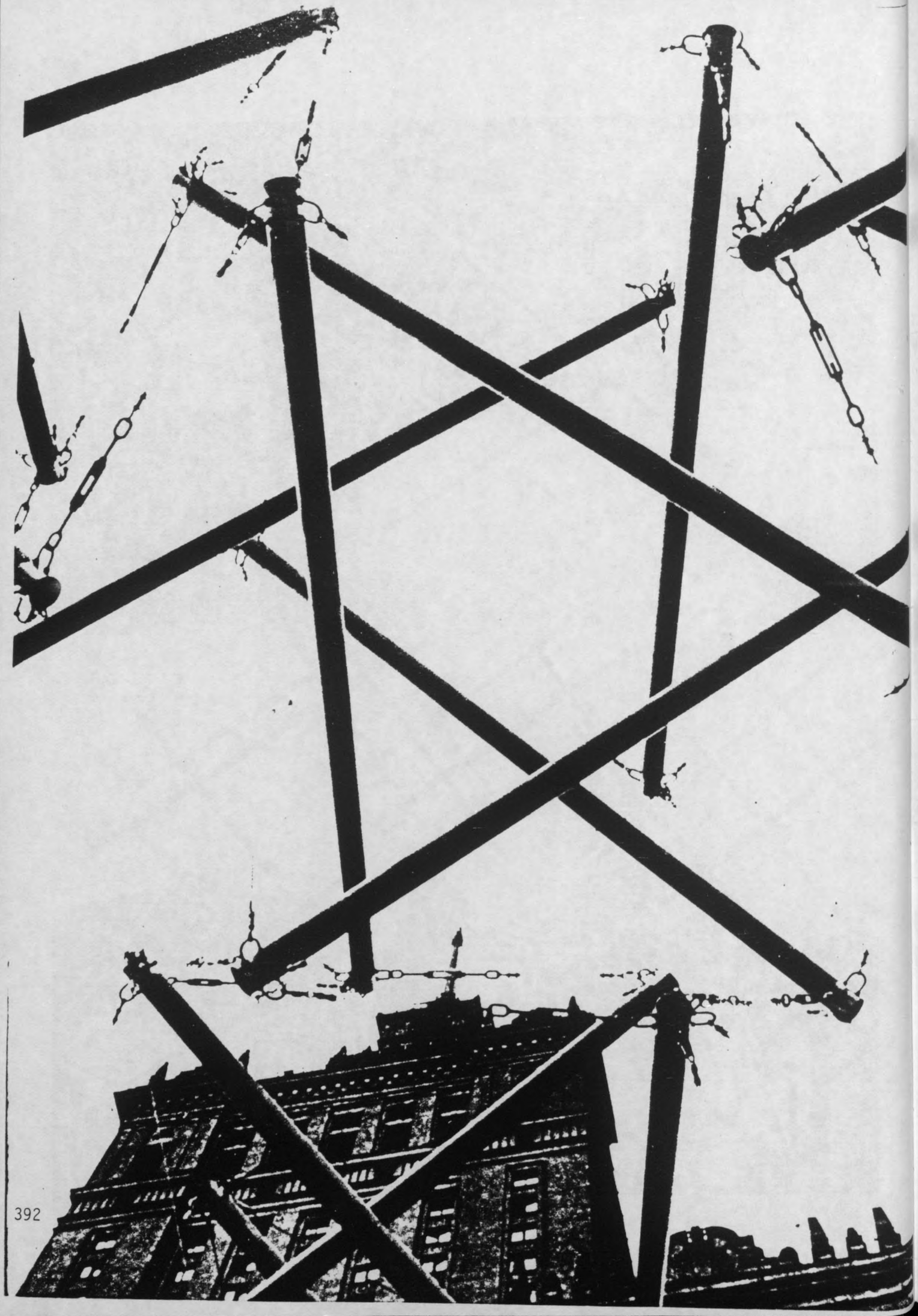


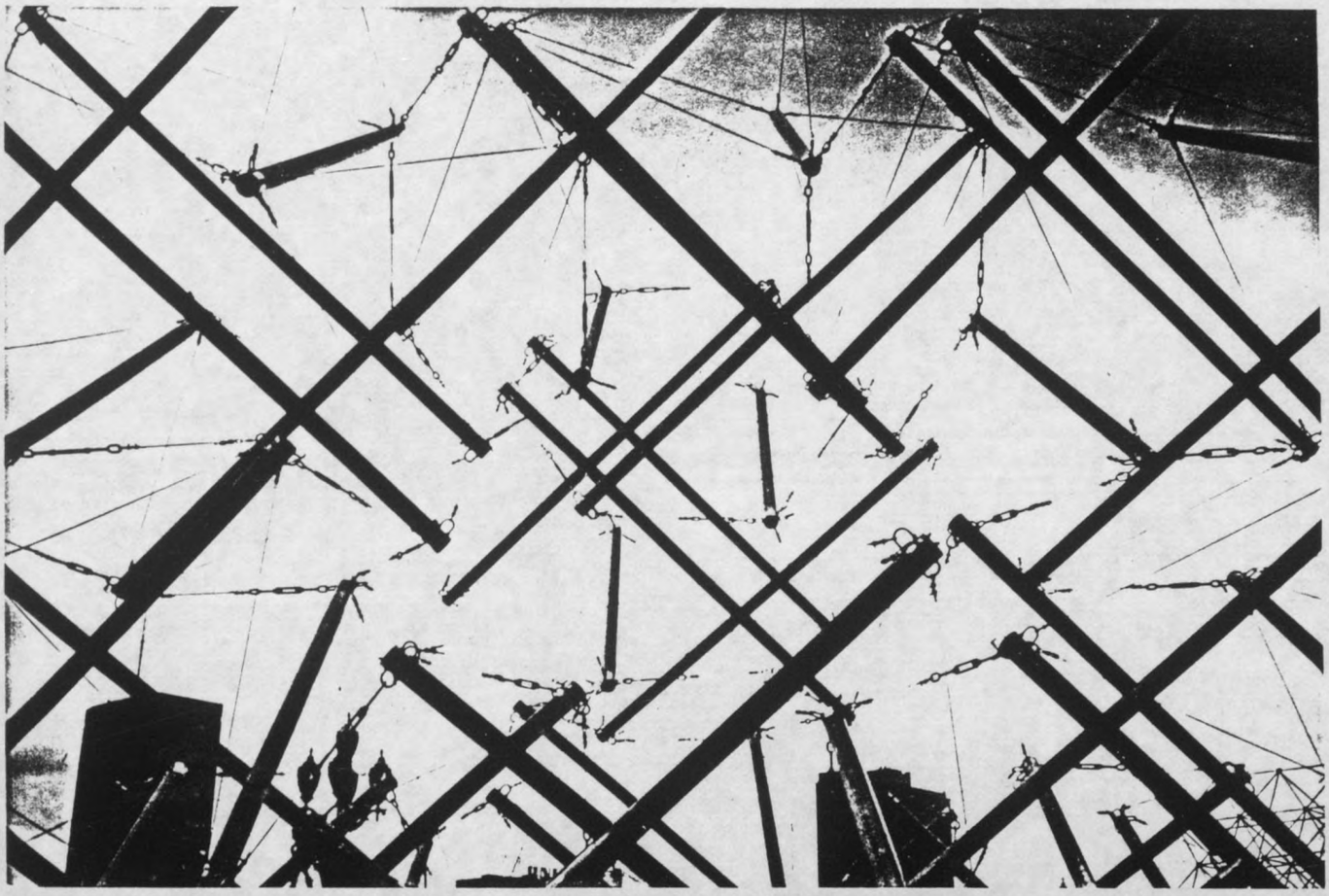


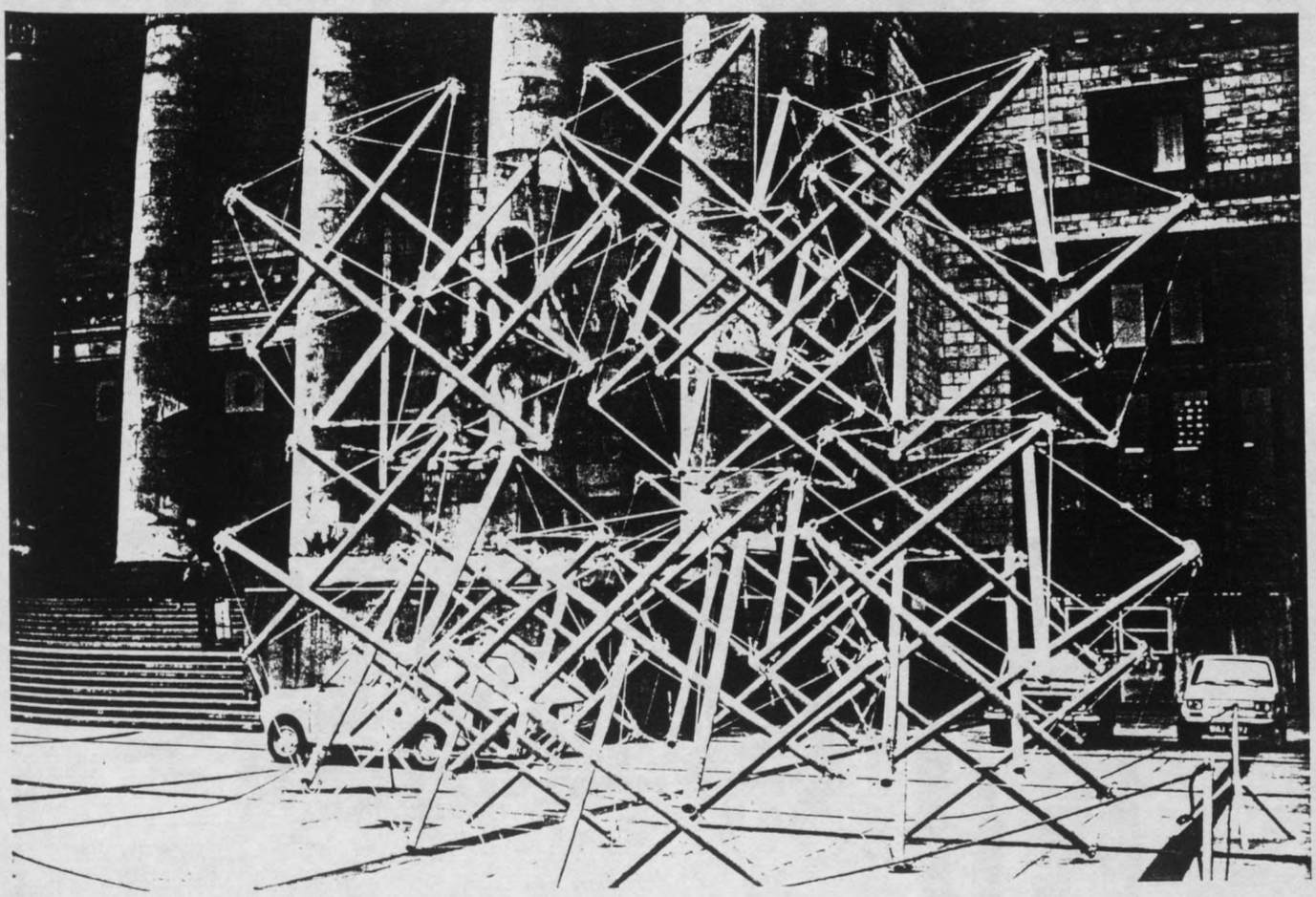




UIA Varsovie 1981

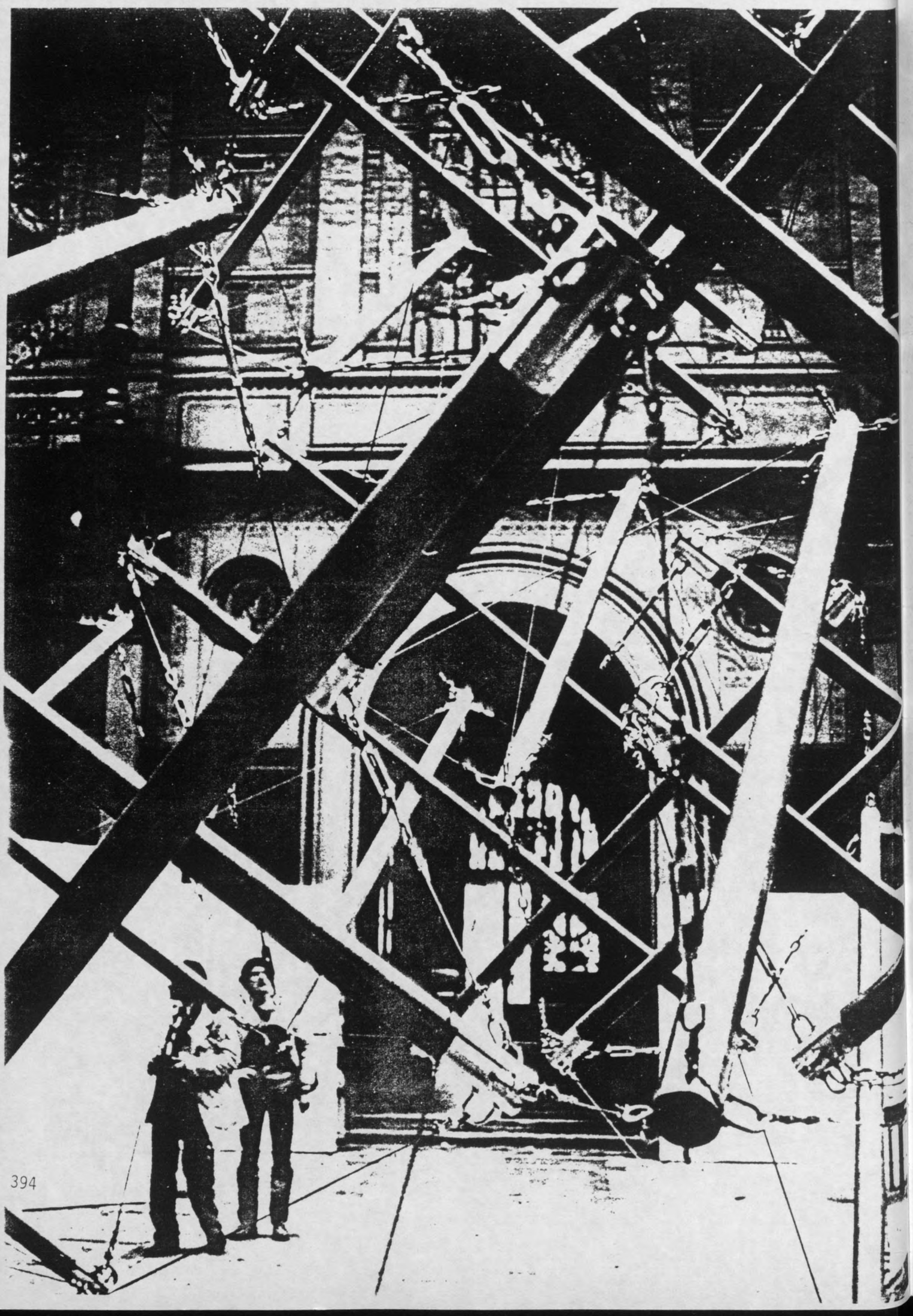


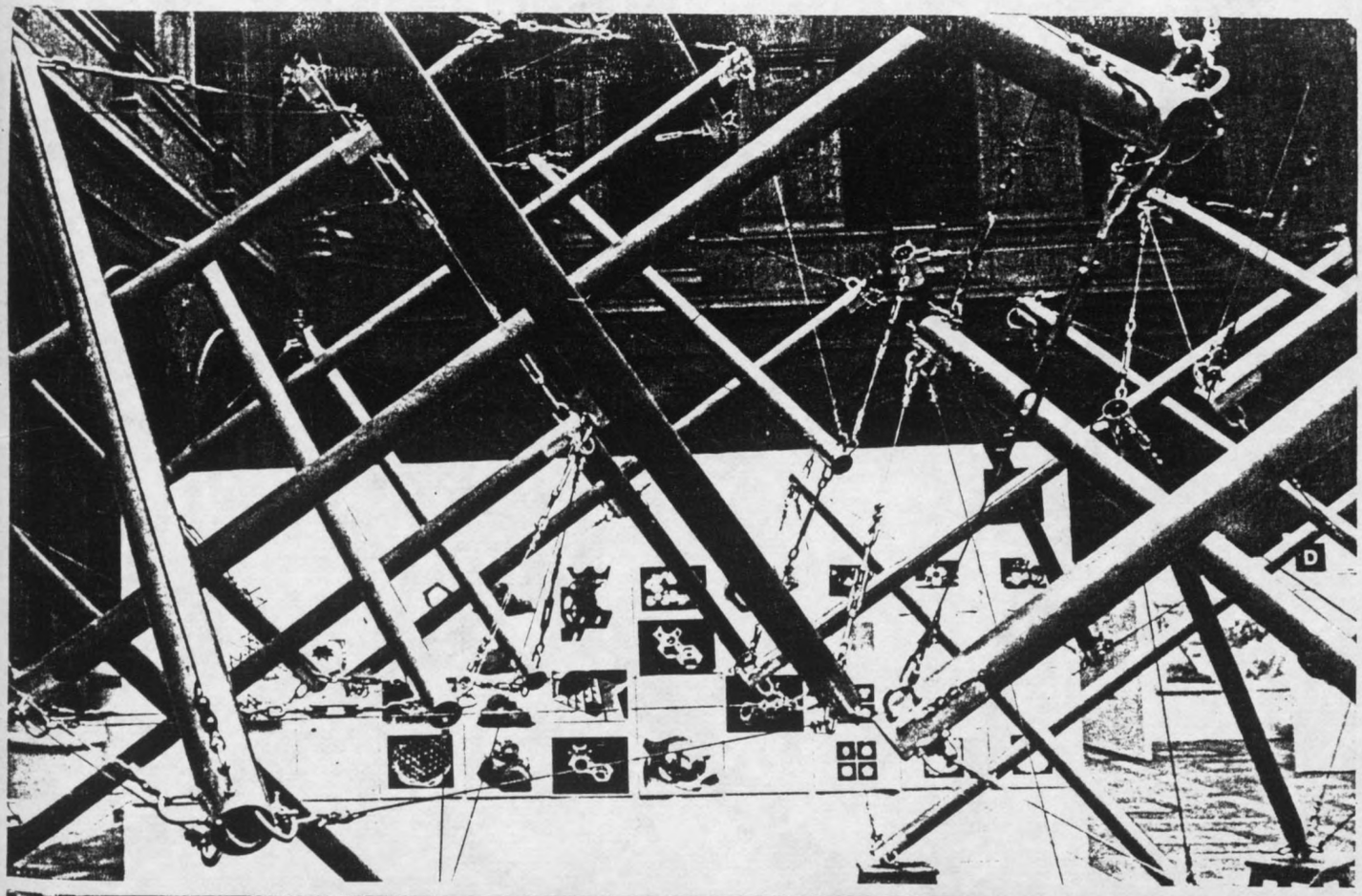


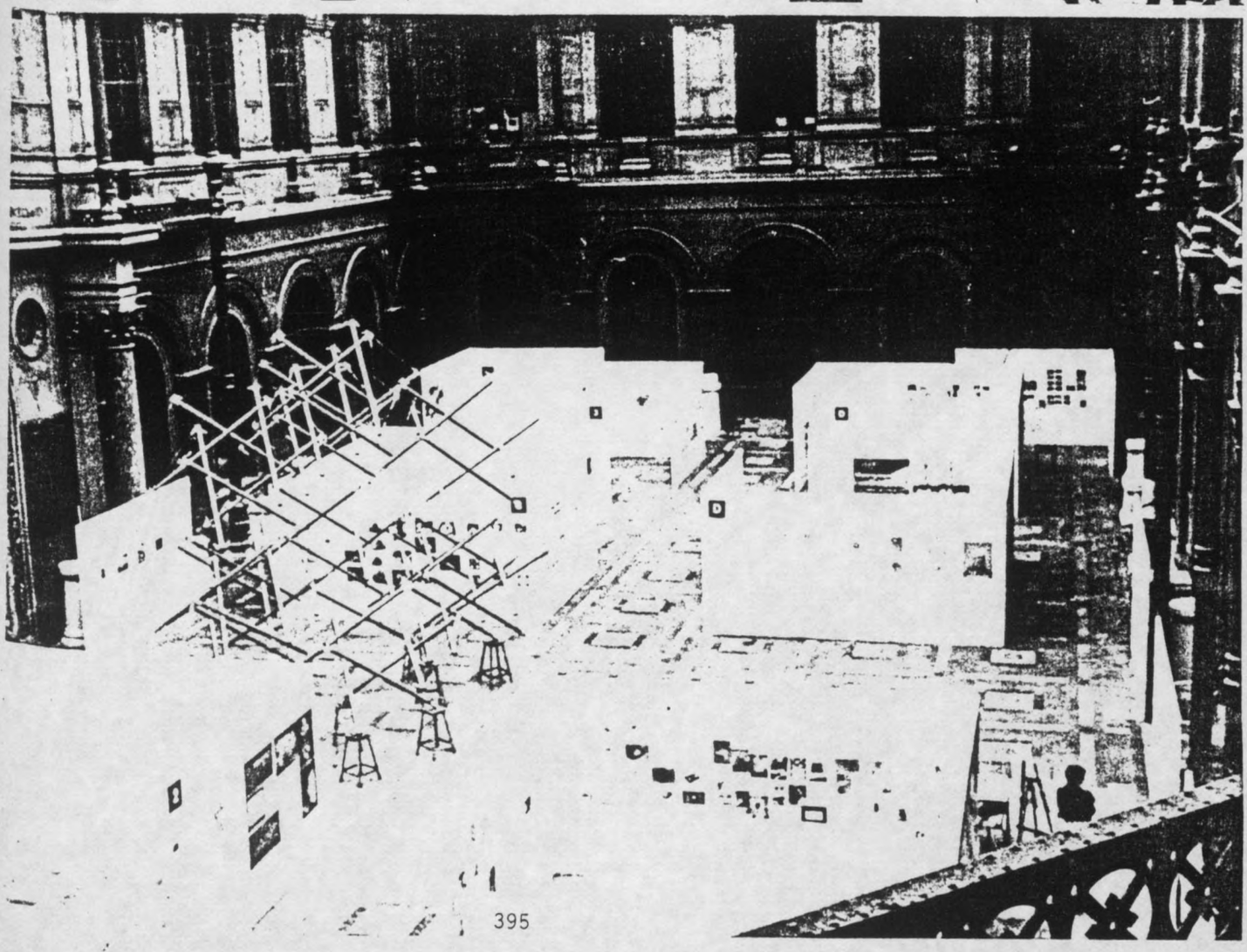


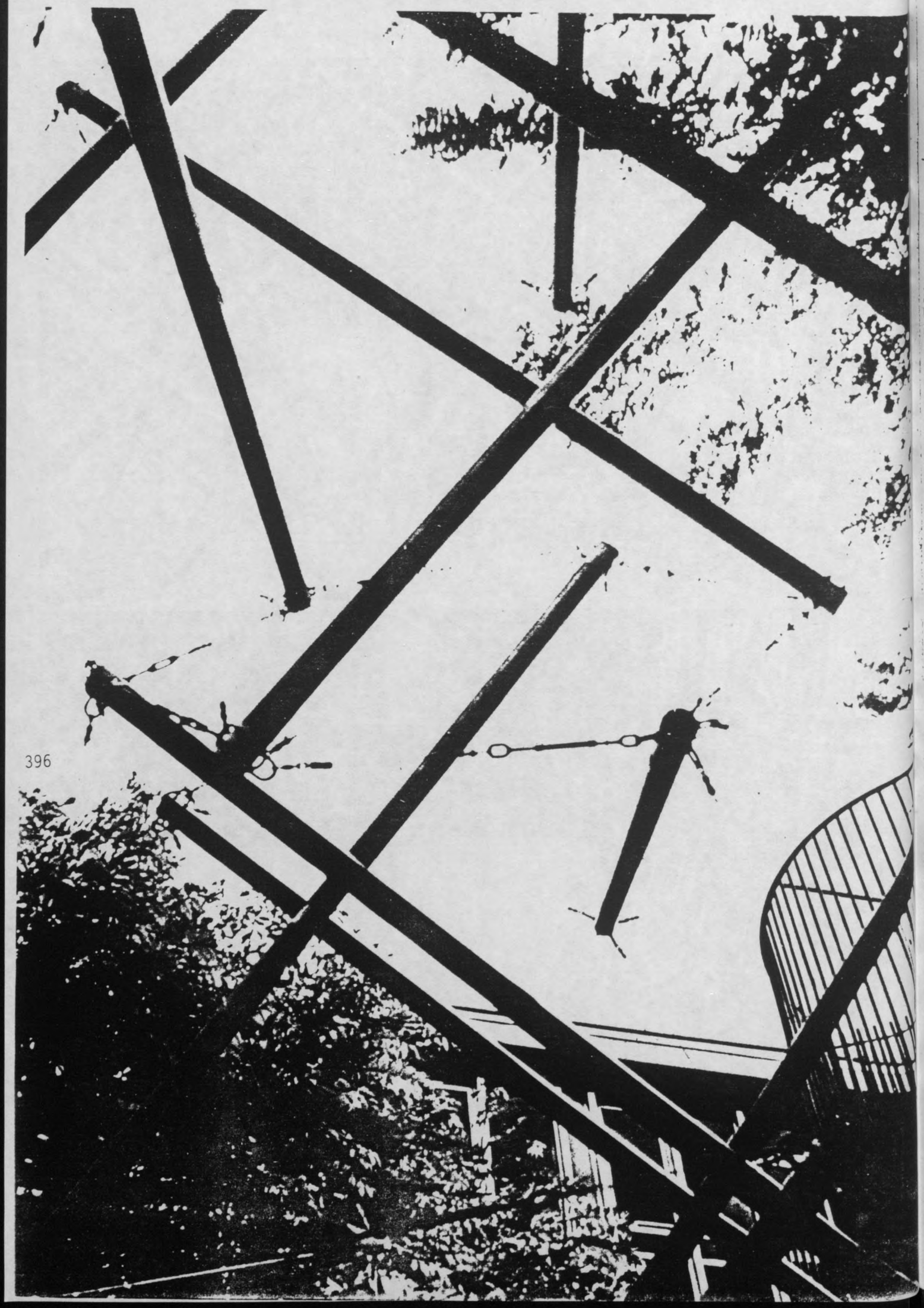
Palais des Congrès, Varsovie.

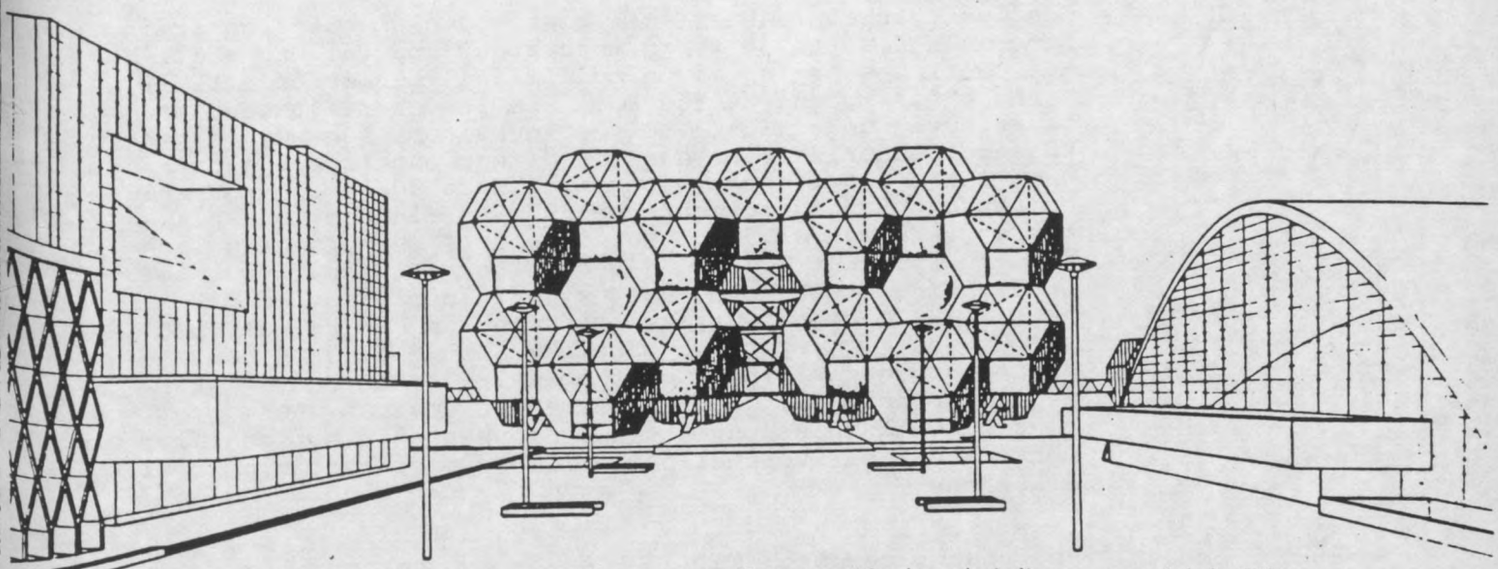
Au verso : Exposition Inter UP, ENSBA Paris 1982.











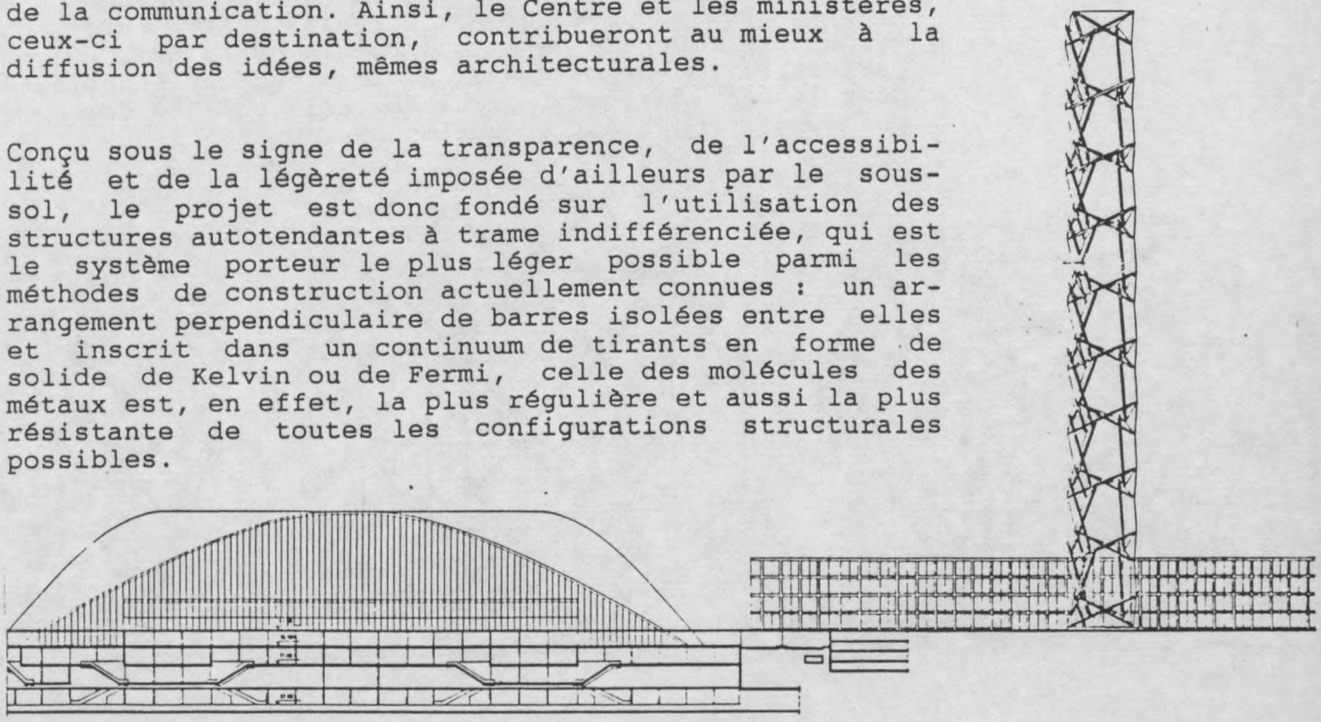
Vue perspective à partir de l'espace central de la Défense.

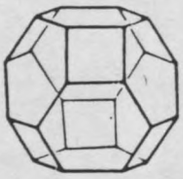
CONCOURS INTERNATIONAL D'ARCHITECTURE POUR TÊTE DÉFENSE

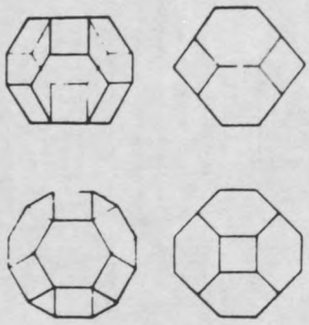
CENTRE INTERNATIONAL DE LA COMMUNICATION MINISTÈRE DE L'URBANISME ET DU LOGEMENT MINISTÈRE DE L'ENVIRONNEMENT

Destinée à promouvoir les innovations techniques les plus avancées, la construction du Centre doit associer les innovations technologiques architecturales à celles de la communication. Ainsi, le Centre et les ministères, ceux-ci par destination, contribueront au mieux à la diffusion des idées, mêmes architecturales.

Conçu sous le signe de la transparence, de l'accessibilité et de la légèreté imposée d'ailleurs par le sous-sol, le projet est donc fondé sur l'utilisation des structures autotendantes à trame indifférenciée, qui est le système porteur le plus léger possible parmi les méthodes de construction actuellement connues : un arrangement perpendiculaire de barres isolées entre elles et inscrit dans un continuum de tirants en forme de solide de Kelvin ou de Fermi, celle des molécules des métaux est, en effet, la plus régulière et aussi la plus résistante de toutes les configurations structurales possibles.



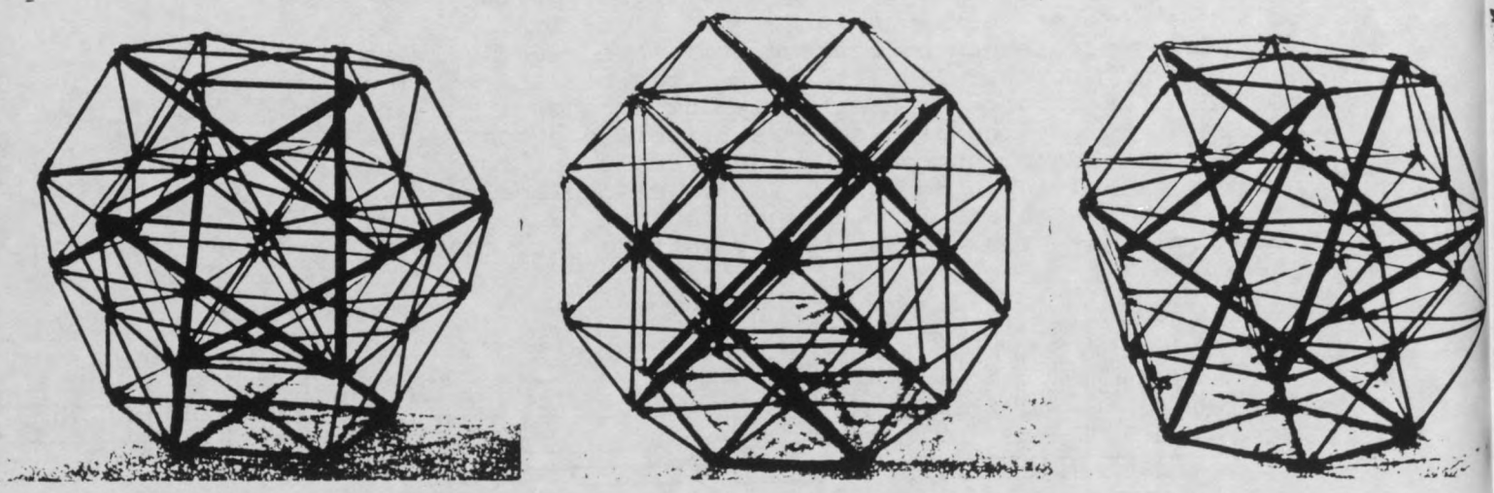


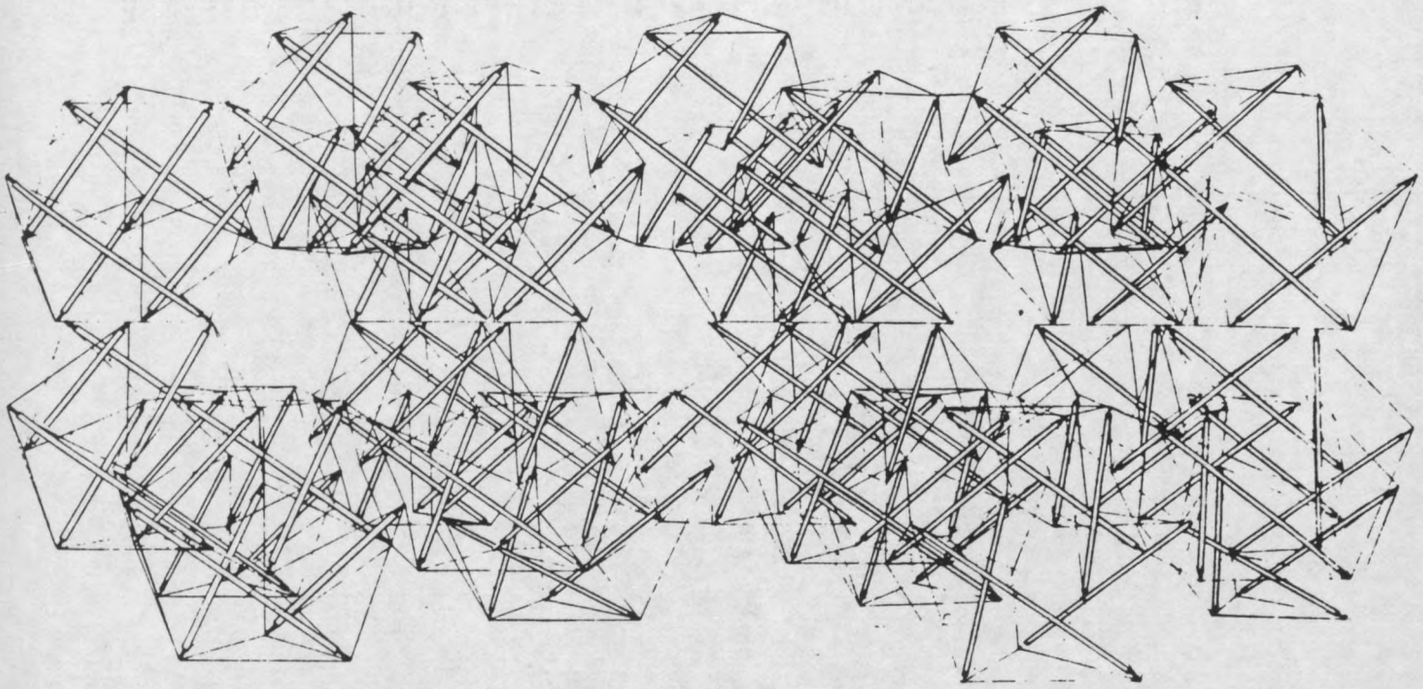


Ces structures industrialisables, d'éléments standard, forment une sorte de tracé modulateur spatial et statique continu dans lequel on modèle des volumes effectivement bâtis. Dans ce réseau, une structure secondaire constituée de volumes polyédriques composée de faces triangulées et de planchers tridimensionnels est suspendue. Entre ces planchers permanents de 80 cm environ qui comportent les équipements mécaniques fluides, des planchers intermédiaires et des escaliers peuvent être installés suivant des dispositions improvisées et interchangeables; d'où une extrême souplesse fonctionnelle aussi bien pour les activités du Centre que pour celle des ministères. Les niveaux de 7,80 mètres de haut sont subdivisibles pour obtenir des hauteurs intermédiaires de 2,50, 3,50 et 5 mètres environ. Les ensembles fonctionnels peuvent être groupés soit horizontalement, soit par volumes polyédriques pour raccourcir les distances.

En posant ce corps sur une des faces hexagonales, les inclinaisons des parois restent proches de la verticales, 109°28, laissant toute la surface utilisable. Le solide est recoupé au niveau des noeuds par deux planchers intermédiaires fixes, soit trois étages de hauteurs égales de 7,80 m chacun. Les planchers sont formés du réseau tridimensionnel tétra-octaèdre. Des planchers volants de hauteur plus faible peuvent être suspendus aux noeuds de ces planchers permanents, coupant la hauteur par moitié ou par tiers. Avec les parois latérales triangulées, l'ensemble constitue une structure autoportante indéformable.

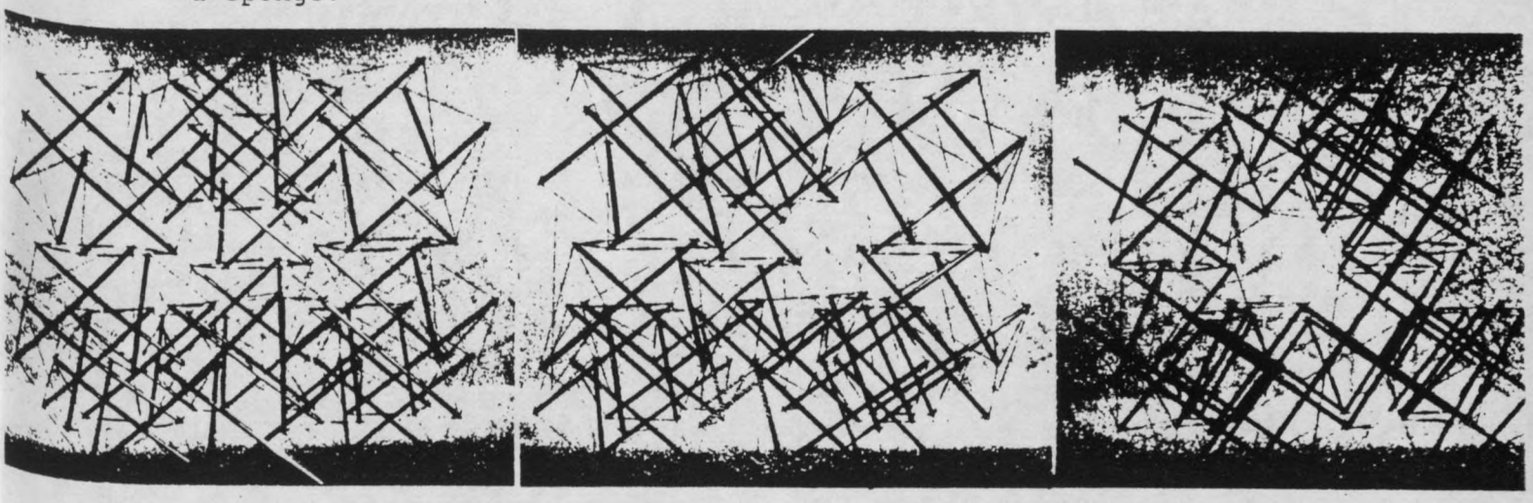
Ces ensembles triangulés et en soi stables ne portent pas, cependant, les volumes supérieurs. Afin qu'ils restent relativement légers, la descente de charge est assurée par une ossature principale en structure autotendante. L'espace de chaque volume est ainsi traversé par six barres de compression, les tendeurs étant situés dans le plan des parois. Ces barres, ou mâts de charge, ont environ 27 mètres de longueur et environ 65 cm de



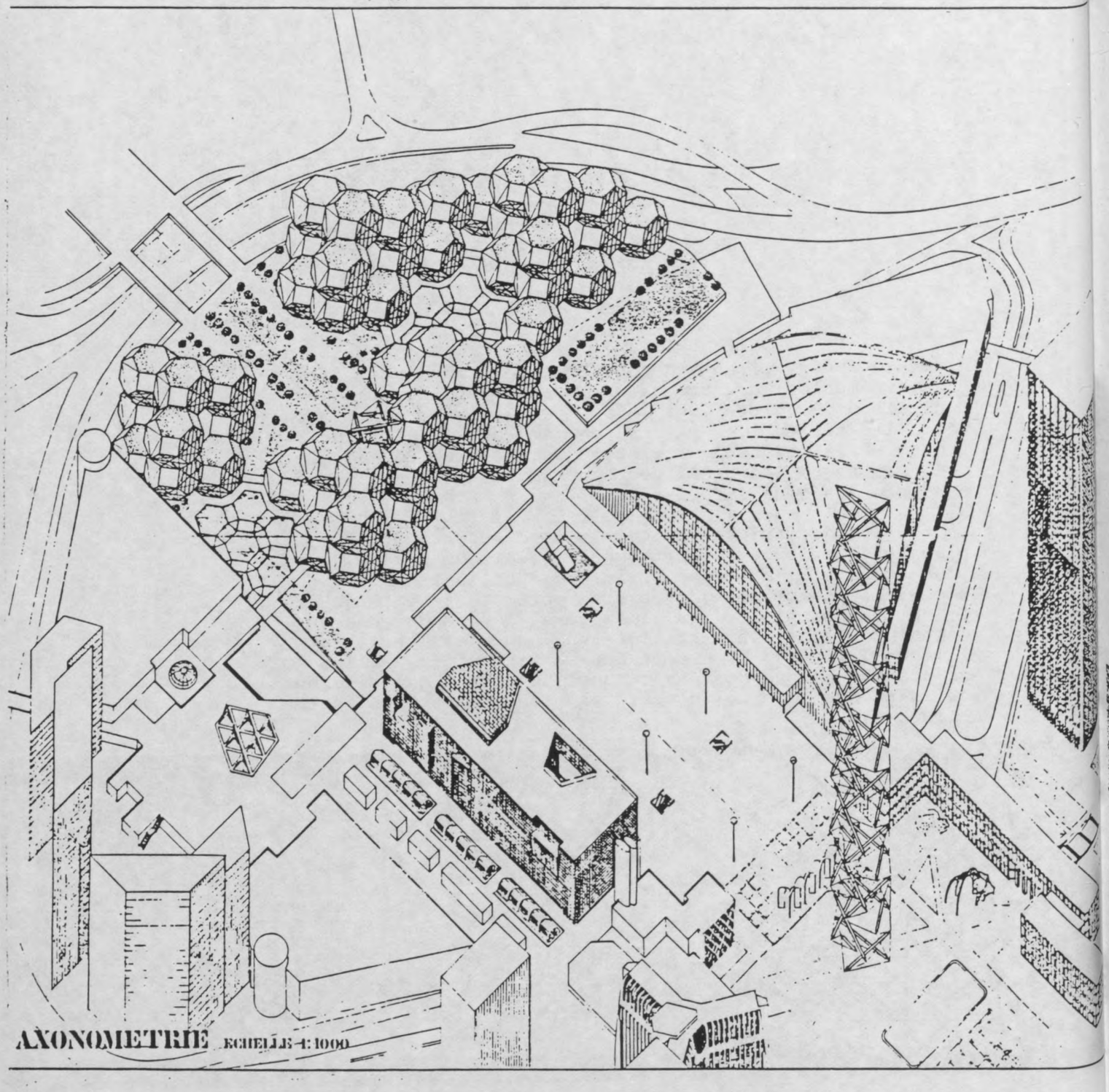


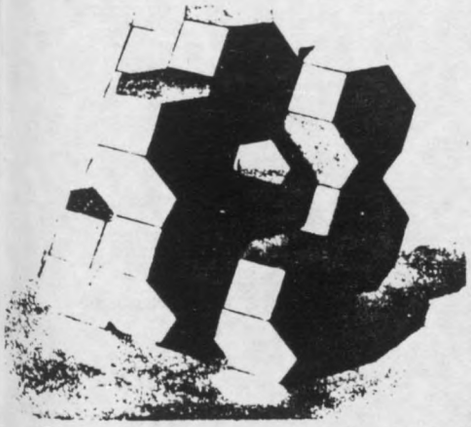
diamètre. Les tirants de 16,50 mètres sont des tiges d'acier munies d'amortisseurs afin d'empêcher la communication des vibrations. Tous ces éléments sont rejetés à l'extérieur des parois, de même que les triangulations tubulaires de la structure secondaire. Des rotules coulissantes à l'endroit des supensions assurent l'indépendance des deux structures.

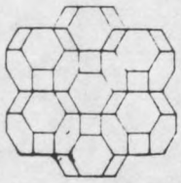
La dimension maximale de ces volumes étant 28,50m, le plan est articulé de sorte que l'éclairage naturel, le plus souvent bilatéral, optimise l'utilisation des espaces. L'encombrement des barres obliques à cette échelle articule plutôt qu'il ne gêne le fonctionnement. Certains volumes interstitiels en sont d'ailleurs totalement libérés : c'est là que se situent les salles de grande dimension, données en quelques sorte gratuitement du fait de l'emploi d'un réseau non compact en forme d'éponge.

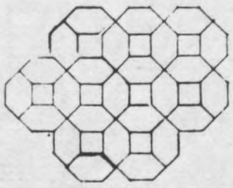


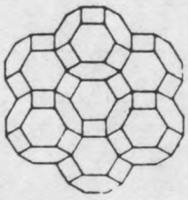
CONCOURS INTERNATIONAL D'ARCHITECTURE POUR TÊTE DÉFENSE



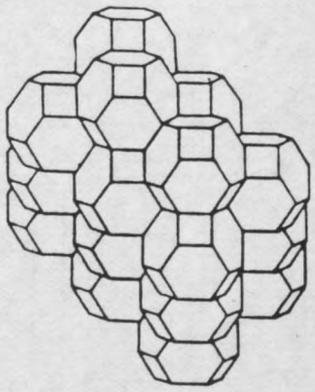






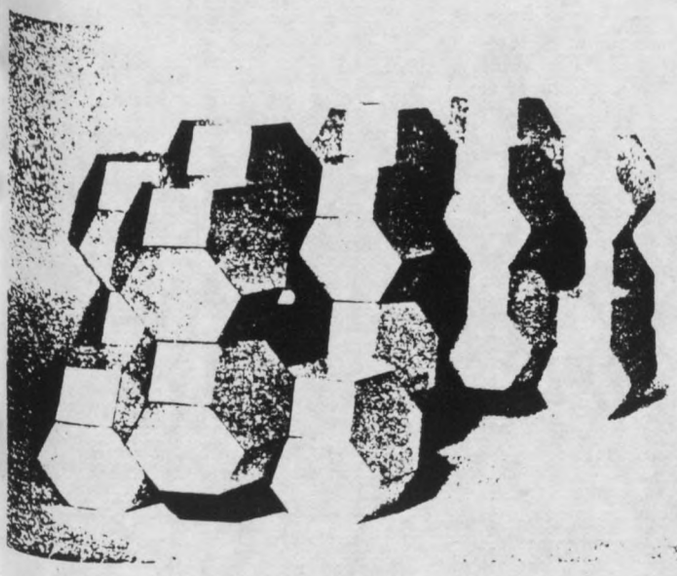


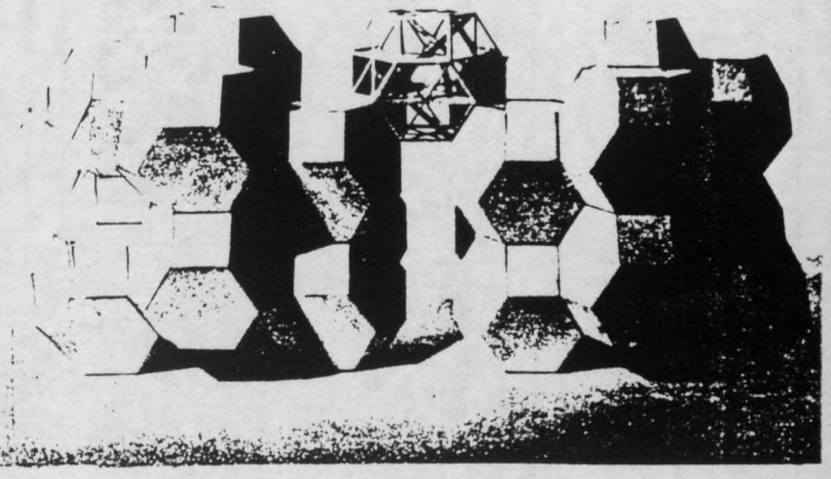
Les masses construites utilisent des motifs spatiaux eux-mêmes composés de dix volumes décrits précédemment, qui sont assemblés en un empilement compact de huit niveaux pour former un hyperpolyèdre. Le volume central de ces compositions ainsi que les côtés et la base sont creux. Cette morphologie en éponge crée de grands espaces internes libres de tout encombrement, éclairés latéralement, permettant des utilisations très variées : salles de réunions, bureaux paysagés, spectacles, etc... Les circulations horizontales forment des anneaux de sorte que chaque point soit desservi au moins par deux ou trois groupes de liaisons verticales, distants au plus de 20 mètres. Ainsi, chaque groupe servant de sortie de secours pour les voisins, il n'est pas nécessaire d'établir d'issues supplémentaires.

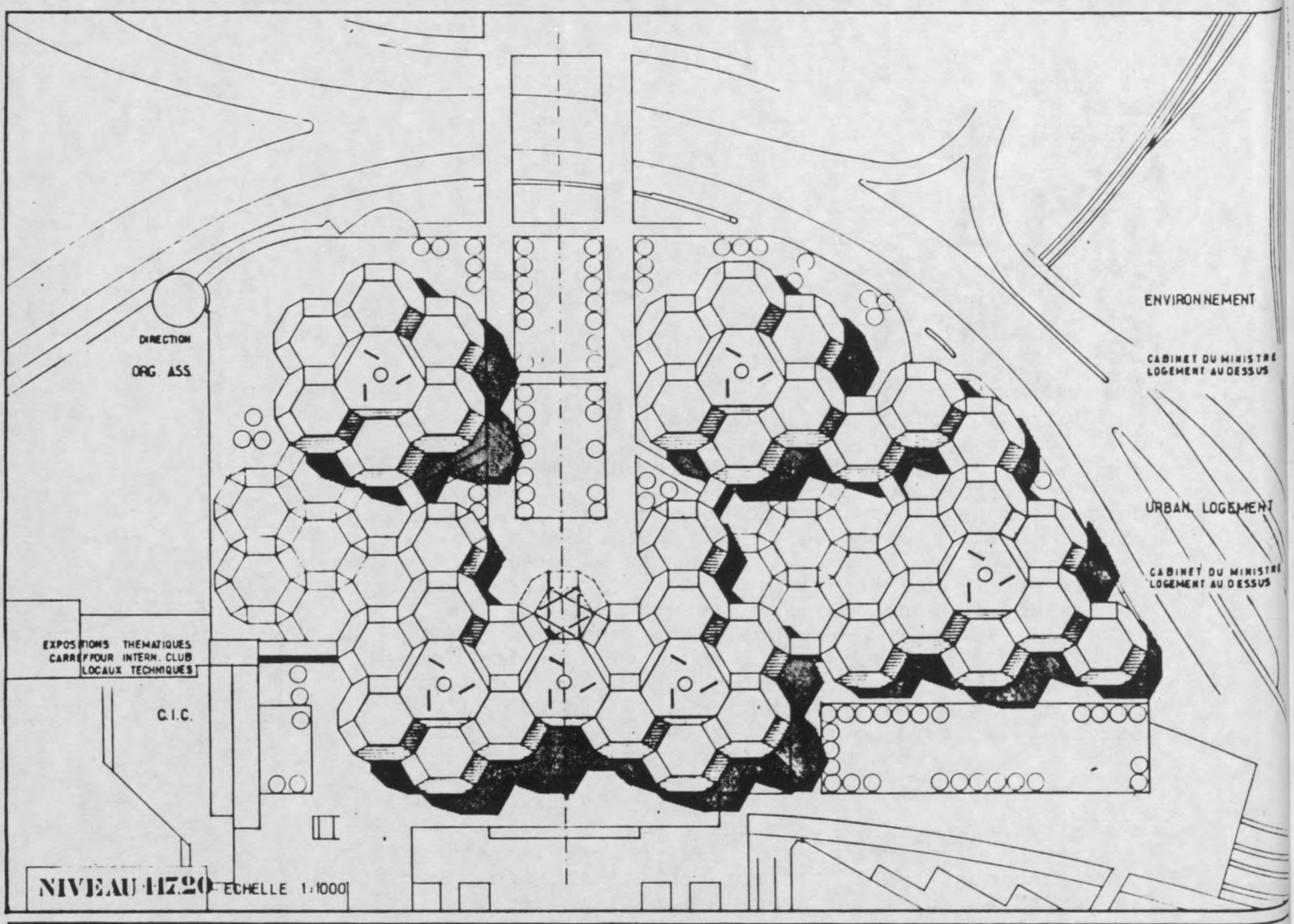


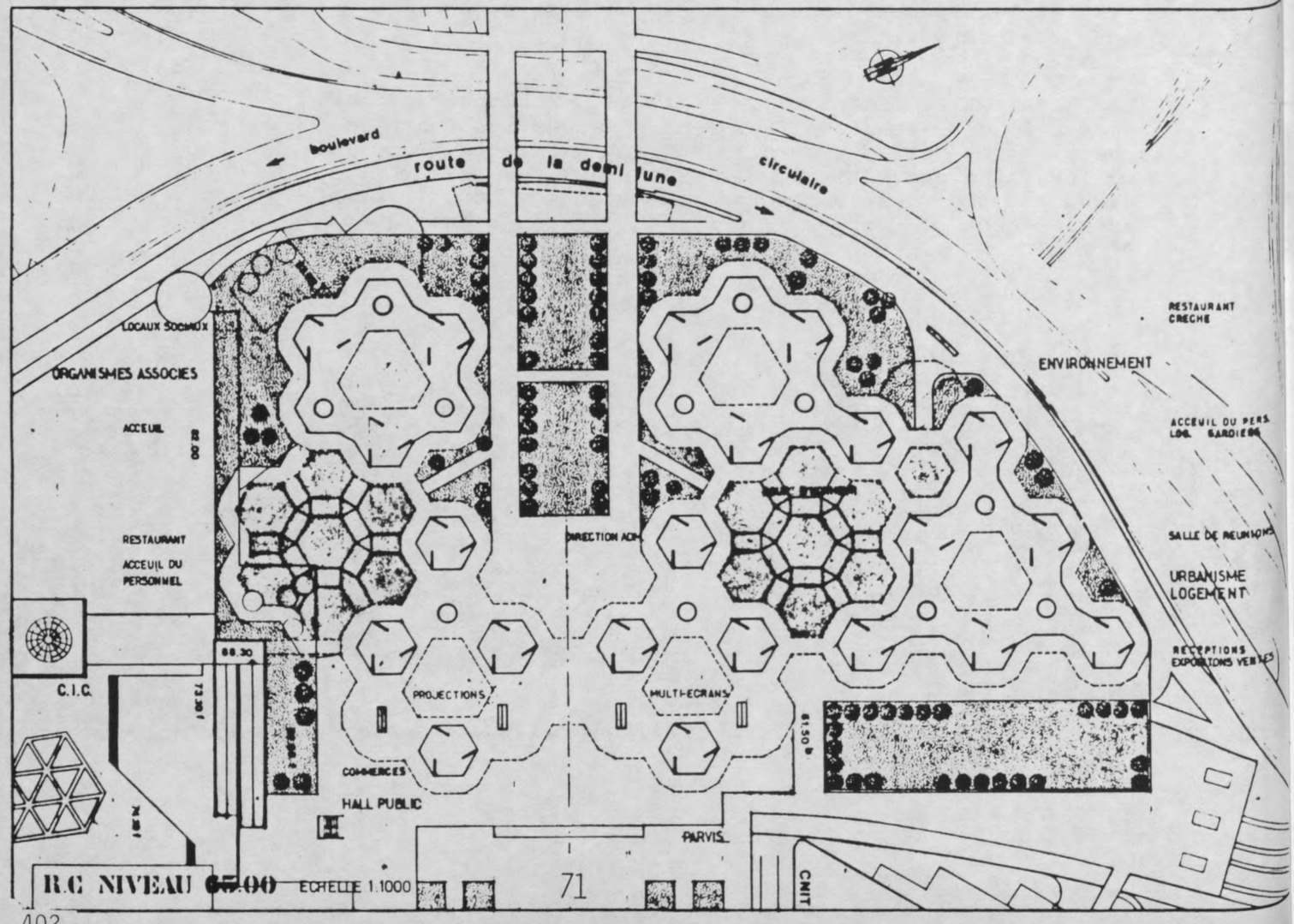
Les matériaux de la superstructure sont essentiellement des métaux et du verre. Tous les composants, standard et peu nombreux, sont préfabricables en usine pour être assemblés à sec et sur place. L'extrême répétitivité du système laisse prévoir une grande rapidité de montage et des prix compétitifs.

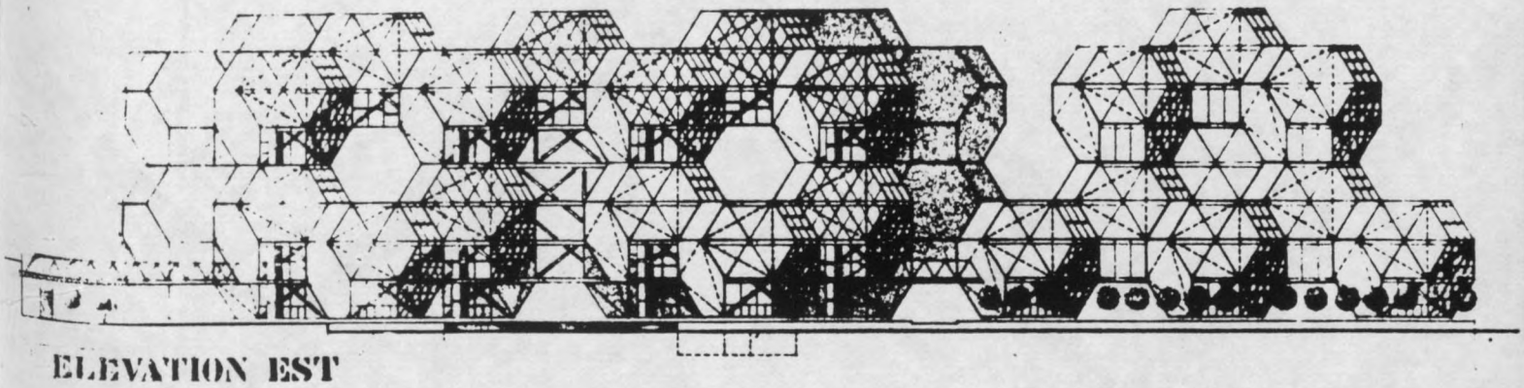
Les accessoires mécaniques, manilles, accrochages, les accastillages et des élingues de même que les mâts de charges de cette dimension environ existent pour la construction des bâtiments - les bâteaux. Mais, vu le grand nombre des membrures identiques, des pièces spécialement conçues peuvent être fabriquées économiquement.



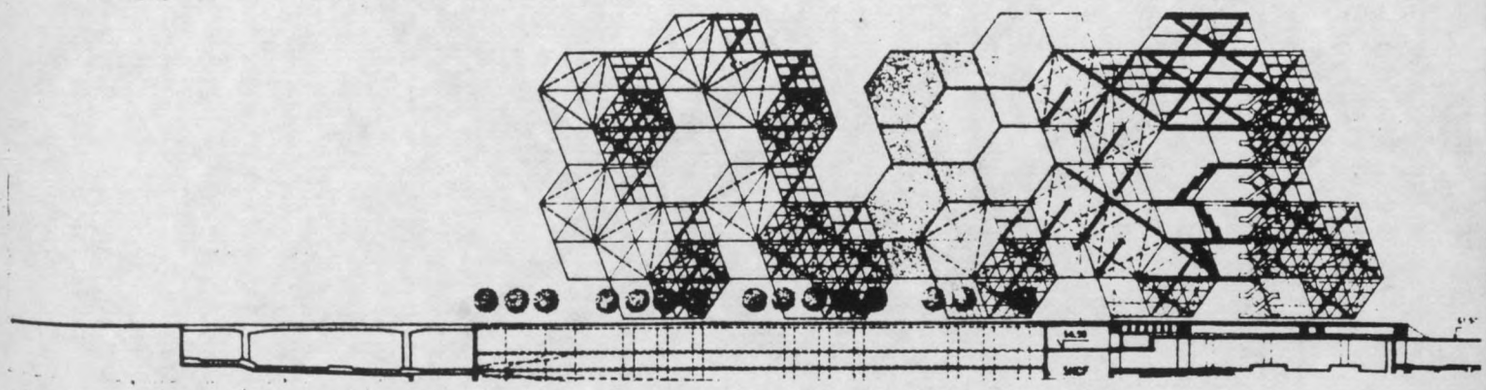



DIRECTION
ORG. ASS.
EXPOSITIONS THEMATIQUES
CARREFOUR INTERN. CLUB
LOCAUX TECHNIQUES
C.I.C.
ENVIRONNEMENT
CABINET DU MINISTRE
LOGEMENT AU DESSUS
URBAN. LOGEMENT
CABINET DU MINISTRE
LOGEMENT AU DESSUS
NIVEAU 47.20 ECHELLE 1:1000

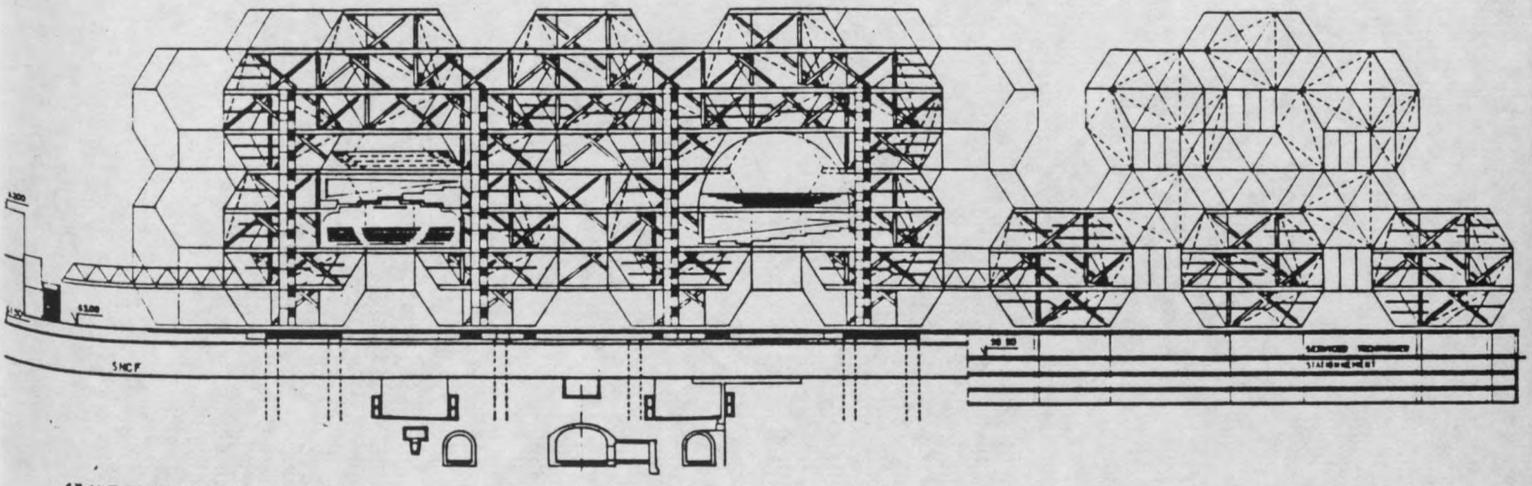

boulevard
route de la demi lune
circulaire
LOCAUX SOCIAUX
ORGANISMES ASSOCIES
ACCEUIL
RESTAURANT
ACCEUIL DU
PERSONNEL
C.I.C.
RESTAURANT
CRECHE
ENVIRONNEMENT
ACCEUIL DU PERS.
LOG. GARDIENS
SALLE DE REUNIONS
URBANISME
LOGEMENT
RECEPTIONS
EXPOSITIONS VENTES
PROJECTIONS
MULTI-ECRANS
COMMERCES
HALL PUBLIC
PARVIS
CNIT
R.C. NIVEAU 65.00 ECHELLE 1.1000



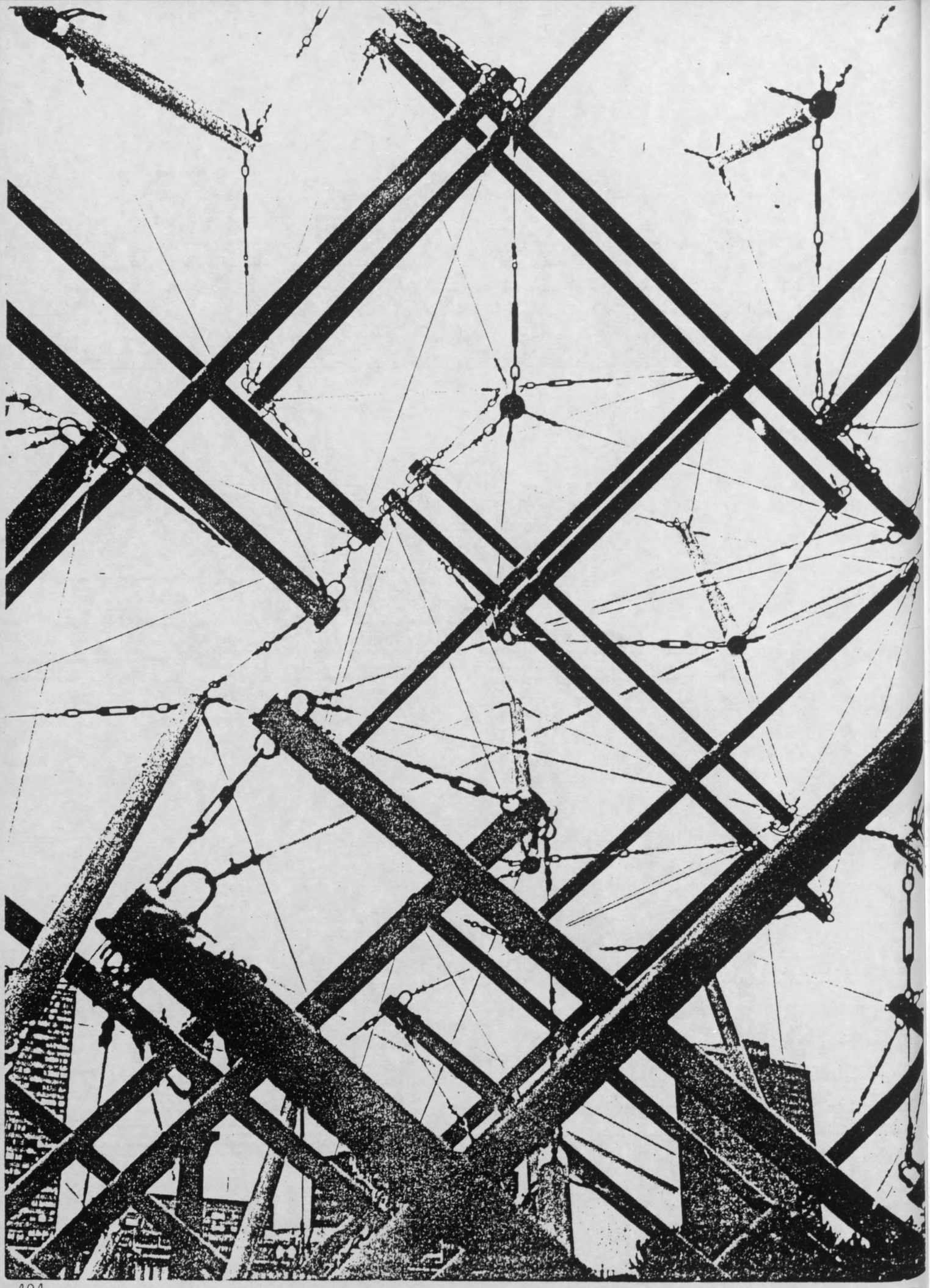
ELEVATION EST



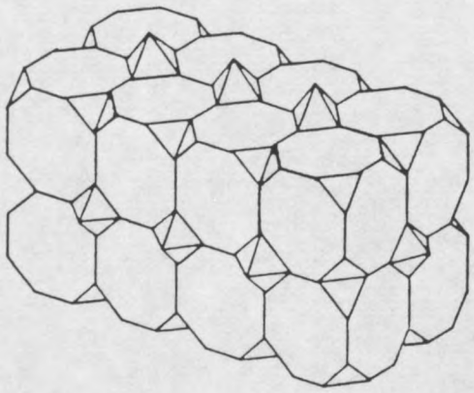
COUPE EST OUEST

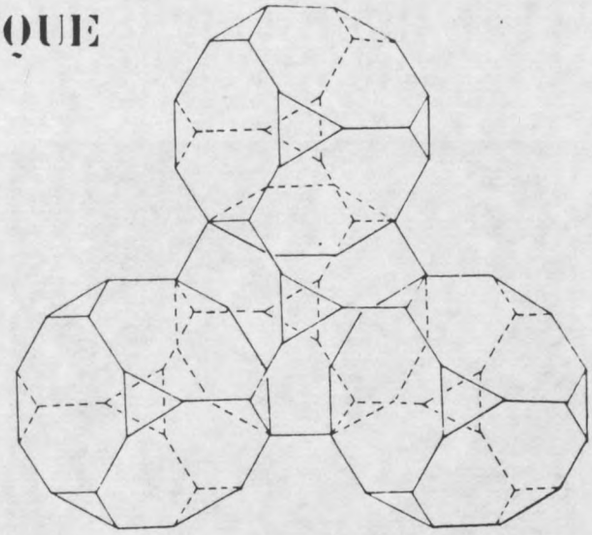


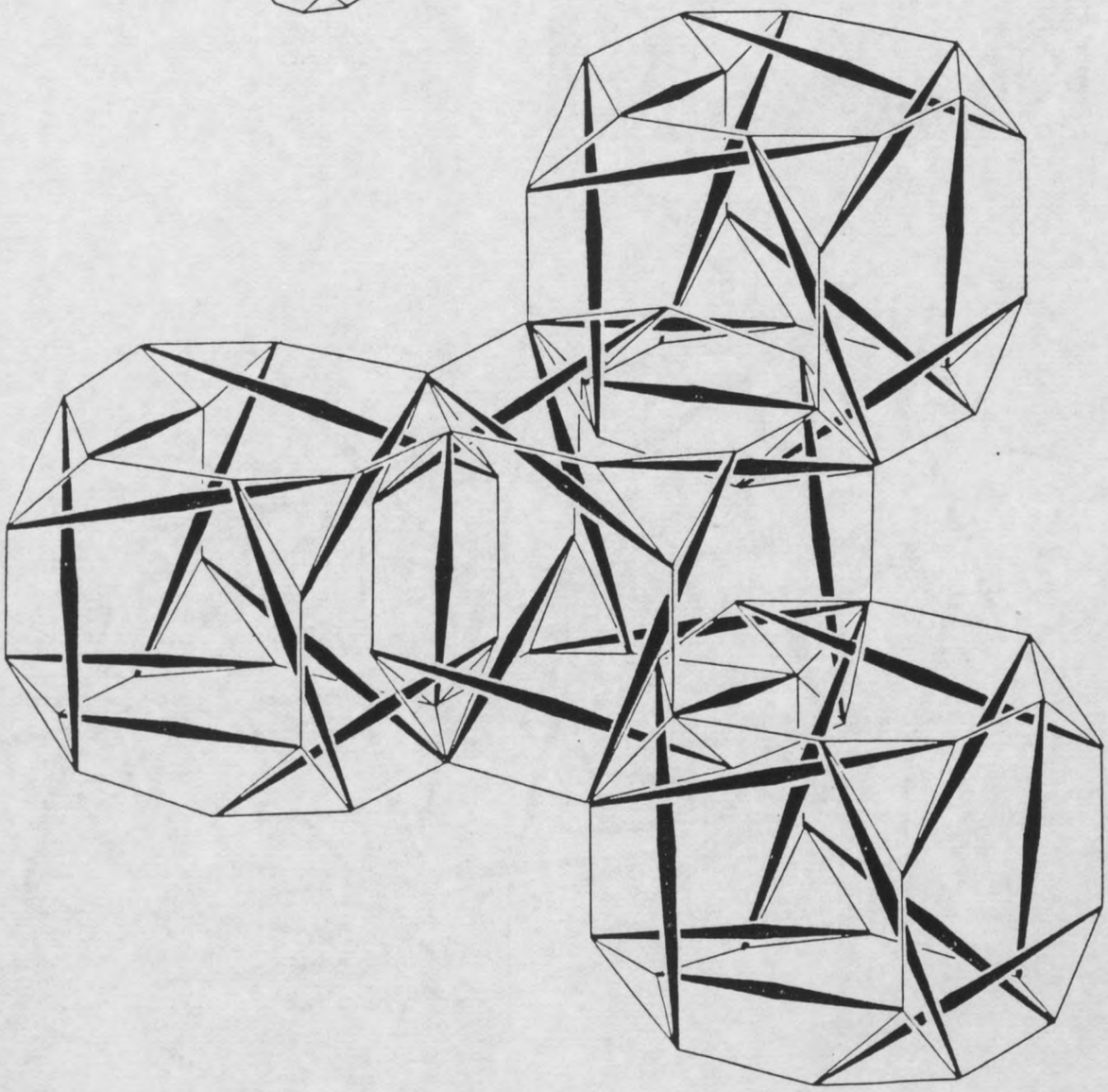
COUPE NORD SUD



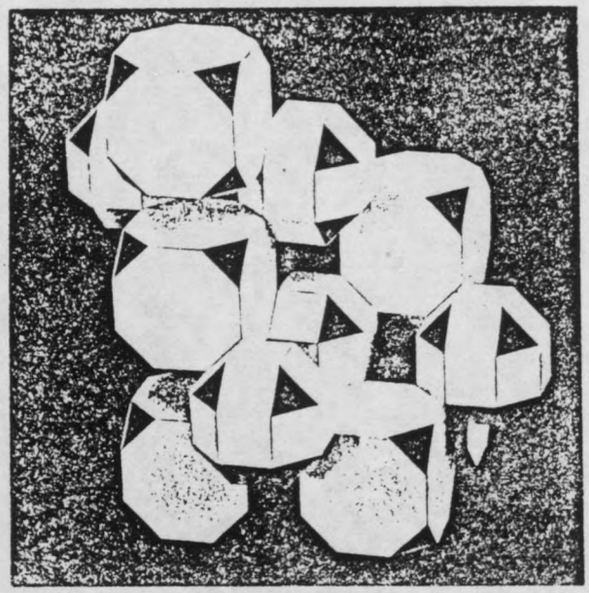
41 OCTA CUBE TRONQUE

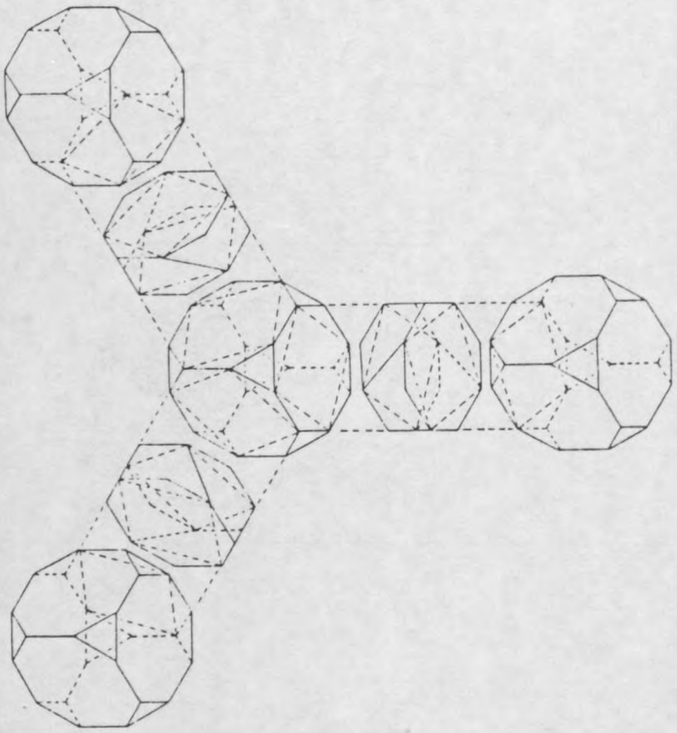


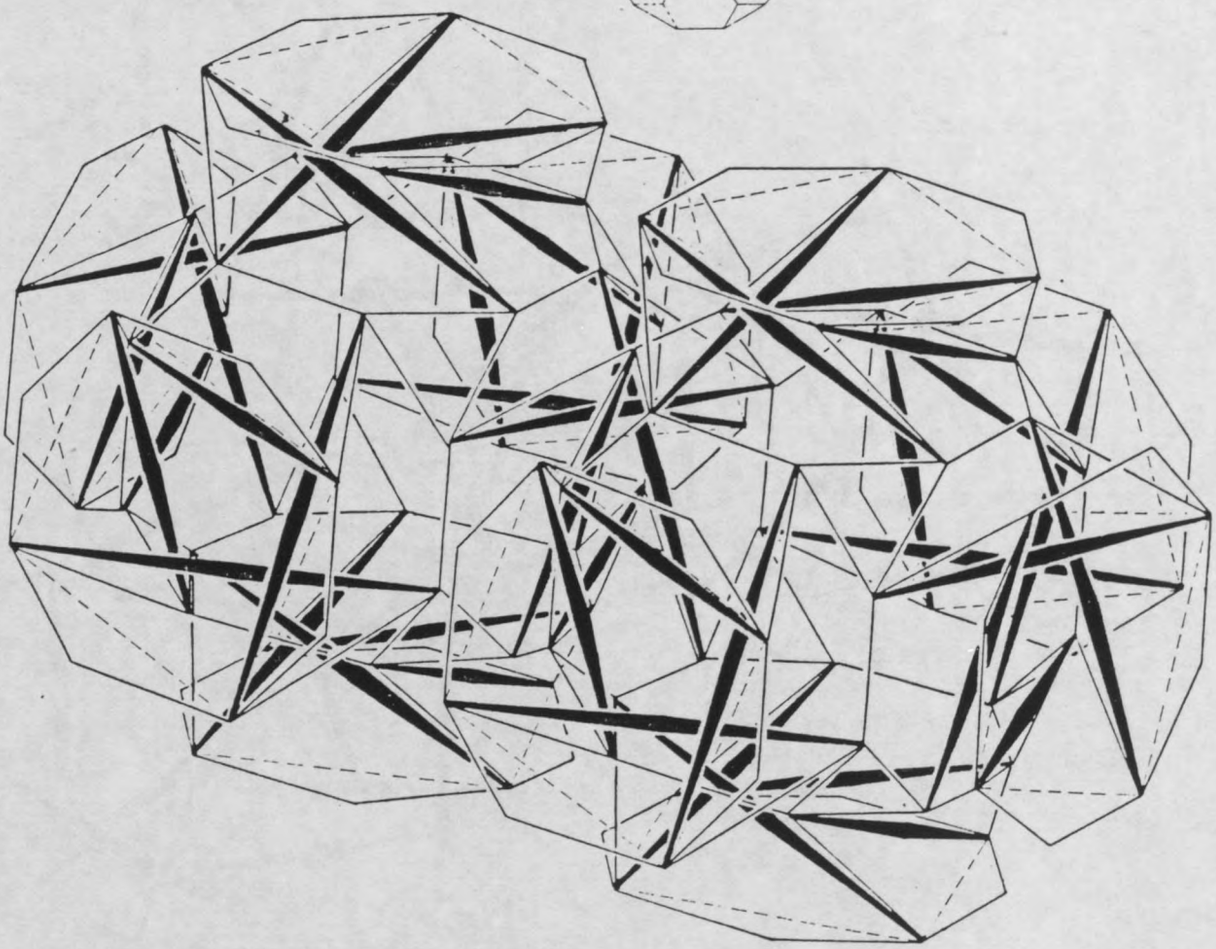


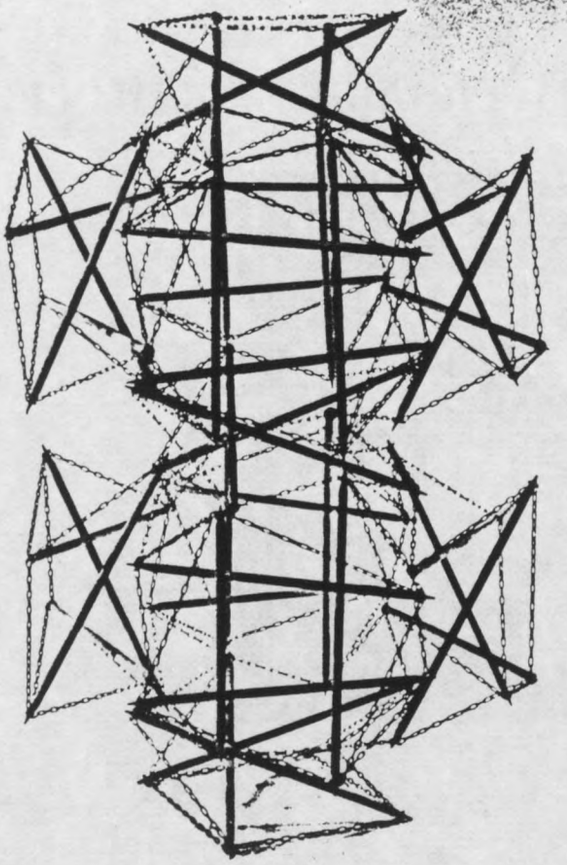


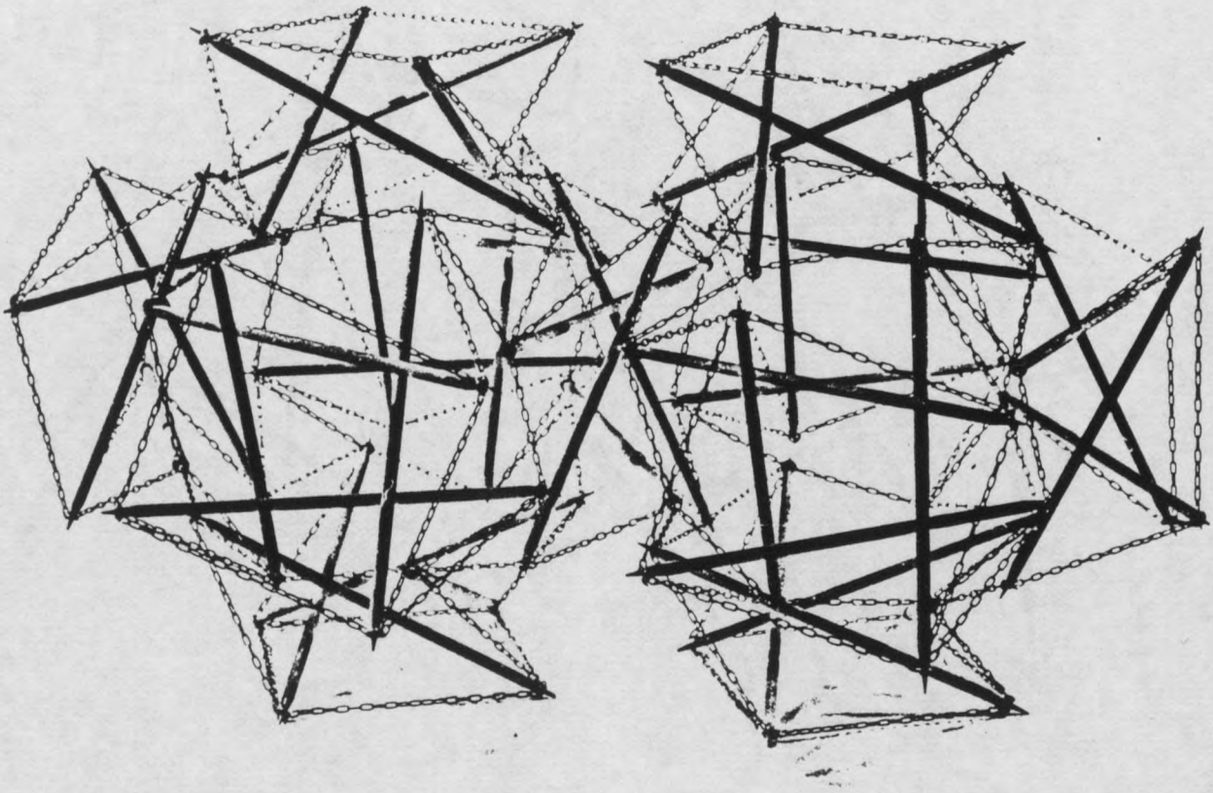
16 CUBE Pt RHOMBICUBOCTA CUBE TRONQUE PRISMATIQUE



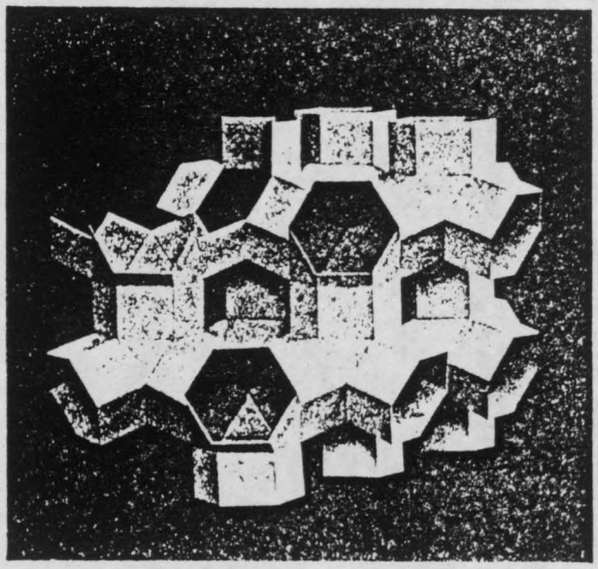


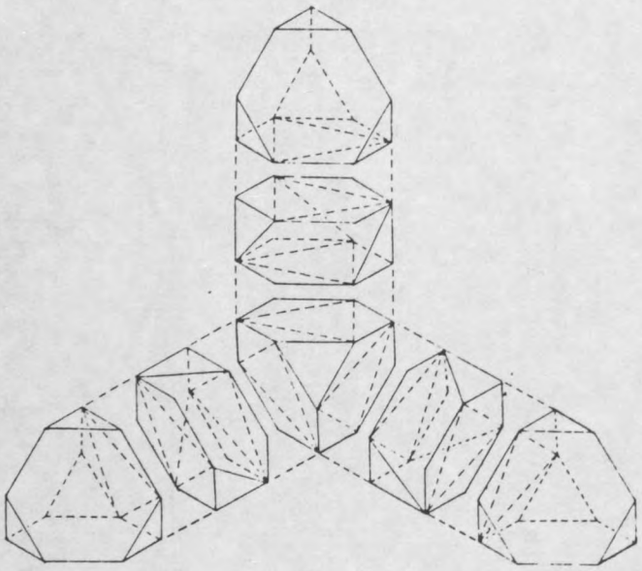


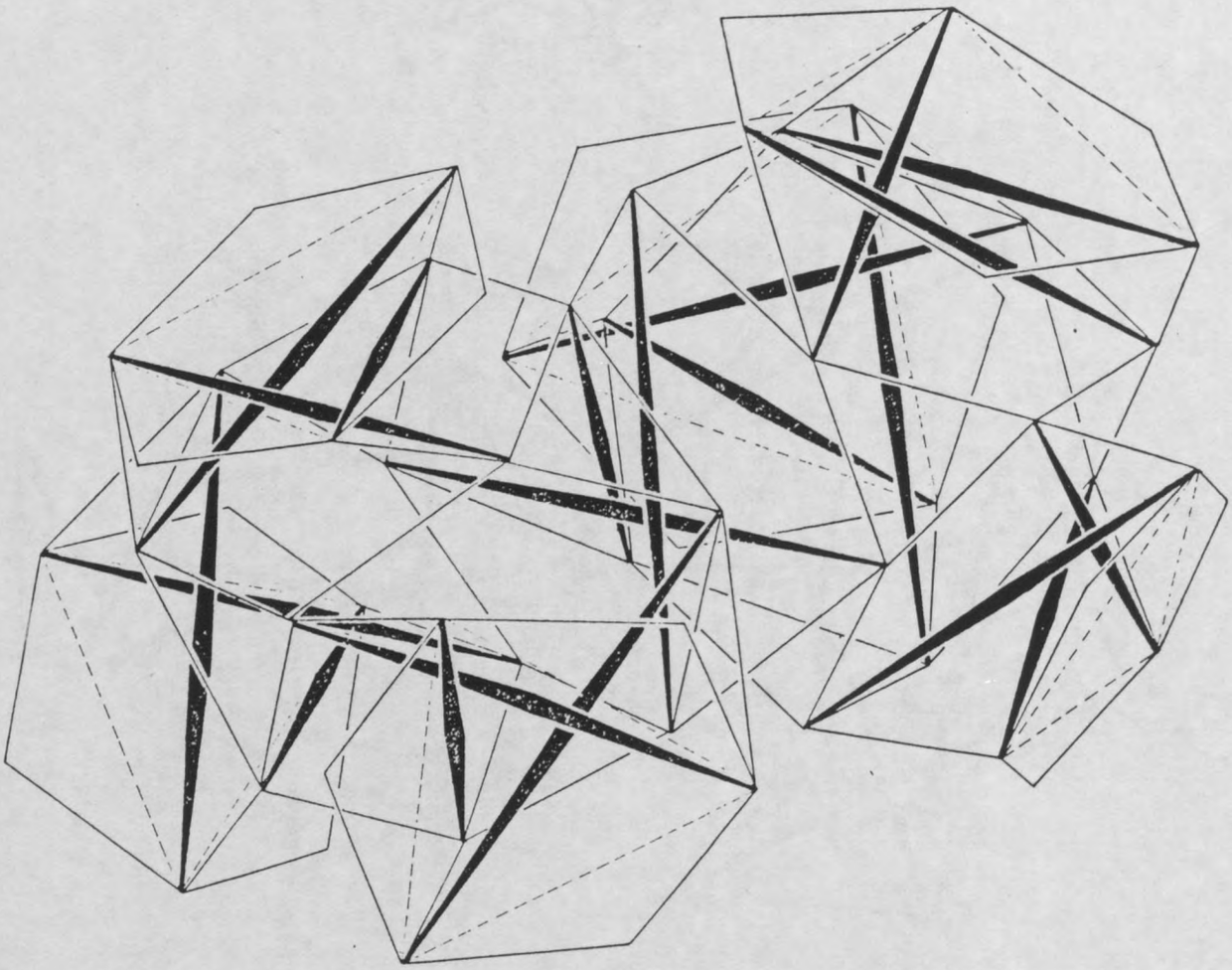


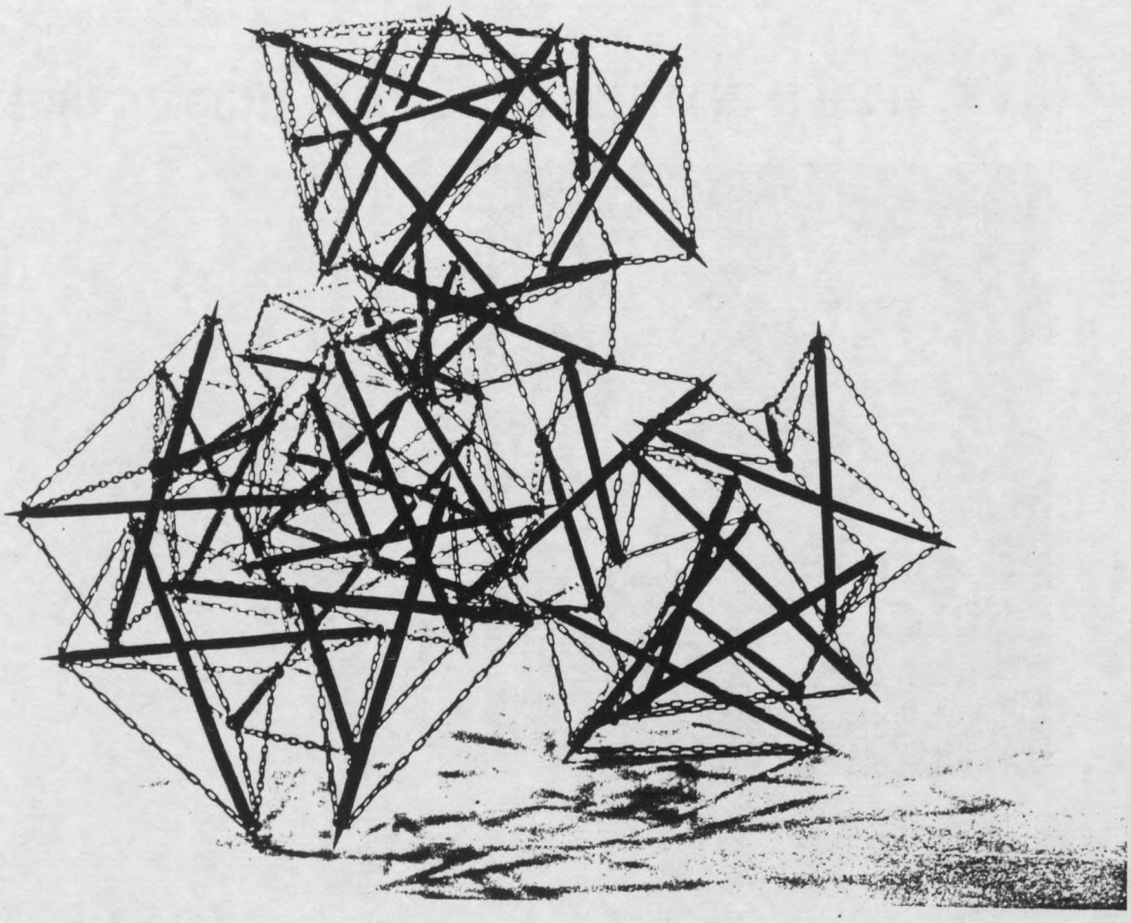


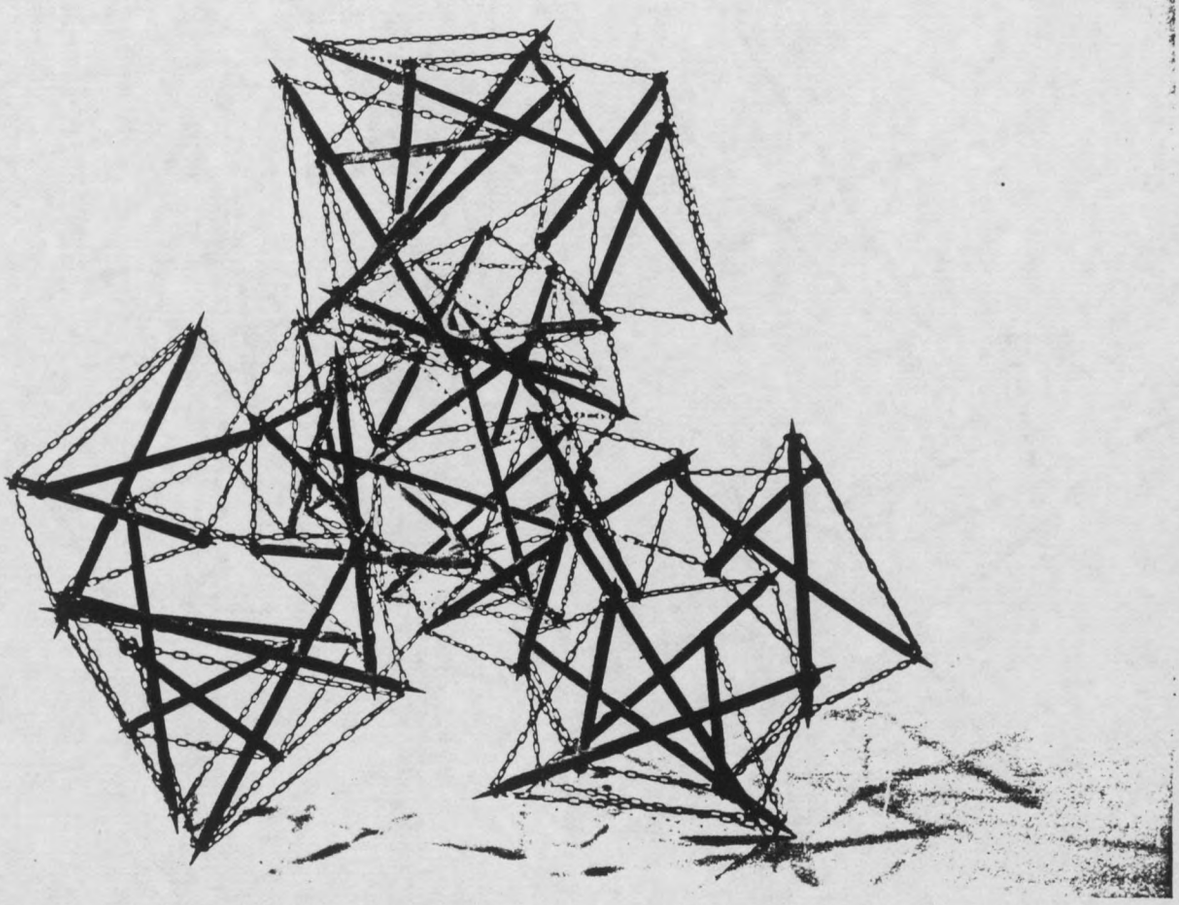
17 TETRA TRONQUE PRISMATIQUE



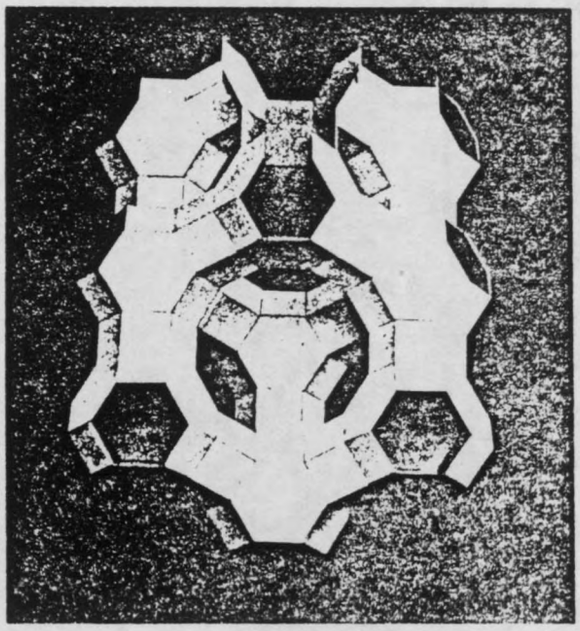


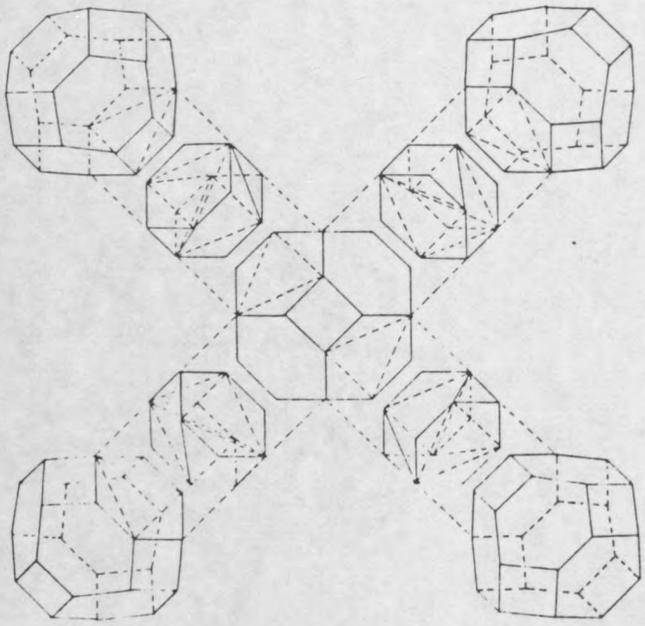


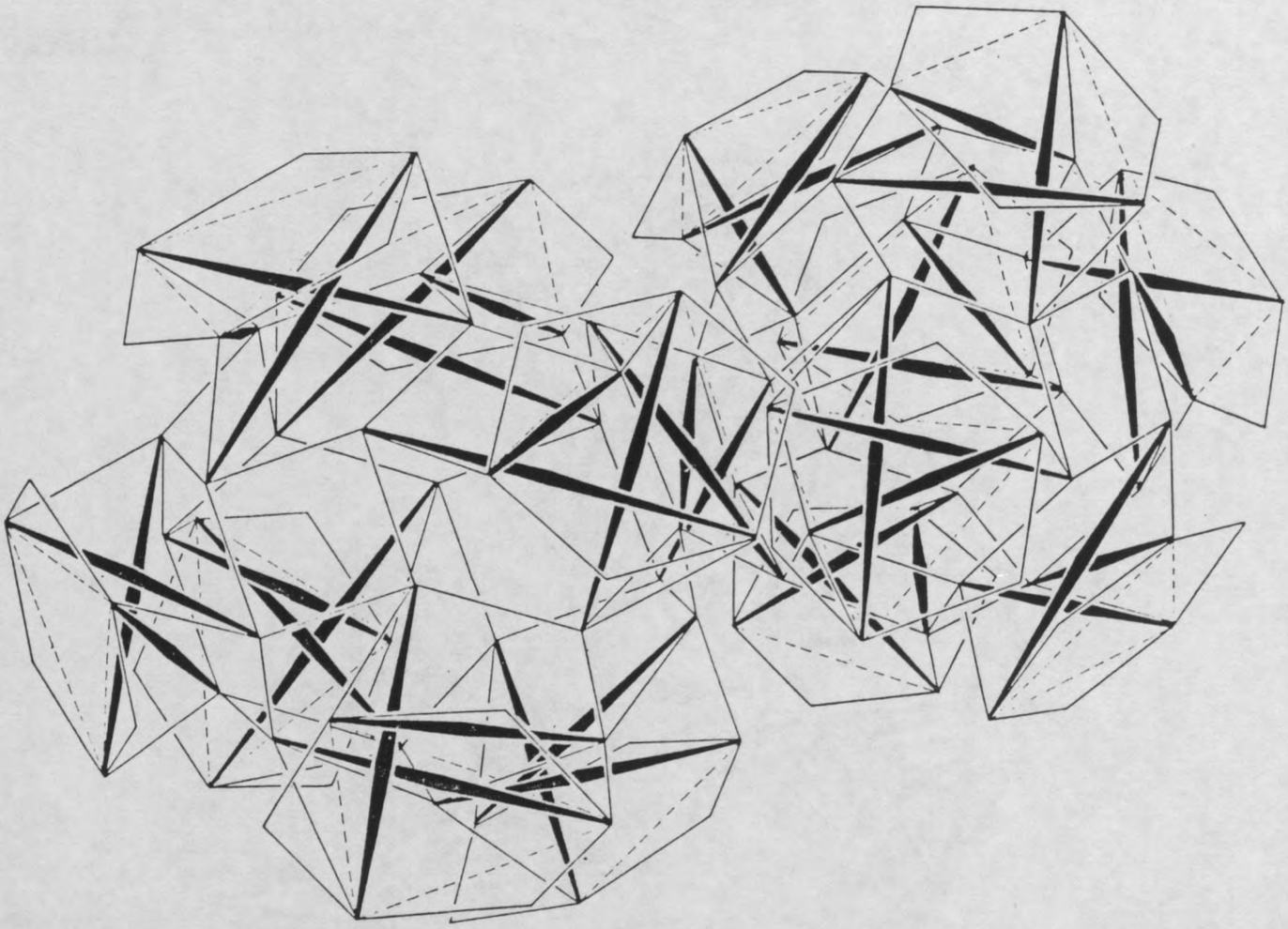


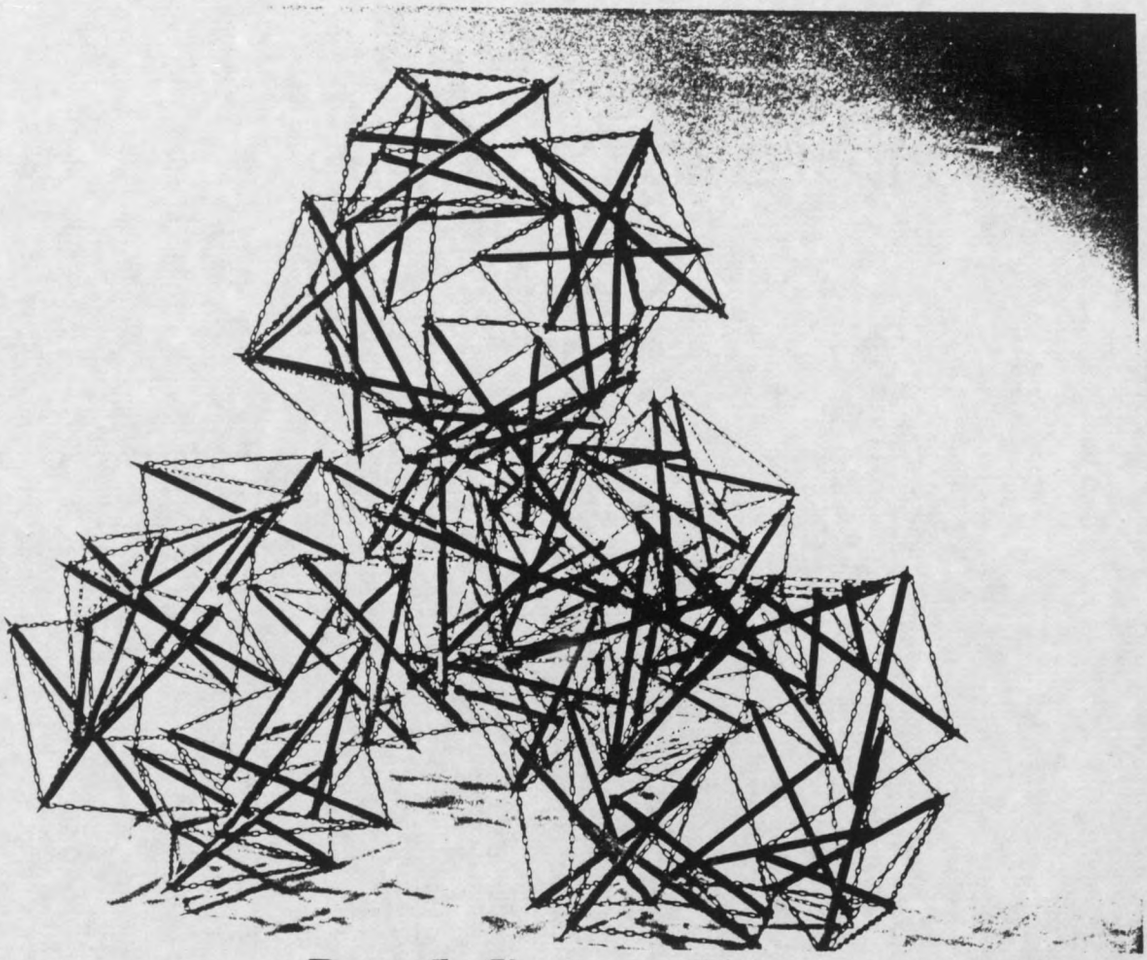


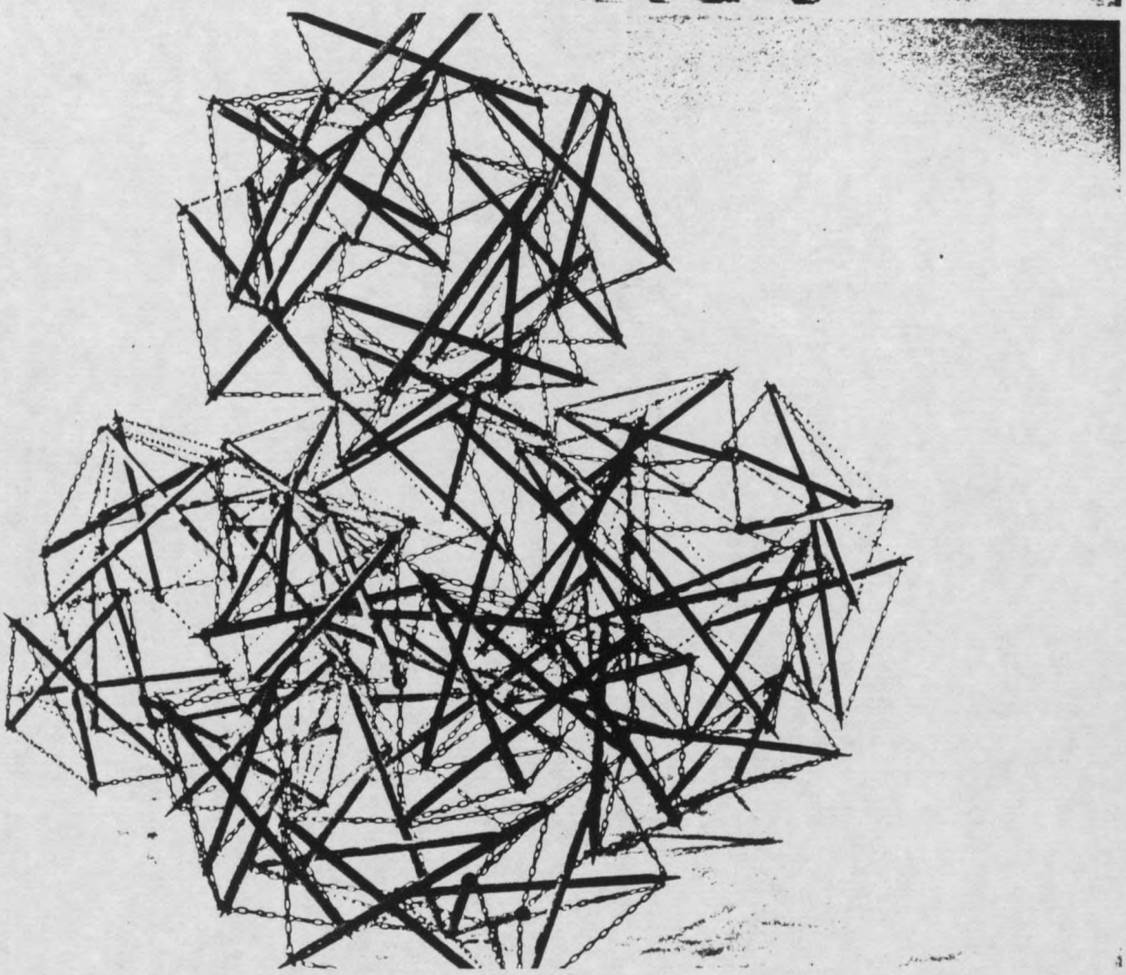
49 TETRAKAIDECA ELAGUE PRISMATIQUE



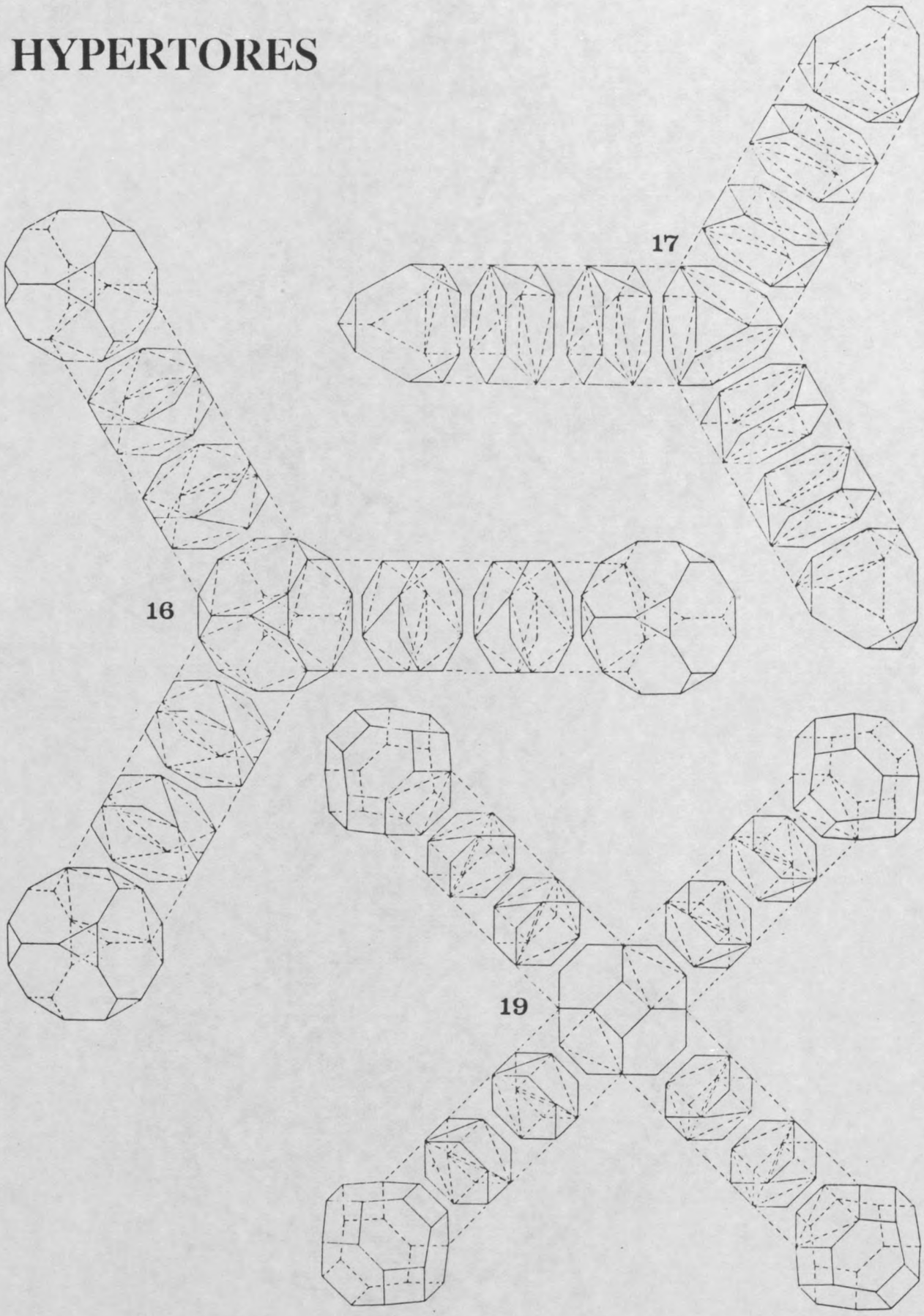








HYPERTORES

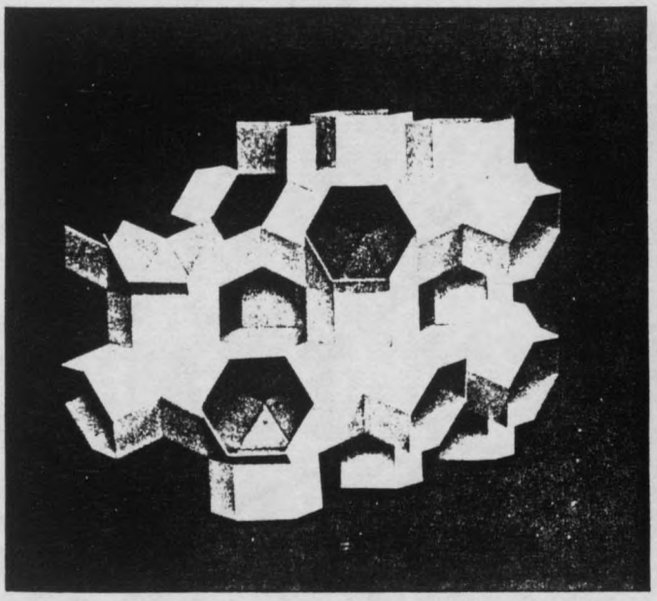


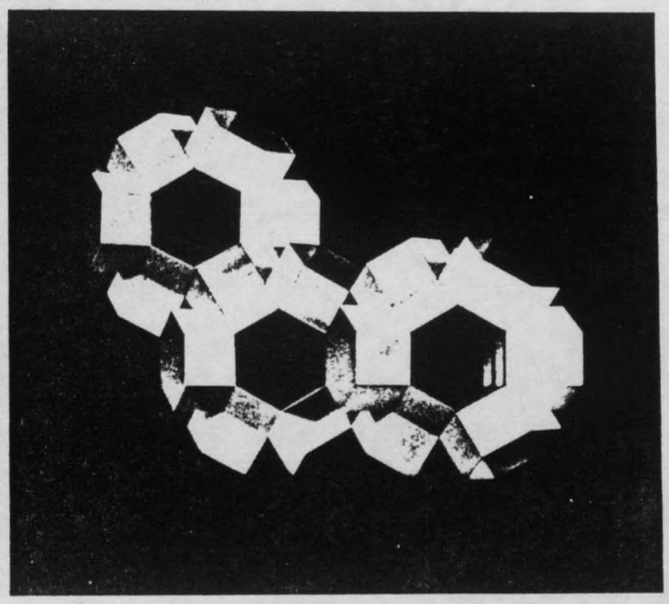
Des empilements par hyperpolyèdres entrelacés dérivent les hypertores par une opération qu'on peut appeler expansion.

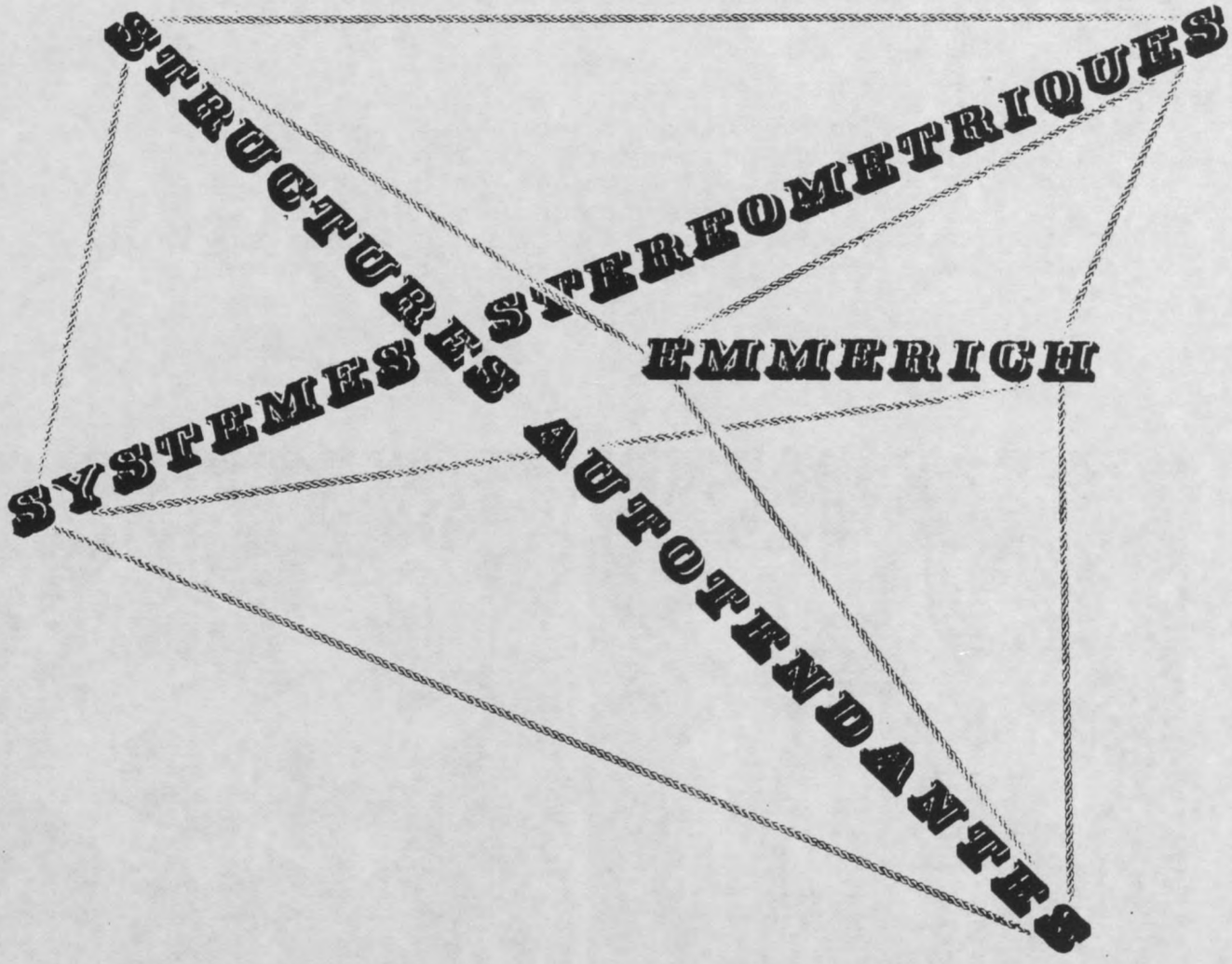
En multipliant les simplex intercalaires dans un empilement entrelacé, on obtient un système autotendant tubuleux qui a l'apparence d'une structure spatiale à barres indifférenciées de plus ou moins large section selon le nombre des simplex assemblés. Ces barres, ou ces tunels sont en fait des mâts autotendants, se rencontrant autour d'un polyèdre semi-régulier quasiment fictif. Ce noeud d'assemblage est, en effet, entièrement vide, pour ainsi dire immatériel.

Les mâts même, qui forment ensemble des anneaux fermés, peuvent être composés par juxtaposition, interpénétration ou entrelacement. Par ailleurs, du fait de leur caractère torique, les anneaux de ces hyperstructures spatiales au deuxième degré peuvent être également rendus moeubiussiens. Cela permet de provoquer une dérotation en produisant par contre torsion - et des simplex et du tore - une précontrainte et une rigidité supérieure, tout en chassant les barres vers les zônes périphériques; libérant pratiquement tout l'espace interne.

L'élaboration de ces hypertores autotendants, qui rappellent à la fois et les structures spatiales à barres uniformes, et les polyèdres périodiques infinis, constitue un vaste programme. On se contente ici de présenter par des extrapolations schématiques la transformation des trois empilements prismatiques déjà étudiés précédemment.






STRUCTURES STEREOMETRIQUES
EMMERICH
SYSTEMES AUTOFONDANTES

CONCLUSION

L'étude et la compréhension de ces structures - fascinantes et fastueuses - dont la flamboyante richesse semble renouer avec l'architecture d'un autre âge, serait absolument inconcevable sans la connaissance préalable des systèmes stéréométriques. Applicables tout autant dans la construction civile qu'en tant qu'ouvrages d'art à grande échelle, ces structures, en toute logique, devraient prendre dans les prochains cinquante ans autant d'importance pour l'architecture que le béton dans les cinquante dernières années.

Ces ossatures arachnéennes remplissant l'espace dans toutes les directions, présentent un intérêt extraordinaire pour le bâtiment. D'autant plus que point n'est nécessaire de créer une nouvelle industrie de production pour ces constructions. Des mâts de charge assemblés par des joints mobiles, des manilles et des élingues en câble, semblables à ceux utilisés déjà dans la construction navale, pourraient constituer des infrastructures porteuses rapidement montables et démontables à base d'éléments entièrement réutilisables.

Cette technique, permettant la recomposition permanente des gros-oeuvres, conférerait non seulement aux bâtiments mais aussi à la ville une flexibilité urbanistique, inconnue jusqu'alors. Facilités qui ne pourraient être comparées qu'à celles offertes périodiquement par les guerres et leurs destructions. A ce propos, ces idées, les structures autotendantes, par ailleurs si éminemment récupérables, se révèlent être, par leur consistance extrême même, pratiquement indestructibles.

BIBLIOGRAPHIE

BARBEROT E. — Constructions civiles
Libr. Polytechn. Beranger Paris 1924

CHOMARAT A.
CHASSAGNOUX A.
SAVEL J. — Formulation d'une méthode itérative applicable au calcul des structures surcritiques
Revue Française de Mécanique n°77-78 1981

Etude des caractéristiques morphologiques particulières aux structures autotendantes
CERMA-UPAN Nantes 1983

CONFERENCE INTERNATIONALE ON SPACE STRUCTURES
University of Battersea Londres 1966
Ed. Blackwell

CONFERENCE INTERNATIONALE ON PRESTRESSED METAL STRUCTURES
Leningrad 1971

DREW Ph. — Tensile Architecture
Granada Londres 1979

DUPAVILLON Ch. — Architecture du cirque
Le Moniteur Paris 1982

EMMERICH D.G. — Cours de géométrie constructive
Grande Masse de l'ENSBA Paris 1967

Exercices de géométrie constructive
ENSBA 1970. Paris la Villettte 1985

Soft Architecture
Institut de l'Environnement Paris 1974

Histoire de l'ARS - Le Ricolais
Ed. Paris la Villette 1984

Possiblités d'application des structures autotendantes
Rapport de Recherche MULT Paris 1985

Equipartitions 1 et 2
Ed. Paris la Villette 1987

BREVETS D'INVENTION

FRANCE
Organes d'Assemblage pour Charpente
27-6-59 N°1.238.308

Eléments Polyvalents pour Construction Industrialisée
30-11-59 N°1.250.539

Construction de Réseaux Autotendants
10-4-63 N°1.377.291

Structures Linéaires Autotendantes
10-4-63 N°1.377.291

Procédé de Construction de Dômes Stéréométriques
2-5-63 N°1.484.634

Noeuds d'Assemblage Universels
8-1-66 N°1.469.641

Eoliennes
4-6-80 N°2.484.027

ITALIE
Struttura ad autotensione
10-4-64 N°719.403

ANGLETERRE
Framework Structures
10-4-64 N°1.060.446

Construction of Domes
1-5-64 N°1.060.867

ETATS UNIS
Construction of Stereometric Domes
1-5-64 N°3.341.989

ALLEMAGNE
Kupelbau
1-5-64 N°1.459.933

Selbstspann-Strukturen
10-4-64 N°1.484.173.1

ENGEL H.
Structure Systems
Reinhold New York 1981

FULLER R.B.
Synergetics
M.C. Millan New York 1975

World design science decade 1965-1975
Carbondale Illinois

HIX J.
The Glass House
Mit Press Cambridge Mass 1974

INTENSIV SEMINAR RAPPORT
Universität Stuttgart 1970

LE RICOLAIS R. A la recherche d'une Mécanique des Formes
Palais de la Découverte 1965

VIA. Graduate School of Fine Arts
University of Pennsylvania 1973

MAINSTONE R.J. Developments in structural forms
M.I.T. Press Cambridge 1975

OTTO F. Tensile Structures
M.I.T. Press Cambridge 1969

SIESTRUNCK R.
TARDIVEAU J. Efforts et déformations dans les
treillis critiques et surcritiques
C.R. Acad.Sc.T.280 Paris 1975

VIOLLET-LE-DUC E. Entretiens sur l'architecture
Morel Paris 1863

WACHMAN A.
BURT M. Infinite Polyhedra
KLEINMAN M. Technion Haifa 1974

WACHSMANN K. Turning Point in Building
Reinhold New York 1961

ARCHITECTURE D'AUJOURD'HUI
84-1959 91-1960 99-1961 108-1963 115-1964
141-1968 141-1968 155-1971 160-1972 224-1982

ARCHITECTURAL DESIGN
3-1960 7-1961 7-1965 7-1966 7-1967 1-1968
4-1969 9-1970 10-1971

BAUWELT 52-1957

TECHNIQUES ET ARCHITECTURE
4-1959 5-1960 5-1963 6-1964 1-1965 2-1966
4-1967 1-1968 5-1969 2-1970 5-1970 5-1972
309-1976

ZODIAC 21-1972 22-1973

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION 3

STRUCTURES TENDUES ET AUTOTENDANTES 21

LA TECHNIQUE AUTOTENDANTE 57

AUTOTENDANTS MONOAXIAUX 73
- Elémentaires 76
- Composites 86

POLYEDRES AUTOTENDANTS 129

MATS AUTOTENDANTS 187
- Par juxtaposition 198
- Par interpénétration 212
- Par entrelacement 232
- Hélicoïdaux 242

CONFIGURATIONS TORIQUES 247

RESEAUX PLANAIRES 273
- Antiprismatiques 280
- Pyramidaux et entrelacés 286
- Prismatiques et interpénétrés 320

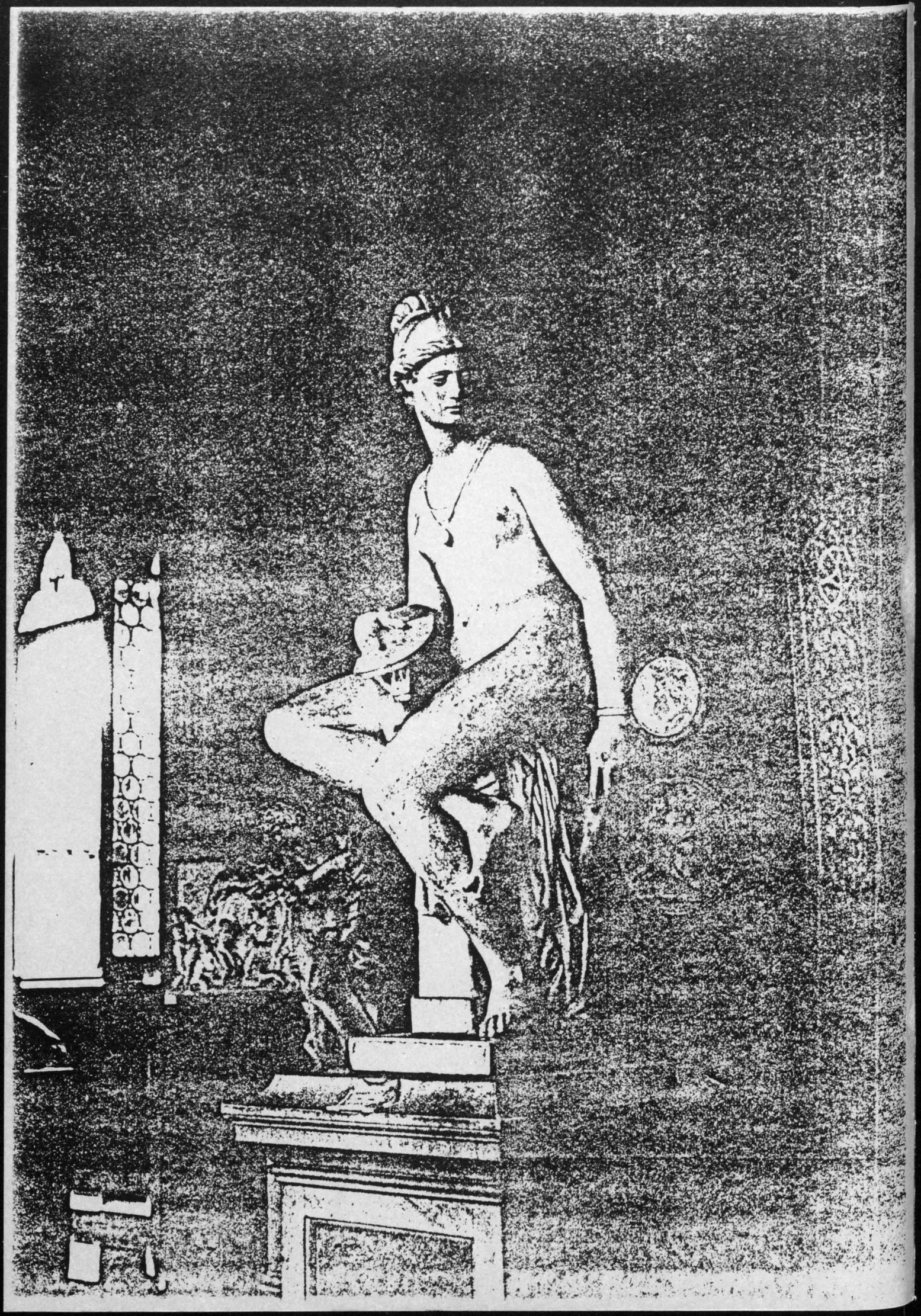
RESEAUX COURBES ET HYPERPOLYEDRES 331

EMPILEMENTS AUTOTENDANTS 357
Par juxtaposition 360
A barres discontinues 363

HYPERTORES 412

CONCLUSION 415

BIBLIOGRAPHIE 416

Couverture de face : Structures d'exposition
Varsovie 1981
Couverture de dos : "L'Architecture" par Giambologna

Diffusé par les Editions de la Villette
144, Rue de Flandre 75019 Paris - Tel 40 36 79 70
Prix : 180 Frs