



HAL
open science

Schémas numériques pour la simulation des écoulements diphasiques compressibles transsoniques de type Baer-Nunziato

Tassadit Asmaa, Frédéric Coquel, Quang Huy Tran

► **To cite this version:**

Tassadit Asmaa, Frédéric Coquel, Quang Huy Tran. Schémas numériques pour la simulation des écoulements diphasiques compressibles transsoniques de type Baer-Nunziato. SMAI 2013, May 2013, Seignosse Le Penon, Landes, France. hal-01901958

HAL Id: hal-01901958

<https://hal.science/hal-01901958v1>

Submitted on 23 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Schémas numériques pour la simulation des écoulements diphasiques compressibles transsoniques de type Baer-Nunziato

Tassadit Asmaa^{1,2}

Frédéric Coquel³

Quang Huy Tran¹

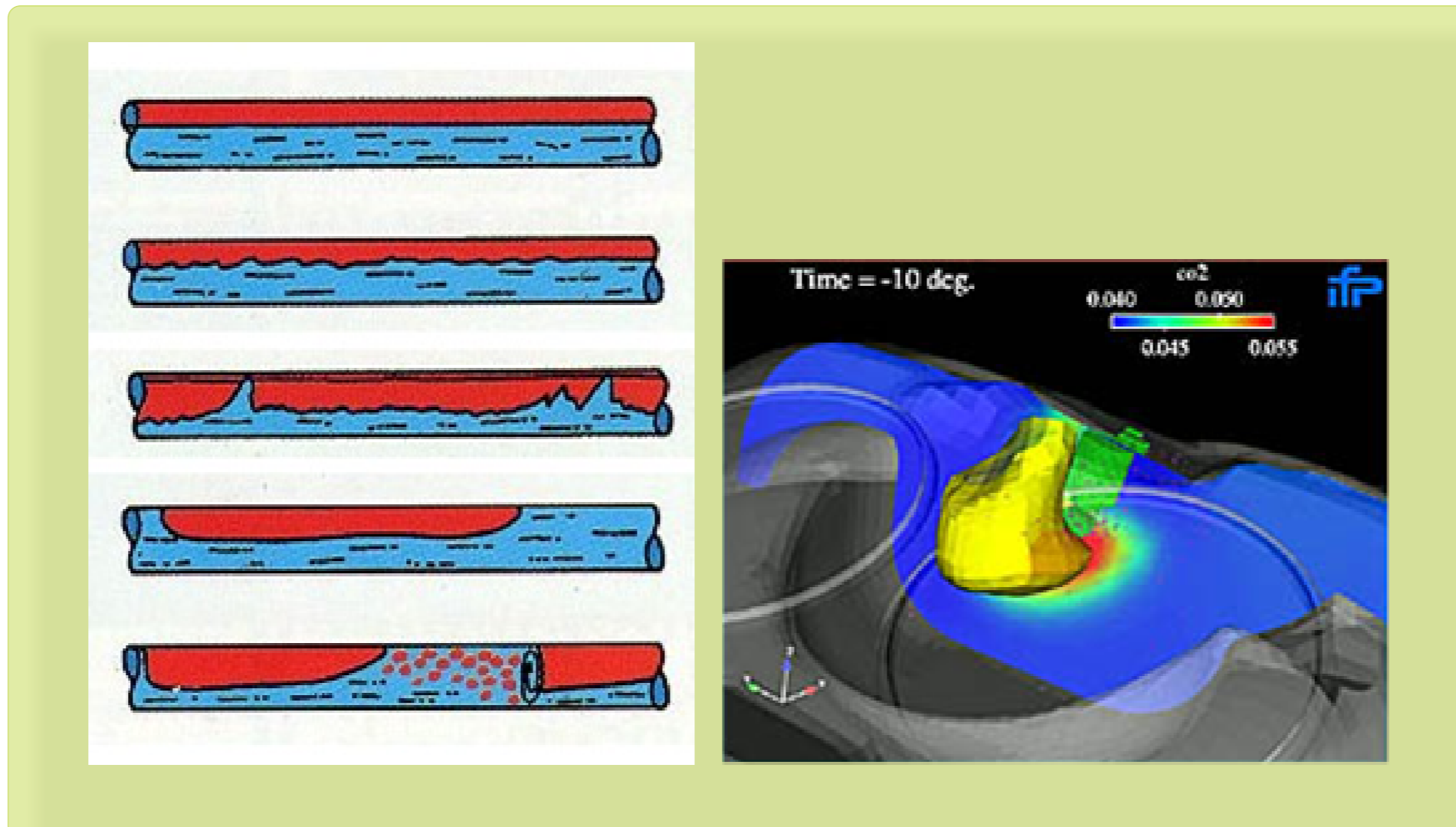
Contexte scientifique et industriel

Objectif

Simuler un écoulement diphasique transsonique.

Applications

- simulation de bouchons dans les conduites pétrolières
- simulation des goutelettes de carburant dans les moteurs



Propriétés à obtenir

Proposer un nouveau schéma numérique pour le système de Baer-Nunziato complet qui permettra de :

- s'affranchir des non-linéarités des lois d'état et contrôler la positivité des densités
- franchir la résonance : obtenir un schéma multi-régime et assurer l'unicité de la solution

Difficultés

- résonance : perte de la base de diagonalisation lorsque la différence des vitesses de chaque phase est égale à la vitesse du son
- non-unicité de la solution : jusqu'à trois solutions dans la solution exacte

Système de départ et son approximation

Système de départ

$$\begin{aligned} \partial_t(\alpha) + \bar{u} \partial_x(\alpha) &= 0, \\ \partial_t(\alpha\rho) + \partial_x(\alpha\rho u) &= 0, \\ \partial_t(\alpha\rho u) + \partial_x(\alpha\rho u^2 + \alpha p) - p \partial_x(\alpha) &= 0, \\ \partial_t(\bar{\alpha}\bar{\rho}) + \partial_x(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{u}) &= 0, \\ \partial_t(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{u}) + \partial_x(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{u}^2 + \bar{\alpha}\bar{p}) - p \partial_x(\bar{\alpha}) &= 0, \end{aligned}$$

- lois d'état : $p = p(\rho)$ et $\bar{p} = \bar{p}(\bar{\rho})$ avec $\alpha + \bar{\alpha} = 1$,
- (α, ρ, u, p) et $(\bar{\alpha}, \bar{\rho}, \bar{u}, \bar{p})$ sont appelées *porteuse* et *granulaire* avec α : fraction volumique, ρ : densité, u : vitesse et p : pression

Système relaxé

$$\begin{aligned} \partial_t(\alpha) + \bar{u} \partial_x(\alpha) &= 0, \\ \partial_t(\alpha\rho) + \partial_x(\alpha\rho u) &= 0, \\ \partial_t(\alpha\rho u) + \partial_x(\alpha\rho u^2 + \alpha\Pi(\tau, \bar{\tau})) - \Pi(\tau, \bar{\tau}) \partial_x(\alpha) &= 0, \\ \partial_t(\alpha\rho\bar{\tau}) + \partial_x(\alpha\rho\bar{\tau}u) &= \lambda(\alpha\rho)(\tau - \bar{\tau}), \\ \partial_t(\bar{\alpha}\bar{\rho}) + \partial_x(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{u}) &= 0, \\ \partial_t(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{u}) + \partial_x(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{u}^2 + \bar{\alpha}\bar{\Pi}(\bar{\tau}, \bar{\bar{\tau}})) - \Pi(\tau, \bar{\tau}) \partial_x(\bar{\alpha}) &= 0, \\ \partial_t(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{\tau}) + \partial_x(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{\tau}\bar{u}) &= \lambda(\bar{\alpha}\bar{\rho})(\bar{\tau} - \bar{\bar{\tau}}). \end{aligned}$$

$$\Pi(\tau, \bar{\tau}) = p(\bar{\tau}) + a^2(\bar{\tau} - \tau), \quad \bar{\Pi}(\bar{\tau}, \bar{\bar{\tau}}) = \bar{p}(\bar{\bar{\tau}}) + \bar{a}^2(\bar{\bar{\tau}} - \bar{\tau})$$

$\tau = 1/\rho$, a et \bar{a} vitesses lagrangiennes

Résolution par splitting de phase

Idee : faire des allers-retours entre le sous-système granulaire :

$$\begin{aligned} \partial_t(\bar{\alpha}) + \bar{u} \partial_x(\bar{\alpha}) &= 0, & (3a) \\ \partial_t(\bar{\alpha}\bar{\rho}) + \partial_x(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{u}) &= 0, & (3b) \\ \partial_t(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{u}) + \partial_x(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{u}^2 + \bar{\alpha}\bar{\Pi}) - \Pi \partial_x(\bar{\alpha}) &= 0, & (3c) \\ \partial_t(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{\tau}) + \partial_x(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{\tau}\bar{u}) &= 0, & (3d) \end{aligned}$$

connaissant Π constant, et le sous-système porteur connaissant \bar{u} constant :

$$\begin{aligned} \partial_t(\alpha) + \bar{u} \partial_x(\alpha) &= 0, & (4a) \\ \partial_t(\alpha\rho) + \partial_x(\alpha\rho u) &= 0, & (4b) \\ \partial_t(\alpha\rho u) + \partial_x(\alpha\rho u^2 + \alpha\Pi) - \Pi \partial_x(\alpha) &= 0, & (4c) \\ \partial_t(\alpha\rho\bar{\tau}) + \partial_x(\alpha\rho\bar{\tau}u) &= 0. & (4d) \end{aligned}$$

Revient à résoudre l'équation algébrique scalaire non-linéaire :

$$\Pi[\alpha] \xrightarrow[\text{(3)}]{\text{phase granulaire}} \bar{u} \xrightarrow[\text{(4)}]{\text{phase porteuse}} \Pi[\alpha].$$

Nouveau schéma, interprétation en terme d'EDP

$$\partial_t(\alpha) + \bar{u} \partial_x(\alpha) = 0, \quad (5a)$$

$$\partial_t(\alpha\rho) + \partial_x(\alpha\rho u) = 0, \quad (5b)$$

$$\partial_t(\alpha\rho u) + \partial_x(\alpha\rho u^2 + \alpha\Pi) - \Pi \partial_x(\alpha) = (\bar{\Pi}_\beta - \Pi) \partial_x \alpha, \quad (5c)$$

$$\partial_t(\alpha\rho\bar{\tau}) + \partial_x(\alpha\rho\bar{\tau}u) = \frac{\theta}{\theta\tau + (1-\theta)\bar{\tau}} \frac{(u-\bar{u})(\bar{\Pi}_\beta - \Pi)}{a^2 + p_\tau(\bar{\tau})} \partial_x \alpha \quad (5d)$$

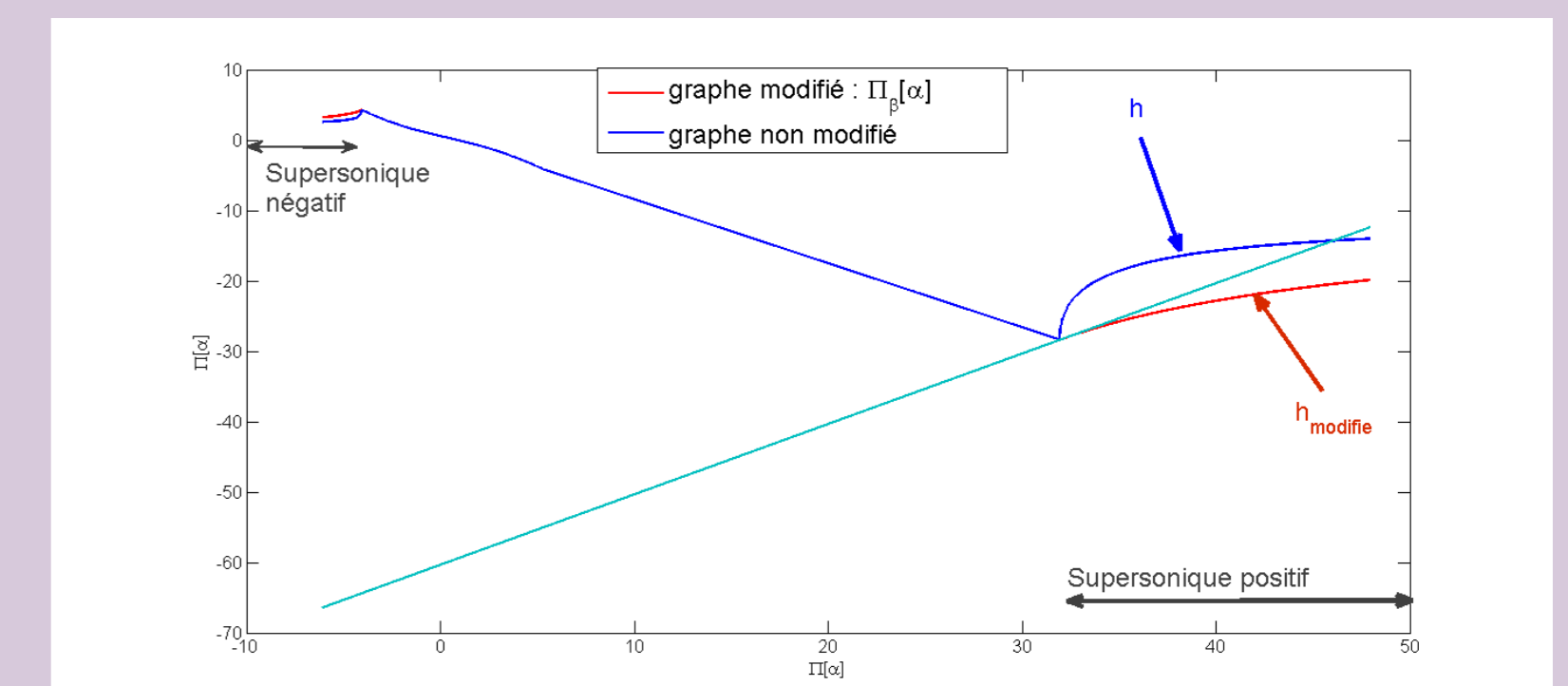
$$\partial_t(\bar{\alpha}\bar{\rho}) + \partial_x(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{u}) = 0, \quad (5e)$$

$$\partial_t(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{u}) + \partial_x(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{u}^2 + \bar{\alpha}\bar{\Pi}) - \Pi \partial_x(\bar{\alpha}) = (\bar{\Pi}_\beta - \Pi) \partial_x \bar{\alpha}, \quad (5f)$$

$$\partial_t(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{\tau}) + \partial_x(\bar{\alpha}\bar{\rho}\bar{\tau}\bar{u}) = 0. \quad (5g)$$

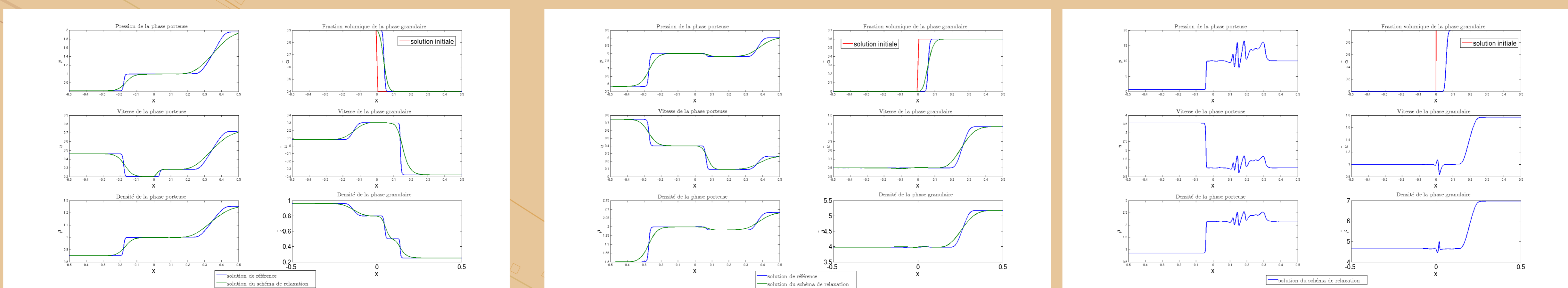
- Modification par régularisation dissipative : démonstration avec (5d)
- Soit $\theta \in [0, 1]$: choix de θ pour assurer positivité et bornitude des densités : robustesse.

Modification du graphe en supersonique relatif



Résultats

Cas test 1 : Ondes multiples ; cas test 2 : une phase évanescente ; cas test 3 : deux phases évanescentes



Conclusion

- Calculs pour tous les régimes d'écoulement
- Dissipativité, positivité des densités : contrôlées
- Subsonique : validé
- Unicité, positivité, bornitude des densités même pour les phases évanescents

¹ IFP Energies nouvelles
DTIMA (R11)
1 & 4, avenue de Bois-Préau
92852 Reuil-Malmaison Cedex

² École Doctorale Paris Centre
Case 188
4 place Jussieu
75252 Paris Cedex 05

³ École Polytechnique
CMAP UMR 7641
Route de Saclay
91128 PALAISEAU Cedex