HAL
open science

Codage basé sur les réseaux de points pour le canal à relais Gaussien mono- et bidirectionnel avec bruits corrélés

Anne Savard, Claudio Weidmann

To cite this version:

Anne Savard, Claudio Weidmann. Codage basé sur les réseaux de points pour le canal à relais Gaussien mono- et bidirectionnel avec bruits corrélés. GRETSI 2017 - XXVIème Colloque francophone de traitement du signal et des images, Sep 2017, Juan-les-Pins, France. hal-01900968

HAL Id: hal-01900968

https://hal.science/hal-01900968

Submitted on 22 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Codage basé sur les réseaux de points pour le canal à relais Gaussien mono- et bidirectionnel avec bruits corrélés

Anne SAVARD[1], Claudio WEIDMANN[2]

[1]IMT Lille Douai, Univ. Lille, CNRS, UMR 8520 - IEMN
F-59000 Lille, France

[2]ETIS UMR 8051, Université Paris Seine, Université de Cergy-Pontoise, ENSEA, CNRS,
95000 Cergy, France

anne.savard@telecom-lille.fr , claudio.weidmann@ensea.fr

Résumé – Ce papier porte sur deux modèles de communications coopératives, le canal à relais et le canal bidirectionnel Gaussien, lorsque les bruits au relais et à la(aux) destination(s) sont corrélés. Un codage basé réseaux de points est proposé pour atteindre la région de rendement de Compress-and-Forward pour le canal à relais et de Compress/Decode-and-Forward pour le canal à relais bidirectionnel. Des résultats numériques montrent qu'il existe une valeur spécifique du coefficient de corrélation tel que l'écart entre la borne cut-set et les schémas proposés soit minimal.

Abstract – This paper focuses on two cooperative communication scenarii, the Gaussian relay channel and the Gaussian two-way relay channel, when noises at the relay and destination(s) are correlated. The rate region of Compress-and-Forward (for the relay channel) and of Compress/Decode-and-Forward (for the two-way relay channel) are shown to be achievable using lattice codes. Numerical calculations show that the gap between the Cut-Set Bound (CSB) and the proposed schemes is minimal for a particular value of the correlation coefficient.

1 Introduction

Avec l'apparition sur le marché de l'internet des objets et de la 5G, de plus en plus d'objets communiquent en même temps sur des supports sans fils. De ce fait, tous les récepteurs à portée peuvent entendre les signaux émis par un utilisateur. Ces signaux non souhaités étaient initialement considérés comme du bruit supplémentaire, mais avec un nombre toujours croissant d'utilisateurs, les communications coopératives s'imposent comme une solution permettant de mieux exploiter la capacité d'un tel réseau de noeuds communicants. Le canal à relais [9] est l'exemple le plus simple d'une telle communication coopérative. Dans ce modèle, un utilisateur souhaite communiquer son message à une destination avec l'aide d'un relais.

Dans ce papier, nous nous focalisons sur le canal à relais mono et bidirectionnel Gaussien en présence de bruits corrélés au relais et aux utilisateurs. Ce modèle est particulièrement adapté aux réseaux *ad hoc*, où les trois noeuds (utilisateur(s), relais et destination(s)) sont à portée d'autres utilisateurs, dont les messages envoyés ne sont pas destinés à la (les) destination(s) du canal à relais étudié. Ainsi, ces signaux contribuent au bruit additif à la fois au relais et à la destination, corrélant ces bruits.

Bien que le canal à relais soit le modèle le plus simple possible d'une communication coopérative, sa capacité reste inconnue en général. Ainsi, il est nécessaire d'obtenir des bornes supérieures et inférieures sur la capacité. Les bornes inférieures sont obtenues en considérant différents schémas de relayage, en d'autre termes, différentes opérations réalisées au niveau du relais. Le relais peut, par exemple, décoder le message reçu, on parle alors de Decode-and-Forward (DF), il peut également compresser le signal reçu, ce qui constitue le schéma Compress-and-Forward (CF) [1]. Un premier pas vers une extension de ce modèle à un modèle multi-utilisateurs est le canal à relais bidirectionnel, où deux utilisateurs souhaitent échanger leurs messages avec l'aide d'un relais. Pour ce modèle, plusieurs schémas de relayage ont été proposés dans la littéture, dont DF ou Compress/Decode-and-Forward (CDF), pour lequel le relais décode le message d'un utilisateur et compresse le signal de l'autre utilisateur [4]. Ces schémas peuvent être caractérisés de façon théorique en terme d'information mutuelle, ou en considérant des schémas de codage pratiques, basés par exemple sur des réseaux de points (*lattice coding*). Ces derniers sont particulièrement intéressants pour les canaux à bruit blanc additif Gaussien (*AWGN*) car ils permettent d'en atteindre la capacité tout en étant à faible complexité de décodage [2]. Cet outil est également adapté aux canaux AWGN multi-utilisateurs, tels le canal à relais [8], [3], le canal à relais bidirectionnel [7] [8], le canal à relais multidirectionnel [6].

Le but est d'utiliser les réseaux de points et de montrer qu'ils peuvent atteindre le rendement de CF caractérisé de façon théorique pour le canal à relais Gaussien (Proposition 5 de [10]), puis d'adapter ce schéma de relayage à une situation multi-utilisateurs en considérant le canal à relais bidirectionnel avec bruits corrélés, pour lequel nous proposons un schéma CDF reposant sur des réseaux de points.

Dans la suite du papier, $\overline{x}$ représente $\overline{x} = 1 - x$ et $C(x) = \frac{1}{2}\log_2(1+x)$. Nous supposons également que tous les noeuds sont *full duplex*, c'est à dire qu'ils peuvent émettre et recevoir en même temps et considérons des encodeurs restreints (*restricted encoders*), pour lesquels le signal envoyé par un utilisateur ne dépend que du message propre de l'utilisateur et non de messages précédemment décodés.

2 CF reposant sur des réseaux de points pour le canal à relais Gaussien avec bruits corrélés

Le canal à relais avec bruits corrélés est représenté sur la FIGURE 1. Dans le cas AWGN, la source émet X_1, de puissance moyenne P_1 et le relais X_R, de puissance moyenne P_R. Les signaux reçus sont donnés par

$$\text{Au relais : } Y_R = g_{r1}X_1 + Z_R,$$
$$\text{A la destination : } Y_2 = g_{21}X_1 + g_{2r}X_R + Z_2,$$

où Z_2 et Z_R sont des bruits Gaussiens centrés de variance N_2 et N_R respectivement. On propose dans ce papier d'étudier le canal à relais dans un contexte où les bruits du relais et de la destination sont corrélés et le coefficient de corrélation est défini par $\rho_z = \frac{\mathbb{E}[Z_2 Z_R]}{\sqrt{N_2 N_R}}$.

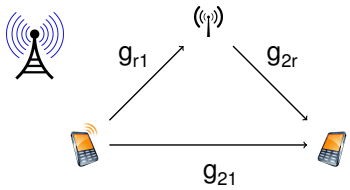

FIGURE 1 – Canal à relais

Nous allons tout d'abord donner une borne supérieure sur la capacité de ce modèle en considérant une borne cut-set (CSB). Elle est obtenue en considérant différentes coupes dans le réseau, conduisant à différentes contraintes en termes d'information mutuelle.

Proposition 1. *La borne cut-set (CSB) pour le canal à relais Gaussien avec bruits corrélés est donnée par*

$$R_{CSB} = \max_{\rho\in[0,1]} \min\Bigg\{ C\left(\frac{g_{21}^2 P_1 + g_{2r}^2 P_R + 2g_{21}g_{2r}\rho\sqrt{P_1 P_R}}{N_D}\right), C\left(\frac{P_1\overline{\rho^2}(g_{r1}^2 N_D + g_{21}^2 N_R - 2g_{r1}g_{21}\rho_z\sqrt{N_R N_D})}{N_R N_D \overline{\rho_z^2}}\right)\Bigg\}.$$

Démonstration. La preuve peut être trouvée dans [10]. □

Nous allons maintenant présenter une borne inférieure sur la capacité en considérant un schéma CF reposant sur des réseaux de points.

Proposition 2. *En utilisant un schéma CF reposant sur des réseaux de points, le rendement suivant est atteignable pour le canal à relais Gaussien avec bruits corrélés :*

$$R_{CF} \leq C\left(\frac{P_1}{N_2}\frac{g_{21}^2(N_R+D)+g_{r1}^2 N_2 - 2g_{21}g_{r1}\rho_z\sqrt{N_2 N_R}}{N_R\overline{\rho_z^2}+D}\right)$$

où $D = \dfrac{(g_{r1}^2 N_2 + g_{21}^2 N_R)P_1 + N_2 N_R \overline{\rho_z^2} - 2g_{r1}g_{21}P_1\rho_z\sqrt{N_2 N_R}}{g_{2r}^2 P_R}$.

Remarque Ce rendement atteignable est le même que celui obtenu dans la Proposition 5 de [10], où les auteurs avaient caractérisé de façon théorique ce rendement sans proposer de schéma de codage l'atteignant.

Démonstration. La procédure d'encodage et de décodage est basée sur du codage de type block Markov et utilise les réseaux de points. La procédure s'inspire de [8] ; la différence majeure avec cette étude repose sur la corrélation des bruits qui doit être prise en compte lors de la recombinaison des deux observations bruitées de X_1. La preuve détaillée peut être trouvée dans [5]. Les grandes lignes de la preuve sont les suivantes :

1. Création des dictionnaires basés réseaux de points pour l'utilisateur, le relais et l'étape de quantification.
2. Décodage de l'indice de quantification à la destination.
3. Soustraction de l'indice de quantification permettant d'obtenir l'information adjacente $Y_{SI}(b) = g_{21}X_1(b) + Z_2(b)$.
4. Décodage de type Wyner-Ziv pour obtenir une estimation de $\widehat{Y}_R(b) = g_{r1}X_1(b) + Z_R(b) + E_{cQ}(b)$, où E_{cQ} est l'erreur de quantification telle que $\mathbb{E}[E_{cQ}^2] = D$.
5. Combinaison des deux observations bruitées de $X_1(b)$, $\widehat{Y}_R(b)$ et $Y_{SI}(b)$, pour le décodage.

□

Afin de comparer les performances de différents schémas de relayage, on compare leur rendement atteignable par rapport à la borne cut-set. Il est important de noter que même si un schéma de relayage est plus performant qu'un autre pour une position spécifique du relais, aucun schéma de relayage n'est plus efficace que tous les autres pour toutes les positions du relais, tous les choix de puissance des utilisateurs ou toutes les puissances de bruit. Néanmoins, lorque le relais est proche de l'utilisateur, DF donne des rendements proches de la borne cut-set, et lorsque le relais est proche de la destination, les rendements atteignables avec CF sont proches de la borne cut-set.

Dans la prochaine section, nous allons proposer une extension de ce schéma CF reposant sur des réseaux de points à un modèle de communication coopérative bidirectionnelle pour le canal à relais bidirectionnel à bruits corrélés.

3 CDF reposant sur des réseaux de points pour le canal à relais bidirectionnel Gaussien avec bruits corrélés

Le canal à relais bidirectionnel avec bruits corrélés est représenté sur la FIGURE 2. Dans le cas AWGN, l'utilisateur 1

envoie X_1 de puissance moyenne P_1, l'utilisateur 2 X_2 de puissance moyenne P_2 et le relais X_R de puissance moyenne P_R. Les signaux reçus sont donnés par

$$\begin{aligned}\text{Au relais : } Y_R &= g_{r1}X_1 + g_{2r}X_2 + Z_R,\\ \text{A l'utilisateur 1 : } Y_1 &= g_{21}X_2 + g_{r1}X_R + Z_1,\\ \text{A l'utilisateur 2 : } Y_2 &= g_{21}X_1 + g_{2r}X_R + Z_2,\end{aligned}$$

où Z_1, Z_2 et Z_R sont des bruits Gaussiens de variance N_1, N_2 et N_R respectivement. Nous supposons que les bruits du relais et des destinations sont corrélés et définissons ainsi deux coefficients de corrélation $\rho_{z1} = \frac{\mathbb{E}[Z_1 Z_R]}{\sqrt{N_1 N_R}}$ et $\rho_{z2} = \frac{\mathbb{E}[Z_2 Z_R]}{\sqrt{N_2 N_R}}$.

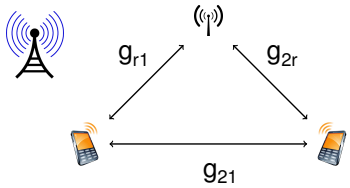

FIGURE 2 – Canal à relais bidirectionnel

A nouveau, afin d'évaluer les performances atteignables avec un schéma de relayage, il nous faut caractériser une borne supérieure sur la capacité du canal à relais bidirectionnel avec bruits corrélés. Celle-ci est obtenue en considérant une borne cut-set.

Proposition 3. *La borne cut-set bound (CSB) pour le canal à relais bidirectionnel est donné par*

$$\bigcup_{\substack{0\le\rho_1,\rho_2\le1\\0\le\rho_{z_1},\rho_{z_2}\le1}} (R_1,R_2):$$

$$R_1 \le \min\left\{C\left(\frac{P_1(\overline{\rho_1^2}-\rho_2^2)(g_{21}^2N_R+g_{r1}^2N_2-2g_{21}g_{r1}\sqrt{N_2N_R}\rho_{z2})}{\overline{\rho_2^2}\,\overline{\rho_{z2}^2}N_2N_R}\right),\right.$$
$$\left. C\left(\frac{g_{2r}^2P_R\overline{\rho_2^2}+g_{21}^2P_1+2g_{21}g_{2r}\rho_1\sqrt{P_1P_R}}{N_2}\right)\right\}$$

$$R_2 \le \min\left\{C\left(\frac{P_2(\overline{\rho_2^2}-\rho_1^2)(g_{21}^2N_R+g_{2r}^2N_1-2g_{21}g_{2r}\sqrt{N_1N_R}\rho_{z1})}{\overline{\rho_1^2}\,\overline{\rho_{z1}^2}N_1N_R}\right),\right.$$
$$\left. C\left(\frac{g_{r1}^2P_R\overline{\rho_1^2}+g_{21}^2P_2+2g_{21}g_{r1}\rho_2\sqrt{P_2P_R}}{N_1}\right)\right\}.$$

Démonstration. La preuve est une extension de celle pour le canal à relais monodirectionnel [10] au cas bidirectionnel. □

Supposons, sans perte de généralité que le relais est plus proche de l'utilisateur 1. Ainsi, DF sera un schéma efficace pour la communication de l'utilisateur 1 vers 2. De même, le relais étant proche de l'utilisateur 1, en d'autres termes de la destination pour l'utilisateur 2, CF sera un schéma efficace pour la communication de l'utilisateur 2 vers l'utilisateur 1. Dans le schéma CDF, le relais va non seulement décoder le message de l'utilisateur 1 mais également utiliser une partie de sa puissance pour envoyer une version compressée du message de l'utilisateur 2. Nous allons maintenant présenter la région de rendements atteignables en utilisant un schéma CDF reposant sur des réseaux de points.

Proposition 4. *En utilisant un schéma Compress/Decode-and-Forward (CDF) reposant sur des réseaux de points pour le canal à relais bidirectionnel Gaussien avec des bruits corrélés, la région de rendements atteignables est caractérisée par :*

$$\bigcup_{\substack{0\le\alpha\le1\\0<\gamma<1}} (R_1,R_2):$$

$$R_1 \le \min\left\{C\left(\frac{g_{r1}^2\bar{\alpha}P_1}{g_{2r}^2P_2+N_R}\right), C\left(\frac{g_{21}^2P_1+\overline{\gamma}g_{2r}^2P_R+2g_{21}g_{2r}\sqrt{\alpha\overline{\gamma}P_1P_R}}{g_{2r}^2\gamma P_R+N_2}\right)\right\}$$

$$R_2 \le C\left(\frac{P_2}{N_1}\,\frac{g_{21}^2(N_R+D)+g_{2r}^2N_1-2g_{21}g_{2r}\rho_{z1}\sqrt{N_1N_R}}{N_R\overline{\rho_{z1}^2}+D}\right)$$

où $D = \dfrac{(g_{2r}^2N_1+g_{21}^2N_R)P_2+N_1N_R\overline{\rho_{z1}^2}-2g_{2r}g_{21}P_2\rho_{z1}\sqrt{N_1N_R}}{g_{r1}^2\gamma P_R}$.

A l'utilisateur 1, α permet un compromis de puissance entre la répétition du message du bloc précédent et l'envoi d'un nouveau message. γ permet un compromis de puissance au relais entre la partie décodée et la partie compressée.

Démonstration. La procédure d'encodage et de décodage est basée sur du codage de type block Markov et utilise aussi bien pour la quantification que la partie décodage de DF des réseaux de points. Pour l'utilisateur 1, nous utilisons un schéma reposant sur un double réseau de points imbriqués, comme proposé dans [3]. Pour l'utilisateur 2, nous procédons de façon similaire au schéma CF présenté dans la section précédente. La preuve détaillée peut être trouvée dans [5]. □

Nous allons maintenant comparer le rendement somme atteignable avec CDF, DF et uniquement les liens directs. Notons que dans le cas de bruits corrélés, la région de rendements atteignables avec DF est la même que pour le cas standard du canal bidirectionnel, car le relais décode les deux messages entièrement et n'envoie donc pas son bruit vers les destinations. La région de rendements atteignables est donnée dans la Proposition suivante.

Proposition 5. *En utilisant un schéma Decode-and-Forward (DF) reposant sur des sur un codage AWGN pour le canal à relais bidirectionnel Gaussien avec des bruits corrélés, la région de rendements atteignables est caractérisée par :*

$$\bigcup_{0\le\rho_1,\rho_2,\gamma\le1} (R_1,R_2):$$

$$R_1 \le \min\left\{C\left(\frac{g_{r1}^2\overline{\rho_1^2}P_1}{N_R}\right), C\left(\frac{g_{21}^2P_1+\gamma g_{2r}^2P_R+2\rho_1g_{21}g_{2r}\sqrt{\gamma P_1P_R}}{N_2}\right)\right\},$$

$$R_2 \le \min\left\{C\left(\frac{g_{2r}^2\overline{\rho_2^2}P_2}{N_R}\right), C\left(\frac{g_{21}^2P_2+\overline{\gamma}g_{r1}^2P_R+2\rho_2g_{21}g_{r1}\sqrt{\overline{\gamma}P_2P_R}}{N_1}\right)\right\},$$

$$R_1+R_2 \le C\left(\frac{g_{r1}^2\overline{\rho_1^2}P_1+g_{2r}^2\overline{\rho_2^2}P_2}{N_R}\right).$$

ρ_1, respectivement ρ_2, permet un compromis de puissance entre la répétition du message du bloc précédent et l'envoi d'un nouveau message à l'utilisateur 1, respectivement à l'utilisateur 2. γ permet un compromis de puissance au relais entre la partie destinée à l'utilisateur 1 ou l'utilisateur 2.

Démonstration. La preuve peut être trouvée dans [4]. □

Sur les FIGURE 3 et FIGURE 4, nous représentons le rendement somme en fonction de ρ_{z1}.

Un résultat majeur de [10] est que si $\rho_{z1} = \frac{g_{2r}}{g_{21}}$ pour le canal à relais Gaussien avec bruits corrélés tels que $N_1 = N_R$, alors CF atteint la borne cut-set, et donc la capacité. Pour le canal à relais bidirectionnel, une évaluation numérique montre que l'écart entre la borne cut-set et CDF est également minimal pour cette valeur du coefficient de corrélation. Dans les deux cas, DF atteint un rendement somme assez limité de par l'asymétrie des liens vers le relais. Nous pouvons noter que sur la FIGURE 3, utiliser seulement les liens directs permet d'atteindre de meilleures performances, ceci est du au fait que les gains des liens directs sont supérieurs à ceux des liens vers le relais. A l'inverse, on peut voir sur la FIGURE 4, que lorsque les liens vers le relais sont plus performants que les liens directs, l'utilisation du relais permet d'améliorer les performances.

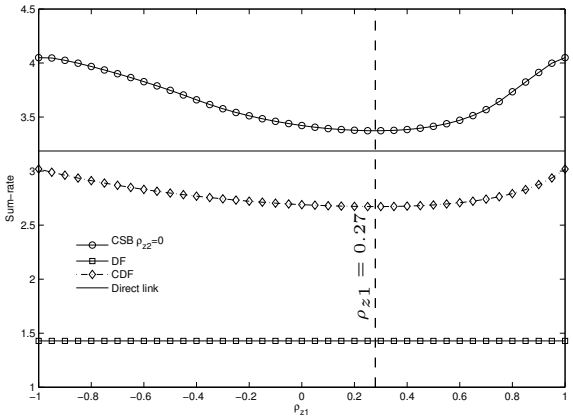

FIGURE 3 – Rendement somme en fonction de ρ_{z1}, $g_{21} = 0.9$, $P_1 = P_2 = P_R = 10$, $N_1 = N_2 = N_R = 1$, $g_{r1} = 0.75$, $g_{2r} = 0.25$

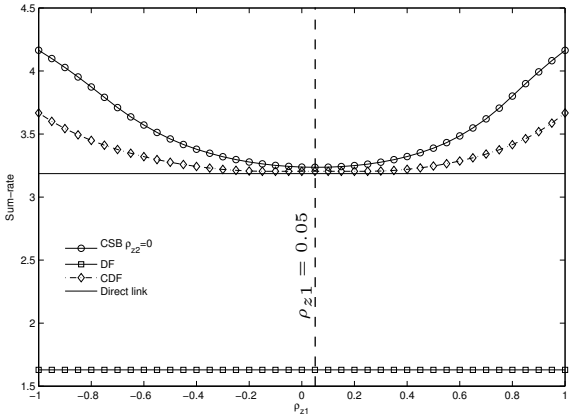

FIGURE 4 – Rendement somme en fonction de ρ_{z1}, $g_{21} = 0.9$, $P_1 = P_2 = P_R = 10$, $N_1 = N_2 = N_R = 1$, $g_{r1} = 0.95$, $g_{2r} = 0.05$

4 Conclusion

Nous avons montré que les réseaux de points permettent d'atteindre la région de rendements atteignables pour le schéma CF pour le canal à relais Gaussien avec bruits corrélés au relais et à la destination. Nous avons ensuite utilisé ce schéma pour le canal à relais bidirectionnel où les bruits additifs au relais et aux destinations sont corrélés en proposant un schéma CDF. Ce schéma combine un codage reposant sur des réseaux de points doublement imbriqués pour la partie DF et un codage reposant sur des réseaux de points imbriqués classique pour la partie CF. Des simulations numériques montrent que, pour certaines valeurs de gains sur les différents liens, CDF est plus performant qu'une transmission directe n'utilisant pas le relais. Nous conjecturons également une valeur spécifique du coefficient de corrélation minimisant l'écart entre la borne cut-set et CDF.

Remerciement

Ces travaux ont été effectués durant la thèse d'Anne Savard au sein du laboratoire ETIS.

Références

[1] T. M. Cover and A. A. El Gamal, "Capacity theorems for the relay channel," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 25, no. 5, pp. 572–584, Sept. 1979.

[2] U. Erez and R. Zamir, "Achieving 1/2 log(1+snr) on the AWGN channel with lattice encoding and decoding," *IEEE Trans. on IT*, vol. 50, no. 10, pp. 2293–2314, Oct. 2004.

[3] M. Nokleby and B. Aazhang, "Lattice coding over the relay channel," *IEEE ICC*, 2011.

[4] B. Rankov and A. Wittneben, "Achievable rate regions for the two-way relay channel," *ISIT*, 2006.

[5] A. Savard and C. Weidmann, "Lattice coding for the gaussian one- and two-way relay channels with correlated noises," *IEEE ISIT*, 2015.

[6] ——, "On the multiway relay channel with intra-cluster links," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, SpringerOpen*, vol. 52, pp. 1469–1469, 2016.

[7] S. Smirani, M. Kamoun, M. Sarkiss, A. Zaidi, and P. Duhamel, "Achievable rate regions for two-way relay channel using nested lattice coding," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, Jun. 2014.

[8] Y. Song and N. Devroye, "Lattice codes for the Gaussian relay channel : Decode-and-forward and compress-and-forward," *IEEE Trans. on IT*, vol. 59, no. 8, pp. 4927 – 4948, Aug. 2013.

[9] E. van der Meulen, "Three-terminal communication channels," *Adv. Appl. Prob.*, vol. 3, pp. 120–154, 1971.

[10] L. Zhang, J. Jiang, A. J. Goldsmith, and S. Cui, "Study of Gaussian relay channels with correlated noises," *IEEE Trans. on IT*, vol. 59, no. 3, pp. 863–876, March 2011.