



**HAL**  
open science

## Canal à relais multidirectionnel avec liens directs

Anne Savard, Claudio Weidmann

► **To cite this version:**

Anne Savard, Claudio Weidmann. Canal à relais multidirectionnel avec liens directs. GRETSI 2015, Sep 2015, Lyon, France. hal-01900945

**HAL Id: hal-01900945**

**<https://hal.science/hal-01900945>**

Submitted on 22 Oct 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Canal à relais multidirectionnel avec liens directs

Anne SAVARD, Claudio WEIDMANN

Equipes Traitement de l'Information et Systèmes (ETIS)  
ENSEA - Université de Cergy-Pontoise - CNRS UMR 8051  
95014 Cergy-Pontoise, France  
(anne.savard, claudio.weidmann)@ensea.fr

**Résumé** – Nous étudions une extension du canal à relais multidirectionnel (proposé par Gündüz et al.) en considérant la présence de liens directs de gain unitaire entre les utilisateurs d'un même cluster. Plusieurs clusters d'utilisateurs communiquent avec l'aide d'un relais et les utilisateurs au sein d'un même cluster souhaitent échanger leurs données les uns avec les autres. Nous présentons des rendements atteignables et une borne de type cut-set.

**Abstract** – This paper studies the extension of the multiway relay channel model (introduced by Gündüz et al.) by adding unit-gain intra-cluster links. In this model, multiple clusters of users communicate with the help of one relay and the users within a cluster wish to exchange messages among themselves. We obtain achievable rates and a cut-set bound as a function of the number of users and the cluster-to-relay gain  $g$ .

## 1 Introduction

Le modèle de base de toute communication coopérative est le canal à relais, dans lequel une source souhaite communiquer des données à une destination avec l'aide d'un relais. De nombreux protocoles, tels Decode-and-Forward (DF), Amplify-and-Forward (AF), Compress-and-Forward (CF) [1, Ch. 16] ont été proposés pour ce canal. Différentes extensions de cette brique de base ont ensuite été proposées et les protocoles standards y ont été adaptés. Le canal à relais bidirectionnel, dans lequel deux utilisateurs souhaitent échanger leurs données avec l'aide d'un relais en est un premier exemple. Le canal à relais bidirectionnel sans liens directs entre les utilisateurs [1] et avec liens directs [2], [3], [4] ont été très largement étudiés et les protocoles DF, AF et CF y ont été adaptés. Le protocole Compute-and-Forward (CoF), proposé par Nazer et al. [5], dans lequel le relais décode directement la somme des messages des utilisateurs plutôt que chaque message séparément, y a également été adapté [6].

Une extension un peu plus complexe du canal à relais est le canal à relais multidirectionnel proposé par Gündüz et al. [7] : Plusieurs clusters d'utilisateurs, au sein desquels les utilisateurs souhaitent échanger leurs données, communiquent avec l'aide d'un seul relais. Les rendements atteignables pour les protocoles DF, CF, AF et CoF ont été caractérisés.

La différence principale entre le modèle considéré dans ce papier et celui proposé par Gündüz et al. réside dans la présence de liens directs entre les utilisateurs d'un même cluster. Nous pensons que l'ajout de liens directs entre utilisateurs d'un même cluster permet une meilleure modélisation de la situation, particulièrement lorsque les utilisateurs d'un même cluster sont proches les uns des autres.

Nous présentons dans ce papier les rendements atteignables en utilisant les protocoles DF, CF, AF et CoF ainsi qu'une borne de type cut-set.

## 2 Modèle de canal

Nous considérons un canal à relais multidirectionnel (mRC) Gaussien dans lequel  $N$  utilisateurs, groupés en  $L$  clusters de  $K \geq 2$  utilisateurs ( $N = KL$ ), communiquent avec l'aide d'un relais. Les  $K$  utilisateurs d'un cluster souhaitent recevoir les messages des  $K - 1$  autres utilisateurs du cluster. Nous considérons la situation où les utilisateurs d'un cluster reçoivent les messages des autres utilisateurs de ce cluster au travers de liens directs, ce qui peut modéliser par exemple un réseau de capteurs. Nous supposons également que le relais a une meilleure observation des messages transmis que les utilisateurs, ce que nous modélisons au travers d'un gain  $g > 1$  sur les liens relais-utilisateurs (ceci peut être justifié par l'utilisation d'antennes plus performantes et/ou plus de puissance au relais, en d'autres termes un hardware plus performant). Tous les nœuds sont full-duplex, ils peuvent donc émettre et recevoir en même temps. La situation correspondant à ce canal est représentée sur la FIGURE 1.

Nous nous concentrons sur un modèle symétrique : Tous les utilisateurs ont la même contrainte de puissance  $P$  et le relais une contrainte de puissance  $P_R$ . De plus, pour tous les protocoles envisagés, nous ne spécifions qu'un point particulier de la région de rendements atteignables, qui est le point tel que  $R_{l,k} = R, \forall(l, k)$ . Le rendement total  $R_t$  est dit atteignable pour le mRC avec  $L$  clusters de  $K$  utilisateurs si  $(\frac{R_t}{KL}, \dots, \frac{R_t}{KL})$  est atteignable. De la même façon que dans [7], nous supposons que chaque cluster ne transmet que pendant une fraction  $1/L$

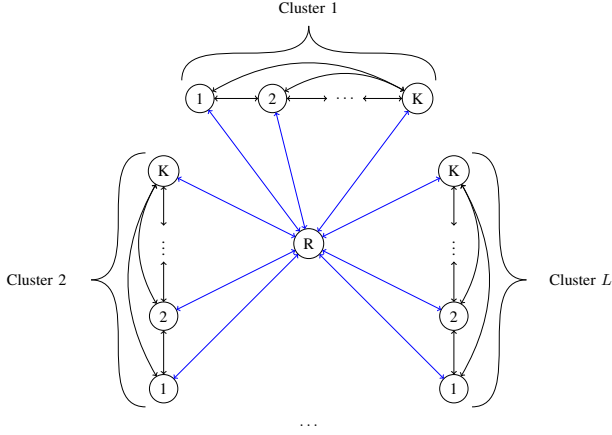


FIGURE 1 – Modèle considéré :  $L$  clusters de  $K$  utilisateurs communicant avec l'aide d'un relais ; les liens utilisateurs-relais (en bleu) sont de gain  $g$ .

du temps. Ainsi, tous les calculs peuvent être effectués pour un seul cluster et généralisés à  $L$  clusters en divisant les résultats obtenus par  $L$  (time-sharing). De plus, nous pouvons augmenter la puissance de chaque utilisateur à  $P' = LP$  tout en respectant la contrainte de puissance moyenne des utilisateurs. Pour des raisons de simplicité de notations, nous omettons l'indice de cluster, ainsi le canal est modélisé par

$$Y_i = \sum_{k \neq i}^K X_k + gX_R + Z_i$$

$$Y_R = g \sum_{k=1}^K X_k + Z_R,$$

où  $Z_R$  et  $Z_i$  sont des bruits blancs gaussiens de variance unitaire et indépendants les uns des autres et des messages  $X_k$ .

Nous utilisons la notation  $C(x) = \frac{1}{2} \log_2(1+x)$ .

### 3 Borne supérieure et rendements atteignables

Comme dans [7], nos résultats sont pour des encodeurs *restreints*, dont le signal  $X_k$  ne dépend que du message local.

Toutes les preuves, omises dans ce papier mais proposées dans [8], combinent des résultats standards pour le canal à relais Gaussien avec un canal multi-utilisateurs MAC. Les différents protocoles proposés utilisent soit des techniques de codage/décodage AWGN soit des réseaux de points (*lattices*).

#### 3.1 Borne de type cut-set

**Proposition 1.** *Pour le mRC Gaussien avec liens directs,  $L$  clusters de  $K$  utilisateurs, la borne de type cut-set est donnée par :*

$$R_{CSB} = \max_{\rho \in [0,1]} \frac{K}{K-1} \min \{f_1(\rho), f_2(\rho)\},$$

avec

$$f_1(\rho) = C \left( \frac{(g^2+1)P'(K-1) \left( (1-\rho^2) - (K-1)\rho^2 \right)}{1-\rho^2} \right)$$

$$f_2(\rho) = C \left( (K-1)P' + g^2 P_R (1-\rho^2) + 2g\sqrt{P'P_R}(K-1)\rho \right).$$

Dans les sections qui suivent, nous donnons les rendements atteignables avec les protocoles AF, DF, CF et CoF.

#### 3.2 Decode-and-forward

Dans le protocole DF, le relais décode une partie du message et coopère pour l'envoyer de façon cohérente avec la source à la destination. Cette partie s'inspire de [9], où un schéma DF utilisant du codage AWGN a été proposé pour le canal à relais. Nous proposons une extension de ce schéma de codage pour plusieurs utilisateurs.

**Proposition 2.** *Pour le mRC Gaussien avec liens directs,  $L$  clusters de  $K$  utilisateurs, le protocole DF atteint le rendement*

$$R_{DF} = \max_{\rho \in [0,1]} \min \{R_1(\rho), R_2(\rho)\},$$

avec

$$R_1(\rho) = C(g^2(1-\rho^2)KP')$$

$$R_2(\rho) = \frac{K}{K-1} C \left( (K-1) \left( P' + g^2 \frac{P_R}{K} + 2g\rho \sqrt{\frac{P'P_R}{K}} \right) \right).$$

#### 3.3 Compress-and-forward

Contrairement au protocole DF, dans le protocole CF, le relais ne décode pas le message mais le compresse en utilisant un codage de type Slepian-Wolf, où le message reçu sur le lien direct sert d'information adjacente. Cette partie s'inspire de [10], où un protocole CF utilisant des réseaux de points a été proposé pour le canal à relais Gaussien. Nous proposons une extension de ce schéma de codage à plusieurs utilisateurs.

**Proposition 3.** *Pour le mRC Gaussien avec liens directs,  $L$  clusters de  $K$  utilisateurs, le protocole CF atteint le rendement  $R_{CF}$  en utilisant des réseaux de points :*

$$R_{CF} = \frac{K}{K-1} C \left( (K-1)P' \left( 1 + \frac{g^2}{1+D} \right) \right),$$

avec

$$D = \frac{(1+g^2)(K-1)P' + 1}{g^2 P_R}.$$

#### 3.4 Amplify-and-forward

Dans les deux protocoles précédents, le relais effectuait une opération complexe (décodage ou compression). Dans le protocole AF, le relais se contente d'envoyer une version amplifiée de son signal reçu, de façon à satisfaire sa contrainte de puissance. Cette partie s'inspire de [11], où le protocole AF a été proposé pour le canal à relais Gaussien. Nous proposons une extension à plusieurs utilisateurs.

**Proposition 4.** Pour le mRC Gaussien avec liens directs,  $L$  clusters de  $K$  utilisateurs, le protocole AF atteint le rendement

$$R_{AF} = \frac{K}{2(K-1)} \log_2 \left( \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}{2} \right),$$

avec

$$\alpha = 1 + (K-1)P' \frac{g^2(KP' + g^2P_R) + 1}{g^2(KP' + P_R) + 1}$$

$$\beta = 2(K-1)P' g^2 \frac{\sqrt{P_R(g^2KP' + 1)}}{g^2(KP' + P_R) + 1}.$$

### 3.5 Compute-and-Forward

Dans cette partie, nous considérons le cas où chaque cluster est composé de 2 utilisateurs. Au lieu de décoder les deux messages ou de compresser/amplifier le signal reçu, le relais va décoder directement la somme des messages en utilisant le protocole CoF, proposé dans [6].

**Proposition 5.** Pour le mRC Gaussien avec liens directs,  $L$  clusters de  $K = 2$  utilisateurs, le protocole CoF atteint le rendement  $R_{CoF}$  en utilisant des réseaux de points

$$R_{CoF} = \min \left\{ \log_2^+ \left( \frac{1}{2} + g^2P' \right), \log_2(1 + P' + g^2P_R) \right\}.$$

où  $\log^+(x) = \max(0, \log(x))$ .

## 4 Résultats

Sur la FIGURE 3, nous représentons la borne cut-set, les rendements atteignables pour le mRC de  $L = 1$  cluster et  $K = 2$  ou  $K = 20$  utilisateurs en fonction de  $P$ . Nous constatons d'une part un écart constant entre le cut-set et CF à toutes les puissances et d'autre part, que AF suit CF avec un écart constant. De plus, pour un nombre faible d'utilisateurs, CF donne de meilleures performances que DF.

Sur la FIGURE 4, nous représentons la borne cut-set, les rendements atteignables pour le mRC de  $L = 1$  cluster et  $P = 30dB$  en fonction de  $K$  pour  $P_R = P$  ou  $P_R = KP$ . Nous constatons d'une part que pour un nombre faible à modéré d'utilisateurs, CF donne de meilleures performances que DF, puis DF donne les meilleurs performances et que d'autre part, lorsque  $P_R = P$ , l'écart entre DF et le cut-set tend vers 0 pour un grand nombre d'utilisateurs.

Sur la FIGURE 5, nous représentons la borne cut-set, les rendements atteignables pour le mRC de  $L = 8$  clusters et  $K = 2$  utilisateurs en fonction de  $P$ . Nous constatons que pour le gain  $g$  choisi, CoF donne les meilleurs performances et que l'écart entre CoF et le cut-set tend vers 0 pour  $P$  grand.

Le tableau de la FIGURE 2 résume tous ces points en différenciant les deux allocations de puissance pour le relais (soit  $P_R = P$  soit  $P_R = KP$ ). Les propositions 6 et 7 viennent prouver de façon théorique les écarts finis observés d'une part entre CF et le cut-set et d'autre part entre AF et CF. Des résultats similaires peuvent également être obtenus pour l'écart entre AF, CoF et le cut-set.

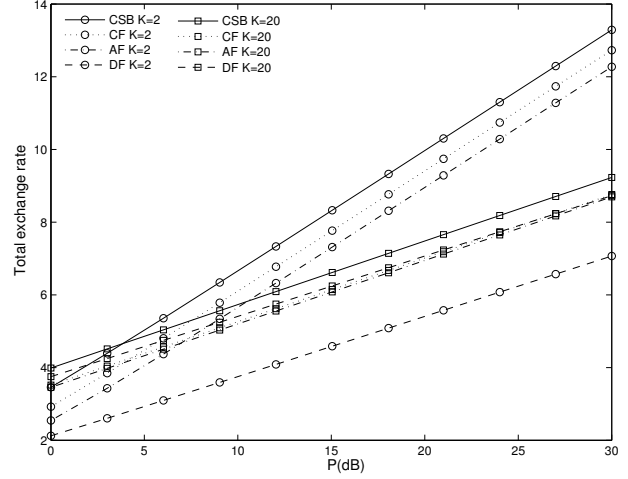


FIGURE 3 – Total exchange rate vs.  $P$ ,  $P_R = KP$ ,  $g = 3$ ,  $L = 1$

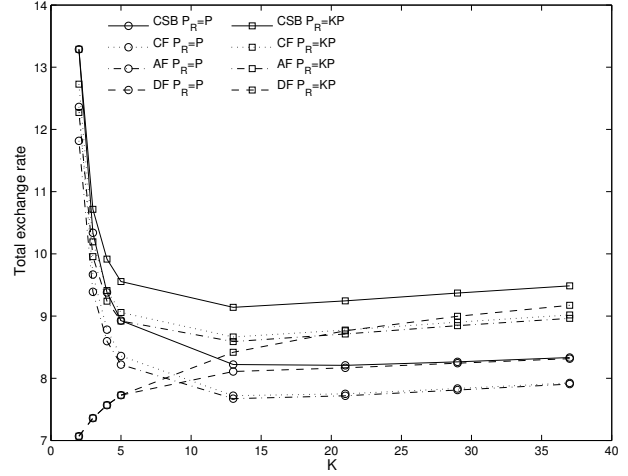


FIGURE 4 – Total exchange rate vs.  $K$ ,  $P = 30dB$ ,  $g = 3$ ,  $L = 1$

**Proposition 6.** Pour le mRC Gaussien avec liens directs,  $L$  clusters de  $K$  utilisateurs, le protocole CF atteint des rendements qui, au pire, sont à  $\frac{K}{2(K-1)} \log_2(1 + g^2)$  bits du cut-set.

$$R_{CF} \geq R_{CSB} - \frac{1}{2(K-1)} \log_2(1 + g^2)$$

**Proposition 7.** Pour le mRC Gaussien avec liens directs,  $L$  clusters de  $K$  utilisateurs, le protocole AF atteint des rendements qui, au pire, sont à  $\frac{K}{2(K-1)} \log_2(2(1 + g^2))$  bits de celui atteint par le protocole CF.

$$R_{AF} \geq R_{CF} - \frac{1}{2(K-1)} \log_2(2(g^2 + 1))$$

## 5 Hypothèse de time-sharing

Jusqu'ici, nous n'avons considéré le canal à relais multidirectionnel qu'avec une hypothèse de time-sharing entre les différents clusters. Si on relâche cette hypothèse (tous les clusters

FIGURE 2 – Comparaison entre les différents protocoles (les valeurs numériques de  $K$  sont données pour  $P = 30\text{dB}$  et  $g = 3$ )

	$P_R = P$	$P_R = KP$	$K = 2$ $P_R = 2P$
CF	meilleures performances pour $K$ petit ( $K < 8$ ) écart fini à la borne cut-set	meilleures performances pour $K$ modéré ( $K < 21$ ) écart fini à la borne cut-set	
DF	meilleures performances pour $K$ grand ( $K > 8$ )	meilleures performances pour $K$ grand ( $K > 21$ )	
AF	performances toujours pires que CF	performances toujours pires que CF	
CoF			meilleures performances

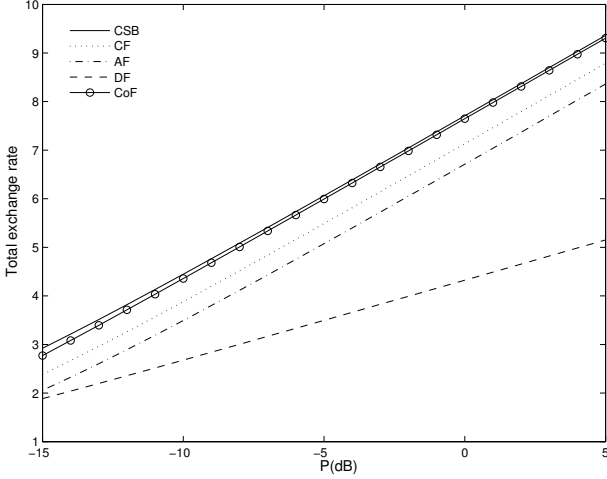


FIGURE 5 – Total exchange rate vs.  $P$ ,  $P_R = 2LP$ ,  $g = 5$ ,  $L = 8$

émettent simultanément), les performances en terme de rendement atteignable sont presque toujours dégradées : les protocoles souffrent de la puissance de bruit supplémentaire au relais (les messages des utilisateurs d'un cluster sont considérés comme du bruit pour les utilisateurs d'un autre cluster). Pour le protocole AF qui amplifie le signal reçu au relais, la présence de  $N$  messages au lieu de  $K$  dégrade très largement les performances. Pour DF, le rendement obtenu est souvent le même qu'avec l'hypothèse du time-sharing (le rendement limitant dans la fonction min est souvent celui en réception au relais, qui est le même avec et sans time-sharing). Seul CF permet d'obtenir un gain significatif sans time-sharing.

## 6 Discussion

Dans ce papier, nous avons considéré une extension du canal à relais multidirectionnel (mRC) introduit par Gündüz et al. dans [7]. Dans notre modèle, plusieurs clusters d'utilisateurs, reliés par des liens directs au sein d'un même cluster, communiquent avec l'aide d'un relais. Chaque utilisateur souhaite recevoir les messages des  $K - 1$  autres utilisateurs de son cluster. En se basant sur des schémas de codage proposés pour le canal à relais utilisant soit des réseaux de point ([5], [6], [10]) soit des schémas de codage/décodage AWGN ([9], [11]),

nous avons proposé des extensions de CF, DF, AF et CoF pour le mRC. Lorsque  $g$  devient très grand (en d'autres termes, les liens directs deviennent négligeables), nous retrouvons les résultats obtenus par Gündüz et al. dans [7] en normalisant les puissances par  $g^2$ . En relâchant l'hypothèse de time-sharing, les performances obtenues avec les schémas de relayage standards ne sont améliorées qu'avec CF, pour les autres protocoles, elles sont soit du même ordre de grandeur (DF), soit fortement dégradées (AF). De nouveaux protocoles permettront peut-être de résoudre ce problème.

## Références

- [1] A. El Gamal and Y.-H. Kim, *Network Information Theory*. Cambridge University Press, 2011.
- [2] B. Rankov and A. Wittneben, "Achievable rate regions for the two-way relay channel," *ISIT*, 2006.
- [3] P. Zhong and M. Vu, "Decode-forward and compute-forward coding schemes for the two-way relay channel," *ITW*, 2011.
- [4] —, "Partial decode-forward coding schemes for the Gaussian two-way relay channel," *ICC*, 2012.
- [5] B. Nazer and M. Gastpar, "Compute-and-forward : harnessing interference through structured codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 57, pp. 6463–6486, 2011.
- [6] Y. Song and N. Devroye, "Lattice codes for the Gaussian relay channel : Decode-and-forward and compress-and-forward," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 59, pp. 4927 – 4948, 2013.
- [7] D. Gündüz, A. Yener, A. Goldsmith, and H. V. Poor, "The multiway relay channel," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 59, pp. 51–63, 2013.
- [8] A. Savard and C. Weidmann, "On the multiway relay channel with direct links," *ITW*, 2014.
- [9] A. Khina, O. Ordentlich, U. Erez, Y. Kochman, and G. Wornell, "Decode-and-forward for the Gaussian relay channel via standard AWGN coding and decoding," *ITW*, 2012.
- [10] Y. Song and N. Devroye, "A lattice compress-and-forward scheme," *ITW*, 2011.
- [11] W. Chang, S.-Y. Chung, and Y. H. Lee, "Gaussian relay channel capacity to within a fixed number of bits," *Computing Research Repository - CORR*, 2010.