



HAL
open science

Développement d'un couplage "intriqué" entre thermomécanique et diffusion neutronique

Cyril Patricot, Grégoire Allaire, Olivier Fandeur

► **To cite this version:**

Cyril Patricot, Grégoire Allaire, Olivier Fandeur. Développement d'un couplage "intriqué" entre thermomécanique et diffusion neutronique. 13e colloque national en calcul des structures, Université Paris-Saclay, May 2017, Giens, Var, France. hal-01899361

HAL Id: hal-01899361

<https://hal.science/hal-01899361v1>

Submitted on 19 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Développement d'un couplage "intriqué" entre thermomécanique et diffusion neutronique

C. Patricot¹, G. Allaire², O. Fandeur³

¹ CEA, DEN, DM2S, SERMA, F-91191 Gif-sur-Yvette, cyril.patricot@cea.fr

² Centre de Mathématiques Appliquées (UMR 7641), Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau, allaire@cmap.polytechnique.fr

³ CEA, DEN, DM2S, SEMT, F-91191 Gif-sur-Yvette, olivier.fandeur@cea.fr

Résumé — Ce papier s'intéresse à la simulation numérique de la diffusion neutronique, telle qu'elle peut avoir lieu dans un réacteur nucléaire, dans un milieu se dilatant thermiquement du fait de l'échauffement nucléaire. Plutôt que de coupler des outils distincts, le parti a été pris de développer un solveur commun aux disciplines couplées (approche dite intriquée), basé sur l'algorithme de Newton. Après un calcul analytique de la jacobienne du système complet, un cas d'application simple vise à montrer la justesse des développements et la pertinence de la méthode.

Mots clés — couplage multiphysique, thermomécanique, neutronique.

1 Introduction

Les cœurs de réacteurs nucléaires sont susceptibles de se déformer par dilatations thermiques, effets d'irradiation des matériaux ou lors d'accidents particuliers comme des séismes. Ces déformations mécaniques ont un impact sur la réaction en chaîne nucléaire, relevant de la neutronique [1, 2, 4, 5, 6].

Dans le même temps, le domaine de la simulation multiphysique, en physique des réacteurs, est en pleine évolution. L'augmentation des capacités de calcul, la volonté d'améliorer les modélisations et de se soustraire des conservatismes de découplage, ainsi que la complexification des objets technologiques étudiés accroissent l'intérêt pour les simulations multiphysiques. Cependant, l'approche classique, qui consiste à faire communiquer des simulations distinctes, peut introduire des limitations de stabilité, de précision et de robustesse plus fortes que celles des composants.

Ce travail vise à progresser sur les techniques de couplage, en considérant un cas d'étude un peu théorique, un milieu qui, chauffé par les réactions nucléaires, se dilate thermiquement. On ne considère pas de système de refroidissement tel qu'il pourrait y en avoir en réacteur.

La méthode de couplage envisagée part des formulations éléments finis de chacune des disciplines et résout le problème global par l'algorithme de Newton. La deuxième section de cet article présente les formulations éléments finis de chacune des disciplines. La troisième section présente le calcul de la jacobienne du système. La quatrième section présente quelques résultats d'un cas d'application simple. Enfin, la cinquième section conclut le papier.

2 Les modèles couplés

2.1 Eléments généraux

On considère un problème cinétique (équations instationnaires) traité par un schéma en temps implicite. Ainsi, l'impact de chaque discipline sur les autres est considéré au pas de temps courant.

Neutronique et thermique partagent les mêmes éléments finis notés ξ_i . Les éléments finis de la mécanique sont notés ξ_j pour se rappeler qu'ils ont une composante par dimension d'espace. Plus généralement, nous indiquons par le nombre de soulignements la dimension des tenseurs. Notons qu'il n'est pas nécessaire de donner plus d'informations sur les éléments finis utilisés dans ce travail, la méthode n'en dépendant pas.

La configuration de référence, non déformée, est notée Ω_0 . La configuration courante est notée Ω . Enfin, la dernière évaluation de la configuration courante par l'algorithme de Newton est notée Ω_p .

2.2 Neutronique

Détailler le modèle neutronique et son établissement nous amènerait trop loin et n'est pas l'objectif de ce papier. Nous renvoyons le lecteur à [7, 8] pour plus de détails.

Listons simplement les éléments clefs qui permettent de construire le modèle :

- Les neutrons n'interagissent pas entre eux.
- Le nombre d'interactions des neutrons (en un point, avec un vecteur vitesse donné) avec la matière (un isotope donné) est supposé égal au produit de la densité neutronique n , de leur vitesse V , de la concentration de l'isotope considéré C et d'un paramètre de l'isotope σ_{micro} (qui dépend en général de $\|V\|$, de la température du milieu et du type d'interaction considérée : collision, fission ou autre). Cela amène à la définition de deux variables, le flux neutronique $\phi = nV$ et la section efficace macroscopique $\sigma = C\sigma_{micro}$. ϕ est appelé flux car il en a la dimension, mais nous attirons l'attention sur le fait que c'est une grandeur volumique et non surfacique.
- Bien que les neutrons se déplacent en ligne droite dans le vide, lorsqu'ils interagissent beaucoup avec la matière on peut modéliser leur propagation à l'aide d'une équation de diffusion (loi de Fick). Cela revient à ne plus différencier le sens de propagation des neutrons. La diffusion est d'autant plus rapide que la matière est peu dense. Le coefficient de diffusion est ainsi inversement proportionnel aux concentrations isotopiques des milieux.

Avec ces éléments, on peut mettre le problème neutronique instationnaire sous la forme d'un système linéaire pour Φ le vecteur des composantes du flux neutronique :

$$A_{ne}\Phi(t) = B_{ne}. \quad (1)$$

Comme indiqué précédemment, le sens de propagation des neutrons n'est pas distinguée dans Φ . En revanche, la norme de leur vitesse l'est. Nous nommons "groupe d'énergie" (cinétique) une maille "de vitesse" des neutrons. Le groupe d'énergie courant est noté g .

Nous admettons ici que A_{ne} et B_{ne} sont construits à partir de trois types de matrices, K , R (qui peut coupler des groupes d'énergie entre eux) et M (D^g coefficient de diffusion du groupe g et σ une section efficace macroscopique) :

$$(K)_{ij}^g = \int_{\Omega} D^g \nabla \xi_i \cdot \nabla \xi_j d\Omega, \quad (2a)$$

$$(R)_{ij} = \int_{\Omega} \sigma \xi_i \xi_j d\Omega, \quad (2b)$$

$$(M)_{ij} = \int_{\Omega} \xi_i \xi_j d\Omega. \quad (2c)$$

La mécanique influence la neutronique à travers Ω , la configuration courante, sur laquelle on intègre pour obtenir les coefficients des matrices, et à travers les dépendances de D^g et de σ à la densité des milieux. Nous négligeons les dépendances de D^g et de σ à la température (à densité constante).

2.3 Thermique

Nous nous plaçons sous l'hypothèse des petites déformations en thermique. Cela permet d'écrire le système linéaire suivant pour \mathcal{T} le vecteur des composantes de la température :

$$A_{th}\mathcal{T}(t) = B_{th}, \quad (3)$$

avec (ρC_p capacité thermique volumique, λ_{th} conductivité thermique et P puissance volumique) :

$$(A_{th})_{ij} = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Omega_0} \rho C_p \xi_i \xi_j d\Omega_0 + \int_{\Omega_0} \lambda_{th} \nabla \xi_i \cdot \nabla \xi_j d\Omega_0, \quad (4a)$$

$$(B_{th})_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Omega_0} \rho C_p \mathcal{T}(t - \Delta t) \xi_i d\Omega_0 + \int_{\Omega_0} P \xi_i d\Omega_0. \quad (4b)$$

La neutronique impacte la thermique à travers le dégagement de puissance P qui peut s'écrire ainsi (K^g section efficace macroscopique de production d'énergie, ϕ_j^g composante de Φ) :

$$P = \sum_{g,j} K^g \xi_j \phi_j^g. \quad (5)$$

2.4 Mécanique

Pour simplifier les écritures, nous ignorons les termes instationnaires en mécanique. Leur prise en compte ne modifierait pas la démarche. Nous nous plaçons également sous l'hypothèse des petites déformations, ce qui permet d'écrire le système linéaire suivant, pour U le vecteur des composantes du déplacement :

$$A_{me}U(t) = B_{me}, \quad (6)$$

avec (λ_{me} , μ et κ coefficients de Lamé, α coefficient de dilatation thermique, \mathcal{T} vecteur des composantes de la température et $\underline{b}_j = \frac{1}{2} (\underline{\nabla} \xi_j + \underline{\nabla} \xi_j^t)$ déformation élémentaire) :

$$(A_{me})_{ij} = \int_{\Omega_0} (\lambda_{me} Tr(\underline{b}_i) Tr(\underline{b}_j) + 2\mu Tr(\underline{b}_i \underline{b}_j)) d\Omega_0, \quad (7a)$$

$$(B_{me})_i = \int_{\Omega_0} 3\kappa\alpha(\mathcal{T}(t) - \mathcal{T}(t=0)) Tr(\underline{b}_i) d\Omega_0. \quad (7b)$$

La thermique impacte la mécanique à travers la température courante $\mathcal{T}(t)$ présente dans le second membre.

3 Le couplage

Le couplage étudié peut être résumé par la figure 1.

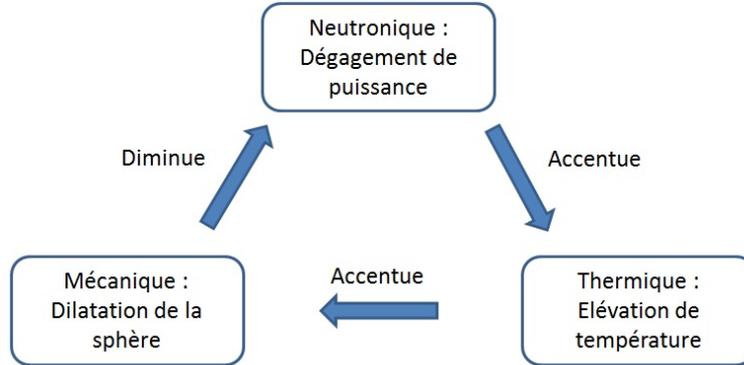


FIGURE 1 – Interactions entre les physiques

3.1 L'algorithme de Newton

Soit X la concaténation de Φ , \mathcal{T} et U . On définit le problème global ainsi :

$$F(X(t)) = A(X(t))X(t) - B(X(t)) = 0, \quad (8)$$

avec :

$$A(X) = \begin{pmatrix} A_{ne} & 0 & 0 \\ 0 & A_{th} & 0 \\ 0 & 0 & A_{me} \end{pmatrix} \text{ et } B(X) = \begin{pmatrix} B_{ne} \\ B_{th} \\ B_{me} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

L'équation (8) n'est pas linéaire puisque A et B dépendent de X . Pour la résoudre, on utilise l'algorithme de Newton.

La première étape consiste à définir la matrice jacobienne du problème en X , notée J_X :

$$(J_X)_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial X_j} = \sum_k \frac{\partial A_{ik}}{\partial X_j} X_k + A_{ij} - \frac{\partial B_i}{\partial X_j}. \quad (10)$$

A partir de $X^{(0)}$, une première estimation de la solution, on itère ainsi :

- Calcul de $J_{X^{(n-1)}}$ et de $F(X^{(n-1)})$,
 - Résolution du système linéaire $J_{X^{(n-1)}} \delta X = -F(X^{(n-1)})$,
 - Calcul de la nouvelle approximation de X : $X^{(n)} = X^{(n-1)} + \delta X$.
- L'algorithme se termine lorsque $\|F(X^{(n)})\|$ est suffisamment petit.

3.2 Calcul de la jacobienne

3.2.1 Terme mécanique

En injectant dans (7b) la décomposition de \mathcal{T} sur la base des éléments finis on obtient :

$$(B_{me})_i = \int_{\Omega_0} 3\kappa\alpha \left(\sum_k \mathcal{T}_k \xi_k - \mathcal{T}(t=0) \right) Tr(\underline{b}_i) d\Omega_0.$$

En dérivant cette expression par rapport aux composantes de \mathcal{T} on obtient le résultat qui nous intéresse (d'après (10)) :

$$\frac{\partial (B_{me})_i}{\partial \mathcal{T}_j} = \int_{\Omega_0} 3\kappa\alpha \xi_j Tr(\underline{b}_i) d\Omega_0. \quad (11)$$

3.2.2 Terme thermique

De la même façon, en injectant (5) dans (4b) et en dérivant par rapport aux composantes de Φ , on obtient :

$$\frac{\partial (B_{th})_i}{\partial \phi_j^g} = \int_{\Omega_0} K^g \xi_j \xi_i d\Omega_0. \quad (12)$$

3.2.3 Termes neutroniques

a. Changement de variable

Contrairement aux autres disciplines, on ne se place pas dans l'hypothèse des petites déformations en neutronique. Les intégrales sont donc définies sur Ω , le domaine courant. On les ramène dans ce qui suit à la configuration trouvée à l'issue de l'itération précédente de l'algorithme de Newton, Ω_p . Cela permet d'explicitier la dépendance des termes neutroniques aux variables mécaniques.

On introduit le changement de variable suivant, qui à $\underline{y} \in \Omega_p$ associe $\underline{x} \in \Omega$:

$$\underline{x} = \underline{y} + \underline{u}'(\underline{y}) = (\underline{Id} + \underline{u}')(\underline{y}). \quad (13)$$

Le \underline{u}' intervenant dans (13) peut s'écrire ainsi :

$$\underline{u}' = \underline{u} - \underline{u}_p. \quad (14)$$

avec \underline{u} le déplacement de Ω_0 vers Ω et \underline{u}_p celui de Ω_0 vers Ω_p . \underline{u} correspond au déplacement calculé par la mécanique et \underline{u}_p est supposé connu.

Soit f une fonction de Ω . On note \bar{f} la fonction "ramenée" sur Ω_p :

$$\bar{f}(\underline{y}) = f \circ (\underline{Id} + \underline{u}')(\underline{y}) = f(\underline{x}).$$

Pour les matrices de type masse, il est simplement nécessaire de prendre en compte la variation du volume élémentaire : $d\Omega = |\det(\underline{\nabla}(\underline{Id} + \underline{u}'))| d\Omega_p$. Par la suite nous omettrons la valeur absolue. Un déplacement cinématiquement admissible assure que le déterminant est toujours positif, et nous supposons

que les déplacements considérés sont suffisamment petits pour que cette propriété reste vraie même avec des déplacements interpolés (par l'algorithme de Newton). On a donc pour toute fonction f suffisamment régulière :

$$\int_{\Omega} f \xi_i \xi_j d\Omega = \int_{\Omega_p} \bar{f} \bar{\xi}_i \bar{\xi}_j \det(\underline{Id} + \underline{\nabla u}') d\Omega_p.$$

Nous avons annoncé section 2.2 que les sections efficaces sont proportionnelles à la densité des milieux. Cela revient à écrire ($\forall \Omega' \subset \Omega$ associé à Ω'_p par le déplacement u'), avec σ_p les sections efficaces sur la configuration Ω_p , et σ celles sur Ω , après adaptation pour maintenir les bilans matériels :

$$\int_{\Omega'} \sigma d\Omega' = \int_{\Omega'_p} \bar{\sigma} \det(\underline{Id} + \underline{\nabla u}') d\Omega'_p = \int_{\Omega'_p} \sigma_p d\Omega'_p.$$

On en déduit :

$$\bar{\sigma} \det(\underline{Id} + \underline{\nabla u}') = \sigma_p. \quad (15)$$

Le changement de géométrie et l'adaptation des sections efficaces se compensent donc parfaitement pour les termes de type matrice de masse lorsque le coefficient est une section efficace.

Pour les matrices de type rigidité, il est nécessaire de prendre en compte l'effet du changement de variable (13) sur le calcul des gradients des fonctions élémentaires. On a $\forall f, g$ suffisamment régulières :

$$\begin{aligned} \underline{\nabla}(f \circ g) &= \left(\frac{\partial}{\partial x_i} (f \circ g) \right)_i \\ &= \left(\sum_j \frac{\partial f}{\partial x_j} \circ g \frac{\partial g_j}{\partial x_i} \right)_i \\ &= (\underline{\nabla} g)^t (\underline{\nabla} f) \circ g. \end{aligned}$$

Ainsi, en notant ∇_p le gradient défini sur Ω_p , on a : $\underline{\nabla} \xi_i \circ (\underline{Id} + \underline{u}') = (\underline{Id} + \underline{\nabla u}')^{-t} \underline{\nabla}_p \bar{\xi}_i$.

En outre, en notant \cdot le produit scalaire, on a $\forall \underline{A}, \underline{X}, \underline{Y}$:

$$\underline{AX} \cdot \underline{AY} = \underline{X}^t \underline{A}^t \underline{AY} = (\underline{A}^t \underline{AX}) \cdot \underline{Y}.$$

On peut donc écrire finalement $\forall f$ suffisamment régulière :

$$\int_{\Omega} f \underline{\nabla} \xi_i \cdot \underline{\nabla} \xi_j d\Omega = \int_{\Omega_p} \bar{f} (\underline{Id} + \underline{\nabla u}')^{-1} (\underline{Id} + \underline{\nabla u}')^{-t} \underline{\nabla}_p \bar{\xi}_i \cdot \underline{\nabla}_p \bar{\xi}_j \det(\underline{Id} + \underline{\nabla u}') d\Omega_p. \quad (16)$$

Nous avons annoncé section 2.2 que les coefficients de diffusion neutroniques varient comme l'inverse d'une densité. De façon réciproque à (15) cela implique :

$$\bar{D}^g = \det(\underline{Id} + \underline{\nabla u}') D_p^g.$$

Le changement de géométrie et l'adaptation du coefficient de diffusion conduisent donc à mettre au carré le déterminant intervenant dans (16) lorsque f est un coefficient de diffusion.

b. Calcul des dérivées partielles

Pour calculer les dérivées partielles, on va commencer par exprimer (16) au premier ordre en $\underline{\nabla u}'$. On admet les formules classiques :

$$\det(\underline{Id} + \underline{\nabla u}') = 1 + Tr(\underline{\nabla u}') + o(\underline{\nabla u}')$$

$$(\underline{Id} + \underline{\nabla u}')^{-1} = \underline{Id} - \underline{\nabla u}' + o(\underline{\nabla u}')$$

On obtient donc finalement pour les différents types de termes intervenant dans la définition du problème neutronique (7) :

$$(K)_{ij}^g = \int_{\Omega} D^g \underline{\nabla} \xi_i \cdot \underline{\nabla} \xi_j d\Omega \approx \int_{\Omega_p} D_p^g \left(\underline{Id}(1 + 2Tr(\underline{\nabla} u')) - \underline{\nabla} u' - \underline{\nabla} u'' \right) \underline{\nabla}_p \bar{\xi}_i \cdot \underline{\nabla}_p \bar{\xi}_j d\Omega_p,$$

$$(R)_{ij} = \int_{\Omega} \sigma \xi_i \xi_j d\Omega = \int_{\Omega_p} \sigma_p \bar{\xi}_i \bar{\xi}_j d\Omega_p.$$

$$(M)_{ij} = \int_{\Omega} \xi_i \xi_j d\Omega \approx \int_{\Omega_p} \bar{\xi}_i \bar{\xi}_j (1 + Tr(\underline{\nabla} u')) d\Omega_p.$$

Introduisons le tenseur de déformation $\underline{\varepsilon}' = \frac{1}{2} (\underline{\nabla} u' + \underline{\nabla} u'')$ et les déformations \underline{b}_i associées aux déplacements élémentaires $\underline{\xi}_i$. Par linéarité de l'opérateur qui associe déformation à déplacement, on a $\underline{\varepsilon}' = \sum_i u'_i \underline{b}_i$ où les u'_i sont les coordonnées du déplacement \underline{u}' sur la base des $\underline{\xi}_i$. D'après (14), on a $u'_i = u_i - (u_i)_p$, avec u_i les coordonnées de \underline{u} , et $(u_i)_p$ celles de \underline{u}_p .

En exprimant les termes précédents en déformation on peut obtenir leurs dérivées par rapport aux u_i , en \underline{u}_p :

$$\frac{\partial (K)_{ij}^g}{\partial u_k}(\underline{u}_p) = \int_{\Omega_p} 2D_p^g (Tr(\underline{b}_k) \underline{Id} - \underline{b}_k) \underline{\nabla}_p \bar{\xi}_i \cdot \underline{\nabla}_p \bar{\xi}_j d\Omega_p,$$

$$\frac{\partial (M)_{ij}}{\partial u_k}(\underline{u}_p) = \int_{\Omega_p} \bar{\xi}_i \bar{\xi}_j Tr(\underline{b}_k) d\Omega_p.$$

3.3 Expression de la jacobienne

Le remontage de la jacobienne donne :

$$J_X = \begin{pmatrix} A_{ne} & 0 & C_{MN} \\ C_{NT} & A_{th} & 0 \\ 0 & C_{TM} & A_{me} \end{pmatrix},$$

avec (V^g vitesse des neutrons du groupe g) :

$$(C_{NT})_{ij}^g = - \int_{\Omega_0} K^g \xi_j \xi_i d\Omega_0, \quad (17a)$$

$$(C_{TM})_{ij} = - \int_{\Omega_0} 3\kappa \alpha \xi_j Tr(\underline{b}_i) d\Omega_0, \quad (17b)$$

$$(C_{MN})_{ij}^{g' \rightarrow g} = \delta_{g,g'} \sum_k \left(\frac{1}{V^g \Delta t} \int_{\Omega_p} \xi_i \xi_k Tr(\underline{b}_j) d\Omega_p (\Phi_k^g(t) - \Phi_k^g(t - \Delta t)) \right. \\ \left. + \int_{\Omega_p} 2D_p^g (Tr(\underline{b}_j) \underline{Id} - \underline{b}_j) \underline{\nabla} \xi_i \cdot \underline{\nabla} \xi_k d\Omega_p \right). \quad (17c)$$

On note que C_{NT} and C_{TM} sont constantes. L'impact de la neutronique sur la thermique, donné par (4b) et (5), et celui de la thermique sur la mécanique, donné par (7b), sont exactement linéaires. Il est donc normal que les composantes correspondantes de la jacobienne soient constantes.

Ce n'est pas vrai pour C_{MN} , la linéarisation de l'impact de la mécanique sur la neutronique. C_{MN} doit être réévaluée à chaque itération à cause de l'intégration sur Ω_p et de la présence de $\Phi_k^g(t)$ (pris à la dernière itération de l'algorithme de Newton).

3.4 Approximations

Nous avons utilisé deux approximations dans le calcul de la jacobienne pour l'application qui suit. Elles ne modifient pas le résultat (l'équation résolue (8) est toujours la même), uniquement la vitesse de convergence de l'algorithme.

1. Le premier terme de (17c) est simplifié en utilisant :

$$\int_{\Omega_p} \bar{\xi}_i \bar{\xi}_k Tr(\underline{b}_j) d\Omega_p \approx \delta_{i,k} \int_{\Omega_p} \bar{\xi}_i Tr(\underline{b}_j) d\Omega_p.$$

2. Ω_p est remplacé par Ω_0 dans (17c).

4 Expérience numérique

Nous présentons ici une expérience numérique, menée dans CAST3M [3] et basée sur les développements de la section précédente. Elle n'a pas pour objectif de simuler une réalité physique. On considère un rectangle 2D, homogène, de dimension 10cm sur 8cm. Ces propriétés sont choisies arbitrairement pour renforcer le couplage.

Les fonctions élémentaires sont des polynômes d'ordre 1. Les conditions aux limites sont flux neutronique et température nuls au bord, et élimination des translations et rotations globales.

A $t = 0$ le système dégage une puissance de 10kW et est "surcritique prompt" (dans une configuration qui entraîne un accroissement exponentiel rapide de la réaction en chaîne nucléaire) et un unique pas de temps est calculé.

Les résultats, en terme de puissance globale en fonction du numéro d'itération, sont donnés figure 2, pour un maillage de 2x2 mailles à gauche et de 10x10 mailles à droite. L'évolution de la puissance est donnée pour plusieurs techniques de couplage :

- L'algorithme de Newton présenté dans ce papier,
- L'algorithme de Gauss-Seidel consistant à résoudre les disciplines les unes après les autres (neutronique d'abord, puis thermique et enfin mécanique),
- et l'algorithme de Jacobi consistant à résoudre les disciplines en même temps mais indépendamment.

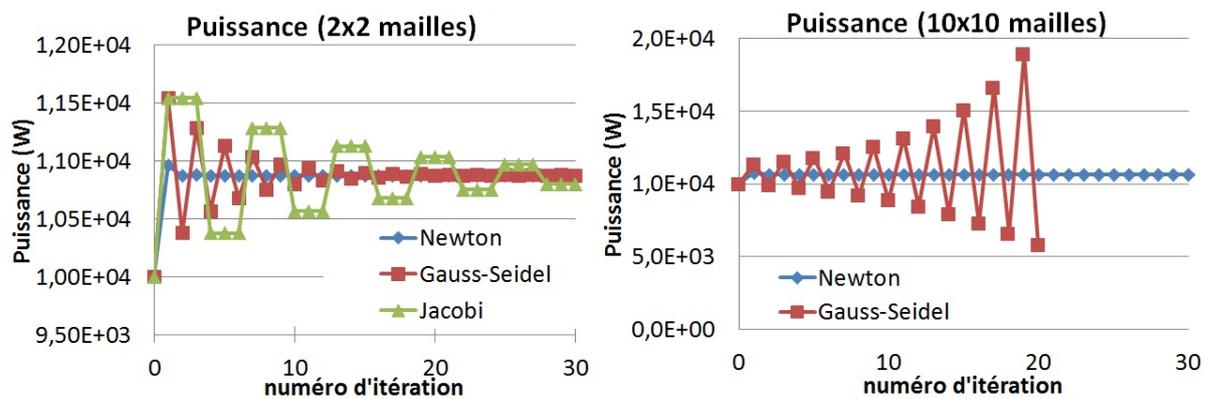


FIGURE 2 – Puissance globale pour différentes techniques de couplage, cas 2x2 mailles à gauche, 10x10 mailles à droite

L'algorithme de Newton converge clairement plus rapidement que les autres. Dans le cas à 100 mailles, il est même le seul à converger. La puissance calculée par l'algorithme de Jacobi ne varie que toutes les trois itérations à cause de la circularité du couplage.

On trace figure 3 l'écart de la puissance globale à la valeur convergée (après 50 itérations de l'algorithme de Newton) sur le cas 2x2 mailles. Cela confirme la convergence particulièrement rapide de notre algorithme de Newton (qui atteint le bruit numérique en une douzaine d'itérations). On peut remarquer qu'il n'a qu'une convergence linéaire, alors que la convergence théorique de l'algorithme de Newton est quadratique (on ne devrait pas observer une droite sur la figure 3). Cela est dû aux deux approximations que nous avons faites dans le calcul de la jacobienne et que nous avons listées section 3.4.

5 Conclusion

Nous avons donné dans ce papier la forme exacte de la jacobienne d'un couplage entre les formulations éléments finis de la diffusion neutronique, de la diffusion thermique et de la mécanique linéaire. Ce résultat ne dépend pas du cas d'application ou du type d'éléments finis utilisés.

Un cas d'application simple a permis de montrer que l'algorithme de Newton que l'on peut écrire grâce à cette jacobienne converge effectivement plus vite, en terme de nombre d'itérations, que les techniques de couplage habituellement utilisées en physique des réacteurs. Il serait cependant encore prématuré de conclure en terme de temps de calcul. Un travail d'optimisation de la résolution reste à accomplir.

Le calcul de la jacobienne a été simplifié par l'utilisation de la même discrétisation pour chaque

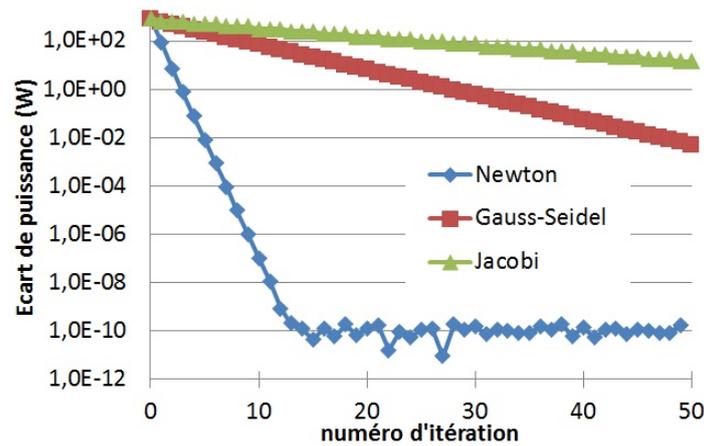


FIGURE 3 – Ecart à la puissance globale convergée pour différentes techniques de couplage, dans le cas 2x2 mailles.

discipline : utilisation des éléments finis, avec les mêmes fonctions élémentaires, sur le même maillage et avec le même pas de temps. Ce n'est cependant pas un prérequis de la méthode. Si les discrétisations diffèrent, une étape supplémentaire de projection (ou de changement de variable) peut très bien être prise en compte par la jacobienne du système.

Un état des lieux plus complet sur la prise en compte des effets mécaniques en neutronique et sur les techniques de couplage associées (généralement moins intriquées que celle que l'on a présentée ici) peut être trouvé dans [8].

Références

- [1] L. Andriolo, A. Rineiski, B. Vezzoni, F. Gabrielli, X.-N. Chen, W. Maschek, F. Delage, E. Merle-Lucotte. *An innovative methodology for evaluating core thermal expansion feedbacks in transient analyses*, Proceedings of ICAPP 2015, Nice, France, May 03-06 2015.
- [2] M. Aufiero, C. Fiorina, A. Laureau, P. Rubiolo, V. Valtavirta. *Serpent-OpenFOAM coupling in transient mode : simulation of a Godiva prompt critical burst*, Proceedings of M&C + SNA + MC 2015, Nashville, USA, Apr. 19-23 2015.
- [3] CAST3M, URL : <http://www-cast3m.cea.fr/> (2015).
- [4] M. Gentili, B. Fontaine, and G. Rimpault. *Deformed Core Reactivity Evaluation with Mesh Projection-Based Method*, Nuclear Technology, 192, 1, 11–24, (2015).
- [5] M. Reed, K. Smith, and B. Forget. *The "virtual density" theory of neutronics : a generic method for geometry distortion reactivity coefficients*, Proceedings of PHYSOR 2014, Kyoto, Japan, Sep. 28 - Oct. 03 2014.
- [6] C. Patricot, D. Broc, E. Hourcade, K. Ammar. *APOLLO3 based method for 3D wrapped cores calculations - Application to flowering tests of Phénix*, Proceedings of PHYSOR 2014, Kyoto, Japan, Sep. 28 - Oct. 03 2014.
- [7] C. Patricot, O. Fandeur, A.-M. Baudron, D. Broc. *Neutronic calculation of deformed cores : Development of a time-dependent diffusion solver in CAST3M, a mechanics dedicated finite element code*, Proceedings of PHYSOR2016, Sun Valley, USA, May 01-05 2016.
- [8] C. Patricot. *Couplage multiphysiques : évaluation des impacts méthodologiques lors de simulations de couplage neutronique / thermique / mécanique*, URL : <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01355622v1>, thèse de doctorat, Université Paris-Saclay, 2016.