HAL
open science

Méthode de raffinement local adaptatif multi-niveaux pour la fissuration des matériaux hétérogènes

Eric Delaume, Loïc Daridon, Frédéric Dubois, Yann Monerie, Frédéric Perales

To cite this version:

Eric Delaume, Loïc Daridon, Frédéric Dubois, Yann Monerie, Frédéric Perales. Méthode de raffinement local adaptatif multi-niveaux pour la fissuration des matériaux hétérogènes. 13e colloque national en calcul des structures, Université Paris-Saclay, May 2017, Giens, Var, France. hal-01899344

HAL Id: hal-01899344

https://hal.science/hal-01899344v1

Submitted on 19 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2017
13ème Colloque National en Calcul des Structures
15-19 Mai 2017, Presqu'île de Giens (Var)

Méthode de raffinement local adaptatif multi-niveaux pour la fissuration des matériaux hétérogènes

E. Delaume[1,3], L. Daridon[2,3], F. Dubois[2,3], Y. Monerie[2,3], F. Perales[1,3]

[1] *Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN), Cadarache, {eric.delaume,frederic.perales}@irsn.fr*
[2] *Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC), Montpellier, {loic.daridon, frederic.dubois, yann.monerie}@umontpellier.fr*
[3] *Laboratoire de Micromécanique et Intégrité des STructures (MIST)*

Résumé —
L'objectif de cette étude est de réduire les coûts de calcul pour les simulations de fissuration, notamment en milieux hétérogènes, par des modèles de zones cohésives. L'approche repose sur l'adaptation de la résolution fine en espace grâce à la méthode de raffinement hiérarchique CHARMS dans les zones d'intérêt. Le critère de raffinement est issu d'une méthode de fissuration moins précise mais peu coûteuse. Cette stratégie permet ainsi de résoudre finement des problèmes de fissuration dans les zones d'intérêt tout en conservant des coûts de calcul raisonnables.
Mots clés — Raffinement de maillage CHARMS, méthode d'« Eigen-Erosion », Modèles de Zones Cohésives.

1 Introduction

Dans cette étude, la simulation de la propagation de fissures est basée sur une approche micromécanique à base de Modèles de Zones Cohésives (CZM). Cette approche permet l'étude fine de phénomènes de fissuration avec la prise en compte de comportements locaux complexes. Cependant, le coût numérique lié à cette approche demeure élevé.

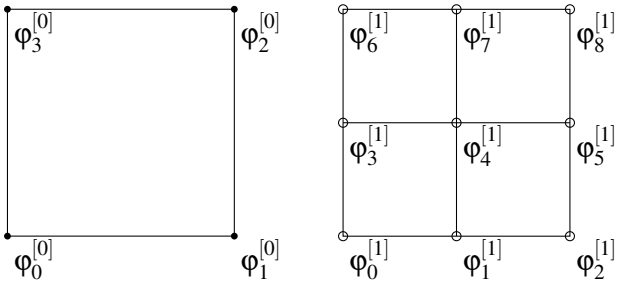
Pour réduire ce coût numérique, une solution est d'ajuster la résolution spatiale dans les zones d'intérêt du domaine discrétisé afin d'y obtenir la précision souhaitée. L'utilisation de méthodes locales de raffinement de maillage permet d'atteindre à moindre coût la précision désirée dans les zones d'intérêt tout en conservant la qualité des éléments. Cependant, la création d'un maillage adapté et complet peut être également coûteuse en temps calcul et complexe à réaliser. Elle peut également entraîner une perte de la qualité dans la topologie des éléments finis dans les zones de transition. Ainsi, dans cette étude, nous proposons d'enrichir les méthodes de fissuration en les associant à la méthode de raffinement « CHARMS » (Conforming Hierarchical Adaptive Refinement MethodS).

La méthode CHARMS est appliquée à une méthode de fissuration récente, la méthode d'« Eigen-Erosion », puis aux Modèles de Zones Cohésives en se basant sur la méthode d'« Eigen-Erosion » comme prédicteur des zones d'intérêt.

2 Méthode de raffinement CHARMS

La méthode «CHARMS», basée sur le dé/raffinement des fonctions de bases, permet de prendre en compte implicitement les situations de non-conformités [3]. La non-conformité du maillage est géométrique et non discrète. Dans le cadre de cette méthode les espaces d'approximations sont par construction H^1 conformes. La propriété fondamentale de la méthode est la suivante : étant donné que les espaces d'approximations sont emboités, $X_J \subset X_{J+1}$ avec $J \geq 1$, toute fonction de base appartenant à l'ensemble B_j, $j \in [\![0, J]\!]$, peut s'exprimer comme combinaison linéaire de fonctions de bases de B_{j+1} (voir Figure 1). Les combinaisons linéaires établissent des relations parents/enfants entre les fonctions de deux niveaux consécutifs.

L'avantage de cette méthode de raffinement est qu'elle ne dégrade pas la qualité du maillage initial [3] : les mailles raffinées ont la même qualité que les mailles grossières. La qualité d'une maille est déterminée à partir de grandeurs géométriques et permet par exemple d'exclure les mailles dites « plates



$$\begin{aligned}
\varphi_0^{[0]} &= \varphi_0^{[1]} + \tfrac{1}{2}\varphi_1^{[1]} + \tfrac{1}{2}\varphi_3^{[1]} + \tfrac{1}{4}\varphi_4^{[1]} \\
\varphi_1^{[0]} &= \varphi_2^{[1]} + \tfrac{1}{2}\varphi_1^{[1]} + \tfrac{1}{2}\varphi_5^{[1]} + \tfrac{1}{4}\varphi_4^{[1]} \\
\varphi_2^{[0]} &= \varphi_8^{[1]} + \tfrac{1}{2}\varphi_5^{[1]} + \tfrac{1}{2}\varphi_7^{[1]} + \tfrac{1}{4}\varphi_4^{[1]} \\
\varphi_3^{[0]} &= \varphi_6^{[1]} + \tfrac{1}{2}\varphi_3^{[1]} + \tfrac{1}{2}\varphi_7^{[1]} + \tfrac{1}{4}\varphi_4^{[1]}
\end{aligned}$$

FIGURE 1 – Exemple d'équations de raffinement pour l'élément linéaire de type $\mathbb{Q}_1$, les fonctions φ représentant les fonctions de bases des différents niveaux de raffinement associées aux points de l'élément de référence. L'exposant entre crochet représente l'indice du niveau de raffinement.

» et non convexes préjudiciables aux calculs.

La méthode CHARMS a été implémentée dans le logiciel XPER [5] et a été validée par confrontation à la méthode des Eléments Finis uniformément raffinée. La Figure 3 illustre le raffinement obtenu basé sur un critère en déformation (1) pour une console encastrée à son extrémité inférieure et soumise à un effort vertical à son extrémité droite (voir Figure 2) pour deux niveaux de raffinement. Le niveau de raffinement correspond au nombre de fois où une fonction de base est raffinée. Ainsi, pour cette simulation, le niveau de raffinement maximal est de 2.

Le critère de raffinement utilisé est basé sur un couplage entre l'intensité de la déformation équivalente de von Mises, le gradient de la déformation équivalente ainsi que la taille de maille :

$$C_\varepsilon^{crit} < C_\varepsilon = \left(\frac{\varepsilon_{VM}}{\varepsilon_{VM}^{max}}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{||\nabla\varepsilon_{VM}||_2}{||\nabla\varepsilon_{VM}||_2^{max}}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{rl} \tag{1}$$

où ε_{VM} correspond à la déformation de von-Mises reliée à la fonction de base considérée, avec $\varepsilon_{VM} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varepsilon_D : \varepsilon_D)}$ et ε_D représentant le tenseur des déformations déviatoriques définie par $\varepsilon_D = \varepsilon - \frac{1}{3}Tr(\varepsilon).\mathbb{I}$, $\mathbb{I}$ étant l'identité des tenseurs d'ordre 2. ε_{VM}^{max} représente la valeur de la déformation de von-Mises maximale du maillage, $||\nabla\varepsilon_{VM}||_2$ le gradient de la déformation de von-Mises normé en L^2, l'exposant rl correspond au niveau de raffinement de la fonction de base considérée et enfin α correspond à un paramètre compris entre 0 et 1. Pour $\alpha = 1$, le critère consiste à raffiner les zones où les déformations sont intenses et pour $\alpha = 0$, les zones où la déformation varie spatialement rapidement. Une valeur intermédiaire pour α permet de modifier le poids respectif donné aux zones à fortes concentrations de déformation et aux zones à fort gradient de déformation. Par ailleurs, le terme en $\left(\frac{1}{2}\right)^{rl}$ incite à raffiner préférentiellement les zones qui n'ont pas été raffinées.

L'évolution de l'erreur en déplacement au noeud A (Figure 2) en fonction du nombre total de mailles est montrée sur la Figure 4. La courbe bleue correspond a l'erreur en déplacement obtenue avec un maillage raffiné adaptativement avec la méthode CHARMS et la courbe noire celle d'un maillage homogène. L'erreur obtenue avec raffinement est inférieure à celle obtenue avec un maillage homogène à même nombre de mailles. Ces résultats sont obtenus avec $\alpha = 1$.

3 Application de la méthode CHARMS à la méthode d'« Eigen-Erosion »

La méthode d'«Eigen-Erosion» est une méthode de fissuration de type « Killing Element » basée sur des critères énergétiques [4]. Cette méthode repose sur une approche variationnelle de la mécanique de la rupture :

$$F_e(u,\varepsilon^*,t) = \int_\Omega W(\varepsilon(u) - \varepsilon^*)dV - \int_\Gamma T.udS + G_c\frac{|C_e|}{2e} \tag{2}$$

où T représente le chargement appliqué sur le bord Γ, u est le champ de déplacement, W la densité d'énergie élastique du solide, ε le champs des déformations, ε^* un champs d'eigendeformation introduit dans [4] et C_e le trajet de fissuration. La longueur de fissure est estimée via une estimation moyennée

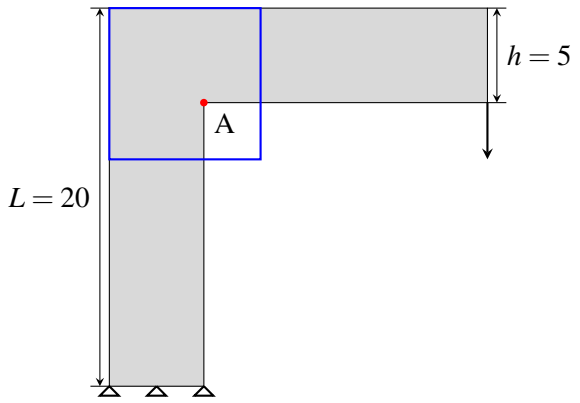


FIGURE 2 – Console encastrée à une de ses extrémités et soumise à un effort vertical à l'autre extrémité. Le rectangle bleu représente la zone de zoom local de la Figure 3.

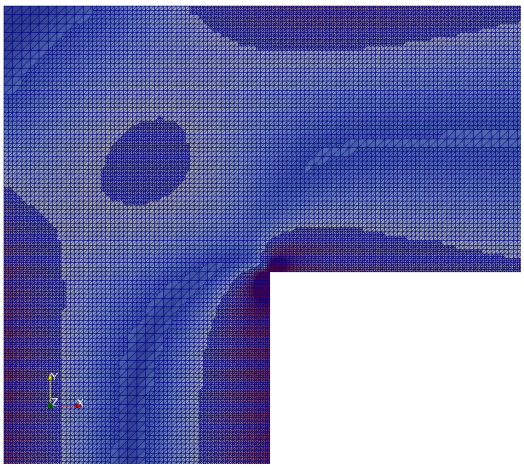


FIGURE 3 – Zoom sur le maillage de la Figure 2. Ce maillage est constitué de triangles raffinés adaptativement. Le code couleur correspond à la concentration des contraintes équivalentes de von Mises.

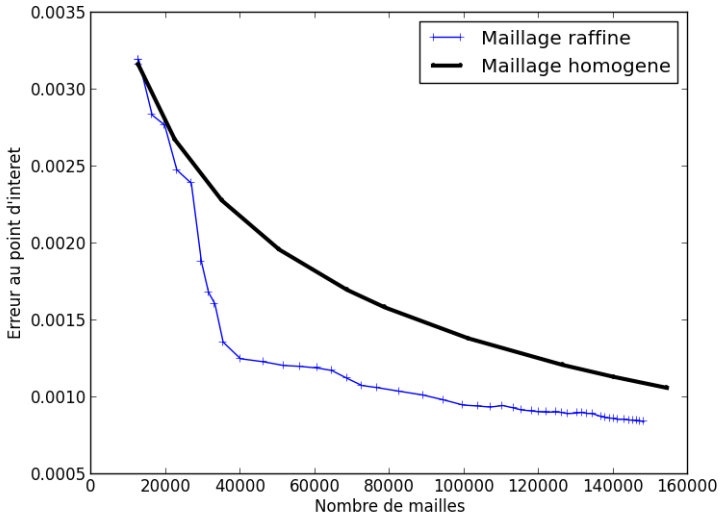


FIGURE 4 – Evolution de l'erreur relative en déplacement vertical par rapport à une solution de référence pour le cas test de la poutre en L pour un maillage raffiné adaptativement (courbe bleue) et pour un maillage homogène (courbe noire) en fonction du nombre de mailles.

dans un voisinage proche du fond de fissure. La méthode converge asymptotiquement vers le critère de Griffith lorsque la taille du e-voisinage tend vers 0 [2]. Elle a l'avantage d'avoir un coût numérique relativement faible (de l'ordre d'une résolution éléments finis) et est indépendante au maillage.

Dans un premier temps, la méthode d'« Eigen-Erosion » est appliquée sur un maillage arbitrairement raffiné en utilisant la méthode CHARMS. Un exemple d'application est montrée sur la Figure 5. Il s'agit d'une poutre en flexion contenant trois trous décrit dans [1]. Pour ce cas, le raffinement est effectué au début du calcul grâce à un indicateur géométrique (zone grisée sur la Figure 5).

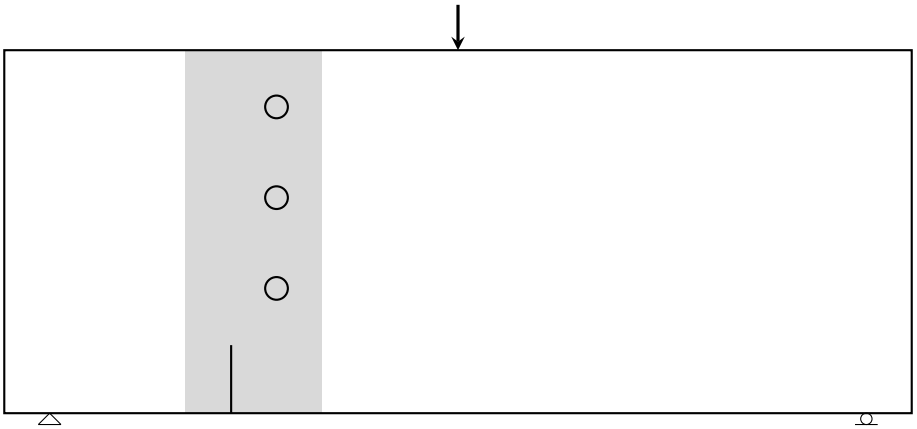
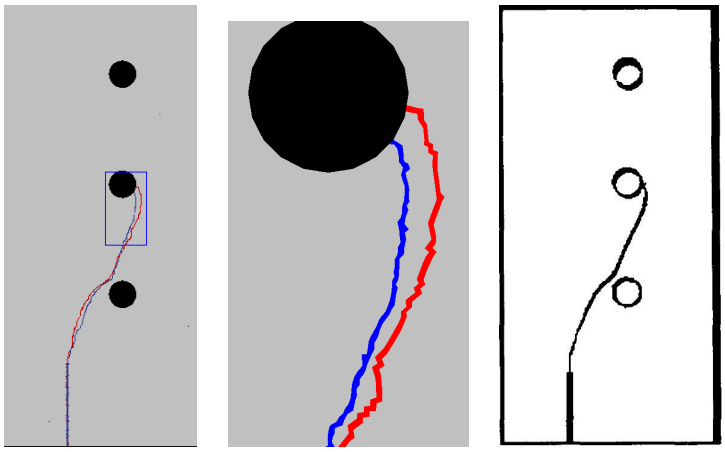


FIGURE 5 – Géométrie de la poutre trouée trois points sollicitée en flexion et contenant une préfissure. La zone grisée correspond à la zone d'intérêt raffinée.

Les Figures 6 (a) et (c) montrent les chemins de fissuration obtenus avec un maillage fin homogène (fissure bleue), avec un maillage raffiné sur deux niveaux dans la zone d'intérêt (fissure rouge) et le résultat expérimental. La Figure 6 (b) est un zoom en pointes de fissures des simulations et met en évidence la suppression des mailles avec la méthode d'« Eigen-Erosion ».

Les fissures obtenues avec les deux simulations sont semblables et en accord avec le résultat expérimental. Le coût numérique est réduit d'un facteur 14 entre un maillage fin homogène (1 087 710 mailles) et un maillage raffiné dans la zone d'intérêt (247 993 mailles).

Le raffinement de maillage avec la méthode CHARMS permet donc de réduire le coût numérique en gardant la même précision dans les zones d'intérêt qu'un maillage fin homogène.



(a) (b) (c)

FIGURE 6 – Cas test de la poutre trois trous en flexion : chemins de fissuration obtenus par (a) la simulation avec un maillage fin homogène (fissure bleue) et avec un maillage raffiné dans la zone d'intérêt (fissure rouge), et (c) expérimentalement dans [1]. La Figure (b) montre le zoom en pointe de fissure du rectangle bleu des chemins de fissuration numériques de la Figure (a).

4 Application de la méthode CHARMS aux Modèles de Zones Cohésives

Pour cette application, la simulation se déroule en trois temps :

- la méthode d'« Eigen-Erosion » est utilisée comme indicateur de zone d'intérêt. Cette méthode est appliquée à un maillage grossier et permet de sélectionner l'ensemble des mailles candidates à l'érosion,
- la méthode CHARMS permet de raffiner autour des mailles sélectionnées à un e-voisinage près,
- les zones cohésives sont introduites à l'interface des mailles raffinées.

Cette démarche est résumée sur les Figures 7 et 8. Sur la Figure 7, l'ensemble des mailles rouges, candidates à l'érosion, sont selectionnées pour le raffinement et la Figure 8 montre le maillage obtenu en raffinant sur deux niveaux autour de ces mailles dans le e-voisinage.

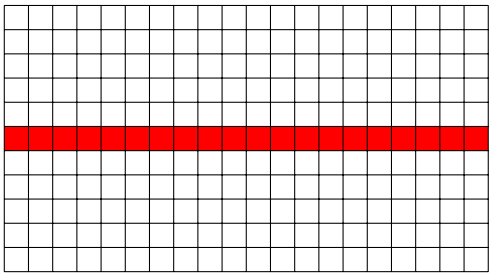


FIGURE 7 – Exemple de simulation d'une structure rectangulaire chargée en traction au niveau supérieur et encastrée au niveau inférieur avec à la méthode d'« Eigen-Erosion ». Les mailles rouges sont les mailles érodées par la méthode et représentent donc la fissure.

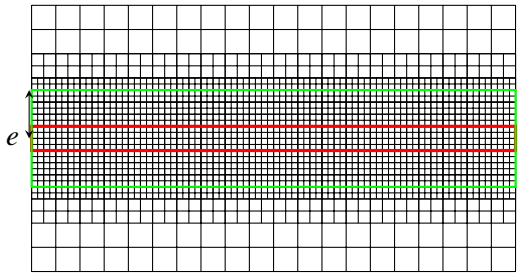


FIGURE 8 – Raffinement des fonctions de base des mailles sélectionnées par la méthode d'« Eigen-Erosion » (mailles dans le rectangle rouge) et celles dont leur centre est distant de e grâce à la méthode CHARMS. Le rectangle vert correspond à l'ensemble des fonctions de base situées dans l'e-boule de chaque maille érodée.

Une fois le raffinement réalisé, les zones cohésives sont introduites à l'interface des mailles raffinées (mailles dans le rectangle vert de la Figure 8).

Cette stratégie permet de localiser les zones d'intérêt et ainsi d'éviter l'introduction des lois cohésives dans des zones loin de la fissure. Cette stratégie couple donc trois méthodes : la méthode d'« Eigen-Erosion » comme prédicteur de raffinement pour localiser les zones d'intérêt, la méthode CHARMS permettant de raffiner adaptativement un maillage sans dégrader la qualité d'un maillage initial avec une prise en compte implicite des non-conformités et les CZM pour une étude fine de la fissuration. L'intérêt de cette approche est de limiter l'introduction des zones cohésives à une zone géométrique déterminée par un critère en lien avec la physique étudiée et ainsi réduire le coût numérique lié à la résolution du problème pour pouvoir simuler des structures tridimensionnelles fortement hétérogènes.

Références

[1] T. N. Bittencourt, P. A. Wawrzynek, A. R. Ingraffea, J. L. Sousa. *Quasi-automatic simulation of crack propagation for 2D LEFM problems*. Engineering Fracture Mechanics, 55, pp. 321-334 1996.

[2] G. Francfort, J.J. Marigo. *Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 46, pp. 1319-1342, 1998.

[3] P. Krysl, E. Grinspun, P. Schröder. *Natural hierarchical refinement for finite element methods*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 56, pp. 1109-1124, 2003.

[4] A. Pandolfi, M. Ortiz. *An eigenerosion approach to brittle fracture*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 92, pp. 694-714, 2012.

[5] F. Perales, F. Dubois, Y. Monerie, B. Piar, L. Stainier. *A Non Smooth Contact Dynamics-based multi-domain solver. Code coupling (Xper) and application to fracture*. European Journal of Computational Mechanics, 19, pp. 389-417, 2010.