HAL
open science

Une méthode de décomposition de domaine mixte non-intrusive et multi-échelle pour des problèmes 3D de contact frottant

Paul Oumaziz, Pierre Gosselet, Pierre-Alain Boucard, Stéphane Guinard, Mickaël Abbas

To cite this version:

Paul Oumaziz, Pierre Gosselet, Pierre-Alain Boucard, Stéphane Guinard, Mickaël Abbas. Une méthode de décomposition de domaine mixte non-intrusive et multi-échelle pour des problèmes 3D de contact frottant. 13e colloque national en calcul des structures, Université Paris-Saclay, May 2017, Giens, Var, France. hal-01899311

HAL Id: hal-01899311

https://hal.science/hal-01899311v1

Submitted on 19 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2017
13ème Colloque National en Calcul des Structures
15-19 Mai 2017, Presqu'île de Giens (Var)

Une méthode de décomposition de domaine mixte non-intrusive et multi-échelle pour des problèmes 3D de contact frottant

P. Oumaziz[1], P. Gosselet[1], P.-A. Boucard[1], S. Guinard[2], M. Abbas[3,4]

[1] *LMT, ENS Cachan, CNRS, Université Paris-Saclay, {oumaziz,gosselet,boucard}@lmt.ens-cachan.fr*
61 avenue du président Wilson, 94235 Cachan, France
[2] *Computational Structural Mechanics, AGI for Airbus Group Innovations, stephane.guinard@airbus.com*
18 rue Marius Terce, 31300 Toulouse, FRANCE,
[3] *EDF R&D, mickael.abbas@edf.fr*
[4] *Institut des Sciences de la Mécanique et Applications Industrielles, UMR 9219 EDF-CNRS-CEA-ENSTA, Université Paris-Saclay, mickael.abbas@edf.fr*

Résumé — La méthode Latin avec sous-structuration est une méthode de décomposition de domaine mixte qui amène à gérer des conditions de Robin sur les bords des sous-domaines. Nous en proposons une implémentation non-intrusive qui permet de traiter aisément ces conditions mixtes au sein de codes commerciaux. Une version parallèle et multi-échelle traitant des assemblages avec du contact frottant sera présentée.
Mots clés — Méthode Latin, Décomposition de domaine, Contact, Assemblage, Multi-échelle, Code_Aster, Non-intrusif

1 Introduction

De nombreuses avancées ont été faites depuis les années 2000 en ce qui concernent les méthodes de décomposition de domaine. Le développement de problèmes grossiers [3, 6, 7] afin de gagner en extensibilité a permis de réduire fortement la dépendance à la sous-structuration ainsi qu'accélérer les calculs. La prise en compte de non-linéarité de type contact frottant [1, 2] permet alors de traiter des problèmes complexes visant une application industrielle. Cependant l'intégration de ces méthodes au sein des codes commerciaux reste de loin inachevée. L'intrusivité des méthodes ainsi que la faible robustesse des algorithmes dans le cas de structures industrielles freinent leurs implémentations.

Nous nous intéressons donc à une implémentation non-intrusive d'une méthode de décomposition de domaine mixte appliquée à des cas de problèmes 3D de contact frottant via un algorithme de type Latin [4]. Considérer les sous-domaines et interfaces en tant qu'entités distinctes ayant leurs propres lois de comportement permet de découpler plus aisément les relations non-linéaires de contact portant sur les interfaces des relations linéaires d'équilibre portant sur les sous-domaines. Ce découplage rend le traitement du contact local et permet ainsi une résolution explicite.

Nous montrerons des problèmes complexes avec de nombreuses interfaces de contact frottant. Des applications sur des structures industrielles pré-chargées seront présentées.

2 Méthode Latin non-intrusive multi-échelle

Nous nous plaçons dans un cas quasi-statique de comportement élastique linéaire isotherme. Les non-linéarités éventuelles sont de type contact et ainsi localisées sur les interfaces entre sous-domaines. Nous utilisons des notations discrètes et par blocs. Nous noterons ainsi $\mathbf{W}$ et $\mathbf{F}$ les champs de déplacement et d'effort d'interface concaténés sur l'ensemble des bords des sous-domaines.

2.1 Principe de la méthode Latin non-intrusive

L'idée de la méthode Latin [4] est de séparer les équations du problème mécanique en deux groupes. L'un noté $\mathcal{A}$ et dit *linéaire* est constitué des équations d'équilibre relatives aux sous-domaines :

$$\mathcal{A} : (\mathbf{F}, \mathbf{W}) \text{ solution de } \begin{cases} \mathbf{KU} = \mathbf{f}_d + \mathbf{N}^T\mathbf{F} & \textit{Equilibre des sous-domaines} \\ \mathbf{W} = \mathbf{NU} & \textit{Opérateur de trace} \end{cases} \tag{1}$$

L'autre noté $\mathcal{L}$ et dit *local* rassemble les relations de comportement **b** des interfaces :

$$\mathcal{L} : (\widehat{\mathbf{F}}, \widehat{\mathbf{W}}) \text{ solution de } \widehat{\mathbf{F}}(\tau) = \mathbf{B}^T\mathbf{b}(\mathbf{B}\widehat{\dot{\mathbf{W}}}, t < \tau) \tag{2}$$

Remarque

- **B** est l'opérateur qui s'applique aux deux champs relatifs à chaque côté d'une interface pour en retourner la différence. Dans la même idée, **A** est l'opérateur de somme.
- Dans le cas d'interface parfaite la relation de comportement d'interface s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\widehat{\mathbf{F}} = 0 \quad & \text{Equilibre des efforts} \\ \mathbf{B}\widehat{\mathbf{W}} = 0 \quad & \text{Continuité des déplacements} \end{aligned} \tag{3}$$

Ces groupes d'équations permettent de déterminer itérativement des solutions partielles vérifiant successivement les relations sur chacun des espaces de solutions. Le schéma itératif est caractérisé par des directions de recherche liant linéairement les solutions de chaque espace $\left(\widehat{\dot{\mathbf{W}}}, \widehat{\mathbf{F}}\right)$ et $\left(\dot{\mathbf{W}}, \mathbf{F}\right)$. Ainsi il est résolu successivement un problème sur les interfaces dit *étape locale* et un problème sur les sous-domaines dit *étape linéaire*.

L'étape locale consiste à déterminer une solution $\widehat{s}_n = \left(\widehat{\dot{\mathbf{W}}}_n, \widehat{\mathbf{F}}_n\right)$ de l'espace $\mathcal{L}$ auquel il est adjoint une direction de recherche dite de *montée* (équation 4) connaissant une solution $s_n = \left(\dot{\mathbf{W}}_n, \mathbf{F}_n\right)$ de l'espace $\mathcal{A}$. L'étape linéaire consiste à déterminer une solution $s_{n+1} = \left(\dot{\mathbf{W}}_{n+1}, \mathbf{F}_{n+1}\right)$ de l'espace $\mathcal{A}$ auquel il est adjoint une direction de recherche dite de *descente* (équation 4) connaissant une solution $\widehat{s}_n = \left(\widehat{\mathbf{W}}_n, \widehat{\mathbf{F}}_n\right)$ de l'espace $\mathcal{L}$.

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{F}}_n - \mathbf{F}_n - \mathbf{k}_V^+\left(\widehat{\dot{\mathbf{W}}}_n - \dot{\mathbf{W}}_n\right) = 0 \qquad & \text{Direction de recherche de montée} \\ \mathbf{F}_{n+1} - \widehat{\mathbf{F}}_n + \mathbf{k}_V^-\left(\dot{\mathbf{W}}_{n+1} - \widehat{\dot{\mathbf{W}}}_n\right) = 0 \quad & \text{Direction de recherche de descente} \end{aligned} \tag{4}$$

Cela conduit à la représentation graphique suivante de la méthode Latin (Figure 1)

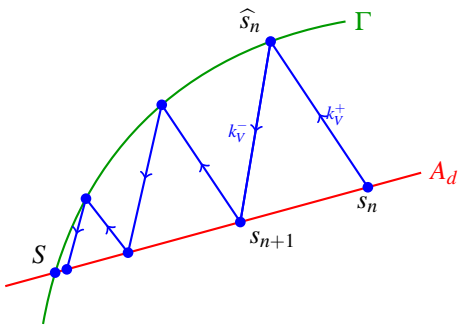
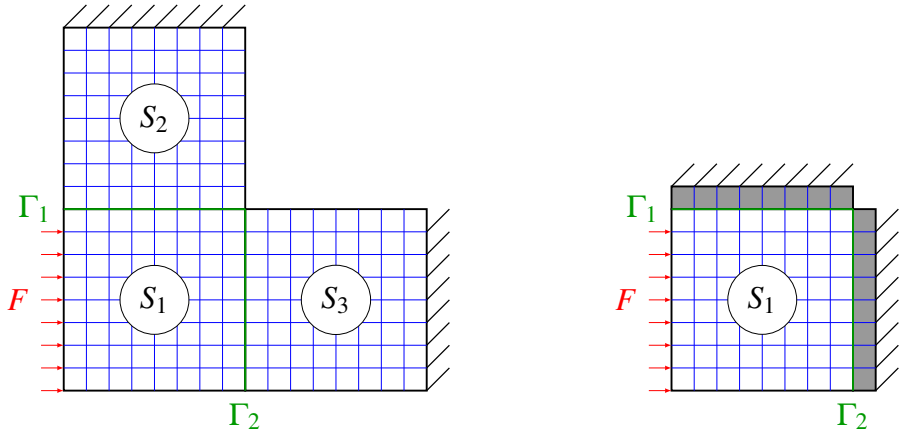


FIGURE 1 – Illustration du principe de la méthode Latin

2.2 Aspect non-intrusif

La présence d'une condition mixte via la direction de recherche implique de traiter lors du problème linéaire sur les sous-domaines des conditions limites de Robin qu'il n'est actuellement pas possible

de gérer au sein des codes industriels. Nous avons proposé [8] une implémentation non-intrusive de la méthode Latin. L'impédance d'interface est désormais définie comme étant la rigidité correspondant à un ajout d'une couche d'élément volumique en 3D (respectivement surfacique en 2D). La condition mixte est alors changée en un simple assemblage de rigidité éléments finis et le paramètre de direction de recherche est choisi comme étant non-local.



(a) 3 sous-domaines avec 2 interfaces

(b) Sous-domaine 1 avec les couches d'éléments

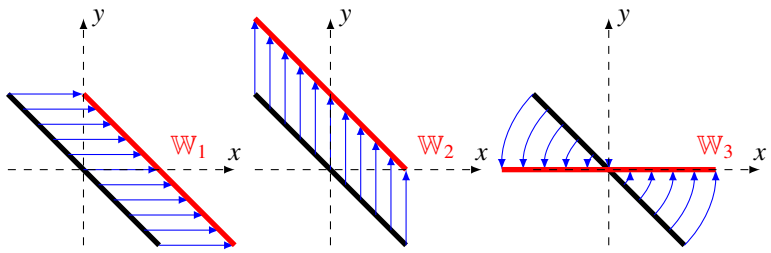
FIGURE 2 – Exemple d'un problème à résoudre à l'étape linéaire

Dans l'exemple Figure 2 nous représentons l'impact de l'implémentation non-intrusive. Par exemple une couche d'élément est ajoutée au sous-domaine 1 au niveau des interfaces. Le problème qui est résolu lors de l'étape linéaire correspond ainsi à un problème mécanique sur le sous-domaine assemblé avec les couches d'éléments sur les interfaces pour lesquelles le bord extérieur est encastré.

2.3 Formulation multi-échelle

L'extensibilité de la méthode est obtenue lors de l'étape linéaire par l'ajout d'une condition d'équilibre *macroscopique* des efforts d'interface. Une base de déplacement *macroscopique* d'interface notée $\mathbb{W}$ est alors définie. Cette base macroscopique contient les modes rigides relatifs aux interfaces ainsi que des extensions simples (exemple Figure 3). Il est alors imposé que le travail du déséquilibre d'effort d'interface par rapport à la base macroscopique soit nul :

$$\mathbb{W}^T \mathbf{AF} = 0 \tag{5}$$



(a) Translation suivant x (b) Translation suivant y (c) Rotation autour de z

FIGURE 3 – Exemples de modes macro en déplacement en 2D

La nouvelle relation est prise en compte au sein de la direction de recherche par l'introduction d'un multiplicateur de Lagrange α [5] :

$$\mathbf{F} - \widehat{\mathbf{F}} - \mathbf{k}_V^+ \left(\dot{\mathbf{W}} - \widehat{\dot{\mathbf{W}}} \right) + \mathbf{k}_V^- \mathbf{A}^T \mathbb{W} \alpha = 0 \tag{6}$$

3 Problème de contact frottant sur un poly-cristal

Nous illustrons notre mise en oeuvre non-intrusive sur une structure poly-cristalline (Figure 4) créée avec le software Neper [9]. Chaque sous-domaine se retrouve en contact frottant avec ses voisins. La structure est soumise à un chargement de compression de 1 MPa sur la face supérieure et la face inférieure est encastrée. La dimension du cube est de 1mm. Chaque sous domaine est élastique linéaire de module de Young 200 GPa et de coefficient de Poisson 0.3. Le coefficient de frottement de chaque interface est fixé à 0.3. Au total la structure compte 141 interfaces de contact frottant.

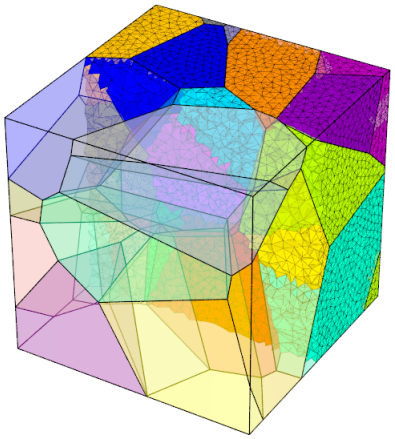


FIGURE 4 – Illustration de la structure poly-cristalline

La convergence de la méthode est illustrée à travers l'indicateur d'erreur Latin (Figure 5a) qui quantifie l'écart énergétique à chaque itération entre la solution déterminée lors de l'étape locale et la solution déterminée lors de l'étape linéaire. Nous représentons la déformée de la structure à la Figure 5b. Selon la géométrie des sous-domaines, certains glissent contre leurs voisins alors que d'autres se décollent.

4 Conclusion

Nous avons présenté une implémentation non-intrusive d'une méthode de décomposition de domaine mixte. Le traitement naturel du contact au sein de la méthode Latin n'est pas affecté par notre implémentation non-intrusive. Des études concluantes sur des structures préchargées impliquant de très nombreuses interfaces de contact frottants seront présentées ainsi que des résultats ayant trait à la parallélisation de l'algorithme.

Références

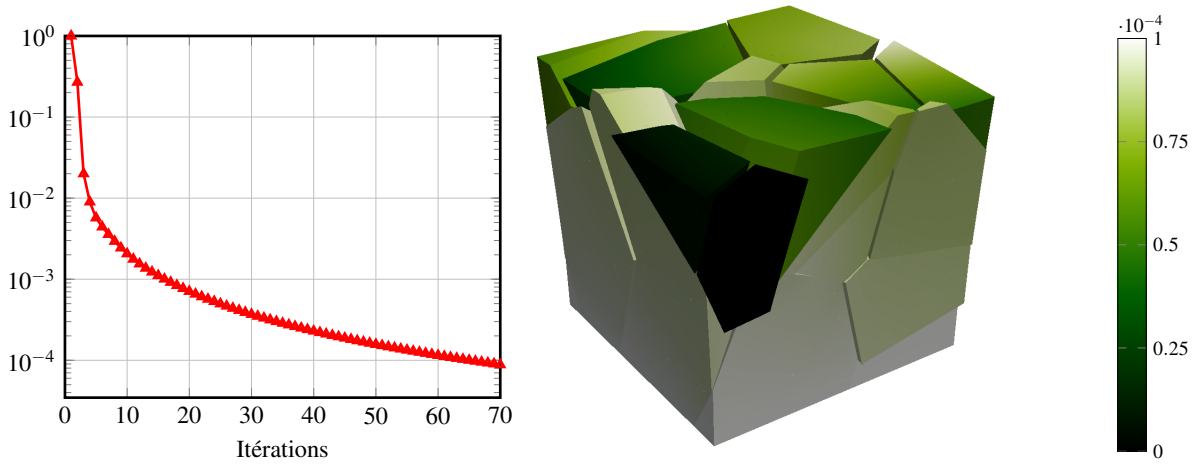
[1] Z. Dostál, D. Horák, R. Kučera, V. Vondrák, J. Haslinger, J. Dobiáš, S. Pták, *FETI based algorithms for contact problems : scalability, large displacements and 3D Coulomb friction*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 395-409, 2005.

[2] Z. Dostál, T. Kozubek, R. Kučera, V. Vondrák, T. Brzobohaty, A. Markopoulos, *Scalable TFETI algorithm for the solution of multibody contact problems of elasticity*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1384-1405, 2010.

[3] C. Farhat, J. Mandel, *The two-level FETI method for static and dynamic plate problems Part I : An optimal iterative solver for biharmonic systems*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 129-151, 1998.

[4] P. Ladevèze, *Nonlinear computational structural mechanics : new approaches and non-incremental methods of calculation*, Springer, 1999.

[5] P. Ladevèze, A. Nouy, *On a multiscale computational strategy with time and space homogenization for structural mechanics*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 3061-3087, 2003.



(a) Indicateur d'erreur Latin

(b) Déplacement selon z (mm)

[6] J. Mandel, B. Sousedík, *Adaptive selection of face coarse degrees of freedom in the BDDC and the FETI-DP iterative substructuring methods*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1389-1399, 2007.

[7] F. Nataf, H. Xiang, V. Dolean, N. Spillane, *A Coarse Space Construction Based on Local Dirichlet-to-Neumann Maps*, SIAM Journal on Scientific Computing, 1623-1642, 2011.

[8] P. Oumaziz, P. Gosselet, P.-A. Boucard, *A non-intrusive implementation of a mixed domain decomposition method for frictional contact problems*, submitted to Computational Mechanics,2016, hal-01358379

[9] R. Quey, P.R. Dawson and F. Barbe, *Large-scale 3D random polycrystals for the finite element method : Generation, meshing and remeshing*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 200, 1729-1745, 2011