



HAL
open science

Couplage fluide-structure pour l'étude des interactions choc/obstacles

Anne-Sophie Mouronval, Bing Tie, Abdellah Hadjadj, Denis Aubry

► **To cite this version:**

Anne-Sophie Mouronval, Bing Tie, Abdellah Hadjadj, Denis Aubry. Couplage fluide-structure pour l'étude des interactions choc/obstacles. 13e colloque national en calcul des structures, Université Paris-Saclay, May 2017, Giens, Var, France. hal-01899296

HAL Id: hal-01899296

<https://hal.science/hal-01899296>

Submitted on 19 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Couplage fluide-structure pour l'étude des interactions choc/obstacles

A.-S. Mouronval¹, B. Tie¹, A. Hadjadj², D. Aubry¹

¹ MSSMat, UMR 8579 CNRS, CentraleSupélec, Université Paris-Saclay, {anne-sophie.mouronval,bing.tie,denis.aubry}@centralesupelec.fr
² CORIA, UMR 6614 CNRS, Insa de Rouen, hadjadj@coria.fr

Résumé — L'impact d'une onde de choc aérienne sur un ensemble d'obstacles solides se traduit du point de vue du fluide par des structures complexes et par une atténuation de l'intensité du choc suivant la forme et la taille des obstacles et leur disposition. La présente étude se propose d'enrichir la compréhension de ces phénomènes en prenant en compte les ondes élastiques se propageant dans ces obstacles ainsi que les interactions fluide-structure liées à leurs déformations. Les simulations réalisées reposent sur une approche partitionnée couplant deux codes dédiés.

Mots clés — propagation d'ondes, interaction fluide-structure, approche partitionnée

1 Contexte de l'étude

L'étude de l'atténuation des ondes de choc se propageant dans un milieu fluide est un point-clé de la protection des personnes et des biens lors d'une explosion. Parmi les techniques développées, l'utilisation d'obstacles se distingue par sa simplicité de mise en œuvre et son efficacité, comme l'illustrent de nombreux travaux [10, 1, 3, 4]. Ces travaux mettent en évidence que le niveau d'atténuation des ondes de choc par une série d'obstacles supposés rigides dépend de leur forme et de leur disposition.

La présente étude a pour objectif d'enrichir les récents travaux présentés dans la référence [4] en considérant les déformations élastiques des obstacles. L'étude de la propagation des ondes élastiques dans ces structures suite à l'impact d'une onde de choc, ainsi que le couplage fluide-structure engendré, constituent les deux principaux axes de ce projet.

Plus précisément, nous nous plaçons de le cadre des petits déplacements et des petites déformations de la structure. Nous cherchons notamment à évaluer l'influence de la propagation des ondes élastiques dans les obstacles sur l'atténuation des ondes de choc aériennes. Notons que l'étude d'un éventuel endommagement des obstacles (rupture, fragmentation...) ne figure pas actuellement dans nos objectifs et ne sera pas menée dans le cadre des travaux présentés ici.

2 Stratégie de couplage

Les problèmes d'interaction fluide-structure (FSI) mettent en jeu un fluide et une structure couplés par des conditions aux limites à l'interface Σ qui les séparent. Ces conditions d'interface font intervenir les vitesses et les vecteurs contraintes dans le fluide et la structure et, dans le cas d'un fluide non-visqueux, prennent la forme suivante :

$$v_f \cdot n_f + v_s \cdot n_s = 0, \quad \sigma_f \cdot n_f + \sigma_s \cdot n_s = 0 \quad \text{sur } \Sigma \quad (1)$$

où v_f et v_s , n_f et n_s et σ_f et σ_s représentent les vitesses, les normales unitaires sortantes et les contraintes dans le fluide et la structure respectivement.

2.1 Approche partitionnée couplant deux codes de mécanique dédiés

Les méthodes numériques permettant de traiter les problèmes d'interaction fluide-structure peuvent être classées en deux catégories [8] : les approches monolithiques et les approches partitionnées.

Dans une approche monolithique [9], un seul solveur résout l'unique système d'équations qui régit le problème considéré. Les conditions d'interface (1) sont prises en compte de manière implicite et en général intégrées de manière cohérente dans le formalisme analytique. Ce type d'approche nécessite souvent l'inversion d'une matrice fluide-structure globale, ce qui peut être assez contraignant numériquement. Remarquons aussi que, s'il est reconnu que ce type d'approche permet d'atteindre un ordre de précision élevé, le code obtenu est spécialisé et peut être complexe à faire évoluer et à maintenir.

Dans une approche partitionnée, les sous-systèmes associés au fluide et à la structure sont résolus de manière indépendante, en utilisant leur schéma numérique et leur discrétisation spatiale respectifs. En conséquence, les conditions d'interface (1) sont prises en compte de manière explicite et sont traitées en échangeant des données numériques entre fluide et solide. Ainsi, ces approches présentent-elles de nombreux avantages : elles sont simples à mettre en œuvre et produisent un outil de couplage modulaire pouvant facilement bénéficier des progrès des modèles et des méthodes numériques réalisés dans les deux domaines [6].

La présente étude s'inscrit dans le cadre de la propagation d'ondes dans les fluides et les structures. Celle-ci met en jeu des phénomènes multiéchelles et multiphysiques parmi les plus complexes de la mécanique (écoulement turbulent, fluide multi-espèces, géométries complexes, matériaux présentant des hétérogénéités...). Dans ces conditions, il est impératif de pouvoir utiliser des outils dédiés déjà développés dans les deux domaines afin de modéliser finement ces phénomènes, tout en conservant une certaine souplesse d'utilisation. Les approches partitionnées répondent à cette problématique et ont donc été retenues pour nos travaux.

Deux codes académiques fiables et robustes sont le fondement du couplage effectué :

- Le code Choc-Waves (Compressible High-Order Code using Weno Adaptive Stencils) développé au CORIA [3] permet notamment de modéliser la propagation d'ondes dans des fluides complexes (écoulements turbulents dans les tuyères de moteur fusée en régime de surdétente...). Ce code repose en particulier sur le schéma d'ordre élevé WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) précis au cinquième ordre en espace pour le calcul des flux convectifs, associé à un avancement en temps explicite Runge-Kutta TVD d'ordre trois, ce qui lui confère robustesse et précision pour les écoulements présentant de forts gradients comme les ondes de choc. Il emploie des maillages structurés de type "body-fitted" (les lignes de maillage suivent la forme des contours internes et externes du domaine fluide). Ce code permet de traiter la présence éventuelle d'obstacles mobiles, une technique de maillage dynamique intégrant le mouvement de la structure dans le code fluide. Plus précisément, le domaine fluide est, dans ce cas, déformé à chaque itération de façon à suivre le mouvement de l'interface fluide-structure, ce qui introduit une vitesse du maillage fluide et une modification du calcul des flux convectifs [13].
- Le code OOFE (Object Oriented Finite Element program) développé au laboratoire MSSMat [15] permet de modéliser la propagation d'ondes dans des structures complexes (coques sandwichs en nids d'abeille, milieux polycristallins...). De nombreux solveurs (Galerkin espace-temps discontinu en temps, Galerkin discontinu en espace, Newmark ainsi que des solveurs avec raffinement adaptatif de maillage) sont disponibles dans ce code.

Les deux codes sont développés par des équipes différentes, expertes dans leur domaine. Ils sont enrichis continûment afin de traiter plus finement certains phénomènes et d'étendre l'éventail des problèmes qu'ils peuvent aborder. Par ailleurs, les deux codes sont orientés calcul haute performance, chaque code étant optimisé en tenant compte des caractéristiques et des contraintes des solveurs utilisés (solveurs parallèles utilisant MPI et/ou OpenMP, utilisation de cartes accélératrices de type Xeon Phi ou GPU...). Enfin, notons que les langages de programmation diffèrent pour les deux codes (Fortran pour Choc-Waves et C++ pour OOFE). Employer une approche partitionnée permet de respecter de manière souple les spécificités de ces deux codes.

2.2 Algorithmes de couplage

Les deux sous-systèmes sont intégrés en temps par des schémas différents et couplés par l'intermédiaire d'un algorithme de couplage. L'algorithme de couplage le plus simple et le plus utilisé dans les approches partitionnées est un algorithme "décalé" (le fluide et le solide étant avancés l'un après l'autre) nommé CSS (*Conventional Serial Staggered procedure*) [14]. Cet algorithme est détaillé sur la Figure 1.

Notons que, dans cette version schématisée de l'algorithme CSS, les données transmises sont les déplacements de la structure à l'interface (et non les vitesses associées) et les efforts de pression exercés par le fluide non-visqueux sur l'interface. L'algorithme CSS peut présenter des défauts en termes de précision temporelle et de stabilité (les conditions d'interface (1) n'étant pas précisément vérifiées à chaque pas de temps, une dérive de l'énergie du système couplé peut apparaître sous certaines conditions). C'est la raison pour laquelle de nombreuses variantes ont été proposées : generalized CSS [14], Improved Serial Staggered [11]...

Ce type d'algorithme (CSS, GCSS, ISS...) est simple à mettre en œuvre et reste une solution très attrayante en FSI, comme le montrent de récents travaux [5, 12]. Il convient aussi de noter que le choix d'un algorithme de couplage est fonction du type de FSI considéré. Par exemple, les problèmes de stabilité ou de précision peuvent être plus critiques dans les applications visant à détecter une instabilité de la structure suite au couplage ou dans le cas des fluides incompressibles ("effet de masse ajoutée" [12]). Dans la présente étude, nous commencerons donc par utiliser l'algorithme CSS tout en gardant à l'esprit ses limites. L'utilisation d'un algorithme simple permet d'appréhender rapidement les principaux phénomènes physiques et les difficultés sous-jacentes et d'apporter ensuite des améliorations ciblées.

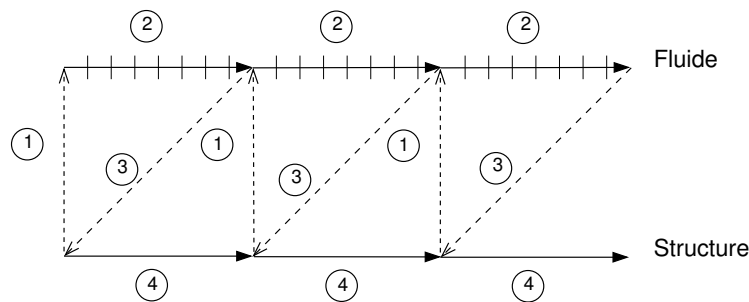


FIGURE 1 – Algorithme CSS (Conventional Serial Staggered). 1) transfert des déplacements de la structure vers le fluide et actualisation de la position du maillage mobile ; 2) intégration temporelle du fluide ; 3) transfert de la pression du fluide vers la structure et calcul des charges induites ; 4) intégration temporelle de la structure : calcul des déplacements

Précisons que du point de vue informatique les échanges d'informations nécessaires (efforts à l'interface, déplacements de l'interface) entre les codes Choc-Waves et OOFE sont réalisés par l'intermédiaire de la bibliothèque MPI (Message Passing Interface). Dans les applications présentées ci-dessous, les efforts exercés par le fluide à l'interface se résument aux seuls efforts de pression.

2.3 Cas-test du flutter

Le cas-test du flutter (Figure 2) est classique en couplage fluide-structure pour tester sa bonne mise en œuvre : il permet notamment d'estimer l'amortissement numérique introduit par certains schémas décalés. Nous le présentons ici à titre d'illustration, les détails du cas-test (valeurs des différents paramètres, maillage...) peuvent être trouvés dans [13].

Une plaque modélisée par une poutre simplement supportée et perturbée suivant un de ses modes propres est placée dans un écoulement supersonique (de nombre de Mach M_∞ , densité ρ_∞ , et pression P_∞ donnés). Le fluide considéré est compressible et non-visqueux. Soumise aux variations de pression, la poutre se met à osciller. Le cas-test consiste à réaliser plusieurs simulations en faisant varier le nombre de Mach M_∞ de l'écoulement afin de déterminer la valeur provoquant l'instabilité de la structure (il s'agit ici d'une instabilité dynamique résultant de la coalescence des deux premiers modes propres de la structure, ce qui provoque une amplification de ses déplacements [13]).

Dans le présent cas, le code Choc-Waves résout les équations d'Euler. Des éléments de poutre de Bernoulli sont retenus pour modéliser la poutre et un solveur de Newmark est sélectionné dans le code OOFE. La théorie des petites perturbations fournit une valeur théorique du nombre de Mach provoquant l'instabilité de la structure ($M_\infty^{th} = 2.11$). Ce résultat est retrouvé avec moins de 4% d'erreur (l'instabilité apparaît entre $M_\infty = 2.18$ et $M_\infty = 2.19$) par le couplage des codes Choc-Waves et OOFE en utilisant un simple algorithme de type CSS (Figure 3).

Les résultats de ce cas-test classique donnent une idée des bonnes capacités de l'outil de couplage

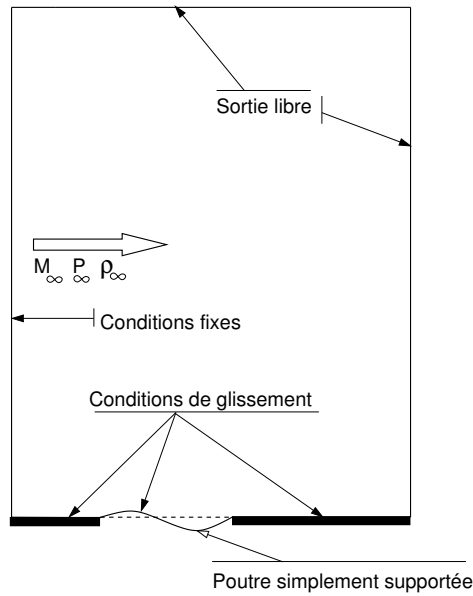


FIGURE 2 – Cas-test du flutter

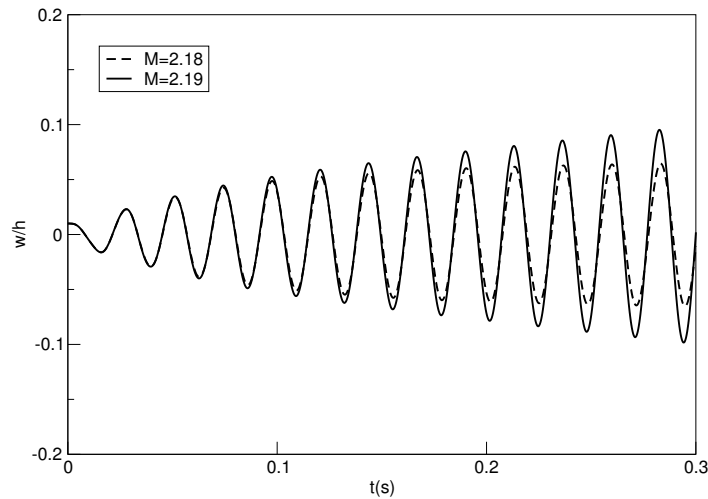


FIGURE 3 – Evolution temporelle du déplacement vertical en milieu de poutre pour deux valeurs de M_∞ . Le déplacement augmente avant d’être légèrement amorti pour $M_\infty = 2.18$ alors qu’il continue à croître pour $M_\infty = 2.19$

développé. Il convient toutefois de noter que les simulations d’interaction onde de choc/obstacles élastiques exposées dans la section suivante présentent des difficultés différentes. En effet, ces simulations font intervenir de forts gradients dans les chargements à l’interface fluide-structure (discontinuités dans le champ de pression du fluide liées au choc), contrairement au cas-test du flutter. D’autre part, dans le cas du flutter, les temps caractéristiques qui jouent un rôle prépondérant sont ceux associés aux fréquences des deux premiers modes propres de la structure impliqués dans l’instabilité (par coalescence de ces deux modes). Etudier la propagation des ondes dans une structure nécessite de bien prendre en compte les temps caractéristiques associés aux vitesses des ondes de pression et de cisaillement dans la structure. Ces temps caractéristiques sont plus petits que dans le cas du flutter. Enfin, la sensibilité des résultats à l’amortissement numérique constatée pour le cas-test du flutter, du fait de la présence de cette instabilité, sera possiblement moins critique dans les problèmes de FSI exposés ci-dessous.

3 Interaction ondes de choc/obstacles élastiques

L’impact d’une onde de choc aérienne sur une série d’obstacles carrés est représenté de manière schématique sur la Figure 4 (a).

Le fluide considéré est compressible et non-visqueux, l'écoulement est décrit par les équations d'Euler. A l'instant initial, l'onde se propageant à un nombre de Mach M_c de 1.4 se situe en amont des obstacles. Il s'agit d'une discontinuité des grandeurs de l'écoulement (pression, densité, vitesse, température). Les conditions de Rankine-Hugoniot permettent de déterminer l'état initial du fluide derrière le choc ("Etat (2)") sur la Figure 4 (a) connaissant le nombre de Mach M_c de celui-ci et les caractéristiques du fluide au repos ("Etat (1)"). Le domaine de calcul est bidimensionnel et tient compte des symétries du problème (Figure 4 (b)). Une condition de symétrie est imposée sur les frontières supérieures et inférieures du domaine fluide. Des extrapolations sont réalisées en entrée et en sortie de domaine, les calculs étant arrêtés avant que les ondes ne les atteignent. Les obstacles sont constitués d'aluminium. Ils sont supposés respecter l'hypothèse des déformations planes et sont encastrés en leur centre (point C sur la Figure 4 (b)). Seule la moitié d'un obstacle est simulée : une condition de symétrie est imposée sur sa frontière supérieure.

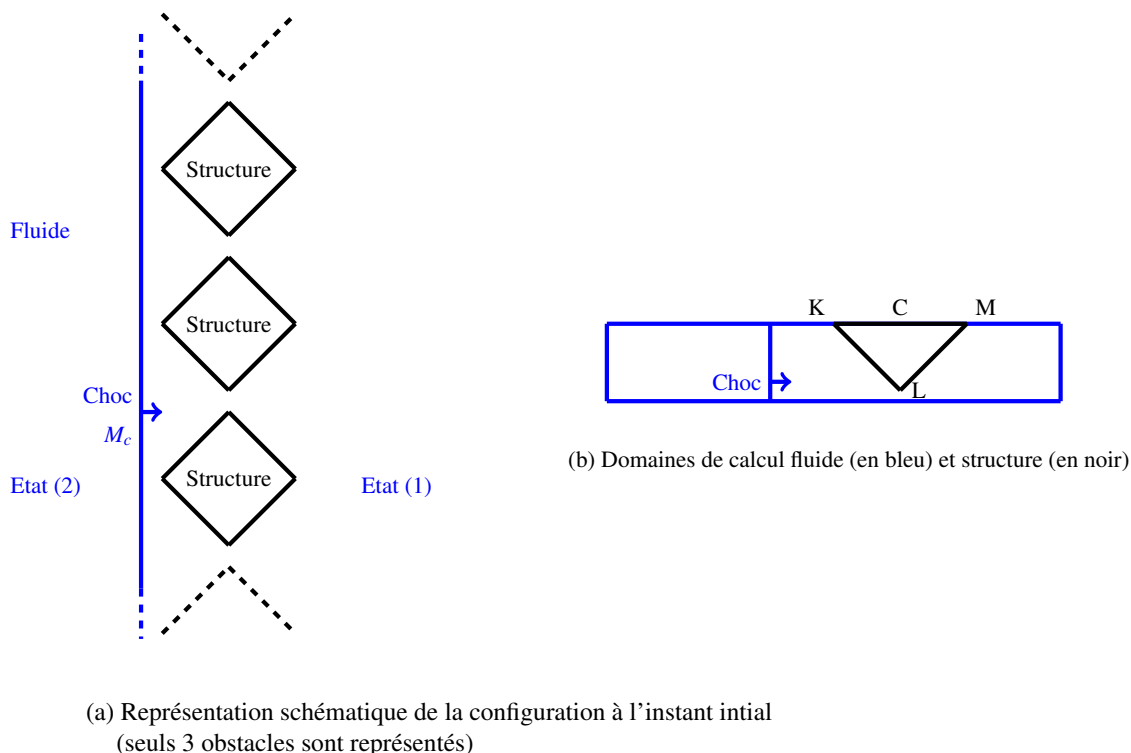


FIGURE 4 – Impact d'une onde de choc sur une rangée verticale d'obstacles carrés. L'onde de choc, discontinuité entre les états "Etat (1)" et "Etat (2)", se situe en amont de la rangée d'obstacles à l'instant initial

L'onde de choc incidente se propage avec une vitesse initiale $v_{c,0}$ de 485 m.s^{-1} . Les ondes élastiques de pression et de cisaillement générées dans la structure par l'impact ont une vitesse constante c_p de 5290 m.s^{-1} et c_s de 3470 m.s^{-1} , respectivement. Les rapports entre la vitesse du choc v_c et celles des ondes élastiques dans la structure permettent de définir trois types de régime du point de vue de la structure [2] :

- $v_c/c_s < 1$: régime subsonique (la charge se déplace moins vite que les ondes de cisaillement dans la structure)
- $v_c/c_s > 1 > v_c/c_p$: régime transonique
- $v_c/c_p > 1$: régime supersonique (la charge se déplace plus vite que les ondes de pression dans la structure)

Nous sommes ici dans le régime subsonique. Il n'y aura donc pas de phénomènes de type cônes de Mach se formant dans la structure et suivant le déplacement de l'onde de choc aérienne sur l'interface fluide-structure.

Parmi les différents solveurs dont dispose le code OOFE, le solveur de Galerkin espace-temps discontinu en temps (implicite) est sélectionné pour sa précision et sa robustesse. Le maillage du domaine fluide est raffiné au voisinage des obstacles. Ces derniers sont maillés à l'aide d'éléments triangulaires.

Enfin, les maillages du fluide et de la structure coïncident à l'interface fluide-structure, ce qui évite les problèmes d'interpolation (Figure 5).

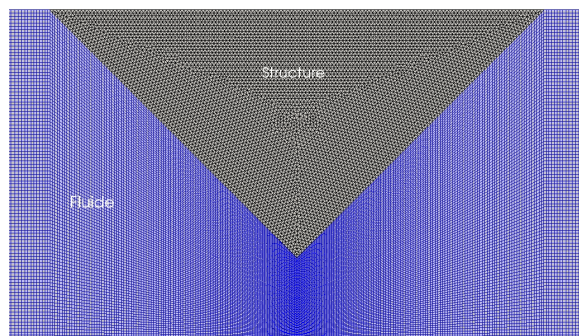


FIGURE 5 – Maillage du domaine fluide (en bleu) au voisinage de la structure et maillage du domaine structure (en noir)

Deux types de couplage sont réalisés :

- un couplage "unidirectionnel". Le code fluide transmet au code structure les efforts à l'interface fluide-structure. La réponse de la structure (en petits déplacements) n'est pas prise en compte par le code fluide. L'influence des déplacements de la structure sur le fluide et les effets de rétroaction sont ignorés.
- un couplage "bidirectionnel". Ce couplage complète le précédent en prenant en compte dans le code fluide les déplacements de la structure. Le fluide et la structure sont en complète interaction.

Ceci nous permettra d'identifier les phénomènes purement liés aux interactions entre le fluide et la structure. Notons que la dénomination "unidirectionnel" et "bidirectionnel" est propre à la présente étude. Les travaux de recherche relatifs aux interactions fluide-structure s'appuient généralement sur un couplage "bidirectionnel" et le désignent simplement par "couplage".

3.1 Influence de l'onde de choc sur la structure (couplage "unidirectionnel")

La propagation d'ondes dans un fluide suite à leur impact sur des obstacles immobiles et non déformables s'avère riche de phénomènes complexes [3]. Enrichir ce type d'étude en prenant en compte des obstacles élastiques requiert, dans un premier temps, de bien comprendre la propagation des ondes élastiques dans les obstacles suite à l'impact du choc. Pour cela, nous commençons par négliger les modifications de pression induites dans le fluide par les déplacements de la structure. Le premier couplage effectué est donc "unidirectionnel". Plus précisément, le fluide transmet à la structure le profil de pression à l'interface mais la structure n'informe pas le fluide de ses déplacements.

La Figure 6 illustre les résultats de la simulation en différents instants. Le champ de pression dans le domaine fluide et les ondes élastiques de cisaillement dans la structure sont représentés. Les ondes élastiques de cisaillement sont obtenues en utilisant le rotationnel du champ de déplacement, en accord avec la décomposition de Helmholtz [7]. L'impact du choc incident sur les structures et sa réflexion se propageant vers l'amont sont clairement visibles sur la Figure 6 (a), tout comme les ondes de cisaillement générées au niveau de la réflexion du choc sur l'interface. L'onde de choc franchit ensuite les obstacles (Figure 6 (b) à (d)), ce qui engendre un champ de pression très complexe dans le fluide avec de nombreuses réflexions. Les ondes élastiques déclenchées dans les structures se propagent rapidement et subissent de nombreuses réflexions à l'interface fluide-structure.

3.2 Interaction fluide-structure (couplage "bidirectionnel")

Dans la configuration étudiée, les ondes élastiques se propagent plus vite dans la structure que les ondes de choc dans le fluide. Le couplage "unidirectionnel" présenté dans la section précédente met bien en évidence que ces ondes élastiques induisent des déplacements aux extrémités des obstacles (point M sur la Figure 4) bien avant que l'onde de choc n'atteigne ces points (Figure 6 (a)). Dans le couplage "bidirectionnel" que nous réalisons actuellement, les déplacements de l'interface fluide-structure sont pris

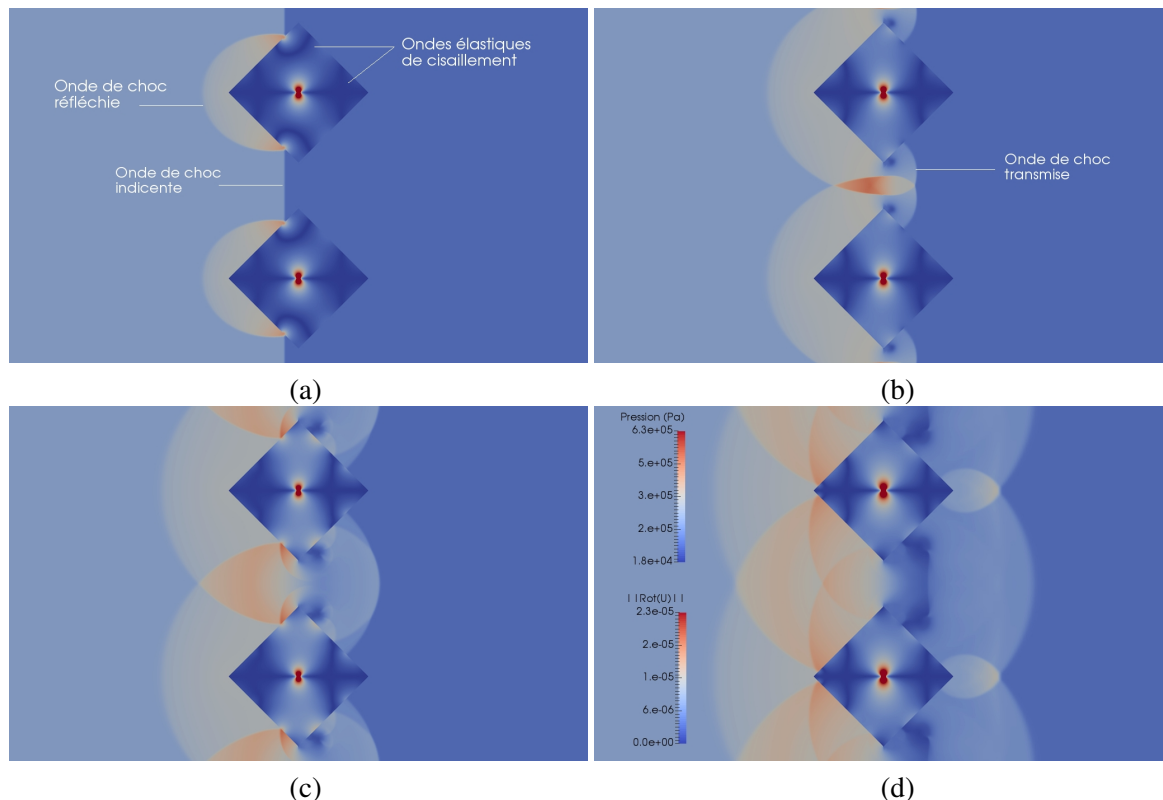


FIGURE 6 – Simulation utilisant le couplage "unidirectionnel". Champ de pression dans le domaine fluide et ondes élastiques de cisaillement (norme du rotationnel du champ de déplacement) dans les obstacles déformables, à différents instants de la simulation. Les fortes valeurs de la norme du rotationnel du champ de déplacement au centre des obstacles sont dues à l'encastrement de ce point

en compte par le code fluide, ce qui permet d'étudier ces deux modes de propagation de l'onde de choc : le premier par propagation dans le fluide lui-même et le second par l'intermédiaire des déplacements engendrés par les ondes élastiques dans la structure.

4 Conclusions

L'étude de l'impact d'une onde de choc aérienne sur un ensemble d'obstacles est enrichie en prenant en compte les déformations élastiques des structures. Pour cela, deux codes fiables et robustes, permettant de modéliser finement les phénomènes complexes mis en jeu dans le fluide et la structure, ont été couplés en utilisant une approche partitionnée. Un schéma "décalé" de type CSS a été employé pour réaliser les transferts d'informations entre les codes et validé sur le cas-test du flutter. Une configuration d'étude où un choc impacte une rangée d'obstacles carrés a ensuite été présentée. Les résultats d'un couplage "unidirectionnel", dans lequel le fluide transmet à la structure les efforts de pression à l'interface mais ne tient pas compte des déformations de celle-ci, ont mis en évidence la complexité des ondes générées dans les deux milieux ainsi que des vitesses de propagation d'ondes beaucoup plus grandes dans la structure que le fluide. Ces travaux se poursuivent actuellement en utilisant un couplage "bidirectionnel" dans lequel les déplacements de la structure sont pris en compte par le fluide.

5 Remerciements

Ces travaux ont bénéficié du soutien l'Agence Nationale de la Recherche dans le cadre du projet ANR MN MAPIE, ANR-13-MONU-0002. Les simulations numériques ont été réalisées grâce aux moyens de calcul du mésocentre de CentraleSupélec/ENS Paris-Saclay.

Références

- [1] S. Berger, O. Sadot, G. Ben-Dor. *Experimental investigation on the shock-wave load attenuation by geometrical means*, Shock Waves, Springer, 29-40, 2010.
- [2] A. Boullard. *Propagation des ondes dans les coques simples ou en nid d'abeille soumises à des charges mobiles : Application au lanceur Ariane 5 sous chocs pyrotechniques*, Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris, 2004.
- [3] A. Chaudhuri, A. Hadjadj, O. Sadot, G. Ben-Dor. *Numerical study of shock-wave mitigation through matrices of solid obstacles*, Shock Waves, Springer, 91-101, 2013.
- [4] A. Chaudhuri, A. Hadjadj, O. Sadot, E. Glazer. *Computational study of shock-wave interaction with solid obstacles using immersed boundary methods*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, John Wiley and Sons, 975-990, 2012.
- [5] F. Cirak, R. Deiterding, S.P. Mauch. *Large-scale fluid-structure interaction simulation of viscoplastic and fracturing thin-shells subjected to shocks and detonations*. Computers & Structures, Elsevier, 1049-1065, 2007.
- [6] C. Farhat, G. van der Zee, P. Geuzaine. *Provably Second-Order Time-Accurate Loosely-Coupled Solution Algorithms for Transient Nonlinear Computational Aeroelasticity*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Elsevier, 1973-2001, 2006.
- [7] A. Grédé. *Modélisation des chocs d'origine pyrotechnique dans les structures d'Ariane5 : développement de modèles de propagation et d'outils de modélisation*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris, 2009.
- [8] G. Hou, J. Wang, A. Layton. *Numerical methods for fluid-structure interaction - a review*, Communications in Computational Physics, Elsevier, 337-377, 2012.
- [9] B. Hübner, E. Walhorn, D. Dinkler. *A monolithic approach to fluid-structure interaction using space-time finite elements*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Elsevier, 2087-2104, 2004.
- [10] O. Igra, J. Falcovitz, L. Houas, G. Jourdan. *Review of methods to attenuate shock/blast waves*, Progress in Aerospace Sciences, Elsevier, 1-35, 2013.
- [11] M. Lesoinne, C. Farhat. *Higher-order subiteration-free staggered algorithms for non-linear transient aeroelastic problems*, AIAA Journal, The American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1754-1757, 1998.
- [12] L. Monasse. *Analyse d'une méthode de couplage entre un fluide compressible et une structure déformable*, Thèse de doctorant, Université Paris-Est, 2011.
- [13] A.-S. Mouronval, A. Hadjadj, E. Lefrançois. *Une méthodologie générale pour l'étude numérique du couplage fluide-structure par une approche multicode*, Revue Européenne des Éléments Finis, Hermès / Lavoisier, 519-554, 2003.
- [14] S. Piperno, C. Farhat. *Design of efficient partitioned procedures for the transient solution of aeroelastic problems*, Revue Européenne des Éléments Finis, Hermès / Lavoisier, 655-680, 2000.
- [15] B. Tie, D. Aubry. *Adaptive time discontinuous Galerkin method for numerical modelling of wave propagation in shell and 3D structures*, European Journal of Computational Mechanics, Taylor & Francis, 729-757, 2006.