

Étude de la fissuration d'une structure en béton de fibres sous sollicitations dynamiques.

R. Akiki¹, C. Giry¹, F. Gatuingt¹

¹ LMT-Cachan(ENS Cachan/CNRS/Université Paris-Saclay),F-94235 Cachan Cedex, France {akiki,giry,gatuingt}@lmt.ens-cachan.fr

Résumé — Le processus de fissuration d'une poutre entaillée en béton fibré soumise à une sollicitation de flexion 1-point dynamique a été étudié. L'analyse est faite à partir de la réponse globale issue d'un calcul élément fini afin d'extraire localement de l'information fine concernant la fissure. Deux approches pour le post-traitement de l'analyse globale sont comparées : une méthode continue/discontinue ainsi qu'une analyse globale/locale. Les estimations d'ouverture de fissure obtenues numériquement sont alors comparées aux résultats expérimentaux.

Mots clés — fissuration, béton fibré, sollicitation dynamique.

1 Introduction

L'analyse de la durabilité des structures du génie civil nécessite la quantification de la fissuration. Les approches classiques de modélisation basées sur l'endommagement ou la plasticité permettent de décrire l'effet mécanique de la fissuration mais ne donnent généralement pas accès à l'ouverture de fissure. Ils doivent alors être complétés par des méthodes permettant la description de la discontinuité du déplacement. Dans cette contribution, l'approche continue est explorée avec deux méthodes de post-traitement utilisées pour quantifier la fissuration. Dans la première partie, le modèle mécanique utilisé pour décrire la dégradation de la structure dans un cadre continu est présenté. Puis, les deux méthodes utilisées pour extraire des informations sur la fissuration sont décrites. Finalement, une étude d'une poutre en béton fibré soumise à un chargement de flexion 1-point dynamique est présentée en comparant les résultats du post-traitement numérique à ceux obtenus expérimentalement par corrélation d'images numériques.

2 Description de la dégradation à l'échelle globale

Dans l'approche envisagée, il est nécessaire de capturer à l'échelle globale les non-linéarités liées à la fissuration. D'où le besoin d'une modélisation continue pertinente à l'échelle de la structure.

Le processus de dégradation observé dans le matériau est décrit à l'échelle macro dans un cadre continu avec une loi de comportement élasto-plastique avec endommagement et effet de vitesse, à savoir le modèle MAT-159 [1] implémenté dans LS-DYNA. Les principaux détails du modèle sont décrits par la suite. Le comportement du béton est considéré élastique linéaire isotrope avant la rupture et la loi de Hooke est utilisée pour la relation contraintes-déformations. Au delà de la limite d'élasticité, les contraintes seuils sont définies par une surface seuil 3D. Quand la résistance est dépassée, le béton présente un comportement adoucissant et un état dégradé du matériau s'établit. De ce fait, une formulation d'endommagement modélise l'adoucissement (diminution des contraintes après l'atteinte du pic) ainsi que la réduction du module (Fig. 1). Les effets de vitesse sont pris en compte afin de modéliser l'amélioration des propriétés matériau avec l'augmentation de la vitesse de déformation. Les formulations d'effet de vitesse sont appliquées sur la surface de plasticité, d'endommagement (en décalant le seuil initial d'endommagement) ainsi que sur l'énergie de fissuration.

Finalement, étant donné qu'il s'agit d'un modèle de comportement adoucissant, une méthode de régularisation est nécessaire pour éviter le problème de dépendance au maillage. Ainsi, dans le modèle l'énergie de fissuration est maintenue constante en introduisant une longueur interne ainsi qu'un paramètre énergétique.

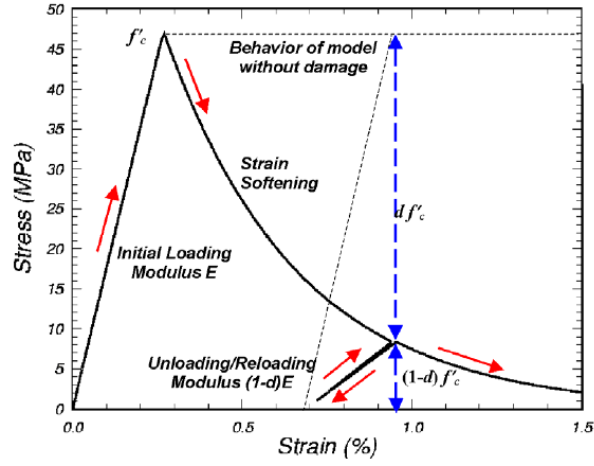


FIGURE 1 – Prise en compte de l’adoucissement et de la réduction du module dans le modèle MAT-159[1].

3 Ouverture de fissure à partir d’un calcul continu

3.1 Champ représentatif de la fissuration

Considérons un matériau isotrope avec un comportement non linéaire dont l’état est défini par un tenseur de déformation ε et un tenseur de contrainte σ . Ce matériau présente un tenseur d’élasticité C reliant directement la contrainte et la déformation dans un régime non dégradé :

$$\sigma = C : \varepsilon \text{ avec } f(\sigma, \varepsilon) < Y_{lim} \quad (1)$$

avec Y_{lim} la limite d’élasticité du matériau et $f(\sigma, \varepsilon)$ le critère de limite d’élasticité du matériau.

Dans son comportement non linéaire, le matériau ne répond plus suivant la relation de linéarité introduite en équation 1. Durant cette phase, des modifications irréversibles apparaissent avec des dissipations d’énergie. Dans le régime non linéaire, on peut faire l’hypothèse qu’une partie du matériau observe une déformation élastique (ε^e) tandis que les non linéarités engendrent des déformations anélastiques (ε^{an}). On introduit alors une décomposition de la déformation totale (Eq. 2). En faisant l’hypothèse que la partie du matériau étant dans un régime élastique conserve les mêmes propriétés que le matériau vierge initial, on peut exprimer la déformation anélastique selon :

$$\varepsilon^{an} = \varepsilon^{tot} - C^{-1} : \sigma \quad (2)$$

avec ε^{tot} la déformation totale.

Dans le cadre des matériaux quasi-fragiles, en faisant l’hypothèse que l’ensemble des non linéarités participe au processus de fissuration, on peut associer la déformation anélastique au processus d’endommagement qui pourrait être, en considérant certaines hypothèses, caractéristique de la fissuration. A partir de cette quantité, on cherche à déterminer les quantités caractéristiques de la fissuration (i.e. position et ouverture).

3.2 Recherche topologique de la position de la fissure

Une première étape consiste à localiser la position de la fissure. Cette information, correspondant à une donnée topologique, peut être identifiée à partir de l’analyse d’un champ représentatif de la fissuration. Les méthodes topologiques classiques, permettent l’analyse de champs exprimés sous la forme : $Z(x, y)$. La déformation anélastique étant représentée par un tenseur d’ordre 2, il est nécessaire de définir une norme de ce tenseur pour se ramener à l’étude du champ : $\|\varepsilon^{an}\|(x, y)$.

Une approche pour définir une norme du tenseur de déformation anélastique peut être de considérer la direction des déformations principales anélastiques positives dans la recherche des points de la fissure. Différents critères peuvent être considérés, tel le maximum des déformations principales positives ou la

déformation équivalente de Mazars. Cependant, ces deux critères perdent la directionnalité du tenseur des déformations. En fait, la procédure de recherche topologique recherche un point de la fissure comme étant le maximum sur un profil de projection 1D pouvant s'apparenter à la direction normale à la fissure. Ainsi, pour la détermination d'un point de la fissure, on peut considérer la participation du tenseur de déformation principale anélastique positif suivant ce profil de recherche de maximum (Fig. 2). La

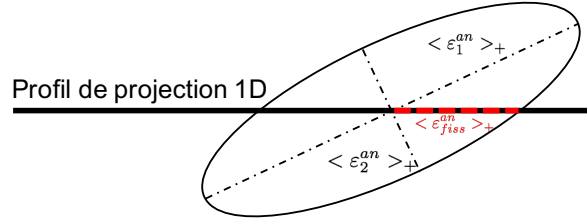


FIGURE 2 – Projection de la déformation principale anélastique sur le profil de recherche de maximum.

méthode considérée est explicitée en détail dans [2]. La procédure exposée dans ce travail propose une modification de la méthode initiale afin de déterminer la direction de la fissuration. Soit un point P_i du domaine Ω et un champ de déformation anélastique ε^{an} . La direction de la normale à la fissure θ_{fiss} est définie par le problème de maximisation suivant l'équation :

$$\theta_{fiss} = \max_{\theta} \{ \theta \in [0, \pi]; [|\mathbf{u}|](\theta, \varepsilon^{an}) \} \quad (3)$$

3.3 Quantification de l'ouverture de fissure

On se propose d'exprimer une quantification de l'ouverture de fissure en mode I sous une forme générale en se basant sur le formalisme proposé dans [4]. Cette méthode se base sur une analogie entre le champ de déformation issue d'une discontinuité forte et le champ de déformation obtenue par un calcul aux éléments finis. En considérant certaines hypothèses, on peut obtenir une estimation de l'ouverture de fissure.

Le champ de déplacement d'une discontinuité forte le long d'un profil 1D, $u_{df}(x)$, s'écrit suivant l'équation :

$$u_{df}(x) = \mathcal{H}(x - x_0)[|u|] \quad (4)$$

avec $\mathcal{H}(x)$ la fonction Heaviside, x_0 la position de la discontinuité forte sur le profil et $[|u|]$ le saut de déplacement.

La déformation associée $\varepsilon_{df}(x)$ s'écrit alors :

$$\varepsilon_{df}(x) = \delta(x - x_0)[|u|] \quad (5)$$

avec $\delta(x)$ la fonction Dirac.

Le profil de déformation étant discontinu et non borné, une comparaison directe avec le profil continu par morceaux et borné issu d'un calcul élément fini n'est pas réalisable. Afin de permettre cette comparaison, Dufour [3] propose d'appliquer un filtre sur les champs de déformation grâce à un produit de convolution avec une fonction ϕ . On obtient alors, après convolution, l'expression suivante pour $(\varepsilon_{df} * \phi)(x)$:

$$(\varepsilon_{df} * \phi)(x) = \int_{\ell} \varepsilon_{df}(s) \cdot \phi(x - s) ds = [|u|] \phi(x - x_0) \quad (6)$$

Le même filtre est appliqué au champ de déformation le long de profil 1D issu du calcul EF $(\varepsilon_{FE} * \phi)(x)$:

$$(\varepsilon_{FE} * \phi)(x) = \int_{\ell} \varepsilon_{FE}(s) \cdot \phi(x - s) ds \quad (7)$$

En considérant une hypothèse supplémentaire pour égaliser les deux champs convolués, on aboutit à une quantification de l'ouverture de fissure $[|u|]$. L'hypothèse choisie est de considérer les maximums des champs convolués comme égaux au droit de la fissure (i.e. $x_f = x_0$). On obtient alors pour l'ouverture de fissure $[|u|]$:

$$[|u|] = \int_{\ell} \varepsilon_{FE}(s) \cdot \phi(x_0 - s) ds \quad (8)$$

On peut par la suite définir une erreur pour cette méthode de quantification de l'ouverture de fissure en intégrant la distance entre les champs convolués le long du profil 1D :

$$\text{err} = \frac{\int_{\ell} |[u]| \cdot \phi(x - x_0) - \int_{\ell} \epsilon_{FE}(s) \cdot \phi(x_0 - s) ds}{\int_{\ell} |[u]| \cdot \phi(x - x_0)} dx \quad (9)$$

4 L'analyse globale/locale

4.1 Présentation de la méthode

Cette méthode se base sur une analyse globale réalisée sur l'ensemble de la structure à l'aide d'un modèle non-linéaire basé sur une discrétisation par éléments finis. Elle consiste en une ré-analyse non-intrusive à l'échelle locale. Elle est réalisée avec un modèle discret afin d'en extraire des informations fines concernant les fissures. La méthode considérée étant détaillée dans [6], on explicite en bref les étapes successives de l'analyse (Fig. 3). La région d'intérêt (ROI) est d'abord définie en fonction de la zone d'endommagement résultant de l'analyse globale. Ensuite, les conditions aux limites sont générées en extrayant le champ de déplacement continu et en l'appliquant sur les bords non libres de la ROI ; le transfert du champ de déplacement de l'échelle globale à l'échelle locale est fait via les fonctions de forme des éléments finis utilisés pour le calcul global. Puis, afin d'assurer une corrélation optimale entre le modèle local et le modèle global, les paramètres du modèle discret sont identifiés. Le calcul local est fait ensuite avec le modèle particulaire DEAP initialement proposé par Delaplace[5].

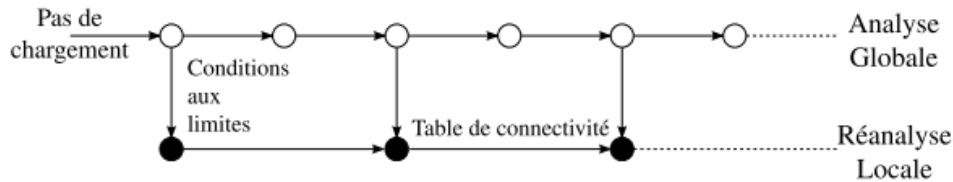


FIGURE 3 – Approche séquentielle de l'analyse globale/locale [6].

4.2 Présentation de DEAP

Le modèle discret se base sur une représentation du matériau par un assemblage de particules polygonales. L'interaction entre les particules est prise en compte à l'aide des efforts de cohésion représentés par des poutres d'Euler-Bernouilli. Le comportement quasi-fragile du matériau est obtenu en considérant une réponse élastique fragile pour les poutres dont le seuil de rupture dépend de la déformation axiale de la poutre et des rotations des deux particules correspondantes. L'hétérogénéité du matériau est prise en compte d'une part dans l'aléa du maillage et d'autre part en introduisant deux variables aléatoires dans l'expression du critère de rupture des poutres. Ainsi, la poutre a-b se déforme jusqu'à un certain seuil à partir duquel elle se casse et le lien n'existe plus entre les deux particules a et b d'où l'apparition d'une micro-fissure située sur la frontière entre les particules (Fig. 4). Ainsi, l'ouverture e_{ab} de la micro-fissure est calculée en considérant le déplacement relatif des deux particules a et b de la manière suivante (10) :

$$e_{ab} = \langle (\underline{u}_a - \underline{u}_b) \cdot \underline{n}_{ab} \rangle_+ \quad (10)$$

avec \underline{u}_a et \underline{u}_b le déplacement des particules a et b respectivement et \underline{n}_{ab} le vecteur normal à la micro-fissure.

5 Étude de la fissuration d'une éprouvette de béton fibré

Nous proposons dans cette dernière partie l'étude d'un cas test sous sollicitations dynamiques. Une éprouvette prismatique de section carrée de dimension $d = 4cm$ et de longueur $4d$ entaillée à mi-hauteur, à été soumise à un chargement de flexion un-point aux barres de Hopkinson. Le matériau est un béton fibré et présente les caractéristiques suivantes : $E = 41GPa$, $f'_c = 84MPa$, $f_t = 7.1MPa$ et $\nu = 0.23$. La vitesse du projectile est limitée à $8m/s$. L'essai est détaillé dans [7].

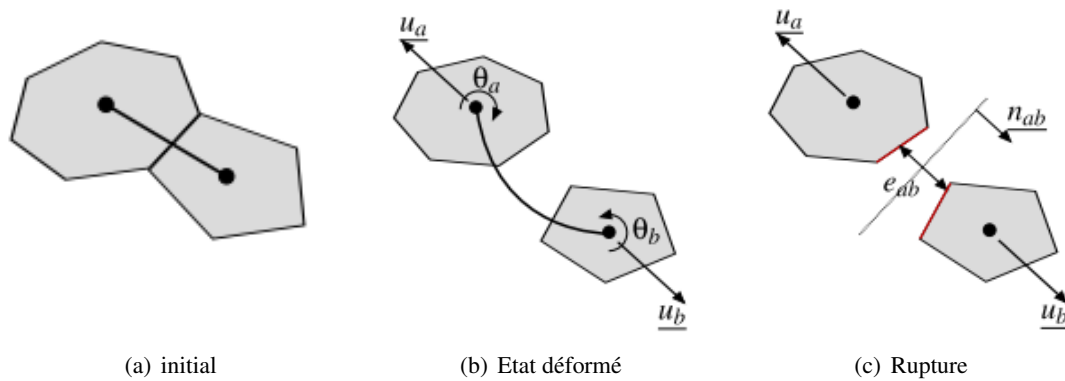


FIGURE 4 – Comportement de la poutre a-b [6].

L'essai et l'analyse globale On vérifie dans un premier temps la concordance des résultats issus du modèle global avec ceux obtenus expérimentalement. La méthode de corrélation d'images est utilisée pour extraire les champs de déplacements à l'aide du logiciel *Correli RT3* [8]. Comme le montre la Fig.5, à un instant donné $t = 0.51ms$, les champs de déplacement dans la direction longitudinale de l'éprouvette sont similaires.

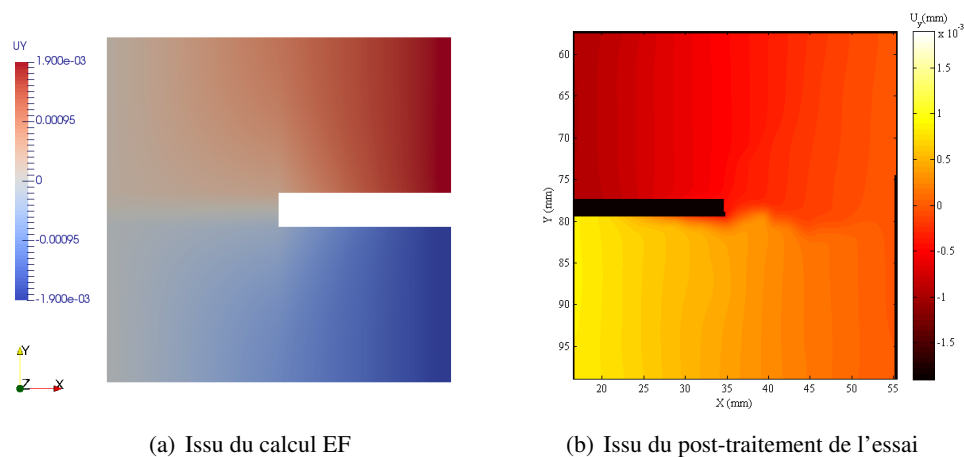


FIGURE 5 – Champ de déplacement U_y dans la ROI.

Extraction de la fissure Pour le post-traitement à l'échelle locale avec le modèle aux éléments discrets DEAP, le maillage de la zone de ré-analyse, constitué de 3500 particules, est superposé au maillage global sur la Fig.6. Les lignes rouges indiquent les frontières sur lesquelles les déplacements globaux sont appliqués.

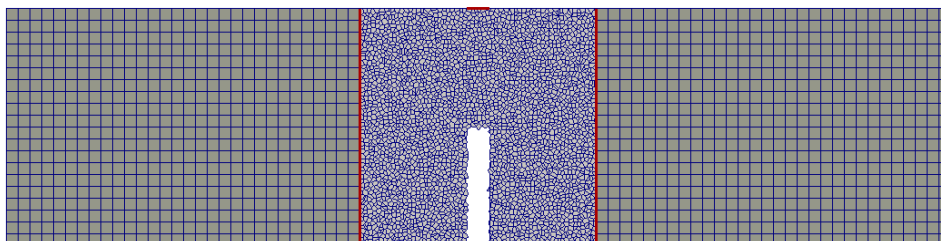


FIGURE 6 – Maillage aux éléments discrets de la zone de ré-analyse.

On extrait la carte de résidus du post-traitement de l'essai aux barres de Hopkinson via la corrélation d'images numériques à la Fig. 7(b)). Le résidu étant l'écart quadratique moyen entre les niveaux de gris des images de référence et déformée, il peut être considéré comme un indicateur de la fissuration. Le faciès de fissuration expérimental, tracé en jaune, est comparable au faciès numérique (Fig. 7(a)) obtenu par la deuxième approche. Il en est de même pour la longueur de fissure. À noter que l'aléa introduit dans la génération de maillage ainsi que dans les seuils de rupture des poutres peut être à l'origine de plusieurs trajets de fissures. Ils devraient être moyennés. En revanche, les ouvertures de fissures ne sont, pour l'instant, pas en adéquation.

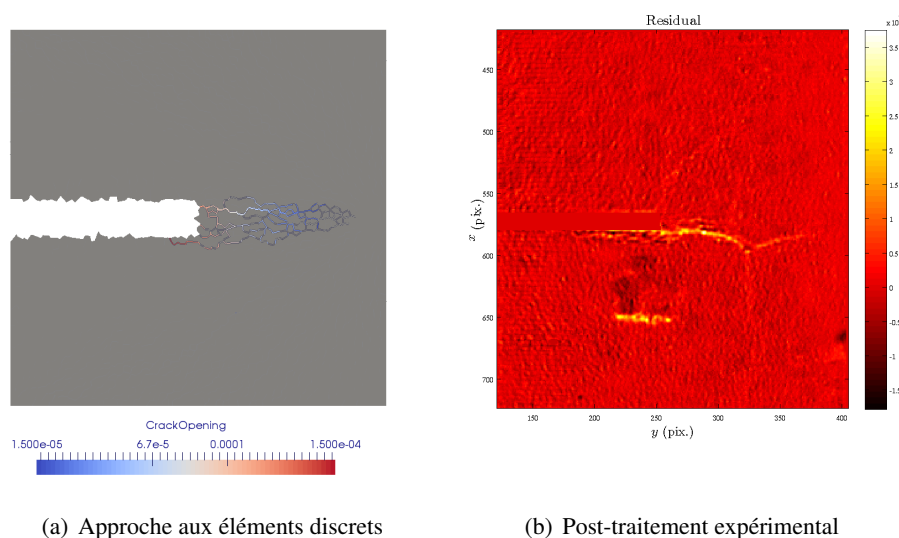


FIGURE 7 – Trajets de fissure obtenus numériquement et expérimentalement.

6 Conclusion

Cette contribution vise à étudier localement le processus de fissuration d'une poutre entaillée soumise à un chargement dynamique à l'aide de deux méthodes de ré-analyse locale d'un calcul élément fini. La première méthode se base sur une recherche topologique pour la localisation de la fissure puis sur une comparaison d'un champ issu d'une discontinuité forte et du même champ issu d'un calcul éléments finis pour le calcul de l'ouverture de fissure. La seconde est une méthode globale/locale qui introduit un modèle mécanique aux éléments discrets à l'échelle plus fine pour obtenir des informations sur la fissure en utilisant le champ de déplacement issu du calcul élément fini comme conditions aux limites. Un premier cas-test de l'approche discrète, d'une poutre soumise à un essai de flexion un-point dynamique, donne des informations sur le trajet de fissure et de longueur de fissure assez comparables à ceux obtenus expérimentalement. Des études complémentaires sont en cours afin d'améliorer les méthodes et les adapter au cas de notre étude. Il faudra déployer davantage d'efforts dans des comparaisons quantitatives avec les données expérimentales concernant les ouvertures de fissures pour les deux approches à différentes étapes du chargement.

Les auteurs remercient AREVA pour le financement du projet dans le lequel cette étude s'inscrit.

Références

- [1] Y. Murray, *Users Manual for LS-DYNA Concrete Material Model 159*, 2007.
- [2] M. Bottoni, F. Dufour, and C. Giry. *Topological search of the crack pattern from a continuum mechanical computation*, Engineering Structures, 346-359, 2015.
- [3] F. Dufour, G. Pijaudier-Cabot, M. Choinska, and A. Huerta. *Extraction of a crack opening from a continuous approach using regularized damage models*, Computers and Concrete, 375-388, 2008.

- [4] F. Dufour, G. Legrain, G. Pijaudier-Cabot, and H. Antonio. *Estimation of crack opening from a two-dimensional continuum-based finite element computation*, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1813-1830, 2012.
- [5] A. Delaplace, *Modélisation discrète appliquée au comportement des matériaux et des structures*, Mémoire d'habilitation à diriger des recherches de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2008.
- [6] C. Oliver-Leblond, A. Delaplace, F. Ragueneau, and B. Richard. *Non-intrusive global/local analysis for the study of fine cracking*, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 973-992, 2013.
- [7] R. Akiki, F. Gatuingt, C. Giry, N. Schmitt, and L. Stéfan. *Modeling and simulation for an optimized design of a dynamic bending test*, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, 242-253, 2016.
- [8] Z. Tomicevic, F. Hild, and S. Roux. *Mechanics-aided digital image correlation*, The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 330-343, 2013.