



**HAL**  
open science

## Modélisation physique des erreurs de modèles pour les écoulements fluides géophysiques

Valentin Resseguier, Pierre Dérian, Etienne Mémin, Bertrand Chapron

► **To cite this version:**

Valentin Resseguier, Pierre Dérian, Etienne Mémin, Bertrand Chapron. Modélisation physique des erreurs de modèles pour les écoulements fluides géophysiques. CNA 2018 - Colloque National d'Assimilation de Données, Nov 2016, Grenoble, France. pp.1-12. hal-01891160

**HAL Id: hal-01891160**

**<https://hal.science/hal-01891160>**

Submitted on 9 Oct 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation physique des erreurs de modèles pour les écoulements fluides géophysiques

**Valentin Resseguier,**  
Pierre Dérian,  
Etienne Mémin,  
Bertrand Chapron

# Motivations

- Identifier rigoureusement l'effet de la dynamique sous-maille
- Injecter une dynamique petite échelle plausible
- Etudier les bifurcations et les attracteurs



Projection climatique

- Quantifier les erreurs de modèle



Prévision d'ensemble et assimilation de données

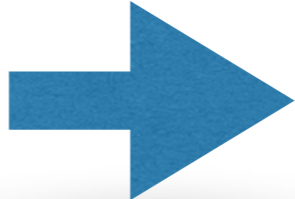
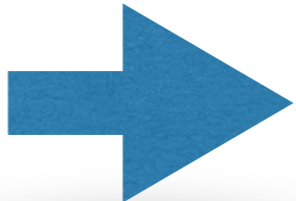


# Plan

- Dynamique randomisée
- SQG sous incertitude modérée (SQG MU)
- Lorenz sous incertitude de position



# Dynamique randomisée

# Introduction d'aléas

- Conditions initiales aléatoires  Sous-dispersif +  
Nécessite un large  
ensemble
- Forçage Gaussien arbitraire  Rajoute de l'énergie +  
Mauvaise phase
- Moyennage,  
homogénéisation  Problèmes d'hypothèses et  
de conservation de l'énergie
- Ajout d'une vitesse  
décorrélée en temps   $v = w + \sigma \dot{B}$

# Advection d'un traceur $\Theta$

$$\frac{D\Theta}{Dt} = 0$$

$$v = w + \sigma \dot{B}$$

# Advection d'un traceur $\Theta$

$$v = w + \sigma \dot{B}$$

# Advection d'un traceur $\Theta$

$$\partial_t \Theta + \boldsymbol{w}^* \cdot \nabla \Theta + \sigma \dot{B} \cdot \nabla \Theta = \nabla \cdot \left( \frac{1}{2} \boldsymbol{a} \nabla \Theta \right)$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{w} + \sigma \dot{B}$$

# Advection d'un traceur $\Theta$

$$\partial_t \Theta + \underbrace{w^* \cdot \nabla \Theta + \sigma \dot{B} \cdot \nabla \Theta}_{\text{Advection}} = \nabla \cdot \left( \frac{1}{2} a \nabla \Theta \right)$$

$$v = w + \sigma \dot{B}$$

# Advection d'un traceur $\Theta$

$$\partial_t \Theta + \underbrace{w^* \cdot \nabla \Theta + \sigma \dot{B} \cdot \nabla \Theta}_{\text{Advection}} = \underbrace{\nabla \cdot \left( \frac{1}{2} a \nabla \Theta \right)}_{\text{Diffusion}}$$

$$v = w + \sigma \dot{B}$$

# Advection d'un traceur $\Theta$

Advection

$$\partial_t \Theta + w^* \cdot \nabla \Theta + \sigma \dot{B} \cdot \nabla \Theta = \nabla \cdot \left( \frac{1}{2} a \nabla \Theta \right)$$

Diffusion

Correction du drift

$$v = w + \sigma \dot{B}$$



# Advection d'un traceur $\Theta$

$$\partial_t \Theta + w^* \cdot \nabla \Theta + \sigma \dot{B} \cdot \nabla \Theta = \nabla \cdot \left( \frac{1}{2} a \nabla \Theta \right)$$

Advection

Diffusion

Correction du drift

Forçage aléatoire multiplicatif

$$v = w + \sigma \dot{B}$$

# Advection d'un traceur $\Theta$

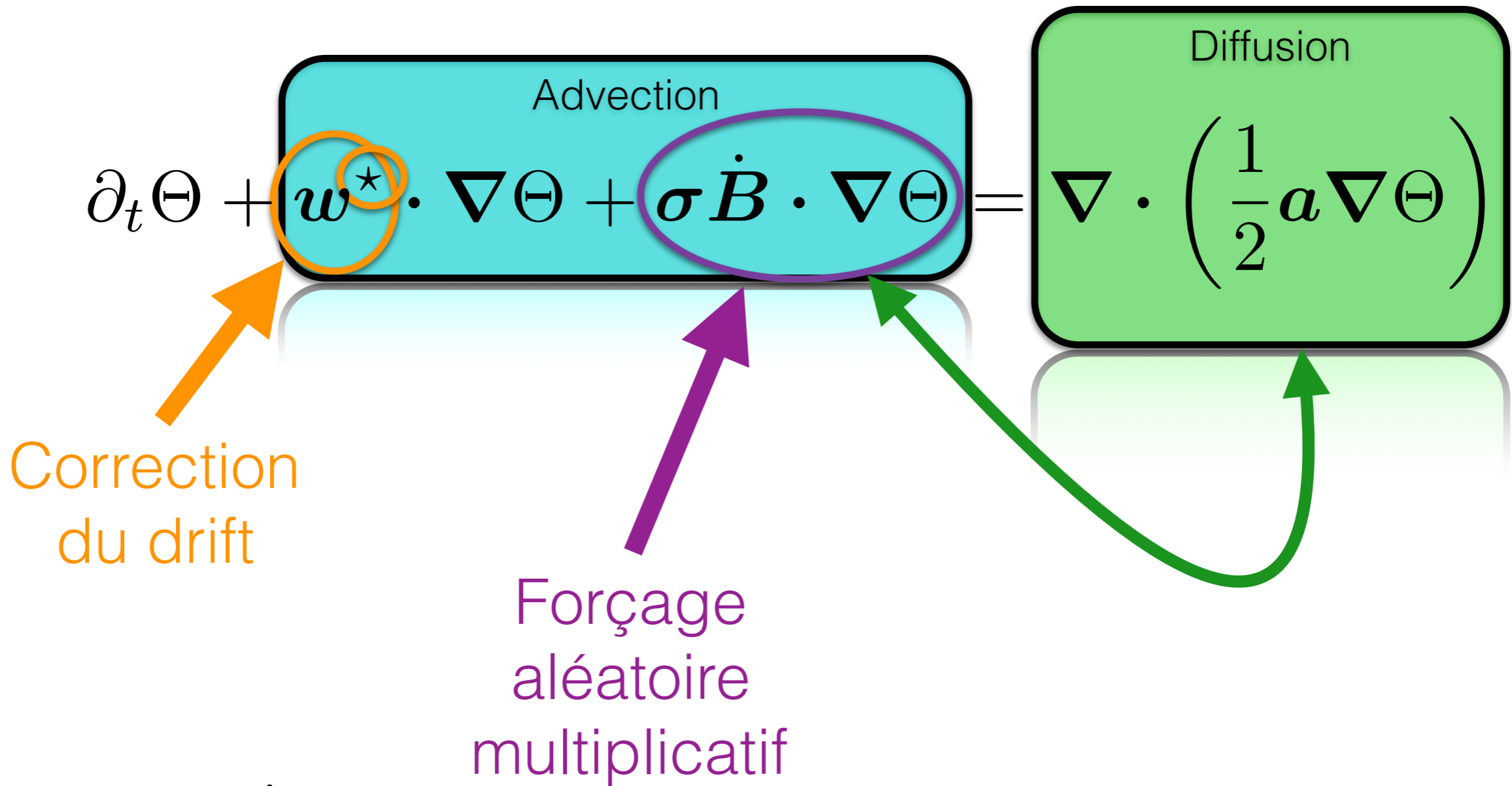
$$\partial_t \Theta + \underbrace{w^* \cdot \nabla \Theta}_{\text{Correction du drift}} + \underbrace{\sigma \dot{B} \cdot \nabla \Theta}_{\text{Forçage aléatoire multiplicatif}} = \nabla \cdot \left( \frac{1}{2} a \nabla \Theta \right)$$

Advection

Diffusion

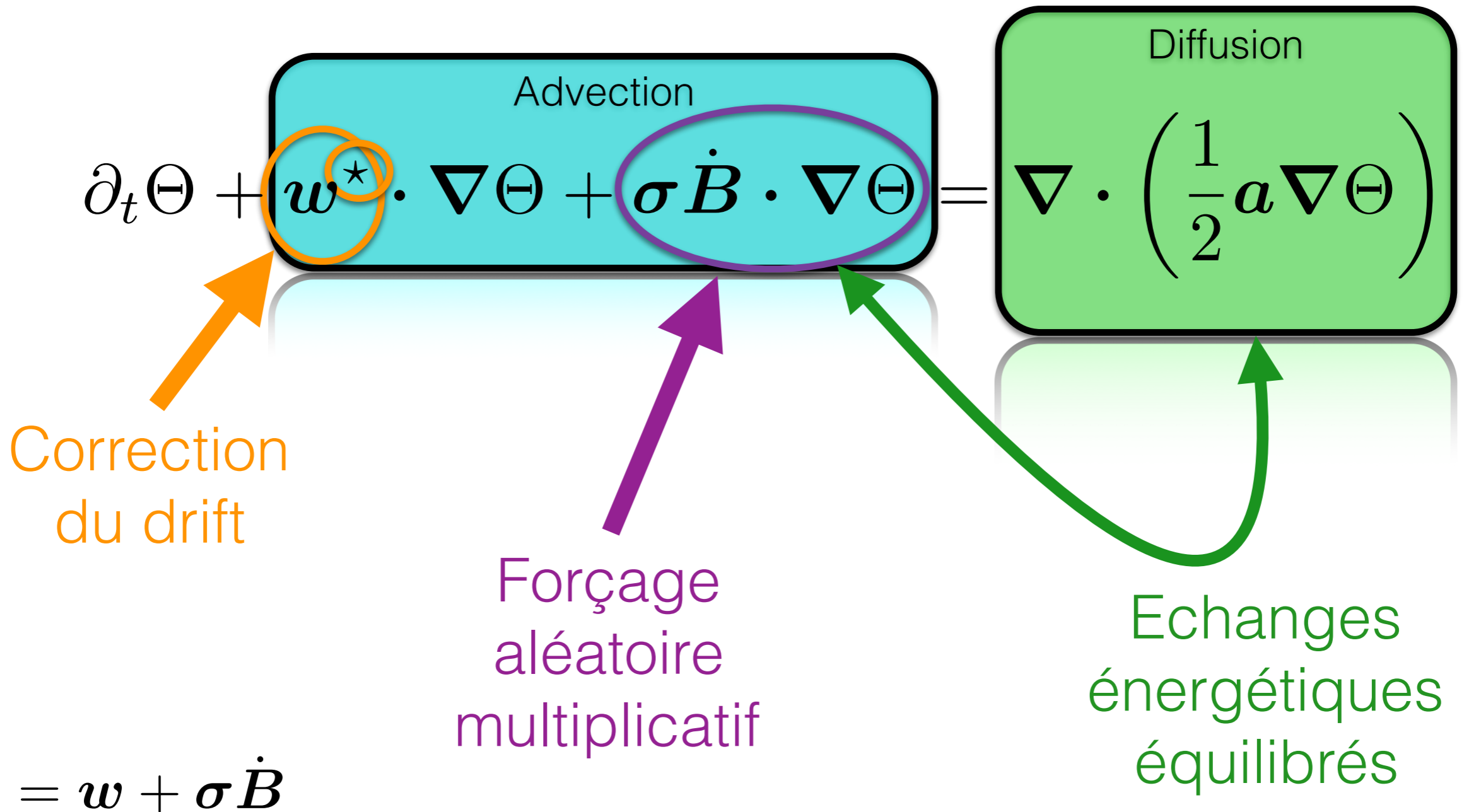
$$v = w + \sigma \dot{B}$$

# Advection d'un traceur $\Theta$

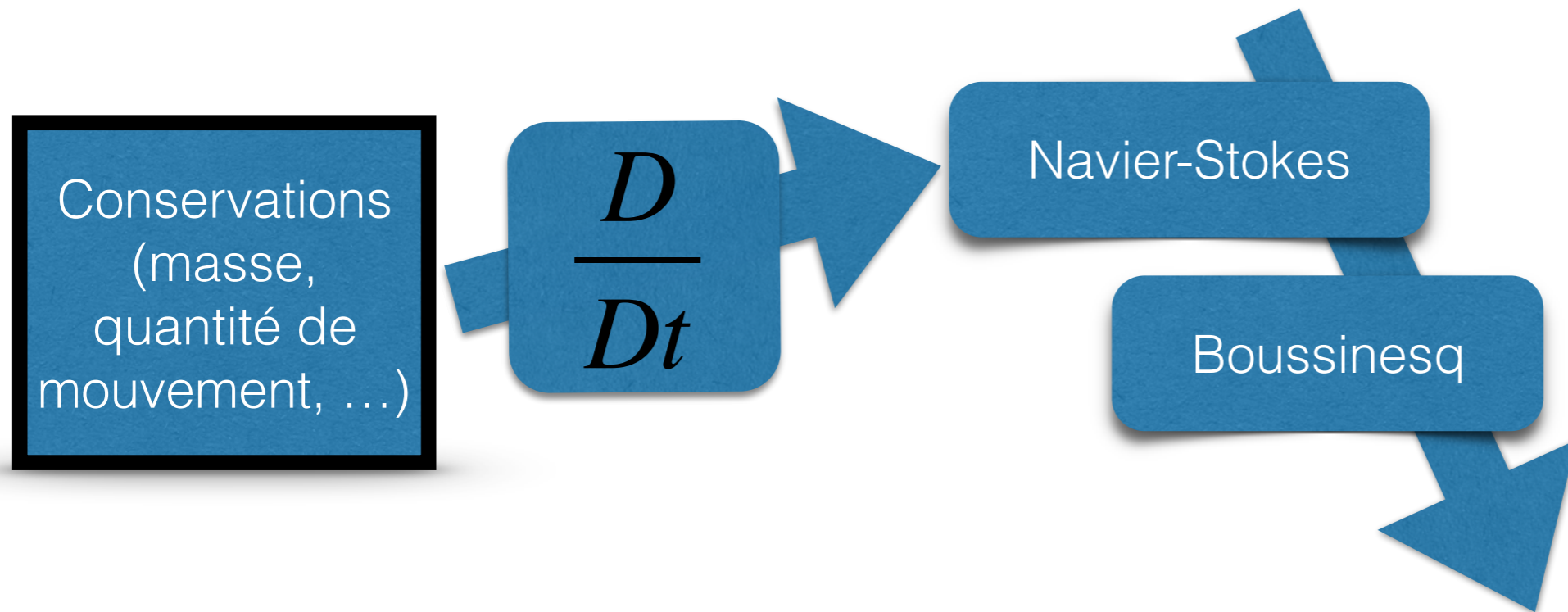


$$v = w + \sigma \dot{B}$$

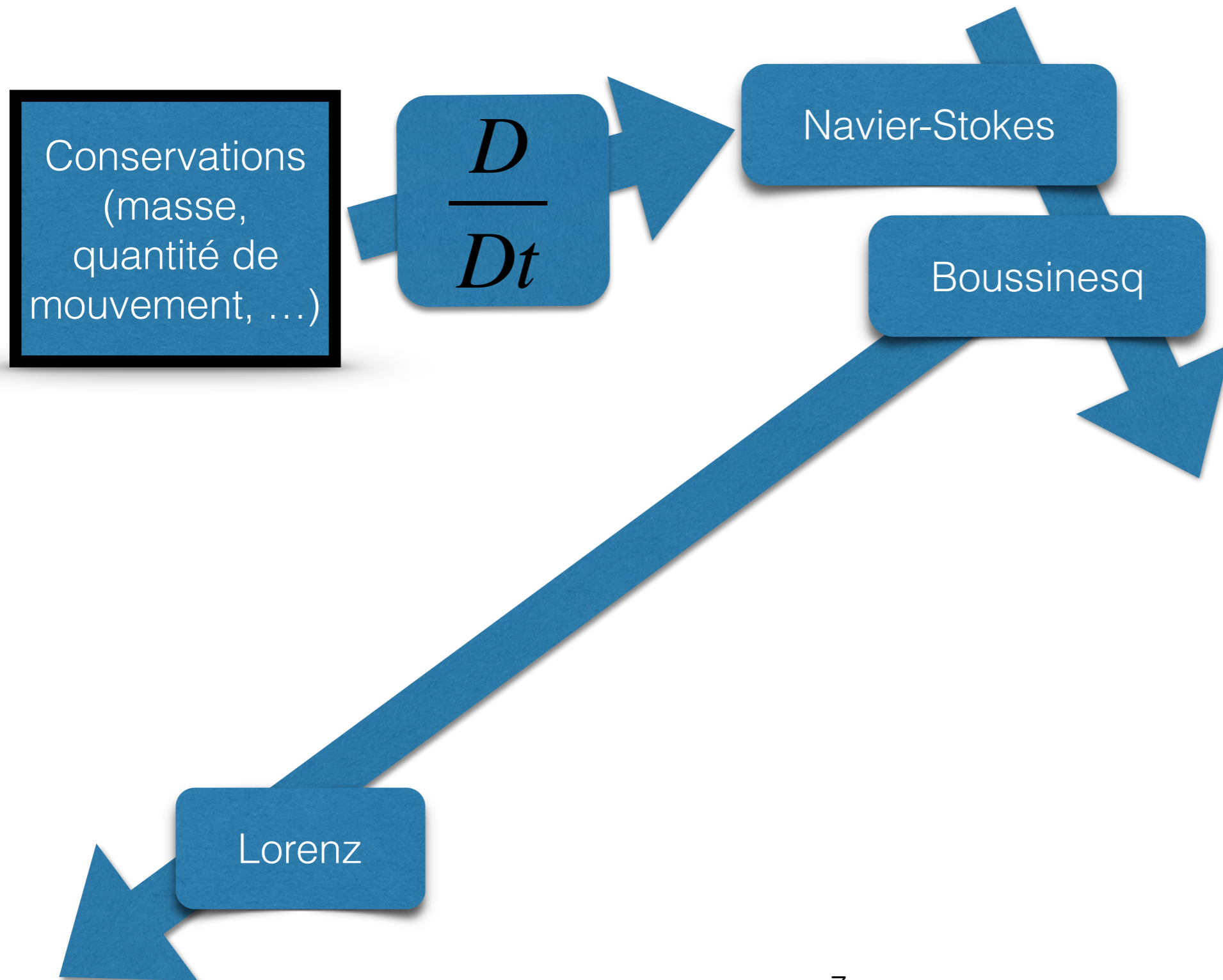
# Advection d'un traceur $\Theta$



# Modèles aléatoires dérivés

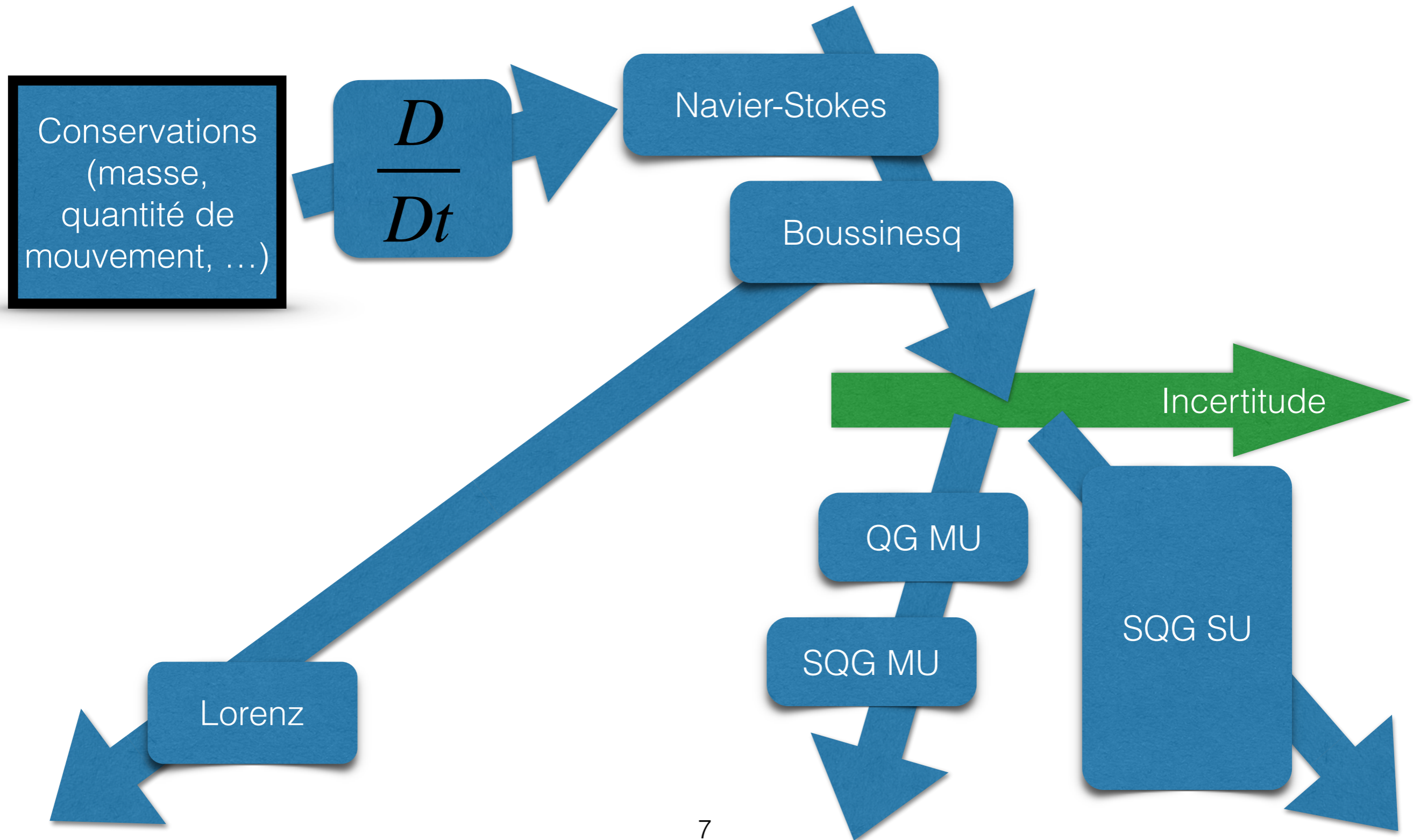


# Modèles aléatoires dérivés

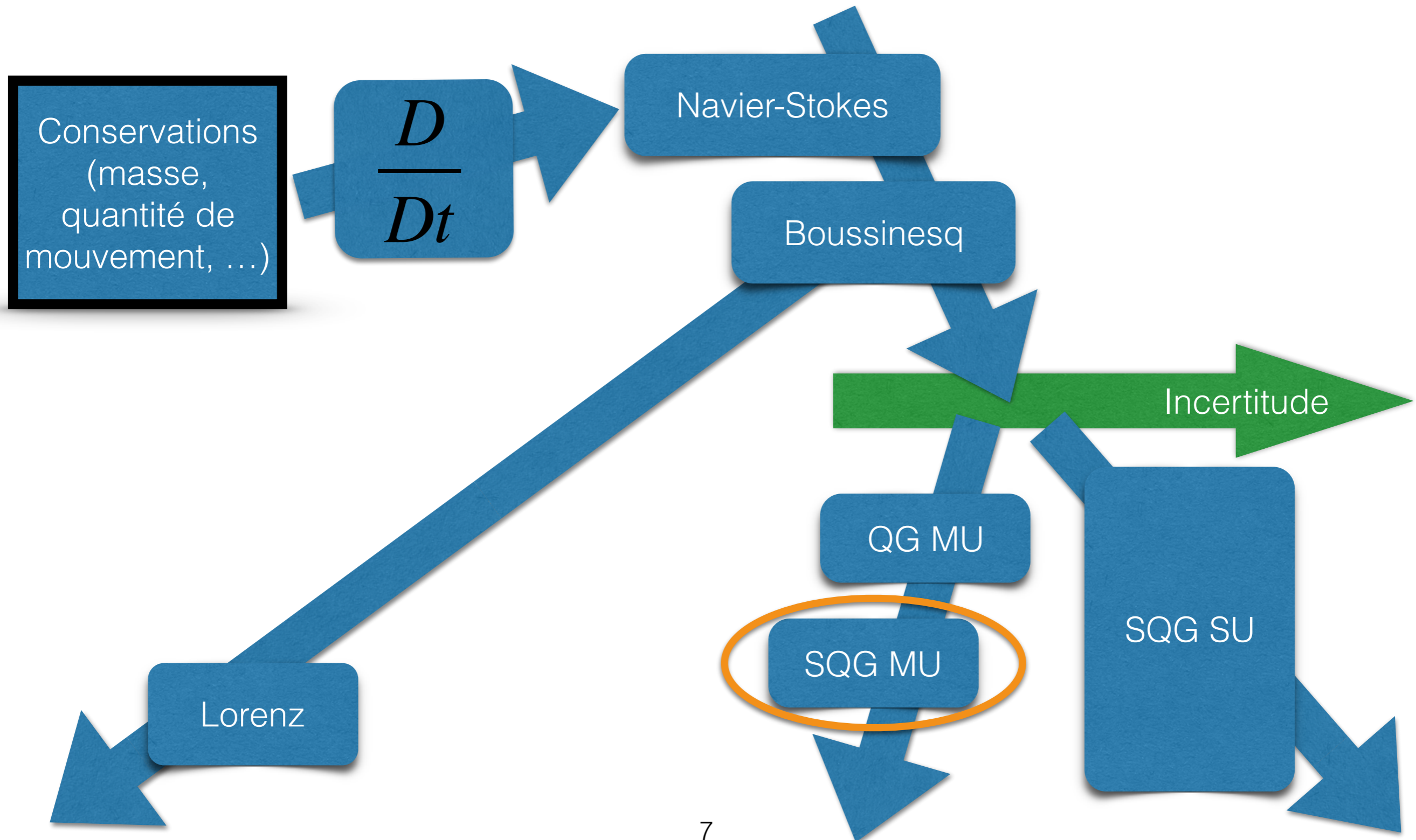




# Modèles aléatoires dérivés

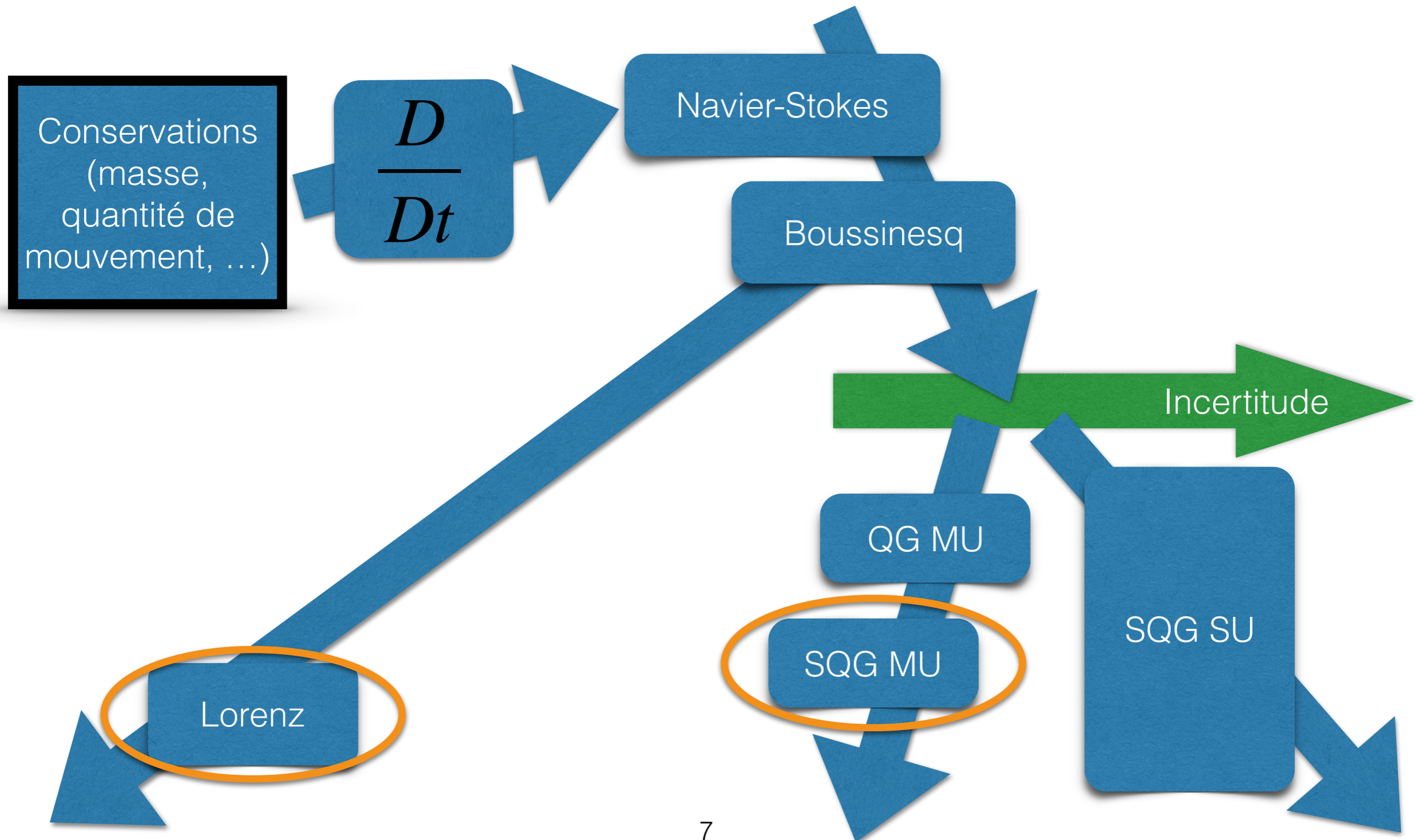


# Modèles aléatoires dérivés





# Modèles aléatoires dérivés



# SQG sous incertitude modérée

SQG MU

*Code disponible en ligne*

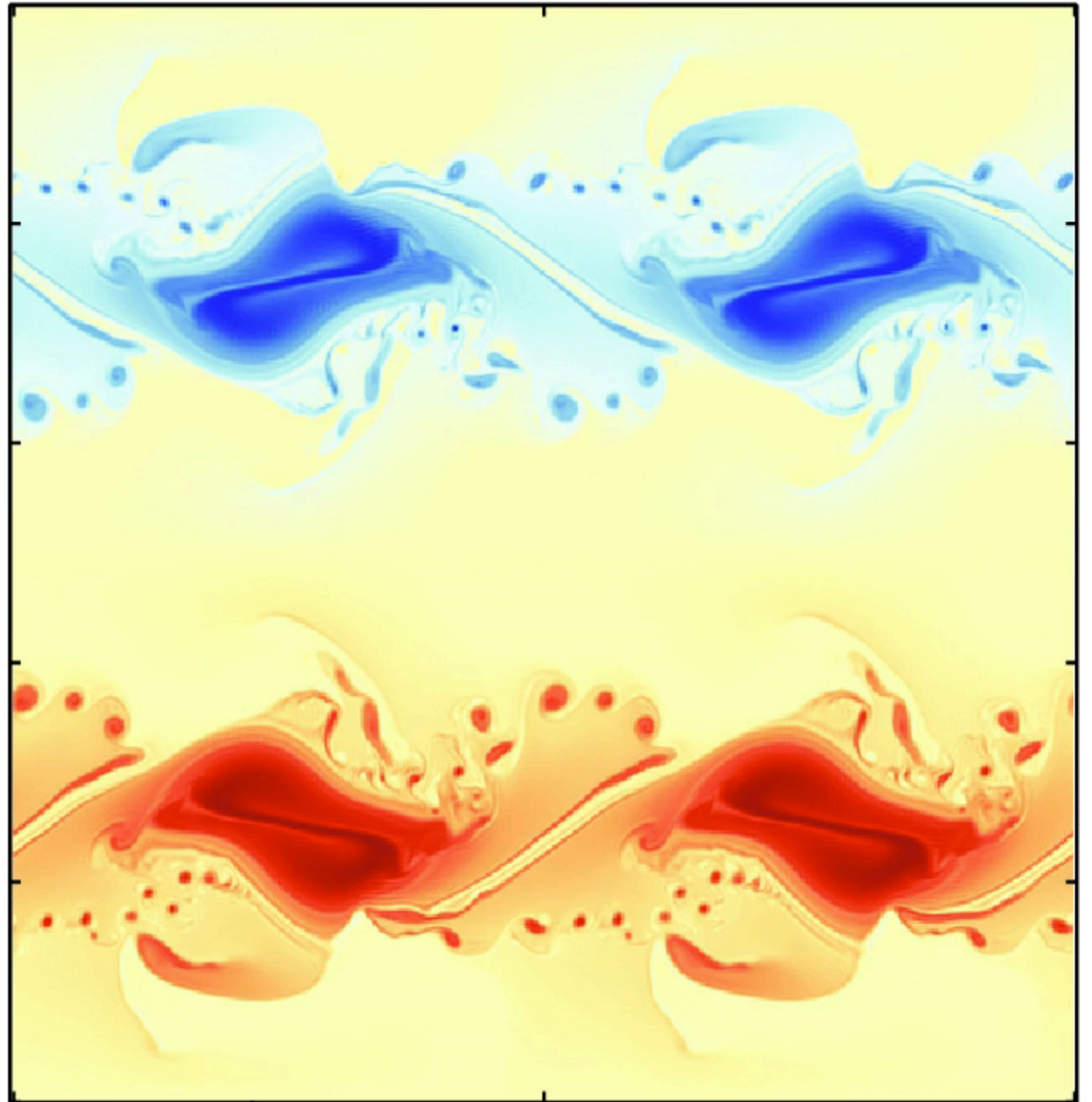
$t = 17$  days

Simulation de  
référence:

SQG

déterministe

512 x 512





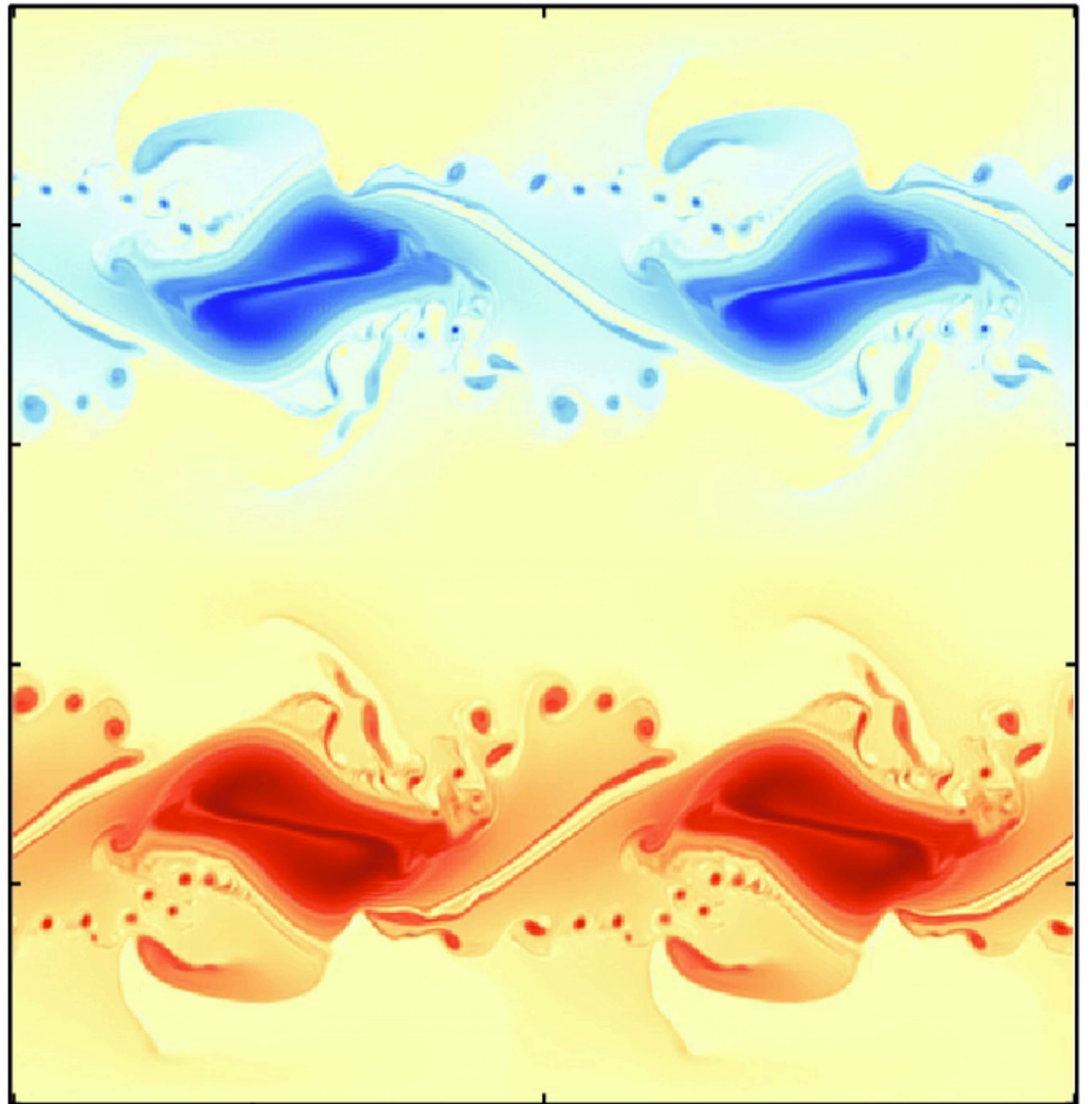
$t = 17$  days

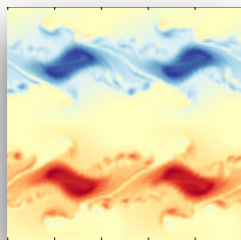
Simulation de  
référence:

SQG

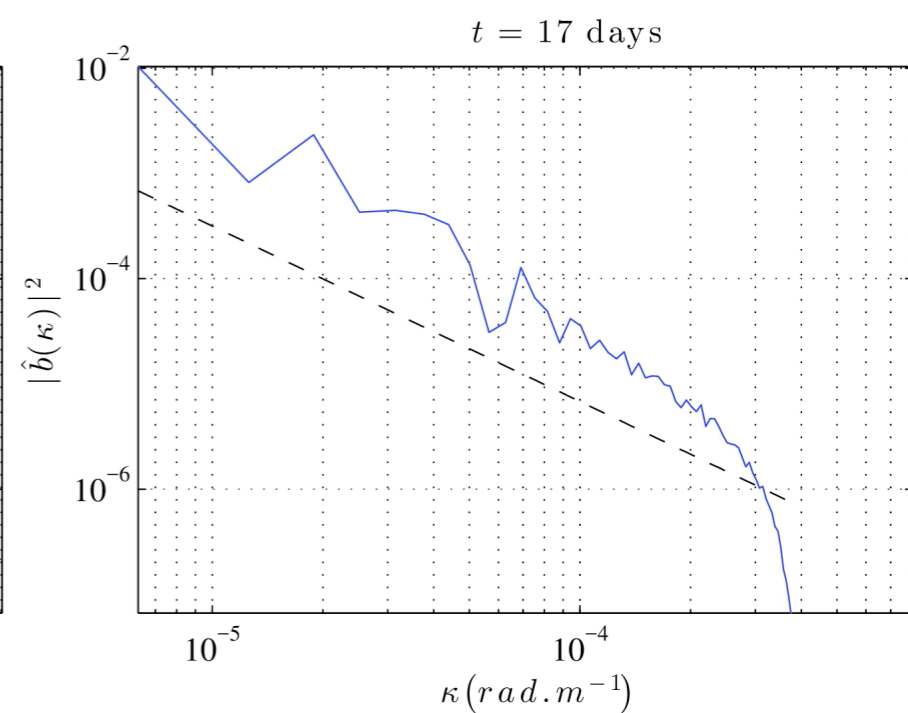
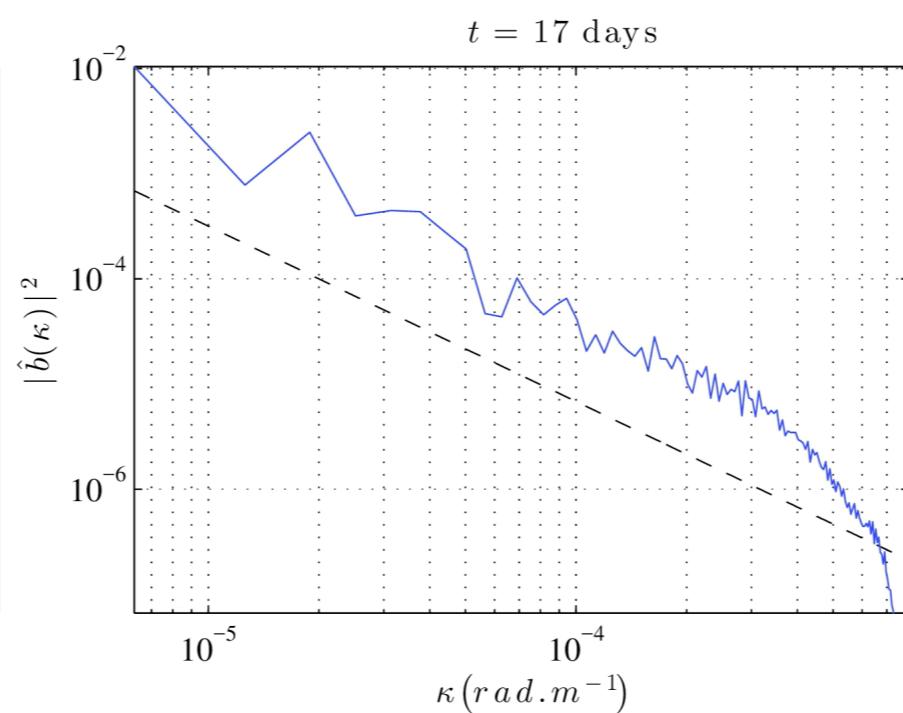
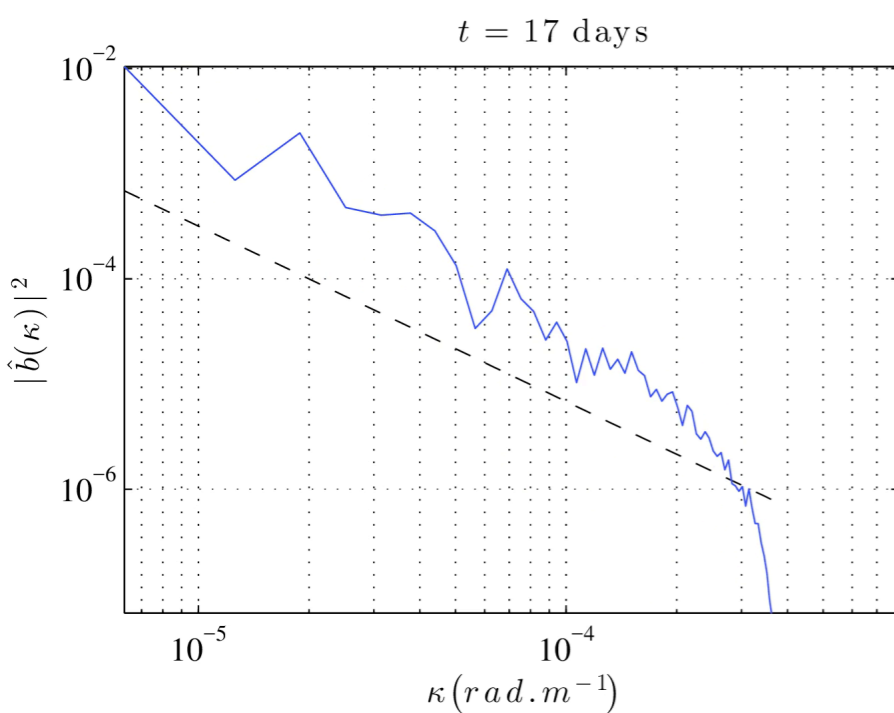
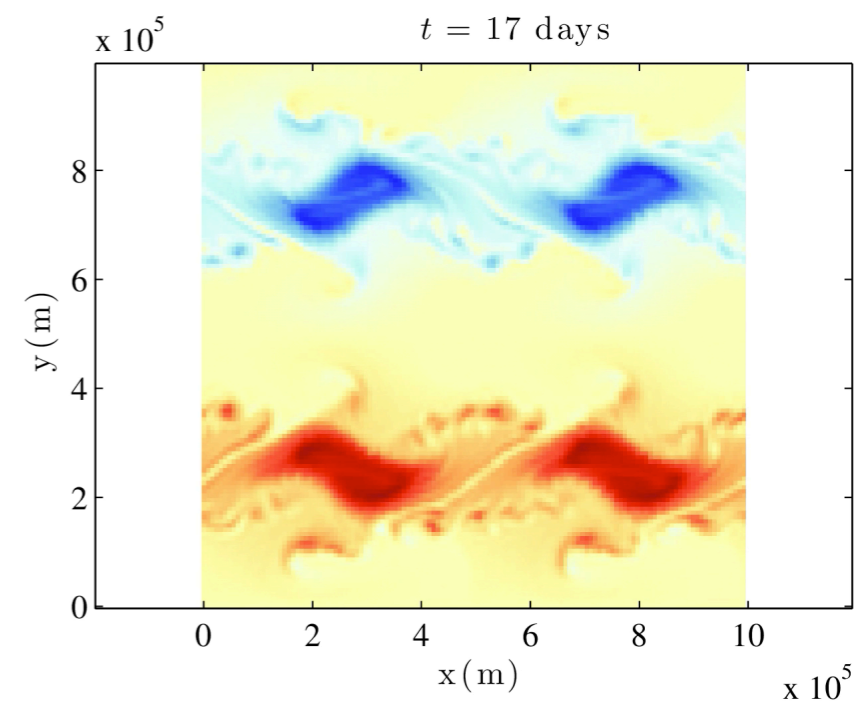
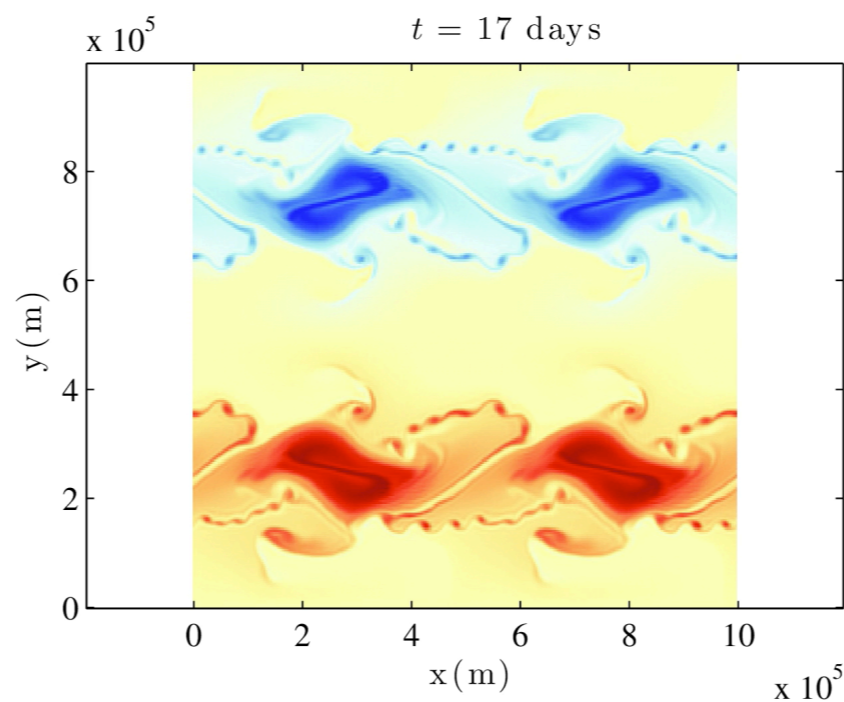
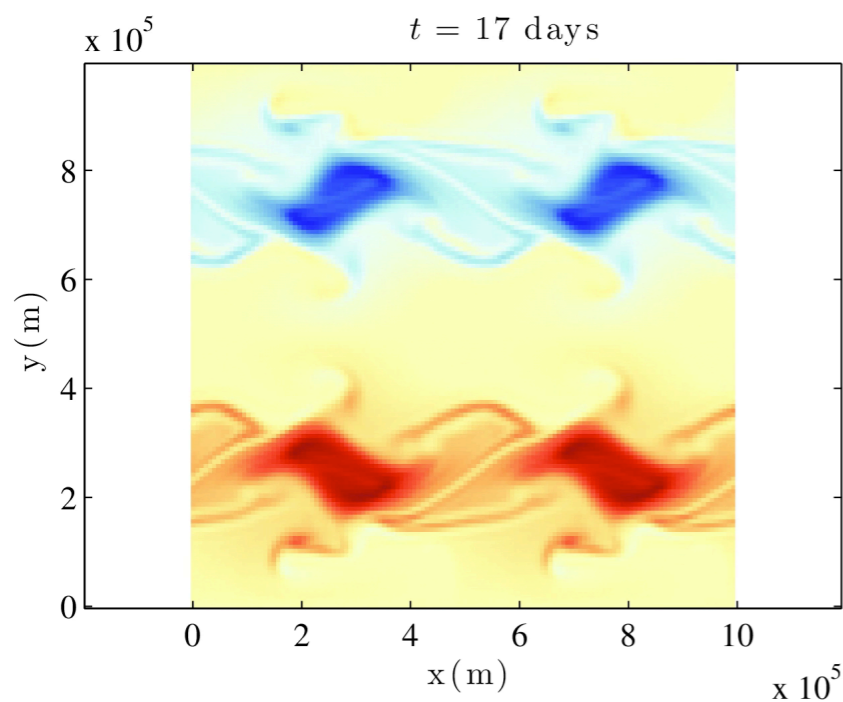
déterministe

512 x 512





# Une réalisation

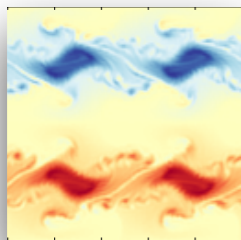


**Deterministe 128x128**

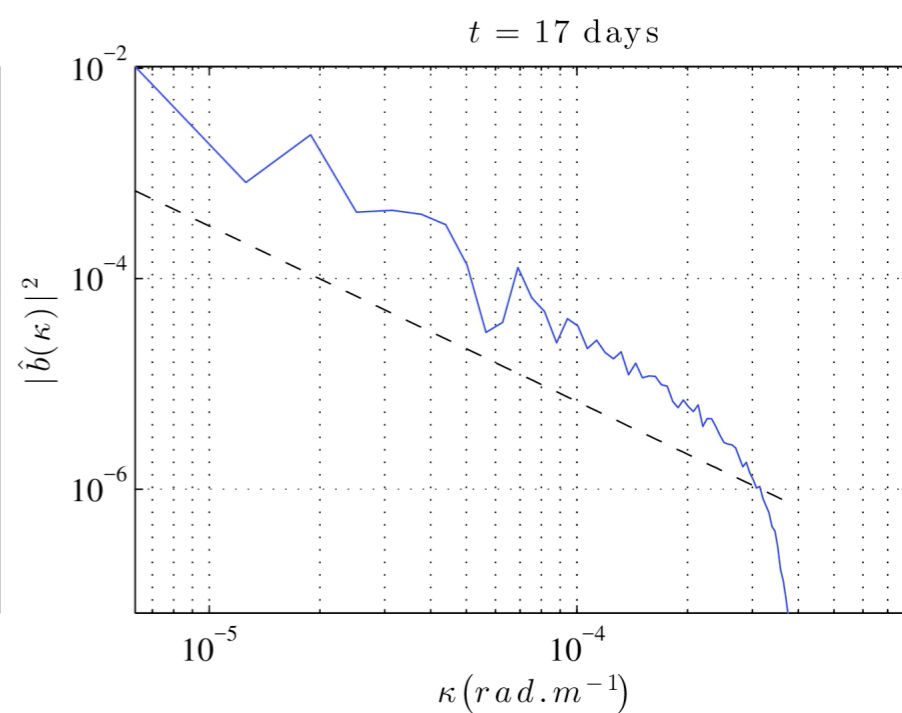
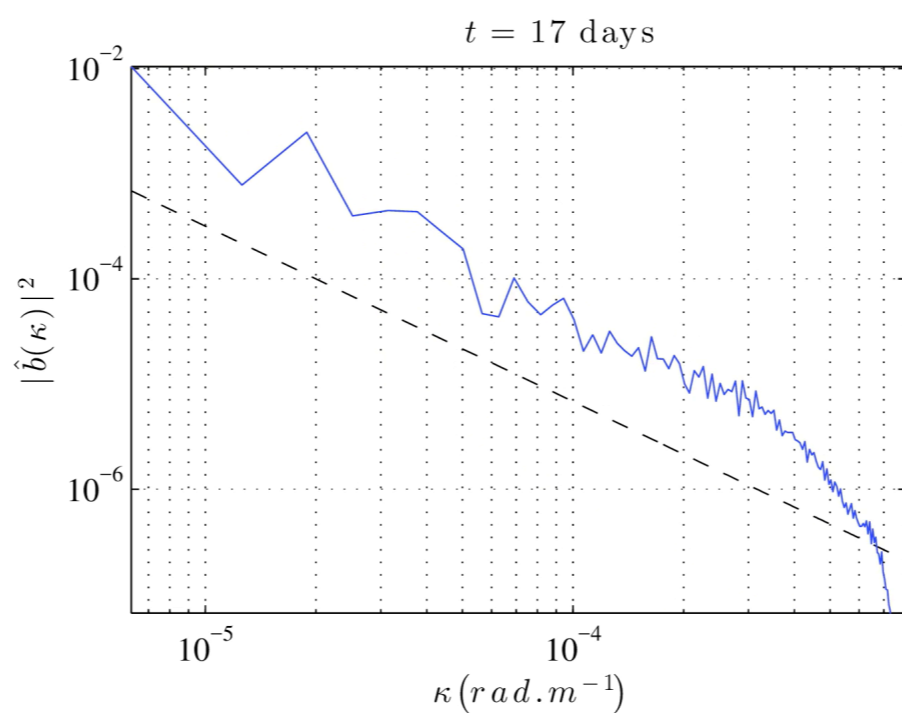
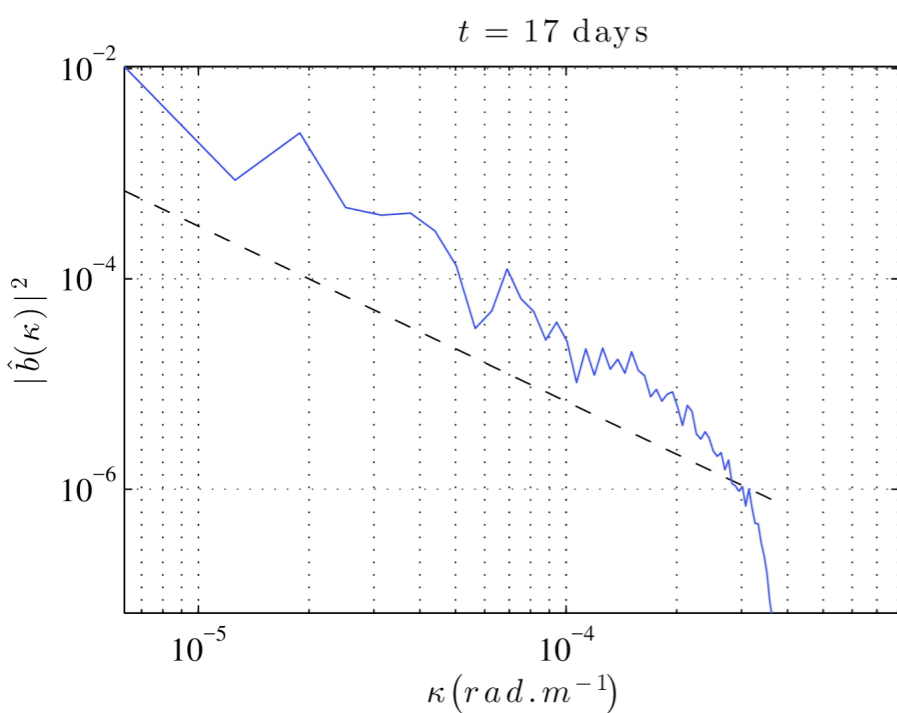
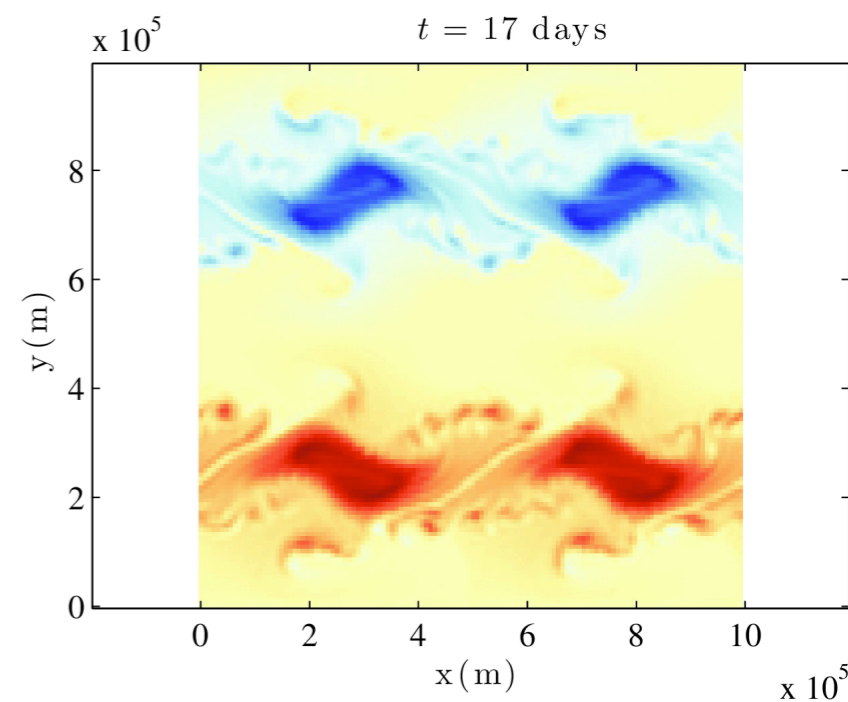
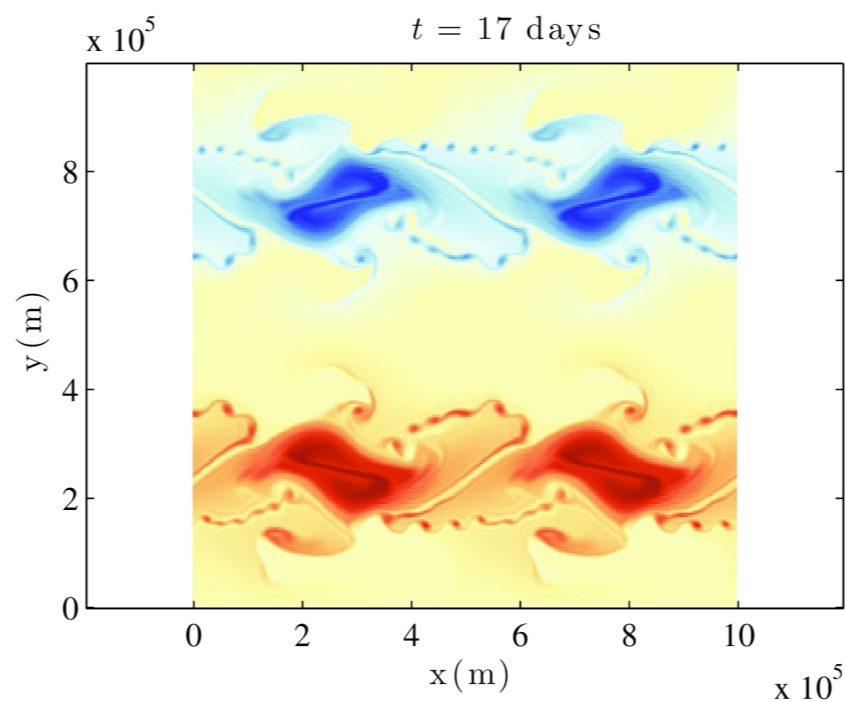
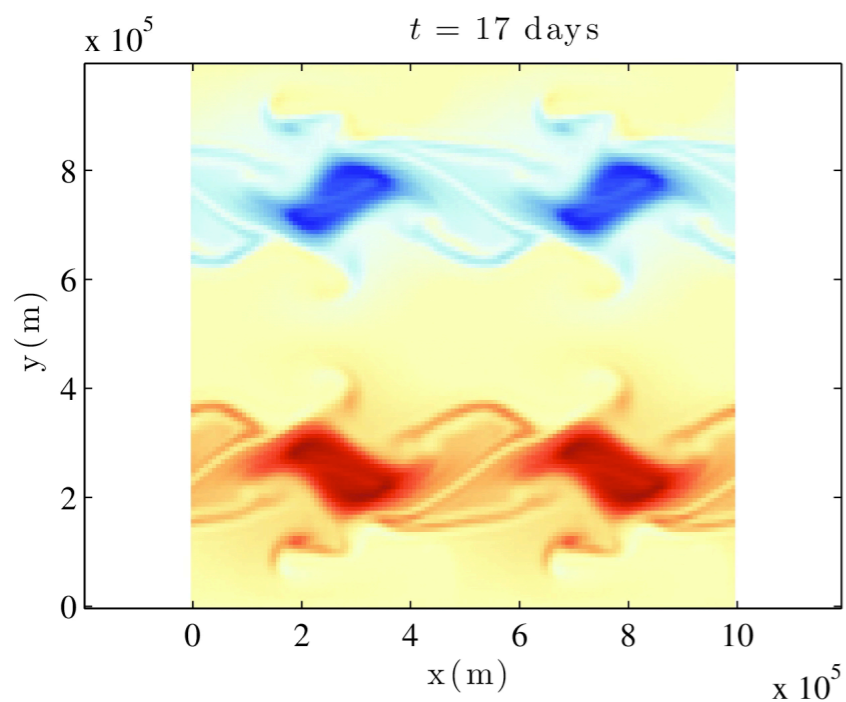
**Deterministe 512x512**

**Stochastique 128x128**





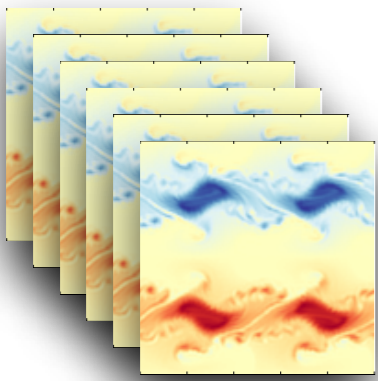
# Une réalisation



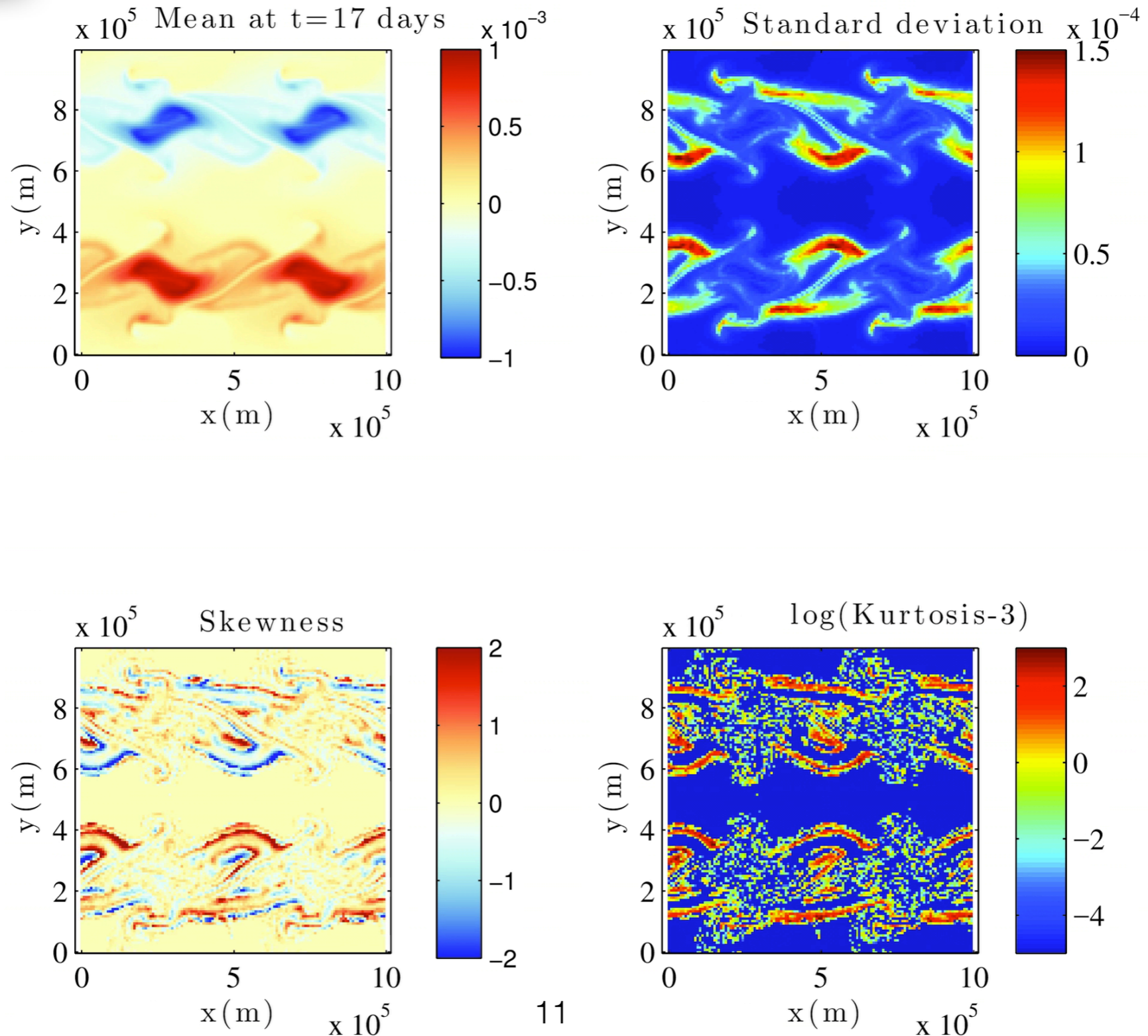
**Deterministe 128x128**

**Deterministe 512x512**

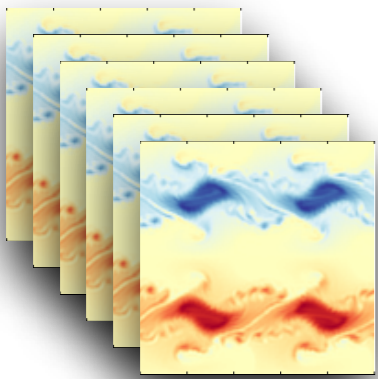
**Stochastique 128x128**



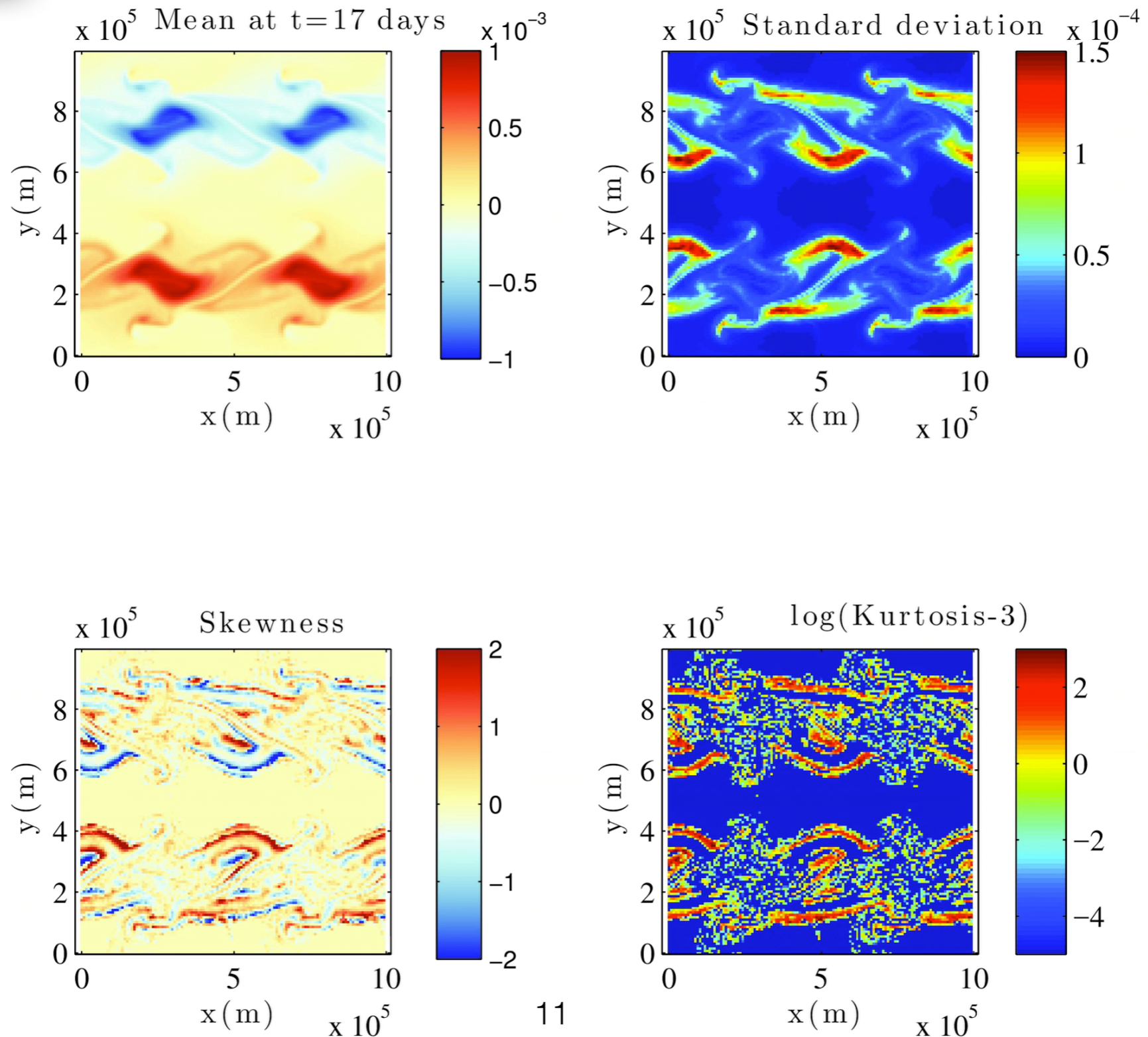
# Ensemble



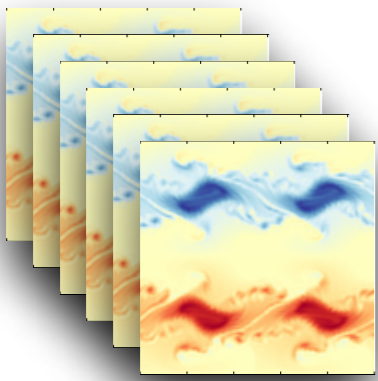




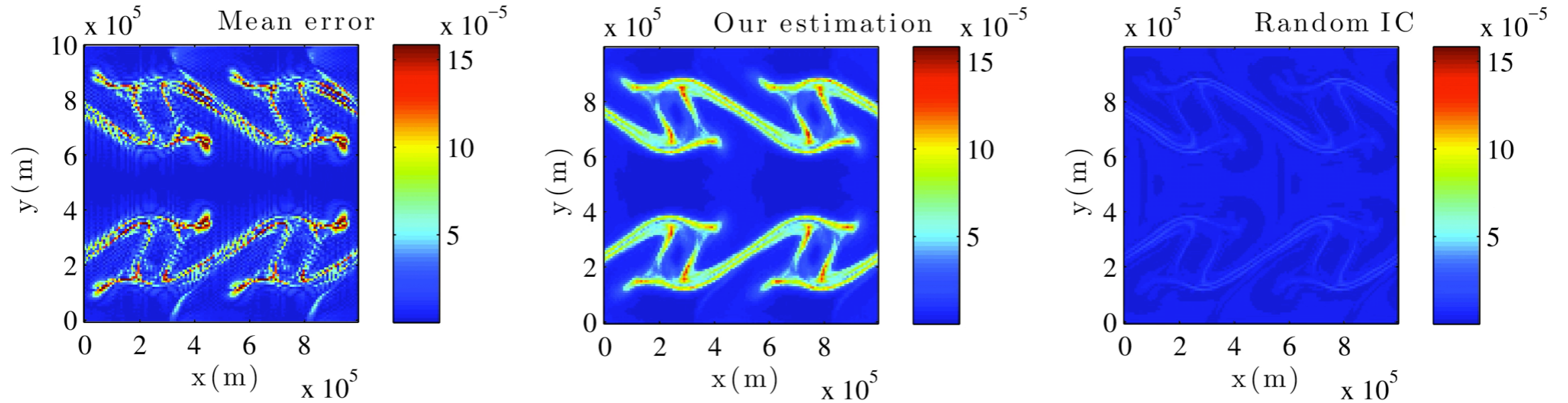
# Ensemble



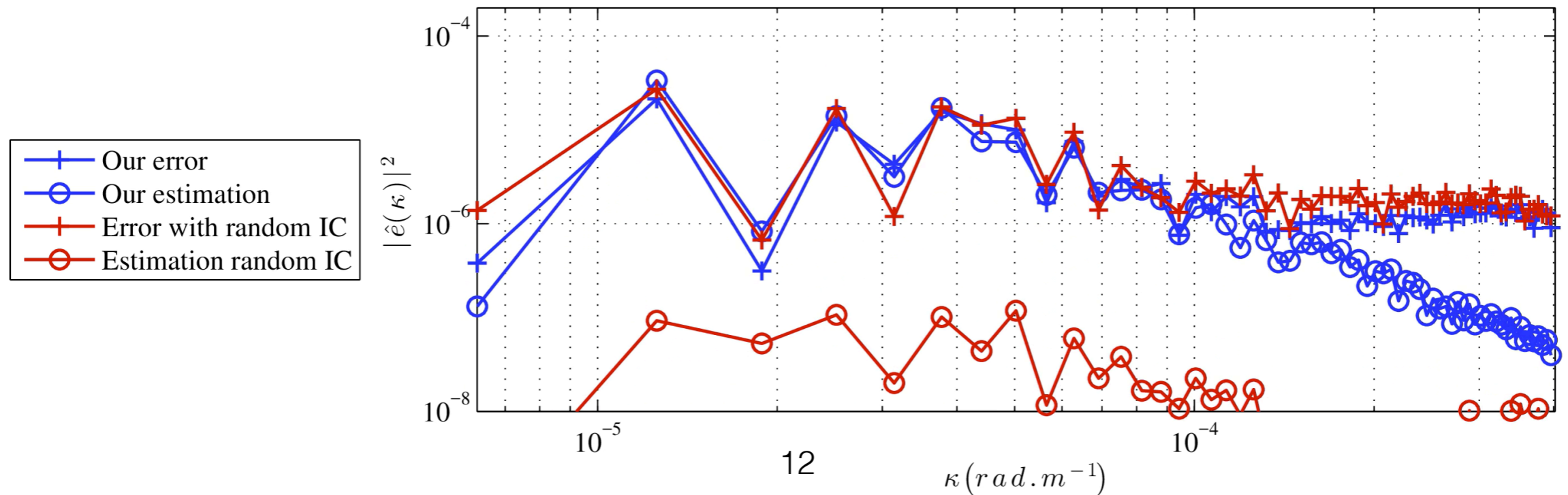


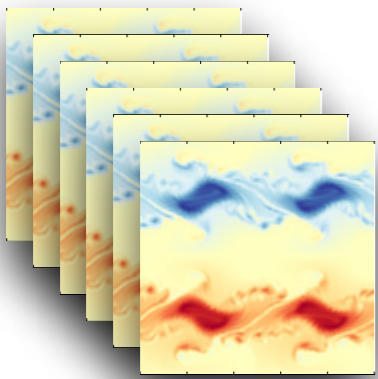


# Ensemble

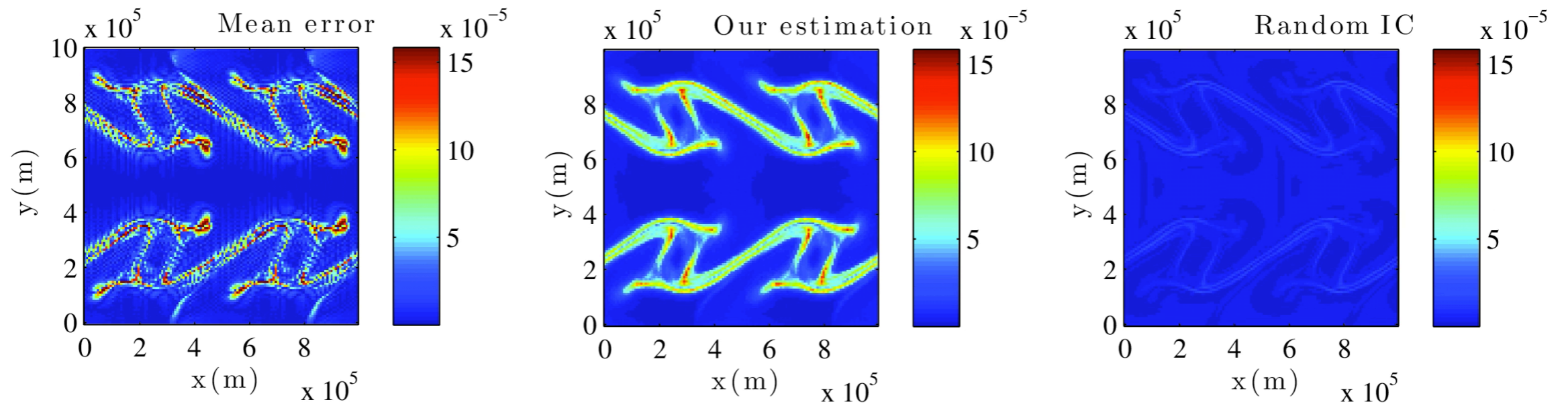


Spectrum of the errors and its estimation at  $t=12$  days

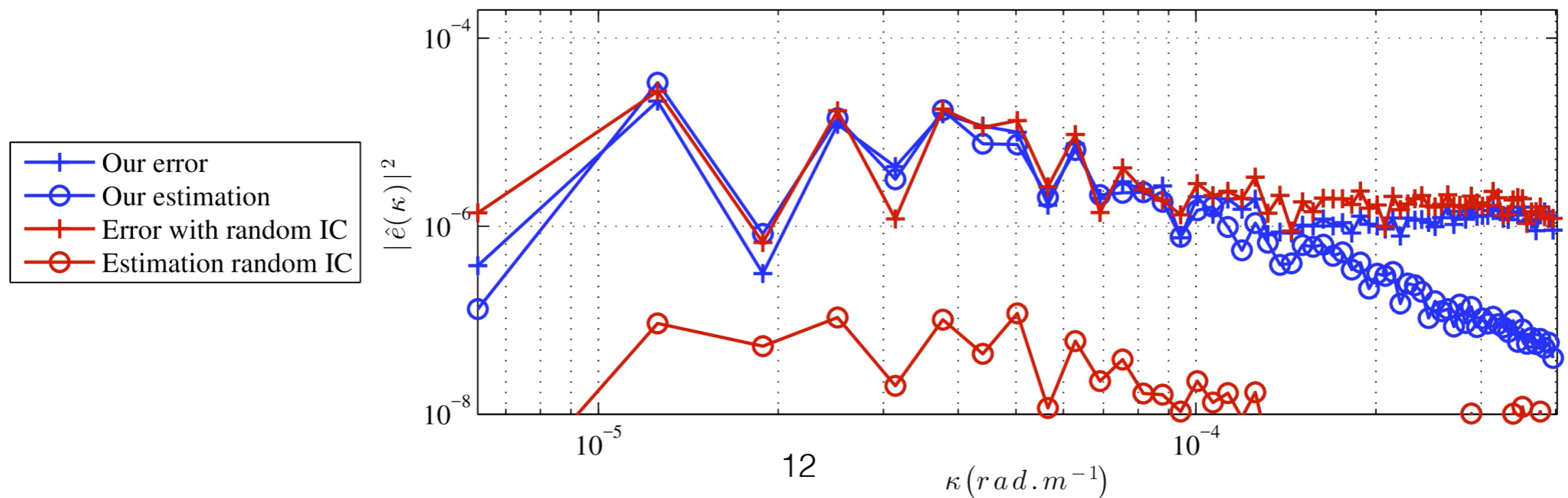




# Ensemble



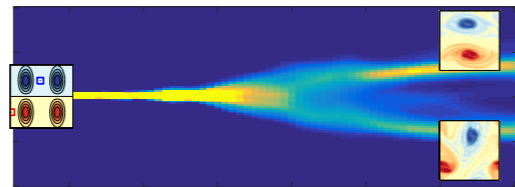
Spectrum of the errors and its estimation at  $t=12$  days



# Résumé des modèles QG sous incertitude de position

- Petites échelles plus réalistes
- Estimation de la position et de l'amplitude des erreurs
- Évènements extrêmes

- Bifurcations



- sous incertitude forte:  
Description 2D simple de la frontolyse/frontogénèse

Code SQG MU:

lien depuis le site de l'équipe Fluminance - V. Resseguier

# Modèle de Lorenz sous incertitude de position

---

Est-ce que les modèles grande échelle  
(diffusifs) sur-représentent les états stables  
dans les simulations d'ensemble?

# Modèle(s) de Lorenz

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= \text{Pr} (Y - X) - \frac{4}{2\Upsilon} X \\ dY &= \left[ X(\rho - Z) - Y - \frac{4}{2\Upsilon} Y \right] dt + \frac{\rho - Z}{\Upsilon^{1/2}} dB_t \\ dZ &= \left[ XY - bZ - \frac{8}{2\Upsilon} bZ \right] dt + \frac{Y}{\Upsilon^{1/2}} dB_t\end{aligned}$$

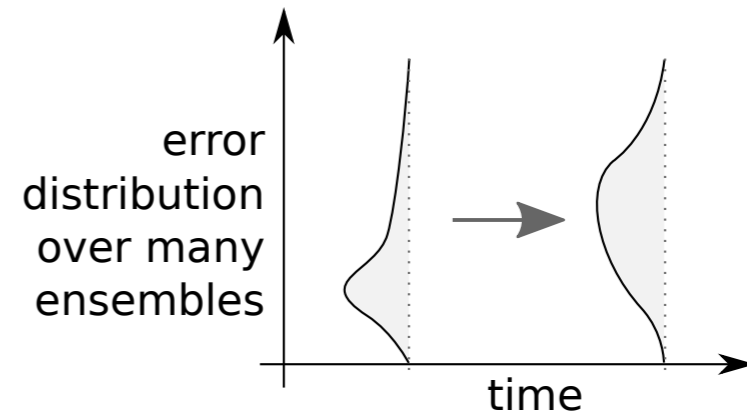
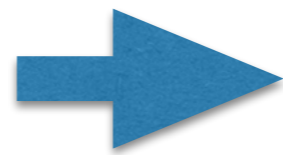
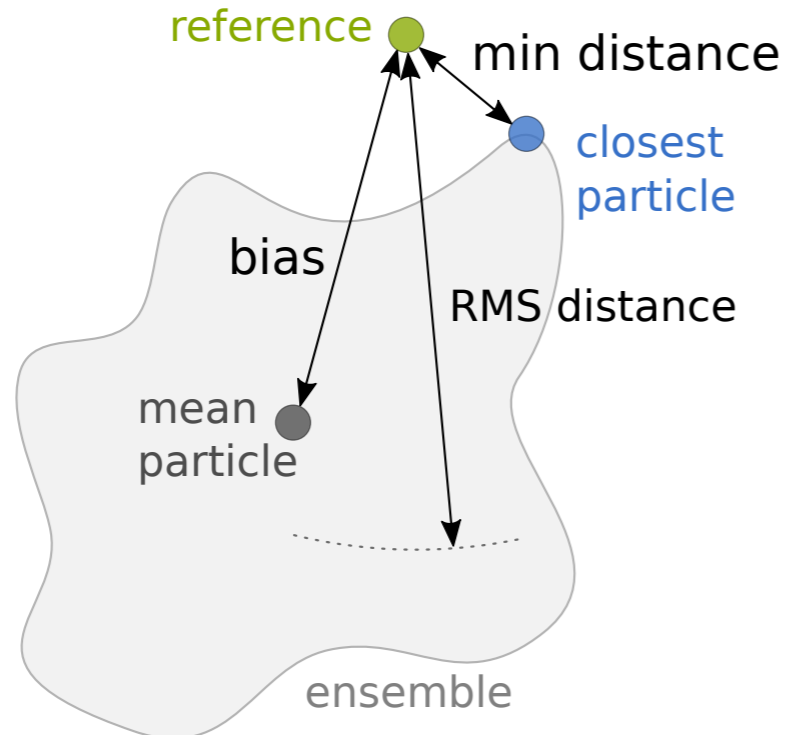
- modèle **déterministe** classique ~ DNS, précis mais inaccessible en pratique
- modèle (déterministe) **diffusif** ~ LES
- **stochastique** : modèle sous incertitude de position

➔ comportement des ensembles?



# Comportement à temps court

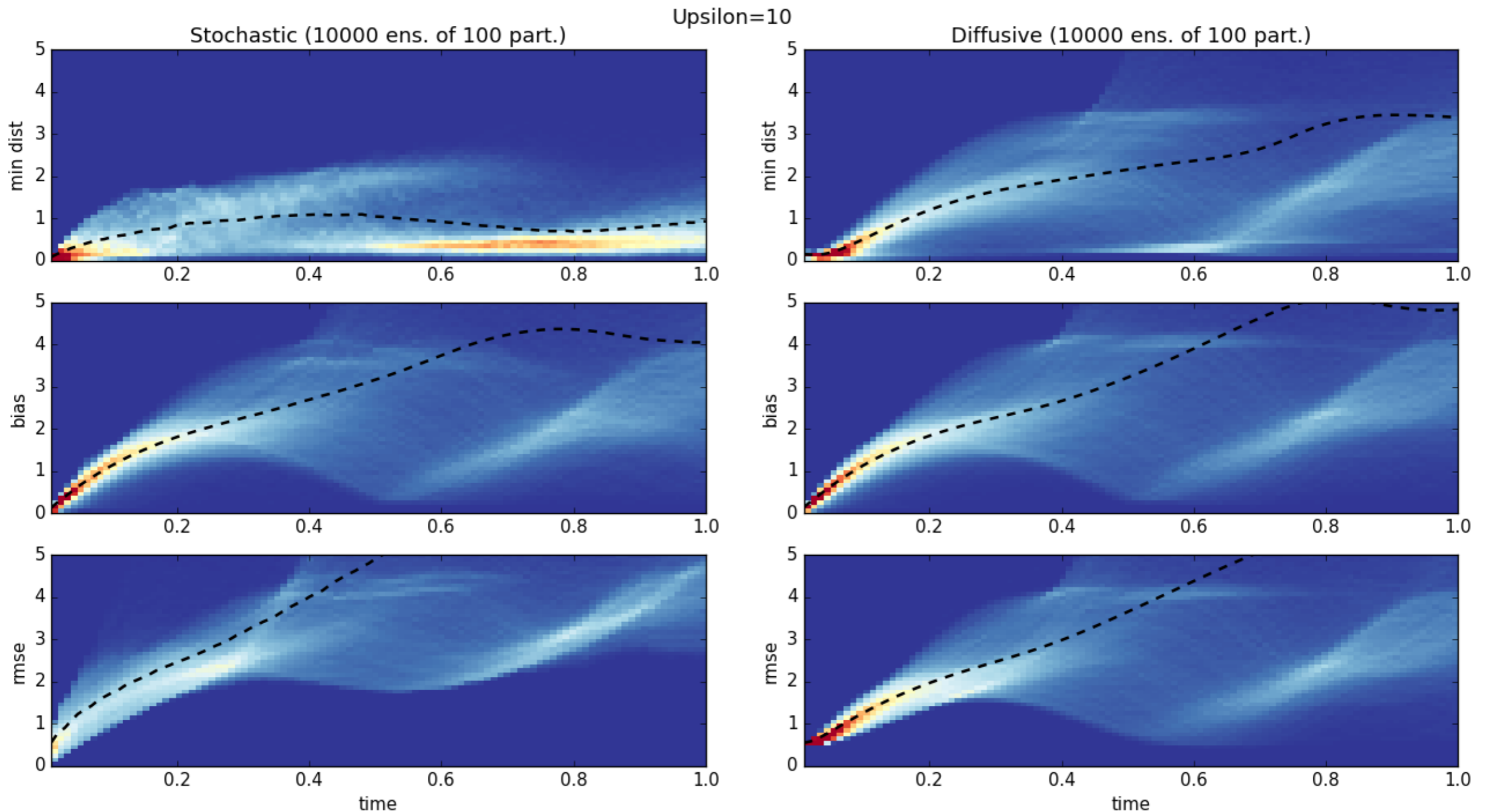
Comparaison ensemble  $\leftrightarrow$  référence  
3 métriques: distance minimum, biais, RMSE

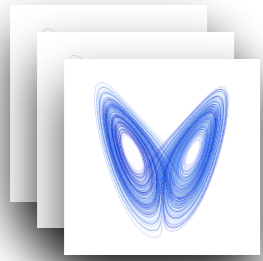






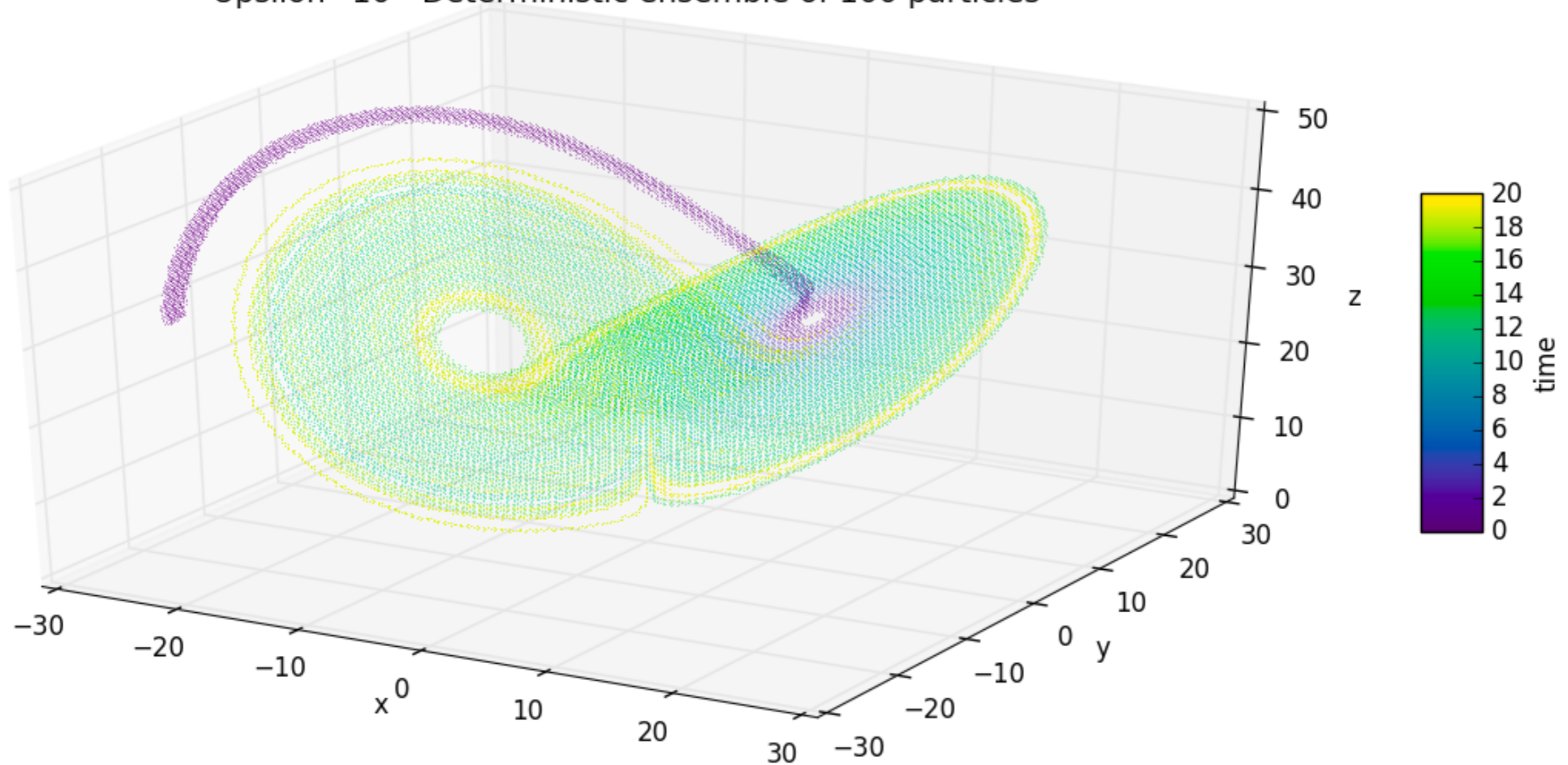
# Comportement à temps court



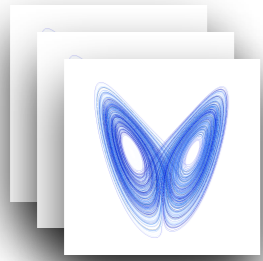


# Comportement à temps long

Upsilon=10 - Deterministic ensemble of 100 particles

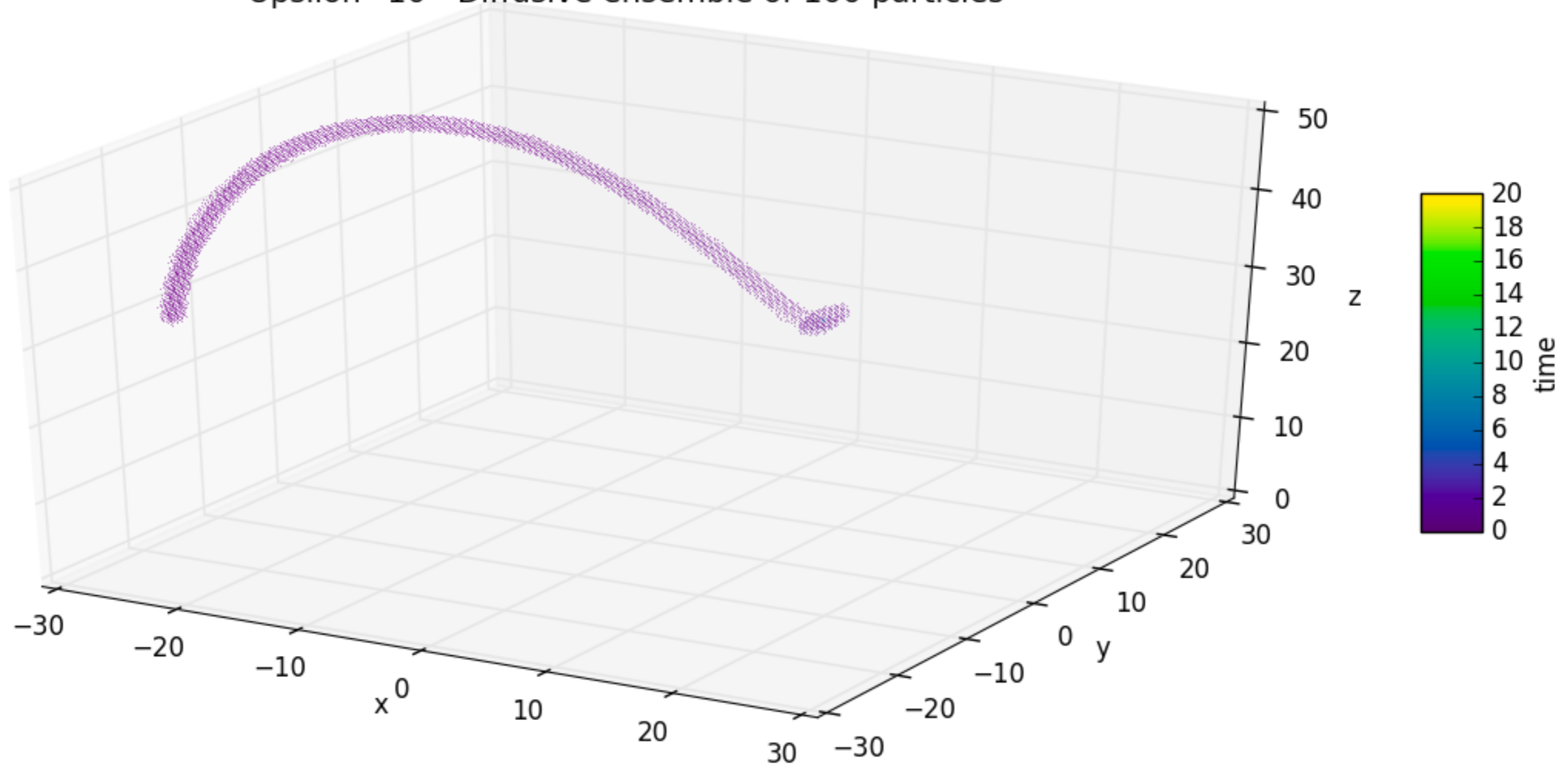


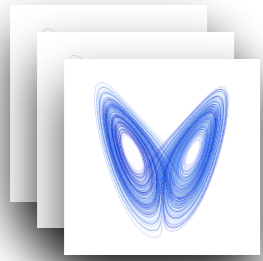




# Comportement à temps long

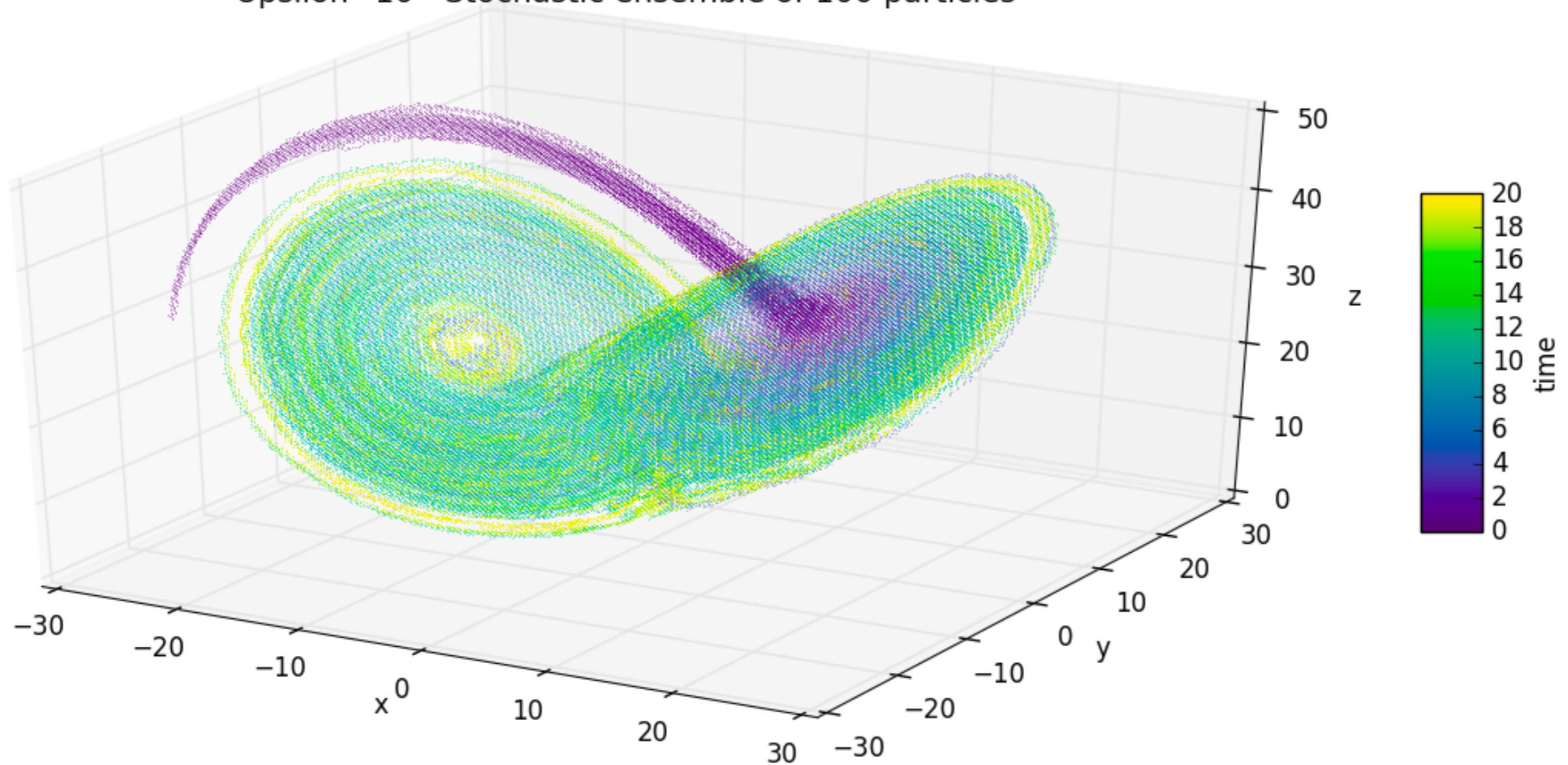
Upsilon=10 - Diffusive ensemble of 100 particles



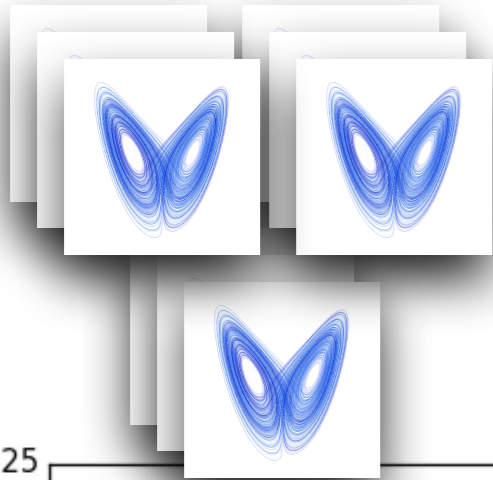


# Comportement à temps long

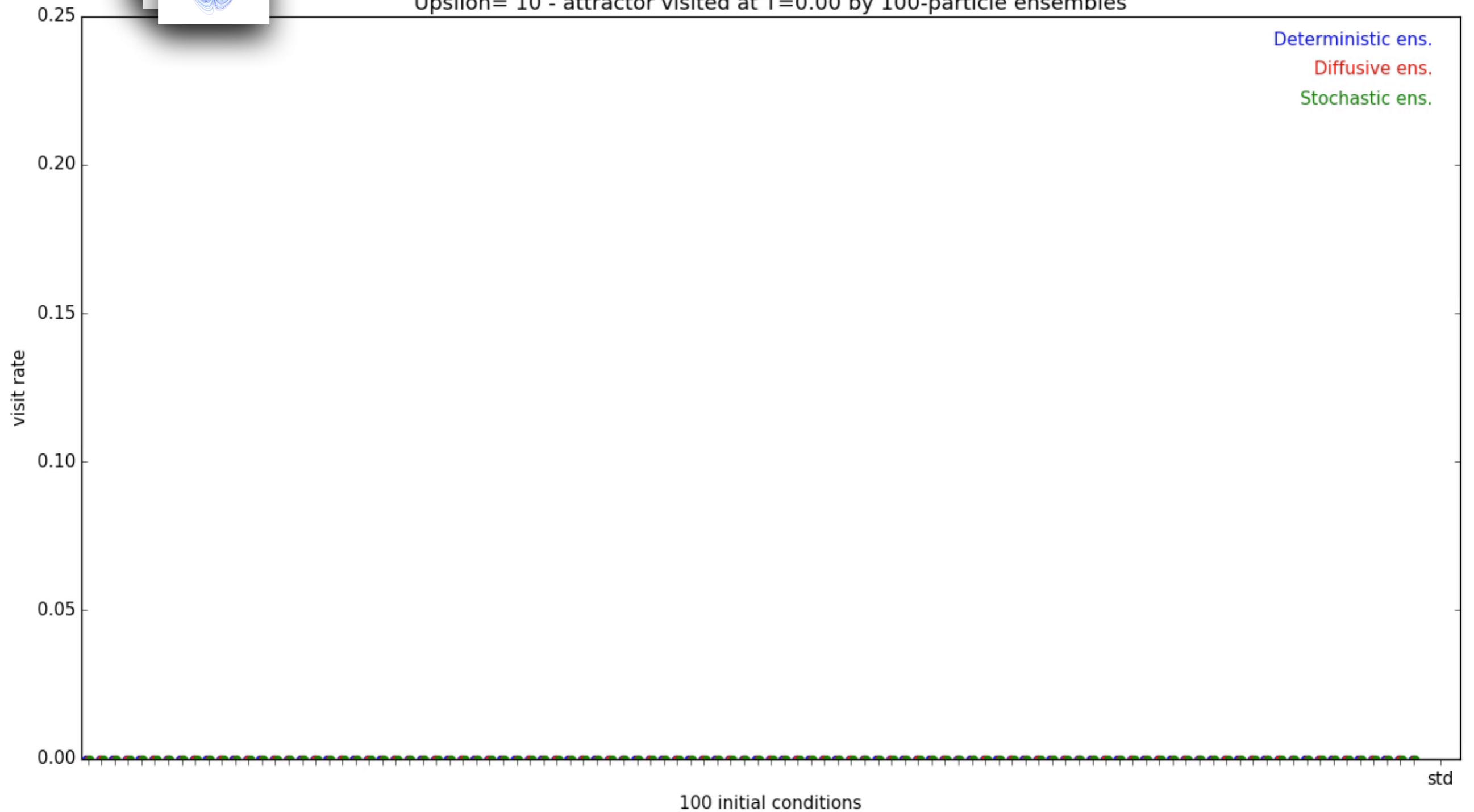
Upsilon=10 - Stochastic ensemble of 100 particles



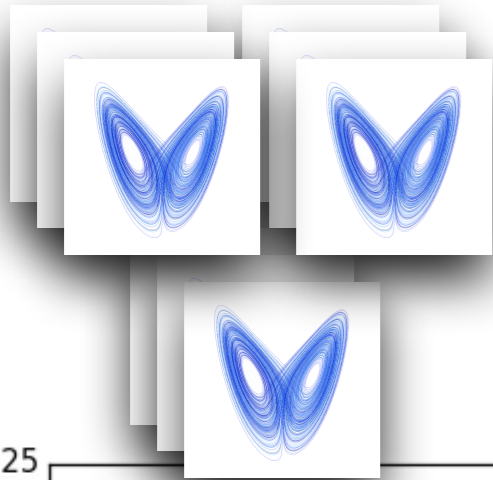
# Taux de visite de l'attracteur



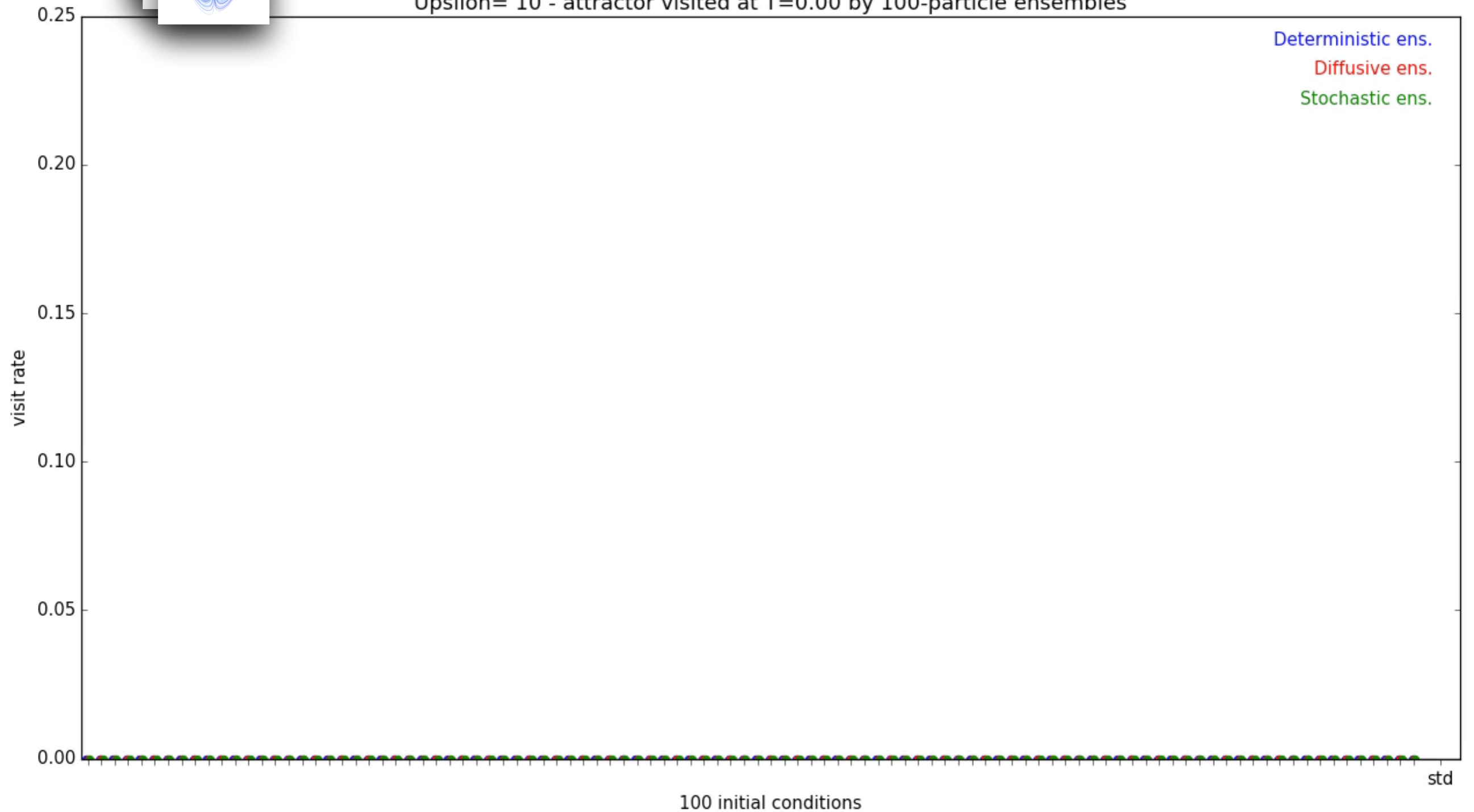
Upsilon= 10 - attractor visited at T=0.00 by 100-particle ensembles



# Taux de visite de l'attracteur



Upsilon= 10 - attractor visited at T=0.00 by 100-particle ensembles



# Conclusion

# Conclusion

- Transport aléatoire applicable à n'importe quelle dynamique
- Petites échelles plus réalistes
- Dispersion efficace des ensembles
- Scénarios probables
- Exploration de l'attracteur

Merci de votre attention

Code SQG MU:  
lien depuis le site de l'équipe Fluminance - V. Resseguier