



**HAL**  
open science

# Incertitude sur la demande et incitations au partage de l'information dans un duopole

Florent Venayre

► **To cite this version:**

Florent Venayre. Incertitude sur la demande et incitations au partage de l'information dans un duopole. *Revue Economique*, 1999. hal-01889500

**HAL Id: hal-01889500**

**<https://hal.science/hal-01889500v1>**

Submitted on 6 Oct 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Incertitude sur la demande et incitations au partage de l'information dans un duopole

---

Florent Venayre\*

*On étudie les incitations au partage de l'information dans un duopole lorsque les firmes peuvent souffrir d'un manque d'information sur la demande. On montre que si le risque de subir un manque d'information n'est pas trop élevé, le partage de l'information est toujours mutuellement profitable pour les firmes, indépendamment du type de concurrence ou de la nature des biens. On montre de plus que le comportement informationnel des firmes dépend de deux facteurs : le type d'incertitude sur la demande et les hypothèses effectuées sur l'information.*

## DEMAND UNCERTAINTY AND INCENTIVES TO SHARE INFORMATION IN DUOPOLY

*We study the incentives to share information in a duopoly when firms can suffer from a lack of information about demand. We show that if the risk of suffering from a lack of information is not too high, the information sharing is always mutually profitable for the firms, regardless of the competition or the nature of the goods. Moreover, we show that the informational behavior of the firms depends on two factors: the kind of demand uncertainty and the assumptions made about information.*

Classification *JEL* : D43, D82, L13

## INTRODUCTION

Lorsqu'on cherche à étudier les incitations au partage de l'information dans un duopole en présence d'une incertitude commune sur la demande, on modélise en général cette incertitude par l'introduction d'un aléa dans l'ordonnée à l'origine de la fonction de demande (Clarke [1983], Gal-Or [1985], Kirby [1988], Novshek et Sonnenschein [1982], Vives [1984]). Toutefois, récemment, Malueg

---

\* LAMETA-CNRS, UPRES-A 5474, Université Montpellier I, Espace Richter, avenue de la Mer, B.P. 9606, 34054 Montpellier cedex 1. – E-mail : venayre@sceco.univ-montpl.fr

et Tsutsui [1996] ont proposé une modélisation alternative utilisant une pente inconnue de la fonction de demande.

L'utilisation d'une ordonnée à l'origine aléatoire présente l'intérêt de simplifier considérablement les développements mathématiques car elle supprime toute interaction entre, d'une part, l'incertitude de marché et, d'autre part, les conjectures établies sur le comportement de la firme rivale (prix ou quantité de production). Malueg et Tsutsui notent que la négation de cette interaction peut s'effectuer au détriment de la pertinence des modèles. Ils utilisent donc une pente inconnue, de manière à réintroduire dans leur modèle ce phénomène d'interaction. Ils montrent alors qu'il peut être mutuellement profitable pour les firmes de partager l'information, dans le cas Cournot à biens homogènes. Ce résultat diffère de ceux des auteurs précédents qui, en utilisant une incertitude sur l'ordonnée à l'origine, aboutissent à l'absence de partage de l'information. Malueg et Tsutsui concluent donc à l'importance de la modélisation de l'incertitude sur la demande dans la détermination du comportement des firmes en matière de partage de l'information, ainsi qu'à l'aspect restrictif des modèles utilisant une ordonnée à l'origine aléatoire.

L'utilisation d'une incertitude sur la pente, du fait de la réintroduction de l'interaction entre décision de la firme rivale et incertitude de marché, nécessite l'emploi de valeurs discrètes du paramètre aléatoire. Malueg et Tsutsui supposent donc que la pente peut prendre deux valeurs distinctes, une faible et une élevée, et que les firmes reçoivent toujours une information sur l'état réel de la demande, cette information pouvant être soit vraie, soit fausse. Cette hypothèse nous semble insatisfaisante dans la mesure où supposer qu'une firme peut recevoir une information totalement erronée peut paraître excessif pour certains marchés. Plutôt que de supposer que les firmes peuvent se tromper radicalement dans leurs anticipations, nous préférons envisager ici le cas d'un manque d'information potentiel, qui correspond à une erreur prévisionnelle moindre. Cette nouvelle hypothèse informationnelle correspond aux cas où l'information dont disposent les firmes est qualitativement et/ou quantitativement insuffisante pour leur permettre de discriminer entre les différentes valeurs du paramètre.

Nous nous proposons d'étudier, sous cette nouvelle hypothèse informationnelle, les incitations au partage de l'information dans un duopole. Dans une première partie, nous considérerons une incertitude sur l'ordonnée à l'origine de la fonction de demande. La comparaison de nos résultats avec ceux de la littérature nous permettra d'analyser l'impact de l'hypothèse de manque d'information sur les décisions informationnelles des firmes. Nous utiliserons un duopole Cournot (les résultats étant étendus au cas Bertrand), les biens pouvant être substituables ou complémentaires. Nous montrerons, dans ce nouveau contexte informationnel, qu'il existe toujours une zone dans laquelle le partage de l'information est mutuellement profitable, quelles que soient les conditions de marché envisagées (type de concurrence ou nature des biens), ce qui diffère des résultats de la littérature. Ce résultat établissant l'importance des hypothèses informationnelles, nous verrons ensuite quel est l'impact d'une modification de l'incertitude sur la demande. Nous traiterons alors le cas d'une incertitude sur la pente de la fonction de demande. Nous montrerons que, sous l'hypothèse de manque d'information, la nature de l'incertitude n'affecte en rien la décision informationnelle optimale des firmes.

## PRÉSENTATION DU MODÈLE

Considérons un marché constitué de deux firmes faisant face à une incertitude sur la demande. On se propose de traiter le cas d'un duopole Cournot puis d'étendre les résultats obtenus au cas Bertrand. On introduit dans la fonction de demande un paramètre de différenciation, noté  $x$ , qui nous permettra d'étudier séparément les cas de biens substituables et de biens complémentaires. La fonction de demande utilisée est linéaire, ce qui constitue une hypothèse classique de la littérature sur le partage de l'information, et s'écrit :

$$p^i = \alpha - \beta q^i - x\beta q^j \quad i, j \in \{1, 2\} \ (i \neq j), \alpha, \beta > 0, -1 \leq x \leq 1$$

L'incertitude sur la demande peut être modélisée de deux manières différentes, selon que l'aléa est introduit sur l'ordonnée à l'origine  $\alpha$  ou sur la pente  $\beta$  de la fonction de demande. Nous traiterons ces cas successivement. L'utilisation d'une incertitude sur la pente nécessitant l'emploi de valeurs discrètes du paramètre aléatoire, nous traiterons également en valeurs discrètes le cas d'une ordonnée à l'origine inconnue, de manière à pouvoir effectuer des comparaisons. On suppose que le paramètre inconnu ne peut prendre que deux valeurs distinctes : une faible ( $\alpha_L$  ou  $\beta_L$ ) et une élevée ( $\alpha_H$  ou  $\beta_H$ ). Ces valeurs sont données et parfaitement connues des deux firmes. Les firmes connaissent de même la distribution de la variable aléatoire, mais elles ignorent sa réalisation. On suppose que les firmes ont des croyances *a priori* identiques sur le paramètre inconnu, c'est-à-dire que :  $\Pr(\alpha_L) = \Pr(\alpha_H) = 1/2$  et  $\Pr(\beta_L) = \Pr(\beta_H) = 1/2$ , ce qui permet de rendre compte de l'incertitude initiale, avant toute acquisition d'information.

Le jeu se déroule selon les quatre étapes suivantes.

(i) Avant de recevoir une information sur la valeur réelle du paramètre inconnu de la demande, les firmes décident d'échanger ou non l'information. On considère un échange « tout-ou-rien ». Elles s'engagent pour cela de façon irrévocable dans un accord de partage de l'information de type *quid pro quo* (Kirby [1988])<sup>1</sup>.

(ii) La firme  $i$  observe un signal  $s^i$ . Ce signal peut ou non l'informer sur les conditions réelles de la demande. Si la firme  $i$  reçoit un signal informatif, l'information observée est nécessairement vraie. On note  $\mu$  la probabilité de recevoir un tel signal. On suppose que cette probabilité est la même pour les deux firmes :  $\Pr(s^i = s_y^i / \theta = \theta_y) = \mu$ , pour  $i \in \{1, 2\}$ ,  $y \in \{L, H\}$  et  $\theta \in \{\alpha, \beta\}$ . Ainsi,  $(1 - \mu)$  représente la probabilité de souffrir d'un manque d'information, c'est-à-dire de recevoir un signal non informatif  $s_0^i$ .

(iii) Les firmes partagent l'information selon l'accord décidé à la première étape. La transmission de l'information s'effectue sans biais (il ne peut pas y avoir d'utilisation stratégique de l'information).

1. Utiliser un tel mécanisme revient à supposer l'existence d'un organisme indépendant – de type association professionnelle – qui est chargé de collecter l'information révélée par les firmes. Chaque firme désireuse de communiquer son information privée la transmet donc à cet organisme, qui agrège ces informations. L'information agrégée n'est alors transmise qu'aux firmes qui ont participé à la constituer.

(iv) Les firmes jouent le jeu de marché. Elles choisissent leurs quantités (duopole Cournot) ou leurs prix (duopole Bertrand) de manière non coopérative.

## CAS D'UNE INCERTITUDE SUR L'ORDONNÉE À L'ORIGINE

Nous considérons, dans cette partie, le cas d'une incertitude sur l'ordonnée à l'origine de la fonction de demande inverse. La résolution du modèle est présentée dans le cas Cournot, pour des biens substituables ou complémentaires. Nous savons que Bertrand est le dual de Cournot (Vives [1984]), aussi nous présenterons, sans les démontrer ici, les résultats obtenus dans le cas Bertrand.

Sous l'hypothèse classique que les coûts marginaux des deux firmes sont constants et normalisables à zéro, la fonction de profit de la firme  $i$  s'écrit :

$$\pi^i = p^i q^i = (\alpha - \beta q^i - x\beta q^j) q^i$$

En notant  $I^i$  l'ensemble d'information de la firme  $i$ , la condition de premier ordre de la maximisation du profit espéré, conditionnellement à l'information disponible de la firme  $i$ , nous donne l'équation :

$$E(\alpha/I^i) = 2\beta q^i + x\beta E(q^j/I^i) \quad (1)$$

La détermination de la décision informationnelle de la firme  $i$  nécessite le calcul du profit espéré de  $i$  avant réception du signal, noté  $E(\pi^i)$ . En utilisant l'équation (1), on montre que :

$$E(\pi^i) = E[E(\pi^i/I^i)] = \beta E[(q^i)^2] \quad (2)$$

Il convient maintenant de calculer le profit espéré des duopoleurs Cournot selon la décision de partage prise par les firmes. Nous étudions en premier lieu le cas où les firmes ne souhaitent pas partager l'information. Nous envisagerons ensuite le cas d'une mise en commun de l'information. La comparaison des profits espérés obtenus dans chacun de ces cas nous permettra alors d'établir la stratégie optimale de révélation de l'information des firmes.

### Équilibre Cournot sans partage de l'information

Lorsque les firmes décident de ne pas partager l'information, l'ensemble d'information de la firme  $i$ ,  $I^i$ , est équivalent au signal  $s^i$  observé par cette firme :  $I^i = \{s^i\}$ . D'où, pour chaque signal reçu par la firme  $i$  ( $s_0^i$ ,  $s_L^i$  ou  $s_H^i$ ), l'expression (1) prend une forme particulière. On note  $q_y^i$  la quantité choisie par la firme  $i$  lorsqu'elle observe le signal  $s_y^i$ ,  $y \in \{0, L, H\}$ . On montre que l'équilibre Cournot sans partage de l'information est symétrique. La proposition 1 fournit les caractéristiques de l'équilibre Cournot sans partage de l'information : quantités de production et profit espéré des firmes.

PROPOSITION 1. À l'équilibre Cournot sans partage de l'information, chaque firme du duopole a le même vecteur de stratégies  $(q_0^C, q_L^C, q_H^C)$ , avec :

$$q_0^C = \frac{\alpha_L + \alpha_H}{2\beta(2+x)}, \quad q_L^C = \frac{[x(\mu+1)+4]\alpha_L + x(\mu-1)\alpha_H}{2\beta(2+x)(2+\mu x)}$$

$$\text{et : } q_H^C = \frac{[x(\mu+1)+4]\alpha_H + x(\mu-1)\alpha_L}{2\beta(2+x)(2+\mu x)}$$

Et le profit espéré, à l'équilibre Cournot sans partage de l'information, est pour chaque firme :

$$E(\pi_{NS}^C) = \frac{[(2+\mu x)^2 + \mu(2+x)^2](\alpha_L^2 + \alpha_H^2) + 2(1-\mu)(4-\mu x^2)\alpha_L\alpha_H}{4\beta(2+x)^2(2+\mu x)^2}$$

### Équilibre Cournot avec partage de l'information

Lorsque les firmes décident de mettre en commun leurs informations privées, les ensembles d'information des deux firmes sont identiques :  $I^1 = I^2 = I$ . Cet ensemble d'information commun  $I$  est constitué des signaux reçus par les deux duopoleurs :  $I = \{s^1, s^2\}$ . On note  $q_{yz}^i$  la quantité de production de la firme  $i$  lorsque celle-ci reçoit le signal  $s_y^i$  et que sa rivale observe le signal  $s_z^i$ . Comme il est connaissance commune que l'information reçue est vraie, chaque firme sait que, si l'ensemble d'information  $I$  contient un signal élevé (faible), alors la véritable valeur de  $\alpha$  est effectivement élevée (faible). On obtient donc, pour  $i = 1, 2$  :

$$q_{00}^i = q_{00}^C, \quad q_{0L}^i = q_{L0}^i = q_{LL}^i = q_{LL}^C \quad \text{et : } \quad q_{0H}^i = q_{H0}^i = q_{HH}^i = q_{HH}^C$$

On peut établir la proposition 2 caractérisant cet équilibre symétrique.

PROPOSITION 2. À l'équilibre Cournot avec partage de l'information, chaque firme du duopole a le même vecteur de stratégies  $(Q_{00}^C, q_{LL}^C, q_{HH}^C)$ , avec :

$$q_{00}^C = \frac{\alpha_L + \alpha_H}{2\beta(2+x)}, \quad q_{LL}^C = \frac{\alpha_L}{\beta(2+x)}, \quad \text{et : } \quad q_{HH}^C = \frac{\alpha_H}{\beta(2+x)}$$

Et le profit espéré, à l'équilibre Cournot avec partage de l'information, est pour chaque firme :

$$E(\pi_S^C) = \frac{[1 + \mu(2-\mu)](\alpha_L^2 + \alpha_H^2) + 2(1-\mu)^2\alpha_L\alpha_H}{4\beta(2+x)^2}$$

## Décisions informationnelles à l'équilibre Cournot

Comparons maintenant les profits espérés en cas de partage et de non-partage de l'information, fournis par les propositions 1 et 2. Nous calculons pour cela la différence entre ces deux profits espérés, soit :

$$E(\pi_{NS}^C) - E(\pi_S^C) = \frac{\mu(1-\mu)(\alpha_H - \alpha_L)^2 \{x[(1+\mu)x+4] - (2+\mu x)^2\}}{4\beta(2+x)^2(2+\mu x)^2}$$

Afin d'obtenir les décisions optimales des firmes en matière de partage de l'information, il est nécessaire de déterminer le signe de cette différence. On considère successivement le cas des biens complémentaires et celui des biens substituables.

Lorsque les biens sont parfaitement complémentaires (i.e.  $x = -1$ ), il est aisé de constater que la différence  $E(\pi_{NS}^C) - E(\pi_S^C)$  a le même signe que :  $-\mu^2 + 5\mu - 7$ , ce qui est toujours négatif. Donc, en accord avec les modèles précédents, lorsque les biens sont parfaitement complémentaires, des duopoleurs Cournot confrontés à une incertitude sur la demande partageront toujours l'information privée dont ils disposent.

En revanche, si les biens sont parfaitement substituables (i.e.  $x = 1$ ), le signe de la différence  $E(\pi_{NS}^C) - E(\pi_S^C)$  est identique à celui de l'expression  $-\mu^2 - 3\mu + 1$ . Deux cas de figure peuvent donc se présenter :

$$E(\pi_{NS}^C) - E(\pi_S^C) < 0 \quad \text{si : } \mu > (\sqrt{13} - 3)/2 \approx 0,3$$

$$E(\pi_{NS}^C) - E(\pi_S^C) > 0 \quad \text{si : } \mu < (\sqrt{13} - 3)/2 \approx 0,3$$

On remarque que les firmes ne sont pas disposées à échanger leurs informations privées dès lors que  $\mu < 0,3$ . Inversement, si  $\mu > 0,3$ , les firmes auront des profits plus élevés en partageant leur information plutôt qu'en la gardant privée, ce qui contraste avec les résultats de la littérature. Regroupons ces résultats dans le théorème 1<sup>1</sup>.

### THÉORÈME 1

- Si les biens sont complémentaires, les duopoleurs Cournot préfèrent toujours partager l'information sur la demande.
- Si les biens sont substituables, les duopoleurs Cournot sont disposés à partager l'information sur la demande dès lors que le risque d'un manque d'information n'est pas trop élevé (i.e. :  $\mu > 0,3$ ).

1. Il est possible d'effectuer les mêmes calculs pour un duopole Bertrand. Les résultats sont alors inversés : les firmes partagent toujours l'information pour des biens substituables alors que l'échange ne s'effectue, dans le cas de biens complémentaires, que si  $\mu > 0,3$ .

## CAS D'UNE INCERTITUDE SUR LA PENTE

Malueg et Tsutsui concluent à l'importance du type d'incertitude sur la demande utilisé (ordonnée à l'origine ou pente). Ils soulignent qu'en utilisant une ordonnée à l'origine aléatoire, les modèles précédents ont été trop restrictifs, car ce type d'incertitude élimine certaines interactions. Nous nous proposons, en introduisant une incertitude sur la pente de la fonction de demande, de montrer que cette affirmation n'est que partiellement justifiée, la nature de l'incertitude n'étant pas le seul facteur déterminant la stratégie optimale de révélation de l'information.

Comme dans la section précédente, nous ne présenterons ici que le cas d'un duopole Cournot. La condition de premier ordre de la maximisation du profit espéré, conditionnellement à l'information disponible de la firme  $i$ , s'écrit :

$$\alpha = 2q^i E(\beta/\Pi^i) + xE(\beta q^j/\Pi^i) \quad (1')$$

Et le profit espéré de la firme  $i$ , avant de recevoir un quelconque signal, est :

$$E(\pi^i) = E[\beta(q^i)^2] \quad (2')$$

En utilisant les expressions (1') et (2'), on peut montrer que le profit espéré à l'équilibre Cournot sans partage de l'information est, pour chaque firme :

$$E(\pi_{NS}^C) = \frac{\alpha^2 \{ \mu(2+x)^2 (\beta_L^2 + \beta_H^2) + 2\beta_L\beta_H [2(2+\mu x)^2 - \mu(2+x)]^2 \}}{2\beta_L\beta_H(\beta_L + \beta_H)(2+x)^2(2+\mu x)^2}$$

Et le profit Cournot espéré, si les firmes partagent l'information, est :

$$E(\pi_S^C) = \frac{\alpha^2 \{ \mu(2-\mu)(\beta_L^2 + \beta_H^2) + 2\beta_L\beta_H [1 + (1-\mu)^2] \}}{2\beta_L\beta_H(\beta_L + \beta_H)(2+x)^2}$$

Ces deux résultats nous permettent de comparer les situations de partage et de non-partage de l'information. Après calcul, la différence entre ces deux profits espérés s'écrit :

$$E(\pi_{NS}^C) - E(\pi_S^C) = \frac{\alpha^2 \mu(1-\mu)(\beta_H - \beta_L)^2 \{ x[4 + x(1+\mu)] - (2+\mu x)^2 \}}{2\beta_L\beta_H(\beta_L + \beta_H)(2+x)^2(2+\mu x)^2}$$

Il est aisé de voir, par comparaison avec l'expression obtenue dans le cas d'une incertitude sur l'ordonnée à l'origine, que le signe de cette différence varie de la même façon que précédemment. Donc, pour des biens substituables, les firmes souhaitent toujours partager l'information dès lors que :  $\mu > 0,3$ . De même, si les biens sont complémentaires, les firmes sont toujours disposées à partager l'information<sup>1</sup>.

1. Dans le cas d'un duopole Bertrand, la fonction de demande nécessite de poser  $a = \alpha/\beta(1+x)$ ,  $b = 1/\beta(1-x^2)$ , et s'écrit :  $q^i = a - bp^i + xbp^j$ . Les deux paramètres de la fonction de demande dépendent alors du paramètre inconnu  $\beta$ . Toutefois, bien que cette différence modifie partiellement les notations utilisées (il faut maintenant distinguer



Nous pouvons alors établir le théorème 2.

**THÉORÈME 2.** *En modélisant l'incertitude sur la demande à l'aide de la pente de la fonction de demande, les résultats obtenus sont identiques à ceux fournis par une incertitude sur l'ordonnée à l'origine. Cette identité des résultats reste valide aussi bien pour des duopoles de type Bertrand ou Cournot que pour des biens substituables ou complémentaires.*

## CONCLUSION

Nous avons proposé l'utilisation d'une hypothèse informationnelle alternative à celles employées dans les modèles précédents de la littérature, reposant sur la potentialité d'un manque d'information – quantitatif et/ou qualitatif – mais non d'une désinformation des firmes. Dans ce nouveau contexte informationnel, et lorsque l'incertitude porte sur l'ordonnée à l'origine de la fonction de demande, nous avons montré qu'il est toujours mutuellement profitable pour les firmes de partager l'information si le risque d'un manque d'information n'est pas trop élevé (théorème 1). Ce résultat demeure valide pour un duopole Cournot comme pour un duopole Bertrand, que les biens soient substituables ou complémentaires, ce qui diffère des résultats des modèles de la littérature utilisant une incertitude sur l'ordonnée à l'origine de la fonction de demande.

Ce phénomène peut être expliqué par le fait que plus le risque est important, plus la probabilité que l'échange de l'information soit unilatéral augmente. Ainsi, si une firme anticipe avec une forte probabilité un manque d'information, cela déprécie la valeur de l'information détenue par la firme rivale en même temps que la valeur de sa propre information augmente. En effet, la probabilité de recevoir une information pertinente, en cas de partage, s'avère très faible. Le gain de l'échange est donc réduit. Inversement, même si la probabilité de recevoir un signal informatif est faible, la firme reste susceptible d'acquérir une information qu'elle peut être tentée de garder privée, de manière à conserver son avantage informationnel.

Malueg et Tsutsui ont mis en avant l'importance du choix de la modélisation de l'incertitude sur la demande et ont souligné l'aspect restrictif de l'utilisation d'un aléa sur l'ordonnée à l'origine de la fonction de demande. Sous l'hypothèse de désinformation qu'ils utilisent, la nature de l'incertitude joue effectivement un rôle essentiel. Néanmoins, nous avons montré, dans notre modèle, avec une structure informationnelle différente basée sur la possibilité d'un manque d'information, que la nature de l'incertitude n'était pas un facteur déterminant du comportement informationnel des firmes (théorème 2). Ainsi, l'affirmation de Malueg et Tsutsui, selon laquelle seule l'utilisation d'une incertitude sur la pente est susceptible de rendre compte du comportement des firmes en matière de partage de l'information, est hâtive. Il semble plutôt que l'impact de l'incertitude sur la demande varie en fonction du contexte informationnel du marché

---

à la fois  $a_L/a_H$  et  $b_L/b_H$ ), elle n'influence pas les résultats, qui sont toujours les résultats Cournot inversés.

considéré. Il sera donc nécessaire, lors de l'étude d'un marché, de déterminer en premier lieu les hypothèses informationnelles pertinentes puis d'en déduire la modélisation de l'incertitude sur la demande la plus adéquate.

## ANNEXE

L'équation (1) prend des formes différentes selon le signal  $s_y^i$ ,  $i \in \{1, 2\}$ ,  $y \in \{0, L, H\}$ , reçu par la firme  $i$ . Il faut donc déterminer le vecteur des quantités Cournot, noté :  $(q_0^1, q_L^1, q_H^1, q_0^2, q_L^2, q_H^2)$ .

Si la firme  $i$  reçoit le signal  $s_0^i$ , l'équation (1) s'écrit, après calculs :

$$\frac{\alpha_L + \alpha_H}{2} = 2 \beta q_0^i + x\beta \left[ (1 - \mu) q_0^j + \frac{\mu}{2} (q_L^j + q_H^j) \right]$$

On montre de même que si  $i$  observe  $s_L^i$ , (1) devient :

$$\alpha_L = 2 \beta q_L^i + x\beta \left[ (1 - \mu) q_0^j + \mu q_L^j \right]$$

Et si  $i$  observe  $s_H^i$ , (1) devient :

$$\alpha_H = 2 \beta q_H^i + x\beta \left[ (1 - \mu) q_0^j + \mu q_H^j \right]$$

Ces trois équations sont valides pour chaque firme. Donc, on peut écrire ces équations sous la forme d'un système matriciel composé de six équations :  $B = A \cdot X$ , où  $B$  est un vecteur de constantes,  $X$  est le vecteur des quantités Cournot, et  $A$  est la matrice regroupant les coefficients des quantités Cournot<sup>1</sup>.

On montre alors que le déterminant de la matrice  $A$  est :

$$\det (A) = -4 \beta^6 (2 - x) (2 + x) (\mu x - 2) (2 + \mu x)$$

Cette quantité n'est jamais nulle. Le système est donc soluble et sa résolution montre que les solutions Cournot sont symétriques. On obtient les quantités choisies par les firmes, selon le signal observé :  $q_0^C$ ,  $q_L^C$ , et  $q_H^C$ .

Il est maintenant possible de calculer le profit espéré d'une firme, lorsqu'elle décide de garder privée son information, en tirant de l'équation (2) :

$$\begin{aligned} E(\pi_{NS}^C) &= \beta \{ (q_0^C)^2 \Pr (s_0) + (q_L^C)^2 \Pr (s_L) + (q_H^C)^2 \Pr (s_H) \} \\ &= \beta \{ (1 - \mu) (q_0^C)^2 + (\mu/2) [(q_L^C)^2 + (q_H^C)^2] \} \end{aligned}$$

Après calculs, on obtient l'expression mentionnée dans la proposition 1.

1. Les contraintes de pagination ne nous permettent pas de fournir le détail de la matrice  $A$  ainsi que la démonstration de la proposition 2. Les lecteurs intéressés peuvent en adresser la demande à l'auteur.

**RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- CLARKE R.N. [1983], « Collusion and the Incentives for Information Sharing », *Bell Journal of Economics*, 14, p. 383-394.
- GAL-OR E. [1985], « Information Sharing in Oligopoly », *Econometrica*, 53, p. 329-343.
- KIRBY A. [1988], « Trade Associations as Information Exchange Mechanisms », *Rand Journal of Economics*, 19, p. 138-146.
- MALUEG D.A., TSUTSUI S.O. [1996], « Duopoly Information Exchange : the Case of Unknown Slope », *International Journal of Industrial Organization*, 14, p. 119-136.
- NOVSHEK W., SONNENSCHN H. [1982], « Fulfilled Expectations : Cournot Duopoly with Information Acquisition and Release », *Bell Journal of Economics*, 13, p. 214-218.
- VIVES X. [1984], « Duopoly Information Equilibrium : Cournot and Bertrand », *Journal of Economic Theory*, 34, p. 71-94.