



HAL
open science

Modelagem Estocástica e Quantificação de Incertezas na Dinâmica Não Linear do Zika Vírus

Eber Dantas, Michel Tosin, Americo Cunha Jr

► **To cite this version:**

Eber Dantas, Michel Tosin, Americo Cunha Jr. Modelagem Estocástica e Quantificação de Incertezas na Dinâmica Não Linear do Zika Vírus. Semana do IME 2018, Oct 2018, Rio de Janeiro, Brazil. . hal-01885420

HAL Id: hal-01885420

<https://hal.science/hal-01885420>

Submitted on 1 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modelagem Estocástica e Quantificação de Incertezas na Dinâmica Não Linear do Zika Vírus

Eber Dantas de Sá Paiva
Michel Antonio Tosin Caldas
Americo Barbosa da Cunha Junior

eber.paiva@uerj.br michel.tosin@uerj.br americo@ime.uerj.br

NUMERICO – Núcleo de Modelagem e Experimentação Computacional



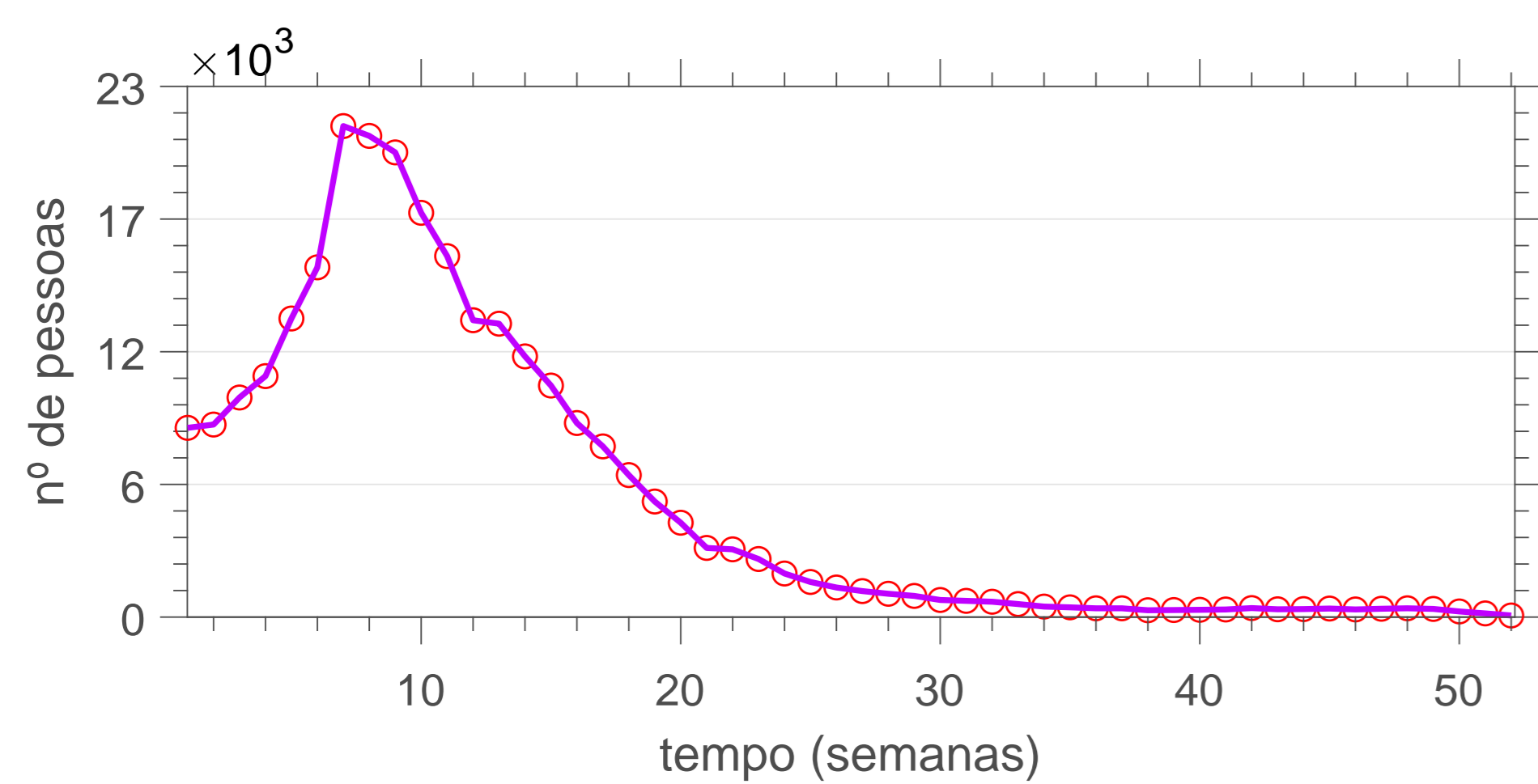
Introdução

Durante 2016 a OMS declarou situação de emergência em saúde pública de interesse internacional em resposta ao aumento do número de infecções pelo vírus Zika e sua confirmada relação com doenças congênitas. Isolado inicialmente em Uganda, 1947, o arbovírus é transmitido principalmente pelos mosquitos do gênero *Aedes* e teve seu primeiro caso autóctone no Brasil em 2015.



Aedes aegypti

- Mais de 30 países com transmissão autóctona nos últimos 20 anos.
- Mais de 140 mil casos confirmados no Brasil desde 2015.
- Associação com microcefalia e a síndrome de Guillain-Barré.
- Quase 3 mil casos confirmados de indivíduos com alterações no crescimento e desenvolvimento relacionados à infecção pelo vírus Zika.



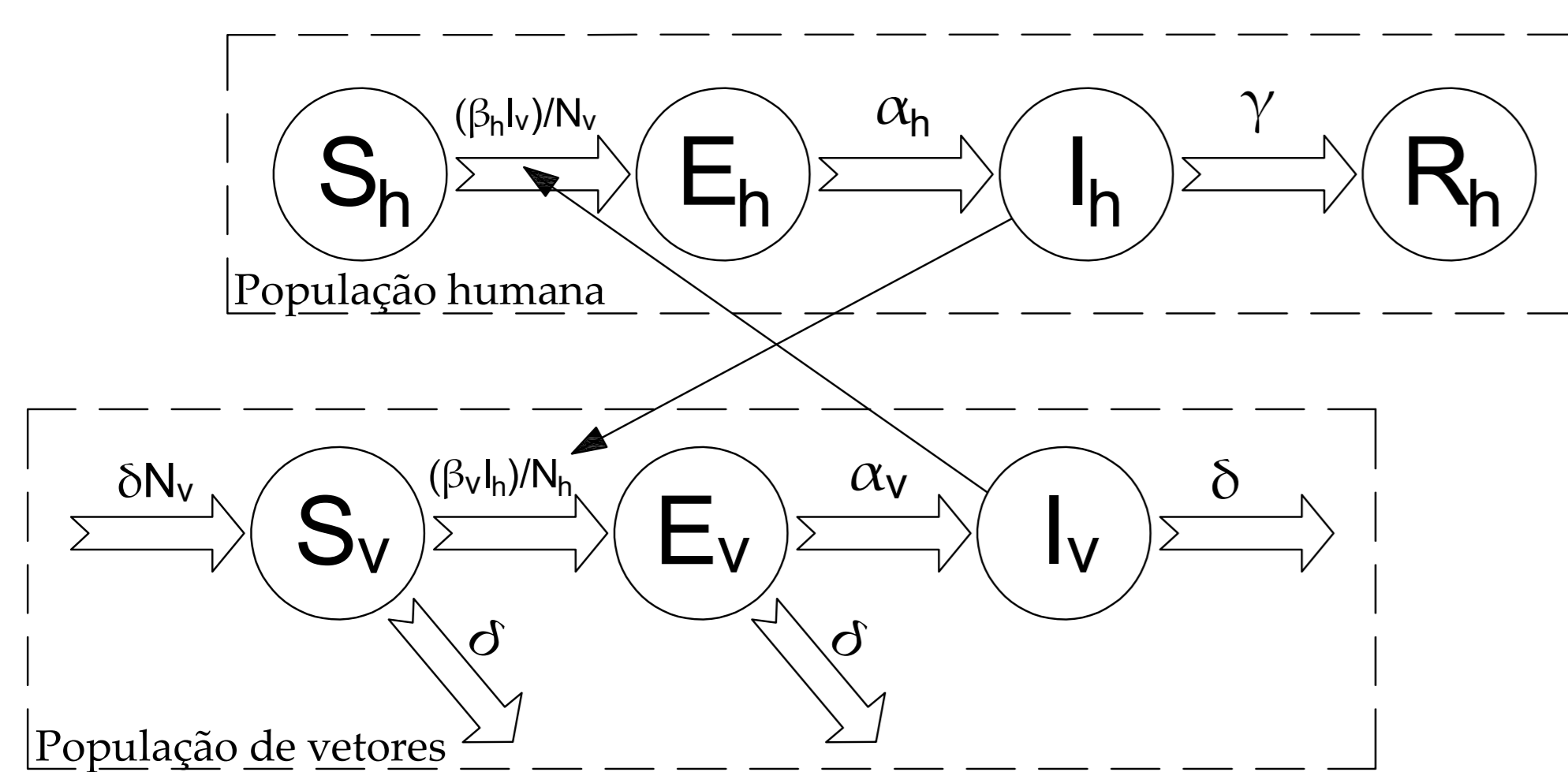
Novos casos de Zika no Brasil por semana epidemiológica de 2016

Objetivo

Desenvolver um modelo estocástico a partir da calibração prévia de um sistema SEIR-SEI e analisar a propagação das incertezas dos parâmetros na dinâmica, conferindo maior robustez estatística às previsões sobre a epidemia.

Modelagem Determinística

Modelo comportamental

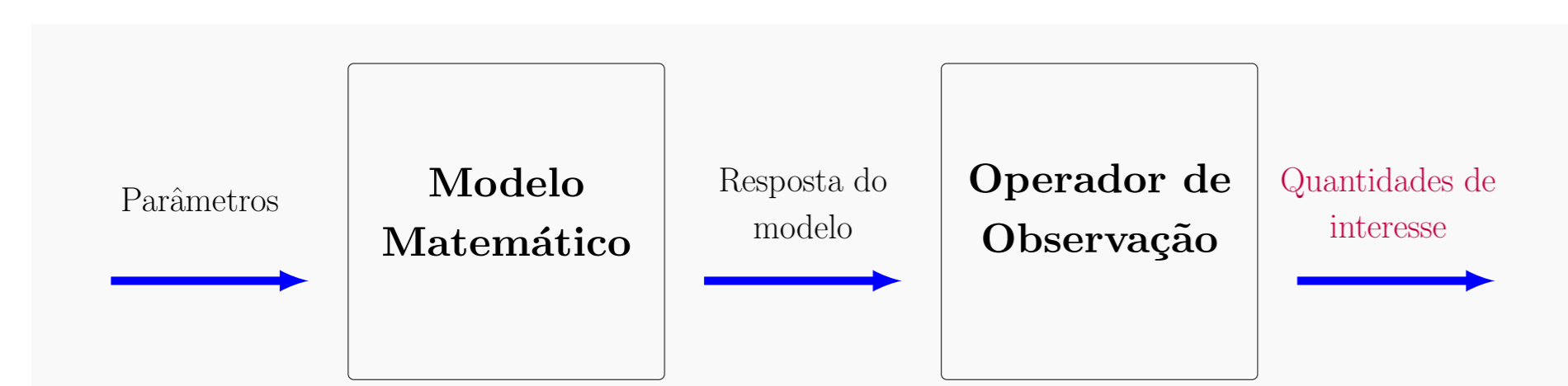


Sistema dinâmico

$$\begin{aligned} \frac{dS_h}{dt} &= -\beta_h S_h \frac{I_v}{N_v}, & \frac{dS_v}{dt} &= \delta N_v - \beta_v S_v \frac{I_h}{N_h} - \delta S_v, \\ \frac{dE_h}{dt} &= \beta_h S_h \frac{I_v}{N_v} - \alpha_h E_h, & \frac{dE_v}{dt} &= \beta_v S_v \frac{I_h}{N_h} - (\alpha_v + \delta) E_v, \\ \frac{dI_h}{dt} &= \alpha_h E_h - \gamma I_h, & \frac{dI_v}{dt} &= \alpha_v E_v - \delta I_v, \\ \frac{dR_h}{dt} &= \gamma I_h, & \frac{dC}{dt} &= \alpha_h E_h. \end{aligned}$$

+ Condições Iniciais (CI)

Quantidades de interesse (QoI)



- Número acumulado de infectiosos

$$C_t = \int_{\tau=0}^t \alpha_h E_h(\tau) d\tau$$

- Novos casos de infectiosos (por SE)

$$N_w = C_w - C_{w-1}, \quad (w = 2, 3, \dots, 52), \quad N_1 = C_1$$

Modelagem Estocástica

Princípio da entropia máxima

A distribuição **menos enviesada** do vetor aleatório \mathbf{X} é aquela que maximiza a entropia

$$\mathcal{E}(p_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})) = - \int_{S_n} p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \ln p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x},$$

respeitando as $\mu + 1$ restrições

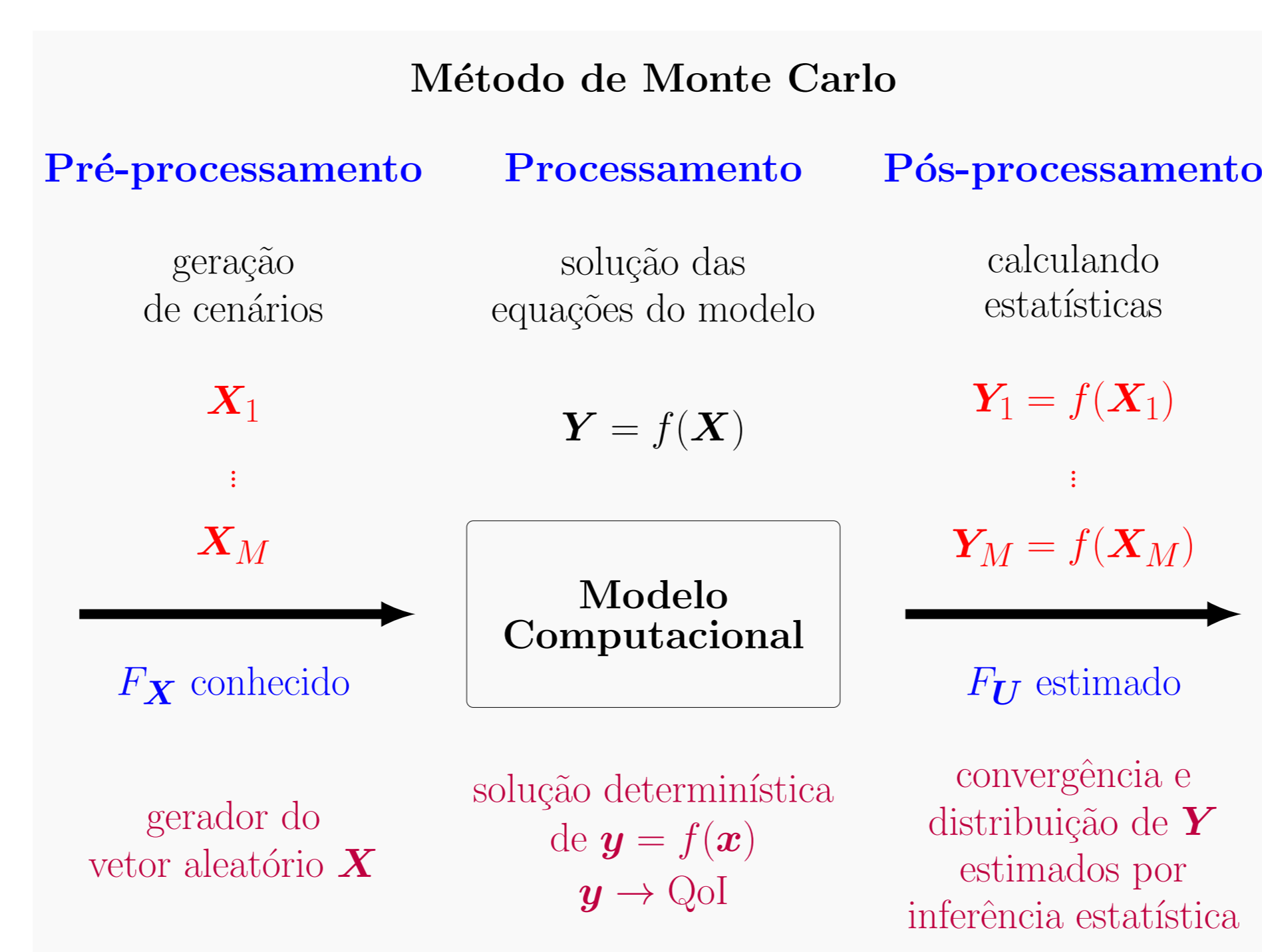
$$\int_{S_n} p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1, \quad \int_{S_n} \mathbf{g}(\mathbf{x}) p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \mathbf{b},$$

onde $\mathbf{g}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^\mu$ e $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^\mu$ compila as informações disponíveis.

Distribuição de MaxEnt com μ informações

$$p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \mathbb{1}_{S_n}(\mathbf{x}) \exp(-\langle \lambda, \mathbf{g}(\mathbf{x}) \rangle)$$

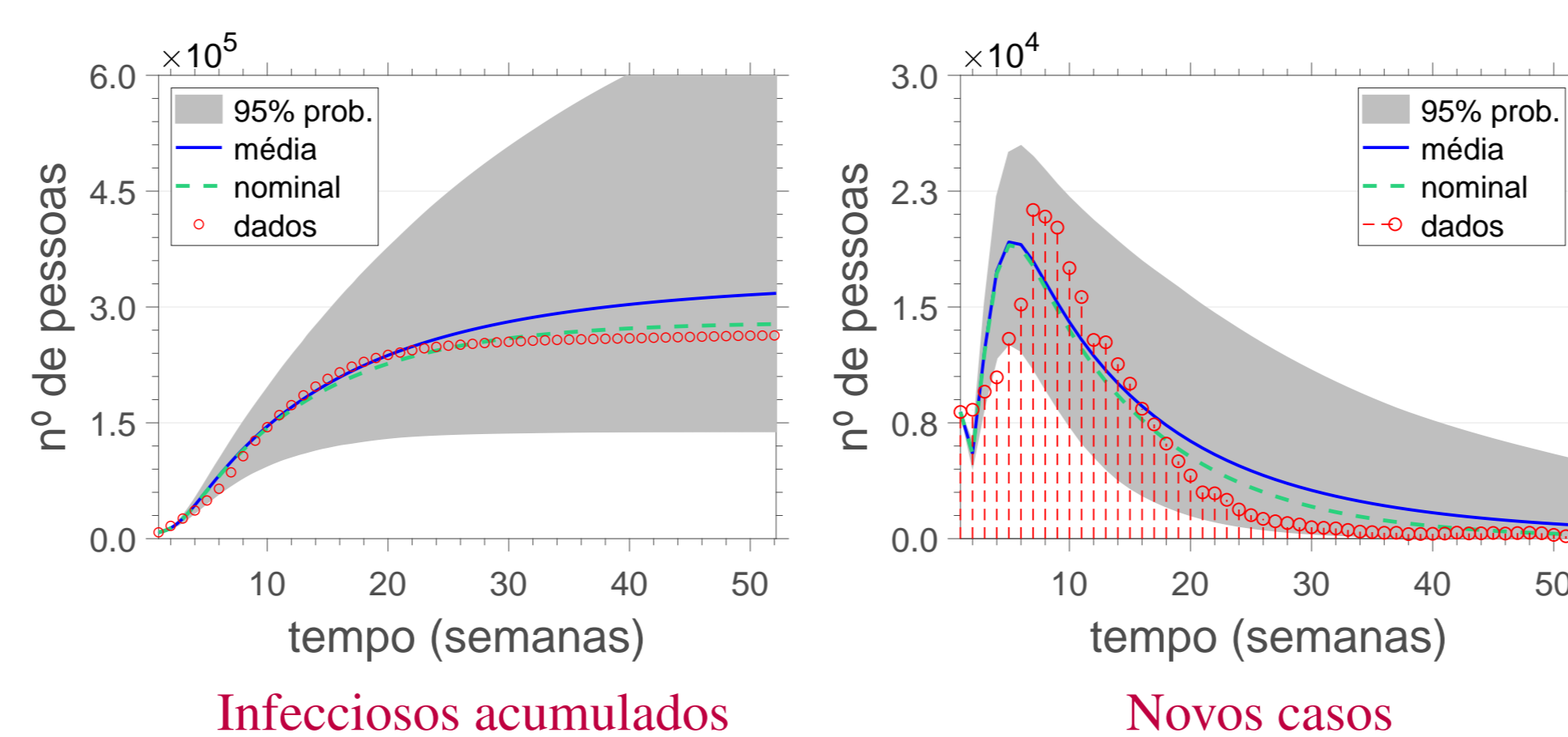
Propagação de incertezas



Resultados

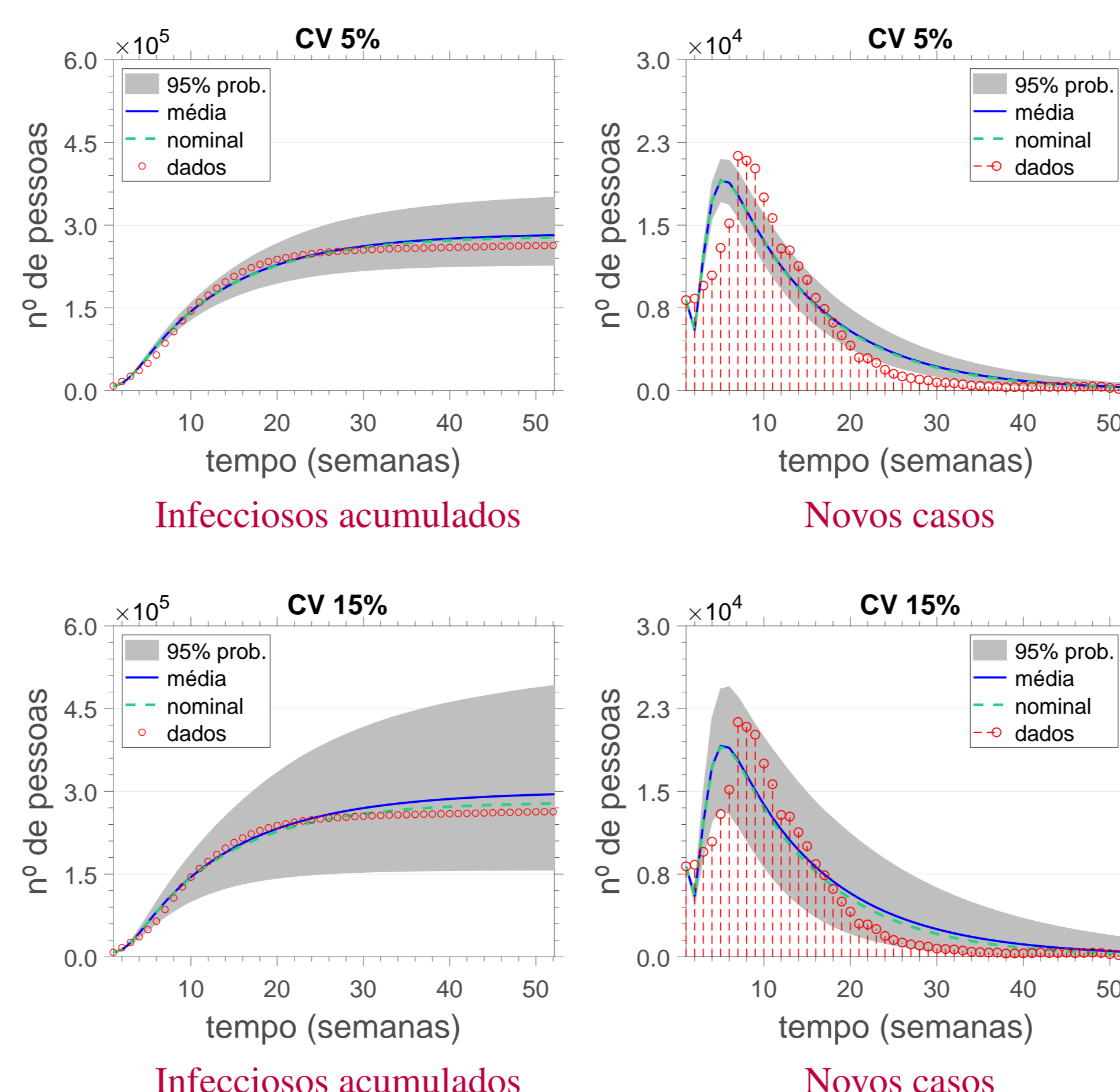
Primeiro modelo probabilístico

Variáveis aleatórias: $\beta_h, \beta_v \sim \text{MaxEnt}$. Informações: suporte, média.



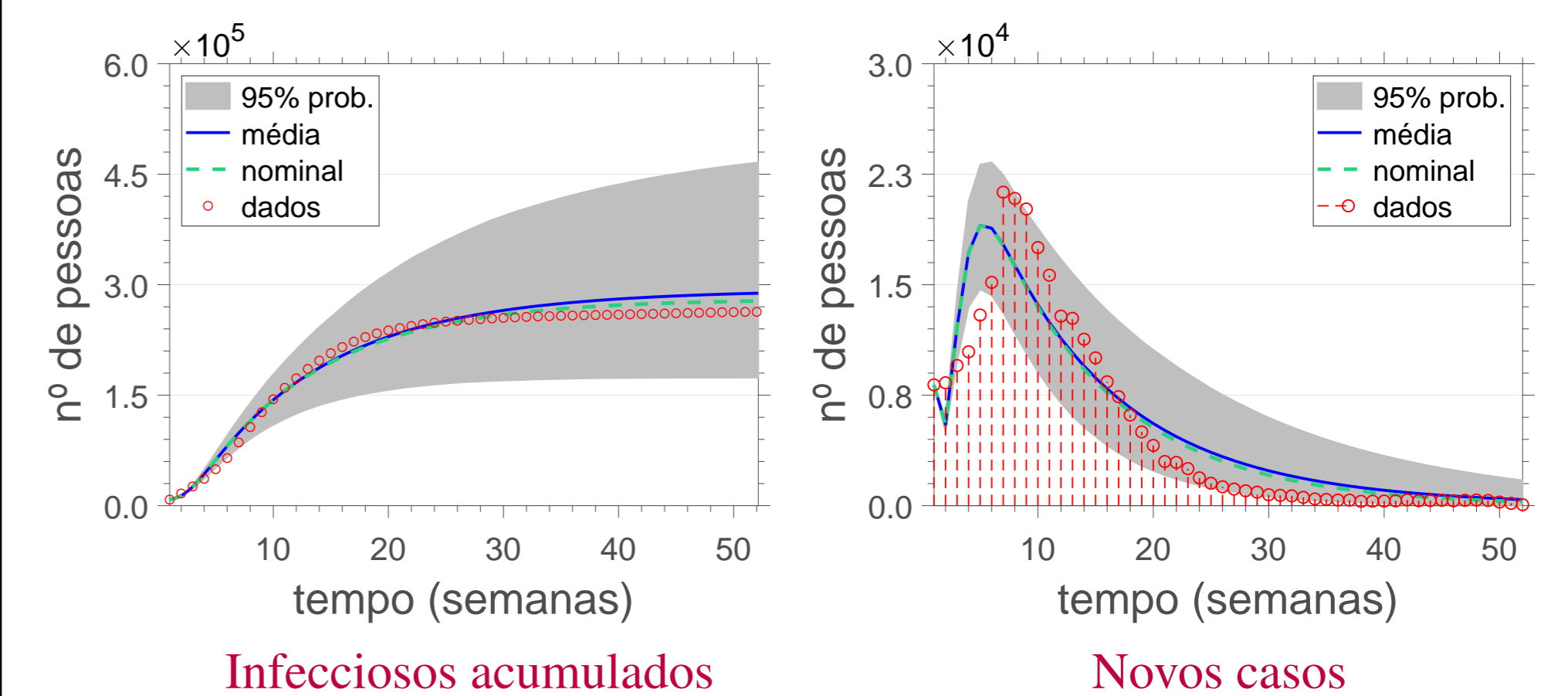
Segundo modelo probabilístico

Variáveis aleatórias: $\beta_h, \beta_v \sim \text{MaxEnt}$. Informações: suporte, média, dispersão.

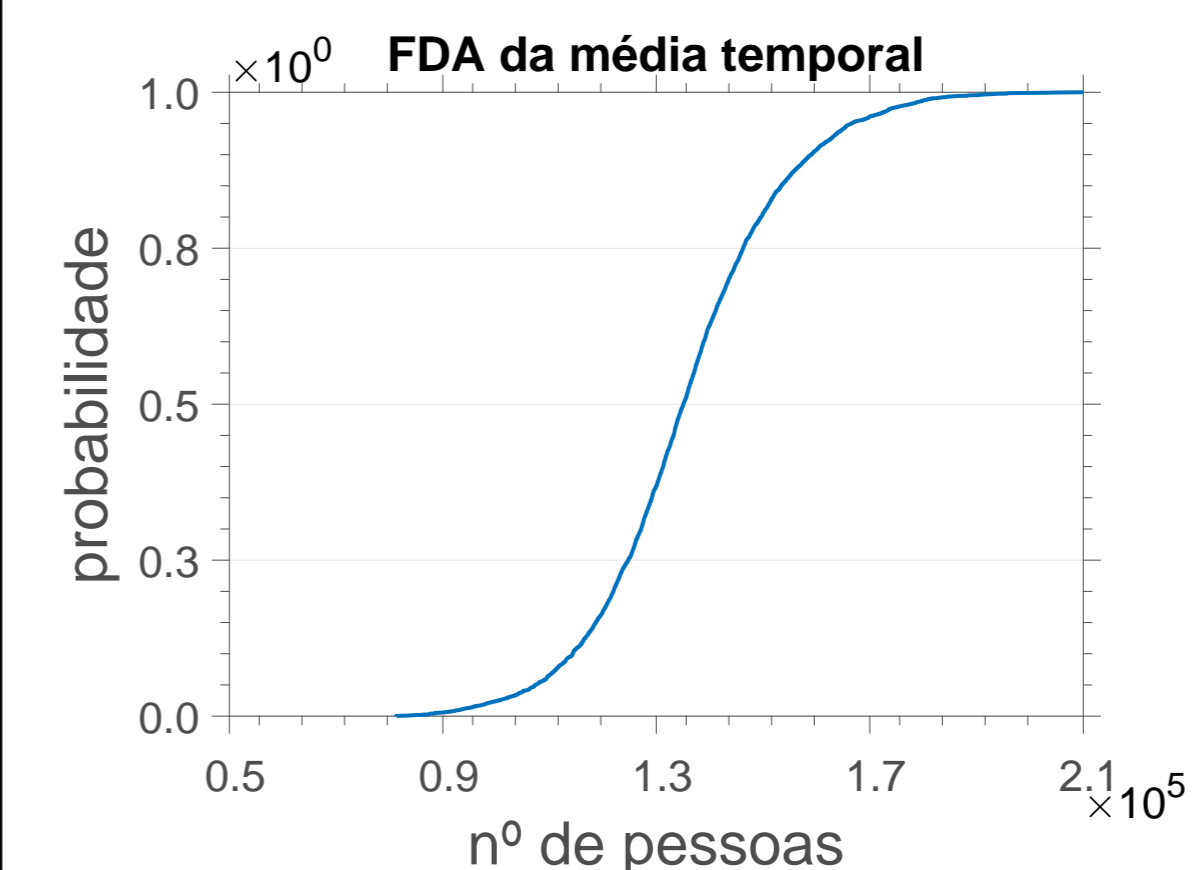
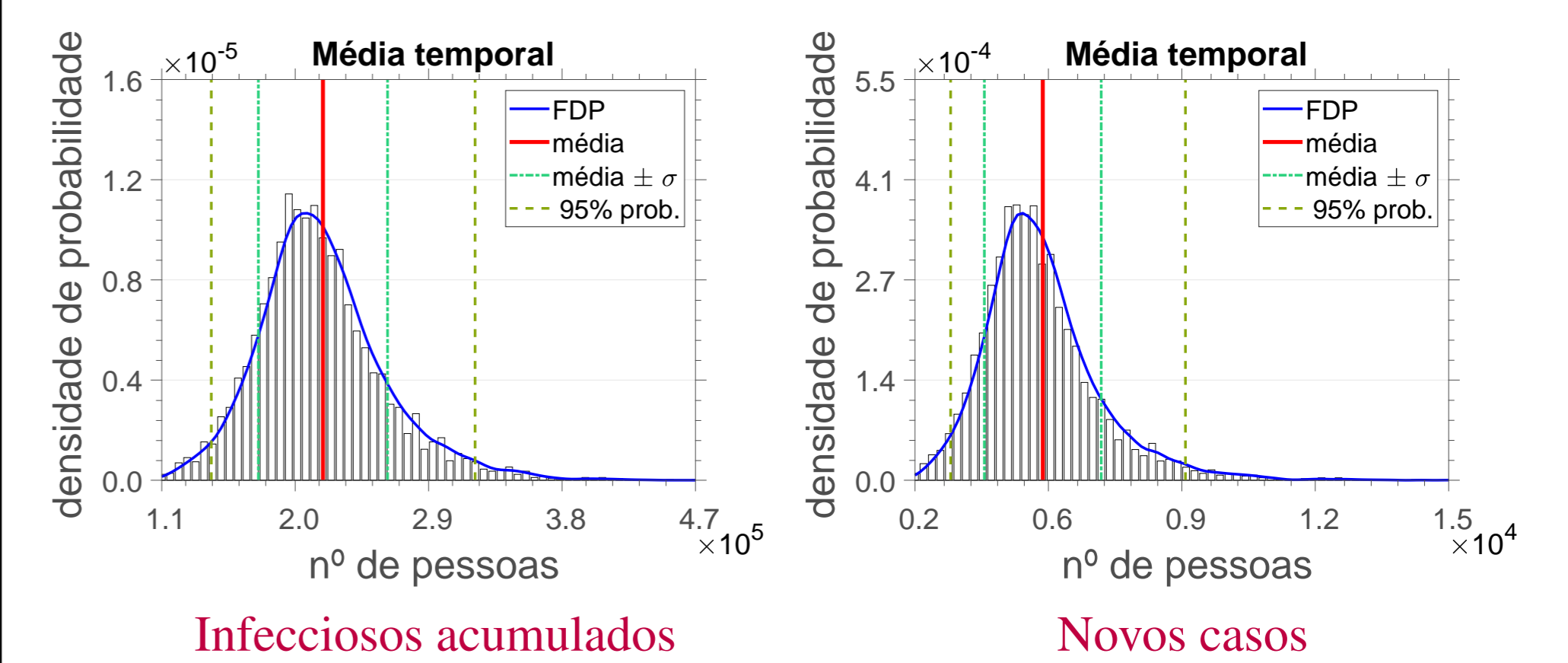


Terceiro modelo probabilístico

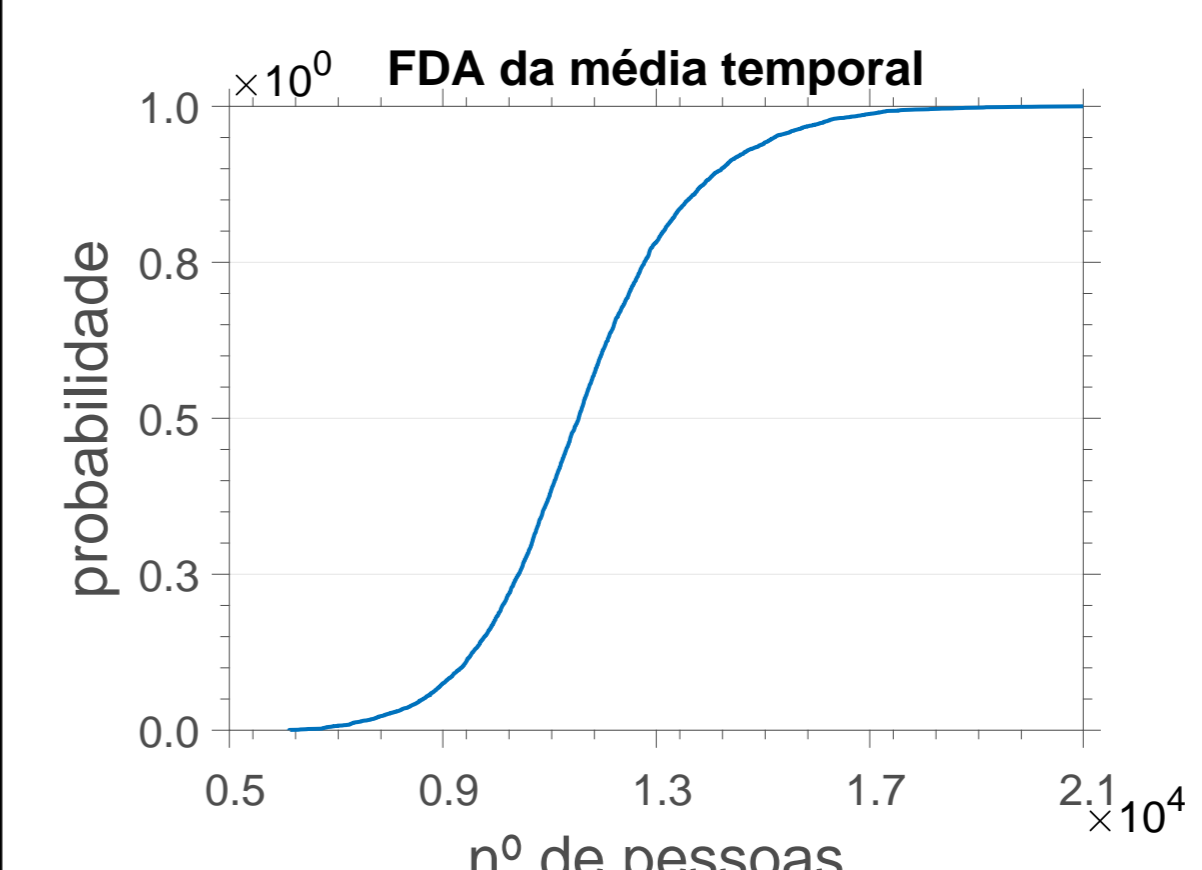
Variáveis aleatórias: $\beta_h, \beta_v, CV \sim \text{MaxEnt}$. Informações: suporte e média para β , e suporte para CV.



Previsões e estatísticas



média = 13.480
desvio padrão = 17.451
assimetria = 0,24
curtose = 3,63
 $P(C \geq c^*) = 61,50\%$
 $c^* = 130.000$



média = 11.466
desvio padrão = 1.924
assimetria = 0,48
curtose = 3,90
 $P(N_w \geq nc^*) = 79,50\%$
 $nc^* = 10.000$

Contribuições

Um modelo estocástico foi construído ao redor da calibração determinística de um modelo SEIR-SEI para estimar distribuições referentes à resposta do sistema, analisando a propagação das incertezas dos parâmetros. O resultado permite a obtenção de estatísticas referentes a diversos cenários, observação da evolução do processo estocástico e possibilita fazer previsões com maior robustez a respeito da quantidade de infectados durante a epidemia.

Agradecimentos



Referências

- E. Dantas, M. Tosin and A. Cunha Jr, Calibration of a SEIR-SEI epidemic model to describe Zika virus outbreak in Brazil. *Applied Mathematics and Computation*, 338: 249-259, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2018.06.024>
- E. Dantas, M. Tosin and A. Cunha Jr. Uncertainty quantification in the nonlinear dynamics of Zika virus, 2018 (em revisão).
- A. Cunha Jr, E. Dantas and M. Tosin. Uncertainty quantification in the Brazilian outbreak of Zika virus. In *13th World Congress in Computational Mechanics (WCCM 2018)*, Nova York, 2018.
- D. L. Smith, K. E. Battle, S. I. Hay, C. M. Barker, et al. Ross, MacDonald, and a theory for the dynamics and control of mosquito-transmitted pathogens. *PLoS Pathog.*, 8(4), 2012. <http://dx.doi.org/10.1371/journal.ppat.1002588>
- C. Soize. *Uncertainty Quantification: an Accelerated Course with Advanced Applications in Computational Engineering*, Springer, 2017.