



HAL
open science

Comparaison des turbo-égaliseurs MAP et MMSE pour récepteur à antennes multiples

Christophe Laot, Raphaël Le Bidan, Dominique Leroux

► **To cite this version:**

Christophe Laot, Raphaël Le Bidan, Dominique Leroux. Comparaison des turbo-égaliseurs MAP et MMSE pour récepteur à antennes multiples. 2nd International Symposium on Image/Video Communications ISIVC'04, Jul 2004, Brest, France. hal-01872923

HAL Id: hal-01872923

<https://hal.science/hal-01872923v1>

Submitted on 12 Sep 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Comparaison des turbo-égaliseurs MAP et MMSE pour récepteur à antennes multiples

Auteurs: Christophe Laot, Raphaël Le Bidan et Dominique Leroux

GET - ENST Bretagne, TAMCIC (CNRS 2658), technopôle de Brest Iroise, CS 83818 29238 BREST Cedex

E.mail : christophe.laot@enst-bretagne.fr,

Résumé : Cet article présente plusieurs structures d'égaliseurs utilisant une information a priori pour le traitement de l'interférence entre symboles lors d'une communication numérique. Le contexte de la transmission est celui d'un système SIMO, c'est-à-dire qu'il y a une antenne d'émission et plusieurs antennes en réception. Dans cet article, on donne les expressions des fonctions de transfert de l'égaliseur à antennes multiples minimisant l'erreur quadratique moyenne (MMSE) avec information a priori. Des comparaisons sont alors effectuées entre deux turbo-égaliseurs l'un utilisant un égaliseur MMSE et l'autre un égaliseur minimisant la probabilité d'erreur par symboles (MAP). Les résultats de simulation pour des canaux sélectifs en fréquence soumis à évanouissements ou non, montrent que les performances des turbo égaliseurs MAP et MMSE sont très proches. De plus, on met en évidence le gain de diversité obtenu grâce aux antennes multiples.

I. INTRODUCTION

Dans les systèmes de transmission numériques, le fait de vouloir passer un flot important d'informations au travers d'un canal à bande limitée a tendance à créer de l'Interférence Entre Symboles (IES). Cette interférence peut dégrader très fortement le signal reçu. Il est donc nécessaire de concevoir des récepteurs permettant de combattre efficacement l'IES. Les différentes solutions proposées utilisent généralement des procédés d'égalisation et de codage de canal. Dans l'approche classique, les fonctions élémentaires d'égalisation et de codage de canal sont traitées de manière disjointe n'exploitant qu'une partie de l'information mise à leur disposition. De ce fait les performances globales du récepteur restent sous optimales. Pour améliorer les performances du système, on introduit un récepteur qui réalise un traitement conjoint de l'égalisation et du décodage de canal. Ce récepteur, appelé turbo égaliseur [1], peut supprimer l'influence de l'IES lorsque le rapport signal sur bruit est suffisant.

Cependant, la complexité du turbo égaliseur, proposé par Douillard et al. [1], augmente en fonction du nombre d'états de la modulation et de l'étalement temporel du canal ce qui rend son utilisation impossible dans certains contextes de transmission. Une solution consiste alors à remplacer l'égaliseur optimal au sens du maximum de vraisemblance a posteriori (MAP) par un égaliseur numérique avec information a priori minimisant l'erreur quadratique moyenne (MMSE) [2-4]. Ce papier est consacré à l'étude des performances des turbo égaliseurs MAP et MMSE pour un système SIMO, c'est-à-dire une antenne à l'émission et plusieurs antennes en

réception. Outre les résultats de simulation, l'apport majeur de ce papier réside dans la détermination d'un égaliseur MMSE à antennes de réception multiples dont la fonction de transfert s'adapte à la fiabilité des informations a priori qui lui sont fournies [2-6]. On passe ainsi d'un égaliseur linéaire (LE) à un annuleur d'interférences (IC). Ce type d'égaliseur sera nommé IC-LE dans la suite du document.

La partie II de ce papier décrit le schéma de transmission. La section III détermine les égaliseurs MAP et MMSE. La dernière section présente les performances obtenues par les turbo-égaliseurs MAP ou MMSE pour une modulation BPSK sur des canaux fixes ou à évanouissements. La section VI donne nos conclusions.

II. SCHEMA DE TRANSMISSION

On considère le schéma de transmission représenté figure 1. Le codeur de canal de rendement R est alimenté par des informations binaires \mathbf{a}_n indépendantes et identiquement distribuées lesquelles sont ensuite entrelacées. Chaque ensemble de m données codées entrelacées $c_n^i, i = 1, \dots, m$ est associé à un symbole M-aire complexe $d_n = f(c_n^1, \dots, c_n^m)$, de durée T et de variance \mathbf{S}_j^2 , par un codage binaire à symbole (mapping) représenté par la fonction $f(\cdot)$, avec $M = 2^m$.

Le signal reçu est modélisé par un canal discret équivalent à une entrée et plusieurs sorties où chaque sortie du canal $j; j = 1, \dots, J$ est perturbée par un bruit blanc additif Gaussien $w_n^{(j)}$ centré et de variance \mathbf{S}_j^2 . L'antenne de réception j observe la sortie du canal bruité $r_n^{(j)}$ qui est égale à :

$$r_n^{(j)} = \sum_{l=0}^{L^{(j)}} h_l^{(j)} d_{n-l} + w_n^{(j)} \quad j = 1, \dots, J \quad (1)$$

où les $h_l^{(j)}$ sont les $L^{(j)} + 1$ coefficients du canal discret équivalent vu de l'antenne j définis par

$$h_l^{(j)} = T \int_{-v/2T}^{v/2T} \tilde{H}^{(j)}(\mathbf{n}) e^{j2\pi n l T} d\mathbf{n} \quad (2)$$

La fonction de transfert du canal vu par l'antenne j est

$$\tilde{H}^{(j)}(\mathbf{n}) = \sum_{l=0}^{L^{(j)}} h_l^{(j)} e^{-j2\pi n l T} \quad (3)$$

Dans un soucis de simplicité, le canal est supposé fixe ou invariant dans le temps sur la durée d'une trame et le nombre de coefficients par canal est supposé constant, tel que $L = L^{(j)}, \forall j$.

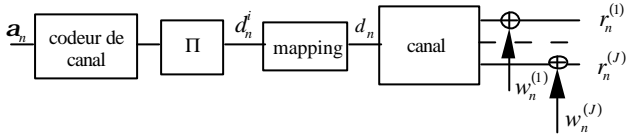


Fig. 1. Émetteur mono-porteuse et récepteur multi-antennes (SIMO)

On suppose que l'atténuation du canal est normalisée à l'unité

$$\mathbf{r} = \sum_{j=1}^J \sum_{l=0}^L |h_l^{(j)}|^2 = 1 \quad (4)$$

Lorsque les composantes de bruit $w_n^{(j)}$ présentes à l'entrée des différentes antennes sont supposées indépendantes, la variance du bruit à l'entrée du récepteur est donnée par :

$$\mathbf{s}_w^2 = \sum_{j=1}^J \mathbf{s}_j^2 \quad (5)$$

Le rapport signal sur bruit (SNR) est alors défini par :

$$SNR = \mathbf{s}_d^2 / \mathbf{s}_w^2 = RE_b \log_2(M) / N_0 \quad (6)$$

avec N_0 est définie comme la densité spectrale de puissance mono-latérale du bruit et E_b comme l'énergie moyenne par élément binaire d'information reçu.

Par analogie avec les turbo-codes en série [7-9], il apparaît qu'un schéma de récepteur itératif peut être envisagé lors de la concaténation d'un codage convolutif et d'un canal avec IES séparés par un entrelaceur. Ce récepteur, appelé turbo-égaliseur [1], effectue un traitement conjoint de l'égalisation et du décodage par l'échange d'informations de fiabilité. Comme représenté figure 2, chaque traitement unitaire d'un bloc d'observations (ou module) est utilisé pour fournir des informations a priori au module suivant.

Dans un contexte SIMO, l'égaliseur à entrées multiples reçoit d'une part les signaux $r_n^{(j)}$ provenant des différents capteurs et d'autre part une information a priori $\mathbf{L}_a^{eq} = \{L_a^{eq}(c_n^i)\}$ provenant du décodeur. L'égaliseur fournit alors une information extrinsèque $\mathbf{L}_e^{eq} = \{L_e^{eq}(c_n^i)\}$ laquelle est transmise au décodeur de canal par l'intermédiaire d'un désentrelaceur Π^{-1} et utilisée comme information a priori $\mathbf{L}_a^{dec} = \{L_a^{dec}(c_k^i)\}$. Le décodeur de canal détermine alors une information a posteriori sur la donnée codée émise. On en déduit une information extrinsèque $\mathbf{L}_e^{dec} = \{L_e^{dec}(c_k^i)\}$ qui servira, après entrelacement, d'information a priori pour l'égalisation du module suivant.

III. STRUCTURE DU RECEPTEUR

III.1. Récepteur multi-antennes basé sur l'égalisation MAP

L'égaliseur MAP proposé dans cette section est basé sur l'algorithme BCJR [10] lequel minimise la probabilité d'erreur par symbole et fournit une information de fiabilité sur la décision. Pour déterminer cette fiabilité, on calcule un logarithme de rapport de vraisemblance (LRV) à partir des $N \cdot J$ observations perçues par les antennes et de l'ensemble des informations a priori provenant du décodeur, notés $\mathbf{L}_a^N = \{L_a^{eq}(c_n^i)\}$. Dans une transmission par bloc, N correspond au nombre de données transmises par bloc.

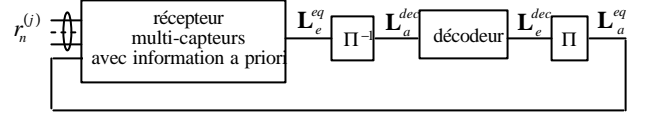


Fig. 2. Un module du turbo-égaliseur

Notons que la complexité d'un égaliseur MAP est proportionnelle à $J \cdot M^L$ ce qui rend sa réalisation impossible lorsque le nombre d'états de la modulation est élevé ou lorsque la dispersion temporelle du canal est importante. Pour apporter une solution à ce problème, nous proposons une approche de faible complexité basée sur l'égalisation MMSE.

III.2. Récepteur MMSE avec information a priori

La figure 3 représente la structure d'un égaliseur Soft In Soft Out (SISO) exploitant des informations de fiabilité sur les données codées. Cet égaliseur SISO est composé d'un égaliseur MMSE à base de filtres et de fonctions permettant le mapping et le demapping.

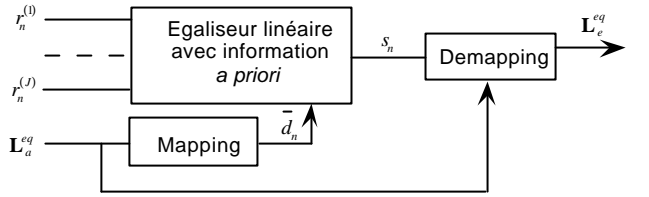


Fig. 3. Structure de l'égaliseur SISO avec information a priori

Examinons tout d'abord la fonction de mapping. A partir des informations provenant du décodeur \mathbf{L}_e^{dec} lesquelles sont simplement une version entrelacée des informations a priori \mathbf{L}_a^{eq} de l'égaliseur, on détermine une estimée du symbole comme étant une valeur moyenne conditionnelle

$$\bar{d}_n = E\{d_n / \mathbf{L}_a^{eq}\} \quad (2)$$

Ces symboles estimés sont de moyenne nulle

$$E\{\bar{d}_n\} = E\{E\{d_n / \mathbf{L}_a^{eq}\}\} = E\{d_n\} = 0 \quad (3)$$

et de variance \mathbf{s}_d^2 pouvant être estimée sur un paquet de longueur N par l'expression suivante :

$$\mathbf{s}_d^2 = E\{\bar{d}_n^2\} \approx N^{-1} \sum_{n=1}^N |\bar{d}_n|^2 \quad (4)$$

Nous allons maintenant déterminer les filtres numériques composant l'égaliseur MMSE. L'égaliseur linéaire avec information a priori est représenté figure 4. Il combine les sorties de J filtres transverses $\tilde{P}^{(j)}(\mathbf{n})$; $j = 1, \dots, J$ par l'intermédiaire d'un additionneur [11]. La sortie du filtre $\tilde{Q}(\mathbf{n})$, alimenté par les symboles estimés \bar{d}_n obtenus à partir des informations a priori du module précédent, vient alors diminuer l'interférence entre symboles présente à la sortie de l'additionneur. Cet égaliseur sera appelé par la suite IC-LE pour Interference Cancellor - Linear Equalizer. Les filtres de l'égaliseur sont obtenus en minimisant le critère d'erreur quadratique moyenne MSE défini par la relation suivante

$$MSE = E\{s_n - d_n\}^2 \quad (5)$$

Afin de respecter un principe bien connu dans les systèmes itératifs turbo, on prendra $q_0 = 0$ de manière à ce que la sortie de l'égaliseur s_n soit indépendante du symbole estimé \bar{d}_n .

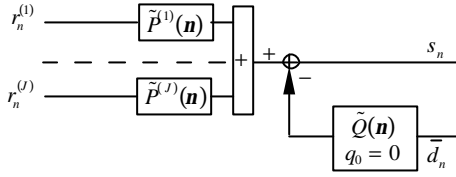


Fig. 4. Structure de l'égaliseur IC-LE MMSE avec information a priori

En considérant (1), la sortie de l'égaliseur s_n est donnée par :

$$s_n = \sum_l g_l d_{n-l} - \sum_{l \neq 0} q_l \bar{d}_{n-l} + \sum_{j=1}^J \sum_l p_l^{(j)} w_{n-l}^{(j)} \quad (6)$$

où $p_l^{(j)}$, q_l et g_l sont respectivement les coefficients des filtres $\tilde{P}^{(j)}(\mathbf{n})$, $\tilde{Q}(\mathbf{n})$ et $\tilde{G}(\mathbf{n})$, avec $\tilde{G}(\mathbf{n})$ donné par

$$\tilde{G}(\mathbf{n}) = \sum_{j=1}^J \tilde{P}^{(j)}(\mathbf{n}) \tilde{H}^{(j)}(\mathbf{n}) \quad (7)$$

A partir de (6), la sortie de l'égaliseur peut encore s'exprimer

$$s_n = \mathbf{m}d_n + \mathbf{h}_n \quad (8)$$

où \mathbf{h}_n suit approximativement une loi Gaussienne de moyenne nulle et de variance \mathbf{s}^2 . La fonction de transfert de l'égaliseur minimisant l'erreur quadratique moyenne (voir [14]) est

$$\tilde{P}^{(i)}(\mathbf{n}) = \frac{\mathbf{s}_d^2}{1 + \mathbf{s}_d^2 \mathbf{b}} \left[\frac{(\tilde{H}^{(i)}(\mathbf{n})/\mathbf{s}_i^2)^*}{1 + (\mathbf{s}_d^2 - \mathbf{s}_d^2) \sum_{j=1}^J |\tilde{H}^{(j)}(\mathbf{n})|^2 / \mathbf{s}_j^2} \right] \quad i = 1, \dots, J \quad (15)$$

$$\tilde{Q}(\mathbf{n}) = \sum_{j=1}^J \tilde{P}^{(j)}(\mathbf{n}) \tilde{H}^{(j)}(\mathbf{n}) - T \int_{-1/2T}^{1/2T} \sum_{j=1}^J \tilde{P}^{(j)}(\mathbf{n}) \tilde{H}^{(j)}(\mathbf{n}) d\mathbf{n} \quad (16)$$

où \mathbf{b} est une constante positive

$$\mathbf{b} = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \frac{\sum_{j=1}^J |\tilde{H}^{(j)}(\mathbf{n})|^2 / \mathbf{s}_j^2}{\left[1 + (\mathbf{s}_d^2 - \mathbf{s}_d^2) \sum_{j=1}^J |\tilde{H}^{(j)}(\mathbf{n})|^2 / \mathbf{s}_j^2 \right]} d\mathbf{n} \quad (17)$$

Les performances de l'IC-LE peuvent être exprimées en fonction du coefficient g_0 égal à

$$g_0 = \mathbf{b} \mathbf{s}_d^2 / (1 + \mathbf{b} \mathbf{s}_d^2) \quad (18)$$

On peut alors montrer que l'erreur quadratique moyenne dépend du seul paramètre g_0

$$MSE = (1 - g_0) \mathbf{s}_d^2 \quad (19)$$

La réalisation pratique de l'égalisation est obtenue par filtrage selon une méthode basée sur un calcul de FFT et décrite dans [12-14]. Pour les simulations, on considèrera une estimation parfaite des coefficients du canal et des variances de bruit.

A la sortie de l'égaliseur une fonction de demapping calcule le logarithme de rapport de vraisemblance des données codées $L^q(c_n^i)$ conditionnellement à l'information a priori provenant du décodeur et à l'observation s_n [12].

IV. RESULTATS DE SIMULATION

IV.1. Performances sur canaux fixes

Les données d'information ont été codées par un codeur convolutif non récursif non systématique de rendement $R = 1/2$ et de polynômes générateurs (5,7) exprimés en octal. L'entrelacement est aléatoire et brasse 16384 données codées. Afin de ne pas considérer des treillis de taille trop importante pour la réalisation de l'égaliseur MAP, nous avons choisi une modulation à 2 états (BPSK). La transmission s'effectue par l'intermédiaire de canaux discrets équivalents fixes donnés par les vecteurs de coefficients *CRIT4* [0.38;0.6;0.6;0.38] et *Macchi* [0.8264 ; -0.1653; 0.8512; 0.1636; 0.81].

La figure 6 donne sur un même graphe les performances en terme de taux d'erreur binaire en fonction du rapport signal sur bruit obtenues après 5 ou 10 itérations. La courbe en trait pointillé représente les performances d'une transmission codée sur un canal Gaussien sans IES. Pour un récepteur à une seule antenne en réception, les performances du turbo-égaliseur MMSE (TE MMSE) et du turbo-égaliseur MAP (TE MAP) sur le canal de Macchi sont très proches. Cependant pour un canal plus difficile à égaliser, comme le canal CRIT4, le TE MMSE nécessite un rapport signal sur bruit plus élevé que le TE MAP pour atteindre les performances du canal sans IES. De plus, il faut généralement plus d'itérations à un TE-MMSE qu'à un TE-MAP pour obtenir des performances identiques.

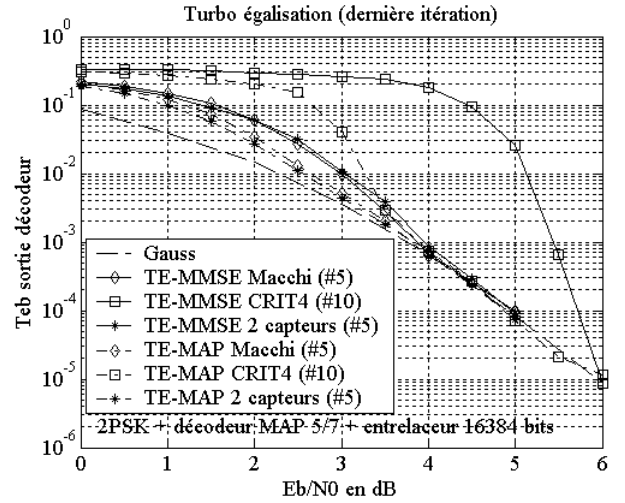


Figure 6. Comparaison des performances des turbo-égaliseurs MAP et MMSE pour un récepteur à 1 ou 2 antennes sur canaux fixes.

Lorsque le récepteur possède deux capteurs, les antennes 1 et 2 reçoivent respectivement les données transmises au travers du canal de Macchi et du canal CRIT4. Il est intéressant de constater que les performances obtenues avec le TE-MMSE et le TE-MAP sont assez proches. Le fait d'utiliser plusieurs antennes même pour des canaux fixes permet d'améliorer les performances et de diminuer le nombre d'itérations nécessaires au procédé de turbo-égalisation.

IV.2 Performances sur des canaux à évanouissements

Les données d'information sont supposées codées par un code convolutif non récursif non systématique de rendement $R=1/2$ et de polynômes générateurs (5,7) exprimés en octal. Un entrelaceur aléatoire vient alors brasser 1856 données codées lesquelles sont réparties sur 16 paquets GSM contenant chacun 116 symboles de modulation BPSK. Nous avons considéré un canal de Rayleigh à trois trajets de puissances moyennes identiques séparés par une durée symbole. Les canaux vus des différentes antennes sont supposés décorrélés. Le canal de transmission est supposé fixe sur la durée d'un paquet et variant d'un paquet à l'autre.

La figure 7 présente les performances obtenues en terme de taux d'erreur binaire en fonction du rapport signal sur bruit moyen en sortie d'un TE MMSE et d'un TE MAP à la troisième itération. La courbe en trait pointillé représente les performances obtenues par simulation d'une transmission codée sur un canal Gaussien sans IES. On notera que cette borne ne peut être atteinte que lorsque la diversité est infinie. Il est donc tout à fait logique que les performances obtenues n'atteignent pas cette borne. Nous avons tracé en trait plein les performances des turbo-égaliseurs pour un récepteur à 1 ou 3 antennes. Nous avons aussi fait figurer sur ce graphe par un trait hachuré, les performances obtenues pour une transmission sur des canaux de Rayleigh non sélectifs en fréquences avec un récepteur MRC (Maximum Ratio Combining) à 3 et 9 antennes. Nous pouvons remarquer tout d'abord que les turbo-égaliseurs tirent profit de la diversité d'antennes. Notons de plus que la diversité d'antennes et de canal se multiplie. Ainsi pour 3 antennes recevant l'observation de canaux à trois trajets (EQ3), la diversité est la même que celle obtenue par un récepteur à 9 antennes recevant l'information de canaux à un seul trajet (EQ1).

VI. CONCLUSION

Ce papier présente une étude sur les récepteurs à antennes multiples avec une seule source d'émission. L'émetteur transmet des bits codés entrelacés par une modulation BPSK sur des canaux sélectifs en fréquences fixes ou soumis à évanouissements. Il est alors tout à fait envisageable de définir un récepteur itératif, appelé turbo-égaliseur, utilisant un égaliseur MAP ou MMSE avec information a priori. La contribution majeure de ce papier est la détermination des fonctions de transfert de l'égaliseur IC-LE MMSE de réponse impulsionnelle infinie avec information a priori et en présence de plusieurs antennes de réception. Les résultats obtenus montrent que le turbo-égaliseur MMSE présente des performances souvent équivalentes au turbo-égaliseur MAP pour une complexité moindre. L'égaliseur IC-LE MMSE avec information a priori, utilisé dans un schéma de récepteur itératif, est une solution attractive car sa complexité est quasi-indépendante du nombre d'états de la modulation. Dans le cas d'un récepteur à plusieurs antennes, nous avons montré la capacité des turbo-égaliseurs MAP et MMSE à utiliser la diversité des canaux à trajets multiples mais aussi la diversité de réception pour améliorer leurs performances.

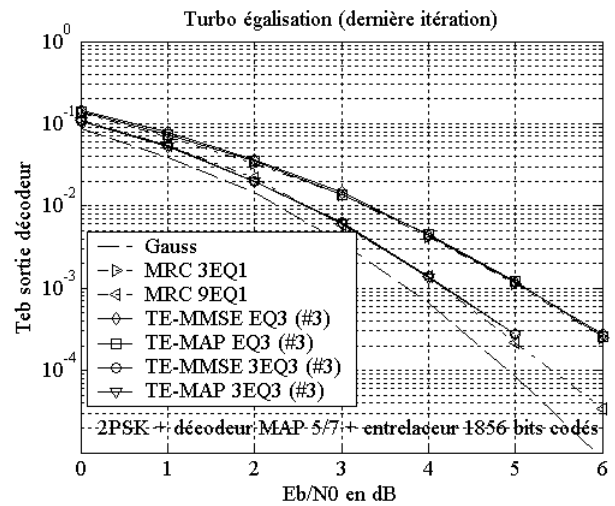


Figure 7. Comparaison des performances des turbo-égaliseurs MAP et MMSE pour un récepteur à 1 ou 3 antennes sur un canal de Rayleigh à trois trajets.

REFERENCES

- [1] C. Douillard, A. Picart, P. Didier, M. Jézéquel, C. Berrou and , A. Glavieux, "Iterative Correction of Intersymbol Interference : Turbo-equalization", *ETT*, Vol.6, N°5, pp. 507-511, september/october 1995.
- [2] A. Glavieux, C. Laot and J. Labat, "Turbo-equalization over a frequency selective channel," *Symp on Turbo-Codes*, pp. 96-102, Brest, Sept. 1997.
- [3] C. Laot, A. Glavieux and J. Labat, "Turbo Equalization : Adaptive Equalization and Channel Decoding Jointly Optimized," *IEEE Journal on Selected Areas in Communication*, VOL. 19, NO. 9, September 2001.
- [4] M. Tuechler, R. Koetter, A.C. Singer, "Turbo Equalization: principles and new results," *IEEE Trans. on Communications*, Vol. 50, no. 5, pp. 754-767, May 2002.
- [5] A.M. Chan, G.W. Wornell, "A Class of Block-Iterative Equalizers for Intersymbols Interference Channels : Fixed Channels Results," *IEEE Trans. On Communications*, VOL. 49, NO. 11, November 2001.
- [6] X. Wang and V. Poor, "Iterative (Turbo) Soft Interference Cancellation and Decoding for Coded CDMA," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. 47, pp. 1046-1061, July 1999.
- [7] C. Berrou and A. Glavieux, " Near Optimum Error Correcting Coding And Decoding: Turbo-codes," *IEEE Trans.Comm.* Vol. 44, N°10, pp.1262-1271, Oct. 1996.
- [8] J. Hagenauer, "The Turbo principle : Tutorial Introduction and State of the Art," *Symposium on Turbo-Codes*, pp. 1-11, Brest, Septembre 1997
- [9] S. Benedetto, D. Divsalar, G. Montorsi, F. Pollara, "Serial Concatenation of Interleaved Codes: Performance Analysis, Design, and Iterative Decoding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol. 44, May 1998.
- [10] L.R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and R. Raviv, "Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate", *IEEE Trans. Information Theory*, Vol IT-20, no. 3, pp. 284-287, March 1974.
- [11] P. Balaban and J. Salz, "Optimum Diversity Combining and Equaization in digital Data Transmission with Applications to Cellular Mobile Radio - Part I : theoretical considerations, *IEEE Trans. On Commun.*, Vol. 40, pp. 885-894, May 1992.
- [12] C. Laot, R. Le Bidan and D. Leroux, "Low Complexity Linear Turbo Equalization: A Possible Solution for EDGE," *accepted in IEEE trans. Wireless Commun*, 2004. Available: <http://perso.enst-bretagne.fr/~laot/>.
- [13] R. Le Bidan, *Turbo-Equalization for Bandwidth-Efficient Digital Communications over Frequency-Selective Channels*, Thèse de l'INSA de Rennes, France, Nov. 2003.
- [14] C. Laot, R. Le Bidan et Dominique Leroux, "Egaliseurs MMSE multi-voies avec information a priori pour la turbo-égalisation", Rapport de recherche CRE 011B032, France Telecom R&D,.