HAL
open science

Étudier des numérations orales en classe : quels savoirs mathématiques et langagiers ?

Caroline Poisard, Martine Kervran, Elodie Surget, Estelle Moumin

To cite this version:

Caroline Poisard, Martine Kervran, Elodie Surget, Estelle Moumin. Étudier des numérations orales en classe : quels savoirs mathématiques et langagiers ?. Au fil des maths, 2018. hal-01870517

HAL Id: hal-01870517

https://hal.science/hal-01870517v1

Submitted on 7 Sep 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Étudier des numérations orales en classe : quels savoirs mathématiques et langagiers ?

Caroline Poisard, ESPE de Bretagne, UBO, laboratoire du CREAD
Martine Kervran, ESPE de Bretagne, UBO, laboratoire du CREAD
Élodie Surget, Académie de Rennes
Estelle Moumin, Académie de Rennes

Résumé : Cet article propose une approche plurilingue d'éveil aux langues pour enseigner et apprendre les mathématiques. L'analyse des numérations orales en quatre langues (français, anglais, breton et maori) montre des spécificités linguistiques pour « dire les nombres ». Des décompositions de nombres (additives et multiplicatives) sont proposées dans les quatre langues et mises au regard de la numération décimale de position avec la décomposition polynomiale usuelle. La notion de numération orale régulière est également présentée. Les aspects culturels et langagiers concernent en particulier la compréhension écrite et la notion de traduction. L'approche plurilingue permet de se décentrer de la langue et de la culture de l'école et d'envisager les mathématiques au regard de spécificités linguistiques.
Mots clés : didactique des mathématiques, plurilinguisme, éveil aux langues, numérations orales, numération de position

Abstract: This paper deals with a multilingual approach of language awareness to teach and learn mathematics. The analysis of oral number systems in four languages (French, English, Breton, Maori) shows linguistic particularities to "say numbers". Numbers decompositions (additive and multiplicative) are proposed in the four languages regarding to place-value system with the usual polynomial decomposition. The notion of regular oral system number is as well presented. Cultural and linguistic aspects concern in particular written comprehension and the notion of translation. The multilingual approach allows to look beyond the language and culture of school and to consider mathematics through linguistic particularities.
Key words: mathematics education, multilingualism, language awareness, oral number system, place-value system

Diverradenn : Er pennad-mañ ez eus kaoz eus un doare-kelenn liesyezhek da zigor spered ar vugale ouzh ar yezhoù, implijet amañ evit kelenn ar matematikoù dezho. En ur lakaat peder yezh tal-ha-tal (galleg, saozneg, brezhoneg ha maori) e vez gwelet enno modoù disheñval ha dibar evit « lavaret an niveroù ». Dielfennet ez eus bet penaos e vez savet an niveroù (dre gementañ pe dre vuiañ) en holl yezhoù-se ha, gant ul lagad buket c'hoazh war an niveradur-lec'hiañ dre zek, int bet keñveriet gant an digejañ-niveroù polinomel ordinal. Displeget eo ivez petra eo an niveriñ reoliek dre gomz. An techoù sevenadurel ha yezhoniel a zo stag ouzh ar c'hompren dre skriv hag an treiñ. Ober gant meur a yezh a redia an nen da ziariañ e zoare-soñjal diouzh e yezh ha diouzh e sevenadur-skol, kenkoulz ha da brederiañ war ar matematikoù en ur vezañ emskiant eus pouez ar yezhoù an empenntadur eus-outo.
Gerioù-alc'hwez : didaktelezh ar matematikoù, liesyezhegezh, diskuliañ ar yezhoù, niveradur dre gomz, niveradur-lec'hiañ

Tuhinga whakarāpopoto : Ko te tikanga o tēnei pepa, ko te tirohanga ki te whakaako pāngarau ki ngā reo maha. Kei te whakaatu he tataritanga o nga pūnaha tau ā-waha o ngā āhuatanga motuhake o ngā reo e 4 (French, English, Breton, Maori). Kua wehea nga tau i runga i te tikanga o te tāpiri me te whakarea mō nga reo e whā e pā ana ki te pūnaha uara tū. Kua whakaatuhia hoki te pūnaha-ā-waha. Ka arotahi ki te tuhituhi me te huri hei reo kē e hāngai ana ki te ahurea me te reo. Mā te huarahi o te tirohanga reo maha ka ahei ki te tiro ki tua atu i te reo me te ahuarea o te kura ake, ka taea te tiro ki te pāngarau mā nga tikanga o ngā reo maha.
Kupu Matua: mātauranga pāngarau, reo-maha, aroā reo, pūnaha tau-ā-waha, pūnaha uara tū

Introduction

Un document institutionnel récent des « ressources transversales » en mathématiques est consacré aux « mathématiques et maîtrise de la langue » pour les cycles 3 et 4 (MENESR, 2016). Ce document s'intéresse entre-autres à l'écrit, à l'oral, à la langue naturelle, au langage formel, aux schémas et aux représentations en mathématiques. Nous pensons qu'un point important n'est pas discuté dans ce document : les mathématiques et le rapport aux langues et cultures du monde. En effet, les langues reflètent la manière de voir le monde et les mathématiques proposent une modélisation du monde. Cette modélisation dépend donc de la manière de se représenter le monde pour une langue ou une culture donnée. Du côté des instructions officielles en langues, les programmes scolaires de 2016 des cycles 2 et 3 proposent le domaine « langues vivantes (étrangères et régionales) » ce qui marque une ouverture par rapport à la dénomination précédente : « langue vivante ». Les programmes du cycle 1 (publié en 2015) intègrent un domaine « éveil à la diversité linguistique » avec un court paragraphe descriptif sur le sujet (p.33). Nous souhaitons aller plus loin en proposant une approche plurilingue d'éveil aux langues qui se poursuive tout au long de la scolarité. De manière générale, il nous semble que l'école gagnerait à mieux prendre en compte la diversité linguistique et culturelle des élèves, ce qui nous semble possible en classe de mathématiques. Pour cet article, nous analysons des numérations orales dans quatre langues[1] : français, anglais, breton et maori, dans l'objectif de mieux comprendre les particularités de la langue française et aussi la modélisation mathématique des nombres en base dix.

1. Contexte de la recherche : didactique et plurilinguisme

Notre travail s'inspire de plusieurs champs de recherche. Tout d'abord, ce sont les travaux menés en Nouvelle-Zélande (Barton et al 1998) sur l'enseignement des mathématiques en langue maorie en contexte bilingue (anglais/maori) qui nous ont engagé à travailler dans ce domaine. La réflexion a porté en particulier sur la création d'un lexique mathématique afin d'enseigner les mathématiques dans le secondaire en langue maorie. Ensuite, les travaux d'Adler en didactique des mathématiques nous permettent de penser la langue comme une ressource. Une ressource en classe est considérée comme un moyen de ressourcer l'enseignement/apprentissage, c'est son usage qui est important, et non simplement le fait qu'elle soit présente ou absente. Différentes catégories de ressources sont envisagées par Adler (2010) : matérielles, humaines, sociales et culturelles. Les langues et langages sont des ressources culturelles et leur usage en classe de mathématiques permet de ressourcer l'enseignement des mathématiques. Les travaux de Gajo (2007) sur le plurilinguisme vont également en ce sens, en pointant l'importance des aspects culturels dans la conceptualisation en sciences :

« La science s'est développée dans différentes cultures et différentes langues, les savoirs ayant en outre subi diverses migrations. L'école monolingue fait écran à cette réalité, en présentant de manière relativement lisse des savoirs structurés souvent dans un grand nombre de ruptures, y compris linguistiques ». [...] « L'attention prêtée à l'authentification de la langue, à la densité des savoirs disciplinaires sous-tend le processus de conceptualisation […] [et] plus généralement, [celui] de clarification » (Gajo, 2007, p.2-3)

Notre travail de recherche a consisté dans un premier temps à étudier les spécificités de la langue bretonne aujourd'hui pour enseigner les mathématiques dans des écoles bilingues (Poisard et al 2014 , Kervran et al 2015). Nous nous intéressons maintenant de manière plus large à réfléchir à des ressources plurilingues pour enseigner et apprendre les mathématiques. En effet, nous considérons que l'étude de plusieurs langues est propice aux apprentissages, les particularités linguistiques d'autres langues que le français permettent de mieux comprendre la diversité linguistique mais également la langue française, langue de scolarisation en France. C'est plus particulièrement des situations d'*éveil aux langues* (incluses dans la champ de la didactique du plurilinguisme) que nous

1 Remerciements à Tony Trinick pour la relecture pour la langue maorie et à Erwan Le Pipec pour cette en langue bretonne.

proposons ici. Nous nous référons à la définition de Kervran (2011) pour l'*éveil aux langues* :

« Cette approche [l'éveil aux langues] encore peu répandue à l'école, faute de reconnaissance institutionnelle, porte un regard neuf sur la place des langues à l'école, en prenant comme objet pédagogique une pluralité de langues, qu'il s'agisse des langues enseignées, des langues en présence au sein de la classe, des langues de l'environnement familial et social des élèves ou des langues du monde, pour en observer le fonctionnement de manière comparative. Les situations didactiques proposées consistent en des ana- lyses comparées de phénomènes langagiers dans des langues diverses, de toute provenance et de tout statut social et scolaire. Il s'agit d'une démarche inclusive de conceptualisation des faits linguistiques, dans laquelle les langues sont considérées comme formant un ensemble composite mais cohérent. » (Kervran 2011, p.90)

C'est en particulier la technique du *détour par d'autres langues* qui nous semble importante pour un travail conjoint en mathématiques et en langues. Pour des situations d'éveil aux langues, De Pietro (2003) souligne que :

« Le « détour par d'autres langues » qui est constitutif de ces démarches, aide en outre les élèves à construire le langage comme objet d'étude, de réflexion, d'observation ; on sait en effet à quel point les élèves peuvent rencontrer des difficultés à concevoir les faits langagiers pour eux-mêmes, sans aller directement au sens qu'ils véhiculent de manière apparemment transparente. » (De Pietro 2003, p.167-168)

De Pietro poursuit en précisant que la *technique du détour* permet aux élèves « tout à la fois de sortir de leur langue maternelle, de la relativiser à travers la comparaison, puis d'y revenir » (De Pietro 2003, p.180). Pour nous, le détour par d'autres numérations orales que la numération orale en français permet de comprendre que les numérations orales n'ont pas toute la même signification mathématique et que la numération décimale utilise les groupements par dix. Ensuite, en revenant à l'analyse de la numération orale en français, l'objectif est « d'entendre » que le français utilise la base vigésimale (groupements par vingt) pour certains nombres par exemple.

Certains travaux en didactique des mathématiques analysent les numérations orales en prenant en compte les spécificités mathématiques et en proposant des catégorisations (Mounier 2012). Nous portons un regard différents sur les numérations orales en pointant deux aspects : l'intérêt de situations l'éveil aux langues pour enseigner et apprendre la numération décimale,et la nécessité d'une étude mathématique par les élèves des numérations orales par l'écriture des décompositions additives et multiplicatives.

2. Analyse de numérations orales en quatre langues : français, anglais, breton et maori

En numération en base 10, pour pouvoir dire tous les nombres, il est nécessaire d'avoir un mot pour les chiffres de 0 à 9 et pour les groupements de puissances de 10 (10, 100, 1 000, etc.). La combinaison de tous ces mots-nombres permet alors de dire tous les nombres. Concernant l'écriture des nombres en lettres, nous utilisons ici les recommandations du Conseil de la langue française proposées au Journal officiel du 06 décembre 1990. Ainsi, l'usage du trait d'union (déjà utilisé pour les nombres plus petits que cent) est étendue aux nombres plus grands que cent. Par exemples : « elle a **vingt-quatre** ans, cet ouvrage date de l'année **quatre-vingt-neuf**, elle a **cent-deux** ans, cette maison a **deux-cents** ans, il lit les pages **cent-trente-deux et deux-cent-soixante-et-onze**, il possède **sept- cent-mille-trois-cent-vingt-et-un** francs ». (JO 1990, p.12, en gras dans le texte).

Nous proposons ici l'analyse de numération orale en plusieurs langues pour comprendre la numération française et faire le lien entre numération orale et écriture chiffrée. Certaines langues possèdent une numération orale proche de la modélisation mathématique (comme les langues asiatiques et polynésiennes).

2.1 La numération orale en français en France aujourd'hui

Lorsqu'on s'intéresse à la numération orale en français en France, les première irrégularités qui viennent à l'esprit concernent : 70 (*soixante-dix*, 70=60+10), 80 (*quatre-vingts*, 80=4×20), et 90 (*quatre-vingt-dix*, 90=4×20+10). Ce sont effectivement des irrégularités importantes de la langue française qui génèrent des incompréhensions pour l'apprentissage du nom des nombres et de celui de la numération chiffrée dès le CP. Côté enseignement, certains manuels prennent en compte ces particularité dans leur progression, mais les décompositions du type « 90=4×20+10 » pour

expliquer le nom des nombres ne sont pas présentes. L'étude des termes utilisés en Suisse et/ou Belgique (*septante* (70=7×10), *huitante* ou *octante* (80=8×10), *nonante* (90=9×10)) est une première base pour comprendre les caractéristiques de la langue française.
Entre 10 et 14, les nombres se disent à l'oral en référence tout d'abord aux unités puis aux dizaines : *onze* (mutation de *un* et *dix*, 11=1+10), *douze* (mutation de *deux* et *dix*, 12=2+10), *treize* (mutation de *trois* et *dix*, 13=3+10), *quatorze* (mutation de *quatre* et *dix*, 14=4+10), *quinze* (mutation de *cinq* et *dix*, 15=5+10), *seize* (mutation de *six* et *dix*, 16=6+10). Le français compose donc les nombres entre 11 et 16 comme (a+10) ($1 \leq a \leq 6$, a entier naturel).
Pour les nombres de 11 à 19, on observe une certaine régularité à partir de 17 (*dix-sept*, 17=10+7), puis 18 (*dix-huit*, 18=10+8), 19 (*dix-neuf*, 19=10+9). Le français compose donc les nombres entre 17 et 19 comme (10+a) ($7 \leq a \leq 9$, a entier naturel).
Ensuite le français possède des nouveaux mots pour 20, 30, 40, 50 et 60. Il serait possible d'utiliser les noms des chiffres et du groupement de dix pour dire tous ces nombres : *deux-dix* (20=2×10), *trois-dix* (30=3×10), *quatre-dix* (40=4×10), *cinq-dix* (50=5×10), *six-dix* (60=6×10), etc. Une fois nommées toutes les dizaines, on rajouterait ensuite le nombre d'unités à droite : 42 se dirait alors *quatre-dix-(et)-deux* et on retrouve la décomposition polynomiale de 42 : 42=4×10+2. Ceci est une traduction littérale de la manière de dire 42 dans les langues polynésiennes et asiatiques qui sont des langues régulières pour les numération orales.
En français, pour être encore plus précis et régulier, nous pourrions dire *un-dix-sept* (17=1×10+7) qui montre bien la décomposition : une dizaine (un paquet de 10) et 7 unités. C'est d'ailleurs bien ce qu'on retrouve en anglais par exemple pour *one hundred* (1×100) ou *one thousand* (1×1 000). Pour la mention du nombre de paquets en français, il faut attendre le *deux-cents* (200=2×100), *trois-cents* (300=3×100), et puis *deux-mille* (2 000=2×1 000). Il nous semble donc fondamentale, très tôt dans l'apprentissage de la numération, de comparer la manière de dire les nombres plus petits que 100 à ceux supérieurs à 100. Cette comparaison permet de comprendre le lien entre la numération orale en français et la décomposition polynomiale des nombres. En effet, pour *deux-cents* (200=2×100), on « entend » les deux paquets de 100, alors que pour *vingt*, il faut passer par une numération orale régulière *deux-dix* (20=2×10) pour « entendre » les deux paquets de 10.

2.2 La numération orale en anglais aujourd'hui

En anglais, pour les nombres 11 à 19[2] : on a 11 (*eleven*) puis 12 (*twelve*) et à partir de 13 (*thirteen*), la composition du chiffre des unités et de la dizaine s'entend avec la mutation du *ten* en *teen*. En effet, *thirteen* (13=3+10), puis *fourteen* (14=4+10), *fifteen* (15=5+10), *sixteen* (16=6+10) alors qu'il faut attendre le 17 (*dix-sept*, 17=10+7) en français pour entendre le groupement de 10 qui le compose. L'anglais compose donc les nombres entre 13 et 19 comme (a+10) ($3 \leq a \leq 9$, a entier naturel). Pour le nom des dizaines, la mutation utilisée pour multiplier par dix est *ty* (mutation de *ten*). L'anglais se rapproche d'une numération régulière pour dire les nombres à partir de 20. On a *twenty* (20=2×10), *thirty* (30=3×10), *forty* (40=4×10), *fifty* (50=5×10), *sixty* (60=6×10), *seventy* (70=7×10), *eighty* (80=8×10) et *ninety* (9=9×10). La combinaison des nombres est celle de la décomposition polynomiale, par exemple *forty-two* (42=4×10+2). Pour être complètement régulier l'anglais pourrait dire *four-ten-(and)-two*.
Comme nous l'avons vu précédemment, en anglais, dès 100 (*one hundred*, 100=1×100), l'apparition du nombre de centaines apparaît alors qu'il faut attendre le *deux-cents* en français (200=2×100). De même pour le *mille* (et non *un-mille*) en français alors que l'anglais propose *one thousand* (1000=1×1000).

2 L'objectif n'est pas ici de discuter des variations de la numération orale en anglais. Pour écrire en lettres les nombres en anglais, nous nous référons à : http://www.grammarbook.com/numbers/numbers.asp

2.3 La numération orale en breton aujourd'hui

Pour nos travaux antérieurs sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques en contexte bilingue breton-français, nous avons étudié en détails les caractéristiques de la numération bretonne (Poisard et al 2014, Kervran et al 2015). Le breton est une langue celtique et possède la base vigésimale pour dire les nombres dès 40 avec la référence à *ugent* (20) : *daou-ugent* (40=2×20), *tri-ugent* (60=3×20), *dek ha tri-ugent* (70=10+3×20), *pevar-ugent* (80=4×20) et *dek ha pevar-ugent* (90=10+2×20). Le chiffre des unités (ou le nombre ajouté pour composé un autre nombre) est accolé devant un autre, par exemple pour 42 : *daou ha daou-ugent* (42=2+2×20). Pour le 50 c'est une référence au 100 : *hanter-kant* (50=moitié (de) 100). Là encore, il est utile d'envisager la numération orale dans sa globalité et de ne pas se limiter aux nombres jusqu'à 50, car le nom du nombre 100 est nécessaire pour exprimer 50 dans l'usage social. Une autre particularité est le *triwec'h* (18=3×6) comme trois paquets de six. Au niveau de la syntaxe de la numération orale bretonne, nous avons identifié des spécificités importantes par rapport aux français, que nous ne développons pas ici (voir Poisard et al 2014, Kervran et al 2015).

Le réseau Canopé de l'Académie de Rennes développe des ressources pour enseigner en langue bretonne avec la maison d'édition spécialisée :TES (Ti-embann ar skolioù : La maison d'édition des écoles). Depuis quelques années, des affiches pour la classe concernant la spécificité de la numération bretonne sont éditées. En particulier, des affiches niveau GS-CP-CE1 (publiées en 2014) et des affiches CP-CE (publiées en 2016) sont disponibles en ligne[3]. L'affiche de la famille *ugent* (20) est intéressante et permet de donner du sens à la numération orale française également. Notre préférence va vers l'édition de 2014 qui modélise bien le 80 comme 80=4×20 (Figure 1) et non comme 80=20+20+20+20 comme dans l'édition de 2016. Il nous semble que dès les petites classe le lien avec la multiplication est à faire : dans *quatre-vingts* on entend 4 paquets de 20 (80=4×20) alors qu'en mathématiques, *quatre-vingts* c'est 8 paquets de 10 (80=8×10). Ce sont deux manières de dire, de représenter le même nombre.

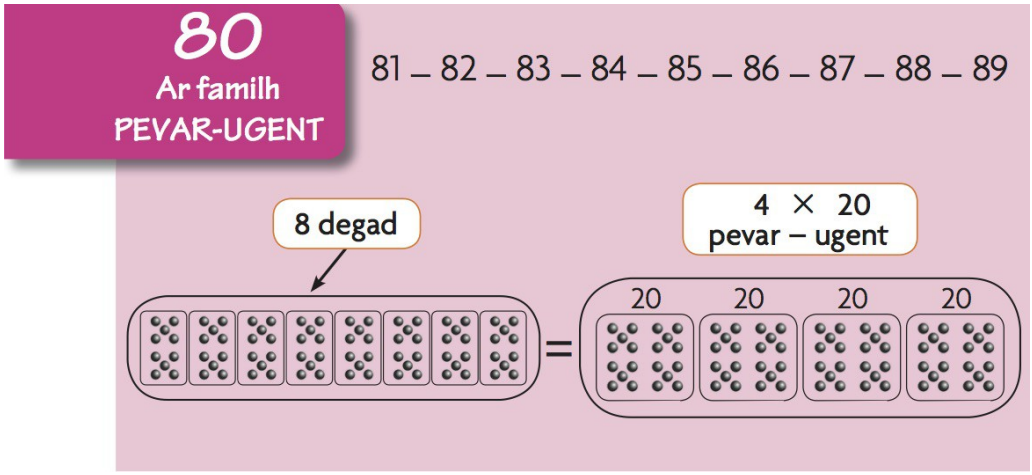


Figure 1 : Affiche sur la numération bretonne (éditions TES, 2014) : exemple de *pevar-ugent* (80)

2.4 La numération orale en maori aujourd'hui

Le maori est une langue polynésienne et la numération orale en maori moderne est très proche de la modélisation mathématique des nombres en décomposition polynomiale en base dix. Pour décrire cette numération et son intérêt en classe de mathématiques, nous analysons des travaux d'élèves de CM1-CM2. L'énigme soumise à cette classe a été rédigée lors de rencontres entres les auteurs de cet article. Ellen, professeur des écoles depuis une dizaine d'années a mis en place pendant l'année scolaire 2015/16 quatre séances de mathématiques en utilisant différentes langues : en roumain et en brésilien, langues parlées par certains enfants de la classe, ainsi qu'en allemand que les élèves

3. Ressources en breton, TES : http://canope.ac-rennes.fr/tes

étudiaient par ailleurs. En juin, une séance d'environ une heure a été consacrée à l'étude de l'énigme sur la numération maorie[4] (Figure 2). La séance a été observée et 26 travaux d'élèves ont été recueillis, nous en proposons ici une analyse.

Énigme maorie Prénom :

La suite proposée en toutes lettres ci-dessous est en langue maorie.
A quelle suite chiffrée cette suite correspond-elle ?

« Whitu ; tekau ma whitu ; rua tekau ma whitu; whitu tekau ; kotahi rau ma whitu ; kotahi rau tekau ma whitu ; rua rau ma whitu »

a. 7 ; 17 ; 27 ; 70 ; 107 ; 117 ; 207
b. 7 ; 17 ; 27 ; 80 ; 107 ; 117 ; 207
c. 7 ; 17 ; 27 ; 70 ; 107 ; 157 ; 207

Figure 2 : L'énigme sur la numération maorie proposée en classe de CM1/CM2

Ellen débute cette séance par un jeu du « compte est bon » pour travailler sur la notion de décomposition polynomiale des nombres : « Avec 4, 3 et 20, faire 83 ; puis avec 10, 5 et 3, faire 35. ». L'objectif est de montrer que 83=4×20+3 ce qui correspond à la numération orale en français en France, et que 35=3×10+5 ce qui est la décomposition polynomiale en base 10. Une élève propose la décomposition de 35 comme 35=(10-3)×5=7×5, ce qui n'est pas prévu pour le professeur mais analysé lors en groupe classe comme toutes les réponses des élèves. Ensuite, une vidéo sur la culture maorie est visionnée. Enfin, l'énigme est projetée au tableau avec un travail collectif d'analyse des mots qui se répètent (entourés d'une même couleur). Ensuite une phase de travail individuel précède une phase de travail en groupe de trois ou quatre élèves. Enfin, une synthèse collective est faite. La réponse attendue avec une justification est l'item a.

Technique 1 : Traduction des nombres de l'énoncé en décomposition chiffrée	Technique 2 : Recherche du lexique de mots-nombres
whitu : 7 **tekau** ma whitu : 17=10+7 rua **tekau** ma whitu : 27=2×10+7 whitu **tekau** : 70=7×10 kotahi *rau* ma whitu : 107=1×100+7 kotahi *rau* **tekau** ma whitu : 117=1×100+17=100+10+7 rua *rau* ma whitu : 207=2×100+7	whitu : 7 tekau : 10 rua : 2 kotahi : 1 (variation de *tahi*:1) rau : 100 En outre, *ma* signifie et. Par élimination : de la réponse b (car 80 : *waru tekau*) et de la réponse c (157 est impossible car on retrouve le 17 de 117).

Tableau 1 : Deux techniques de résolution de l'énigme

À partir des travaux d'élèves, nous identifions deux techniques (ou procédures) de justification de l'énigme. La technique 1 est la traduction des nombres de l'énoncé en décomposition chiffrée (qui correspond ici en langue maorie à la décomposition polynomiale). La technique 2 est la recherche du lexique de mots-nombres nécessaire pour écrire les sept nombres de l'énoncé (tableau 1 et figure 3). Ces deux techniques ne sont parfois que partielles dans les travaux d'élèves, c'est-à-dire qu'il manque certains nombres ou mots-nombres. Certains élèves justifient seulement par l'élimination

4. Écouter les nombres en maori : http://www.maori.cl/learn/numbers.htm ou http://maoridictionary.co.nz

du 80 puis du 157.

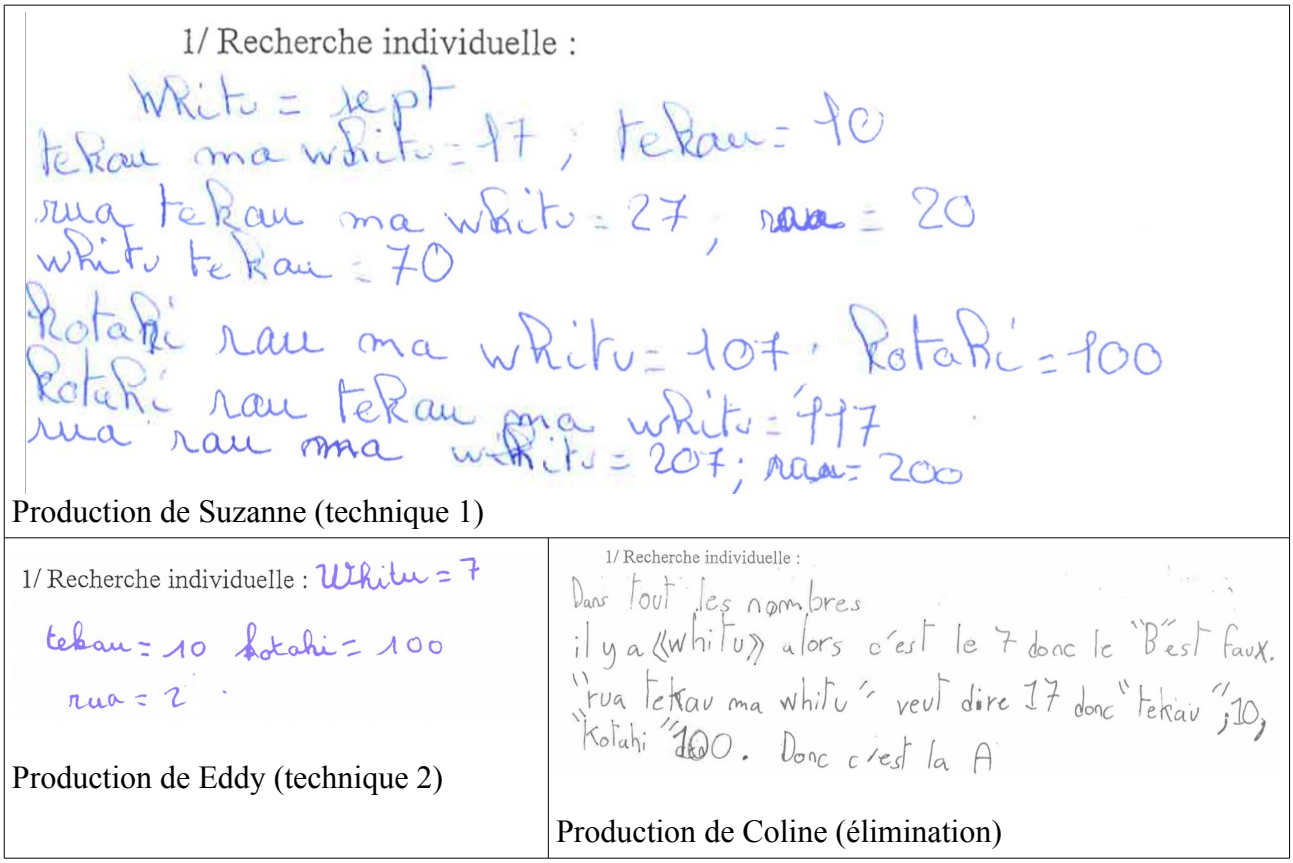


Figure 3 : Exemples des travaux d'élèves de CM1/CM2 sur l'énigme en maori

3. Plurilinguisme et numérations orales : des savoirs mathématiques et langagiers

Dans les paragraphes précédents, nous avons étudiés les numérations orales en français, anglais, breton et maori. L'étude comparative des différentes numérations orales permet d'une part de comprendre le fonctionnement de la numération orale en français et également la signification mathématique des nombres en numération décimale. Nous considérons ici une cinquième numération orale : une numération régulière c'est-à-dire qui nomme chaque chiffre dans le nombre avec son rang, en lien avec la décomposition polynomiale. Les numérations asiatiques et polynésiennes sont des numérations orales régulières, c'est donc une traduction littérale en français de ce type de langue que nous proposons (tableau 2). Prenons l'exemple d'un nombre à trois chiffres écrit en numération de position en base 10, c'est-à-dire $[cdu]_{dix}$ (avec u, c et d des nombres entiers naturels, $0 \leq u \leq 9$, $0 \leq d \leq 9$ et $0 \leq c \leq 9$), la décomposition polynomiale est : $[cdu]_{dix} = c \times 100 + d \times 10 + u$. Avec une numération orale régulière, le nombre $[cdu]_{dix}$ se dit : « c-100-d-10-u » soit en français de manière régulière : « c-cent-d-dix-u ».

Numération orale Écriture chiffrée	Numération régulière : décomposition polynomiale[5]	Français (France)	Anglais	Breton	Maori
18	Un-dix-huit 18=1×10+8	Dix-huit 18=10+8	Eighteen 18=10+8	Triwec'h 18=3×6	Tekau mā waru 18=10+8
42	Quatre-dix-deux 42=4×10+2	Quarante-deux 42=4×10+2 (mutation du *dix*)	Forty-two 42=4×10+2 (mutations de *four* et de *ten*)	Daou ha daou-ugent 42=2+2×20	Whā tekau mā rua 42=4×10+2
50	Cinq-dix 50=5×10	Cinquante 50=5×10 (mutation du *dix*)	Fifty 50=5×10 (mutation du *ten*)	Hanter-kant 50= moitié (de) 100	Rima tekau 50=5×10
70	Sept-dix 70=7×10	Soixante-dix 70=6×10+10 (mutation du *dix*)	Seventy 70=7×10 (mutation du *ten*)	Dek ha tri-ugent 70=10+3×20	Whitu tekau 70=7×10
80	Huit-dix 80=8×10	Quatre-vingts 80=4×20	Eighty 80=8×10 (mutation du *ten*)	Pevar-ugent 80=4×20	Waru tekau 80=8×10
90	Neuf-dix 90=9×10	Quatre-vingt-dix 90=4×20+10	Ninety 90=9×10 (mutation du *ten*)	Dek ha pevar-ugent 90=10+4×20	Iwa tekau 90=9×10
100	Un-cent 100=1×100	Cent 100	One hundred 100=1×100	Kant 100	Kotahi rau 100=1×100 (mutation de *tahi*)

Tableau 2 : Exemples de significations du nom des nombres dans différentes langues

Dans cette approche plurilingue, Ester qui est professeur des écoles et formatrice a proposé à une classe de CE2/CM1 (2016/17) de travailler sur deux énigmes de numération : une énigme en breton (figure 4) puis l'énigme en maori présentée ci-dessus. Ester a également débuté sa séance par un « compte est bon » pour travailler sur la signification des chiffres dans un nombre. Après un travail sur la signification de l'énoncé, un travail individuel est demandé aux 23 élèves de la classe. Pour l'énigme en numération en breton, c'est la réponse b qui est attendue. La plupart des élèves qui ont su justifier la réponse ont donné les décompositions des nombres en référence au breton (figure 5).

Exercice 1 : Numération et langue bretonne

La suite proposée en toutes lettres ci-dessous est en breton.

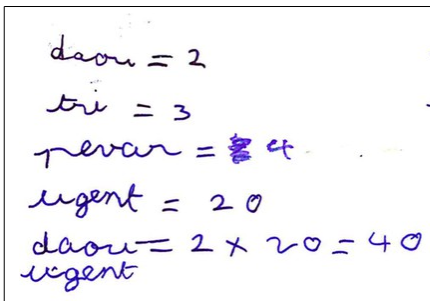
A quelle suite chiffrée cette suite correspond-elle ? Pourquoi ?

daou	tri	pevar	ugent	daou-ugent	tri-ugent	pevar-ugent

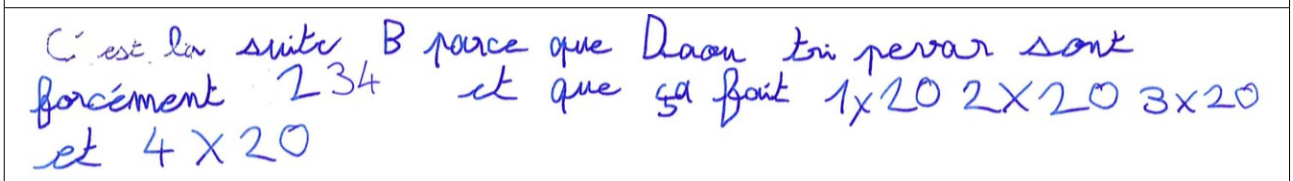
A	2	3	4	20	40	60	90
B	2	3	4	20	40	60	80
C	2	3	4	20	30	40	50

Figure 4 : Énigme sur la numération bretonne proposée à des élèves de CE2/CM1

5 La numération régulière est une traduction littérale en français ici.



Production de Sterenn (décomposition de tous les nombres)



Production de Leïla

Figure 5 : Exemples de travaux d'élèves de CE2/CM1 sur l'énigme sur la numération bretonne

L'analyse de la signification des numérations orales permet de travailler sur la signification de la numération décimale avec les groupements de puissances de 10 et la signification des chiffres dans les nombres. L'étude de numérations orales en anglais, breton, maori, etc. permet de donner du sens à la numération en français. Un point important nous semble à souligner : afin d'avoir un travail mathématique, il nous semble nécessaire d'utiliser des décompositions des nombres additives et multiplicatives écrites avec une modélisation mathématique. Par exemple, pour 18 en breton la signification mathématique est 18=3×6, pour 90 en français la signification mathématique est 90=4×20+10, etc. D'autres savoirs sont mobilisés dans ce type d'exercice, en lien avec la résolution de problèmes, le travail sur des aspects culturels et langagiers et sur des aspects de traduction écrite. En effet, la résolution de problèmes (en mathématiques et en langues) permet de travailler des aspects de communication, de verbalisation, d'argumentation, de justification des réponses, en travail individuel et en groupe. Concernant plus spécifiquement les savoirs culturels et langagiers, l'enjeu est de percevoir l'aspect culturel des savoirs mathématiques : en français et dans d'autres langues et cultures. Les mathématiques de la vie courante ont une forte valeur culturelle : le nombre, l'espace et le temps sont perçus très différemment d'une culture à une autre. Une approche plurilingue permet de se décentrer de la langue et de la culture de l'école en apportant une ouverture vers d'autres systèmes de représentations. Le choix des langues proposées n'est bien sur pas anodin. Dans le contexte observé ici, il est pertinent de mettre en parallèle le français comme langue nationale institutionnelle, l'anglais et le breton, langues d'enseignement et une langue « exotique » (le Maori). À ces langues peuvent s'ajouter, en fonction des contextes et des occasions, des langues parlées par certains élèves de la classe dans leur environnement familial. Enfin, le travail proposé dans ces exemples permet le renforcement voire la réhabilitation de deux types de tâches spécifiques à la didactique des langues souvent minorées à l'école primaire : la compréhension de l'écrit et la traduction. La nécessité de lire des énoncés dans une langue inconnue oblige les élèves à se concentrer sur les caractéristiques formelles (récurrence et ordre des mots à l'écrit) puisqu'ils ne peuvent se fonder, comme en français, sur la signification de mots déjà connus. La comparaison des énoncés est aussi l'occasion de réfléchir aux enjeux de la traduction : il s'agit de constater que le passage d'une langue à l'autre ne se fait pas « mot à mot ». On sait que cette capacité à ne pas calquer les règles lexicales et syntaxiques des langues apprises sur le modèle du français est une compétence essentielle, difficile à acquérir pour les élèves.

Conclusions et discussion

Concernant l'apprentissage des numérations orales, il nous semble que deux points sont à souligner. Tout d'abord, c'est l'analyse globale du nom des nombres, sans se limiter à de petits intervalles de nombres, qui permet « d'entendre » comment fonctionnent les numérations orales (au delà de cent et mille) et de comprendre les règles de la numération décimale. En français, il faut « entendre » le *deux-cents* pour comprendre le *vingt* comme deux paquets de dix. Ensuite, le travail mathématique sur les langues consiste à écrire en chiffres les décompositions des nombres que l'on entend en analysant les chiffres et l'opération en jeu (addition ou multiplication). Pour *soixante-dix*, c'est bien « 70=60+10 » que l'on entend alors qu'en mathématiques, on parle de 7 dizaines ou 7 paquets de 10 (70=7×10).Il nous semble que ces deux points sont pertinents pour l'apprentissage de la numération dès la classe de CP. L'intérêt d'un travail plurilingue d'éveil aux langues permet de se décentrer de la langue et culture française, de s'intéresser aux langues parlées par les élèves de la classe, et de manière générale aux langues et cultures du monde. Dès l'école maternelle, les enfants et les parents peuvent partager la manière de dire les chiffres, les nombres, la manière de compter sur ses doigts dans différentes cultures. Cette invitation des cultures du monde dans l'école nous semble très favorable à créer des échanges de savoirs afin de comprendre et de partager les objectifs et finalités de l'école aujourd'hui.

Références

Adler, J. (2010). La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques. In Gueudet G., Trouche L. (Eds.). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs, le cas des mathématiques* (p.23-37). Rennes : Presses Universitaires de Rennes et INRP.

Barton B., Fairhall U. & Trinick T. (1998). Tikanga Reo Tatai: Issues in the Development of a Maori Mathematics Register. *For The Learning of Mathematics* 18, 1 (3-9).

De Pietro, J.-F. (2003). La diversité au fondement des activités réflexives. *Repères, 28,* 161-185.

Gajo L. (2007). Enseignement d'une DNL en langue étrangère : de la clarification à la conceptualisation ». *Trema* 28, (37-48).

Journal Officiel de la République française (1990). *Les rectifications de l'orthographe.* Conseil Supérieur de la langue française.

Kervran, M., Poisard, C., Le Pipec, E, Sichler, M., & Jeudy-Karakoç, N. (2015). Langues minoritaires locales et conceptualisation à l'école : l 'exemple de l'enseignement des mathématiques en breton. In Kervran M., Blanchet, P. (dir). *Langues minoritaires locales et éducation à la diversité des dispositifs didactiques à l'épreuve.* L'harmattan, coll. Espaces Discursif, 65-82.

Kervran, M. (2011). Didactique convergente du langage et des langues à l'école primaire : le rôle de la mémoire didactique. *Revue française de pédagogie, 175*, 89-90.

Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche. (2016). *Mathématiques et maîtrise de la langue, cycles 3 et 4.* Eduscol.

Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche. (2015). *Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4).* Eduscol.

Mounier, E. (2012). Des modèles pour les numérations orales indo-européennes à usage didactique. Application à la numération parlée en France. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 17*, 27-58.

Poisard, C., Ní Ríordáin, M., & Le Pipec, E. (2015). Mathematics education in bilingual contexts : Irish-English, Breton-French. *Cerme 9 Congress of European Research in Mathematics Education*, Prague, République Tchèque.

Poisard, C., Kervran, M., Le Pipec, E., Alliot, S., Gueudet, G., Hili, H., Jeudy-Karadoc, N., & Larvol, G. (2014). Enseignement et apprentissage des mathématiques à l'école primaire dans un contexte bilingue breton-français. *Revue Spirale 54. 129-150.*