



HAL
open science

Naissance de la convection dans une cavité poreuse 3D soumise à des vibrations de hautes fréquences

Gérald Bardan, Grégory Pinaud, Abdelkader Mojtabi

► **To cite this version:**

Gérald Bardan, Grégory Pinaud, Abdelkader Mojtabi. Naissance de la convection dans une cavité poreuse 3D soumise à des vibrations de hautes fréquences. Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série IIb, Mécanique, 2001, 329 (4), pp.283-286. 10.1016/S1620-7742(01)01327-7 . hal-01868207

HAL Id: hal-01868207

<https://hal.science/hal-01868207>

Submitted on 5 Sep 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Open Archive Toulouse Archive Ouverte

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible

This is an author's version published in: <http://oatao.univ-toulouse.fr/20615>

Official URL:

[http://dx.doi.org/10.1016/S1620-7742\(01\)01327-7](http://dx.doi.org/10.1016/S1620-7742(01)01327-7)

To cite this version:

Bardan, Gérald and Pinaud Grégory and Mojtabi, Abdelkader
Naissance de la convection dans une cavité poreuse 3D soumise à des vibrations de hautes fréquences Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics, 04. pp. 283 - 286. ISSN 1620-7742

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator: tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr

Naissance de la convection dans une cavité poreuse 3D soumise à des vibrations de hautes fréquences

Gérald BARDAN, Grégory PINAUD, Abdelkader MOJTABI

Institut de mécanique des fluides de Toulouse, UMR INPT et UPS, UFR MIG, Université Paul Sabatier,
118 route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex, France
Courriel : bardan@imft.fr

Résumé. La naissance de la convection dans une cavité parallélépipédique, remplie d'un milieu poreux saturé par un fluide newtonien, chauffée par le bas et soumise à des vibrations harmoniques verticales de hautes fréquences est étudiée. Nous mettons en évidence une plus grande stabilité de la solution conductive avec l'augmentation de l'intensité des vibrations ainsi qu'une modification de la structure de l'écoulement naissant. © 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

vibrations / milieu poreux / stabilité

Onset of convection in porous cell submitted to high-frequency vibrations

Abstract. Analytical techniques are used to study the onset of convection in three-dimensional boxes of fluid saturated porous material heated from below and subjected to vertical high-frequency vibration. Increasing the vibration amplitude delays the onset of convection and may even create subcritical solutions so as generate different structures of flows. © 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

vibrations / porous medium / stability

1. Introduction

Si l'on trouve d'excellents travaux de synthèse sur la convection en milieu poreux [1], les travaux sur la convection vibrationnelle restent peu nombreux [2].

À quelques années de la mise en service de la station spatiale internationale, on assiste à un nombre important d'études traitant de l'influence du g-jitter sur la convection. Le g-jitter est une accélération parasite de l'ordre de 10^{-2} g avec une fréquence variant de 10^{-3} à une centaine de Hertz. Cette accélération peut être créée par les mouvements de l'équipage ou par le fonctionnement du matériel embarqué. Or l'un des objectifs de la station orbitale est justement de s'affranchir de la pesanteur afin de réaliser des expérimentations en gravité réduite. L'objectif de cette étude est fondamental : il s'agit de savoir comment ces vibrations du type g-jitter, présentes dans les stations orbitales, peuvent influencer les expériences embarquées. Il faut préciser que les vibrations jouent un rôle non seulement sur la stabilité linéaire mais également sur les phénomènes non-linéaires. Elles permettent entre autre de générer des mouvements oscillants sur des grandes échelles à travers les couches limites proches des parois vibrantes. Ces structures convectives jouent un rôle essentiel pour réduire ou amplifier les transferts convectifs.

Note présentée par René MOREAU.

2. Formulation mathématique

On étudie l'influence de vibrations mécaniques sur la naissance de la convection dans une cavité 3D parallélépipédique remplie d'un milieu poreux saturé par un fluide et chauffée par le bas. La cavité est de longueur l selon l'axe des x , L selon y et H selon z . Les parois horizontales sont maintenues à des températures T_1 en $z = 0$ et $T_2 < T_1$ en $z = H$. Les vibrations verticales imposées à la cavité induisent une accélération d'inertie d'entraînement sinusoïdale, de la forme $b\tilde{\omega}^2 \sin(\tilde{\omega}t)\vec{z}$ où b est l'amplitude du déplacement et $\tilde{\omega}$ la pulsation. On considère des vibrations de hautes fréquences ($\tilde{\omega} \rightarrow \infty$) avec de petites amplitudes b . On note que des vibrations de fréquence de l'ordre du Hertz vérifient généralement cette hypothèse. Dans cette situation, l'application de la méthode de moyennisation décrite par Gershuni et Lyubimov [2] permet de définir un système d'équations régissant les champs moyens de vitesse et de température. On appelle champ moyen d'une grandeur $f(t)$ sa valeur moyenne F sur une période de vibration et ce champ est défini par :

$$F = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau/2}^{t+\tau/2} f(s) ds$$

Dans le cadre de l'approximation de Boussinesq, les équations adimensionnelles régissant les champs moyens s'écrivent (le temps est adimensionnalisé par le temps de diffusion thermique et les longueurs par H) :

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$A \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} = -\nabla P + RaT\vec{z} + GP\vec{W} \cdot \nabla T\vec{z} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T = \Delta T \quad (3)$$

$$\nabla \wedge T\vec{z} = \nabla \wedge \vec{W} \quad (4)$$

Avec les conditions aux limites associées :

$$\vec{u} \cdot \vec{n}|_{\partial\Omega} = \vec{0}, \quad \vec{W} \cdot \vec{n}|_{\partial\Omega} = \vec{0} \quad \text{où } \partial\Omega \text{ désigne la frontière du domaine} \quad (5)$$

$$T|_{z=0} - 1 = T|_{z=1} = 0 \quad \forall(x, y) \quad (6)$$

$$\partial_x T|_{x=0} = \partial_x T|_{x=L_1} = 0 \quad \forall(y, z), \quad \partial_y T|_{y=0} = \partial_y T|_{y=L_2} = 0 \quad \forall(x, z) \quad (7)$$

Cette formulation décrite par Zen'kovskaya and Rogovenko [3] fait apparaître le champ \vec{W} qui constitue la partie solénoïdale de $T\vec{z}$ séparant les grandeurs à évolution lente des grandeurs à évolution rapide. Le problème obtenu dépend de cinq paramètres sans dimension : le nombre de Rayleigh $Ra = gK\beta H(T_1 - T_2)(\rho c)_f / \nu \lambda^*$; les rapports de formes $L_1 = l/H$ et $L_2 = L/H$ dans les directions respectives x et y orthogonales à la fois à la gravité et à la direction des vibrations ; $A = DaM/Pr^*$ et $GP = R^2 Ra^2 A / 2(A^2 \omega^2 + 1)$ qui évalue l'intensité des vibrations. $M = (\rho c)_f / (\rho c)^*$ est le rapport des chaleurs volumiques du fluide et de la matrice poreuse saturée par le fluide, Da le nombre de Darcy, Pr^* le nombre de Prandtl poreux, g l'accélération de la pesanteur, β le coefficient d'expansion thermique, ν la viscosité cinématique, λ^* la conductivité thermique équivalente du milieu poreux, ε la porosité normalisée, $R = b\omega^2/g$ le nombre de g , ω la pulsation adimensionnée et K la perméabilité. Dans un milieu poreux usuel A est de l'ordre de 10^{-6} . En l'absence de vibrations le terme $A \partial \vec{u} / \partial t$ est négligeable devant les autres. En présence de vibrations de hautes fréquences, ce terme doit être pris en compte dans l'établissement du formalisme moyenné.

3. Étude de stabilité

Il s'agit d'obtenir le nombre de Rayleigh critique au delà duquel il n'y a plus unicité de la solution de diffusion pure ($\vec{u} = \vec{0} = \vec{W}$ et $T = 1 - z$) pour le formalisme moyenné et donc le démarrage de la convection en présence d'un champ vibratoire. Le système d'équations aux perturbations est linéarisé puis résolu par la méthode de Galerkin en écrivant les perturbations sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} w &= \sum_p \sum_n \sum_m a_{p,n,m} \cos\left(\pi p \frac{x}{L_1}\right) \cos\left(\pi n \frac{y}{L_2}\right) \sin(\pi m z) \exp(I\Omega t) \\ \theta &= \sum_p \sum_n \sum_m b_{p,n,m} \cos\left(\pi p \frac{x}{L_1}\right) \cos\left(\pi n \frac{y}{L_2}\right) \sin(\pi m z) \exp(I\Omega t) \\ W_{Tz} &= \sum_p \sum_n \sum_m c_{p,n,m} \cos\left(\pi p \frac{x}{L_1}\right) \cos\left(\pi n \frac{y}{L_2}\right) \sin(\pi m z) \exp(I\Omega t) \end{aligned} \quad (8)$$

où Ω est un nombre réel, $I = \sqrt{-1}$ et w (respectivement W_{Tz}) la composante selon z de \vec{u} (respectivement \vec{W}_T). Le triplet (p, n, m) indique respectivement le nombre de rouleaux convectifs dans les directions x , y et z .

Les points de bifurcations primaires sont déterminés en annulant le déterminant de la matrice Jacobienne. On montre ainsi que le principe d'échange de stabilité s'applique et que le nombre de Rayleigh critique s'écrit :

$$Ra_c = \text{Min}_{(p,n,m)} \frac{\pi^2 (L_2^2 n^2 + L_1^2 p^2 + L_1^2 L_2^2 m^2)^3 + GP L_1^2 L_2^2 (L_2^2 n^2 + L_1^2 p^2)^2}{L_1^2 L_2^2 (L_2^2 n^2 + L_1^2 p^2) (L_2^2 n^2 + L_1^2 p^2 + L_1^2 L_2^2 m^2)} \quad (9)$$

On observe donc une plus grande stabilité de l'état de diffusion pure avec l'augmentation de l'intensité des vibrations puisque la valeur du nombre de Rayleigh critique augmente lorsque GP augmente. De plus le nombre de rouleaux convectifs lors de la naissance de la convection est affecté par les vibrations. Du fait de la dépendance du triplet (p, n, m) qui minimise Ra_c vis à vis de GP (9), les vibrations vont diminuer progressivement le nombre de rouleaux dans les directions x et y jusqu'à un seul rouleau dans chacune de ces directions puis vont augmenter le nombre de rouleaux dans la direction verticale z .

Nous avons développé une étude classique faiblement non linéaire pour préciser la nature de la bifurcation primaire dans le cas d'un cube $L_1 = L_2 = 1$. En l'absence de vibrations le mode prenant naissance en premier est le mode $(1, 1, 1)$ [4]. Nous étudions l'influence des vibrations sur la branche de bifurcation de ce mode dans le voisinage du point de bifurcation. Ceci suppose que $GP < 81\pi^2/2$ (voir équation (9)) pour que le mode naissant en premier soit le mode $(1, 1, 1)$ et non le mode $(1, 1, 2)$. Cette analyse est basée sur la méthode de Lyapounov-Schmidt avec une analyse multi-échelles [5]. La première bifurcation primaire est de type fourche et on obtient l'équation d'amplitude suivante :

$$a_1 \frac{\partial}{\partial t^{(2)}} Am = \frac{\pi^2}{4} Am \left(\frac{Ra - Ra_c(GP)}{\varepsilon^2} + b_1(GP) Am^2 \right)$$

où

$$a_1 = \frac{3}{8} (3A\pi^3 + 1)\pi, \quad b_1(GP) = \frac{1}{32} \pi^2 GP - \frac{27}{128} \pi^4$$

et Am désigne l'amplitude du mode naissant.

Lorsque $GP < 27\pi^2/4$, la bifurcation est de type fourche supercritique donc stable par contre lorsque $GP > 27\pi^2/4$, la bifurcation est de type fourche souscritique donc instable.

4. Conclusion

Notre étude analytique nous a permis de préciser que la première bifurcation rencontrée est stationnaire, que les vibrations stabilisent la solution de repos. Pour des intensités de vibrations suffisamment grandes, des structures bi-cellulaires et même multi-cellulaires verticales existent dès la naissance de la convection. La nature supercritique ou sous critique de la première bifurcation primaire est fonction de l'intensité des vibrations. On met ainsi en évidence un moyen de contrôle de la naissance de la convection par l'action des vibrations.

Références bibliographiques

- [1] Nield D.A., Bejan A., Convection in Porous Media, Springer-Verlag, 1998.
- [2] Gershuni G.Z., Lyubimov D.V., Thermal Vibrational Convection, Wiley, 1998.
- [3] Zen'kovskaya S.M., Rogovenko T.N., Filtration convection in a high-frequency vibration field, J. Appl. Mech. Techn. Phys. 40 (1999) 379–385.
- [4] Kimura S., Straus J.M., Schubert G., Time dependant convection in fluid saturated porous cube heated from below, J. Fluid Mech. 207 (1989) 153–189.
- [5] Golubitsky M., Schaeffer D.G., Singularities and Groups in Bifurcation Theory, Springer-Verlag, New York, 1985.