



**HAL**  
open science

# Technique d'homogénéisation pour un stent en cas de d'AAA

Marie Rebouah, A. Bel-Brunon, Alain Combescure

► **To cite this version:**

Marie Rebouah, A. Bel-Brunon, Alain Combescure. Technique d'homogénéisation pour un stent en cas de d'AAA. 22ème Congrès Français de la Mécanique, Aug 2015, Lyon, France. hal-01864310

**HAL Id: hal-01864310**

**<https://hal.science/hal-01864310>**

Submitted on 29 Aug 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Technique d'homogénéisation pour un *stent* en cas de d'AAA.

M. REBOUAH, A. BEL-BRUNON, A. COMBESURE

Université de Lyon, INSA-Lyon, LaMCoS, CNRS UMR5259, 18-20 rue des sciences,  
F-69621 Villeurbanne, marie.rebouah@insa-lyon.fr

## Résumé :

*Cette étude présente une méthode d'homogénéisation appliquée à des endoprothèses (utilisées en cas d'AAA) afin de réduire le temps de calcul de ces structures complexes et rendre la simulation numérique de leur comportement en temps réel possible grâce à des images per-opératoires.*

## Abstract :

*This study present an homogeneization technic usefull for stent prosthesis (use in case of AAA) to reduce calculation time and make possible the numerical simulation in real time by means of per-operatory images*

**Mots clefs : Homogénéisation, endoprothèse, stent**

## 1 Contexte et Objectif

L'Anévrisme de l'Aorte Abdominale(AAA) est caractérisé par une dilatation locale et permanente d'une artère d'au moins 50 % de son diamètre nominal défini en tenant compte des conditions physiologiques du patient [1], conduisant à terme à une rupture, souvent fatale, de la paroi artérielle. La prévention de cette rupture consiste à mettre en place une endoprothèse (EP) dans le but de réduire la pression du sac anévrismal. L'EP (souvent appelée stent) est un composite constitué d'un renfort métallique (souvent de NiTi) de forme sinusoïdale et d'un textile semi-perméable orthotrope (tel que du Graft,PET) comme illustré sur la Fig 1 (PE). Le nombre de motifs du renfort correspond au nombre de période sur la circonférence de l'EP.

Les techniques d'imagerie scanner pré-opératoire et per-opératoire permettent de prendre en compte avec précision la géométrie de l'AAA propre à chaque patient. Il devient ainsi possible de déterminer et d'optimiser le type d'EP à utiliser pour chaque patient en temps réel. Dans ce sens, la simulation numérique du déploiement et de la réponse mécanique des différentes EP peu devenir un outil très utile pour la chirurgie endovasculaire. Néanmoins la structure géométrique complexe de EP entraine des temps de calculs

trop important pour pouvoir imaginer des simulations en temps réels. Cette étude propose donc une technique d'homogénéisation analytique et numérique pour déterminer le comportement équivalent d'une EP (Fig 1) afin de réduire les temps de calcul dans le cadre de l'élasticité linéaire. Les procédures d'homogénéisations sont présentées par la suite pour un tronçon de l'EP comme illustré sur la Fig 1.

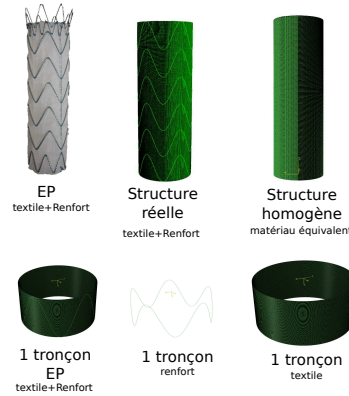


FIGURE 1 – Endoprothèse avec renfort sinusoïdale- géométrie associée pour les calculs éléments finis- un tronçon d'une EP

## 2 Procédure d'homogénéisation Analytique

Si l'on considère une procédure analytique, le comportement équivalent de l'EP est obtenu par sommation de deux matrices de comportement. La première matrice de comportement est celle qui permet de prendre en compte le comportement du textile (le plus souvent orthotrope), elle relie les déformations aux contraintes tel que :

$$\mathbf{H}_{\text{Textile}}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

où  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$  et  $G_{12}$  sont les caractéristiques matériau. La dépendance du comportement vis-à-vis de l'épaisseur est prise en compte par intégration, on obtient ainsi la matrice de comportement reliant les déformations aux efforts :

$$\mathbf{C}_{\text{Textile}} = \begin{bmatrix} \langle \mathbf{H}_{\text{Textile}} \rangle & \langle z \mathbf{H}_{\text{Textile}} \rangle \\ \langle z \mathbf{H}_{\text{Textile}} \rangle & \langle z^2 \mathbf{H}_{\text{Textile}} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_G \mathbf{H}_{\text{Textile}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{e_G^3}{12} \mathbf{H}_{\text{Textile}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

où  $e_G$  désigne l'épaisseur du textile.

La seconde matrice de comportement est celle du renfort métallique et s'obtient à partir des formules d'homogénéisation existantes des coques raidies. La technique de

*martinage* permet de prendre en compte le nombre de raidisseur répartis (nombre de motifs du renfort sinusoïdal) sur la circonférence d'une EP. En se plaçant dans le cadre de la théorie de Kirchhoff, la matrice de comportement homogénéisé d'une couche de raidisseurs reliant les efforts aux déformations s'écrit dans le repère local  $(s, \theta)$  :

$$\mathbf{C}_{\text{Renfort}}^{\text{local}} = \frac{\mathbf{1}}{L_{\text{motif}}} \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 & gEA & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & GA_r & 0 & 0 & \frac{g}{2}GA_r \\ gEA & 0 & 0 & EI + g^2EA & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g}{2}GA_r & 0 & 0 & \frac{GJ}{4} + g^2\frac{GA_r}{4} \end{bmatrix} \quad (3)$$

où  $E$  est le module d'Young des raidisseurs,  $A$  la section,  $A_r$  la section réduite à l'effort tranchant,  $I$  l'inertie de flexion,  $J$  le moment de torsion,  $g$  l'excentrement entre la couche de raidisseurs de la coque et  $L_{\text{motif}}$  la distance séparant deux raidisseurs (i.e. la largeur d'un motif). Lorsque le raidissage porte sur une direction  $\alpha$ , la matrice homogénéisée exprimée dans le repère global est obtenue par la rotation suivante :

$$\mathbf{C}_{\text{Renfort}}^{\text{global}} = \mathbf{Q} \mathbf{C}_{\text{Renfort}}^{\text{local}} \mathbf{Q}^T \quad (4)$$

où  $\mathbf{Q}$  désigne la matrice de rotation définie par :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{Q}} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \tilde{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) & \sin^2(\alpha) & -2\cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ \sin^2(\alpha) & \cos^2(\alpha) & 2\cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha)\sin(\alpha) & -\cos(\alpha)\sin(\alpha) & \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Ici, la coque est raidie dans les deux directions  $+\alpha$  et  $-\alpha$ . Ainsi, on effectue l'homogénéisation en deux phases :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\text{Renfort}}^{\text{global}}(+\alpha) &= \mathbf{Q}(+\alpha) \mathbf{C}_{\text{Renfort}}^{\text{local}} \mathbf{Q}^T(+\alpha) \\ \mathbf{C}_{\text{Renfort}}^{\text{global}}(-\alpha) &= \mathbf{Q}(-\alpha) \mathbf{C}_{\text{Renfort}}^{\text{local}} \mathbf{Q}^T(-\alpha) \end{aligned} \quad (6)$$

Puis, la matrice de comportement complète exprimée dans le repère global s'obtient par superposition  $\mathbf{C}_{\text{Renfort}} = \mathbf{C}_{\text{Renfort}}^{\text{global}}(+\alpha) + \mathbf{C}_{\text{Renfort}}^{\text{global}}(-\alpha)$ .

Le comportement du matériau équivalent est finalement par superposition de ces deux matrices de comportement tel que  $\mathbf{C} = \mathbf{C}_{\text{Renfort}} + \mathbf{C}_{\text{textile}}$

**Résultats et Conclusions :** Les premières simulations réalisées avec cette technique d'homogénéisation présente des limites, liées au nombre de raidisseur présent sur la circonférence du composite. Si l'on considère un essai de traction simple sur un tronçon de stent (un seul renfort sinusoïdal dans la hauteur) pour lequel on représente 5 et 20 motifs (i.e. 5 et 20 périodes). Les matériaux équivalent sont soumis au même cas de chargement que les structures réelles. La table ci dessous présente les résultats obtenus :

	20 motifs	5 motifs	homogénéisation 20 motifs	homogénéisation 5 motifs
Energie de dé- formation (mJ) TS	752 343	130 098	774 954 (3.0%)	137 603 (5.7%)
Energie de dé- formation (mJ) Pression	157 448	226 505	185 075 (15.0%)	232 593 (2.7%)
Energie de dé- formation (mJ) Torsion	254 212	82 890	234 230 (7.8%)	49 388 (40.0%)

On observe ainsi que le nombre de motifs représentés sur la circonférence d'un tronçon de l'EP influence les résultats obtenus. Dans l'ensemble il apparait que plus le nombre de raidisseur est important plus le matériau équivalent sera correctement représenté. Néanmoins cette observation dépend des cas de chargements considérés. Si L'EP n'est pas soumise à de la torsion alors le nombre de raidisseur ne doit pas nécessairement être élevé. Cette méthode d'homogénéisation peut donc être parfaitement adaptée en fonction des cas de chargement que l'on souhaite reproduire.

### 3 Procédure d'homogénéisation Numérique

L'homogénéisation numérique permet de déterminer tous les termes de la matrice de comportement  $C$  qui relie les efforts aux déformations en considérant différents cas de chargement. Puisque l'EP présente une géométrie de révolution, les déformations de Fourier pour un cylindre sont considérées en membrane  $\epsilon^m$  :

$$\epsilon_{ss}^m = \frac{\partial u}{\partial z} \quad \epsilon_{\theta\theta}^m = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} - w \right) \quad \epsilon_{s\theta}^m = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \quad (7)$$

et en flexion  $\epsilon^f$  :

$$\epsilon_{ss}^f = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad \epsilon_{\theta\theta}^f = \frac{1}{r^2} \left( -\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \quad \epsilon_{s\theta}^f = -\frac{2}{r} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (8)$$

Où  $u, v, -w$  sont les déplacements associés respectivement dans le repère  $(r, \theta, z)$  du cylindre. De même, les indices  $ss, \theta\theta, s\theta$  représentent respectivement la direction axiale ( $z$ ), circonférentielle ( $\theta$ ) et le cisaillement. 6 cas de chargements sont donc choisis de façon à ce que chacune des déformation de membranes et de flexion soient indépendante, et quand cela est possible constantes. Les cas de chargement sont ainsi appliqués à la structure réelle d'un tronçon d'EP, les efforts et les moments (dénnotés par le vecteur  $N$ ) de chaque éléments peuvent être extrais à partir de la simulation numérique. Grâce au principe d'équivalence en énergie ( $\mathcal{W} = \mathcal{W}^*$ ), chaque cas de chargement permet de déterminer une colonne de la matrice de comportement. Puisque l'on se place dans

le cadre de l'élasticité linéaire on obtient directement pour les éléments coques (qui représentent le textile) :

$$\int N.\epsilon dS = \int N^*.\epsilon^* dS = \int \epsilon^*.\mathbf{C}^*.\epsilon^* dS \quad (9)$$

Pour les éléments poutre (qui représentent le renfort métallique) on obtient donc :

$$\int N.\epsilon dl = \int N^*.\epsilon^* dS = \int \epsilon^*.\mathbf{C}^*.\epsilon^* dS \quad (10)$$

Si l'on considère un cas de chargement qui correspond à de la traction simple (seul  $\epsilon_{ss}^m$  est non nul) on obtient, directement à partir des équations 9 et 10 :

$$C_{textile}^* = \frac{1}{2\pi r L} \int N(\theta, z) r d\theta dz \quad (11)$$

$$C_{renfort}^* = \frac{1}{2\pi r L} \int N(\theta, z) dl \quad (12)$$

Au final pour obtenir le comportement équivalent de l'EP il suffit de sommer les deux matrices de comportements ( $C^* = C_{textile}^* + C_{renfort}^*$ ). En appliquant le même raisonnement pour les 5 autres cas de chargement on obtient  $\mathbf{C}^*$

**Résultats et Conclusions :** Si l'on considère le même cas de chargement sur les deux tronçons d'EP comme précédemment (i.e. 5 et 20 motifs) ainsi que sur les matériaux équivalents correspondant les résultats obtenus montrent que l'homogénéisation numérique permet aussi d'obtenir de bons résultats comme présenté dans la table ci-dessous :

	20 motifs	5 motifs	homogénéisation 20 motifs	homogénéisation 5 motifs
Energie de déformation (mJ) TS	752 343	130 098	733 462 (2.5%)	111 117 (14.5%)
Energie de déformation (mJ) Pression	157 448	226 505	197 179 (25.2%)	213 338 (5.8%)
Energie de déformation (mJ) Torsion	254 212	82 890	251 317 (1.1%)	82 045 (1.0%)

Si l'on observe l'erreur commise par rapport à la structure réelle il apparaît que cette méthode d'homogénéisation représente dans l'ensemble tous les cas de chargements indépendamment du nombre de motifs. Le cas de chargement en torsion est particulièrement bien pris en compte. Les cas de chargement en traction simple et en pression interne sont sensibles aux nombres de motifs à prendre en compte sur la circonférence.

### 3 Conclusions

Les premiers résultats obtenus par homogénéisation permettent de réaliser des simulations pour lesquelles le comportement mécanique du matériau équivalent est proche de celui de la structure réelles, avec des temps de calculs fortement réduits. Il est important de noter que les termes de la matrice qui correspondent à la flexion sont négligeables par rapport au termes de membrane quand on considère les structures géométriques des EP. La qualité de l'homogénéisation dépend principalement des cas de chargements auxquels le matériau est soumis et de la structure de l'EP. Le choix le plus pertinent dépend donc des cas de chargement que l'on souhaite reproduire au mieux. Afin d'optimiser ces méthodes il faut à présent prendre en compte le comportement réel des matériaux et plus particulièrement celui du renfort métallique qui est celui d'un NiTi. La procédure d'homogénéisation doit être adaptée pour pouvoir prendre en compte une loi d'Auricchio [2] par exemple.

## Références

[1] K. W. Johnston, R. B. Rutherford, M. D. Tilson, D. M. Shah, L. Hollier, J. C. Stanley. Suggested standards for reporting on arterial aneurysms. *Journal of Vascular Surgery*, 13(3) :452–458, 1991.

[2] F. Auricchio, R.L. Taylor, J. Lubliner, Shape-memory alloys : macromodelling and numerical simulations of the superelastic behavior, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng* 146 (1997) 281–312.