



HAL
open science

Calcul de la propagation d'onde de cisaillement dans un milieu quasi incompressible non linéaire : application à l'élastographie

Wenfeng Ye, Aline Bel-Brunon, Stefan Catheline, Michel Rochette, Alain Combescure

► **To cite this version:**

Wenfeng Ye, Aline Bel-Brunon, Stefan Catheline, Michel Rochette, Alain Combescure. Calcul de la propagation d'onde de cisaillement dans un milieu quasi incompressible non linéaire : application à l'élastographie. 22ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2015, Lyon, France. hal-01864237

HAL Id: hal-01864237

<https://hal.science/hal-01864237>

Submitted on 29 Aug 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Calcul de la propagation d'onde de cisaillement dans un milieu quasi incompressible non linéaire : application à l'élastographie

Wenfeng Ye ^{a,c}, Aline Bel-Brunon^a, Stefan Catheline^b, Michel Rochette^c, et Alain Combescure^a

a. INSA-Lyon, LaMCoS UMR5259, France {wenfeng.ye,alain.combescure, aline.bel-brunon}@insa-lyon.fr

b. INSERM LabTAU Unit 1032, France stefan.catheline@inserm.fr

c. ANSYS, France michel.rochette@ansys.com

Résumé :

L'élastographie transitoire est utilisée pour déterminer le comportement des tissus mous ; elle s'appuie sur la mesure de la vitesse de propagation des ondes de cisaillement. Dans ce travail, nous présentons un modèle éléments finis permettant la simulation de la propagation des ondes dans un tissu mou incompressible, utilisant une intégration temporelle semi-explicite pour réduire le coût de ce calcul. Ce modèle numérique permet d'améliorer la compréhension des résultats expérimentaux de l'élastographie transitoire.

Mots clefs : Élastographie, éléments finis, incompressibilité, propagation d'ondes

1 Introduction

L'élastographie transitoire [1] est une technologie pour estimer la rigidité des tissus biologiques *in-vivo*. La raideur élastique du milieu (module d'Young) est déduit de la mesure de la vitesse de propagation de l'onde transitoire de cisaillement.

L'utilisation d'un modèle numérique pour la propagation des ondes permettrait d'améliorer l'exploitation des mesures par élastographie transitoire. Néanmoins, la quasi-incompressibilité des tissus provoque du verrouillage volumétrique. De plus, l'apparition d'une onde de compression préalable à l'onde de cisaillement et environ mille fois plus rapide, augmente largement le temps de calcul car elle réduit le pas de temps d'un calcul explicite.

Dans ce travail, nous présentons une intégration temporelle semi-explicite : cette méthode traite l'onde de pression en implicite et l'onde de cisaillement en explicite. Avec une formulation mixte $u - p$, les résultats obtenus pour la propagation d'ondes dans un tissu quasi-incompressible sont précis. Cette méthode peut être utilisée pour étudier l'influence de divers facteurs (conditions aux limites, hétérogénéités, etc.) dans les expériences d'élastographie transitoire.

2 Méthode

2.1 Formulation mixte $u - p$

En formulation mixte $u - p$, la pression \mathbf{p} constitue la variable de contrainte et est discrétisée comme le déplacement \mathbf{u} . Dans ce travail, nous avons choisi les éléments triangulaires avec interpolation linéaire de la pression et du déplacement.

La forme typique d'une équation d'équilibre en formulation mixte est :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\tilde{\mathbf{M}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{a}} \\ \bar{\mathbf{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{dev} & \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{u}} \\ \bar{\mathbf{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (1)$$

avec \mathbf{F} le vecteur de force externe, \mathbf{M} , $\tilde{\mathbf{M}}$ et \mathbf{K}_{dev} les matrices de masse, masse volumique et raideur déviatorique respectivement, et \mathbf{Q} un opérateur [2].

2.2 L'intégration semi-explicite

Nous écrivons la première ligne de l'équation (1) à l'instant $t = t_n$ [3] :

$$\bar{\mathbf{a}}_n = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_n - \mathbf{K}_{dev}\bar{\mathbf{u}}_n - \frac{1}{2}\mathbf{Q}\bar{\mathbf{p}}_{n-1/2} - \frac{1}{2}\mathbf{Q}\bar{\mathbf{p}}_{n+1/2}) \quad (2)$$

En introduisant la vitesse intermédiaire $\bar{\mathbf{v}}^*$, l'équation ci-dessus est découpée en :

$$\mathbf{M} \frac{\bar{\mathbf{v}}^* - \bar{\mathbf{v}}^{n-1/2}}{\Delta t} = \mathbf{F}_n - \mathbf{K}_{dev}\bar{\mathbf{u}}_n - \frac{1}{2}\mathbf{Q}\bar{\mathbf{p}}_{n-1/2} \quad (3a)$$

$$\mathbf{M} \frac{\bar{\mathbf{v}}^{n+1/2} - \bar{\mathbf{v}}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{2}\mathbf{Q}\bar{\mathbf{p}}_{n+1/2} \quad (3b)$$

Notons que l'équation (3a) peut être calculée facilement, et avant de calculer (3b), nous écrivons la deuxième ligne de l'équation (1) à l'instant $t = t_{n+1/2}$:

$$\tilde{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{p}}_{n+1/2} \simeq \frac{1}{2}\mathbf{Q}^T(\bar{\mathbf{u}}_n + \bar{\mathbf{u}}_{n+1}) = \mathbf{Q}^T(\bar{\mathbf{u}}_n + \frac{\Delta t}{2}\bar{\mathbf{v}}_{n+1/2}) \quad (4)$$

Dans l'expression ci-dessus, $\bar{\mathbf{v}}_{n+1/2}$ est encore inconnue. Par substitution dans l'équation (3b), nous avons :

$$(\tilde{\mathbf{M}} + \frac{\Delta t^2}{4}\mathbf{Q}^T\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q})\bar{\mathbf{p}}_{n+1/2} = \mathbf{Q}^T(\bar{\mathbf{u}}_n + \frac{\Delta t}{2}\bar{\mathbf{v}}^*) \quad (5)$$

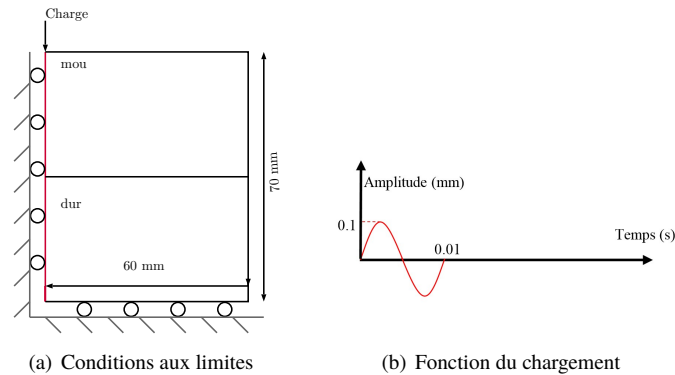


FIGURE 1 – Modèle de plaque plane proposé

La vitesse finale peut être finalement réactualisée par l'équation (3b).

Dans ce schéma, l'onde de compression est traitée implicitement et l'onde de cisaillement reste en explicite. Par conséquent, la condition de stabilité n'est déterminée que par la vitesse d'onde de cisaillement, ce qui conduit à une amélioration significative de la taille de pas de temps. Notons qu'une procédure d'inversion de la matrice (eq. 5) est néanmoins nécessaire.

3 Résultats numériques

Nous considérons une plaque en déformation plane composée par deux matériaux (Fig.1(a)). Un déplacement vertical est imposé au coin supérieur gauche (Fig. 1(b)). Ce modèle permet de vérifier la bonne simulation de la propagation des ondes dans un milieu quasi-incompressible hétérogène.

Un modèle hyper-élastique neo-hookéen est utilisé et les propriétés sont choisies similaires aux tissus mous [4] : $C_{10}^{mou} = 0.001 \text{ MPa}$, $C_{10}^{dur} = 0.005 \text{ MPa}$, les autres paramètres sont communs pour les deux matériaux : $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ et $D = 0.2 \text{ MPa}^{-1}$ (coefficient de Poisson $\nu = 0.4999$). Sous l'hypothèse d'une déformation infinitésimale, on peut en déduire la vitesse de l'onde de cisaillement dans les deux milieux : $V_s^{mou} = 1.41 \text{ m/s}$, $V_s^{dur} = 3.16 \text{ m/s}$.

Le maillage utilisé contient 5641 nœuds et 11020 éléments. Le pas de temps est fixé à 1.0^{-4} qui est 20 fois plus grand que celui obtenu par un schéma par différence centrée en explicite.

La fig.2 présente le champ de déplacement vertical des nœuds sur le bord gauche (ligne rouge dans la Fig.1(a)). La fig.2(a) reprend la représentation typique d'expériences élastographiques, dans laquelle les déplacements dus à la propagation des ondes de cisaillement sont utilisés pour déterminer la vitesse de propagation (pente de la bande de couleur sombre) puis en déduire la rigidité des tissus mous. La fig.2(b) présente les résultats plus clairement, chaque ligne représente l'évolution de la position verticale

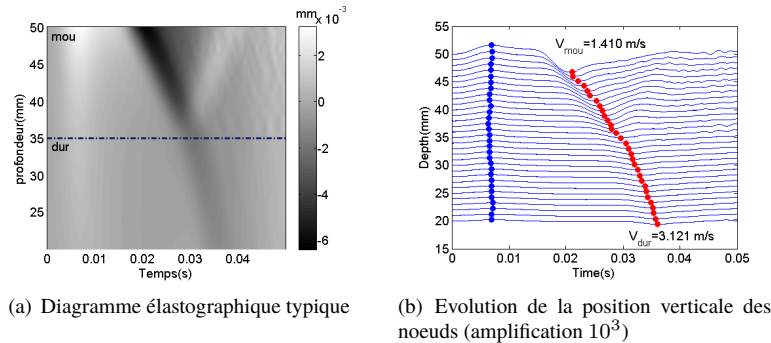


FIGURE 2 – Propagation des ondes simulée par le modèle proposé

d'un nœud à une profondeur donnée. Pour s'affranchir de l'effet de bord, seule une partie de nœuds (hauteur initiale entre 20 à 50mm) est tracée. Les valeurs extrêmes de chaque déplacement sont marqués par des points de couleur. Les sommets bleus illustrent la propagation de l'onde de compression qui est presque instantanée ; les vallées de points rouges représentent l'onde de cisaillement, plus lente. Comme nous pouvons constater le changement de la pente entre deux matériaux peut être observée clairement ; la réflexion générée par l'interface est également nettement visible (Fig.2(a)).

Une régression linéaire simple conduit à la détermination de V_s^{mou} et V_s^{dur} ; les valeurs obtenues correspondent aux valeurs théoriques déterminées à partir des paramètres matériaux définis.

4 Conclusion

Nous avons présenté une méthode adaptable pour simuler des problèmes élastographiques. Cette méthode permet d'utiliser un grand pas de temps dans l'intégration temporelle du modèle quasi-incompressible. Cette méthode peut être aussi étendue aux problèmes 3D pour donner une meilleure compréhension des expérimentations élastographiques.

Références

- [1] Catheline, S., Wu, F., and Fink, M. (1999). A solution to diffraction biases in sonoelasticity : the acoustic impulse technique. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 105(5), 2941-2950.
- [2] Zienkiewicz, OC and Rojek, J and Taylor, RL and Pastor, M. *Triangles and tetrahedra in explicit dynamic codes for solids*, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 43, 565–583, 1998.

- [3] Lahiri, S. K., Bonet, J., Peraire, J., and Casals, L. (2005). A variationally consistent fractional time step integration method for incompressible and nearly incompressible Lagrangian dynamics. *International journal for numerical methods in engineering*, 63(10), 1371-1395.
- [4] Stéphane, A. *Thèse : Traitement du signal et simulations pour l'élastographie ultrasonore impulsionnelle appliquée au foie*, Télécom ParisTech, 2011.