



HAL
open science

Théorie des Matrégraphes ou Fusion Matrices-Graphes

Abdoul Kader Adamou

► **To cite this version:**

| Abdoul Kader Adamou. Théorie des Matrégraphes ou Fusion Matrices-Graphes. 2018. hal-01852091

HAL Id: hal-01852091

<https://hal.science/hal-01852091>

Preprint submitted on 31 Jul 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*A la découverte d'un nouvel univers
des mathématiques appliquées pour
les scientifiques et ingénieurs*

THEORIE DES MATRÉGRAPHES ou Fusion Matrices-Graphes

	2	+	2	-	2	+	2	-	2	+	2	-	2	+	5
-	2		4	←	4	←	4	←	4	←	4	←	4	←	4
+	2	4		7		7		7		7		7		7	
-	2	4	7		3		3		3		3		3		3
+	2	4	7	3		1		1		1		1		1	
-	2	4	7	3	1		6		6		6		6		6
+	2	4	7	3	1	6		-5		-5		-5		-5	
-	2	4	7	3	1	6	-5		-11		-11		-11		-11

Abdoul Kader ADAMOU

*A la découverte d'un nouvel univers
des mathématiques appliquées
pour les scientifiques et ingénieurs*

THEORIE DES MATRÉGRAPHES ou Fusion Matrices-Graphes

Abdoul Kader ADAMOU

A propos de l'auteur

Abdoul Kader ADAMOU

Ingénieur - Chercheur en Mathématiques appliquées

Projet : **Recherche Maths & Innovation (Remain)**

akadisagar@gmail.com

Niamey - Niger

(Biographie de l'auteur à la page 89)

“ Ce qui n'a pas existé hier existe aujourd'hui et ce qui n'existe pas aujourd'hui existera demain.

Ce qui était impossible hier est devenu possible aujourd'hui et ce qui est impossible aujourd'hui deviendra possible demain.

Notre mode de vie d'hier a changé aujourd'hui et celui d'aujourd'hui changera demain.

Et tout cela grâce en partie à la science.

Pour pouvoir évoluer, cette science nous donne le droit de penser librement, d'avancer des idées mais en exigeant toujours de nous des justifications.

C'est dans cet ordre d'idées qu'est née ma nouvelle théorie de mathématiques appliquées intitulée *Théorie des Matrégraphes ou Fusion Matrices-Graphes* que je vous invite à découvrir. C'est un livre qui nous lance dans l'exploration d'un nouvel univers des mathématiques appliquées pour accompagner le développement des sciences et technologie. L'ouvrage est écrit avec des explications très détaillées qui sont appuyées par des exemples et des exercices corrigés dans le souci de faciliter la compréhension de cette nouvelle théorie. Je vous en souhaite bonne lecture ! ”

Abdoul Kader ADAMOU

A propos du livre

Théorie des Matrégraphes ou Fusion Matrices-Graphes.

Livre électronique créé en juin 2018

1^{ère} Publication relative au projet Romain (Recherche Maths & Innovation)

ISBN : 978-2-9565428-0-3

Dépôt légal : à date de parution

Table des matières

Introduction.....	5
I. Présentation d'un matrégraphe :.....	6
1. Définition d'un matrégraphe :.....	6
2. Parité d'un matrégraphe :.....	6
3. Présentation de la structure générale d'un matrégraphe pair:	6
4. Présentation de la structure générale d'un matrégraphe impair:	11
II. Présentation de trois catégories de matrégraphe :	11
1. Matrégraphe homogène :.....	12
1.1. Matrégraphe homogène pair (MHP) :.....	12
1.1.1. Forme détaillée d'un matrégraphe homogène pair (MHP):.....	12
1.1.2. Propriété des matrégraphe homogènes pairs (MHP) :	12
1.1.3. Forme condensée d'un matrégraphe homogène pair (MHP) :	14
1.2. Matrégraphe homogène impair (MHI) :.....	17
1.2.1. Forme détaillée d'un matrégraphe homogène impair (MHI) :.....	17
1.2.2. Propriété des matrégraphe homogènes impairs (MHI):.....	18
1.2.3. Forme condensée d'un matrégraphe homogène impair (MHI) :	20
2. Matrégraphe hétérogène de type 1 :.....	22
2.1. Matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH ₁ P):	22
2.1.1. Forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH ₁ P)	22
2.1.2. Propriété des matrégraphe hétérogènes de type 1 pairs (MH ₁ P):	23
2.1.3. Forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH ₁ P).....	25
2.2. Matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH ₁ I) :	26
2.2.1. Forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH ₁ I)	26
2.2.2. Propriété des matrégraphe hétérogènes de type 1 impair (MH ₁ I).....	27
2.2.3. Forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH ₁ I).....	29
3. Matrégraphe hétérogène de type 2 :.....	30
3.1. Matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH ₂ P) :	30
3.1.1. Forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH ₂ P)	30
3.1.2. Propriété des matrégraphe hétérogènes de type 2 pair (MH ₂ P) :	30
3.1.3. Forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH ₂ P).....	32
3.2. Matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH ₂ I) :	33
3.2.1. Forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH ₂ I)	33
3.2.2. Propriété des matrégraphe hétérogènes de type 2 impair (MH ₂ I) :	34
3.2.3. Forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH ₂ I).....	35
4. Exercices résolus:	36
III. Propriétés relatives à la fusion des matrégraphe :	46
IV. Champs d'application de la théorie des matrégraphe :.....	53
1. Exercices résolus:	53
Conclusion:	87
Bibliographie:	88

Introduction

Le mot “matrégraphe” est issu de la fusion de deux termes déjà connus dans le domaine des sciences mathématiques à savoir les matrices et les graphes.

L’objectif principal visé dans les travaux de recherche effectués était de fusionner les matrices et les graphes afin de concevoir un algorithme qui soit capable de réduire les opérations d’un grand nombre de valeurs en opérations de petit nombre de valeurs pour obtenir rapidement un même résultat.

Le matrégraphe constitue un nouvel outil mathématique qui utilise simultanément les matrices et les graphes. Mais il se penche beaucoup plus sur leurs formes que sur l’étude de leurs théories. Le matrégraphe a en effet dans son univers ses propriétés et ses règles d’étude qu’on utilise pour résoudre divers problèmes.

Les champs d’application de cette nouvelle théorie sont nombreux et variés. En effet, la théorie, en passant par la physique et la chimie trouve son application dans les domaines comme l’informatique, les télécommunications, l’électricité, la cryptographie, la mécanique, le transport,....etc

L’ouvrage s’adresse par conséquent aux scientifiques, ingénieurs, professeurs et étudiants des branches scientifiques et d’ingénierie et enfin à toute personne amatrice de jeux mathématiques étant donné que la théorie a aussi une facette d’amusement.

Le présent ouvrage s’articule autour des quatre principaux points suivants :

- Présentation d’un matrégraphe
- Présentation de trois catégories de matrégraphe
- Propriétés relatives à la fusion des matrégraphes
- Champs d’application de la théorie des matrégraphes.

Des exercices résolus touchant divers domaines des sciences et technologie sont fournis dans ce livre pour initier les chers lecteurs à l’application de cette nouvelle théorie et aussi pour ouvrir des pistes de réflexion aux scientifiques et aux ingénieurs afin qu’ils puissent apporter un plus dans leurs domaines respectifs. Ces exercices amèneront également les étudiants des branches scientifiques et les élèves ingénieurs à voir leurs domaines de formation sous un autre angle du savoir et à améliorer leurs connaissances.

I. Présentation d'un matrégraphe :

1. Définition d'un matrégraphe :

Un matrégraphe est un tableau carré de nombres réels dans lequel le nombre se situant à la n^{ème} ligne et n^{ème} colonne provient toujours des autres réels par opérations arithmétiques internes qui suivent l'allure d'un graphe.

2. Parité d'un matrégraphe :

Un matrégraphe est dit pair si le nombre total de ligne = au nombre total de colonne = nombre entier naturel pair (n ≥ 2).

Le matrégraphe est dit impair si le nombre total de ligne = au nombre total de colonne = nombre entier naturel impair (n ≥ 3).

3. Présentation de la structure générale d'un matrégraphe pair:

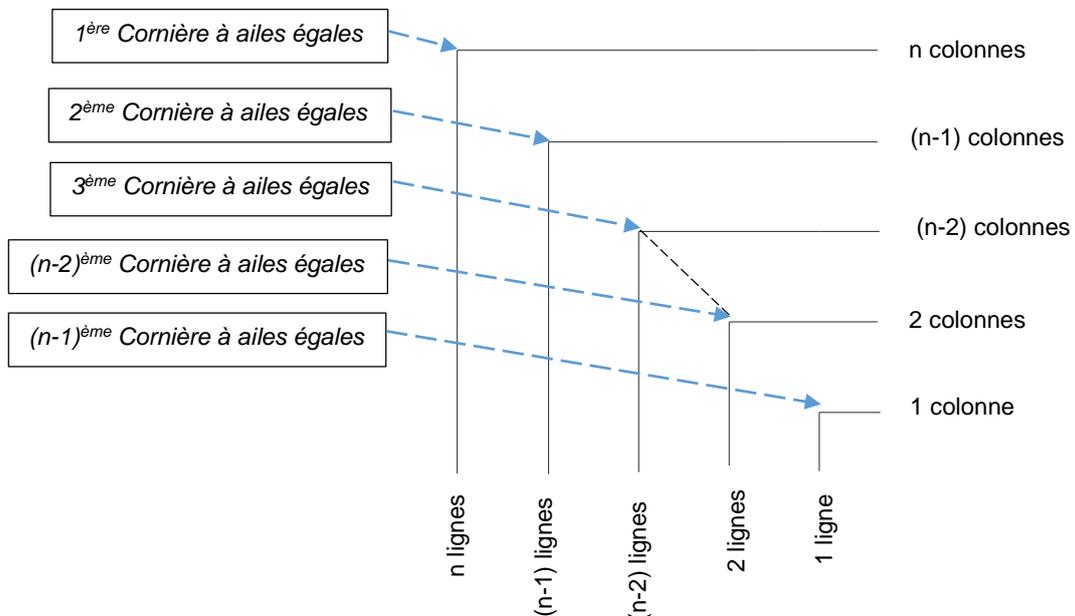
Nous allons voir étape par étape comment former la structure d'un matrégraphe pair :

- **Etape 1 :** présenter une matrice à n lignes et n colonnes (avec n = nombre entier naturel pair) en laissant vide la n^{ème} ligne et n^{ème} colonne.

Soient $X_{Ci}^{Li}; Y_{Ci}^{Li}; Z_{Ci}^{Li}; \dots; V_{Ci}^{Li}; W_{Ci}^{Li}; K_{Cn}^{Ln} \in \mathbb{R}$ où $L_i = i^{\text{ème}} \text{ ligne}$ et $C_i = i^{\text{ème}} \text{ colonne}$ avec $\sum L_i = \sum C_i = n$ (qui est un nombre entier naturel pair ≥ 2), la matrice est alors la suivante :

$$\begin{array}{cccccccc}
 X_1^1 & X_2^1 & X_3^1 & X_4^1 & \dots & X_{n-2}^1 & X_{n-1}^1 & X_n^1 \\
 X_1^2 & Y_2^2 & Y_3^2 & Y_4^2 & \dots & Y_{n-2}^2 & Y_{n-1}^2 & Y_n^2 \\
 X_1^3 & Y_2^3 & Z_3^3 & Z_4^3 & \dots & Z_{n-2}^3 & Z_{n-1}^3 & Z_n^3 \\
 X_1^4 & Y_2^4 & Z_3^4 & & & & & \\
 & & & & & & & \\
 X_1^{n-2} & Y_2^{n-2} & Z_3^{n-2} & & & V_{n-2}^{n-2} & V_{n-1}^{n-2} & V_n^{n-2} \\
 X_1^{n-1} & Y_2^{n-1} & Z_3^{n-1} & & & V_{n-2}^{n-1} & W_{n-1}^{n-1} & W_n^{n-1} \\
 X_1^n & Y_2^n & Z_3^n & & & V_{n-2}^n & W_{n-1}^n &
 \end{array}$$

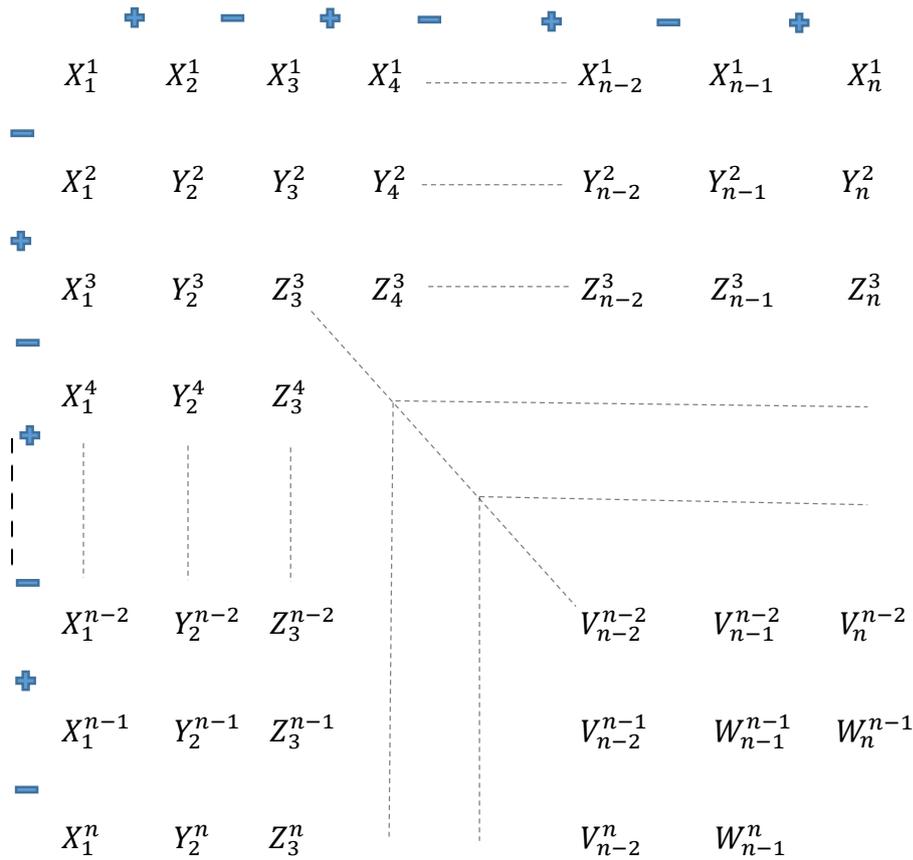
- Ces nombres réels présentés s'appellent opérandes ou nombres indépendants.
- En observant bien cette matrice, on peut constater que les nombres réels forment des images de cornières à ailes égales dont les dimensions diminuent au fur et à mesure qu'on s'approche de la $n^{\text{ème}}$ ligne et $n^{\text{ème}}$ colonne.



➤ **Etape 2** : Alternance d'opérateurs (-) et (+)

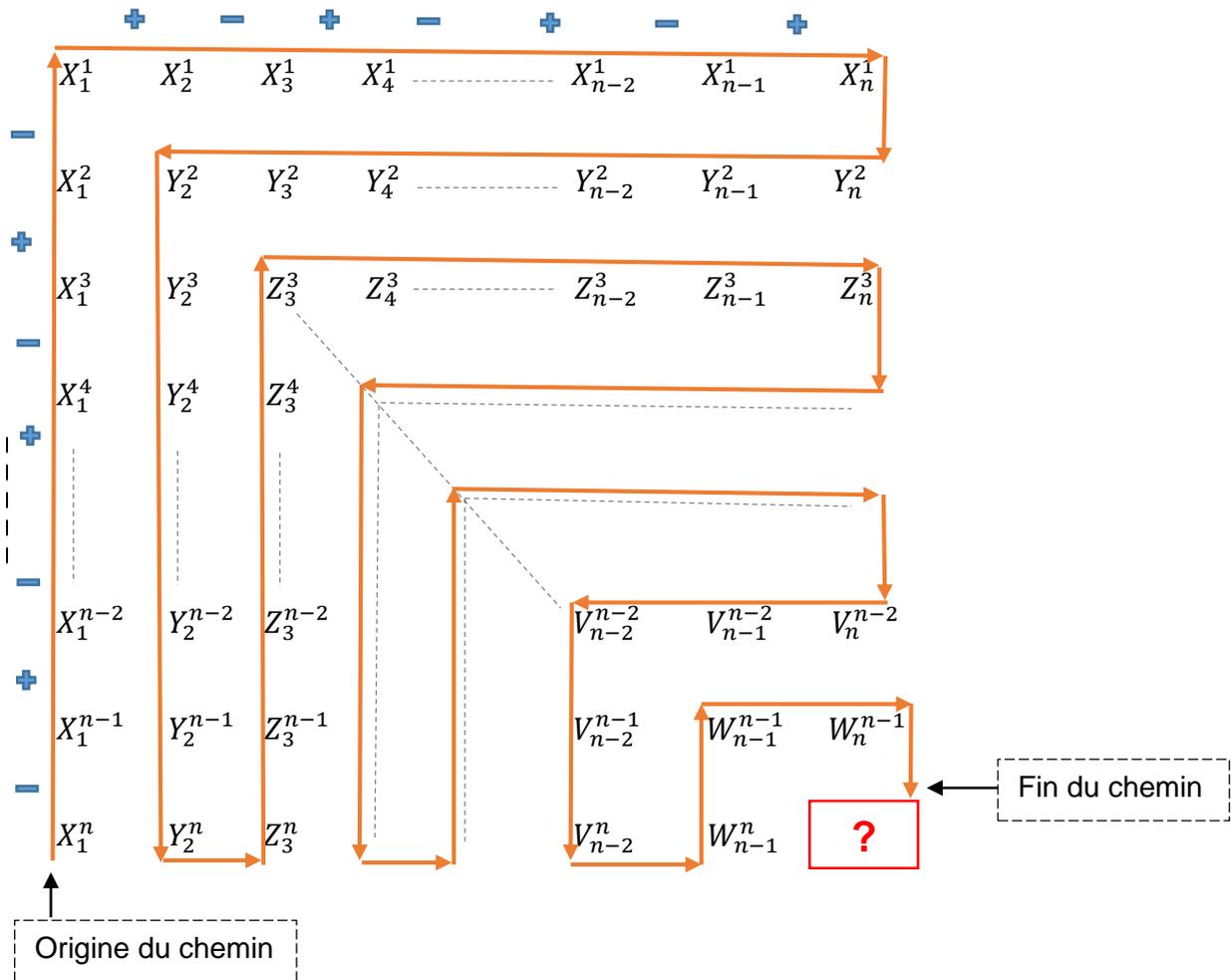
Les opérateurs (-) et (+) en alternance sont là pour créer un certain équilibre dans la structure du matrégraphe. En effet, ils permettent de solidariser d'une part les lignes consécutives et d'autre part les colonnes consécutives afin d'établir un cadre idéal aux opérations internes devant aboutir à un résultat interne "logé" à la $n^{\text{ème}}$ ligne et $n^{\text{ème}}$ colonne au sein du matrégraphe. L'alternance des signes (-) et (+) du matrégraphe commence toujours par le signe (-) placé entre les deux dernières lignes de la première colonne. La série d'opérateurs en alternance (-) et (+) évolue vers le haut pour se diriger ensuite de la gauche vers la droite en s'arrêtant entre les deux dernières colonnes de la première ligne.

NB: Ne confondez pas les opérateurs (-) et (+) du matrégraphe avec les signes des opérandes.



➤ **Etape 3** : Chemin des opérations arithmétiques internes (Graphe)

Il a pour origine la $n^{\text{ème}}$ ligne et $1^{\text{ère}}$ colonne et prend fin juste devant la $n^{\text{ème}}$ ligne et $n^{\text{ème}}$ colonne. Le chemin passe par chaque nombre indépendant une et une seule fois en suivant les images *des cornières à ailes égales* formées par ces nombres indépendants. Ce chemin nous emmène à notre objectif se trouvant à la $n^{\text{ème}}$ ligne et $n^{\text{ème}}$ colonne mais il est malheureusement trop long. Nous verrons plus tard des chemins courts qu'on peut suivre pour atteindre rapidement notre objectif sans avoir à passer par chaque nombre indépendant.



➤ **Etape 4** : Opérations arithmétiques internes du matrégraphe

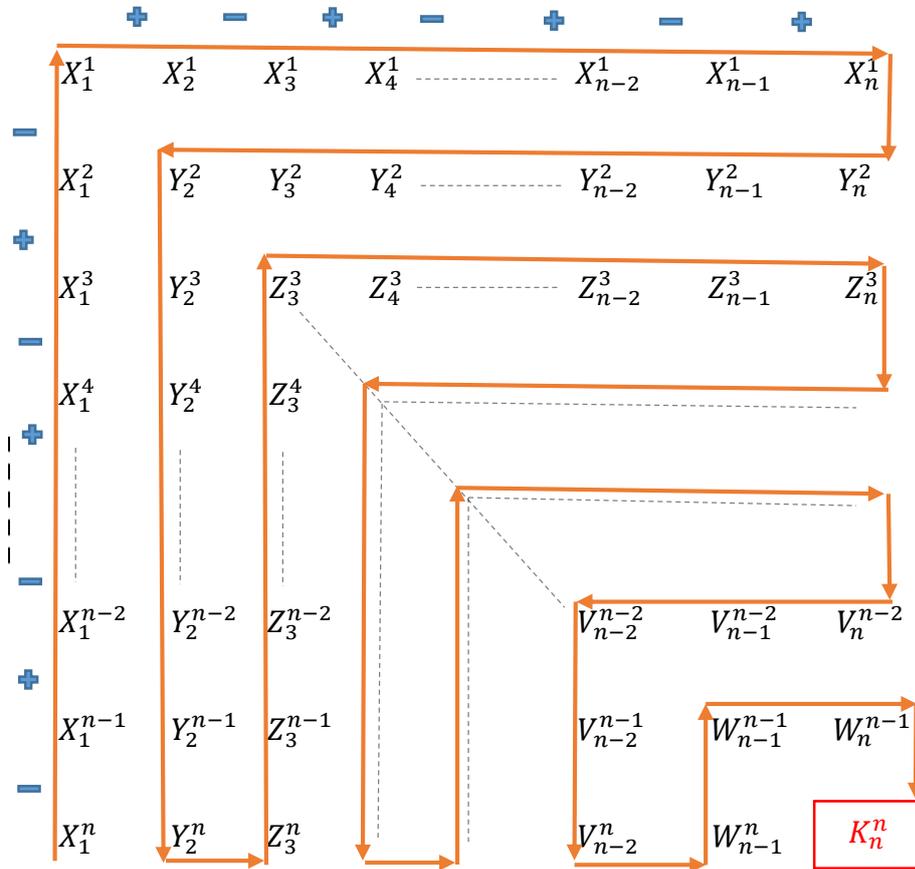
En suivant le chemin (vu précédemment) de son origine à sa fin, il apparaît que les opérations d'addition et de soustraction entre les réels s'effectuent soit verticalement (de bas vers le haut ou inversement) soit horizontalement (de gauche vers la droite ou dans le sens opposé).

Voyons ci-dessous la séquence d'opérations entre les réels qui nous donne comme résultat le réel K_n^n :

$$\begin{aligned}
 & X_1^n - X_1^{n-1} + X_1^{n-2} - \dots - X_1^3 + X_1^2 - X_1^1 + X_2^1 - X_3^1 + \dots + X_{n-2}^1 - X_{n-1}^1 + X_n^1 - Y_n^2 + \\
 & Y_{n-1}^2 - Y_{n-2}^2 + \dots + Y_3^2 - Y_2^2 + Y_2^3 - \dots - Y_2^{n-2} + Y_2^{n-1} - Y_2^n - Z_3^n - Z_3^{n-1} + Z_3^{n-2} - \\
 & \dots - Z_3^3 + \dots + Z_{n-2}^3 - Z_{n-1}^3 - Z_n^3 - \dots - V_n^{n-2} + V_{n-1}^{n-2} - V_{n-2}^{n-2} + V_{n-2}^{n-1} - V_{n-2}^n - \\
 & W_{n-1}^n - W_{n-1}^{n-1} + W_n^{n-1} = K_n^n
 \end{aligned}$$

Ce réel K_n^n obtenu s'appelle **résultat interne du matrégraphe** et il occupe toujours la $n^{\text{ème}}$ ligne et $n^{\text{ème}}$ colonne.

Enfin, la structure générale d'un matrégraphe pair est la suivante :



Il est important de se familiariser avec les concepts de *nombre indépendants* et de *nombre dépendant* (ou *résultat interne*) qui seront évoqués assez souvent dans l'étude de cette théorie.

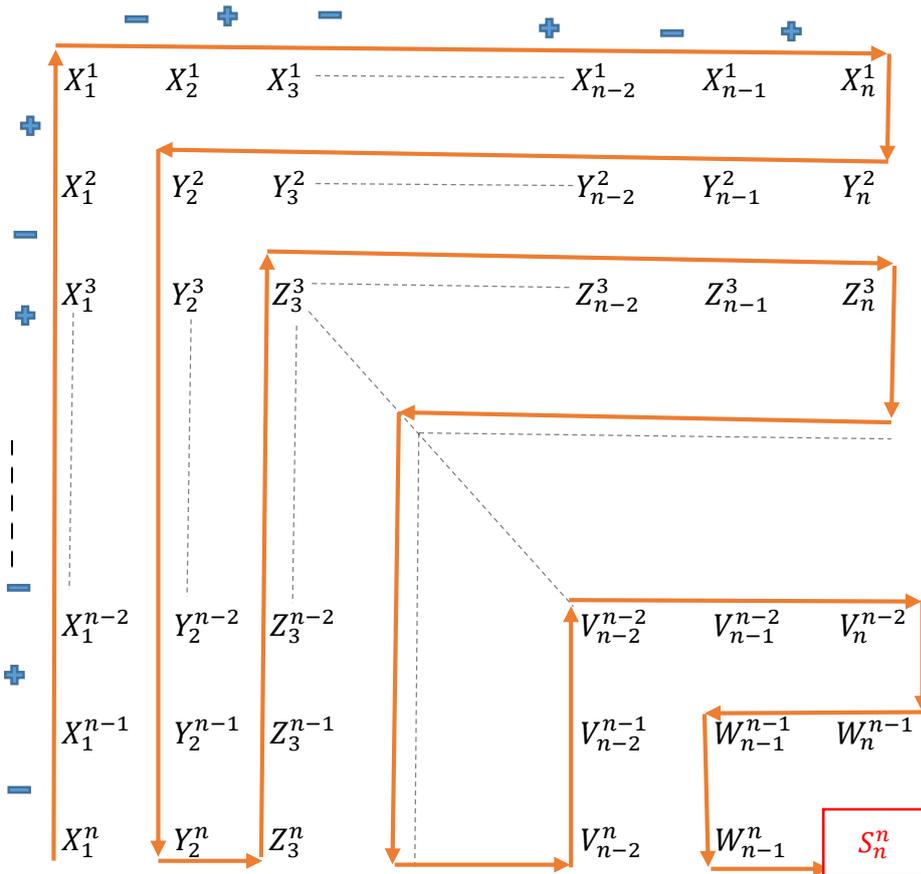
Un *nombre indépendant* ou *opérande* est un nombre réel dont son existence au sein du matrégraphe ne dépend d'aucun autre nombre dans ce matrégraphe. Les *nombre indépendants* occupent dans les matrégraphe toutes les positions sauf celle de la $n^{\text{ème}}$ ligne et $n^{\text{ème}}$ colonne. Cette dernière revient toujours au *nombre dépendant* qu'on désigne sous le nom de *résultat interne du matrégraphe*. C'est un nombre réel dont son existence au sein du matrégraphe dépend automatiquement des autres nombres réels (c'est-à-dire les nombres indépendants).

4. Présentation de la structure générale d'un matrégraphe impair:

Les étapes à suivre pour former la structure d'un matrégraphe impair sont les mêmes que celles d'un matrégraphe pair qu'on vient de voir dans le précédent sous-titre.

Soient $X_{Ci}^{Li}; Y_{Ci}^{Li}; Z_{Ci}^{Li}; \dots; V_{Ci}^{Li}; W_{Ci}^{Li}; S_{Cn}^{Ln} \in \mathbb{R}$ où $L_i = i^{\text{ème}}$ ligne et $C_i = i^{\text{ème}}$ colonne avec $\sum L_i = \sum C_i = n$ (qui est un nombre entier naturel impair $n \geq 3$).

Alors la structure générale d'un matrégraphe impair est la suivante :



II. Présentation de trois catégories de matrégraphe :

Les matrégraphes peuvent exister sous diverses formes.

Dans la présente étude, nous allons nous intéresser aux matrégraphes se trouvant dans des formes qui se rangent dans l'une des trois catégories suivantes :

matrégraphe homogène, matrégraphe hétérogène de type1 et matrégraphe hétérogène de type2.

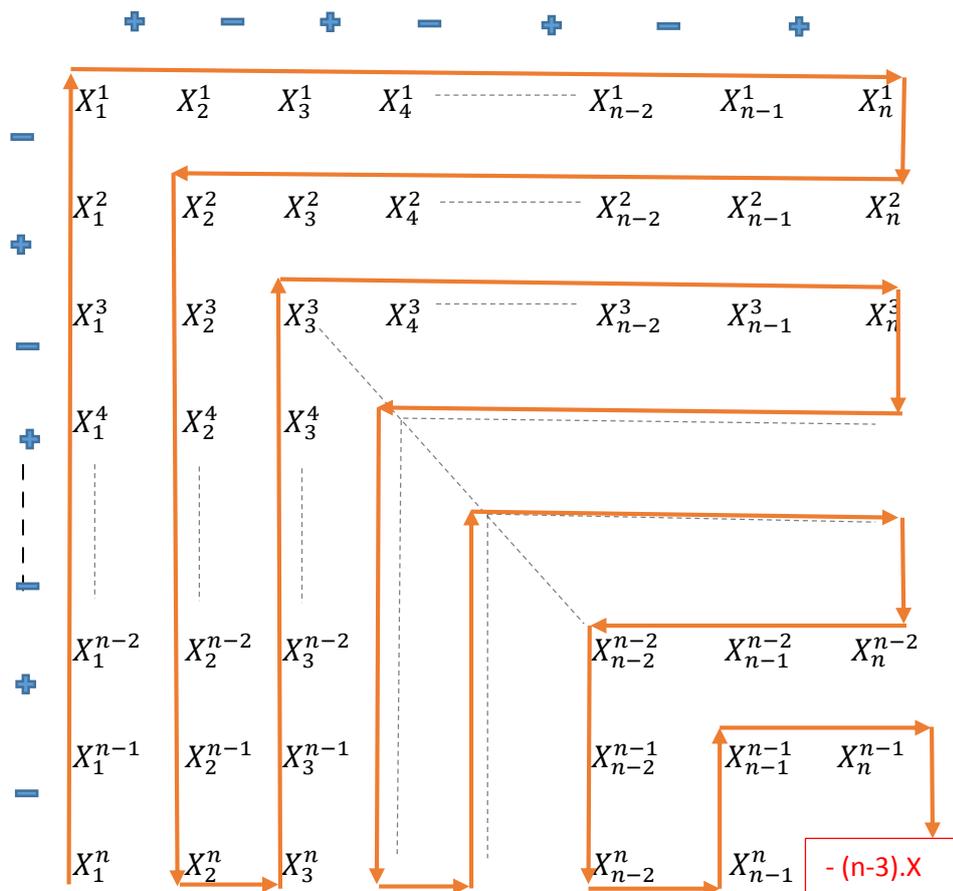
1. Matrégraphe homogène :

Un matrégraphe homogène est un matrégraphe dans lequel toutes *les cornières à ailes égales* sont occupées par le même nombre réel.

1.1. Matrégraphe homogène pair (MHP) :

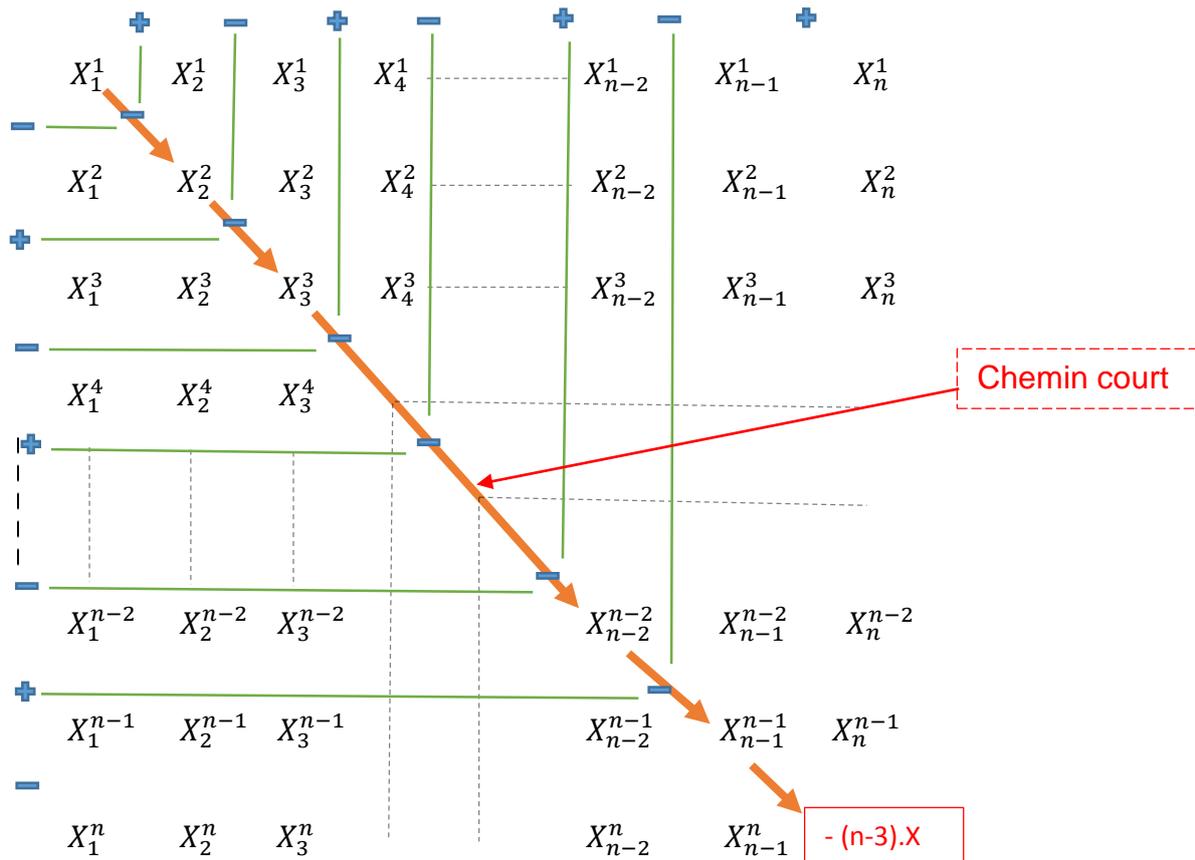
1.1.1. Forme détaillée d'un matrégraphe homogène pair (MHP):

Soit $X \in \mathbb{R}$ et $n =$ nombre entier naturel pair ($n \geq 2$)



1.1.2. Propriété des matrégraphes homogènes pairs (MHP) :

Il existe dans un matrégraphe homogène pair (MHP) un chemin court nous permettant d'effectuer des opérations arithmétiques internes pour avoir rapidement le résultat interne du matrégraphe sans passer par tous les nombres indépendants. Ce chemin court est la diagonale reliant la 1^{ère} ligne – 1^{ère} colonne et la $n^{\text{ème}}$ ligne - $n^{\text{ème}}$ colonne.



Démonstration du résultat interne = $-(n-3).X$:

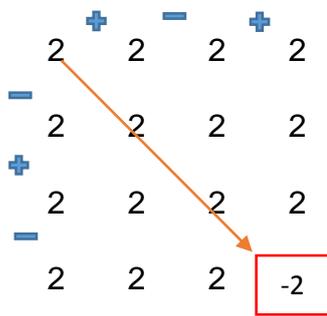
Considérons le chemin court du matric graphe, on a :

$$X - \underbrace{X - X - \dots - X - X}_{(n-2) \text{ fois}} = X + (n-2).(-X) = X - (n-2)X = [1-(n-2)]X = (1-n+2)X = (-n+3)X$$

$$= - (n-3).X$$

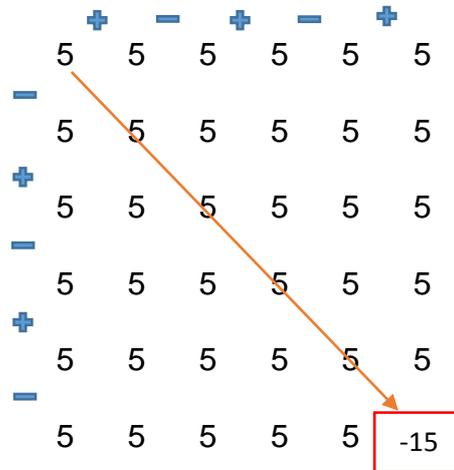
Exemples forme détaillée d'un matric graphe homogène pair (MHP) :

Exemple N°1



(X = 2 ; n = 4)

Exemple N°2



(X = 5 ; n = 6)

Exemple N°3



(X = -10 ; n = 2)

1.1.3. Forme condensée d'un matrégraphe homogène pair (MHP) :

Soit $X \in \mathbb{R}$ et $n =$ nombre entier naturel pair ($n \geq 2$)

$$\left(X_{1;n}^{\overrightarrow{1;n}} ; X_{2;n}^{\overrightarrow{2;n}} ; X_{3;n}^{\overrightarrow{3;n}} ; \dots ; X_{n-1;n}^{\overrightarrow{n-1;n}} \right) \quad \left(\sum Li = \sum Ci = n \right) \quad \left[- (n-3) \cdot X \right]$$

Dans cette forme condensée, on a :

$X_{1;n}^{\overrightarrow{1;n}}$ = réel formant la 1^{ère} cornière du matrégraphe

$X_{2;n}^{\overrightarrow{2;n}}$ = réel formant la 2^{ème} cornière du matrégraphe

$X_{3;n}^{\overrightarrow{3;n}}$ = réel formant la 3^{ème} cornière du matrégraphe

$X_{n-1;n}^{\overrightarrow{n-1;n}}$ = réel formant la (n-1)^{ème} cornière du matrégraphe

Par exemple $X_{1;n}^{\overrightarrow{1;n}}$ se lit : réel de la 1^{ère} cornière allant de la 1^{ère} ligne à la n^{ème} ligne et de la 1^{ère} colonne à la n^{ème} colonne.

$X_{2;n}^{\overrightarrow{2;n}}$ se lit : réel de la 2^{ème} cornière allant de la 2^{ème} ligne à la n^{ème} ligne et de la 2^{ème} colonne à la n^{ème} colonne.

$-(n-3).X$: représente le résultat interne du matrégraphe se situant à la $n^{\text{ème}}$ ligne et $n^{\text{ème}}$ colonne.

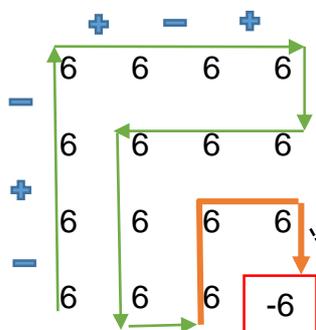
Il est important de noter que dans un matrégraphe, le nombre total de *cornière* est :

$$N_{\text{cornière}} = n-1 \quad (\text{où } n = \text{nombre total de ligne} = \text{nombre total de colonne})$$

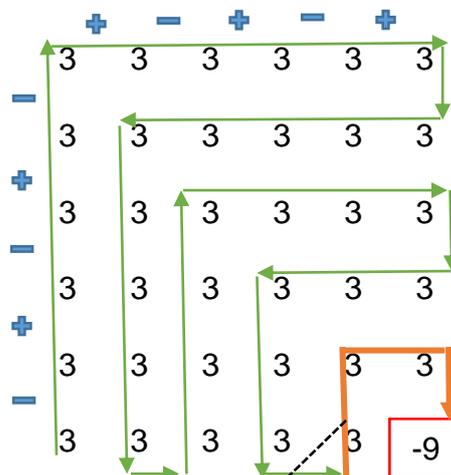


: c'est le symbole caractéristique des matrègraphes pairs. On peut le voir dans tous les matrègraphes pairs lorsque les opérations internes y sont effectuées suivant le long chemin qui passe par tous les nombres indépendants.

Exemple N°1



Exemple N°2



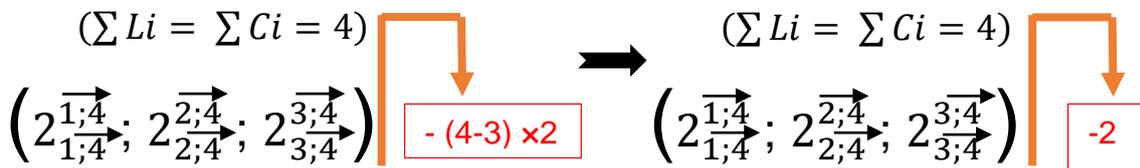
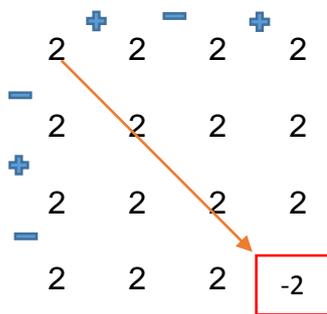
Symbole matrègraphe pair

NB: Ce symbole doit toujours figurer dans les formes condensées de tous les matrègraphes pairs pour accompagner leurs résultats internes.

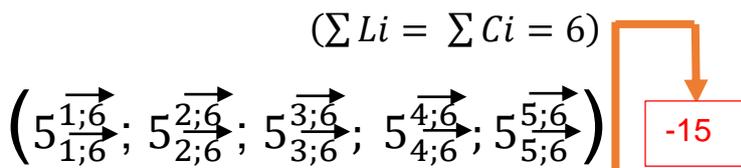
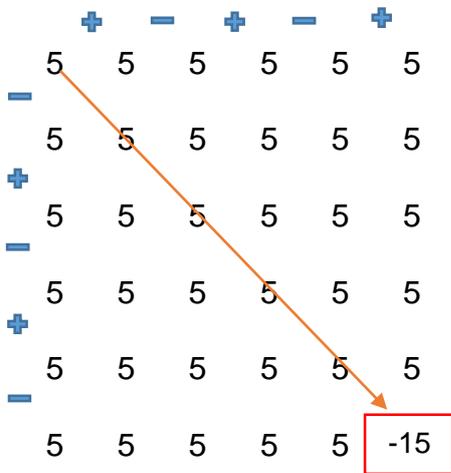
Exemples forme condensée d'un matrègraphe homogène pair (MHP):

Nous allons donner les formes condensées des exemples de matrègraphes (MHP) vus dans la partie du sous-titre **1.1.2** :

Exemple N°1



Exemple N°2



Exemple N°3

$$\begin{array}{cc} + & \\ -10 & -10 \\ - & \\ -10 & \boxed{-10} \end{array}$$

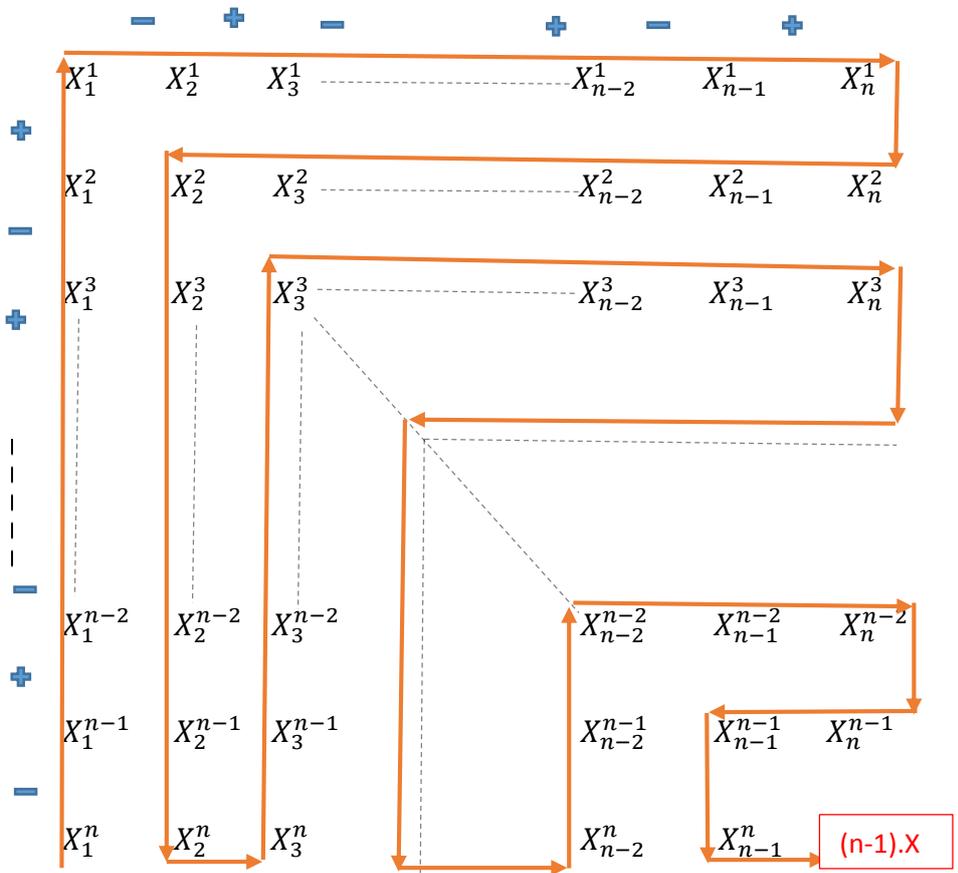


$$(\sum Li = \sum Ci = 2) \begin{array}{c} \boxed{-10} \\ \left(-10 \begin{array}{c} \vec{1;2} \\ \vec{1;2} \end{array} \right) \end{array}$$

1.2. Matrégraphe homogène impair (MHI) :

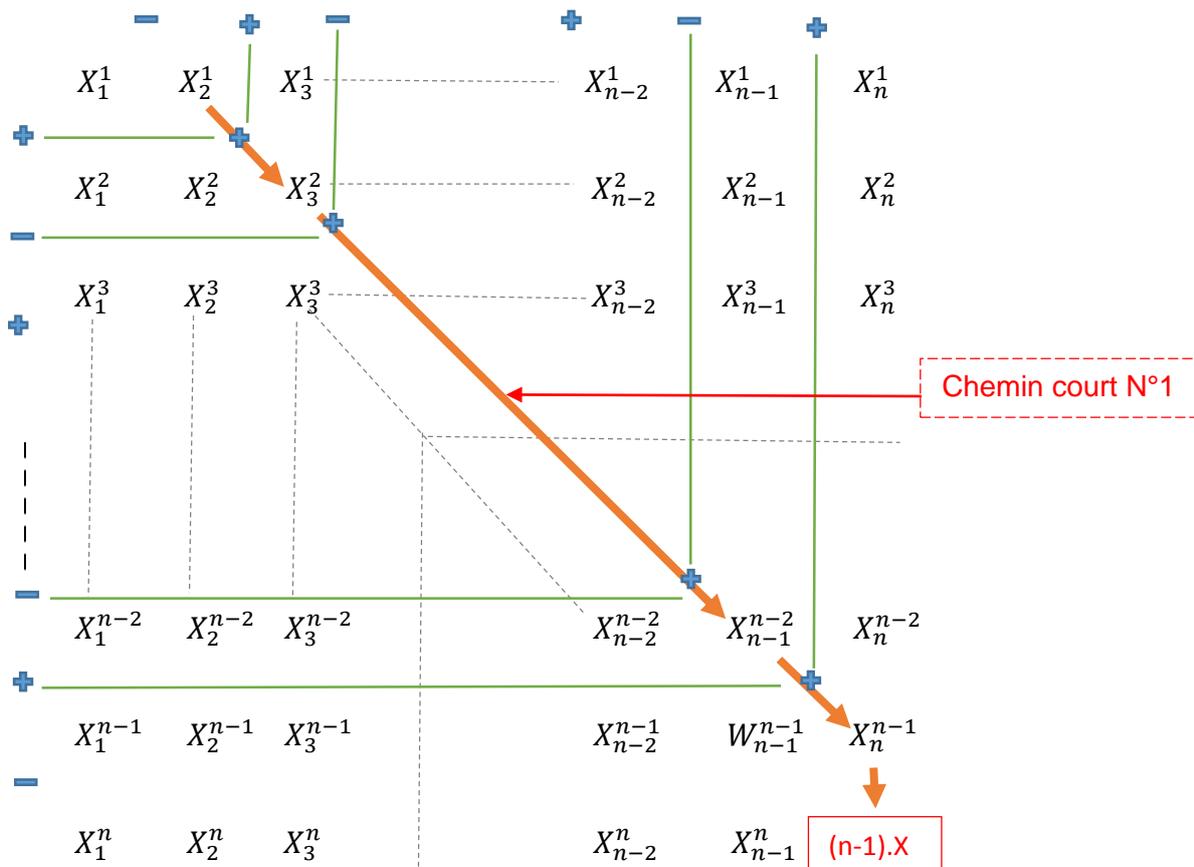
1.2.1. Forme détaillée d'un matrégraphe homogène impair (MHI) :

Soit $X \in \mathbb{R}$ et $n =$ nombre entier naturel impair ($n \geq 3$)

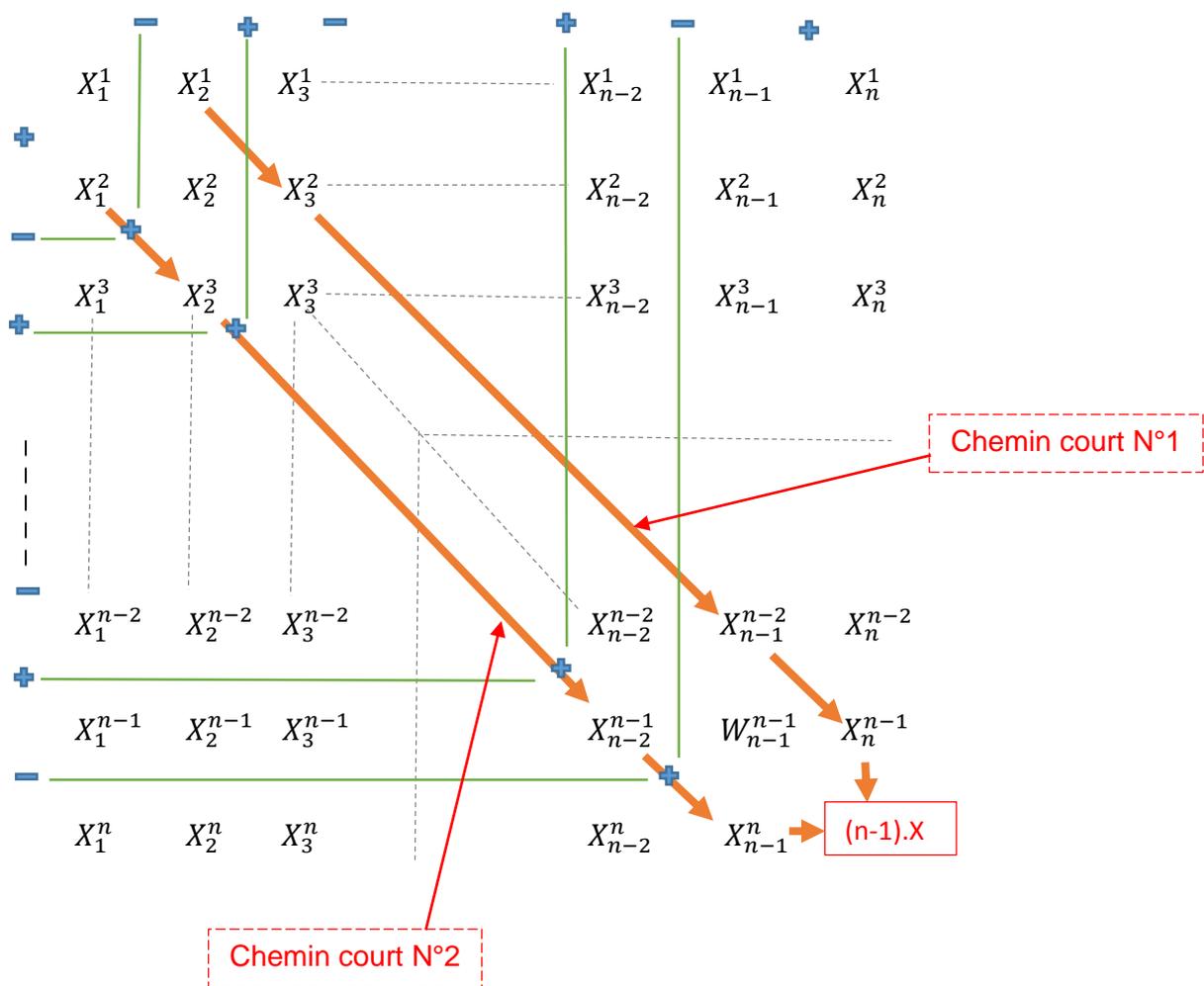


1.2.2. Propriété des matrègraphes homogènes impairs (MHI):

Un matrègraphe homogène impair (MHI) a deux chemins courts nous permettant d'effectuer des opérations internes pour avoir rapidement *le résultat interne* sans passer par tous les nombres indépendants. Ces deux chemins courts sont symétriques et contigus à la diagonale reliant la 1^{ère} ligne – 1^{ère} colonne et la n^{ème} ligne - n^{ème} colonne.



Voyons à présent le second chemin court de ce matrègraphe.



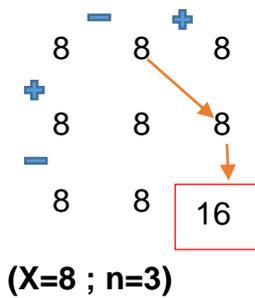
Démonstration simple du résultat interne = $(n-1).X$:

Considérons un des deux chemins courts, on a :

$$\underbrace{X+X+\dots\dots+X+X}_{(n-1) \text{ fois}} = (n-1).X$$

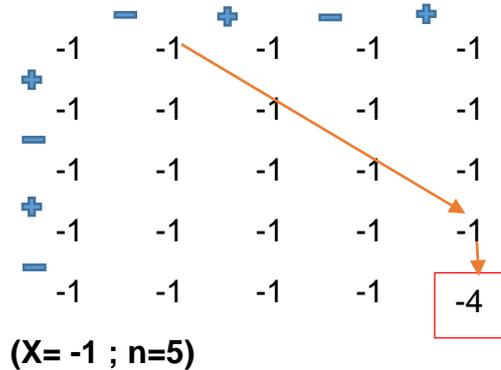
Exemples forme détaillée d'un matrégraphe homogène impair (MHI) :

Exemple N°1



(X=8 ; n=3)

Exemple N°2



(X= -1 ; n=5)

1.2.3. Forme condensée d'un matrégraphe homogène impair (MHI) :

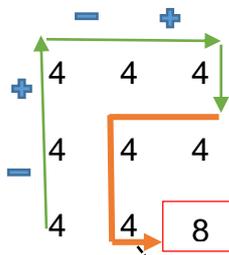
Soit $X \in \mathbb{R}$ et $n =$ nombre entier naturel impair ($n \geq 3$)

$$\left(X_{1;n}^{\overrightarrow{1;n}} ; X_{2;n}^{\overrightarrow{2;n}} ; X_{3;n}^{\overrightarrow{3;n}} ; \dots ; X_{n-1;n}^{\overrightarrow{n-1;n}} \right) \quad (\sum L_i = \sum C_i = n) \quad \boxed{(n-1).X}$$

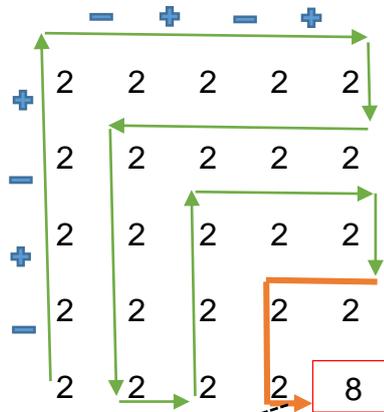
: c'est le symbole caractéristique des matrégraphes impairs. On peut le voir dans tous les matrégraphes impairs lorsque les opérations internes pour l'obtention du résultat interne sont effectuées suivant le long chemin qui passe par tous les nombres indépendants.

Exemples:

Exemple N°1



Exemple N°2



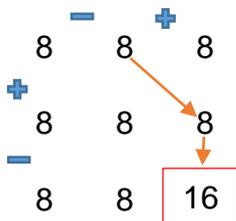
Symbole matrégraphe impair

NB: Ce symbole doit toujours figurer dans les formes condensées de tous les matrégraphe impairs pour accompagner leurs résultats internes.

Exemples forme condensée d'un matrégraphe homogène impair (MHI) :

Donnons les formes condensées des 2 exemples de matrégraphe fournis dans la partie du sous-titre 1.2.2.

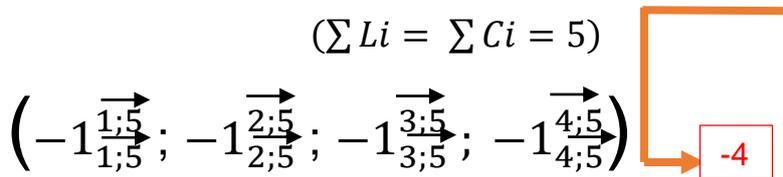
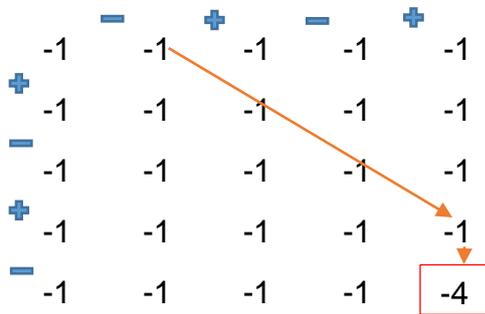
Exemple N°1



$$(\sum Li = \sum Ci = 3)$$

$$\left(8 \begin{matrix} \overrightarrow{1;3} \\ \overrightarrow{1;3} \end{matrix} ; 8 \begin{matrix} \overrightarrow{2;3} \\ \overrightarrow{2;3} \end{matrix} \right)$$

Exemple N°2



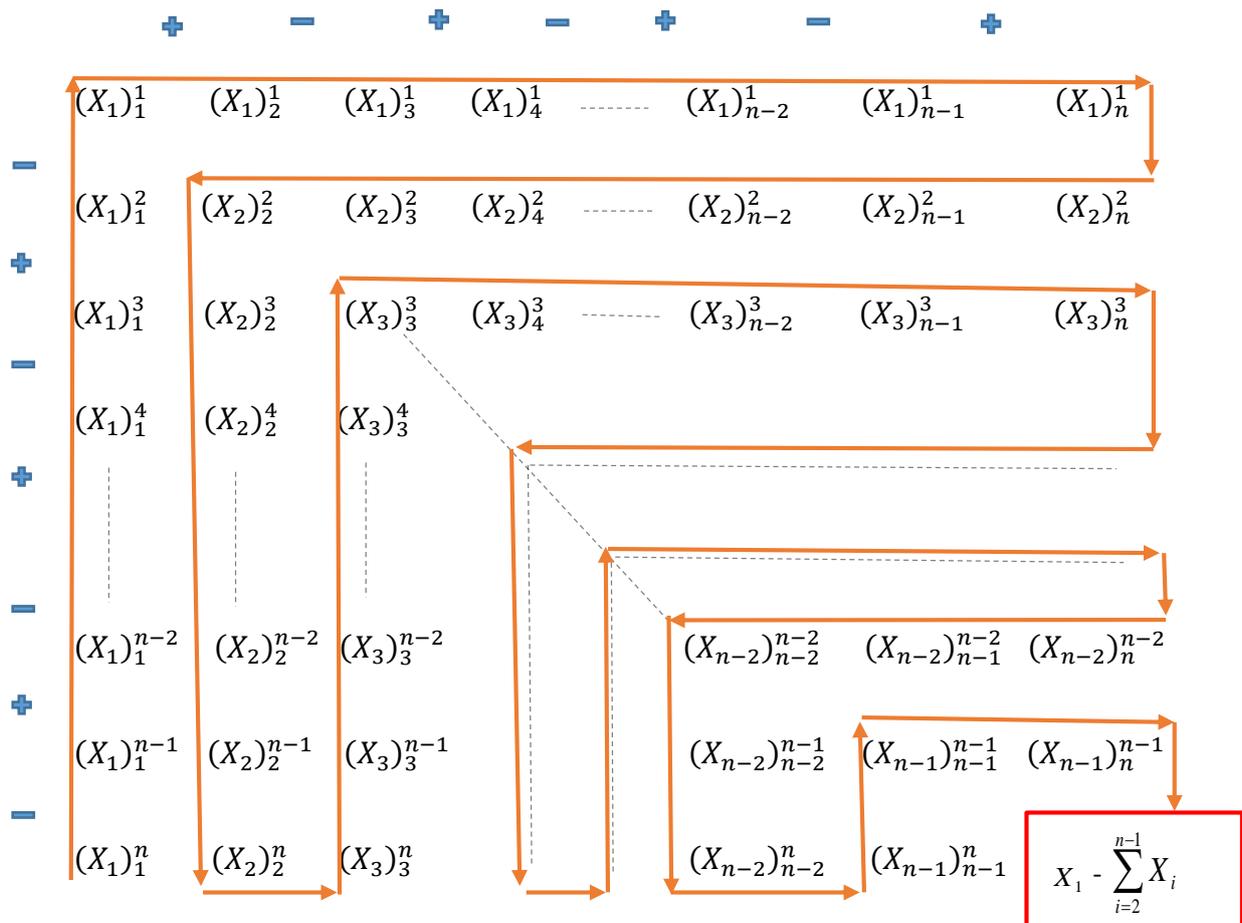
2. Matrédgraphe hétérogène de type 1 :

Un matrédgraphe hétérogène de type 1 est un matrédgraphe dans lequel chaque cornière est occupée par un nombre réel constant et au moins deux cornières ont des nombres constants qui sont différents.

2.1. Matrédgraphe hétérogène de type 1 pair (MH₁P):

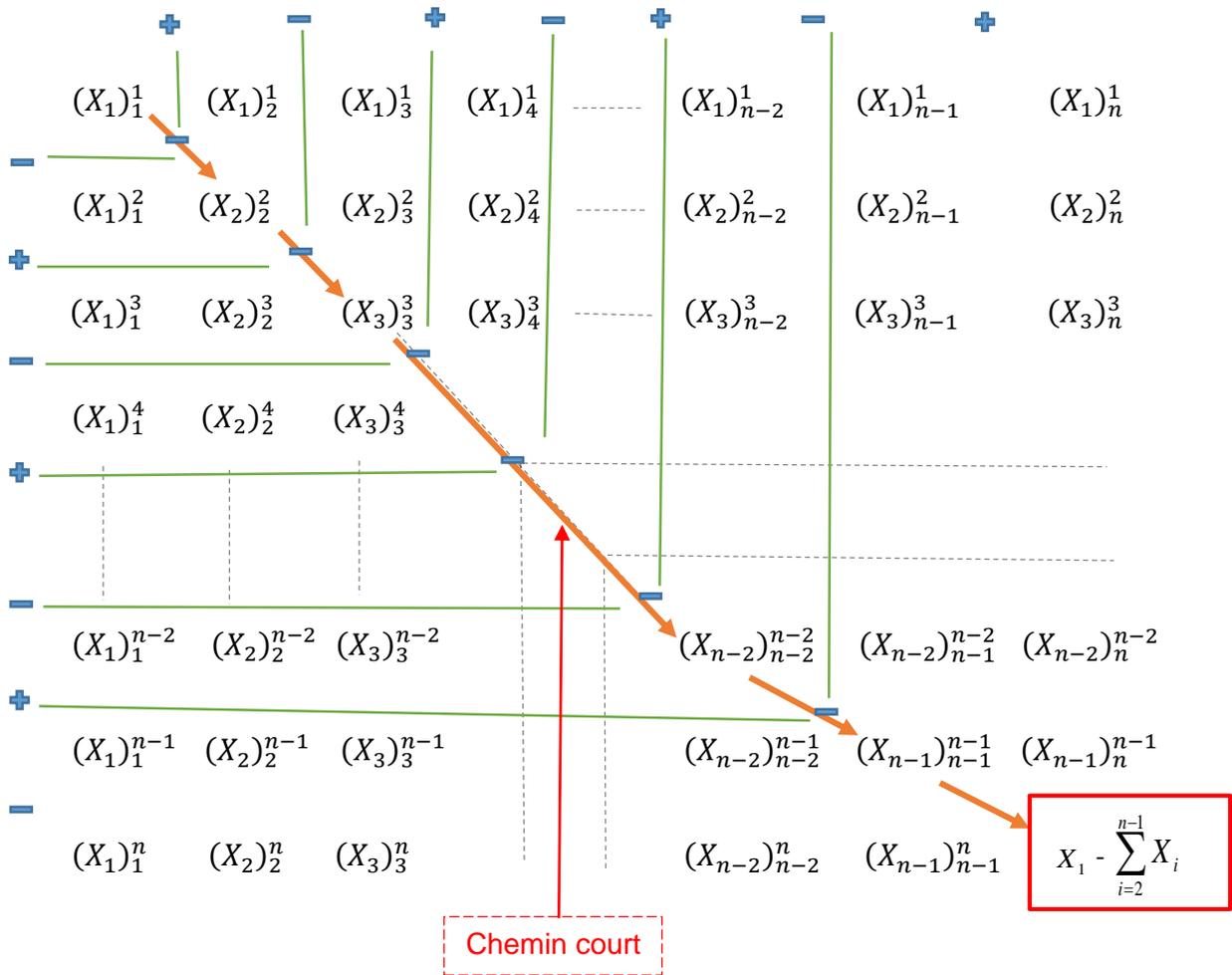
2.1.1. Forme détaillée d'un matrédgraphe hétérogène de type 1 pair (MH₁P)

Soient $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-2}; X_{n-1} \in \mathbb{R}$ et $n =$ nombre entier naturel pair ($n \geq 4$)



2.1.2. Propriété des matrégraphes hétérogènes de type 1 pairs (MH₁P):

Dans un matrégraphe hétérogène de type 1 pair, la diagonale reliant la 1^{ère} ligne – 1^{ère} colonne et la n^{ème} ligne – n^{ème} colonne est un chemin court nous permettant d’effectuer des opérations internes pour avoir rapidement le résultat interne du matrégraphe.



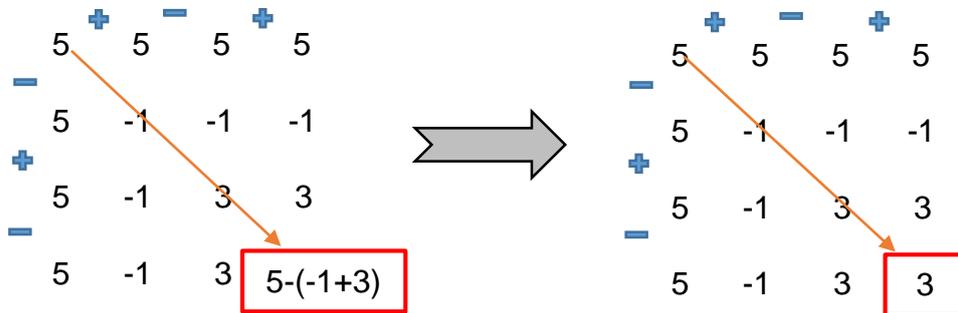
Démonstration du résultat interne = $X_1 - \sum_{i=2}^{n-1} X_i$

Considérons le chemin court, on a :

$$X_1 - X_2 - X_3 - \dots - X_{n-2} - X_{n-1} = X_1 - (X_2 + X_3 + \dots + X_{n-2} + X_{n-1}) = X_1 - \sum_{i=2}^{n-1} X_i$$

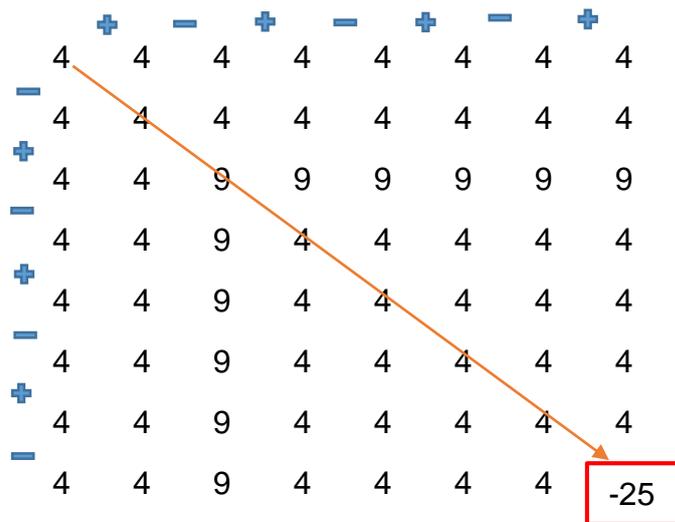
Exemples forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH₁P):

Exemple N°1



On compte 3 nombres constants différents dans le matrégraphe ci-dessus. En effet, la première cornière est occupée par un réel constant **5** ; la deuxième cornière par un réel constant **-1** et la troisième cornière par le réel constant **3**.

Exemple N°2



Dans le matrégraphe ci-dessus, on a deux constants différents à savoir **4** et **9**. En effet, la 1^{ère}, 2^{ème}, 4^{ème}, 5^{ème}, 6^{ème} et 7^{ème} cornière sont toutes occupées par le réel constant **4** tandis que la 3^{ème} cornière est quant à elle occupée par le réel constant **9**.

2.1.3. Forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 pair
(MH_{1P})

Soient $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-2}; X_{n-1} \in \mathbb{R}$ et $n =$ nombre entier naturel pair ($n \geq 4$)

$$(\sum Li = \sum Ci = n) \left((X_1)_{1;n}^{\vec{1};\vec{n}} ; (X_2)_{2;n}^{\vec{2};\vec{n}} ; (X_3)_{3;n}^{\vec{3};\vec{n}} ; \dots ; (X_{n-1})_{n-1;n}^{\vec{n-1};\vec{n}} \right) \left[X_1 - \sum_{i=2}^{n-1} X_i \right]$$

Exemple forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH_{1P}):

Donnons la forme condensée de l'exemple N°1 se trouvant dans la partie du sous-titre 2.1.2

Exemple N°1

	+	-	+	
	5	5	5	5
-				
	5	-1	-1	-1
+				
	5	-1	3	3
-				
	5	-1	3	3

Le matrégraphe a 3 cornières

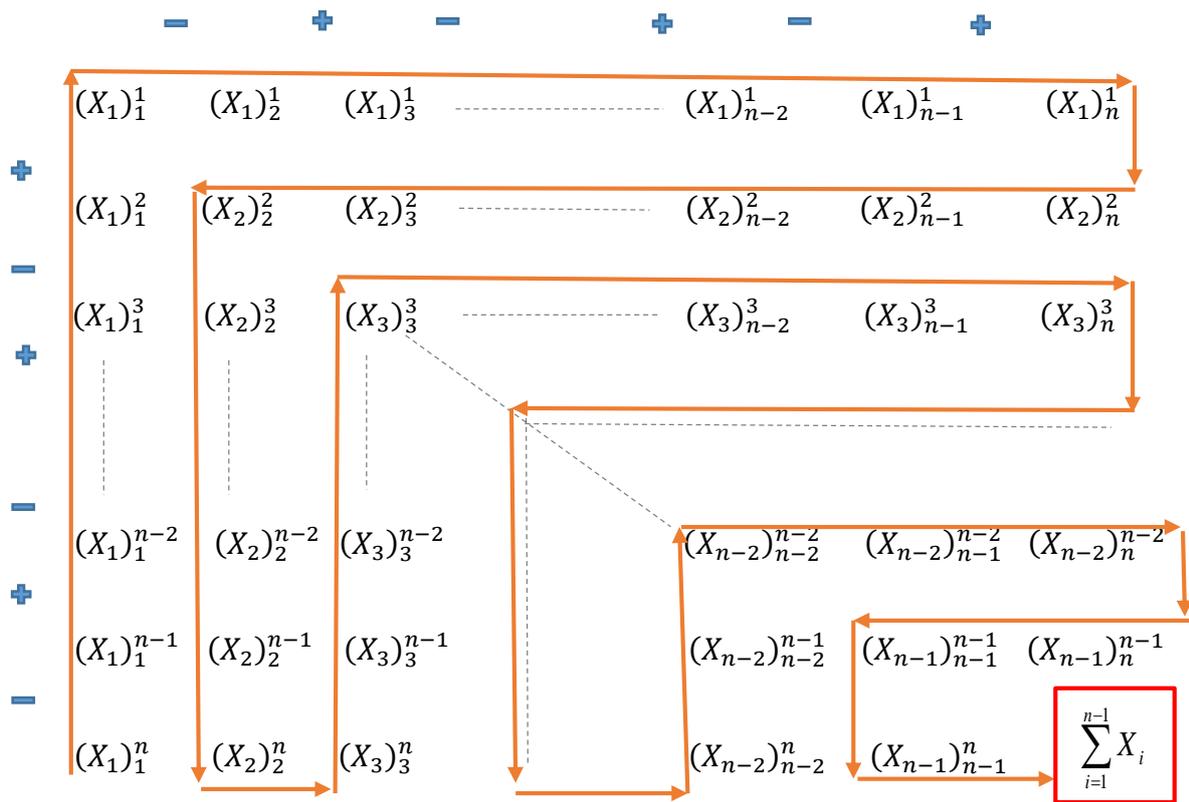
(N_{cornière} = n-1 = 4-1 = 3), sa forme condensée est :

$$(\sum Li = \sum Ci = 4) \left(5 \frac{\vec{1};\vec{4}}{1;4} ; -1 \frac{\vec{2};\vec{4}}{2;4} ; 3 \frac{\vec{3};\vec{4}}{3;4} \right) \left[3 \right]$$

2.2. Matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH_{1I}) :

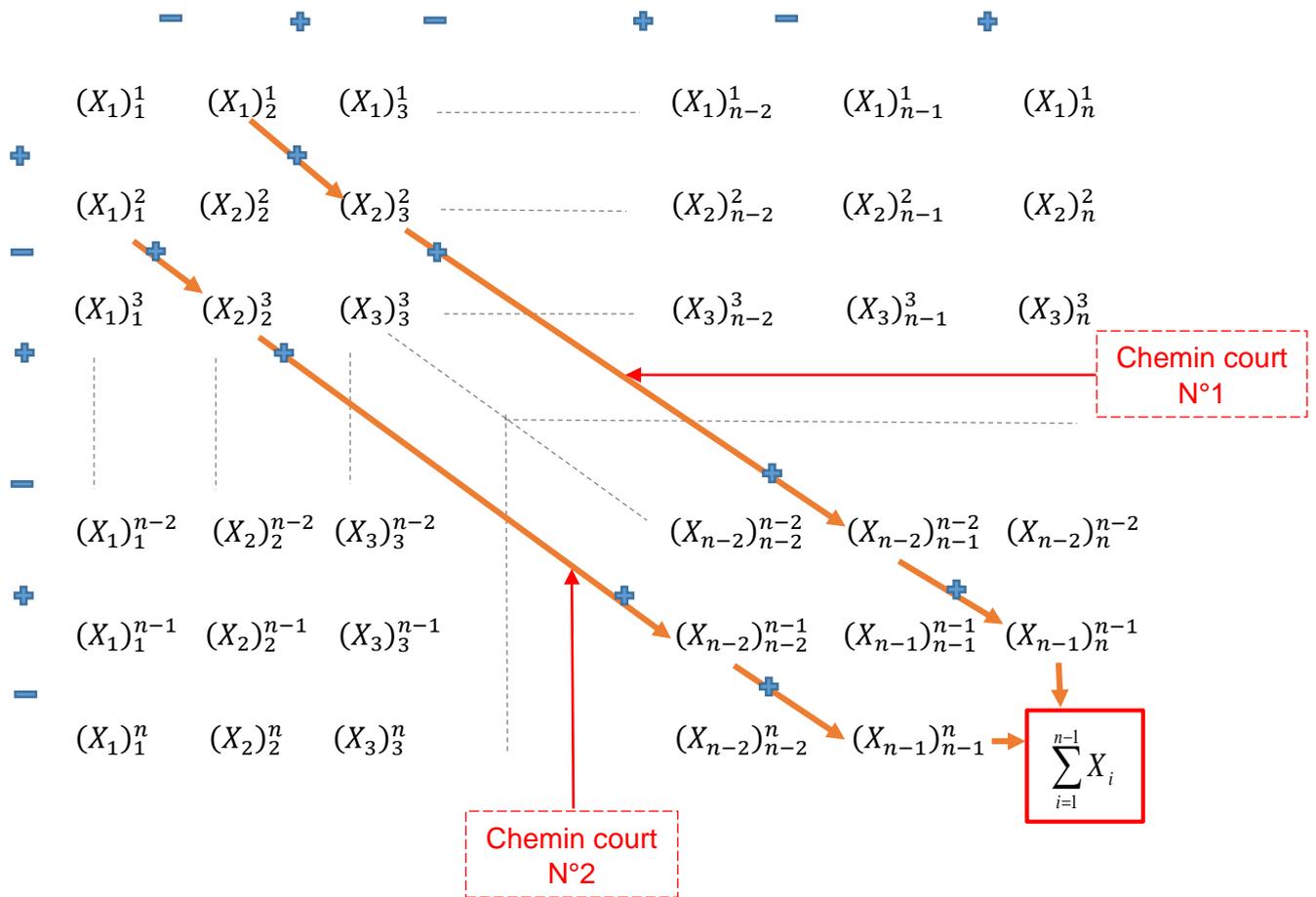
2.2.1. Forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH_{1I})

Soient $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-2}; X_{n-1} \in \mathbb{R}$ et $n =$ nombre entier naturel impair ($n \geq 3$)



2.2.2. Propriété des matrégraphes hétérogènes de type 1 impair (MH_{1I})

Un matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH_{1I}) a aussi comme le MHI deux chemins courts nous permettant d'effectuer des opérations internes pour avoir rapidement le résultat interne du matrégraphe sans passer par tous les nombres indépendants. Ces deux chemins courts sont symétriques et contigus à la diagonale reliant la 1^{ère} ligne – 1^{ère} colonne et la n^{ème} ligne - n^{ème} colonne exactement comme dans le cas des MHI.



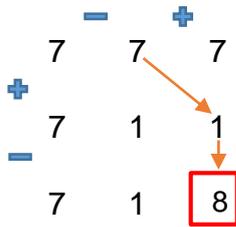
Démonstration simple du résultat interne = $\sum_{i=1}^{n-1} X_i$

Considérons un des deux chemins courts du matric graphe, on a :

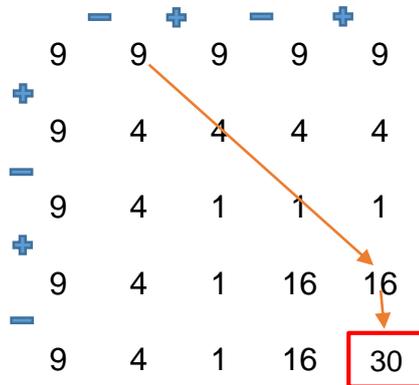
$$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{n-2} + X_{n-1} = \sum_{i=1}^{n-1} X_i$$

Exemples forme détaillée d'un matric graphe hétérogène de type 1 impair (MH₁):

Exemple N°1



Exemple N°2



2.2.3. Forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH_{1l})

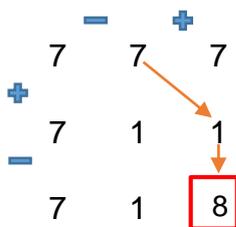
Soient $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-2}; X_{n-1} \in \mathbb{R}$ et $n =$ nombre entier naturel impair ($n \geq 3$)

$$\left((X_1)_{\begin{smallmatrix} 1;n \\ 1;n \end{smallmatrix}}^{\begin{smallmatrix} \rightarrow \\ 1;n \end{smallmatrix}}; (X_2)_{\begin{smallmatrix} 2;n \\ 2;n \end{smallmatrix}}^{\begin{smallmatrix} \rightarrow \\ 2;n \end{smallmatrix}}; (X_3)_{\begin{smallmatrix} 3;n \\ 3;n \end{smallmatrix}}^{\begin{smallmatrix} \rightarrow \\ 3;n \end{smallmatrix}}; \dots; (X_{n-1})_{\begin{smallmatrix} n-1;n \\ n-1;n \end{smallmatrix}}^{\begin{smallmatrix} \rightarrow \\ n-1;n \end{smallmatrix}} \right) \quad \left(\sum L_i = \sum C_i = n \right)$$

Exemple forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH_{1l}) :

Donnons la forme condensée de l'exemple N°1 se trouvant dans la partie du sous-titre 2.2.2

Exemple N°1



Le matrégraphe a 2 cornières

($N_{\text{cornière}} = n - 1 = 3 - 1 = 2$), sa forme condensée est:

$$\left(7_{\begin{smallmatrix} 1;3 \\ 1;3 \end{smallmatrix}}^{\begin{smallmatrix} \rightarrow \\ 1;3 \end{smallmatrix}}; 1_{\begin{smallmatrix} 2;3 \\ 2;3 \end{smallmatrix}}^{\begin{smallmatrix} \rightarrow \\ 2;3 \end{smallmatrix}} \right) \quad \left(\sum L_i = \sum C_i = 3 \right)$$

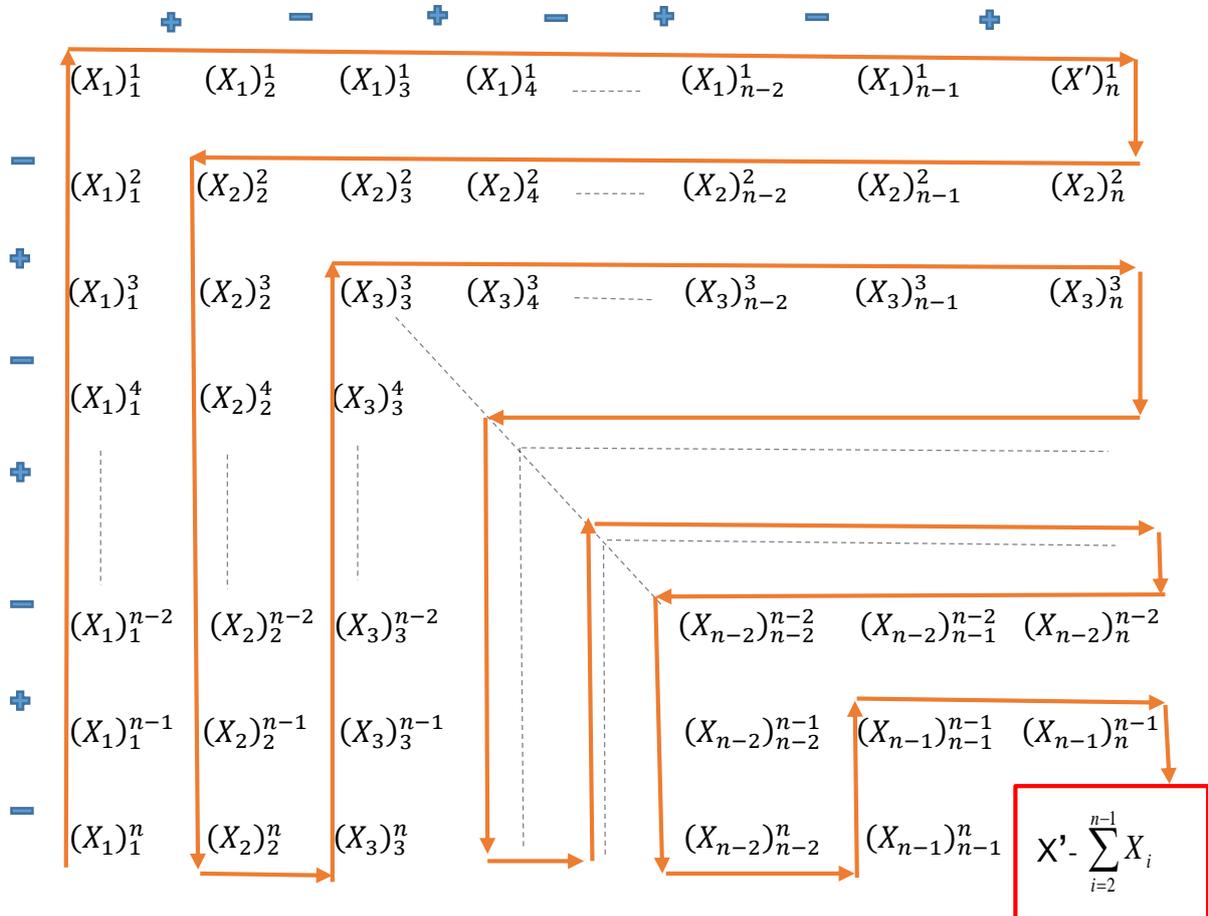
3. Matrégraphe hétérogène de type 2 :

Un matrégraphe hétérogène de type 2 est un matrégraphe dans lequel chaque cornière est occupée par un nombre constant sauf la 1^{ère} cornière sur laquelle le nombre constant est remplacé à la 1^{ère} ligne et n^{ème} colonne par un nombre différent de lui.

3.1. Matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH₂P) :

3.1.1. Forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH₂P)

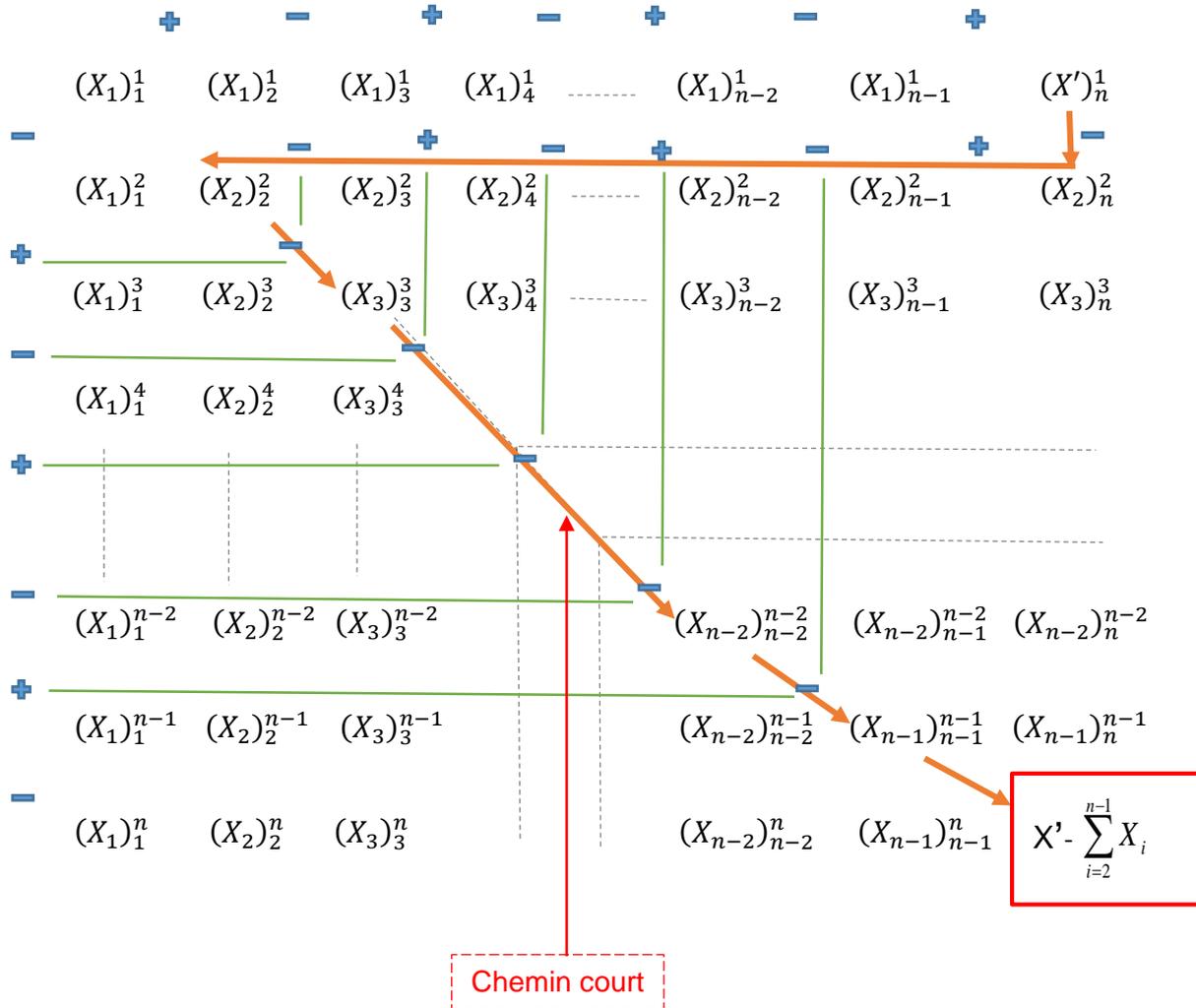
Soient $X', X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-2}; X_{n-1} \in \mathbb{R}$ et $n =$ nombre entier naturel pair ($n \geq 4$)



3.1.2. Propriété des matrégraphe hétérogènes de type 2 pair (MH₂P) :

Un matrégraphe hétérogène de type 2 pair a un chemin court pour effectuer des opérations internes et avoir rapidement le résultat interne. Ce chemin court relie la 1^{ère} ligne – n^{ème} colonne à la n^{ème} ligne – n^{ème} colonne en

passant par une partie de la deuxième cornière et une partie de la diagonale qui va au niveau du résultat interne du matrègraphe.



Démonstration du résultat interne = $X' - \sum_{i=2}^{n-1} X_i$

Considérons le chemin court du matrègraphe, on a :

$$X' - X_2 + X_2 - X_2 + \dots - X_2 + X_2 - X_2 - X_3 - \dots - X_{n-2} - X_{n-1} =$$

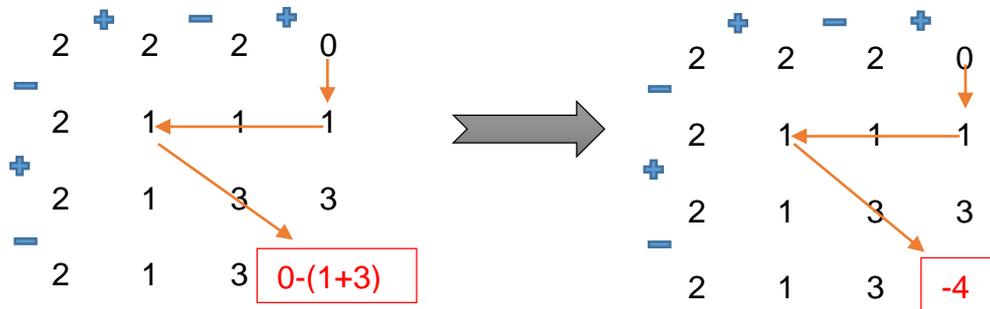
$$\underbrace{\hspace{10em}}_{= 0}$$

Il y a (n-2) termes qui sont opposés 2 à 2. n étant un nombre entier naturel pair et donc (n-2) reste aussi pair. Alors les valeurs s'éliminent 2 à 2 et il ne restera que 0 comme résultat.

$$= X' - X_2 - X_3 - \dots - X_{n-2} - X_{n-1} = X' - (X_2 + X_3 + \dots + X_{n-2} + X_{n-1}) = X' - \sum_{i=2}^{n-1} X_i$$

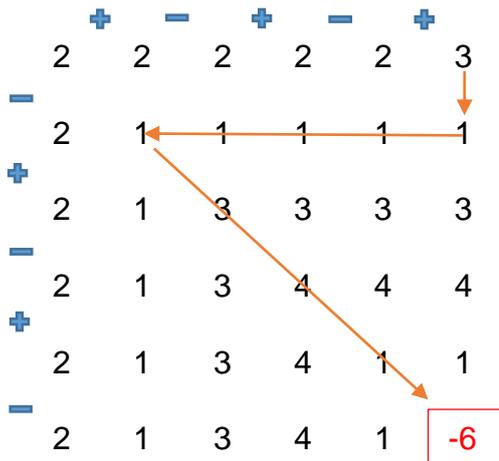
Exemples forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH₂P):

Exemple N°1



La 1^{ère} cornière est occupée par le nombre constant **2** qui est remplacé à la 1^{ère} ligne et 4^{ème} colonne par un réel différent qui est **0**. La 2^{ème} et la 3^{ème} cornière sont occupées respectivement par les réels constants **1** et **3**.

Exemple N°2



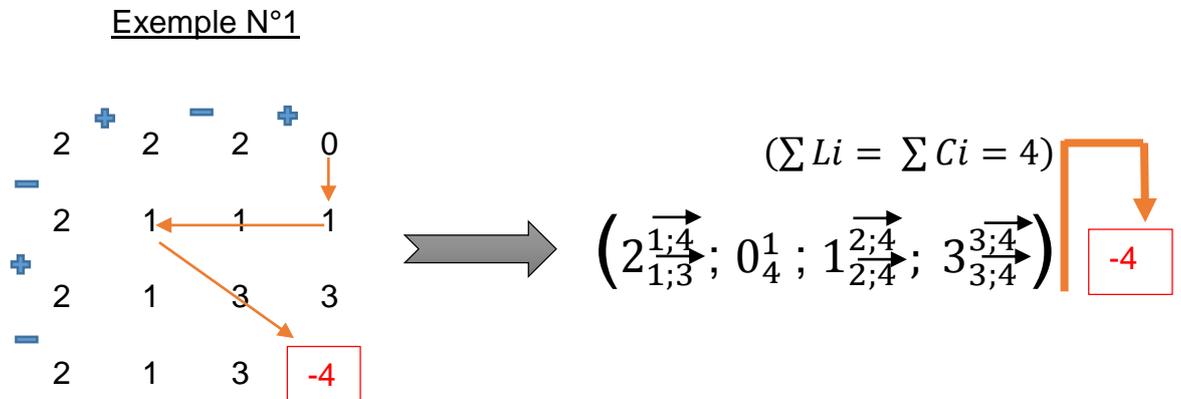
3.1.3. Forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH₂P)

Soient $X', X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-2}; X_{n-1} \in \mathbb{R}$ et $n =$ nombre entier naturel pair ($n \geq 4$)

$$\left((X_1)_{1;n-1}^{\overrightarrow{1;n}}; (X')_n^1; (X_2)_{2;n}^{\overrightarrow{2;n}}; (X_3)_{3;n}^{\overrightarrow{3;n}}; \dots; (X_{n-1})_{n-1;n}^{\overrightarrow{n-1;n}} \right) \left(\sum Li = \sum Ci = n \right) \left[X' - \sum_{i=2}^{n-1} X_i \right]$$

Exemple forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH₂P):

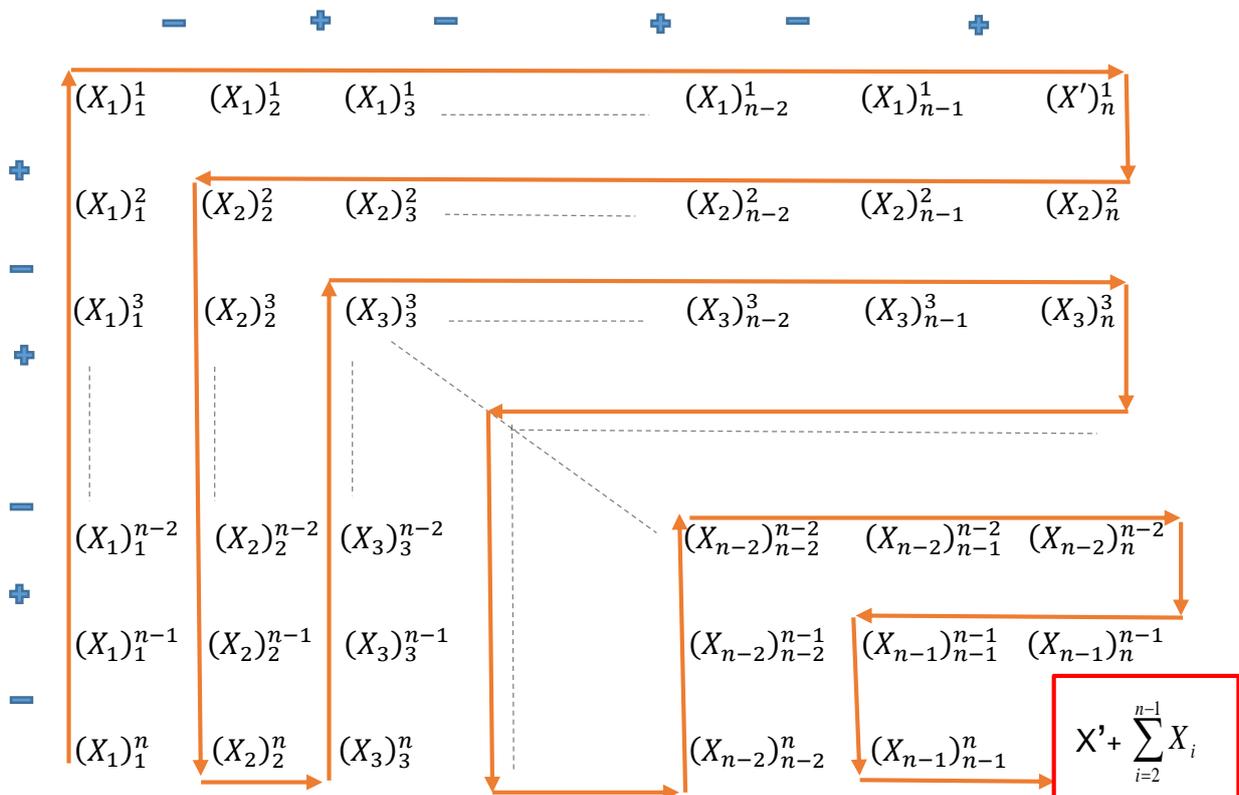
Donnons la forme condensée de l'exemple N°1 se trouvant dans la partie du sous-titre 3.1.2



3.2. Matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH₂I) :

3.2.1. Forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH₂I)

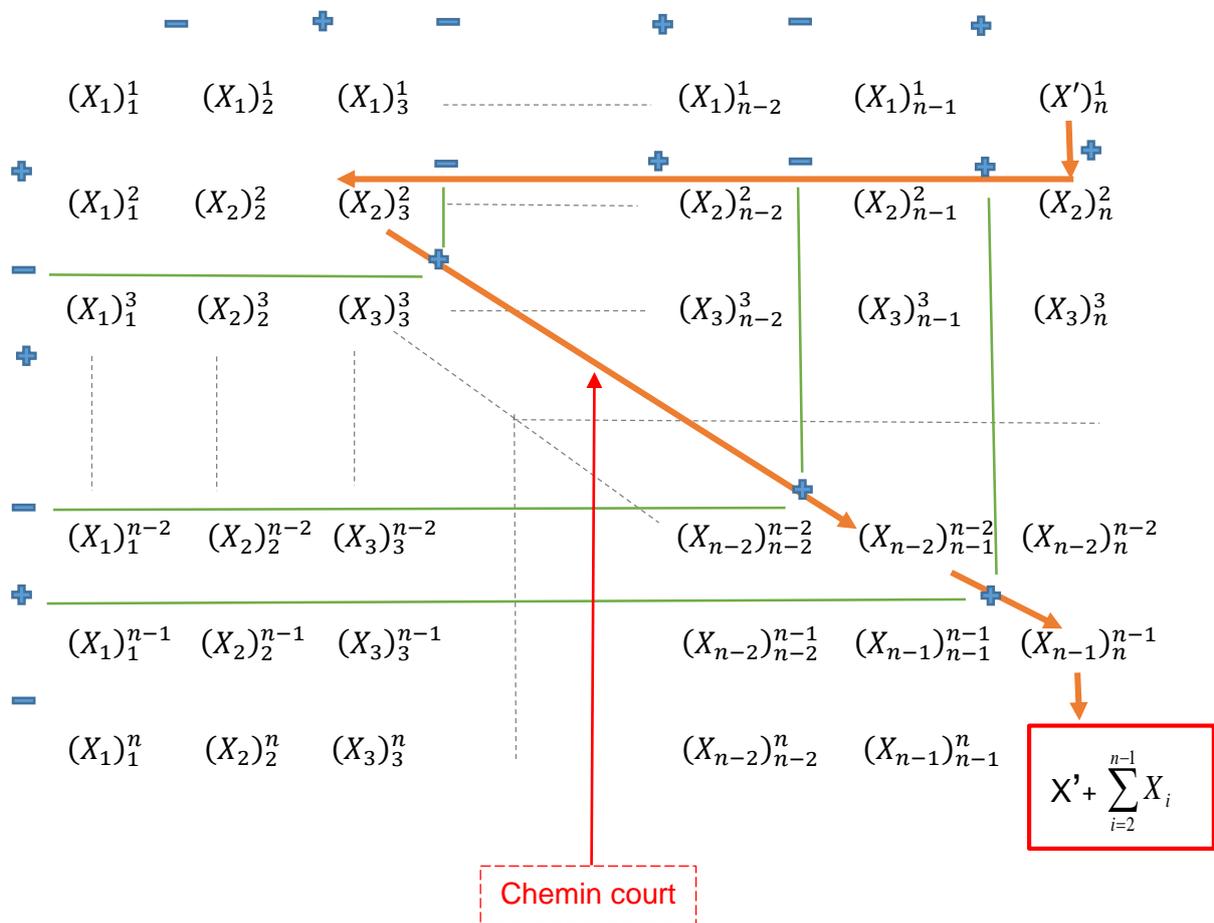
Soient $X', X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-2}; X_{n-1} \in \mathbb{R}$ et $n =$ nombre entier naturel impair ($n \geq 3$)



3.2.2. Propriété des matrègraphes hétérogènes de type 2 impair

(MH₂) :

Un matrègraphe hétérogène de type 2 impair a un chemin court pour effectuer des opérations internes et avoir rapidement le résultat interne. Ce chemin court qui relie la 1^{ère} ligne – n^{ème} colonne à la n^{ème} ligne – n^{ème} colonne passe d'abord par une partie de la deuxième cornière et traverse ensuite les nombres indépendants les plus proches de la diagonale (allant au niveau du résultat interne) et situés au-dessus de cette dernière.



Démonstration du résultat interne = $X' + \sum_{i=2}^{n-1} X_i$

Considérons le chemin court du matrégraphe ci-dessus, on a :

$$X' + X_2 + X_2 - X_2 + \dots - X_2 + X_3 + \dots + X_{n-2} + X_{n-1} =$$

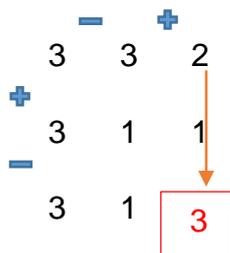
$$= 0$$

Il y a (n-3) termes qui sont opposés 2 à 2. n étant un nombre entier naturel impair et donc (n-3) devient pair. Alors les valeurs s'éliminent 2 à 2 et il ne restera que 0 comme résultat.

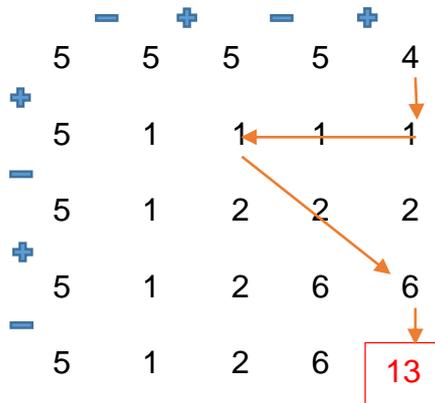
$$X' + X_2 + X_3 + \dots + X_{n-2} + X_{n-1} = X' + \sum_{i=2}^{n-1} X_i$$

Exemples forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH_{2I}):

Exemple N°1



Exemple N°2



3.2.3. Forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH_{2I})

Soient $X', X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-2}; X_{n-1} \in \mathbb{R}$ et $n =$ nombre entier naturel impair ($n \geq 3$)

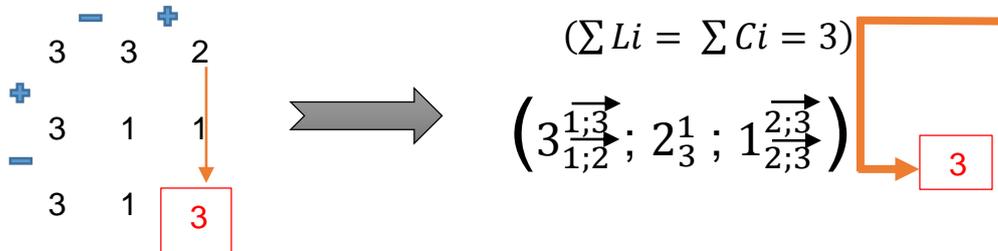
$$\left((X_1)_{1;n-1}^{\overrightarrow{1;n}}; (X')_n^1; (X_2)_{2;n}^{\overrightarrow{2;n}}; (X_3)_{3;n}^{\overrightarrow{3;n}}; \dots; (X_{n-1})_{n-1;n}^{\overrightarrow{n-1;n}} \right) \xrightarrow{(\sum Li = \sum Ci = n)}$$

$X' + \sum_{i=2}^{n-1} X_i$

Exemple forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH₂):

Donnons la forme condensée de l'exemple N°1 se trouvant dans la partie du sous-titre 3.2.2

Exemple N°1



Conclusions:

- Dans les matrégraphes pairs, la diagonale reliant la 1^{ère} ligne-1^{ère} colonne à la n^{ème} ligne-n^{ème} colonne représente soit entièrement ou partiellement le chemin court à suivre pour effectuer les opérations internes et avoir rapidement le résultat interne.
- Dans les matrégraphes impairs, la ligne oblique contiguë à la diagonale (reliant la 1^{ère} ligne-1^{ère} colonne à la n^{ème} ligne-n^{ème} colonne) et située au-dessus de cette dernière représente le plus souvent soit entièrement ou partiellement le chemin court à suivre pour effectuer les opérations internes et avoir rapidement le résultat interne.

4. Exercices résolus:

Exercice N°1

On donne les matrégraphes suivants :

		-	+	-	+	-	+	
	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	
+	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	
-	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	
+	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	
-	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	
+	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	
-	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	
	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	?

		-	+	-	+	-	+	-	+
	0	0	0	0	0	0	0	0	3
+	0	4	4	4	4	4	4	4	4
-	0	4	1	1	1	1	1	1	1
+	0	4	1	5	5	5	5	5	5
-	0	4	1	5	2	2	2	2	2
+	0	4	1	5	2	5	5	5	5
-	0	4	1	5	2	5	1	1	1
+	0	4	1	5	2	5	1	4	4
-	0	4	1	5	2	5	1	4	?

		-	+	-	+	
	81	81	81	81	81	
+	81	16	16	16	16	
-	81	16	1	1	1	
+	81	16	1	256	256	
-	81	16	1	256	256	
	81	16	1	256	256	?

$(\sum Li = \sum Ci = 3)$

$D = \left(\begin{matrix} 3\vec{1;3} \\ 1\vec{1;3} \end{matrix} ; -2\vec{2;3} \right)$

1

		+	-	+	-	+	-	+
	9	9	9	9	9	9	9	1
-	9	6	6	6	6	6	6	6
+	9	6	1	1	1	1	1	1
-	9	6	1	1	1	1	1	1
+	9	6	1	1	3	3	3	3
-	9	6	1	1	3	0	0	0
+	9	6	1	1	3	0	5	5
-	9	6	1	1	3	0	5	?

		+	-	+
	7	7	7	7
-	7	7	7	7
+	7	7	7	7
-	7	7	7	7
	7	7	7	?

$(\sum Li = \sum Ci = 10)$

$G = \left(1\vec{1;10}; 8\vec{1;10}; 3\vec{2;10}; 6\vec{3;10}; 2\vec{4;10}; 2\vec{5;10}; 1\vec{6;10}; 6\vec{7;10}; 4\vec{8;10}; 5\vec{9;10} \right)$

-21

$$\begin{array}{cccccc}
 & & + & - & + & - & + \\
 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
 - & & & & & & \\
 & 2 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
 + & & & & & & \\
 H = & 2 & 5 & -3 & -3 & -3 & -3 \\
 - & & & & & & \\
 & 2 & 6 & -3 & 0 & 0 & 0 \\
 + & & & & & & \\
 & 2 & 6 & -3 & 0 & 2 & 2 \\
 - & & & & & & \\
 & 2 & 6 & -3 & 0 & 2 & \boxed{?}
 \end{array}$$

1) Cocher la case correspondante dans le tableau ci-dessous :

	Matrégraphe homogène pair (MHP)	Matrégraphe homogène impair (MHI)	Matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH ₁ P)	Matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH ₁ I)	Matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH ₂ P)	Matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH ₂ I)
A						
B						
C						
D						
E						
F						
G						
H						

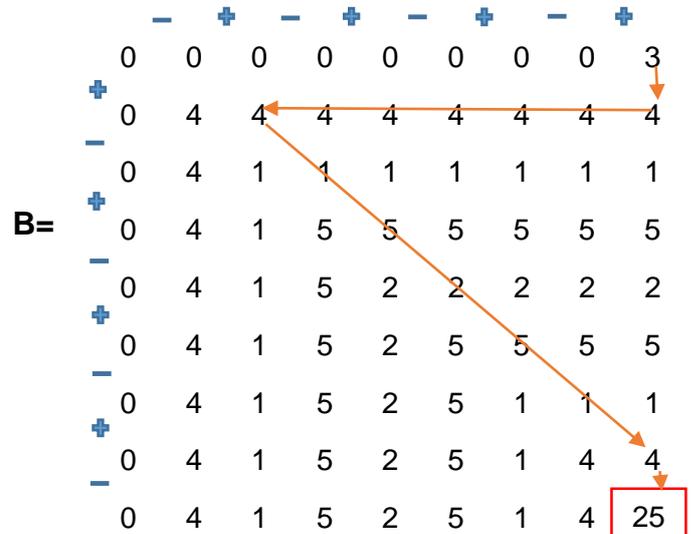
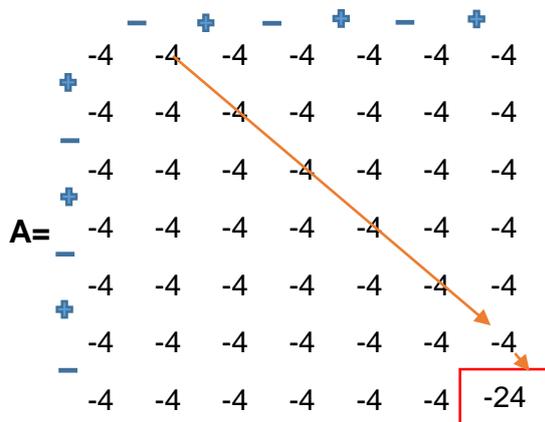
- 2) Compléter les matrégraphe A, B, C, E, F et H en donnant leurs résultats internes.
- 3) Donnez les formes détaillées des matrégraphe condensées D et G.
- 4) Comparer les matrégraphe A, B, C, D, E, F, G et H sur la base de leurs résultats internes.
- 5) Comparer les matrégraphe A, B, C, D, E, F, G et H sur la base de n (nombre de ligne et nombre de colonne).
- 6) Comparer les matrégraphe A, B, C, D, E, F, G et H sur la base de l'effectif de nombres réels qui sont traversés par le chemin court de chacun.

Solution:

1) On a 3 catégories de matrégraphe (matrégraphe homogène, matrégraphe hétérogène de type 1 et matrégraphe hétérogène de type 2) qui comptent chacune de 2 sous catégories (pair et impair) d'où le total de 6 sous catégories qui sont : **MHP, MHI, MH₁P, MH₁I, MH₂P et MH₂I** données dans le tableau ci-dessous. Nous allons à présent indiquer la sous-catégorie à laquelle appartient chacun des matrégraphes.

	Matrégraphe homogène pair (MHP)	Matrégraphe homogène impair (MHI)	Matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH ₁ P)	Matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH ₁ I)	Matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH ₂ P)	Matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH ₂ I)
A		✗				
B						✗
C				✗		
D				✗		
E					✗	
F	✗					
G					✗	
H			✗			

2) Complétons les matrégraphes en donnant leurs résultats internes :



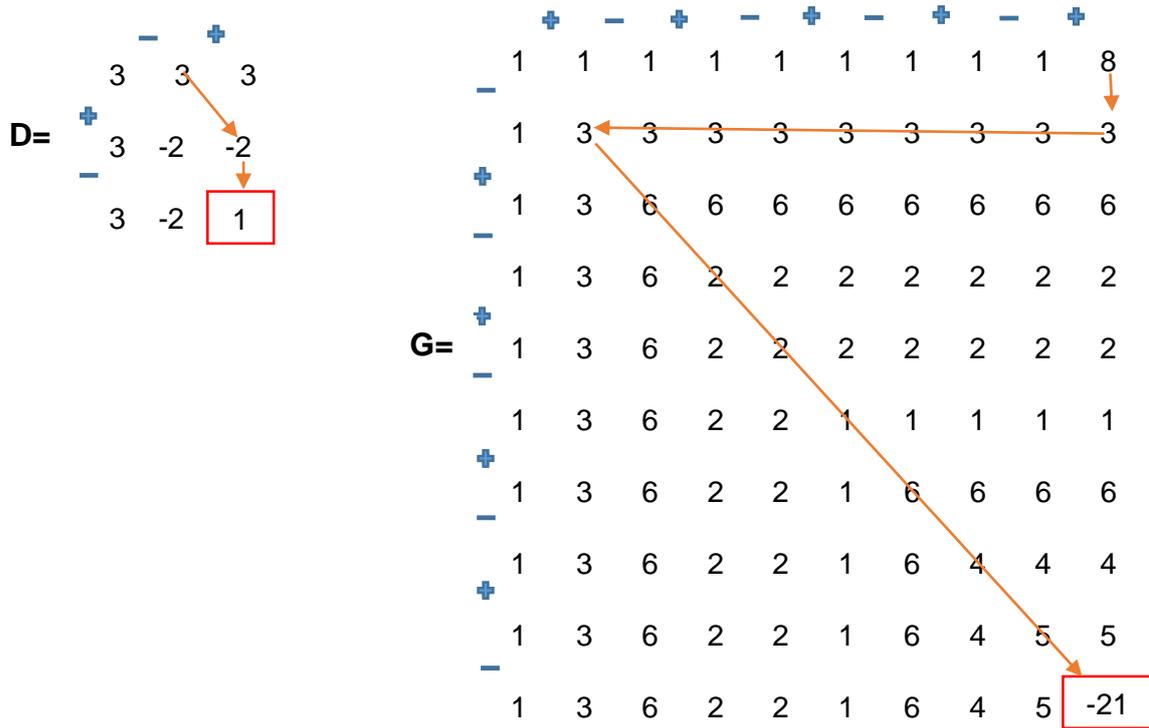
		-	+	-	+	
	81	81	81	81	81	
+	81	16	16	16	16	
-	81	16	1	1	1	
+	81	16	1	256	256	
-	81	16	1	256	354	

		+	-	+	-	+	-	+
	9	9	9	9	9	9	9	1
-	9	6	6	6	6	6	6	6
+	9	6	1	1	1	1	1	1
-	9	6	1	1	1	1	1	1
+	9	6	1	1	3	3	3	3
-	9	6	1	1	3	0	0	0
+	9	6	1	1	3	0	5	5
-	9	6	1	1	3	0	5	-15

		+	-	+
	7	7	7	7
-	7	7	7	7
+	7	7	7	7
-	7	7	7	-7

		+	-	+	-	+
	2	2	2	2	2	2
-	2	5	5	5	5	5
+	2	5	-3	-3	-3	-3
-	2	6	-3	0	0	0
+	2	6	-3	0	2	2
-	2	6	-3	0	2	-2

3) Les formes détaillées des matrègraphes D et G sont :



4) Comparaison des matrègraphes sur la base de leurs résultats internes :
 Désignons par K le résultat interne d'un matrègraphe considéré.

A < G < E < F < H < D < B < C

(K=-24) (K=-21) (K=-15) (K=-7) (K=-2) (K=1) (K=25) (K=354)

5) Comparaison des matrègraphes sur la base de n (nombre de ligne et nombre de colonne)

D < F < C < H < A < E < B < G

(n=3) (n=4) (n=5) (n=6) (n=7) (n=8) (n=9) (n=10)

6) Comparaison des matrègraphes sur la base de l'effectif de nombres réels qui sont traversés par le chemin court de chacun.

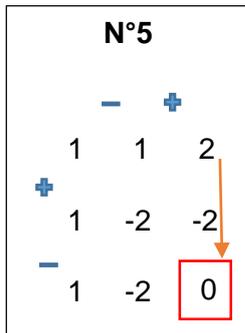
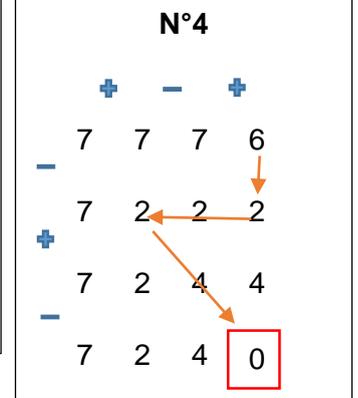
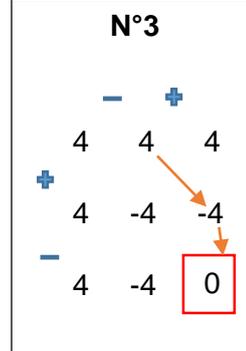
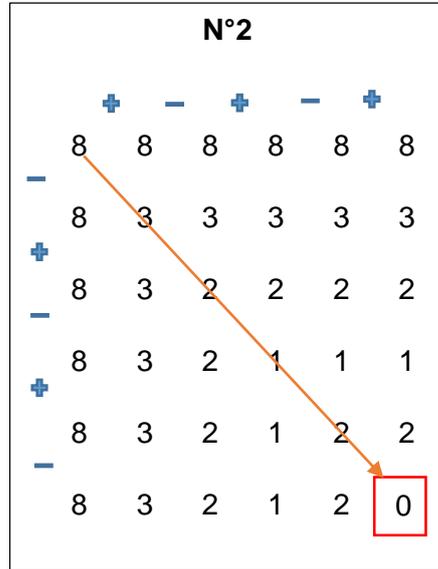
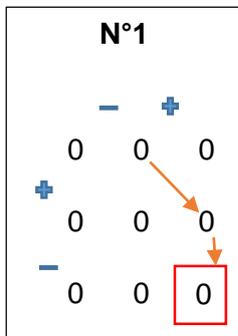
D < F < C < H < A < E < B < G

(2 réels traversés) (3 réels traversés) (4 réels traversés) (5 réels traversés) (6 réels traversés) (13 réels traversés) (14 réels traversés) (17 réels traversés)

Exercice N°2:

Donnez 5 matrédigraphes différents dont le résultat interne de chacun est égal à 0.

Solution:

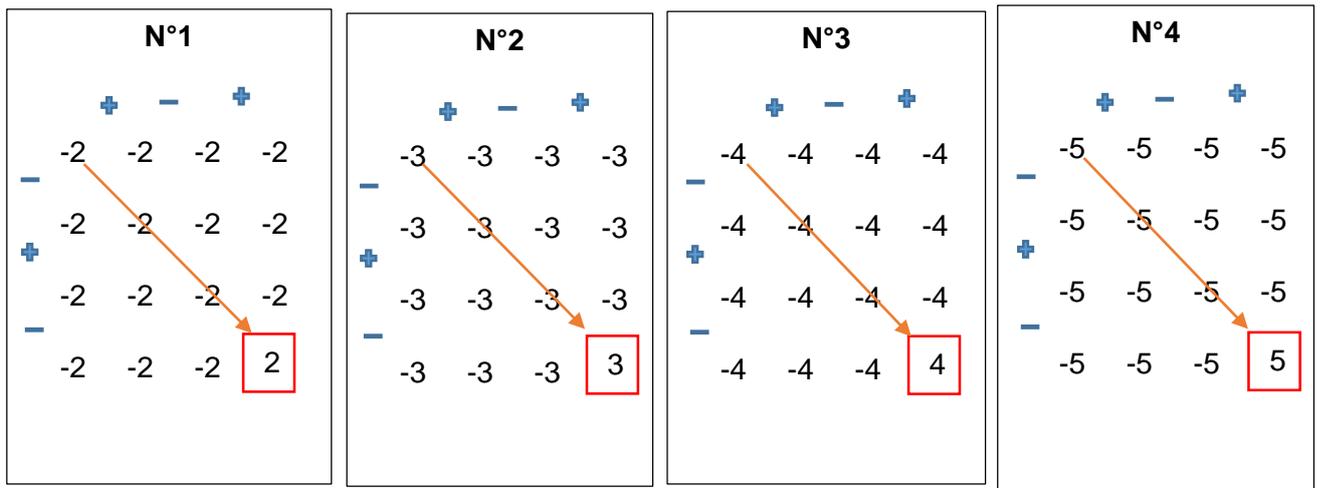


NB :Il y a plusieurs autres solutions.

Exercice N°3 :

Donnez 4 matrédigraphes différents dont leurs résultats internes sont des nombres réels consécutifs

Solution:



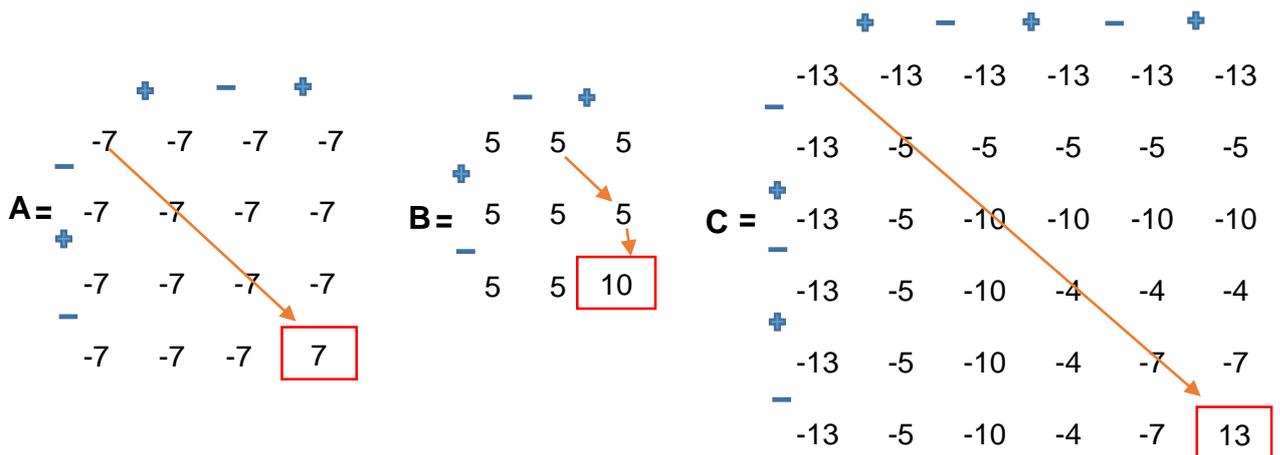
NB : Il y a plusieurs autres solutions.

Exercice N°4 : Matrgraphes et suite arithmétique

Soient $A=MHP$; $B=MHI$; $C=MH_1P$; $D=MH_1I$; $E=MH_2P$; $F=MH_2I$ des matrgraphes dont les résultats internes sont les termes d'une suite arithmétique de premier terme égal à 7 et de raison $r=3$.

Déterminer ces matrgraphes A ; B ; C ; D, E et F.

Solution:



$$\begin{array}{cccc}
 & - & + & \\
 + & 12 & 12 & 12 \\
 - & 12 & 4 & 4 \\
 & 12 & 4 & 16
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 & + & - & + \\
 - & 6 & 6 & 6 & 21 \\
 + & 6 & 1 & 1 & 1 \\
 - & 6 & 1 & -12 & -12 \\
 & 6 & 1 & -12 & 32
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 & - & + & - & + \\
 + & 4 & 4 & 4 & 4 & 50 \\
 - & 4 & 10 & 10 & 10 & 10 \\
 + & 4 & 10 & 3 & 3 & 3 \\
 - & 4 & 10 & 3 & 1 & 1 \\
 & 4 & 10 & 3 & 1 & 64
 \end{array}$$

Ainsi, on a la suite géométrique : **2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64** $q = 2$
A B C D E F

NB : Il y a plusieurs autres solutions.

Exercice N°6: Matrégraphe et équation à une variable.

Le matrégraphe **A** ci-dessous est un **MH₁P** à une variable. Déterminer la variable x .

$$\begin{array}{cccc}
 & + & - & + & - & + \\
 - & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\
 + & 3 & -2x & -2x & -2x & -2x \\
 - & 3 & -2x & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 + & 3 & -2x & 0 & 4 & 4 & 4 \\
 - & 3 & -2x & 0 & 4 & 0 & 0 \\
 & 3 & -2x & 0 & 4 & 0 & 3x
 \end{array}$$

Solution:

Pour déterminer rapidement la variable x , considérons le chemin court du matrégraphe. En effet, on peut écrire : $3 + 2x - 0 - 4 - 0 = 3x \rightarrow -1 = 3x - 2x \rightarrow$

$$\boxed{x = -1}$$

Le matrégraphe est alors :

		+	-	+	-	+
	3	3	3	3	3	3
-						
	3	2	2	2	2	2
+						
A=	3	2	0	0	0	0
-						
	3	2	0	4	4	4
+						
	3	2	0	4	0	0
-						
	3	2	0	4	0	-3

III. Propriétés relatives à la fusion des matrégraphes :

Propriété N°1:

Si A et B sont deux matrégraphes de même catégorie et ayant même nombre de ligne et même nombre de colonne, alors en additionnant les nombres indépendants du matrégraphe A avec ceux du matrégraphe B dans leurs positions correspondantes ($L_i ; C_i$), on obtient un matrégraphe C appartenant à la même catégorie dont le résultat interne est la somme des résultats internes des deux premiers matrégraphes A et B.

Exemples:

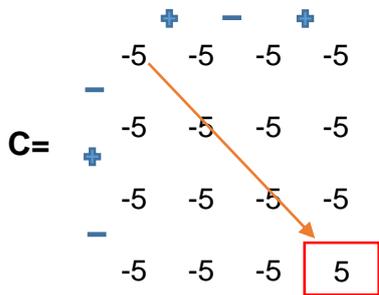
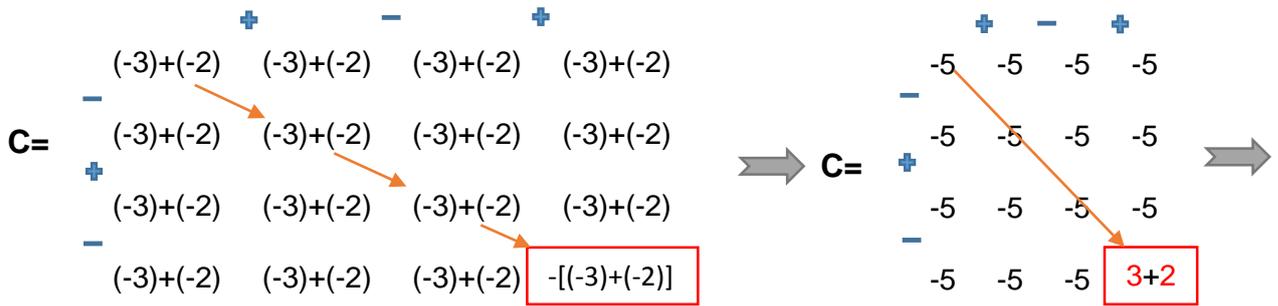
Exemple N°1 :

		+	-	+		
	-3	-3	-3	-3		
-						
A=	-3	-3	-3	-3		
+						
	-3	-3	-3	-3		
-						
	-3	-3	-3	3		

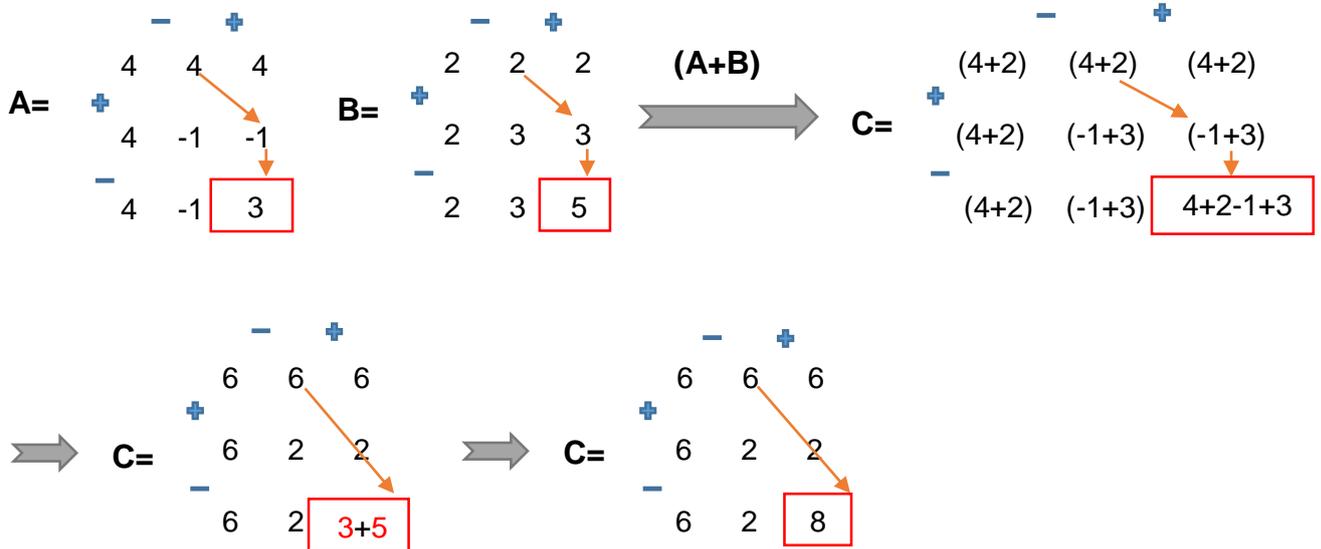
		+	-	+		
	-2	-2	-2	-2		
-						
B=	-2	-2	-2	-2		
+						
	-2	-2	-2	-2		
-						
	-2	-2	-2	2		

(A+B)

→



Exemple N°2

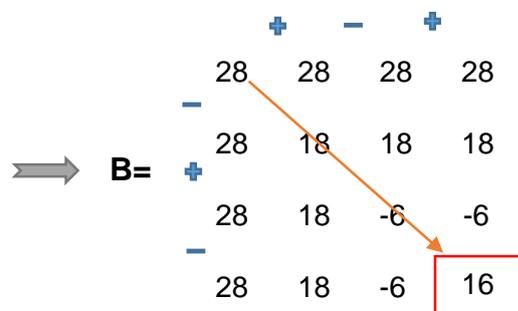
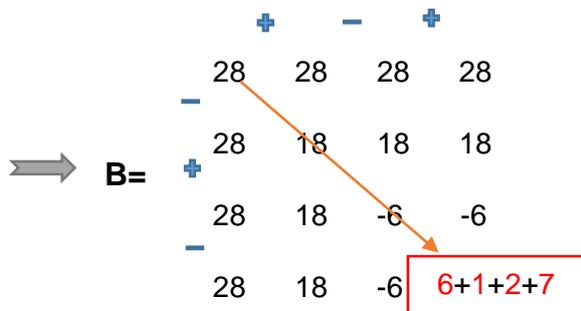
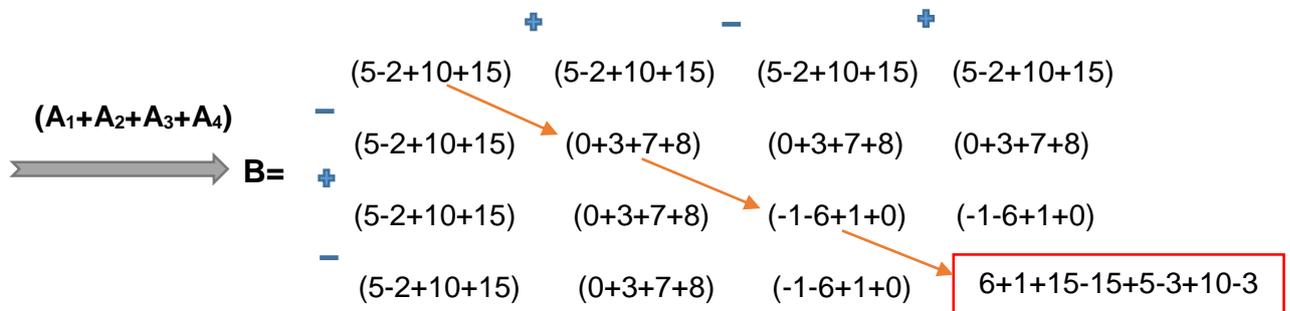
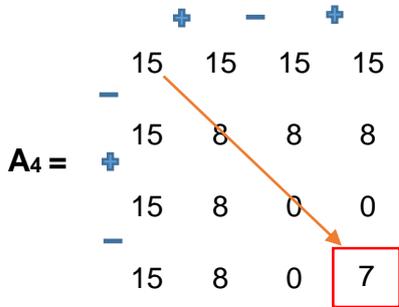
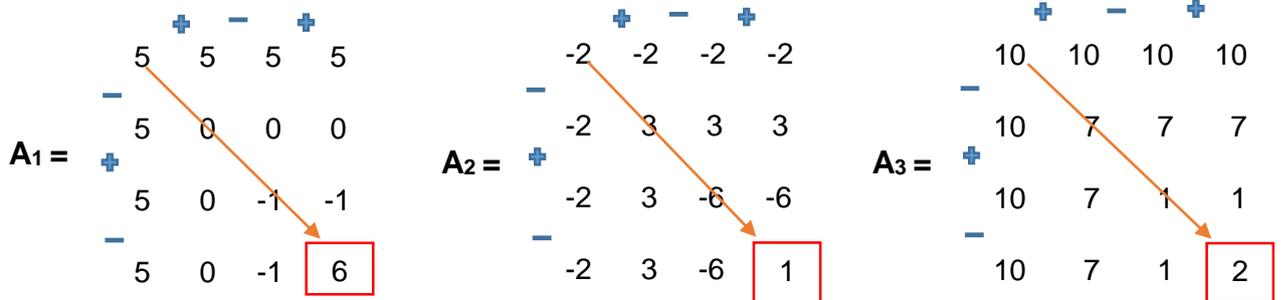


Propriété N°2:

Soient $A_1 ; A_2 ; A_3 ; \dots ; A_n$ des matrègraphes de même catégorie et ayant même nombre de ligne et même nombre de colonne, alors en additionnant les nombres indépendants des matrègraphes A_i dans leurs positions correspondantes ($L_i ; C_i$), on

obtient un matragraphe B de la même catégorie dont le résultat interne est la somme des résultats internes de tous ces matragraphes A_i .

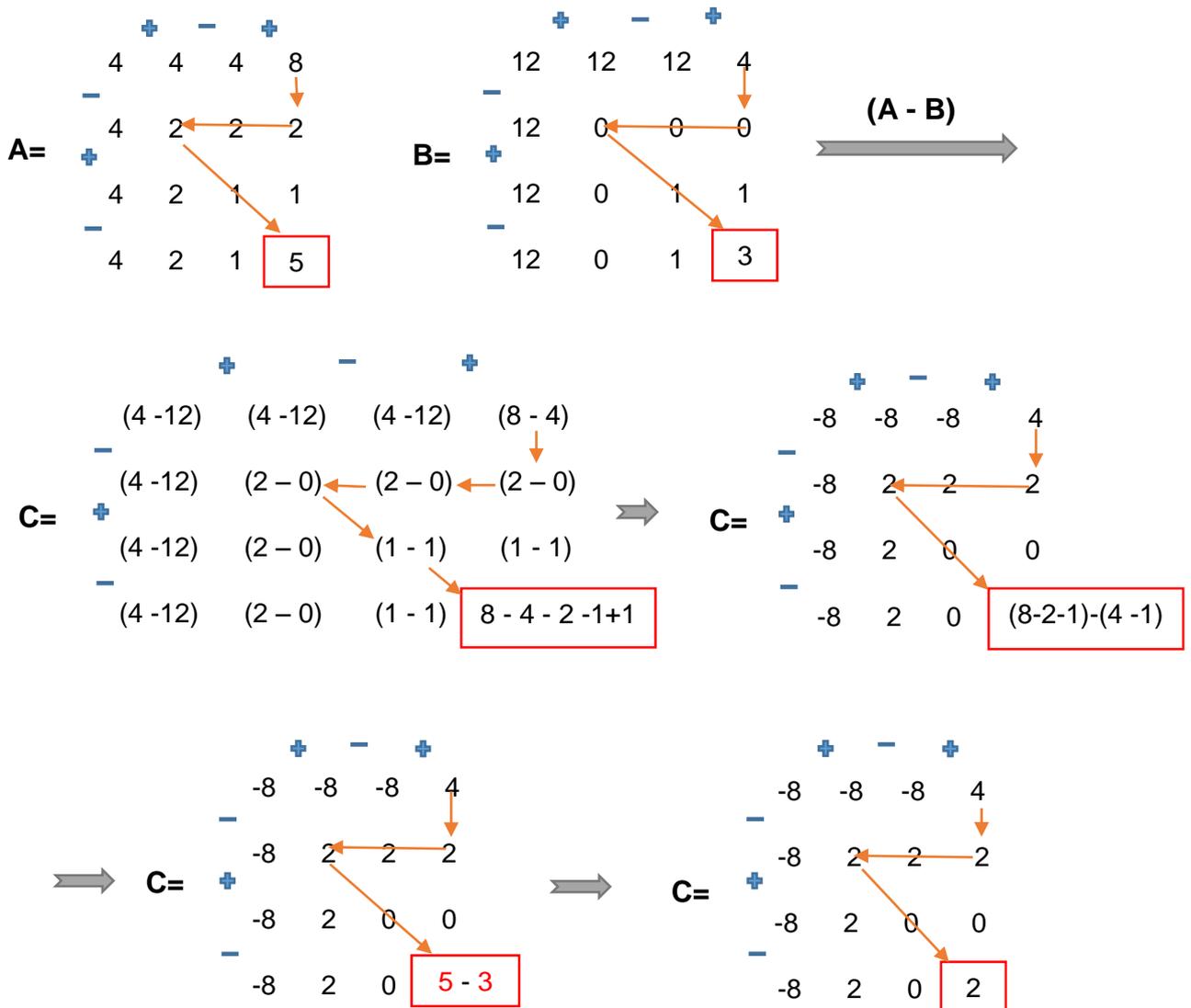
Exemple:



Propriété N°3:

Si A et B sont deux matrégraphes de même catégorie et ayant même nombre de ligne et même nombre de colonne, alors en effectuant une soustraction des nombres indépendants du matrégraphe A avec ceux du matrégraphe B dans leurs positions correspondantes ($L_i ; C_i$), on obtient un matrégraphe C appartenant à la même catégorie dont le résultat interne est la différence des résultats internes des deux premiers matrégraphes A et B.

Exemple:

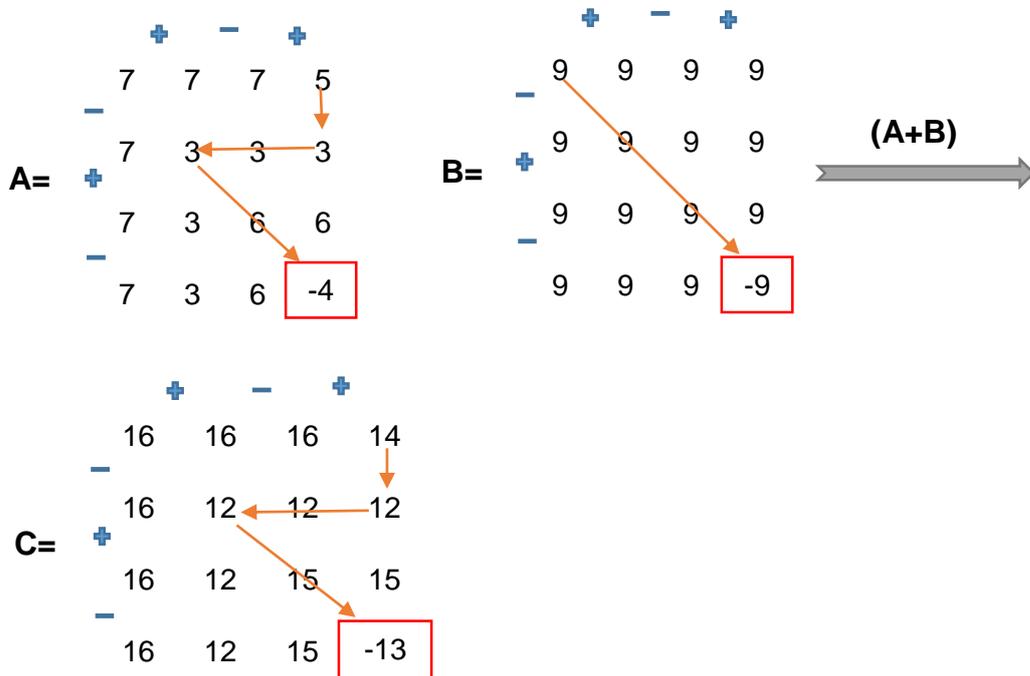


Propriété N°4:

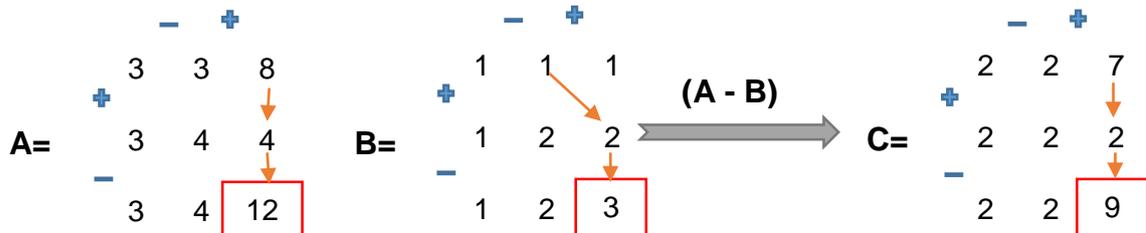
Le matrégraphe de type 2 a la propriété d'absorber toute autre catégorie qui est différente de lui dans les opérations de fusion-addition et fusion-soustraction.

Exemples:

Exemple N°1



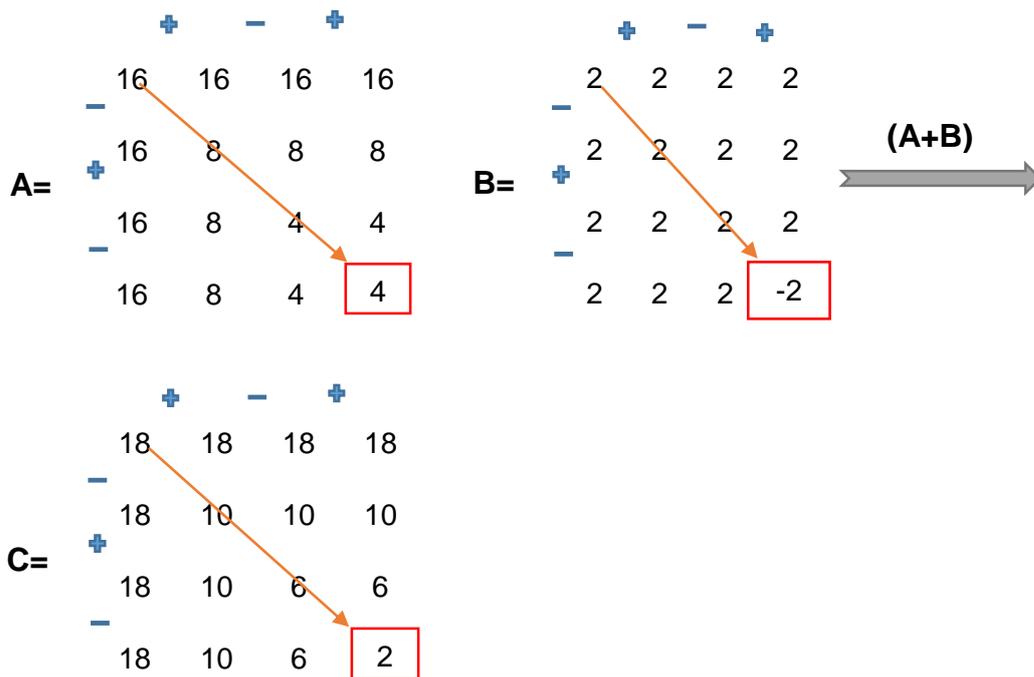
Exemple N°2



Propriété N°5:

Le matrégraphe de type 1 a la propriété d'absorber le matrégraphe homogène dans les opérations de fusion-addition et fusion-soustraction.

Exemple:

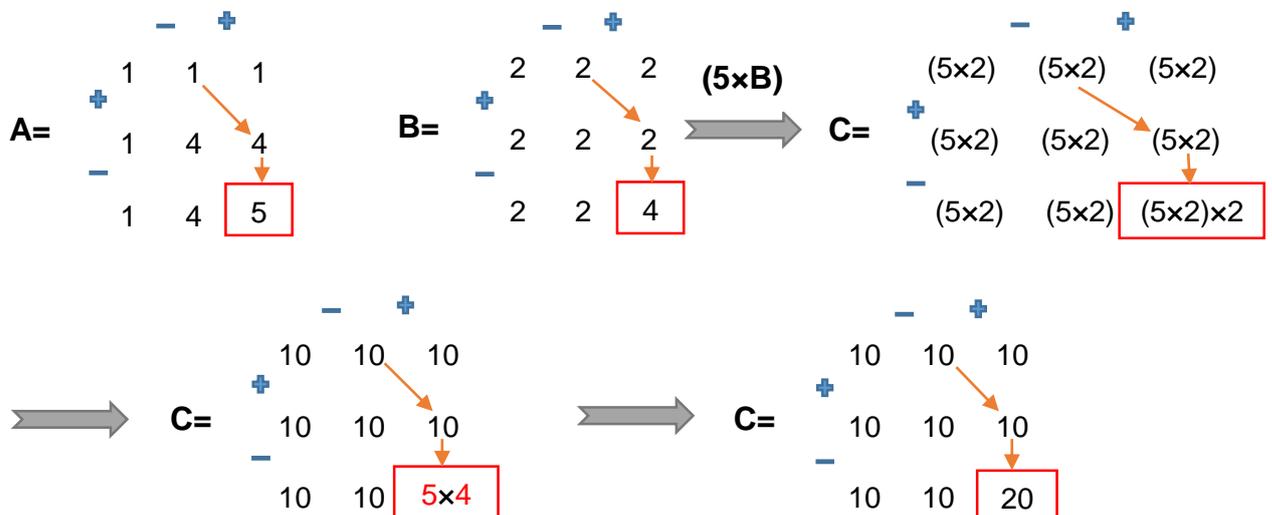


Propriété N°6:

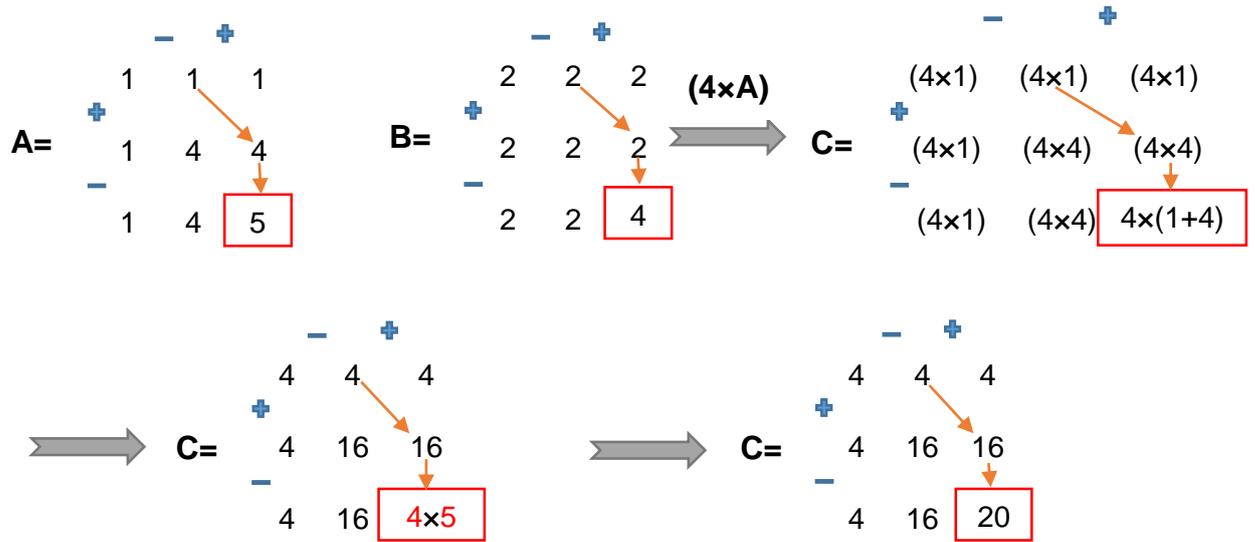
Soient A et B deux matrgraphes quelconques. La multiplication du résultat interne de l'un d'entre eux par chacun des nombres indépendants de l'autre conduit à l'obtention d'un matrgraphe C dont le résultat interne est le produit des résultats internes de ces matrgraphes A et B.

Exemples:

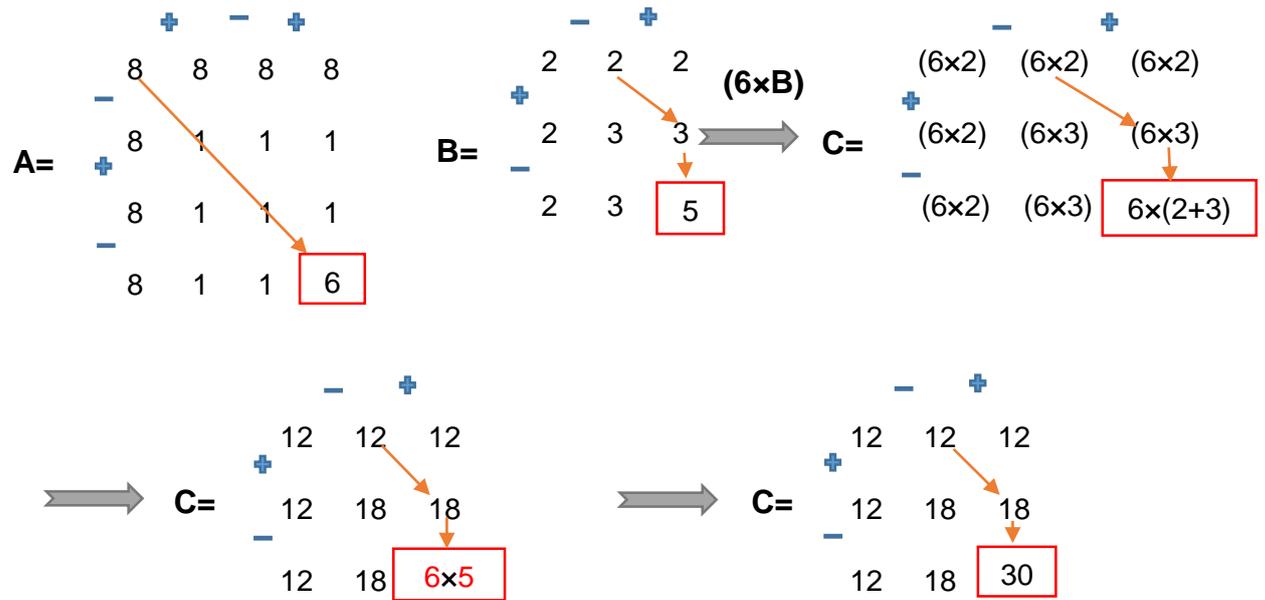
Exemple N°1



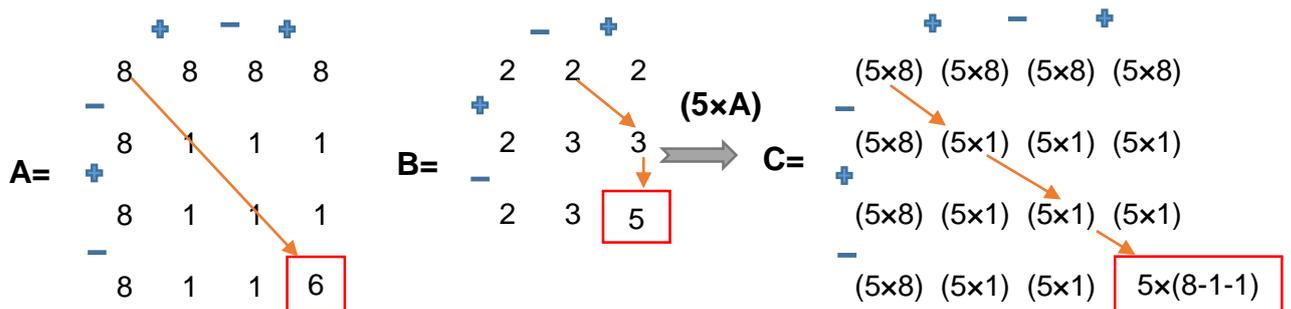
Exemple N°2

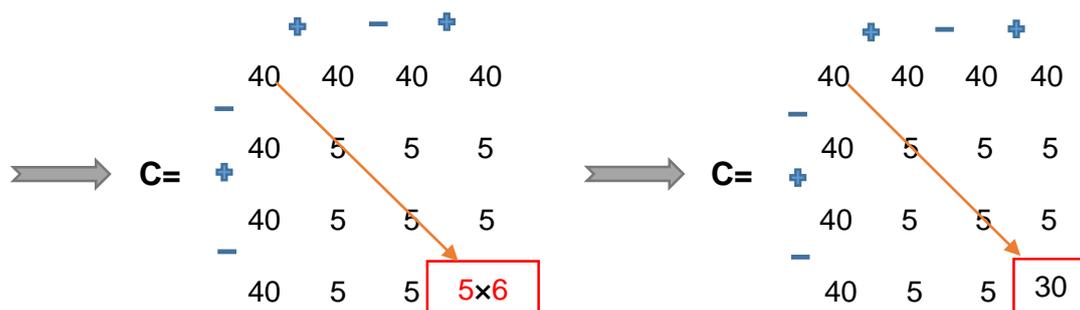


Exemple N°3



Exemple N°4





IV. Champs d'application de la théorie des matrégraphes :

La théorie trouve son application en physique, chimie, informatique, télécommunications, électricité, cryptographie, mécanique, transport,etc

Les matrégraphes peuvent être utilisés pour représenter des grandeurs physiques telles que : l'espace, le temps, la vitesse, l'accélération, la masse, le volume, la pression, la température, la fréquenceetc ou représenter des choses ou des personnes à qui ces grandeurs sont associées. On peut en effet se servir des matrégraphes pour :

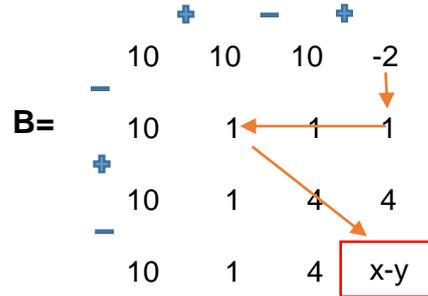
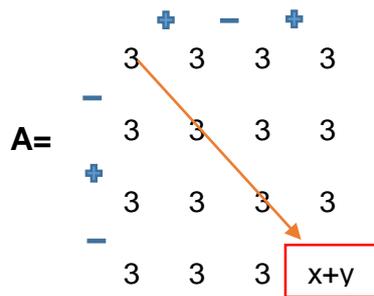
- étudier des positions ou des états dynamiques ou statiques.
- étudier certaines formes géométriques
- étudier les tracés de projets linéaires : route, autoroute, chemin de fer ...etc

1. Exercices résolus:

Exercice N°1:

Soient $(x ; y)$ les coordonnées d'un point P dans l'espace à 2 dimensions.

Quelle est la position de ce point P sachant que la somme $(x+y)$ est le résultat interne du matrégraphe A et la différence $(x-y)$ est quant à elle le résultat interne du matrégraphe B.



Solution:

En faisant les opérations arithmétiques internes sur le chemin court du matrégraphe A, on obtient l'équation suivante : $3 - 3 - 3 = x + y \implies x + y = -3$ (équation N°1)

Les opérations arithmétiques internes sur le chemin court du matrégraphe B nous emmènent à l'équation suivante : $-2 - 1 + 1 - 1 - 4 = x - y \implies x - y = -7$ (équation N°2)

Pour déterminer les coordonnées du point P, résolvons le système de 2 équations à 2 inconnues suivante :

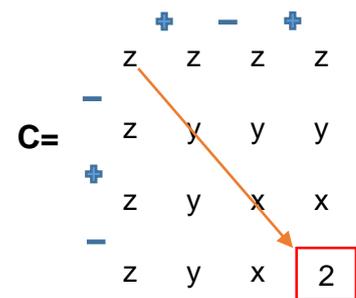
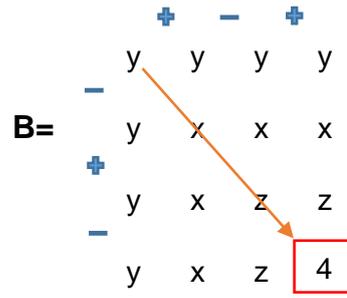
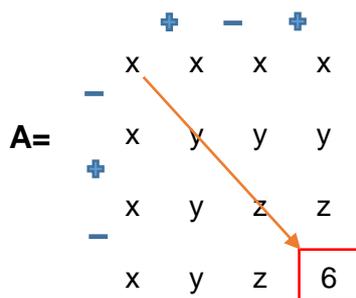
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{équation N°1} \\ \text{équation N°2} \end{array} \right. \implies \left\{ \begin{array}{l} x + y = -3 \\ x - y = -7 \end{array} \right. \implies \left\{ \begin{array}{l} x = -5 \\ y = 2 \end{array} \right. \implies$$

P (-5 ; 2)

Exercice N°2:

Soient $(x ; y ; z)$ les coordonnées d'un point P dans l'espace à 3 dimensions.

Déterminer la position de ce point P à partir de ces 3 matrégraphes (MH₁P) suivants :



Solution:

Effectuons les opérations arithmétiques internes sur les chemins courts de ces matrégraphes, on a :

- pour le matrégraphe A : $x - y - z = 6$ (équation N°1)
- pour le matrégraphe B : $-x + y - z = 4$ (équation N°2)
- pour le matrégraphe C : $-x - y + z = 2$ (équation N°3)

Pour trouver les coordonnées du point P, résolvons le système de 3 équations à 3 inconnues suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{équation N°1} \\ \text{équation N°2} \\ \text{équation N°3} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x - y - z = 6 \\ -x + y - z = 4 \\ -x - y + z = 2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -3 \\ y = -4 \\ z = -5 \end{array} \right. \Rightarrow$$

P(-3 ; -4 ; -5)

Exercice N°3:

a) Quel matrégraphe pourrons nous envisager pour un mobile ayant une vitesse initiale égale à 5 m/s et qui doit atteindre la vitesse de 40 m/s au bout de 4s ?

(Les nombres réels du matrégraphe envisagé doivent représenter les vitesses atteintes par ce mobile seconde après seconde pendant son déplacement)

b) Déterminer l'accélération de ce mobile.

Solution:

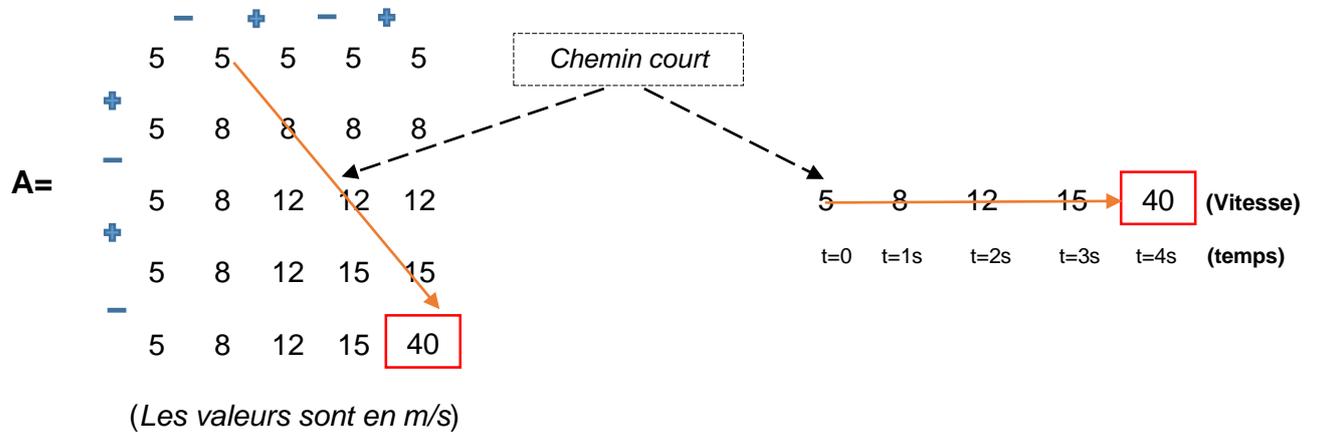
a) Envisageons pour le mobile le matrégraphe suivant :

		-	+	-	+	
	5	5	5	5	5	
+	5	8	8	8	8	
-	5	8	12	12	12	(m/s)
+	5	8	12	15	15	
-	5	8	12	15	40	

NB: Il y a plusieurs autres solutions.

b) Déterminons l'accélération du mobile :

Considérons le chemin court du matrègraphe



L'accélération est alors $a = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i} = \frac{40 - 5}{4 - 0} = 8,75 \text{ m/s}^2$

Exercice N°4:

a) Quel matrègraphe pourrons nous envisager pour un véhicule roulant à la vitesse de 50 m/s et qui doit s'arrêter au bout de 5s ?

(Les nombres réels du matrègraphe envisagé doivent représenter les vitesses du véhicule seconde après seconde)

b) Calculer la décélération de ce véhicule.

c) Le véhicule s'est arrêté à l'instant $t = 5s$ et demeure immobile jusqu'à l'instant $t = 9s$. Quel est le nouveau matrègraphe du véhicule?

Solution:

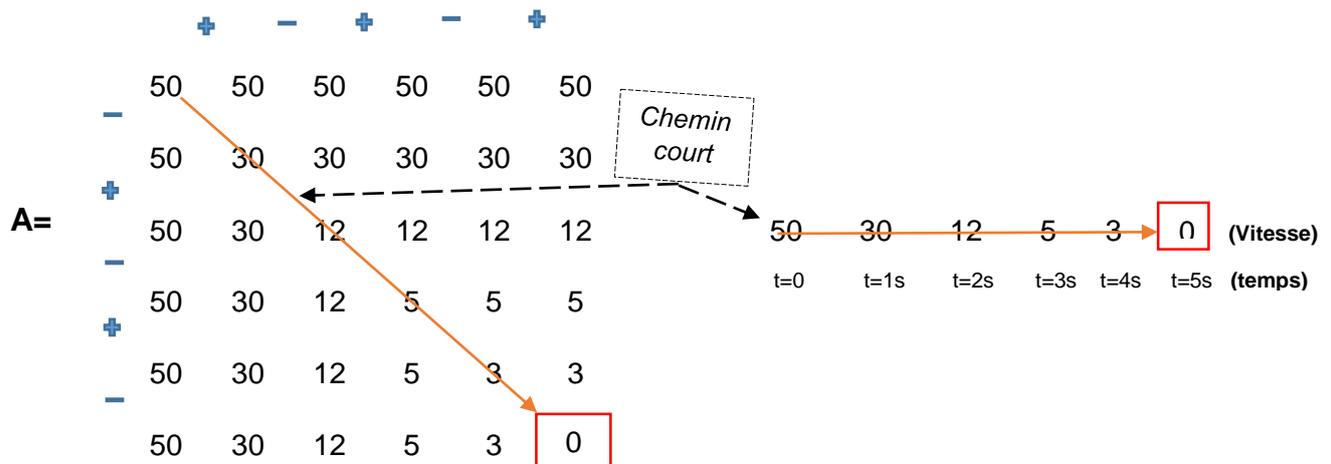
a) Envisageons pour le véhicule le matrègraphe suivant :

		+	-	+	-	+	
	50	50	50	50	50	50	
-	50	30	30	30	30	30	
+	50	30	12	12	12	12	(m/s)
-	50	30	12	5	5	5	
+	50	30	12	5	3	3	
-	50	30	12	5	3	0	

NB: Il y a plusieurs autres solutions.

b) Calculons la décélération du véhicule

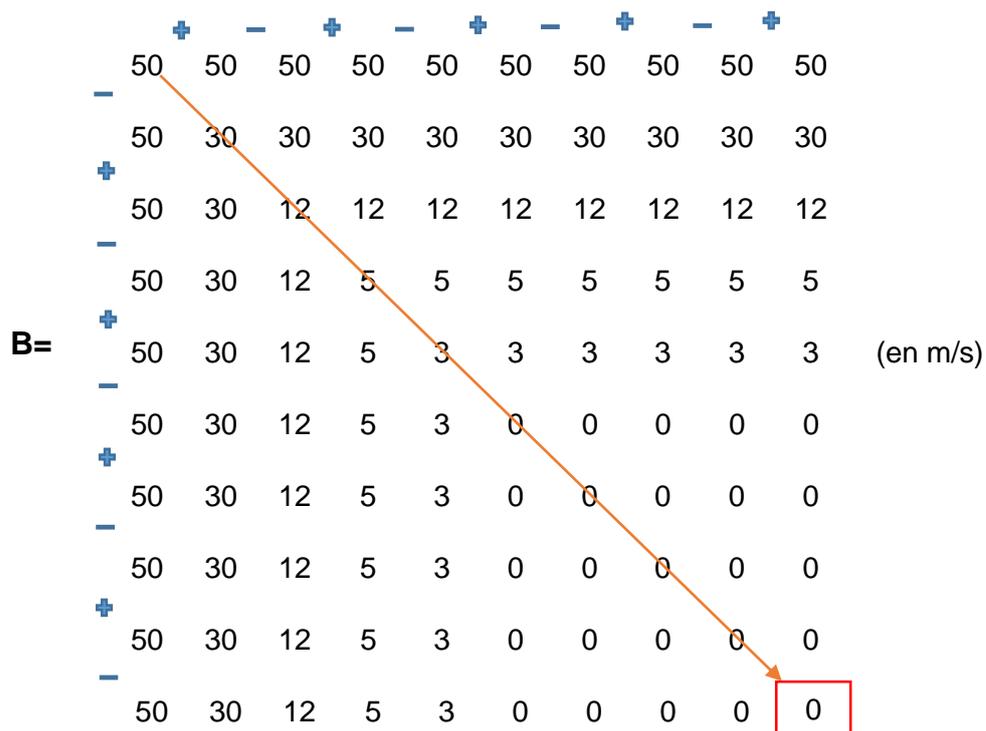
Considérons le chemin court du matrégraphe :



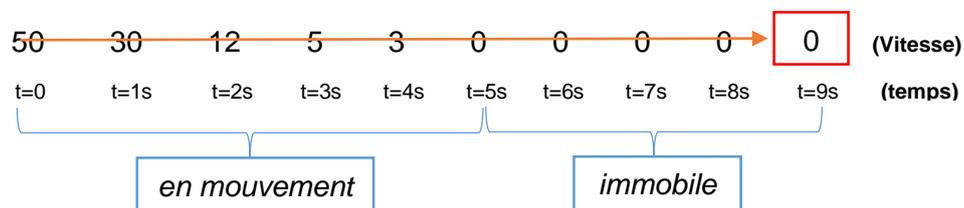
(Les valeurs sont en m/s)

La décélération du véhicule est alors :
$$a = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i} = \frac{0 - 50}{5 - 0} = -10 \text{ m/s}^2$$

c) Le nouveau matrégraphe du véhicule est :



Le chemin court du matr graphe nous montre la vitesse du véhicule à chaque seconde



Exercice N 5:

Soient A ; B ; C trois villages reliés par 2 tronçons de route AB et BC ayant respectivement pour longueur 2,5 Km et 1,5 Km.

- 1) Quel matr graphe pourrions nous attribuer à A ; B et C afin d'avoir un modèle qui répond à la situation telle qu'elle est décrite en haut ?
- 2) Représenter le modèle.

Solution:

- 1) AC étant une route composée de 2 tronçons AB et BC. Alors $AC = AB + BC = 2,5 \text{ Km} + 1,5 \text{ Km} = 4 \text{ Km}$.

Le village A étant l'origine de la route, attribuons lui le matrégraphe A.

B est le village suivant, situé à 2,5 Km du village A. Attribuons au village B le matrégraphe B.

Et enfin, C est le village qui vient en dernière position. Il est situé à 1,5 Km du village précédent B et à 4 Km du village A. Attribuons à ce village C le matrégraphe C.

$$A = \begin{array}{c} + \\ 0 \quad 0 \\ - \\ 0 \quad \boxed{0} \end{array}$$

$$B = \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ 6 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \\ - \\ 6 \quad 1,5 \quad 1,5 \quad 1,5 \\ + \\ 6 \quad 1,5 \quad 2 \quad 2 \\ - \\ 6 \quad 1,5 \quad 2 \quad \boxed{2,5} \end{array}$$

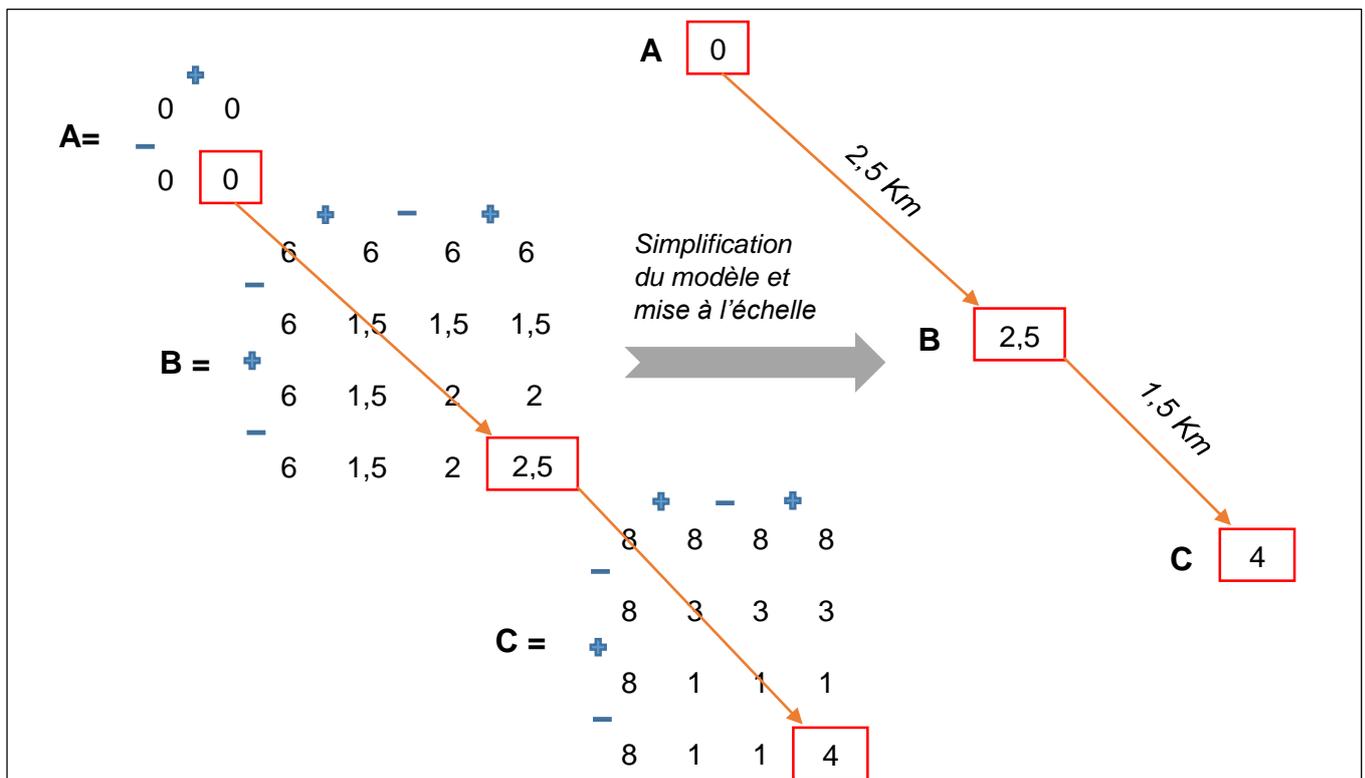
$$C = \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \\ - \\ 8 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \\ + \\ 8 \quad 3 \quad 1 \quad 1 \\ - \\ 8 \quad 3 \quad 1 \quad \boxed{4} \end{array}$$

(toutes les valeurs sont en Km)

(toutes les valeurs sont en Km)

NB: Il y a plusieurs autres solutions.

- 2) Pour représenter le modèle, rapprochons les 3 matrégraphe A ; B et C et relierons leurs chemins courts.



Exercice N°6 :

Un vue aérienne montre 3 villages A ; B et C qui sont reliés par deux tronçons de route AB et BC :

- AB est un linéaire de 5 Km comportant 2 virages.
- BC est un tronçon droit d'une longueur de 2 km.

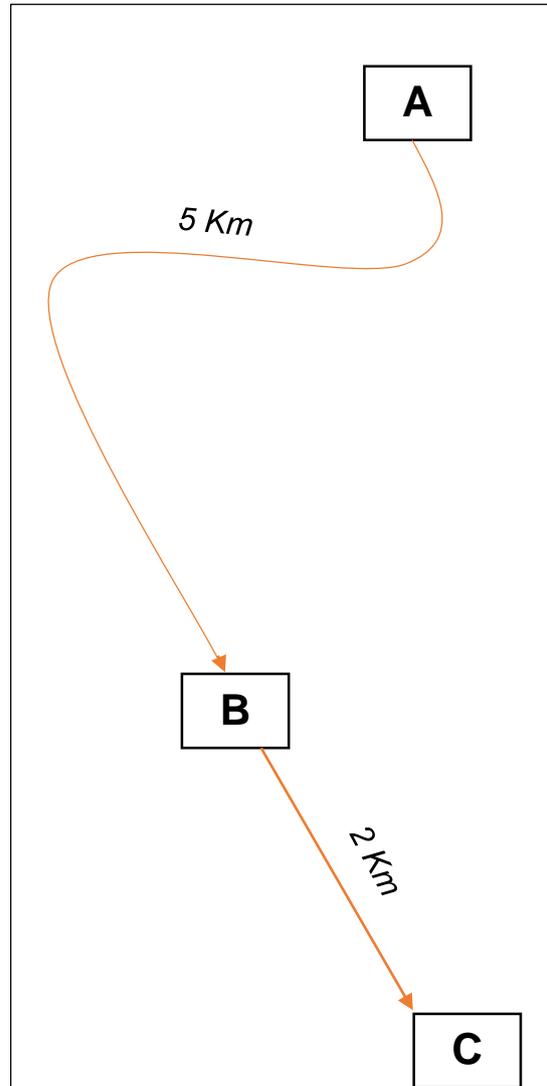
1) Quel matrégraphe pourrons nous attribuer à A ; B et C afin d'avoir un modèle qui répond à la situation décrite en haut ?

2) Représenter le modèle.

3) Un automobiliste parcourt la distance AC.

a) Quelle est la durée de parcours du tronçon AB sachant que le mouvement étant uniforme (la vitesse du véhicule est $V_A = V_B = 40 \text{ Km/h}$) ?

b) Quelle est l'accélération moyenne du véhicule sur le tronçon BC sachant que la durée de parcours de ce tronçon est 2mn20s et la vitesse en C est $V_C = 50 \text{ Km/h}$?



Solution:

AC étant une route de longueur totale 7 Km composée du tronçon AB = 5 Km et BC = 2 Km.

1) Les matrégraphes :

Attribuons les matrégraphes A ; B ; C respectivement aux villages A ; B et C.

a) Déterminons la durée de parcours du tronçon AB (t_{AB}) :

Sur le tronçon AB, le mouvement étant uniforme, $V_A = V_B = 40 \text{ Km/h} = 11,11 \text{ m/s}$

$$\text{On a : } V_B = \frac{d_{AB}}{t_{AB}} \implies t_{AB} = \frac{d_{AB}}{V_B} = \frac{5000}{11,11} = 450 \text{ s}$$

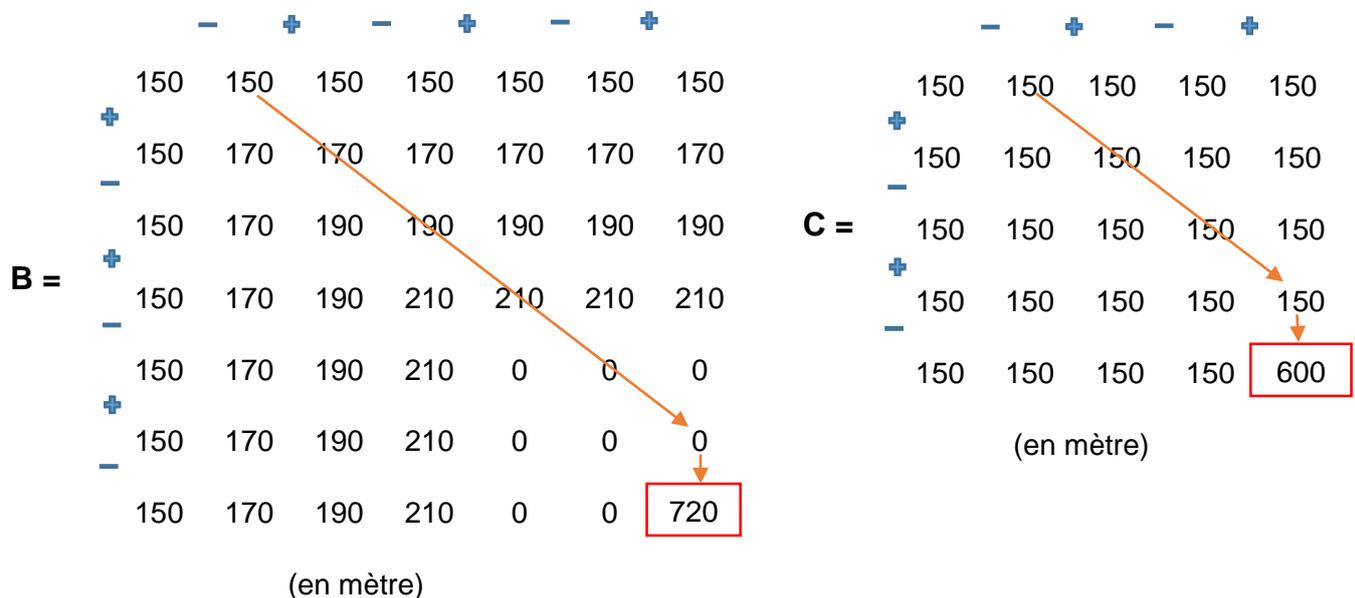
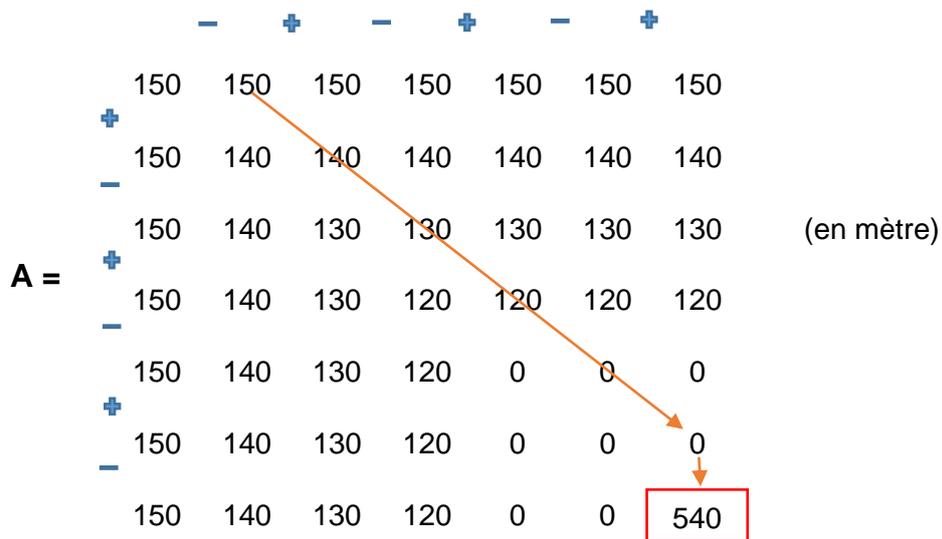
b) Déterminons l'accélération moyenne du véhicule sur le dernier tronçon (BC)

$V_B = 11,11 \text{ m/s}$; $V_C = 50 \text{ Km/h} = 13,89 \text{ m/s}$; $t_{BC} = 2\text{mn}20\text{s} = 140 \text{ s}$

$$a = \frac{V_C - V_B}{t_{BC}} = \frac{13,89 - 11,11}{140} = 0,02 \text{ m/s}^2$$

Exercice N°7:

Décrivez le relief d'une zone donnée à l'aide des matrègraphes ci-dessous dont les nombres indépendants indiquent les côtes du terrain naturel (en mètre).

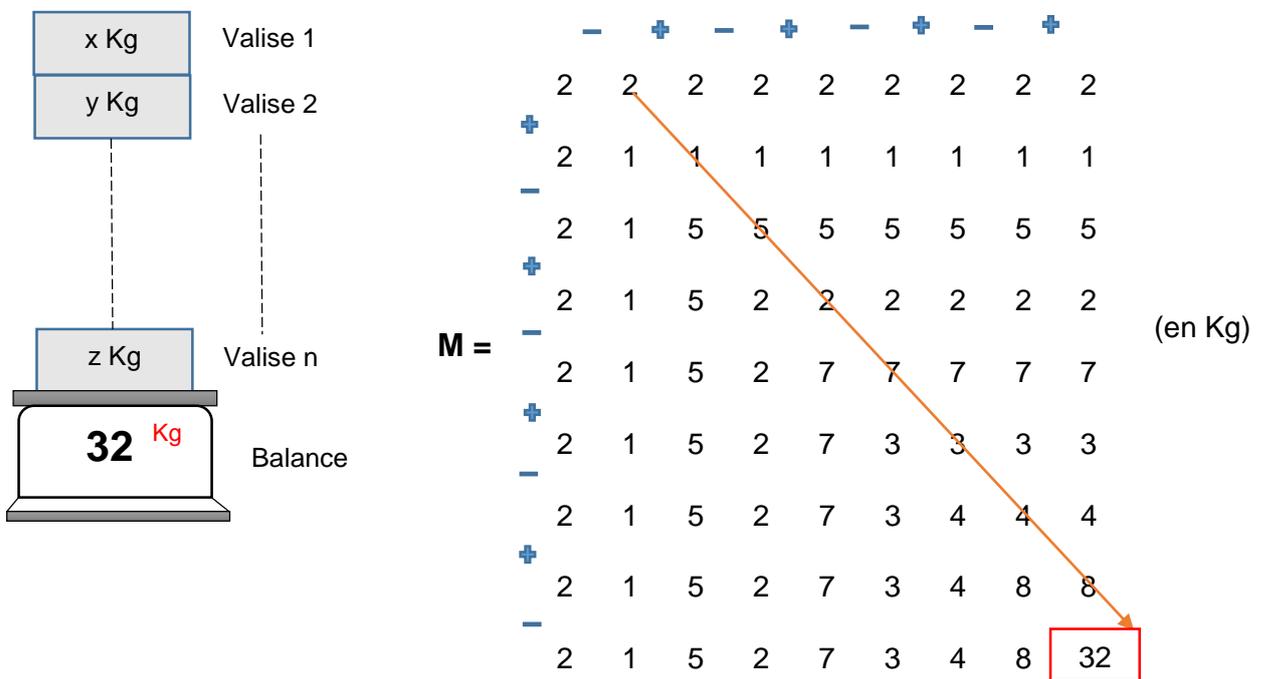


Solution:

On commencera tout d'abord par réunir les trois matrégraphes A ; B et C. Et ensuite, nous allons considérer les nombres formant les deux demi diagonales supérieures dans chaque matrégraphe. En joignant tous ces nombres (qui sont les côtes terrain pour rappel), du matrégraphe A au matrégraphe C en passant par B on aura enfin le relief de la zone en question (voir page suivante).

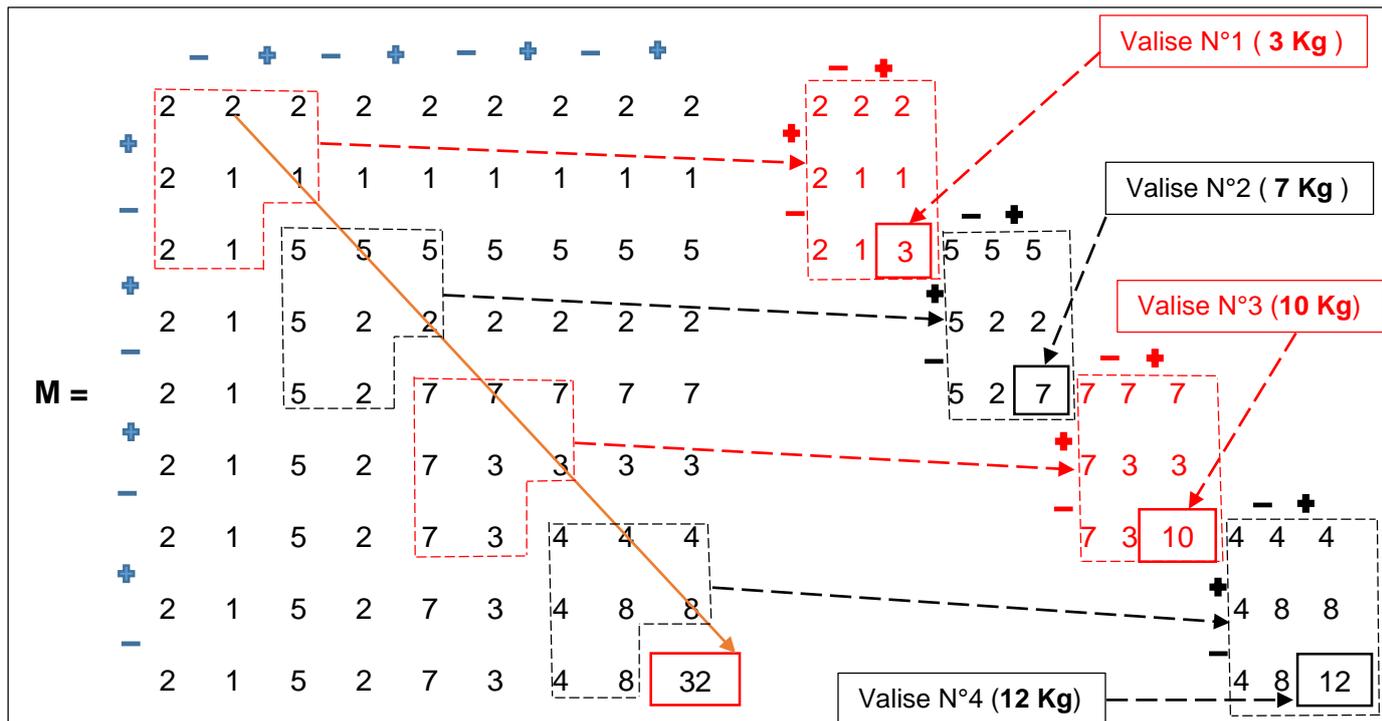
Exercice N°8:

Plusieurs valises se trouvent superposées les unes sur les autres. Déterminer à partir du matrégraphe M ci-dessous le nombre total de valise et la masse de chacune sachant que chaque valise est représentée au sein du matrégraphe M par un sous matrégraphe de 3 lignes et 3 colonnes. Et en plus, notons que le résultat interne du matrégraphe M désigne la masse totale de l'ensemble des valises en Kg (Voir figure en bas).



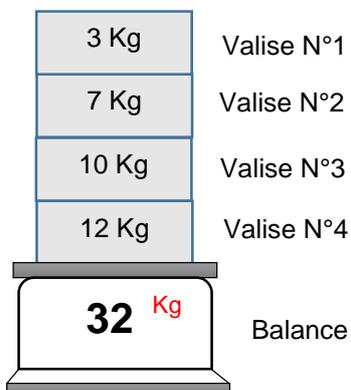
Solution:

Suivons le chemin court du matrégraphe M et dissocions les différents sous matrégraphe (3 lignes – 3 colonnes) de sorte que la somme de leurs résultats internes soit égale au résultat interne du matrégraphe entier M.



Il y a au total 4 valises dont la masse totale est : 3Kg + 7Kg + 10Kg + 12Kg = 32Kg (c'est le résultat interne du matrégraphe M).

On peut ainsi présenter la figure ci-dessous :



Exercice N°9 :

Donner le matrégraphe correspondant à la fonction $X(t) = 6\sin(2\pi.t + \frac{\pi}{2})$ lorsque le mouvement d'oscillation dure 2,75 secondes. Représenter le graphique en vous servant de votre matrégraphe.

(Vous allez travailler sur une échelle allant de $t = 0\text{s}$ correspondant à la 2^{ème} colonne du matrégraphe à $t = 2,75\text{ s}$ correspondant à la 13^{ème} colonne de ce matrégraphe)

Solution :

- Le matrégraphe correspondant à la fonction $X(t) = 6\sin(2\pi.t + \frac{\pi}{2})$ lorsque le mouvement d'oscillation dure 2,75 secondes.

$$\text{A l'instant } t=0\text{s} ; X(t=0\text{s}) = 6\sin(2\pi.0 + \frac{\pi}{2}) = 6$$

$$\text{A l'instant } t=0,25\text{s} ; X(t=0,25\text{s}) = 6\sin(2\pi.0,25 + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$\text{A l'instant } t=0,50\text{s} ; X(t=0,50\text{s}) = 6\sin(2\pi.0,50 + \frac{\pi}{2}) = -6$$

$$\text{A l'instant } t=0,75\text{s} ; X(t=0,75\text{s}) = 6\sin(2\pi.0,75 + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$\text{A l'instant } t=1\text{s} ; X(t=1\text{s}) = 6\sin(2\pi.1 + \frac{\pi}{2}) = 6$$

$$\text{A l'instant } t=1,25\text{s} ; X(t=1,25\text{s}) = 6\sin(2\pi.1,25 + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$\text{A l'instant } t=1,50\text{s} ; X(t=1,50\text{s}) = 6\sin(2\pi.1,50 + \frac{\pi}{2}) = -6$$

$$\text{A l'instant } t=1,75\text{s} ; X(t=1,75\text{s}) = 6\sin(2\pi.1,75 + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$\text{A l'instant } t=2\text{s} ; X(t=2\text{s}) = 6\sin(2\pi.2 + \frac{\pi}{2}) = 6$$

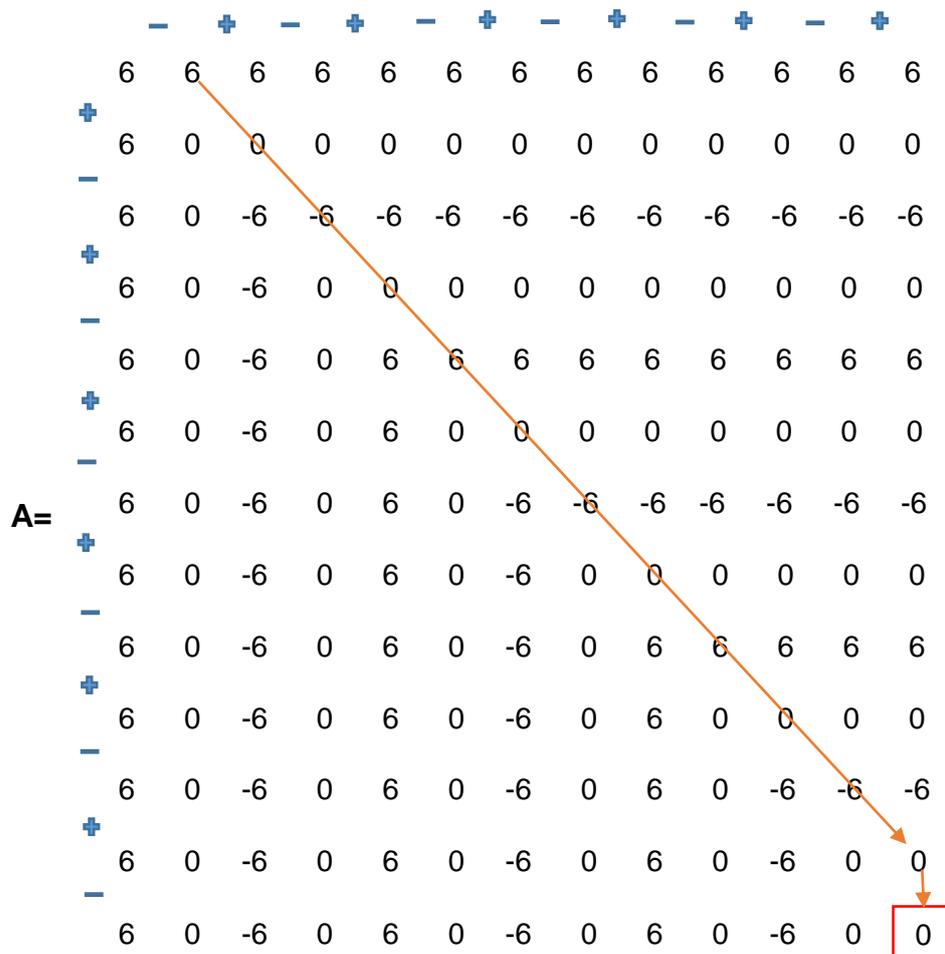
$$\text{A l'instant } t=2,25\text{s} ; X(t=2,25\text{s}) = 6\sin(2\pi.2,25 + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$\text{A l'instant } t=2,50\text{s} ; X(t=2,50\text{s}) = 6\sin(2\pi.2,50 + \frac{\pi}{2}) = -6$$

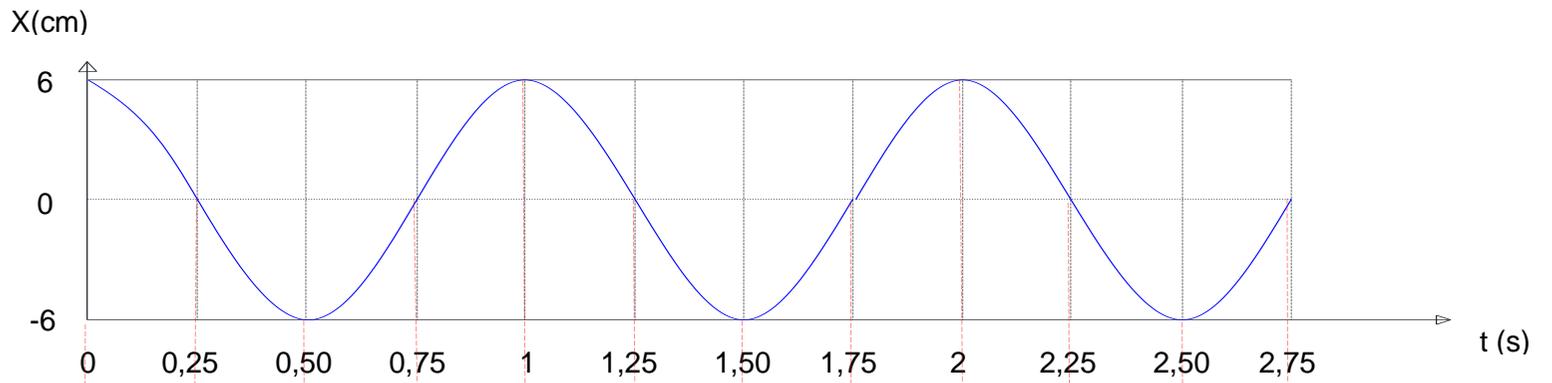
$$\text{A l'instant } t=2,75\text{s} ; X(t=2,75\text{s}) = 6\sin(2\pi.2,75 + \frac{\pi}{2}) = 0$$

Formons à présent *les cornières* du matrégraphe à l'aide des valeurs obtenues ci-dessus. En effet, on aura au total 12 cornières. La 1^{ère} *cornière* sera occupée par $X(t=0s) = 6$; la 2^{ème} *cornière* par $X(t=0,25s) = 0$; la 3^{ème} *cornière* par $X(t=0,50s) = -6$ et ainsi de suite jusqu'à la 12^{ème} *cornière* occupée par la 12^{ème} valeur $X(t=2,75s) = 0$.

Le matrégraphe correspondant à la fonction $X(t) = 6\sin(2\pi.t + \frac{\pi}{2})$ lorsque le mouvement d'oscillation dure 2,75 secondes est alors :



– Représentation graphique (voir page suivante)



A=

-													
+	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	0	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
-	0	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	0	-6	0	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
-	0	-6	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	0	-6	0	6	0	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
-	0	-6	0	6	0	-6	0	0	0	0	0	0	0
+	0	-6	0	6	0	-6	0	6	6	6	6	6	6
-	0	-6	0	6	0	-6	0	6	0	0	0	0	0
+	0	-6	0	6	0	-6	0	6	0	-6	-6	-6	-6
-	0	-6	0	6	0	-6	0	6	0	-6	0	0	0
+	0	-6	0	6	0	-6	0	6	0	-6	0	0	0
-	0	-6	0	6	0	-6	0	6	0	-6	0	0	0

Exercice N°10:

a) Montrer le lien qui existe entre la fonction $X(t) = 4\sin(2\pi.t + \frac{\pi}{2})$ et la série de matrégraphe ci-dessous.

$$\begin{array}{ccccc}
 \begin{array}{c} \oplus \\ 4 \quad 4 \\ \text{A}_1 = \begin{array}{c} - \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \boxed{4} \end{array} \end{array} &
 \begin{array}{c} \oplus \\ 0 \quad 0 \\ \text{A}_2 = \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} \boxed{0} \end{array} \end{array} &
 \begin{array}{c} \oplus \\ -4 \quad -4 \\ \text{A}_3 = \begin{array}{c} - \\ -4 \end{array} \begin{array}{c} \boxed{-4} \end{array} \end{array} &
 \begin{array}{c} \oplus \\ 0 \quad 0 \\ \text{A}_4 = \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} \boxed{0} \end{array} \end{array} &
 \begin{array}{c} \oplus \\ 4 \quad 4 \\ \text{A}_5 = \begin{array}{c} - \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \boxed{4} \end{array} \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{c} \oplus \\ 0 \quad 0 \\ \text{A}_6 = \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} \boxed{0} \end{array} \end{array} &
 \begin{array}{c} \oplus \\ -4 \quad -4 \\ \text{A}_7 = \begin{array}{c} - \\ -4 \end{array} \begin{array}{c} \boxed{-4} \end{array} \end{array} &
 \begin{array}{c} \oplus \\ 0 \quad 0 \\ \text{A}_8 = \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} \boxed{0} \end{array} \end{array} &
 \begin{array}{c} \oplus \\ 4 \quad 4 \\ \text{A}_9 = \begin{array}{c} - \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \boxed{4} \end{array} \end{array} &
 \begin{array}{c} \oplus \\ 0 \quad 0 \\ \text{A}_{10} = \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} \boxed{0} \end{array} \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{c} \oplus \\ -4 \quad -4 \\ \text{A}_{11} = \begin{array}{c} - \\ -4 \end{array} \begin{array}{c} \boxed{-4} \end{array} \end{array} &
 \begin{array}{c} \oplus \\ 0 \quad 0 \\ \text{A}_{12} = \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} \boxed{0} \end{array} \end{array} &
 \begin{array}{c} \oplus \\ 4 \quad 4 \\ \text{A}_{13} = \begin{array}{c} - \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \boxed{4} \end{array} \end{array} & &
 \end{array}$$

b) Représenter le mouvement d'oscillation qui peut être généré à l'aide de la série de matrégraphe ci-dessus.

c) Le matrégraphe A ci-dessous permet de dissiper un mouvement d'oscillation à partir de $t = 1,75$ s. Représenter le graphique.

(Vous allez travailler sur une échelle allant de $t = 0$ s correspondant à la 2^{ème} colonne du matrégraphe à $t = 2,75$ s correspondant à la 13^{ème} colonne de ce matrégraphe)

a) Nous allons montrer le lien qui existe entre la fonction $X(t) = 4\sin(2\pi.t + \frac{\pi}{2})$ et la série de matrégraphes donnée.

A l'instant $t=0s$; $X(t=0s) = 4\sin(2\pi.0 + \frac{\pi}{2}) = 4$ \longrightarrow c'est le résultat interne de **A₁**

A l'instant $t=0,25s$; $X(t=0,25s) = 4\sin(2\pi.0,25 + \frac{\pi}{2}) = 0$ \longrightarrow c'est le résultat interne de **A₂**

A l'instant $t=0,50s$; $X(t=0,50s) = 4\sin(2\pi.0,50 + \frac{\pi}{2}) = -4$ \longrightarrow c'est le résultat interne de **A₃**

A l'instant $t=0,75s$; $X(t=0,75s) = 4\sin(2\pi.0,75 + \frac{\pi}{2}) = 0$ \longrightarrow c'est le résultat interne de **A₄**

A l'instant $t=1s$; $X(t=1s) = 4\sin(2\pi.1 + \frac{\pi}{2}) = 4$ \longrightarrow c'est le résultat interne de **A₅**

A l'instant $t=1,25s$; $X(t=1,25s) = 4\sin(2\pi.1,25 + \frac{\pi}{2}) = 0$ \longrightarrow c'est le résultat interne de **A₆**

A l'instant $t=1,50s$; $X(t=1,50s) = 4\sin(2\pi.1,50 + \frac{\pi}{2}) = -4$ \longrightarrow c'est le résultat interne de **A₇**

A l'instant $t=1,75s$; $X(t=1,75s) = 4\sin(2\pi.1,75 + \frac{\pi}{2}) = 0$ \longrightarrow c'est le résultat interne de **A₈**

A l'instant $t=2s$; $X(t=2s) = 4\sin(2\pi.2 + \frac{\pi}{2}) = 4$ \longrightarrow c'est le résultat interne de **A₉**

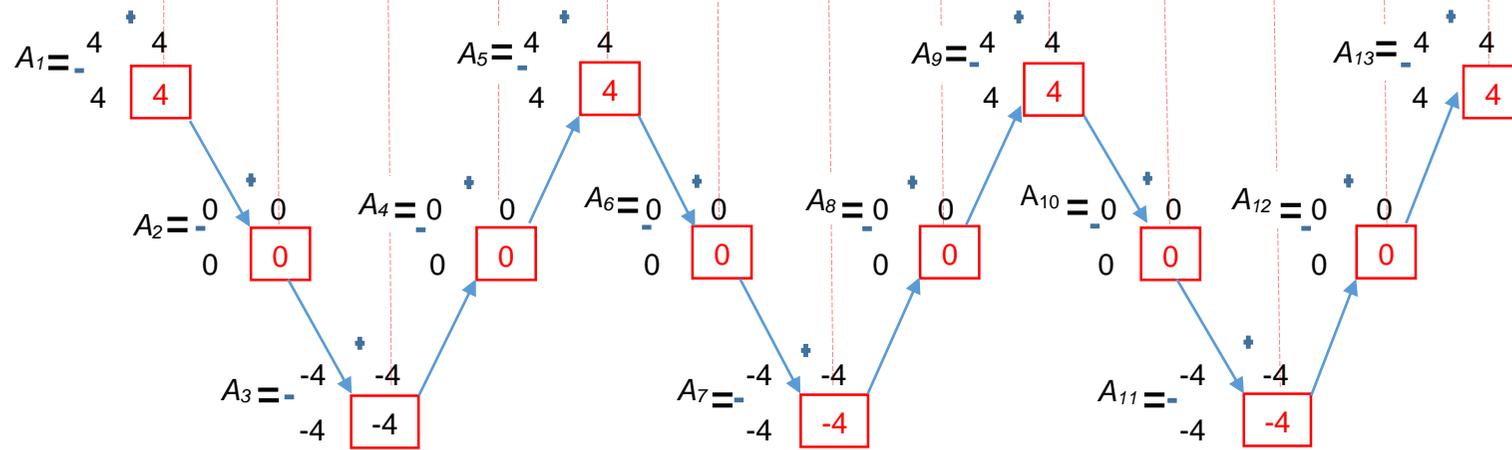
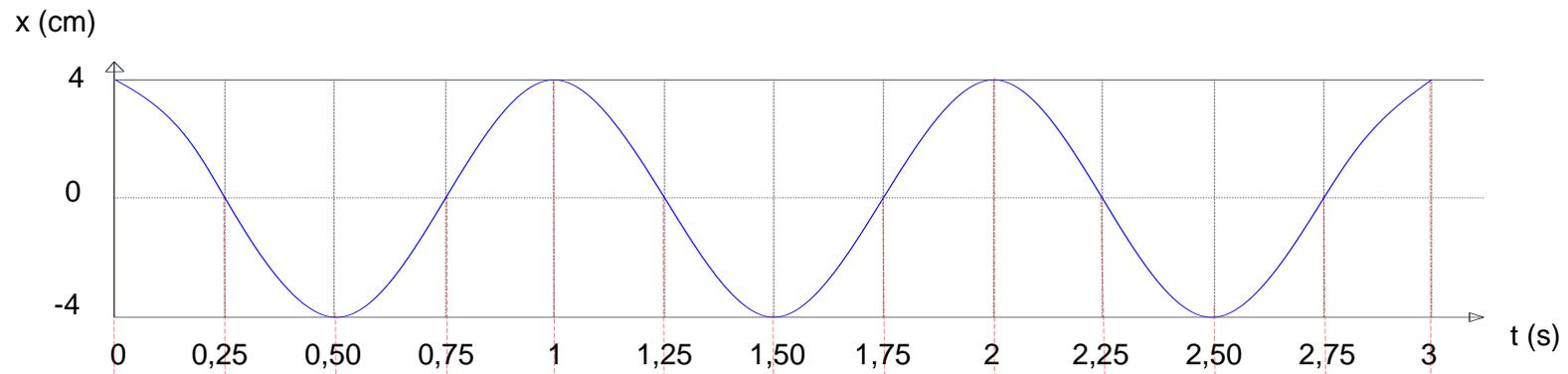
A l'instant $t=2,25s$; $X(t=2,25s) = 4\sin(2\pi.2,25 + \frac{\pi}{2}) = 0$ \longrightarrow c'est le résultat interne de **A₁₀**

A l'instant $t=2,50s$; $X(t=2,50s) = 4\sin(2\pi.2,50 + \frac{\pi}{2}) = -4$ \longrightarrow c'est le résultat interne de **A₁₁**

A l'instant $t=2,75s$; $X(t=2,75s) = 4\sin(2\pi.2,75 + \frac{\pi}{2}) = 0$ \longrightarrow c'est le résultat interne de **A₁₂**

A l'instant $t=3s$; $X(t=3s) = 4\sin(2\pi.3 + \frac{\pi}{2}) = 4$ \longrightarrow c'est le résultat interne de **A₁₃**

b) Représentation graphique (voir page suivante)

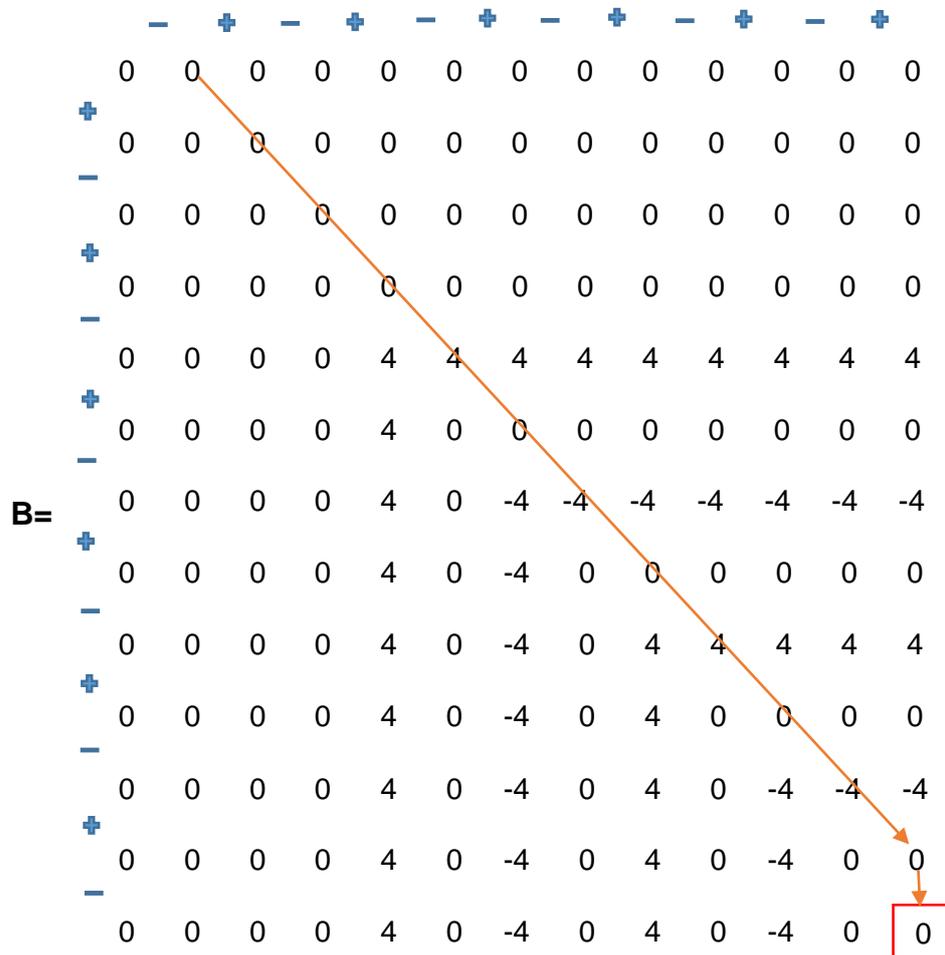


c) Le matricoppe **A** ci-dessous permet de dissiper un mouvement d'oscillation à partir de $t = 1,75$ s.

		-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+
	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
+	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
+	4	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4
+	4	0	-4	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	4	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
+	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	0
+	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	0
+	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	0
+	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	0
													0

Représentons le graphique (voir page suivante).

d) Le matrégraphe **B** ci-dessous permet de retarder le commencement du mouvement d'oscillation jusqu'à $t = 0,75$ s.

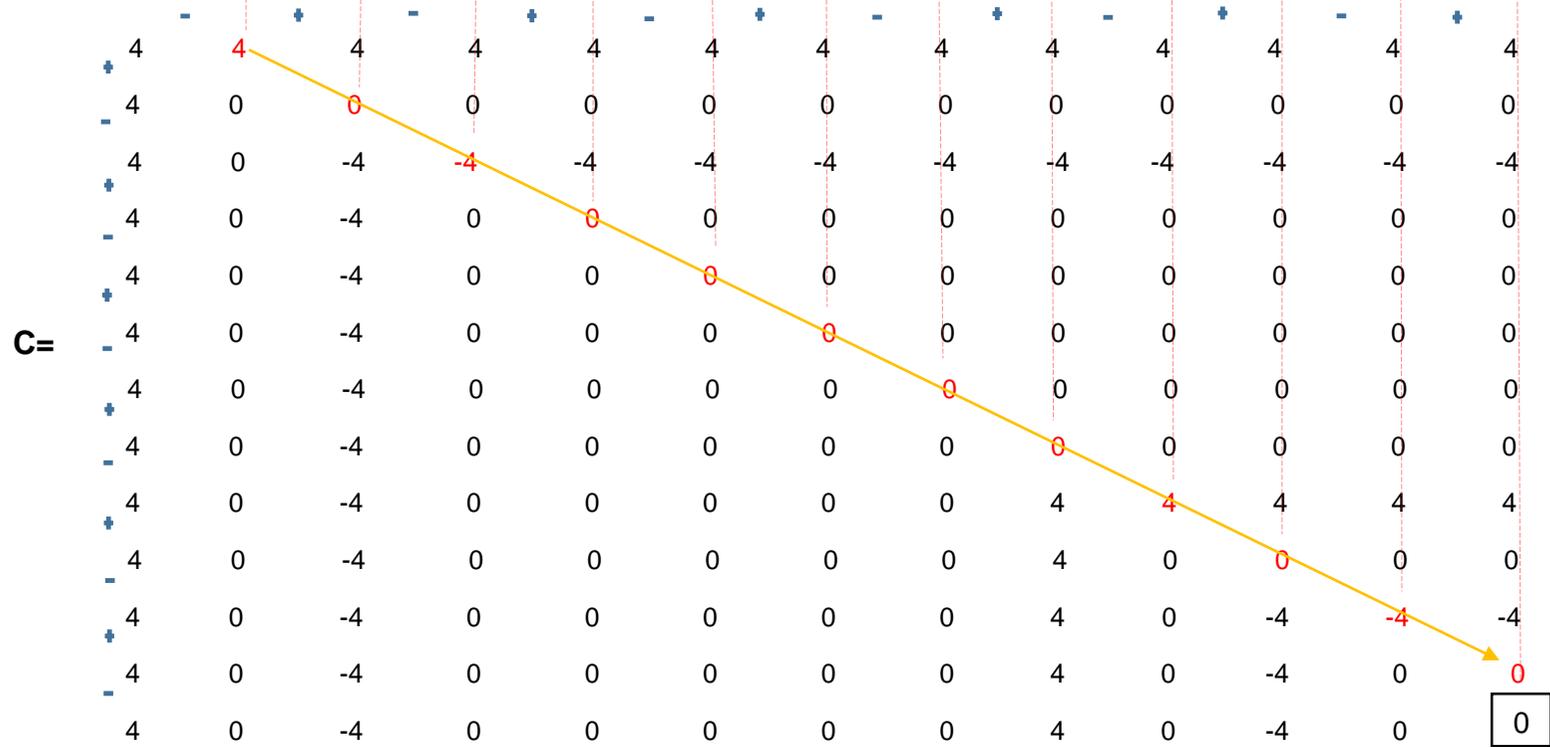
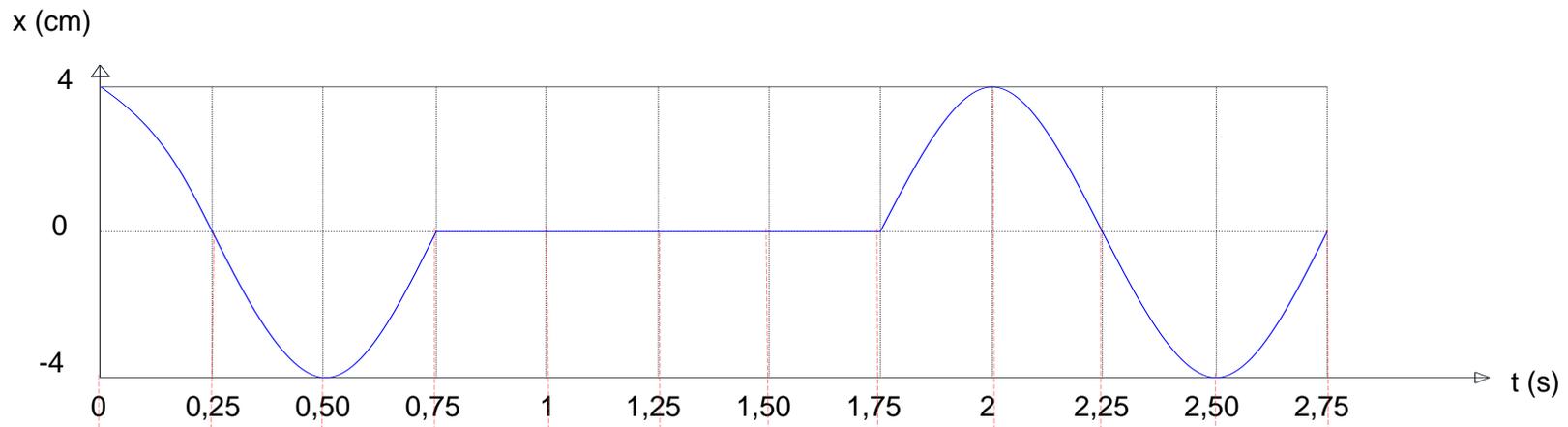


Représentons le graphique (voir page suivante).

e) Le matrégraphe **C** ci-dessous permet d'interrompre le mouvement d'oscillation dans l'intervalle de temps allant de $t = 0,75$ s à $t = 1,75$ s.

		-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+
	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
+	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
+	4	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	4	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	4	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	4	0	-4	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4
-	4	0	-4	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0
+	4	0	-4	0	0	0	0	0	4	0	-4	-4	-4
-	4	0	-4	0	0	0	0	0	4	0	-4	0	0
+	4	0	-4	0	0	0	0	0	4	0	-4	0	0
-	4	0	-4	0	0	0	0	0	4	0	-4	0	0

Représentons le graphique (voir page suivante).



f) Le matricégraphie **D** ci-dessous permet d'annuler le mouvement d'oscillation de $t = 0 \text{ s}$ à $t = 2,75 \text{ s}$

		-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D=	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Exercice N°11:

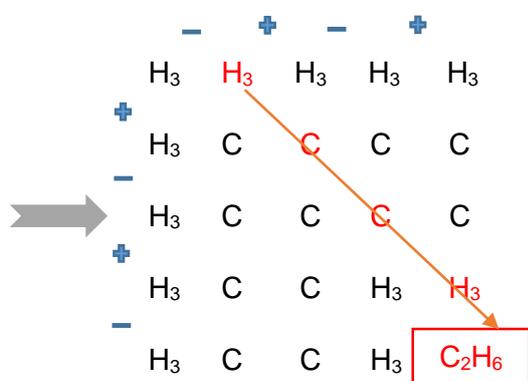
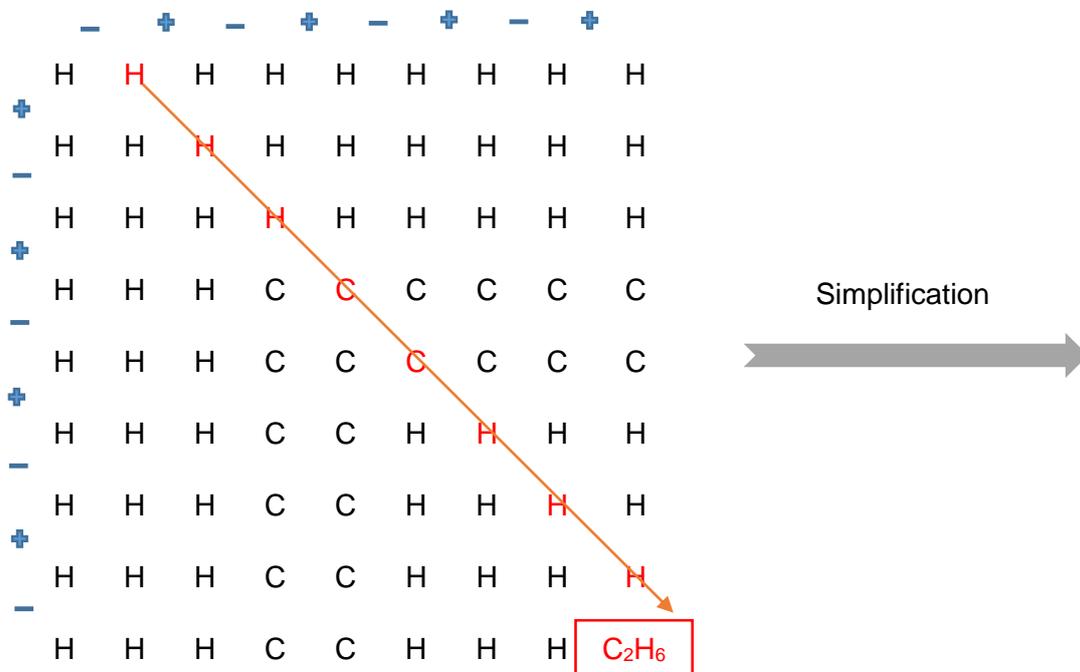
Soient les composés chimiques suivants : C_2H_6 et H_2O

Donnez pour chacun un matrégraphe qui est exprimé en fonction des espèces chimiques qui entrent en jeu dans la formation du composé considéré. Exprimer ces matrégraphe en fonction des masses molaires des différentes espèces chimiques qui y figurent (*utiliser au besoin le tableau périodique des éléments*).

Solution:

1) L'éthane C_2H_6 ou H_3C-CH_3

– Le matrégraphe en fonction des espèces chimiques :

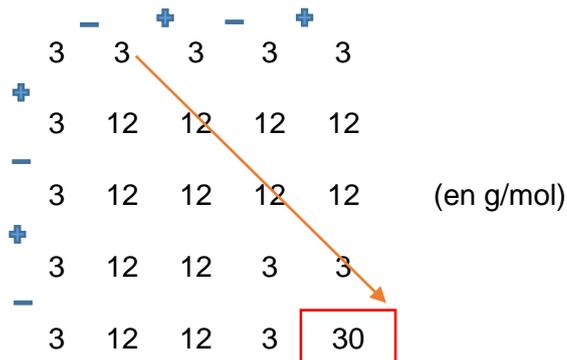


- Le matrègraphe en fonction des masses molaires des espèces chimiques

La masse molaire de l'Hydrogène est $M_H = 1 \text{ g/mol}$

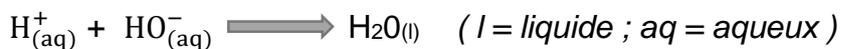
La masse molaire du Carbone est $M_C = 12 \text{ g/mol}$

Remplaçons dans le matrègraphe précédent les espèces chimiques par leur masse molaire. Ceci nous conduit à l'obtention du matrègraphe ci-dessous :

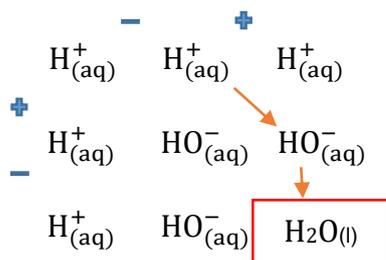


2) $H_2O(l)$

Considérons l'équation de formation d'eau :



- Le matrègraphe en fonction des espèces chimiques :



- Le matrègraphe en fonction des masses molaires des espèces chimiques

La masse molaire de $H_{(aq)}^+ = 1 \text{ g/mol}$

La masse molaire de $HO_{(aq)}^- = 17 \text{ g/mol}$

Remplaçons dans le matrègraphe précédent les espèces chimiques par leur masse molaire. On obtient le matrègraphe ci-dessous :

$$\begin{array}{ccc}
 & - & + \\
 1 & 1 & 1 \\
 + & & \searrow \\
 1 & 17 & 17 \quad (\text{en g/mol}) \\
 - & & \downarrow \\
 1 & 17 & \boxed{18}
 \end{array}$$

Exercice N°12:

Un soluté est représenté par le matrègraphe suivant :

$$\mathbf{A} = \begin{array}{ccc}
 & & + \\
 & 58,45 & 58,45 \\
 - & & \\
 & 58,45 & \boxed{58,45}
 \end{array}$$

dans lequel 58,45 désigne la masse molaire de ce soluté ($M_{\text{soluté}} = 58,45 \text{ g/mol}$).

La dissolution de ce soluté dans un solvant (eau) donne un mélange homogène.

L'équation de la dissolution du soluté est la suivante :



Identifier le soluté, le cation_(aq) et l'anion_(aq). Justifier votre réponse à l'aide des matrègraphes.

Solution:

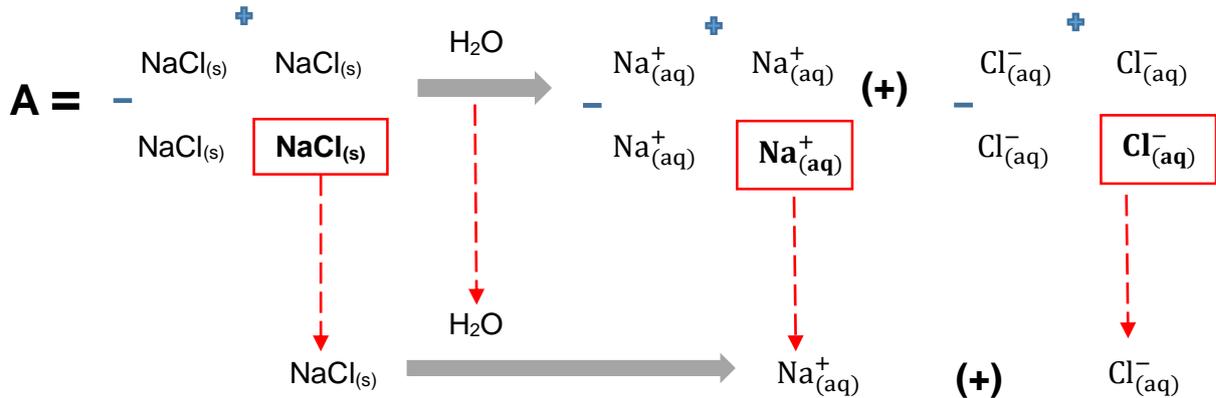
Décomposons le matrègraphe A

$$\mathbf{A} = \begin{array}{ccc}
 & + & \\
 58,45 & 58,45 & \\
 - & & \\
 58,45 & \boxed{58,45} &
 \end{array} = \begin{array}{ccc}
 & + & \\
 (23+35,45) & (23+35,45) & \\
 - & & \\
 (23+35,45) & \boxed{(23+35,45)} &
 \end{array} = \begin{array}{ccc}
 & + & \\
 23 & 23 & \\
 - & & \\
 23 & \boxed{23} &
 \end{array} (+) \begin{array}{ccc}
 & + & \\
 35,45 & 35,45 & \\
 - & & \\
 35,45 & \boxed{35,45} &
 \end{array}$$

23 est la masse molaire du cation Na^+

35,45 est la masse molaire de l'anion Cl^-

En effet, le soluté qui est dissout dans l'eau est le NaCl (sel de cuisine)



Exercice N°13:

Le produit d'une réaction chimique est composé de 2 corps **C**(gazeux) et **D**(liquide). Le matrègraphe M donné ci-dessous représente le produit de cette réaction chimique et cache les corps **C** et **D** numériquement parlant.

	-	+	-	+	
	14	14	14	14	14
+	14	3	3	3	3
-	14	3	2	2	2
+	14	3	2	16	16
-	14	3	2	16	35

(en g/mol)

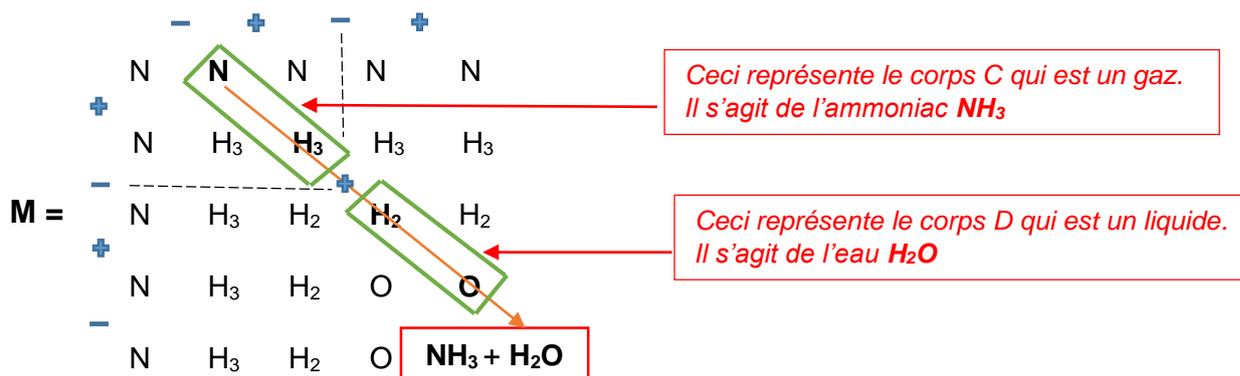
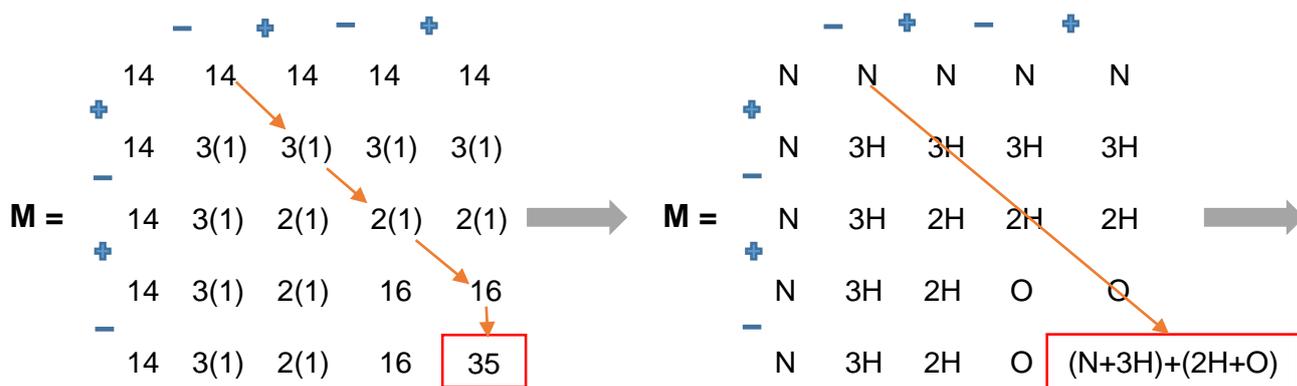
Où les nombres indépendants désignent les masses molaires des espèces chimiques contenues dans les corps **C** et **D**. Le résultat interne (35) désigne quant à lui la masse molaire totale du produit de cette réaction chimique.

- a) Donnez les noms et formules brutes des corps **C** et **D**. Justifier votre réponse en vous appuyant sur le matrègraphe M.
- b) Identifiez les corps **A** et **B** ayant réagi et conduit à l'obtention des corps **C** et **D** sachant que **A** = Cation(aq) et **B** = Anion(aq). Vérifier votre réponse à l'aide de l'équation de la réaction : **A + B → C + D**

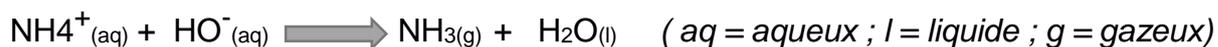
Solution:

a) Noms et formules brutes des corps C et D :

Cherchons tout d'abord à connaître les différentes espèces chimiques qui sont cachées dans le matrégraphe M :



b) Le produit de la réaction chimique est composé du corps C = NH_{3(g)} et du corps D = H₂O_(l). Ainsi, les ions qui entrent en jeu sont : A = NH₄⁺_(aq) (cation) et B = HO⁻_(aq) (anion) car ces derniers justifient bien l'équation :



Conclusion:

Le matrégraphe est un outil mathématique multifonction qui rassemble, agence et fait communiquer des nombres réels pour atteindre son objectif qui est “ logé ” à la $n^{\text{ème}}$ ligne et $n^{\text{ème}}$ colonne. Il utilise des opérations arithmétiques élémentaires (addition et soustraction) pour résoudre des problèmes parfois complexes.

Le matrégraphe a un caractère paradoxal : il présente toujours en son sein une option de calcul rapide et une option de calcul lent ou une option de cheminement court et celle de cheminement long pour atteindre son but.

C'est un outil intelligent qui nous donne toujours la possibilité de reconnaître aisément parmi des millions ou des milliards de nombres réels identiques (c'est-à-dire égaux) ceux qui se trouvent dans des positions favorables et qu'il faut utiliser pour atteindre le plus rapidement possible un objectif.

On a étudié 3 catégories et 6 sous catégories (pairs et impairs) de matrégraphe. Les 3 catégories sont : matrégraphe homogène, matrégraphe hétérogène de type 1 et matrégraphe hétérogène de type 2 (dans l'ordre du plus faible au plus puissant). La catégorie hétérogène de type 2 “ écrase ” les 2 autres catégories pour imposer sa forme dans les opérations de fusion-addition et fusion-soustraction. La catégorie hétérogène de type 1 domine quant à elle la catégorie homogène.

Le matrégraphe est un modèle mathématique qui se montre assez flexible pour introduire dans son univers divers problèmes de sciences et d'ingénierie en y proposant des solutions.

Bibliographie:

- Ayres, F. (1973), *Matrices – Cours et problèmes*, McGraw-Hill-(Serie Schaum), 218p.
- Bapat, RB. (2010), *Graphs and Matrices*, Springer, 171p.
- Beauguitte, L., Beauguitte, P. (2011), *Opérations matricielles et analyse de graphe*, HAL, halshs – 00632078, 11p.

Biographie de l'auteur

Abdoul Kader ADAMOU est un nigérien né le 11 juin 1986 à Niamey au Niger. Après avoir décroché en 2006 son baccalauréat scientifique série D au lycée Bosso de Niamey, il part en République de Guinée pour faire des études supérieures à l'Institut Polytechnique de l'Université Gamal Abdel Nasser de Conakry. Il y étudia les sciences de l'ingénieur et accordait un intérêt particulier aux mathématiques. Il obtient en 2011 le diplôme d'Ingénieur en Génie Civil – Option Ponts et Chaussées. Trois ans plus tard, suite à l'obtention d'une bourse d'étude, il quitte son pays pour des études à l'Université Libre de Bruxelles en Belgique d'où il sort en 2015 avec un mastère en Gestion des Transports. Cette formation l'a conduit à étudier la recherche opérationnelle qui le lance dans l'univers des graphes.

Il éprouve une grande passion pour les Mathématiques appliquées et décida d'entreprendre des recherches dans ce domaine et ce, à travers son projet personnel Remain (Recherche Maths & Innovation) pour ainsi contribuer au développement des sciences et de la technologie.