



HAL
open science

Couplage MED-MEF pour la modélisation des interfaces de contact

H. Haddad, Mohamed Guessasma, Serge Dumont, Jérôme Fortin

► **To cite this version:**

H. Haddad, Mohamed Guessasma, Serge Dumont, Jérôme Fortin. Couplage MED-MEF pour la modélisation des interfaces de contact. 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-01817996

HAL Id: hal-01817996

<https://hal.science/hal-01817996>

Submitted on 18 Jun 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Couplage MED-MEF pour la modélisation des interfaces de contact

H. Haddad^{a,b}, M. Guessasma^b, S. Dumont^a, J. Fortin^b

a. LAMFA-UPJV (CNRS UMR 6140) - 33, rue Saint-Leu 80039 Amiens Cedex 1

b. LTI-UPJV (EA UPRES 3899) - 48, rue d'Ostende 02100 Saint-Quentin

Résumé :

Ce travail a pour objet de coupler la Méthode des Elements Discrets (MED) et la Méthode des Elements Finis (MEF) en vue de la modélisation des interfaces de contact. Cette approche est basée sur la méthode de décomposition de domaine avec une zone de recouvrement entre les milieux continu et discret afin d'assurer la continuité du champs cinématique entre les deux domaines. La formulation de couplage est mise en œuvre à travers quelques simulations numériques en 1D.

Abstract :

The aim of this work is to propose a coupled formulation between Discrete Elements Method (DEM) and Finite Elements Method (FEM). This approach is based on domain decomposition method with an overlapping zone between continuous and discrete media in order to ensure continuity of the kinematic fields between the two areas. The coupled formulation is implemented through numerical simulations in 1D .

Mots clefs : couplage ; éléments finis ; éléments discrets

1 Introduction

Face au besoin de l'amélioration de la sécurité et de la fiabilité des équipements, la maîtrise du frottement demeure un enjeu incontournable dans divers secteurs de l'industrie tels que les domaines du génie-mécanique, du génie-civil ou encore du génie des procédés. L'objectif final de ce travail consiste à étudier le comportement d'une interface de contact modélisée par un milieu continu déformable et un milieu discret. Pour ce faire, on utilise une formulation qui consiste à coupler la MED à la MEF. Le choix d'une telle approche se justifie par la coexistence de deux domaines, continu et discret, interagissant mécaniquement entre eux. La MEF présente l'intrêrêt de décrire les mécanismes macroscopiques, cependant, la MED offre la possibilité de rendre compte des phénomènes locaux apparaissant au niveau de l'interface de contact. Il existe différentes approches de couplage entre les milieux continu et discret en vue d'optimiser le passage du domaine discret au domaine continu et vice versa [1, 2, 3]. La plupart de ces travaux ont traité le couplage MED-MEF par une approche discrète de type Dynamique Moléculaire. Dans le cadre de notre étude, nous avons fait le choix d'utiliser une approche discrète de type Dynamique des Contacts pour les solides parfaitement rigides [4, 5]. Ce travail a nécessité d'abord l'implémentation d'une résolution éléments finis dans le code de calcul par éléments discrets existant MULTICOR. Ce dernier utilise un algorithme de résolution basée sur la formulation du bi-potentiel pour la gestion du contact [6].

Dans un premier temps, nous présentons brièvement les méthodes discrète et continue utilisées. Dans un second temps, nous abordons la formulation de couplage basée sur la technique de décomposition de domaine avec pondération de l'énergie du système [7]. Enfin, à travers quelques simulations numériques, la formulation de couplage est mise en œuvre sur des exemples unidimensionnels.

2 Approche Discrète

La modélisation discrète est assurée par la MED type Dynamique des Contacts. Les particules sont modélisées par des sphères parfaitement rigides et non-pénétrables (figure 1). L'équation dynamique à résoudre (1) pour le système discret s'écrit :

$$\begin{cases} m\ddot{q} = F^{ext}(q, \dot{q}, t) + R^{n_c} \\ R = P^T r \end{cases} \quad (1)$$

où F^{ext} représentent les efforts extérieurs, R^{n_c} sont les efforts intérieurs généralisés, q est le paramètre de configuration pour chaque particule, r est la réaction de contact locale, n_c est le nombre de contacts et P^T est la matrice de passage transposée.

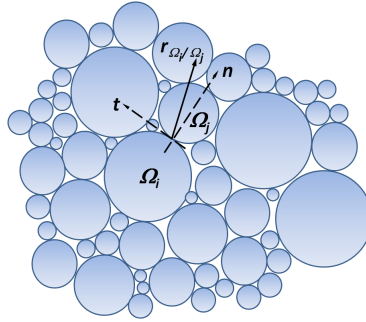


FIGURE 1 – Milieu Discret

A chaque paire de contact Ω_i et Ω_j , on lui associe un repère local dont les axes sont définis par la normale n et la tangente t . La normale n est orientée de Ω_i vers Ω_j . Les variables mises en dualité sont la vitesse relative v et la réaction de contact r (Ω_i par rapport à Ω_j). Ces variables se décomposent dans le repère local de la manière suivante (2) :

$$v = v_t + v_n \cdot n, \quad r = r_t + (r_n + r_{cohe}) \cdot n \quad (2)$$

où v_t et v_n représentent respectivement les vitesses de glissement tangentielle et normale, r_t et r_n sont respectivement la force de frottement et la réaction normale de contact et r_{cohe} est la force de cohésion. Cette dernière dépend de la résistance à la traction des matériaux σ_{cohe} : $r_{cohe} = \sigma_{cohe} \cdot a_{moy}$ où a_{moy} est le rayon moyen des particules en contact [4, 5]. Les interactions entre particules sont obtenues à partir de la formulation du bi-potentiel dans le cas d'un contact frottant de Coulomb. La condition d'unilatéralité de Signorini entre 2 particules en présence de forces de cohésion est définie comme suit :

$$(r_n + r_{cohe}) \geq 0, \quad u_n \geq 0, \quad (r_n + r_{cohe}) \cdot u_n = 0 \quad (3)$$

où u_n est l'interstice.

Enfin, l'algorithme de résolution est basé sur un schéma de prédiction-corrrection [6].

3 Approche Continue

Le milieu continu est supposé linéaire élastique vérifiant l'hypothèse des petites perturbations et est modélisé par des éléments finis standards. L'équation dynamique classique à résoudre (4) pour un système mécanique élastique est donnée par :

$$M\ddot{u} + Ku = F \quad (4)$$

où M est la matrice de masse du système, K est la matrice de rigidité, u et \ddot{u} représentent respectivement les vecteurs déplacements et accélérations nodaux et F est le chargement extérieur. La détermination du champ de déplacements dans le milieu continu est obtenue à partir du schéma d'intégration de Newmark. Ce dernier est déduit d'un développement de Taylor des déplacements (5) et vitesses (6) nodaux respectivement u et \dot{u} :

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t \dot{u}_n + \frac{1}{2} \Delta t^2 \ddot{u}_n + o(\Delta t^2) \quad (5)$$

$$\dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \Delta t \ddot{u}_n + o(\Delta t) \quad (6)$$

où Δt est le pas de temps, n est le pas courant, u_{n+1} et \dot{u}_{n+1} sont respectivement les prédictions des déplacements et vitesses nodaux. Le schéma d'intégration est suivi d'une étape de correction afin d'actualiser les champs cinématiques.

4 Couplage MED-MEF

Le problème que l'on souhaite résoudre est discrétisé par des éléments finis standards dans le domaine Ω_c et par des éléments discrets dans le domaine Ω_d . Le couplage est réalisé à travers une zone de recouvrement $\Omega_r = \Omega_c \cap \Omega_d$. La transition entre ces deux milieux est assurée par une pondération spatiale de l'énergie dans la zone de recouvrement [7, 8]. Cette méthode conduit à la résolution d'un problème de minimisation de l'énergie totale du système (7) en utilisant les multiplicateurs de Lagrange λ , afin de vérifier la continuité des champs de déplacements continu et discret. Plus précisément, ce problème de minimisation revient à déterminer le point-selle de la fonctionnelle suivante :

$$L(q, u, \lambda) = \alpha H_c(u) + (1 - \alpha) H_d(q) + \lambda(q - Cu) \quad (7)$$

où L est le Lagrangien du système, H_c et H_d sont respectivement les énergies des domaines continue et discret, C est la matrice de couplage qui relie les déplacements discrets q aux déplacements continus u dans la zone de recouvrement et α est la pondération de l'énergie dans chaque domaine (Figure 2).

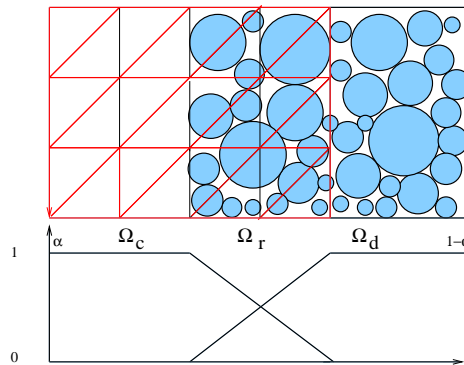


FIGURE 2 – Zone de recouvrement et paramètre de pondération α

L'expression de l'Hamiltonien dans le domaine discret est :

$$H_d(q) = E_c^D - E_p^D \quad (8)$$

où E_c^D et E_p^D sont respectivement l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du modèle discret dans le domaine Ω^D . Par ailleurs, son expression au domaine continu est :

$$H_c(u) = E_c^C - E_p^C \quad (9)$$

où E_c^C et E_p^C désignent respectivement les expressions de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle dans le domaine Ω^C .

Le développement canonique de l'Hamiltonien $L(q, u, \lambda)$ conduit au système (10) suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial q} = (1 - \alpha) \frac{\partial H_d}{\partial q} + \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial u} = \alpha \frac{\partial H_c}{\partial u} - \lambda.C = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = q - Cu = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Le système à résoudre (11) dans la zone de couplage s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} (1 - \alpha_j)m_j\ddot{q}_j = (1 - \alpha_j)F_j^{tot} + \lambda_j \\ \alpha_i M_i \ddot{u}_i = \alpha_i F_i^{tot} - \sum_{l=1}^{n_{dr}} C_{li}^T \lambda_l \end{cases} \quad (11)$$

où m_j et M_i désignent respectivement les masses des nœuds éléments discrets et éléments finis, F^{tot} sont les forces appliquées à chaque nœud et n_{dr} est le nombre de particules dans la zone de couplage. La méthode de résolution consiste à déterminer les multiplicateurs de Lagrange λ à partir des estimations des déplacements et vitesses à chaque pas du temps de calcul en se ramenant à la résolution du système linéaire (12) suivant :

$$\begin{cases} g = A\lambda \\ g = q - Cu \end{cases} \quad (12)$$

où g est le vecteur résidu calculé à partir des estimations des déplacements discrets et continu (q et u). Quant aux multiplicateurs de Lagrange λ , ils jouent le rôle d'efforts d'interface permettant de garantir la condition de continuité cinématique au niveau de la zone de transition entre les domaines discret et continu. Une description détaillée de la mise en œuvre de la formulation de couplage est donnée dans [8]. L'algorithme de la formulation de couplage (figure 3) implémenté dans le code de calcul par éléments discrets MULTICOR dans lequel on a intégré une routine de calcul par éléments finis.

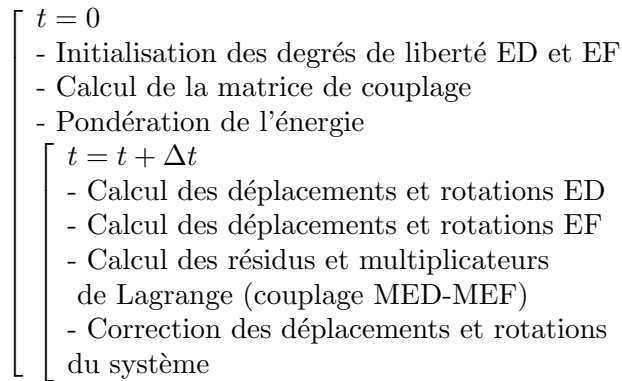


FIGURE 3 – Algorithme de couplage MED-MEF

5 Simulations numériques

La formulation de couplage est mise en œuvre dans le cas d'un exemple 1D avec un domaine continu modélisé par des éléments de type poutre. Ce dernier est encasté à son extrémité gauche. La zone de recouvrement est constituée de 7 particules ayant la même masse couplées aux nœuds éléments finis. L'ensemble est soumis à une force verticale sur la particule de l'extrémité (Figure 4). On suppose négligeable le frottement entre les particules.

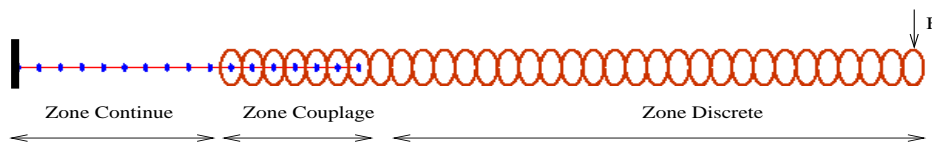


FIGURE 4 – Couplage MED-MEF en 1D

Les Figures 7 (a) et 7 (b) représentent respectivement le déplacement et le champs de vitesses du système ainsi que sa configuration à $t = 5.10^{-03}s$. Le comportement du système est élastique dans la zone continue alors qu'il est rigide dans la zone discrète, caractérisé par la phase linéaire de la courbe (figure 7 (a)). Ceci s'explique par la nature du milieu discret qui décrit un mouvement du corps rigide.

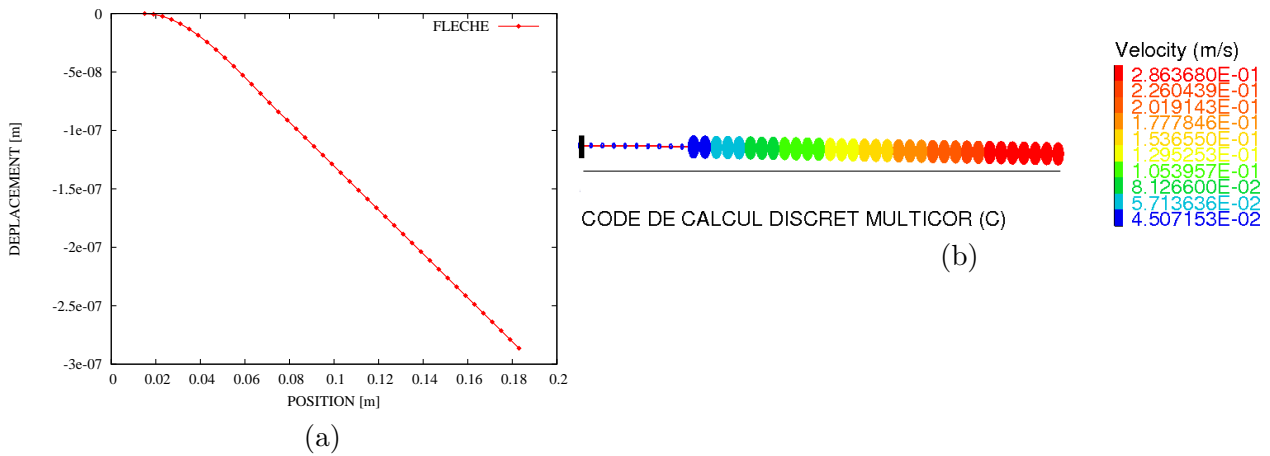


FIGURE 5 – Configuration du système à $t = 5.10^{-03}s$

Afin d'étudier l'influence de la taille de la zone de recouvrement sur le comportement du système, on a réalisé le même test de flexion tout en s'intéressant au déplacement d'une particule à la même abscisse dans les cas 1 et 2. Dans le cas 1 la zone de couplage est fixée à 6 couches de recouvrement alors que celle-ci est limitée à 3 couches dans le cas 2 (figure 6 (a)).

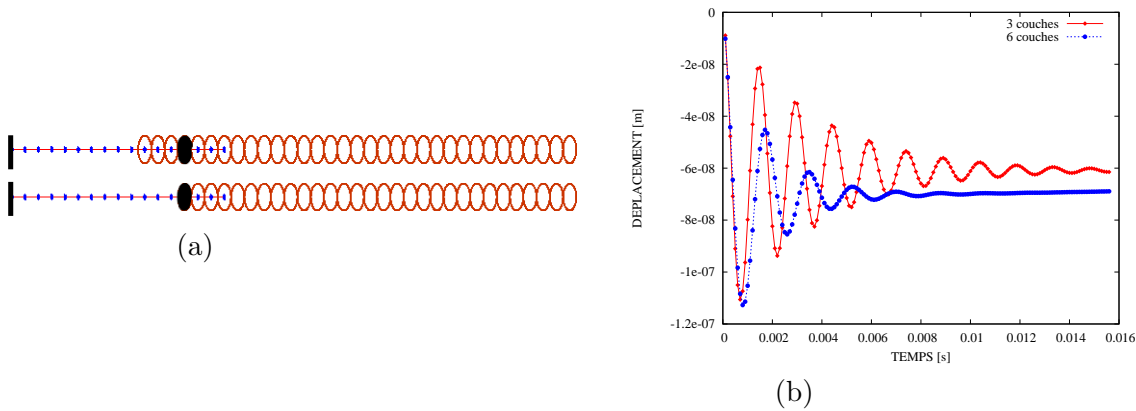


FIGURE 6 – Étude de l'influence de la taille de la zone de recouvrement

Les courbes de la figure 6 (b), décrivant le déplacement dans les cas 1 et 2, montrent l'influence de la taille de la zone de recouvrement sur le comportement du système à une abscisse donnée. En effet, la réponse du système dans la zone de couplage dépend fortement de la pondération de l'énergie des domaines continu et discret.

Le test de flexion est maintenant réalisé en augmentant le nombre de couches d'éléments discrets et en conservant la même masse totale du milieu discret et même chargement que précédemment. La zone de recouvrement est constituée de 7 particules couplées aux nœuds éléments fins. A travers cet exemple, on veut étudier le comportement du système dans le cas d'un empilement. Les Figures 7 (a) et 7 (b) représentent respectivement le déplacement et le champs de vitesses du système à $t = 5.10^{-03}s$.

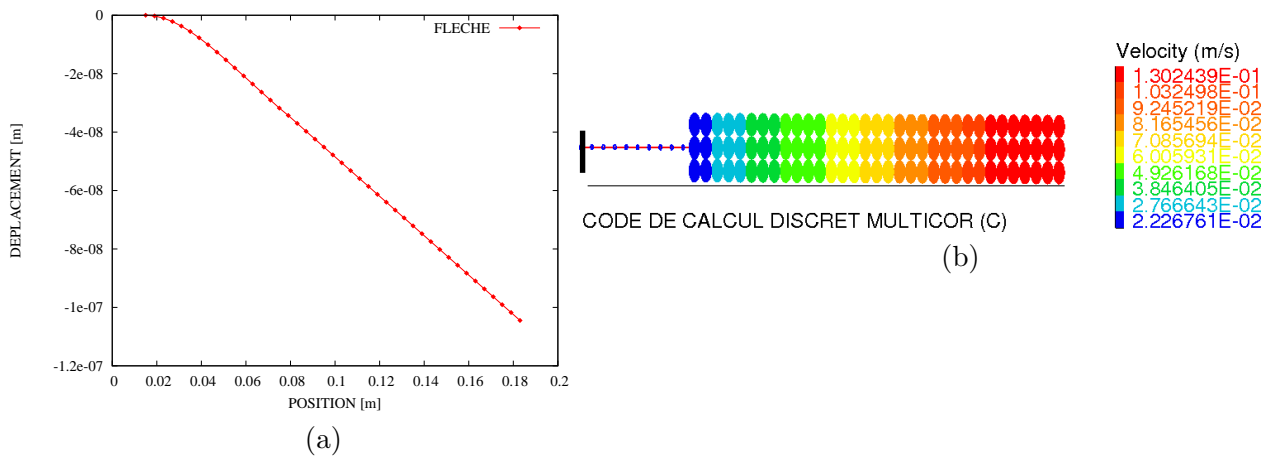


FIGURE 7 – Essai de flexion avec trois couches éléments discrets

Le comportement est similaire à celui obtenu précédemment, cependant le système est plus rigide en raison du nombre de couches d'éléments discrets.

6 Conclusion et Perspectives

Au cours de ce travail, nous avons utilisé une formulation de couplage entre deux modèles physiquement et numériquement distincts. Les tests numériques en flexion ont permis d'étudier le comportement d'un système couplé. Par ailleurs, l'influence de la taille de la zone de recouvrement et de l'épaisseur du milieu discret ont été également étudiées. A court terme, notre travail portera sur le couplage MEF-MED dans le cas bidimensionnel en vue de modéliser le comportement de l'interface de contact. Cette modélisation permettra d'étudier l'influence des paramètres locaux (coefficient de frottement local, force de cohésion, taille des particules,...) et de l'étendue de la zone de recouvrement sur le comportement global de l'interface de contact. In fine, l'avancé scientifique majeure de ce travail sera d'introduire des lois de comportement physiquement fondées de l'interface de contact dans les modèles macroscopiques.

Références

- [1] T. Belytschko, S. Xiao, *Coupling Methods for Continuum Model with Molecular Dynamics*, International Journal for Multiscale Computational Engineering, 1 :115-126 2003.
- [2] E.B. Tadmor, M.Ortiz, and R.Philips. Quasicontinuum analysis of defects in solids. Philosophical Magazine A, 73 :1529-1563, 1996.
- [3] Jacob Fish and Wen Chen. Discrete-to-continuum bridging based on multigrid principles. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 193(17-20) :1693 - 1711, 2004. Multiple Scale Methods for Nanoscale Mechanics and Materials
- [4] M. Jean, V. Acary, Y. Monerie, *Non-smooth contact dynamics approach of cohesive materials*, Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences 359 (1789), 2497-2518, 2001.
- [5] H. Haddad, M. Guessasma, J. Fortin, *Non smooth contact dynamics approach for cohesive multi-contact systems*, International conference on computational structure technology, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Paper 222, 2010.
- [6] J. Fortin, O. Millet and G. de Saxcé, *Numerical simulation of granular materials by an improved discrete element method*, Int.J. Numer. Meth. Engng, 2005, 62, 639-663.
- [7] Ben Dhia, *Problèmes mécaniques multi-échelles : la méthode arlequin* C.R. Acad. Sci. Paris, 326 (Série IIB) :899-904, 1998.
- [8] E. Frangin, *Adaptation de la méthode des éléments discrets l'échelle de l'ouvrage en bton armé*, thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2008.