



**HAL**  
open science

## Un nouveau modèle de synthèse modale

Claude Pied

► **To cite this version:**

Claude Pied. Un nouveau modèle de synthèse modale. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01814818

**HAL Id: hal-01814818**

**<https://hal.science/hal-01814818v1>**

Submitted on 13 Jun 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Un nouveau modèle de synthèse modale

**Claude Pied**

*claudio.pied@wanadoo.fr*

**RÉSUMÉ.** *Les méthodes de synthèse modale permettent de remplacer le modèle éléments finis d'un composant de structure par un modèle physique, représentatif du comportement dynamique en basse ou moyenne fréquence.*

*Le modèle le plus courant est le modèle de Craig et Bampton. Il est obtenu par une double réduction : une réduction de Guyan sur les noeuds frontière, et une réduction modale sur des degrés de liberté spécifiques. Il est largement utilisé en calcul des structures. Sa formulation est très simple. Il s'applique aussi aux fluides.*

*Un nouveau modèle de synthèse modale a été créé. Il est lui aussi établi sur des noeuds frontière et des ddl dynamiques, sur la base d'une autre formulation. Les deux modèles ont exactement le même comportement. Ce nouveau modèle peut être considéré comme quasi universel.*

*Il est particulièrement adapté à l'étude des moyennes fréquences. On peut sélectionner la bande de fréquence à tester et éliminer du modèle les degrés de liberté relatifs aux modes basse fréquence. Ce qui allège le modèle d'ensemble des structures riches en résonances.*

*Ce papier présente exclusivement l'application du nouveau modèle aux moyennes fréquences.*

---

**ABSTRACT.** *Modal synthesis methods allow finite element models of a structural component to be replaced by a physical model, representative of dynamic behavior in low or middle frequency.*

*The most known model is Craig and Bampton one. It is got by a double reduction : Guyan reduction on border nodes, and modal reduction on specific degrees of freedom. It is widely spread in structural analysis. Formulation is very simple. It applies also to fluids.*

*A new modal synthesis model has been created. It is also established on border nodes and dynamic degrees, on the basis of a new formulation. Both models have the same behavior. This new one can be considered as almost universal.*

*It is properly designed for middle frequency studies. We can select the bandwidth to be tested and take out low frequency degrees of freedom from the model. This will lighten the complete model of structures which have a lot of resonances.*

*This paper exclusively presents the application to middle frequencies.*

**MOTS-CLÉS :** *synthèse modale, composant, super-élément, Craig et Bampton, moyenne fréquence*

**KEYWORDS :** *modal synthesis, component, superelement, Craig and Bampton, middle frequency*

## 1. Introduction

Un nouveau modèle de synthèse modale (appelé ici modèle F) a été créé. Il est établi sur des noeuds frontière et des ddl dynamiques, sur la base d'une nouvelle formulation.

Il a été conçu à l'origine pour traiter les composants physiques fixés sur marbre. Il a ensuite été testé et comparé au modèle de Craig et Bampton, en application à des structures modélisées en éléments finis. Il s'est avéré que les deux modèles ont exactement le même comportement.

On a également enrichi les deux modèles avec des données hybrides : modes encastres et libre-libre, modes statiques et inertiels. Ce qui permet de créer des modèles exacts en dynamique (à la fois en frontière fixe et en frontière libre), sur une plage de fréquence donnée, et en statique (sous divers chargements).

Nous présentons ici exclusivement l'application du nouveau modèle en moyenne fréquence, après avoir exposé les limites du modèle Craig et Bampton.

## 2. Modèle Craig et Bampton

Il est construit sur la base d'une double réduction (Craig *et al*, 1968), (Imbert, 1995), une réduction statique et une réduction modale :

- réduction statique de Guyan (Guyan, 1965) sur les ddl de frontière encastree  $d$ , dont on sait que les déplacements des noeuds internes  $u$  sont par hypothèse statiquement dépendants des déplacements des ddl frontière selon la relation  $u = infl\ d$  ;  $infl$  est la matrice des coefficients d'influence (figure 1)

- réduction modale selon laquelle  $u = \Phi\ q$  ; la base modale  $\Phi$  étant constituée par les premiers modes de la structure encastree (hypothèse  $d=0$ ) (figure 2).

En définitive, le déplacement d'un ddl libre est une combinaison de "modes statiques de liaison"  $infl$  et de modes dynamiques  $\Phi$  :

$$u = infl\ d + \Phi\ q$$

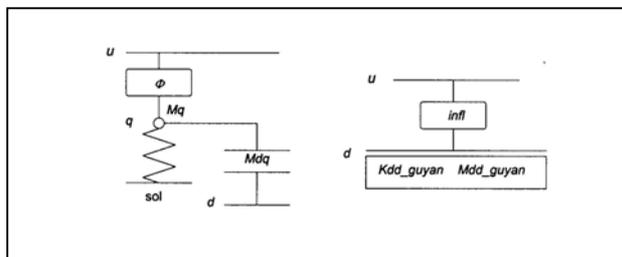


Figure 1

Figure 2

Les schémas sont inspirés de (Mac Neal, 1971).

Le modèle Craig et Bampton se construit en fusionnant les deux modèles ci-dessus (figure 3).

Ainsi, le mouvement des noeuds internes est décomposé en un mouvement statique global et une amplification dynamique. La relation directe entre les ddl  $d$  et  $u$  par l'intermédiaire des coefficients d'influence  $infl$  ne nous donne pas la part théoriquement associée à chaque mode. Il est clair que le couplage de masse  $Mqd$  ne peut transmettre à 0 Hz aucun mouvement de  $d$  vers  $q$ . Alors qu'on voudrait retirer les oscillateurs représentatifs des modes basse fréquence (et les couplages de masse associés  $Mqd$  et  $Mdq$ ), nous ne retirerions que la part "amplification dynamique", alors que la part "mouvement statique" resterait intégralement dans  $infl$ . On saurait par contre retirer la part des masses associées à ces modes, contenue dans la matrice de masse  $Mdd\_guyan$ .

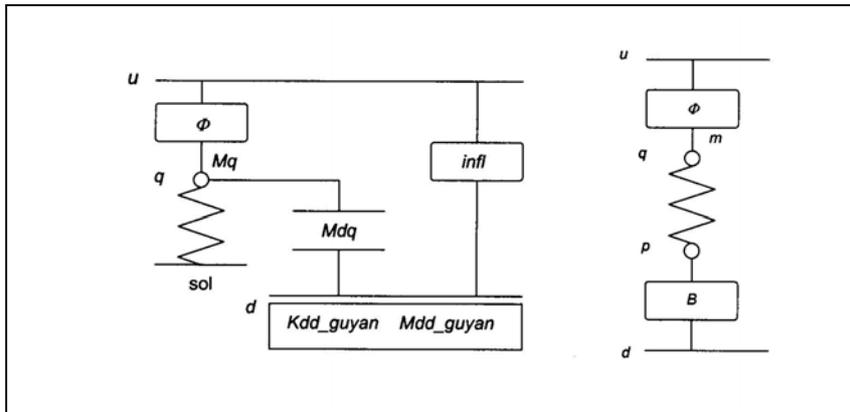


Figure 3

Figure 4

### 3. Modèle F

Le modèle F pallie l'inconvénient noté ci-dessus. Le montage "oscillateur + relations linéaires" représentatif d'un mode (figure 4) assure, en plus de l'amplification dynamique, la transmission du mouvement statique entre  $d$  et  $u$ . Celui-ci n'est autre que le produit  $\Phi$

*B.* Un terme de correction statique assure toutefois la part relative aux modes haute fréquence, dont l'amplification dynamique est naturellement ignorée.

Les oscillateurs relatifs aux modes basse fréquence sont simplement éliminés lors du traitement des moyennes fréquences.

En général, même pour un modèle limité aux moyennes fréquences, il est nécessaire de connaître les modes basse fréquence. En effet, pour calculer la part haute fréquence, on retranche du modèle de Guyan les contributions des modes basse et moyenne fréquences en masse et en coefficients d'influence. A fortiori, lorsque la base modale est complétée par des modes statiques ou des modes libre-libre, on ne peut se passer de calculer les modes basse fréquence.

#### 4. Résultats

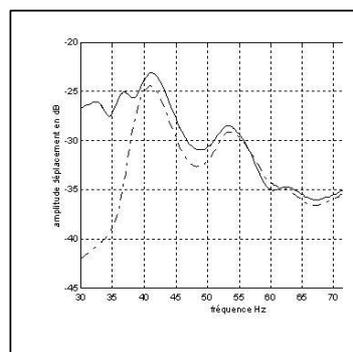
Pour valider le modèle, nous avons comparé les transferts obtenus sur une grille carrée en appui sur 2 arêtes opposées. Trois courbes sont reportées sur un diagramme en fonction de la fréquence (figure 5) :

- le transfert du modèle traditionnel sur la base des modes BF (20 premiers modes) et MF (les 20 modes suivants) : ce transfert est choisi comme calcul de référence

- le transfert du modèle sur la base des modes MF

- le cumul des deux transferts du modèle BF et du modèle MF.

On observe qu'il se superpose exactement au calcul de référence



**Figure 5**

## 5. Conclusion

Le modèle F a été validé par ailleurs sous de nombreux aspects : analyse modale frontière fixe puis libre, tenseur d'inertie, raideurs et flexibilités, déplacements et réactions en réponse à des forces et déplacements imposés, en temps que composant d'une structure, comparaison avec Craig et Bampton). On vient donc de le valider également comme outil de travail en moyenne fréquence.

Les noeuds frontière étaient ici des noeuds maîtres. On peut aussi choisir parmi les noeuds libres  $u$  d'autres noeuds frontière.

Les deux modèles peuvent s'appliquer également à des structures classiques, étudiées selon les méthodes analytiques. Telles que des poutres ou des plaques rectangulaires par exemple.

Le modèle F peut être considéré comme quasi-universel, dans la mesure où il s'applique à toute structure ou fluide, quelque soit sa représentation (analytique, éléments finis ou non), en basse et moyenne fréquence. Il s'applique aussi aux composants physiques fixés au sol. Il ne s'applique pas aux composants physiques en libre-libre.

## 6. Bibliographie.

- Craig R.R., Bampton M.C.C., " Coupling of substructures for dynamic analysis ", *AIAA Jnl*, vol.6(7), pp. 1313-1319, 1968.  
Guyan R.J., " Reduction of stiffness and mass matrices ", *AIAA Jnl*, 3, p. 380, 1965.  
Imbert J.F., *Analyse des structures par éléments finis*, Cepadues-Editions, Toulouse 1995.  
Mac Neal R.H., "A hybrid method of component mode synthesis", *Computers and Structures*, vol. 1(4), pp. 581-601, 1971.