



**HAL**  
open science

## Modèle d'interface multi-niveau pour les problèmes de contact

Hachmi Ben Dhia, Mohamed Torkhani, Chokri Zammali

► **To cite this version:**

Hachmi Ben Dhia, Mohamed Torkhani, Chokri Zammali. Modèle d'interface multi-niveau pour les problèmes de contact. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01814817

**HAL Id: hal-01814817**

**<https://hal.science/hal-01814817>**

Submitted on 13 Jun 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Modèle d'interface multi-niveau pour les problèmes de contact

**Hachmi Ben Dhia\*** — **Mohamed Torkhani\*,\*\*** — **Chokri Zammali\***

\* *Laboratoire MSS-Mat (CNRS UMR 8579)*

*Ecole Centrale Paris*

*Grande voie des vignes*

*F-92295 Châtenay-Malabry Cedex*

*{bendhia,zammali}@mssmat.ecp.fr*

\*\* *EDF/DRD/AMA*

*1, Avenue du Général de Gaulle 92140 Clamart*

*{mohamed.torkhani}@edf.fr*

---

*RÉSUMÉ. Les modèles classiques de contact unilatéral sont fondés soit sur les lois macroscopiques de Signorini-Moreau, soit sur une régularisation de ces dernières, soit sur des lois rendant compte des aspects physiques microscopiques d'interfaces. On propose un modèle d'interface multi-niveau de type Local/Global obtenu en superposant un modèle de compliance au modèle de Signorini. Ce modèle est discuté d'un point de vue modélisation mécanique et simulation numérique.*

*ABSTRACT. Classical unilateral contact models are based on either (Macro) Signorini-Moreau laws, a penalty model that is a regularization of the latter, or normal compliance-like constitutive behavior laws, taking into account Micro-surface physical phenomena. By superposing a compliance model to the Signorini-Moreau one, a kind of Local/Global multilevel interface model is developed here. It is shown that this model combines the advantages of both of its components. Its endeavors from both mechanical modeling and numerical computational aspects are exemplified by some applications.*

*MOTS-CLÉS : Contact unilatéral, modèles d'interface, loi de compliance, Signorini, interface multi-niveau, aspérités*

*KEYWORDS: Unilateral contact, interface models, compliance law, Signorini, multi-level interface, asperities*

---

## 1. Introduction

Le modèle de contact unilatéral de Signorini est un modèle global qui moyenne des phénomènes micro-physiques d'interface. Pour le traitement de la condition d'interpénétration, il suppose que les interfaces de contact sont mathématiquement régulières et imperméables. Les lois de type compliance permettent d'intégrer une certaine réalité physique de l'interface de contact. Cependant, la modélisation numérique du contact unilatéral par ces lois ne permet pas d'éviter de grandes interpénétrations en cours de calcul, rendant les problèmes discrétisés tangents très mal conditionnés. Cette problématique est connue dans la littérature (eg. [WRI 02]) mais les remèdes tels que l'usage du formalisme lagrangien augmenté ou de la méthode qualifiée de "cross-constrained" ne suffisent pas pour répondre au double souci mécanique et numérique.

Des modèles multi-compliants [BEN 97] sont des réponses à ce double souci. Bien que numériquement opérationnels, leur inconvénient réside dans l'usage de modèles numériques rendant le contrôle des pénétrations délicat.

On propose dans ce papier un modèle d'interface multi-niveau, obtenu par superposition d'un modèle micro de compliance au modèle macro de Signorini.

## 2. Formulation hybride du problème de contact pour le modèle multi-niveau

Sur un intervalle de temps  $I$ , on s'intéresse au problème de contact, sans frottement, en dynamique et en grandes transformations entre deux solides  $S_1$  et  $S_2$ . En utilisant des notations classiques [BEN 00], le principe des travaux virtuels, combiné au principe d'action et de réaction, nous permet d'écrire que pour tout couple de champs admissibles  $w = (w^1, w^2)$  et pour tout temps  $t$  dans  $I$ , nous avons :

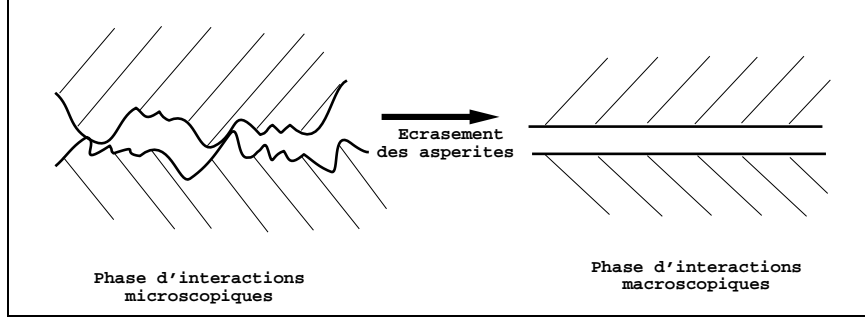
$$\sum_{i=1}^2 \int_{\Omega_0^i} \rho_0^i \ddot{u}^i \cdot w^i d\Omega_0^i + \sum_{i=1}^2 \int_{\Omega_0^i} Tr[\Pi^i(u^i) (\nabla w^i)^T] d\Omega_0^i - \int_{\Gamma_c} R \cdot [[w]] d\Gamma = 0 \quad [1]$$

où  $\Gamma_c = \Gamma_c^1 \cup \Gamma_c^2$  sont les surfaces potentielles de contact de  $\Omega_0^1$  et  $\Omega_0^2$  respectivement,  $R = R^1(\bar{p}, t) = -R^2(\bar{p}, t)$  est l'action nominale de contact de  $S_2$  sur  $S_1$ ,  $\bar{p}$  est le point de  $\Gamma_c^2$  apparié à  $p$  (point de  $\Gamma_c^1$ ) à l'instant  $t$  et  $[[w]](p) = w^1(p) - w^2(\bar{p})$  sur  $\Gamma_c$ . La complétude du système passe par les lois de comportement et les conditions initiales (aspects non détaillés ici) mais également par la définition d'un modèle de contact.

## 3. Loi de contact multi-niveau

Le modèle que nous proposons a été introduit formellement dans [BEN 03]. Il consiste à superposer un modèle macroscopique de Signorini reproduisant le compor-

tement des interfaces tassées (ou substrat), à un modèle de compliance, reproduisant le comportement normal microscopique des aspérités d'interfaces (figure 1).



**Figure 1.** Phases d'interaction micro/macro

Plus précisément, en notant  $d_n$  la distance signée entre les deux surfaces moyennes et  $d_{n_0}$  la distance entre ces mêmes surfaces au delà de laquelle les aspérités commencent à s'opposer à l'approche, nous proposons d'écrire :

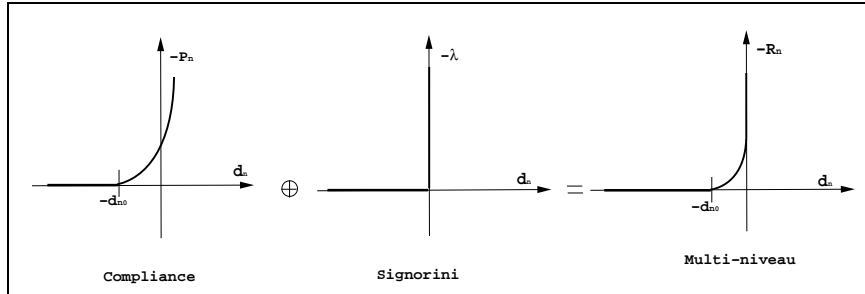
$$R_n = p_n + \lambda, \quad \text{sur } \Gamma_c \quad [2]$$

$$p_n = -S_L \kappa_n (d_n + d_{n_0})^{m_n}, \quad S_L = 1_{R^+}(d_n + d_{n_0}) \quad \text{sur } \Gamma_c \quad [3]$$

$$\lambda = S_G (\lambda - \rho_n d_n), \quad S_G = 1_{R^-}(\lambda - \rho_n d_n) \quad \text{sur } \Gamma_c \quad [4]$$

où  $\kappa_n$  et  $m_n$  sont des paramètres définissant la loi polynomiale de compliance,  $\rho_n$  est une raideur ( $> 0$ ),  $1_K$  est la fonction indicatrice de l'ensemble  $K$  et où  $\lambda$  est le multiplicateur de Lagrange relié à la condition de non-interpénétration entre les surfaces macro de contact via les lois de Signorini.

Ce modèle qualifié de compliance/Signorini peut être représenté par le graphe unimultivoque qui suit :



**Figure 2.** Modèles de Signorini, de compliance et de compliance/Signorini

REMARQUE. — En dynamique, on pourrait intégrer un effet amortissant aux lois de contact, définies par [2-4]. Il suffirait alors de modifier  $p_n$  comme suit :

$$p_n = -S_L \kappa_n (d_n + d_{n_0})^{m_n} - S_L C_n (d_n + d_{n_0})^{m'_n} [[w_n]] \quad [5]$$

où  $C_n$  et  $m'_n$  sont des nouveaux paramètres du modèle.

#### 4. Formulation hybride du problème

La formulation hybride faible du problème de contact entre deux solides avec le modèle Local/Global définie par [2-4] est dérivée en suivant la même démarche que dans [BEN 00, BEN 04]. Elle consiste à trouver  $(u, \lambda, S_G, S_L)$  dans  $\mathbf{CA} \times \mathbf{H} \times \mathbf{L}^\infty(\Gamma_c; \{0, 1\})^2$  tel que, pour tout champ  $(w, \lambda^*)$  dans  $\mathbf{CA} \times \mathbf{H}$ , on ait :

$$\sum_{i=1}^2 \int_{\Omega_0^i} \rho_0^i \ddot{u}^i \cdot w^i d\Omega_0^i + \sum_{i=1}^2 \int_{\Omega_0^i} Tr[\Pi^i(u^i)(\nabla w^i)^T] d\Omega_0^i - \int_{\Gamma_c} S_G \lambda \cdot [[w_n]] d\Gamma - \int_{\Gamma_c} p_n \cdot [[w_n]] d\Gamma = 0 \quad [6]$$

$$-\frac{1}{\rho_n} \int_{\Gamma_c} [\lambda - S_G(\lambda - \rho_n d_n)] \lambda^* d\Gamma = 0 \quad [7]$$

où  $p_n$  et  $S_G$  sont définies par [3] et [4], respectivement.

#### 5. Stratégies et résultats numériques

Pour la discrétisation et la résolution numérique du problème défini par [2-4], [6-7], nous avons suivi essentiellement les démarches décrites dans [BEN 04]. A titre d'illustration, nous donnons ici deux résultats numériques issus du problème académique du contact entre une barre et un bloc rigide afin d'éclairer la pertinence du modèle multi-niveau que nous proposons.

##### 5.1. Contact quasi-statique entre une barre et un obstacle rigide

Les coefficients de la loi de compliance sont  $\kappa_n = 5.10^{15}$ ,  $m_n = 2$  et  $d_{n_0} = 0.5mm$ . Un déplacement imposé est appliqué à la barre dans la direction verticale.

Sur la courbe du déplacement et de la contrainte axiale (figure 4), on peut relever l'écrasement des aspérités avant détection du substrat. Les champs de déplacement et de pression sont régularisés grâce au modèle multi-niveau proposé.

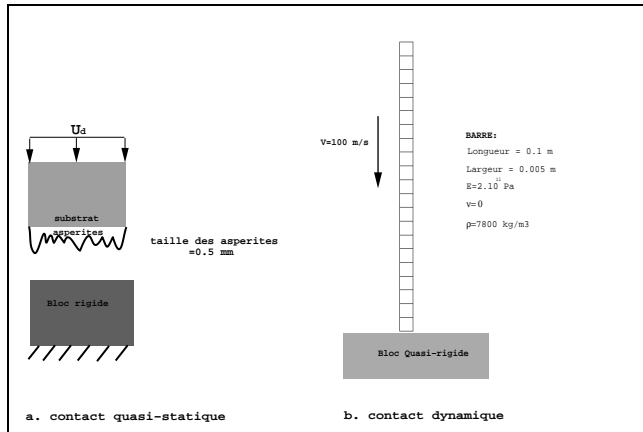


Figure 3. Problème de contact entre une barre et un obstacle rigide

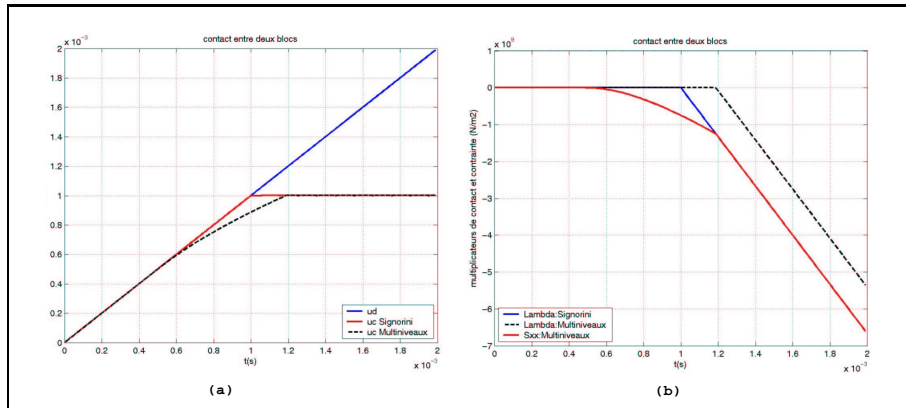
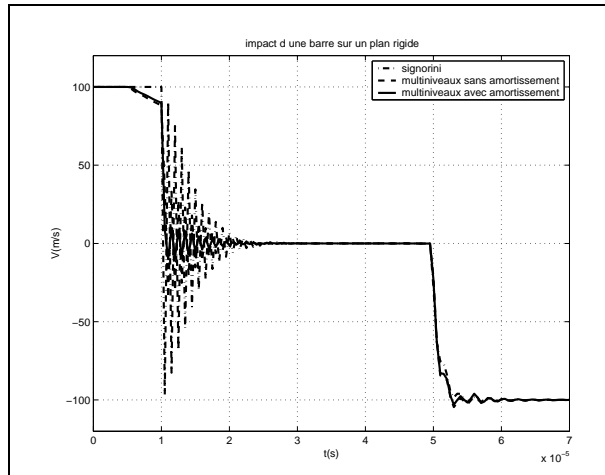


Figure 4. Déplacement et force de contact en fonction de l'incrément

5.2. Contact en dynamique entre une barre et un obstacle rigide

Dans ce cas, une vitesse de 100 m/s est appliquée à une barre maillée par des éléments bilinéaires (figure 3.b). Les coefficients de la loi de compliance avec amortissement sont  $\kappa_n = 10^{12}$ ,  $m_n = 1$ ,  $C_n = 2.10^4$  et  $m'_n = 0$ . Nous avons adopté un schéma d'intégration temporelle de Newmark avec des coefficients  $\beta = 0.3025$  et  $\gamma = 0.6$ . Le pas de temps est de  $5.10^{-7} s$ .

En comparant aux résultats numériques avec un modèle d'interface de type Signorini (figure 5), on constate une atténuation des oscillations du champ de vitesses au moment du choc avec la loi de comportement multi-niveau compliance/Signorini.



**Figure 5.** *Impact d'une barre sur un plan rigide*

L'introduction d'un amortissement selon [5] sur les zones effectives de contact permet d'atténuer davantage le niveau de ces oscillations (figure 5).

## 6. Conclusion

Dans ce papier, on a proposé une famille de modèles de contact multi-niveau de type Local/Global basée sur la superposition d'un modèle de Signorini à un modèle de compliance. Les premiers tests numériques (dans Code Aster) montrent que ce modèle permet une meilleure modélisation physique du contact, tout en évitant les écueils numériques.

## 7. Bibliographie

- [BEN 97] BENDHIA H., « Plaques en grandes transformations élastiques sous contact hyper-élastique », *Actes du 3ème Colloque National de Calcul des Structures, Giens*, vol. 1, 1997, p. 465-470.
- [BEN 00] BENDHIA H., VAUTIER I., ZARROUG M., « Problemes de contact frottant en grandes transformations : du continu au discret », *Revue europeenne des elements finis*, vol. 9, 2000, p. 243-261.
- [BEN 03] BENDHIA H., « Aspects géométriques numériques micro-macro des interfaces », *Textes des contributions à la Journée thématique CSMA : Modèles et Lois d'Interface pour le Contact, LMA-Marseille*, , 2003.
- [BEN 04] BENDHIA H., ZAMMALI C., « Level-Sets and Arlequin framework for dynamic contact problems », *Revue europeenne des elements finis*, vol. 13, 2004, p. 403-414.
- [WRI 02] WRIGGERS P., *Computational contact mechanics*, Wiley, 2002.